

Sucesos equiprobables, no equiprobables

Juego 1: Cruzar el río

Propuesta didáctica: sucesos equiprobables, suceso imposible, suceso poco probable, suceso muy probable, distribución de probabilidades discreta, distribución Binomial.

Objetivo del juego: cruzar un río.

Materiales para jugar:

Un tablero que representa un río y a cada lado doce casillas numeradas del 1 al 12.

24 fichas, 12 de un color y 12 de otro color.

2 dados.

Listones que representan la probabilidad de los resultados de la suma que se obtienen al lanzar dos dados.

Instrucciones: En este juego pueden participar dos jugadores o dos equipos de jugadores. Cada uno dispone de 12 fichas que deberá disponerlas según el Escenario 1 la primera vez, y según el Escenario 2.

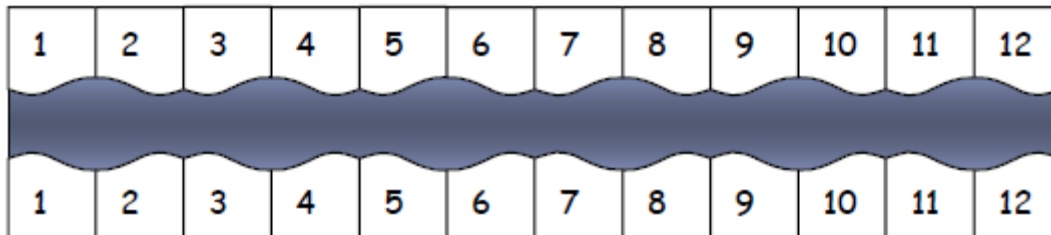
El primer jugador lanzará dos dados, sumará los puntos obtenidos en las caras superiores de los mismos y pasará al otro lado del río la ficha que esté situada en la casilla que tenga el número que ha obtenido al realizar la suma. A continuación lanzará los dos dados el segundo jugador quien deberá repetir el mismo proceso.

Así se deberá continuar hasta que alguno de los jugadores pase todas sus fichas al otro lado del río.

Escenario 1: .Se coloca cada ficha de cada jugador en cada una de las doce casillas, una ficha por casilla.

Escenario 2: Volverán a jugar buscando el mismo objetivo pero ahora situando las fichas donde ellos quieran (desde situarlas cada una en un lugar hasta ponerlas todas en la misma casilla). Realizarán el juego varias veces de manera que ellos mismos puedan descubrir que hay posiciones desde las que es más fácil pasar al otro lado (mayor probabilidad de ocurrencia) y posiciones menos probables o imposibles (casilla 1).

Importante: en el Escenario 1 no es posible cumplir el objetivo del juego, ya que la ficha en la Posición 1 corresponde a un suceso imposible.



La regla de Laplace

Juego 2: Gustos al azar

Propuesta didáctica: espacio muestral, suceso, sucesos equiprobables, cálculo de probabilidades mediante la Regla de Laplace.

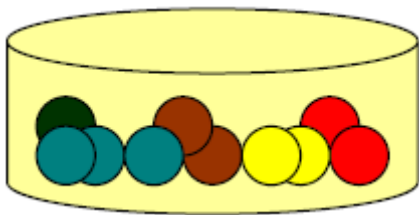
Objetivo del juego: averiguar las chances de obtener caramelos de un determinado sabor.

Materiales para jugar:

Una caja con 10 caramelos del mismo tamaño pero de distintos sabores. Hay 2 caramelos de frutilla, 1 caramelo de limón, 2 caramelos de banana, 3 caramelos de manzana y 2 caramelos de durazno.

Instrucciones: Al comenzar el juego se colocan los 10 caramelos en la caja. Luego se realiza el experimento de sacar un caramelo al azar sin mirar, se anota el sabor obtenido y se vuelve a colocar el caramelo en la caja. Se repite este experimento varias veces.

Se los motiva a los alumnos a pensar cuáles serán los sabores que tendrán la misma probabilidad de ser sacados por cualquiera de ellos cuando les toque hacer el experimento.



Preguntas:

- 1) ¿Qué chances tienes de sacar un caramelo de frutilla?
- 2) ¿Qué chances tienes de sacar un caramelo de limón?
- 3) ¿Tienes igual chance de sacar un caramelo de frutilla que uno de banana? ¿Por qué?
- 4) ¿Tienes igual chance de sacar un caramelo de frutilla que uno de manzana? ¿Por qué?
- 5) ¿Qué chances tienes de que al sacar un caramelo éste sea de manzana o de limón?
- 6) ¿Qué chance tienes de que sacar un caramelo éste sea de frutilla, de banana o de durazno?

Calcula las chances (probabilidades) de cada uno de los sucesos planteados en las preguntas utilizando la Regla de Laplace:

Probabilidad de un suceso = Nro de casos favorables / Nro de casos posibles

Distribución de las medias muestrales (variable aleatoria \bar{X})

Juego 3: Una deliciosa aproximación

Propuesta didáctica: medidas de posición, promedio, muestras, Teorema Central del Límite, distribuciones de las medias muestrales.

Objetivo del juego: Encontrar la forma aproximada de la distribución de frecuencias de la proporción de caramelos de un color determinado que hay en cada bolsita (muestra).

Materiales para jugar:

Bolsitas y caramelos Sugus (sustituible con Rocklets o gomitas de distintos colores), pizarra y tiza.

Instrucciones: Se reparten las bolsitas de Sugus a cada alumno y se pide que anoten la proporción de caramelos de un color determinado, por ejemplo, el rojo. El docente va graficando las proporciones obtenidas en una distribución de frecuencias en el pizarrón y se debate acerca de la forma que toma el gráfico.

En una segunda etapa, se unen de a tres alumnos y se repite la cuenta de caramelos en las tres bolsitas, esta vez habrá menos muestras pero de mayor tamaño. Se vuelve a graficar en el pizarrón esas nuevas proporciones. A continuación se debate acerca de las diferencias que notan los participantes entre la primera ronda y la segunda y por qué sucede lo que sucede.

En una tercera etapa se pueden unir todos y contar cuál es la proporción de caramelos de rojos en el conjunto de todos los caramelos. Discutir cómo creen los participantes que se puede estimar con mayor exactitud la verdadera proporción de caramelos rojos en la población de todos los caramelos Sugus.

Distribución Continua de Probabilidad

Juego 4: ¡Vamos a medir!

Propuesta didáctica: distribuciones de frecuencias, distribuciones de probabilidad, distribuciones continuas, distribución por intervalos, histograma.

Objetivo del juego: Armar un gráfico con la distribución de frecuencias de las medidas del brazo de cada chico.

Materiales para jugar:

Cinta métrica, afiche y felpones (o pizarra y tizas).

Instrucciones: Cada participante medirá con la cinta métrica la longitud de su antebrazo y se anotarán los valores obtenidos.

A continuación, se realizará una lluvia de ideas acerca de cuál es la mejor manera de agrupar los datos en intervalos. El docente evaluará cuál de las propuestas se acerca más a la propuesta por la teoría. Con estos agrupamientos de los datos los participantes graficarán los rectángulos que representen cada intervalo, obteniendo un histograma.

Distribución Discreta de Probabilidad

Juego 5: El Pelotero

Propuesta didáctica: distribuciones de frecuencias, distribuciones de probabilidad, distribuciones discretas, gráficos de barra.

Objetivo del juego: Armar un gráfico de barra con las pelotitas y la distribución de frecuencias en base al conteo de cada color.

Materiales para jugar: 60 pelotitas de 5 colores, pizarra y tiza (o felpones y afiche).

Instrucciones: Se reparten proporcionalmente pelotitas a cada participante y tienen 5 minutos para jugar con ellas, tirárselas, etc.

Al término de este tiempo, se pide que respondan intuitivamente ¿cuántas pelotas de cada color hay? Se hace notar que es difícil de sintetizar la información o los datos cuando están así de desordenados. Por lo tanto, se procede a juntar las pelotitas y ordenarlas, armando con ellas un gráfico de barras en 3 dimensiones. Finalmente, el docente arma la distribución de frecuencia en el pizarrón (o afiche) y explica.

- 1) Encuentre los errores en las siguientes afirmaciones:
 - a) Las probabilidades de que un vendedor de autos venda exactamente 0, 1, 2 o 3 autos en un día dado de febrero son 0.19, 0.38, 0.29, y 0.15 respectivamente.
 - b) La probabilidad de que llueva mañana es 0.4 y la probabilidad de que no llueva es 0.52.
 - c) Las probabilidades de que una impresora cometa 0, 1, 2, 3 ó 4 errores al imprimir un documento son 0.19, 0.34, -0.25, 0.43 y 0.29 respectivamente.
 - d) Al sacar una carta en una baraja la probabilidad de seleccionar corazones es $1/4$ la probabilidad de que sea negra es $1/2$ y la probabilidad de seleccionar una carta negra de corazones es $1/2 * 1/4 = 1/8$.
- 2) En su celular Carla tiene un 40% más de contactos de amistades que de familiares. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir dos números al azar sean de un familiar y de una amistad? Suponga que los familiares no se cuentan entre las amistades.
- 3) Tres ruletas perfectamente horizontales, centradas y equilibradas, contienen sectores circulares, pintados en rojo y en negro, en la forma siguiente:
 - Ruleta 1: 180° en rojo y 180° en negro.
 - Ruleta 2: 225° en rojo y 135° en negro.
 - Ruleta 3: 270° en rojo y 90° en negro.Calcular la probabilidad de que, al tirar simultáneamente con las tres ruletas, resulten dos negros y un rojo en cualquier orden.
- 4) Se carga una moneda de modo que la cara tenga 2 veces la probabilidad de ocurrencia de sello. Si se lanza 3 veces la moneda, ¿cuál es la probabilidad de obtener 2 sellos y 1 cara en cualquier orden?
- 5) Se lanzan al aire uno tras otro tres dados de seis caras numeradas del 1 al 6. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de tres cifras que se forme empiece con 4?
- 6) Se lanza 2 veces un dado común y se considera la suma de los puntos obtenidos en ambos lanzamientos. Si se sabe que el primer dado salió un número par. ¿Cuál es la probabilidad que la suma sea mayor que 7?
- 7) Juan se está vistiendo para ir a una fiesta. Tiene que elegir entre una remera roja, una remera verde, una remera blanca, un pantalón largo y un pantalón corto. En la fiesta Juan viste una remera y un pantalón. ¿Cuál es la probabilidad de que la remera sea blanca y el pantalón sea corto? Todas las prendas tiene igual probabilidad de ser elegidas y todas las remeras combinan con todos los pantalones.
- 8) Un dado está trucado, de forma que las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas. Hallar:
 - a) La probabilidad de obtener el 6 en un lanzamiento
 - b) La probabilidad de conseguir un número impar en un lanzamiento

- 1) Durante los últimos 11 días de Junio de 2018 el tren que circula en una ciudad llegó tarde a su destino de acuerdo con los siguientes retrasos, en minutos (un número negativo significa que el tren llegó antes, esa cantidad de minutos)

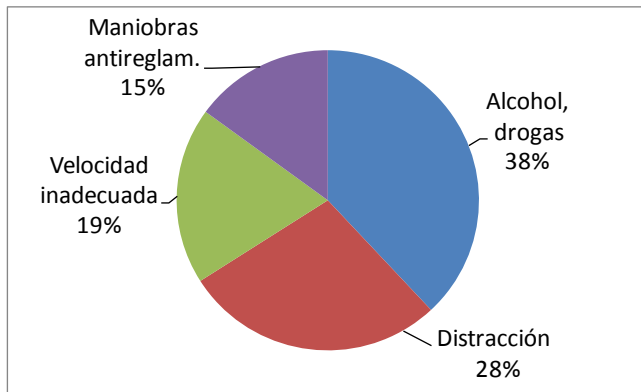
-3 6 4 10 -4 124 2 -1 4 1 9

- Si el ferrocarril lo contratara a usted para demostrar que proporciona un buen servicio, ¿qué medida usaría?
- ¿Y si lo contratara una estación de televisión para mostrar que el tren proporciona un mal servicio?
- Intente juzgar de forma objetiva el desempeño del ferrocarril.
- Grafique los datos.

- 2) Un diario publicó esta información

- ¿Cuántas personas murieron en accidentes cuya causa fue el alcohol o las drogas?
- El 75% de las distracciones son fruto de la euforia o de la lentitud de reflejos que producen el alcohol y otras drogas. Según esto, ¿qué porcentaje de accidentes está relacionado con el alcohol y las drogas?

CAUSAS DE ACCIDENTES MORTALES



- 3) Se registraron los tiempos de espera, en minutos, en un consultorio médico:

1 1 6 8 15 38 63 64 102 113 120 131 150 166 223

¿Cómo representaría este lote de datos? ¿Qué medida de posición considera más adecuada?

- 4) Los siguientes datos son el nivel de instrucción de una muestra de 30 empleados de cierta empresa, los datos se codificaron de la siguiente manera:

Sin instrucción = 0, Primaria incompleta = 1, Primaria Completa = 2,

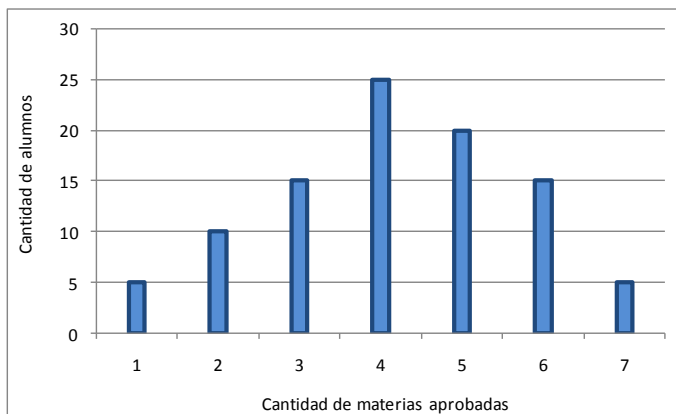
Secundario Incompleto = 3, Secundario Completo = 4,

Universitario Incompleto = 5, Universitario Completo = 6.

3, 3, 6, 0, 6, 5, 1, 3, 4, 4, 2, 4, 1, 3, 5, 4, 5, 0, 2, 5, 6, 4, 5, 5, 5, 1, 2, 1, 4, 3.

- Defina la variable bajo estudio, indique tipo y escala.

- b) Construya la tabla de distribuciones de frecuencias absoluta, relativa y relativa porcentual.
- c) Haga el gráfico correspondiente.
- d) ¿Qué porcentaje de la muestra es sin instrucción? ¿Qué porcentaje de la muestra tiene al menos secundaria completa? ¿Cuál es la categoría de mayor frecuencia?
- 5) Se ha realizado una encuesta en 30 hogares en la que se les pregunta el número de miembros que conviven en el domicilio habitualmente. Las respuestas obtenidas son las siguientes:
4, 4, 1, 3, 5, 3, 2, 4, 1, 6, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 2, 3, 3, 2, 2, 1, 8, 3, 5, 3, 4, 7, 2, 3.
- a) Defina la variable bajo estudio, indique tipo y escala.
- b) Construya una distribución de frecuencias absolutas, relativas porcentuales y acumuladas.
- c) Grafique las frecuencias porcentuales y las frecuencias acumuladas por separado.
- d) ¿Qué proporción de hogares está compuesto por tres o menos personas? ¿Qué proporción de hogares son unipersonales?
- e) Encuentre $k \in \mathbb{Z}$, tal que el 50 % de las familias tengan k miembros o menos. Sugerencia: Utilice el gráfico de frecuencias acumuladas.
- f) Encuentre $m \in \mathbb{Z}$, tal que el 25 % de las familias tengan m miembros o menos. Sugerencia: Utilice el gráfico de frecuencias acumuladas.
- 6) El siguiente gráfico de barras muestra la cantidad de alumnos que ingresaron hace dos años a cierta carrera de ingeniería, según cuántas materias han aprobado hasta ese momento.



- a) ¿Cuántos alumnos tiene la muestra
- b) Construya la tabla de frecuencias y de frecuencias acumuladas.
- c) ¿Cuántos alumnos hay con 6 materias aprobadas?
- d) ¿Cuántos alumnos aprobaron 3 materias o más?
- e) ¿Qué porcentaje de alumnos aprobó sólo una materia?
- f) Halle el número promedio de materias aprobadas.
- g) Calcule mediana y cuartiles.

- 7) Los sueldos anuales promedio que se les paga a los gerentes de tres empresas son de \$94.000, \$102.000, \$99.000. Si la cantidad de gerentes en los respectivos cargos ejecutivos de esas empresas son 4, 15 y 11, determine el sueldo promedio que se les paga a estos 30 ejecutivos.
- 8) El siguiente cuadro corresponde a un estudio realizado para analizar qué medicamentos toma la gente para 4 dolencias determinadas

Padecimiento	Medicamento			
	Ibuprofeno	Dipirona	Aspirina	Otro
Neuralgia	107	47	198	24
Resfrío	98	41	401	30
Malestar gástrico	302	60	0	23
Dolor de cabeza	0	242	210	26

- a) Construya la tabla de porcentajes en la dirección que crea conveniente.
- b) ¿Podría decir que la mayoría de las personas que tienen resfrío toma aspirina?
- 9) **Desafío:** Se cuenta con los siguientes datos de saldos de cajas de ahorro. Los clientes, sólo pueden extraer o depositar múltiplos de 100.
 4549 -2768 59208 798 32240 6151 -351 10001 -1995 -20323.
 Por ley, el Banco decide redondear los saldos a la centena más próxima. Si llamamos error al valor del saldo menos el valor redondeado
- a) Calcule el error cometido al redondear los saldos
- b) ¿Qué valores pueden tomar los errores?

Todo este material lo encontrás en:

www.facet.unt.edu.ar/deptomatematica/festival-de-matematica/