



## ANÁLISIS MATEMÁTICO IV

2018

**Carrera:** Licenciatura en Matemática

**Ubicación en el Plan de Estudios:** Tercer Año – Segundo Cuatrimestre

**Régimen:** Cuatrimestral (16 Semanas)

**Carga Horaria:** 10 horas semanales      **Teoría:** 6 horas – **Práctica:** 4 horas

### Objetivos

Impulsar a los estudiantes a valorar y comprender los resultados fundamentales del análisis de variable compleja.

Lograr la comprensión de los conceptos básicos de las funciones complejas.

Analizar diferencias y similitudes de la teoría de funciones y de la derivada en el campo de los complejos, respecto de los números reales.

Ampliar la comprensión de series de potencias e interpretar el papel que dichas series juegan en la representación de funciones analíticas u holomorfas.

Destacar la importancia del análisis complejo para la demostración de resultados notables como el Teorema Fundamental de Álgebra.

Valorar la importancia del Teorema de Residuos, por sus aplicaciones al cálculo de integrales impropias de variable real y la suma de series numéricas.

### Regularidad

El estudiante debe aprobar tres (3) parciales, cada uno con nota mayor o igual a cuatro y tener el 75 % de asistencia. La regularidad continúa el tiempo estipulado en la reglamentación vigente.

### Recuperación

Si el estudiante desapueba los 3 parciales queda libre.

Existen dos instancias de recuperación, una en diciembre y otra en Marzo.

Aprobadas las recuperaciones el estudiante logra la condición de Regular.

### Promoción

La asignatura se promociona con examen final. Tiene derecho a este examen, cuando cuente con la regularidad de la Asignatura y cumpla los demás requisitos exigidos por la carrera.



## PROGRAMA ANALÍTICO

### 1. Números Complejos

El cuerpo de los números complejos. Completitud. Inexistencia de orden en  $\mathbb{C}$ . Conjugación. Módulo y Argumento de un complejo. Desigualdades. Representación geométrica. Plano complejo. Conjuntos de puntos en el plano complejo. Propiedades topológicas. Plano complejo ampliado  $\mathbb{C}^*$ . Proyección estereográfica.

### 2. Funciones Complejas y mapeos

Función compleja. Composición de funciones. Funciones como mapeos. Función lineal. Función cuadrática. Función potencia. Función inversa. Límites y Continuidad. Propiedades.

### 3. Funciones Analíticas u Holomorfas

Derivada de una función compleja. Teoremas de derivación. Función analítica u holomorfa. Las ecuaciones de Cauchy – Riemann. Condiciones necesarias y suficientes para la analiticidad. Transformación Conforme. Funciones armónicas y armónicas conjugadas.

### 4. Mapeos y Funciones Elementales

Mapeo lineal. La función potencia:  $z^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Transformación racional bilineal o de Möbius: Propiedad homocíclica. Mapeo conforme. Función exponencial compleja. Funciones trigonométricas e hiperbólicas. Funciones inversas trigonométricas e hiperbólicas. Función logaritmo. Superficies de Riemann.

### 5. Integrales

Integral de una función compleja de variable real. Propiedades. Curvas en el plano. Arco suave y arco suave a trozos. Curvas rectificables. Integral de contorno. Propiedades.

Teorema de Cauchy para funciones analíticas sobre un contorno cerrado simple. Teorema de Cauchy-Goursat. Teorema de Cauchy para dominios múltiplemente conexos. Integrales indefinidas de funciones analíticas. Índice de una curva cerrada con respecto a un punto. Independencia del camino de integración.

### 6. Integrales de Cauchy

Fórmula integral de Cauchy para funciones analíticas y para sus derivadas de todos los órdenes. Desigualdades de Cauchy. Teorema de Morera. Teorema del Módulo Máximo. Teorema de Liouville. Teorema Fundamental del Álgebra.

### 7. Sucesiones y Series de Números complejos

Sucesiones de números complejos. Convergencia. Criterio de convergencia de Cauchy. Teorema de Bolzano Weierstrass. Series de números complejos. Series convergentes y absolutamente convergentes.



## 8. Sucesiones y Series de Funciones Complejas

Sucesión de funciones complejas. Convergencia puntual y uniforme. Condición de Cauchy para la convergencia uniforme. Series de funciones complejas. Propiedades. Serie de potencias. Disco de convergencia. Teorema de Cauchy-Hadamard. Convergencia absoluta y uniforme. Propiedades. Teorema de Weierstrass. Función analítica en un disco. Teorema de Taylor. Métodos de desarrollo en series de potencias. Teorema de Laurent.

## 9. Singularidades de una función analítica

Puntos singulares aislados. Clasificación de singularidades. Parte principal de una función. Polos. Singularidades esenciales. Teorema de Casoratti-Weierstrass.

## 10. Residuos y aplicaciones

Residuos. Teorema del Residuo. Aplicación de residuos: Cálculo de integrales, Integrales sobre el eje real, Integrales impropias, Principio de Argumento. Teorema de Rouché.

## Bibliografía

- Zill D.G., Shanahan P.D. “Introducción al Análisis complejo con aplicaciones” Segunda Edición. 2009, Traducción Cengage Learning Editores, 2011. México.
- Ortega-Cerdà J., Scotto R. “Funciones de variable compleja. Una introducción” Publicaciones del IMAL-UNL-CONICET 2012.
- Churchill, R.V y otros. “Variable Compleja y sus aplicaciones” – Editorial Mc Graw-Hill.
- Derrik W. “Variable Compleja con Aplicaciones” Grupo Editorial Iberoamericana. 1987.
- Ahlfors, L. “Complex Analysis”- International Student Edition. 2nd Edition Mc Graw-Hill. 1966.
- Levinson, N. Redheffer, R. “Curso de Variable Compleja”. – Editorial Reverté. 1975.
- Markushevich, A. “Teoría de la Funciones Analíticas”. Tomo I – Editorial MIR 1978
- Conway, J. “Functions of One Complex Variable”. – Springer Verlag. 1995.
- Wunsch, D. “Variable Compleja con Aplicaciones” - Addison-Wesley Iberoamericana. 2ª Edición 1997.