MODELO PARA HORMIGONES REFORZADOS CON FIBRAS DE ACERO

por

FACUNDO ANDRÉS ISLA CALDERÓN

Ingeniero Civil

Tesis presentada como requerimiento parcial para acceder al grado académico de "DOCTOR EN INGENIERÍA"

Universidad Nacional de Tucumán

de la

Instituto de Estructuras "Ing. Arturo M. Guzmán"
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología
San Miguel de Tucumán
Febrero 2014



AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer:

A la Dra. Bibiana Luccioni, quien ha acompañado en cada etapa de este trabajo. Le agradezco su paciencia y dedicación.

Al Dr. Domingo Sfer, quien me ha formado en el campo experimental, transmitiéndome continuamente su experiencia y confianza.

A mis colegas de trabajo, Gonzalo Ruano y Rodrigo Isas Pedraza, por su paciencia, constante colaboración y amistad.

A mis colegas de Estabilidad IV, el Ing. Sergio Gutiérrez y el Dr. Abel Jacinto, por acompañarme y alentarme a terminar el postgrado.

A la Ing. Analia Molina Triviño y al Ing. Enrique Galíndez, quienes me transmitieron la idea de realizar el posgrado.

A los compañeros de mi promoción, de promociones anteriores y posteriores: Esteban Torres, Fermín Otero, José Luis Gutiérrez, Rita Rango, Jonatan Fait, Gabriel Araoz, José Saracho, Eduardo Guennam, Daniela Scotta, José Méndez, Martin Rearte, Javier Lucero, Nicolás Labanda, Martin Almenar, Exequiel Santucho, Alejandra Daziano y Javier Danna por su amistad.

A todos los demás miembros del Instituto de Estructuras.

Al CONICET y al CIUNT por proveerme los recursos económicos para realizar el postgrado.

RESUMEN

En los últimos años se han desarrollado estudios experimentales que muestran las mejoras obtenidas en el comportamiento estructural al incorporar fibras al hormigón. Es evidente que las propiedades de los hormigones reforzados con fibras (HRF) dependen directamente del tipo, contenido, orientación y distribución de las fibras. Las fibras actúan interceptando las fisuras y retardando su propagación, si hay suficiente cantidad y están uniformemente distribuidas, evitan que las microfisuras se unan, aumentando la resistencia aparente de la matriz. Si bien se conocen muchas de las ventajas del agregado fibras al hormigón, no se dispone aún de herramientas de análisis que valoren adecuadamente el aporte de las mismas bajo distintas condiciones de carga. Mientras el comportamiento del hormigón bajo cargas multiaxiales ha sido relativamente bien estudiado, documentado y modelado por numerosos investigadores los modelos para predecir el comportamiento, las tensiones y deformaciones de falla del HRF bajo cargas multiaxiales teniendo en cuenta los mecanismos que se desarrollan en cada una de las componentes están aún en etapa de desarrollo.

En esta tesis se desarrolla un modelo para compuestos que permite predecir el comportamiento mecánico del hormigón reforzado con fibras de acero. El modelo de compuesto está basado en la teoría de mezclas generalizada. Para el hormigón se utiliza un modelo de plasticidad previamente desarrollado por el grupo de investigación. Para las fibras se propone un modelo elastoplástico con deslizamiento ortótropo, que contempla conjuntamente la fibra y la interfaz fibra-matriz. Este modelo tiene en cuenta la geometría de las fibras que pueden tener diversas configuraciones geométricas sobre el eje axial, pero la misma sección transversal a lo largo del mismo. El modelo de compuesto tiene en cuenta la proporción, distribución y orientación de las fibras. Para su calibración se desarrolla una serie de ensayos experimentales de extracción a partir de distintos tipos de matriz, de fibras de diferentes características con distintas orientaciones.

El modelo completo es implementado en un programa de elementos finitos para reproducir el comportamiento mecánico de elementos de HRF. Se calibra el modelo mediante resultados de ensayos de laboratorio a nivel material de HRF realizados como parte de la tesis y se simulan numéricamente elementos estructurales ensayados por otros investigadores.

ABSTRAC

In recent years, experimental studies which show the improvements obtained in the structural behavior by incorporating fibers into the concrete have been conducted. It is clear that the properties of fiber reinforced concrete (FRC) depend directly on the type, content, distribution and orientation of fibers. The fibers act intercepting cracks and retarding crack propagation. If enough and are uniformly distributed are added to concrete, they prevent microcracks bind increasing the apparent resistance of the matrix. Although many of the advantages of adding fibers to concrete are well known, there is still no analysis tools that adequately evaluate the contribution of fibers under different load conditions. While the behavior of concrete under multiaxial loads has been relatively well studied, documented and modeled by many researchers developed models to predict the behavior, the stresses and strains of FRC failure under multiaxial loads taking into account the different mechanisms that take place in each of the components are still in development.

A model for compounds to predict the mechanical behavior of steel fibers reinforced concrete is developed in this thesis. The composite model is based on the theory of generalized mixtures. A plasticity model previously developed by the workgroup is used for concrete. An orthotropic elastoplastic model considering fibers sliding that is proposed to model fibers including fiber-matrix interface. This model takes into account fibers geometry that must have constant transverse section but can adopt different configurations of the longitudinal axis. The composite model takes into account the fibers volume ratio, distribution and orientation. A series of experimental pull-out tests from various types of matrix fibers, of different types of fibers with different orientations are developed for calibration purposes as part of this thesis.

The complete model is implemented in a finite element program to reproduce the mechanical behavior of FRC elements. The model is calibrated using results from laboratory tests performed on FRC proves as part of the thesis and FRC structural elements tested by other researchers are simulated numerically.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	i
RESUMEN	ii
ABSTRAC	iii
ÍNDICE	iv
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABLAS	xvi
CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1. Descripción del problema	1
1.2. Importancia del tema	1
1.3. Objetivos de la tesis	4
1.4. Contenido de la tesis	4
CAPÍTULO 2: COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HRF	6
2.1. Introducción	6
2.2. Comportamiento mecánico del hormigón	6
2.2.1. Comportamiento en compresión uniaxial	7
2.2.2. Comportamiento en tracción uniaxial	8
2.2.3. Comportamiento biaxial del hormigón	9
2.2.4. Comportamiento triaxial del hormigón	10
2.3. Comportamiento mecánico de las fibras	10
2.3.1. Fibras de acero	11
2.3.2. Ensayo de arrancamiento de fibras o <i>pullout</i>	12
2.3.3. Comportamiento de fibras lisas alineadas	13
2.3.4. Comportamiento de fibras con ganchos alineadas	16
2.3.5. Trabajo de arrancamiento	19
2.3.6. Efecto de la orientación de la fibra	20

0.07.7	20
2.3.7. Rotura o falla de la fibra	
2.3.8. Rotura de matriz	-
2.3.9. Efecto de las tensiones laterales en la respue	
2.3.10. Influencia de la resistencia de la fibra y de la	
2.3.11. Efecto de la velocidad de arrancamiento	
2.4. Comportamiento del hormigón reforzado con fibr	
2.4.1. Comportamiento en compresión uniaxial	27
2.4.2. Comportamiento en tracción	
2.4.3. Comportamiento en flexión	29
2.4.4. Esbeltez de la fibra	29
2.4.5. Porcentaje de fibras	30
2.4.6. Orientación de fibras	30
2.4.7. Fibras eficaces	31
2.5. Comentarios Finales	32
CAPÍTULO 3: ESTADO DEL ARTE SOBRE MODELO	OS PARA HRF34
3.1. Introducción	34
3.2. Macro-modelos para HRF	35
3.3. Meso-modelos para HRF	36
3.4. Modelos multi-escala para HRF	38
3.4.1. Modelos simples de homogenización	39
3.5. Modelos de arrancamiento de fibras	40
3.5.1. Modelo de Naaman et al. (1991) para fibras	lisas alineadas41
3.5.2. Otros modelos para fibras lisas	44
3.5.3. Modelo de Chanvillard (1999) para fibras ejo	e curvo45
3.5.4. Otros modelos para fibras de eje curvo	49
3.6. Distribución de posición y orientación de fibra	50
3.6.1. Métodos Probabilísticos	51
3.6.2. Enfoque según flujo del compuesto en estado	o fresco55
3.7. Comentarios Finales	56
CAPÍTULO 4: PROGRAMA EXPERIMENTAL	57
4.1. Introducción	57
4.1.1. Tipos de Fibras Estudiados	58
4.1.2. Designación de especímenes	59
4.2. Ensayos de arrancamiento de fibra - Primera serie	÷59

4.2.1. Descripción de la serie experimental	59
4.2.2. Características del espécimen de arrancamiento	59
4.2.3. Matriz	60
4.2.4. Fibras	61
4.2.5. Ensayos de arrancamiento realizados en el LEMIT	63
4.2.6. Ensayos de arrancamiento realizados en el Instituto de Estructuras	65
4.2.7. Análisis de resultados	70
4.2.8. Observaciones sobre resultados de la primera serie aplicables al diseño serie	_
4.3. Ensayos de arrancamiento de fibra - Segunda serie	80
4.3.1. Descripción de la serie experimental	80
4.3.2. Características de los especímenes	80
4.3.3. Materiales	81
4.3.4. Equipo de ensayo	82
4.3.5. Método de ensayo	85
4.3.6. Resultados de Arrancamiento de Fibras	85
4.3.7. Análisis de los resultados	92
4.3.8. Rotura de Matriz en Arrancamiento de Fibras Inclinadas	107
4.4. Ensayos Complementarios - Campaña Experimental Mayor	108
4.4.1. Ensayos de Compresión	109
4.4.2. Ensayos de Módulo de Elasticidad	112
4.4.3. Ensayos de Flexión de Vigas con Entalla	116
4.5. Ensayo de tracción directa	119
4.5.1. Características del Espécimen	119
4.5.2. Materiales	119
4.5.3. Equipo de Ensayo y Metodología	120
4.5.4. Preparación del espécimen	121
4.5.5. Resultados	122
4.5.6. Observaciones	124
ANEXO CAPÍTULO 4: PROGRAMA EXPERIMENTAL	125
A4.1. Introducción	125
A4.2. Dispositivo para ensayo de arrancamiento	125
A4.2.1. Mordazas para fijación	125
A4.2.2. Dispositivo para especímenes cilíndricos y prismáticos en ensayos de a	arrancamiento
	126

A4.2.3. Instrumentos de medición en dispositivo de ensayos de arrancamiento	127
A4.3. Celda de carga	128
A4.4. Dispositivo modular para medición flecha	129
A4.5. Dispositivo para ensayo de tracción	129
A4.5.1. Montaje de espécimen	129
A4.5.2. Preparación de espécimen	130
A4.6. Software de adquisición de datos	130
A4.7. Software de monitoreo y procesamiento de datos	131
A6.1. Procesamiento de datos - Atenuación de Curvas	132
CAPÍTULO 5: MODELO PROPUESTO	134
5.1. Introducción	134
5.2. Modelo de compuesto	135
5.3. Modelo utilizado para el hormigón	136
5.4. Modelo para las fibras de acero	139
5.4.1. Modelo elastoplástico para las fibras	140
5.4.2. Consideración de la ortotropía	141
5.5. Modelo de arrancamiento de fibras	143
5.5.1. Modelo de despegue	144
5.5.2. Modelo de deslizamiento y plasticidad	145
5.5.3. Caso de fibras inclinadas	159
5.5.4. Modelo de Rotura de Matriz	168
5.5.5. Modelo con Rotura de Fibra	170
5.6. Consideración para fibras eficaces y, distribución en orientación y posición de fibras	174
5.6.1. Estimación de fibras eficaces	175
5.6.2. Distribución en orientación	176
5.6.3. Distribución en posición	177
5.7. Implementación Numérica	178
5.7.1. Modelo de arrancamiento de fibras	178
5.7.2. Modelo para HRF	184
5.7.3. Curva de endurecimiento-ablandamiento $K(\kappa^{pd})$	185
ANEXO CAPÍTULO 5: MODELO PROPUESTO	188
A5.1. Introducción	188
A5.2. Geometría del eje de la fibra	188
A5.2.1. Funciones para definir la geometría del eje de la fibra	188

ÍNDICE

A5.2.2. Función para definir curvatura del eje de la fibra	189
A5.2.3. Suavización de función curvatura	191
A5.2.4. Función cambio de curvatura del eje de la fibra	192
A5.3. Orientación de la fibra en el espacio mediante ángulos de Euler	193
CAPÍTULO 6: APLICACIONES	195
6.1. Introducción	195
6.2. Arrancamiento de Fibras	195
6.2.1. Simulaciones numéricas de ensayos realizados por otros autores	195
6.2.2. Ensayos de arrancamiento realizados en esta tesis	198
6.3. Hormigón reforzado con fibras	213
6.3.1. Calibración de parámetros materiales de la matriz	214
6.3.2. Simulación numérica del comportamiento mecánico del HRF	219
ANEXO CAPÍTULO 6: APLICACIONES	230
A6.1. Introducción	230
A6.2. Implementaciones en programa de elementos finitos	230
A6.3. Relevamiento de geometría del eje de la fibra	231
A6.4. Geometría del eje de las fibras relevadas	232
CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	239
7.1. Introducción	239
7.1.1. Campañas experimentales de arrancamiento de fibras	239
7.1.2. Modelo de HRF	241
7.1.3. Simulaciones de HRF	242
7.1.4. Recomendaciones	244
REEEDENCIAS	245

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Deformación de una probeta sometida a compresión simple Oller (2001)	7
Figura 2.2: Esquema de una curva tensión deformación de un hormigón sometido a ensayo	os de
tracción uniaxial (Oller (2001)).	8
Figura 2.3: Diagrama de Kupfer (Oller (2001))	9
Figura 2.4: Comportamiento triaxial $\sigma_3 \le \sigma_2 = \sigma_1$ para distintos incrementos de σ_1 (Oller (2001))). 10
Figura 2.5: Tipos de Fibra de acero. Forma longitudinal	12
Figura 2.6: Tipos de Fibra de acero. Sección transversal	
Figura 2.7: Tipos de especímenes de arrancamiento de una fibras. (a) <i>Dogbone</i> . (b) <i>Dogbon</i>	
una mitad. (c) Prismático. (d) Cilíndrico.	13
Figura 2.8: Curva de arrancamiento de fibras lisas alineadas con sección circular. Matrices	s con
diferentes resistencias, Naaman et al. (1989)	
Figura 2.9: Curvas típica de arrancamiento de fibras con y sin ganchos. Tuyan y Yazici (2012).	
Figura 2.10: Curva de arrancamiento de fibras con ganchos en los extremos desde matriz de	e alta
resistencia. Ilustración de los posibles modos de falla frágil (Banthia y Trottier (19	
	20
Figura 2.11: Curva de Arrancamiento para un ángulo de orientación: (a) fibra lisa y (b) fibra	
ganchos, a 0°; (c) fibra lisa y (d) fibra con ganchos, a 30°; y (e) fibra lisa y (f) fibra	a con
ganchos, a 60°. Cunha et al. (2007) y Cunha (2010)	22
Figura 2.12: Curva de Arrancamiento. Influencia de la inclinación de la fibra	23
Figura 2.13: Ejemplos de propagación de fisuras con tensiones laterales paralelas a las fisura	s. (a)
Probeta cilíndrica en ensayo de tracción por compresión diametral. (b) Viga. (c)	Placa
apoyada en cuatro puntos. (Leung y Geng (1995))	
Figura 2.14: Curva de arrancamiento de fibras con ganchos en los extremos. Influencia de la ca	ılidad
del acero de las fibras y la resistencia de la matriz (Bentur et al. (1996))	25
Figura 2.15: Curva de arrancamiento de fibras con ganchos. Markovich et al. (2001)	26
Figura 3.1: Fibra lisa, rotura de interfaz. Naaman et al. (1991)	41
Figura 3.2: Relación Tensión de Corte vs deslizamiento. Naaman et al. (1991)	41
Figura 3.3: Efecto <i>misfit</i> matriz-fibra. Naaman et al. (1991)	43
Figura 3.4: Elemento de fibra. Chanvillard (1999).	46
Figura 3.5: Elemento de fibra de longitud ds sometido a un desplazamiento. Chanvillard (1999))47
Figura 3.6: Definición de la superficie de integración en el elemento de fibra superficies	
Figura 3.7: Fibra lisa atravesando una fisura en la matriz. Li et al. (1991).	51

Figura 3.8: Superficie semiesférica que define las posibles posiciones del extremo de una	
orientación aleatoria 3D y longitud embebida L	52
Figura 3.9: Sección transversal de una viga, dividida según tres zonas de orientación. Vandewalle (2005)	
· · · · ·	
Figura 3.10: Superficie que define las posibles posiciones de los extremo de una orientación aleatoria 3D	
Figura 4.1: Espécimen de arrancamiento (Primera serie). Dimensiones.	
Figura 4.2: Molde espécimen de arrancamiento - Disposición de fibra	
Figura 4.3: Mordazas auxiliares para sujetar fibras en ensayo de tracción	
Figura 4.4: Resultados de ensayo fibras a tracción.	
Figura 4.5: Prensa y montaje de espécimen.	
Figura 4.6: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1	
Figura 4.7: Curvas de Arrancamiento. Espécimen con Fibra 5 y Fibra 6	
Figura 4.8: Montaje de ensayo. Espécimen Antes del ensayo.	
Figura 4.9: Montaje de ensayo. Espécimen después del ensayo	
Figura 4.10: Lote de especímenes de arrancamiento ensayados	66
Figura 4.11: Estado del gancho de las fibras después del arrancamiento	66
Figura 4.12: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1*	67
Figura 4.13: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1	67
Figura 4.14: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 2.	68
Figura 4.15: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 3	68
Figura 4.16: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 5	69
Figura 4.17: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 6.	69
Figura 4.18: Relación entre la forma de la Curva de Arrancamiento y la forma de la fibra	70
Figura 4.19: Curvas de Arrancamiento. Extracción de fibra de ambos extremos	
Figura 4.20: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1*	
Figura 4.21: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1 (LEMIT)	
Figura 4.22: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1 (IE)	
Figura 4.23: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 2	
Figura 4.24: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 3	
Figura 4.25: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 3	
Figura 4.26: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 5	
Figura 4.27: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 6	
Figura 4.28: Curva Promedio de Arrancamiento. Comparación de Especímenes con	
ensayados en LEMIT y en IE	
Figura 4.29: Curva Promedio de Arrancamiento. Comparación entre todas las fibras usadas	
Figura 4.30: Curva Promedio de Arrancamiento. Efecto del gancho	
Figura 4.31: Curva Promedio de Arrancamiento. Efecto de la esbeltez	
Figura 4.32: Curva Promedio de Arrancamiento. Efecto del material de la fibra	
Figura 4.33: Especímenes prismáticos. Estudio del efecto del confinamiento en la matriz σ	
Figura 4.34: Especímenes cilíndricos. (a) Estudio de la orientación φ . (b) Estudio del gand	
Figura 4.35: Sistema de fijación de especímenes prismáticos. (a) Para $\sigma = 0$ y (b) para $\sigma \neq 0$	
Figura 4.36: Sistema de fijación de especímenes cilíndricos	
Figura 4.37: Montaje de espécimen prismático. (a) Antes de ensayo. (b) Durante ensayo	
Figura 4.38: Disposición de espécimen cilíndrico e instrumental, durante ensayo	ð4

Figura 4.39: Curvas de Arrancamiento. Prueba piloto 1: $\sigma = 15$ MPa. Prueba piloto 2: $\sigma = 4,5$ MPa.	
Figura 4.40: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\sigma=0$	
Figura 4.41: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\sigma = 4$ MPa8	
Figura 4.42: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\sigma = 8$ MPa8	
Figura 4.43: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1*	
Figura 4.44: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi=0^{\circ}$ 8	
Figura 4.45: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 30^{\circ}$	
Figura 4.46: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 60^{\circ}$ 9	
Figura 4.47: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 4*9	0
Figura 4.48: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 4 y $\varphi=0^{\circ}$ 9	1
Figura 4.49: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 5*9	1
Figura 4.50: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 5 y $\varphi=0^{\circ}$ 9	2
Figura 4.51: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\sigma=0$	Э.
Resultados sin rotura de fibra9	3
Figura 4.52: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\sigma=0$	
Resultados con rotura parcial de fibra9	3
Figura 4.53: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\sigma=4$ MP	
Resultados con rotura parcial de fibra9	
Figura 4.54: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\sigma=8$ MP	
Resultados sin rotura de fibra9	
Figura 4.55: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\sigma = 8$ MP	
Resultados con rotura parcial de fibra9	
Figura 4.56: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\sigma=8$ MP	
Resultados con rotura total de fibra9	
Figura 4.57: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1^* y $\theta = 0$	
Figura 4.58: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 0$	
Resultados sin rotura de fibra	
Figura 4.59: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 0$	
Resultados con rotura parcial de fibra	
Figura 4.60: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 30$	
9	7
Figura 4.61: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi=60$	
Figura 4.62: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 4* y $\varphi=0$	٥.
Figura 4.63: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 4 y $\varphi = 0$	
Resultados sin rotura de fibra	
Figura 4.64: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 4 y $\varphi = 0$	
Resultados con rotura total de fibra	
Figura 4.65: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 5^* y $\varphi = 0$	
10 more curve remove at remove at remove 2 speciments at norm gen ten remove γ φ	
Figura 4.66: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 5 y $\varphi=0$	

Figura 4.67: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\sigma = 8$ MPa.
Comparación de resultados sin rotura de fibra, con rotura parcial y con rotura total101
Figura 4.68: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi=0^\circ$.
Comparación de resultados sin rotura de fibra y con rotura parcial de fibra102
Figura 4.69: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto del gancho en Fibra 1
Figura 4.70: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto del gancho en Fibra 4103
Figura 4.71: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto del gancho en Fibra 5
Figura 4.72: Irregularidades en el gancho enderezado
Figura 4.73: Estado del gancho post-arrancamiento en especímenes 27 y 28104
Figura 4.74: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto del confinamiento en la matriz
Figura 4.75: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto de la orientación $\varphi = 0^{\circ}$, 30° y 60° 105
Figura 4.76: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto del tipo de matriz106
Figura 4.77: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto de la resistencia de la matriz (mortero).107
Figura 4.78: Especímenes después del ensayo. Rotura de matriz
Figura 4.79: Especímenes 33 y 36 después del ensayo. Rotura de matriz
Figura 4.80: Ensayo de Compresión. Hormigón sin fibras (H30), primera serie
Figura 4.81: Ensayo de Compresión. Hormigón reforzados con 40kg/m³ de fibras (H30 f40),
primera serie111
Figura 4.82: Ensayo de Módulo de Elasticidad. Probeta 01, hormigón sin fibras (H30), primera
serie
Figura 4.83: Ensayo de Módulo de Elasticidad. Probeta 04, hormigón reforzados con 40kg/m³ de
fibras (H30 f40), primera serie
Figura 4.84: Ensayo de Módulo de Elasticidad. Probeta 06, hormigón sin fibras (H80), segunda serie
Figura 4.85: Ensayo de Módulo de Elasticidad. Probeta 14, hormigón reforzados con 30kg/m³ de
fibras (H80 f30), segunda campaña
Figura 4.86: Espécimen de ensayo de flexión. Dimensiones
Figura 4.87: Montaje de ensayo de flexión117
Figura 4.88: Ensayo de flexión realizado. H30 y H30 f40
Figura 4.89: Ensayo de flexión realizado. H80 y H80 f30
Figura 4.90: Espécimen de tracción directa. Dimensiones
Figura 4.91: Ensayo de tracción directa. (a) Montaje de Espécimen 1. (b) Montaje de Espécimen 2.
121
Figura 4.92: Especímenes después del ensayo, sección de rotura. (a) Espécimen 1. (b) Espécimen 2.
Figura 4.93: Ensayo de Tracción Directa de Espécimen 1 y 2. Carga vs. Desplazamiento de
Actuador123
Figura 4.94: Ensayo de Tracción Directa de Espécimen 1 y 2. Tensión en secciones sin entalla vs.
Desplazamiento de Actuador
Figura 4.95: Ensayo de Tracción Directa de Espécimen 1. Tensión en sección entallada vs. Apertura
de fisura
Figura 5.1: Criterio de Lubliner-Oller. (a) Representación en planos octaédricos. (b) Representación
en espacio de tensiones principales relativo a fc' , en el plano $\sigma 2 = 0$
Figura 5.2: Criterio de Von Mises. (a) Representación en plano octaédrico. (b) Representación en
espacio de tensiones principales, en el plano $\sigma 2 = 0$

Figura 5.3: Orientación del flujo en la dirección más débil. Representación del Criterio d	e Von
Mises en el espacio de tensiones principales, en el plano $\sigma 2 = 0$	143
Figura 5.4: Curva carga-desplazamiento en el proceso de despegue	145
Figura 5.5: Fibra con eje curvo. (a) Fibra inmersa en la matriz y (b) Referencial del siste	ma de
coordenadas en la fibra	146
Figura 5.6: Elemento diferencial de fibra sometido a un incremento de desplazamiento δ	147
Figura 5.7: Fibra con eje curvo	149
Figura 5.8: Desplazamiento y fuerzas externas en la dirección del desplazamiento. (a) En t	oda la
fibra y (b) resultante de tfm y desplazamiento en un elemento diferencial de fi	bra de
longitud ds	150
Figura 5.9: Fuerzas que actúan en el elemento diferencial de fibra	153
Figura 5.10: Relación entre $\tau 1$ y σ .	156
Figura 5.11: Efecto del gancho parcialmente enderezado. Fuerza residual de arrancamiento	157
Figura 5.12: Curva de arrancamiento de fibras. Determinación de <i>Presid</i>	158
Figura 5.13: Geometría de fibra inclinada. (a) Sin apertura de fisura, (b) Con apertura de fisu	ıra. (c)
Punto de salida de la fibra desde la matriz	159
Figura 5.14: Tramo curvo generado por cambio de dirección en fibra inclinada. (a) Fuerz	as que
actúan. (b) Distribución de la fuerza radial $R\varphi$. (c) Sección de la fibra y distribuc	ión de
r arphi	160
Figura 5.15: Geometría de fibra inclinada.	162
Figura 5.16: Posibles casos de arrancamiento, según la rotura de la matriz	165
Figura 5.17: Comparación de funciones para relación de inclinación en caso a	166
Figura 5.18: Comparación de funciones para relación de inclinación en caso b y c	166
Figura 5.19: Superficie de rotura adoptada. (a) Vista frontal. (b) Corte AA. (c) Fuerzas que	actúan
en la porción de matriz a romperse	168
Figura 5.20: Relación constitutiva de la fibra	171
Figura 5.21: Distribución de tensiones y deformaciones para el planteo de los diagran	nas de
interacción momento-normal y estimación del trabajo plástico.	
Figura 5.22: Sección genérica de elemento estructural. Proporción de fibras eficaces	176
Figura 6.1: Curva de Arrancamiento de Fibras lisas. Comparación de resultados numérica	os con
resultados experimentales de Naaman et al. (1989).	197
Figura 6.2: Curva de Arrancamiento de Fibras con eje semicircular. Comparación de resu	
numéricos con resultados experimentales de Chanvillard (1999)	198
Figura 6.3: Curva de Arrancamiento de Fibras Lisas. Fibra 1 sin gancho, matriz M30	200
Figura 6.4: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1 sin gancho, Matriz H80	200
Figura 6.5: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 4 sin gancho, matriz H80	
Figura 6.6: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 5 sin gancho, matriz H80	201
Figura 6.7: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz M30	202
Figura 6.8: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 2, matriz M30	
Figura 6.9: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 3, matriz M30	203
Figura 6.10: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 3, matriz M30	
Figura 6.11: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 5, matriz M30	
Figura 6.12: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 6, matriz M30	
Figura 6.13: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz M80	
Figura 6.14: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz M80	206

Figura 6.15: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz M80, confinamiento de 4MPa	206
Figura 6.16: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz M80, confinamiento 8MPa	207
Figura 6.17: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H80	207
Figura 6.18: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H80	208
Figura 6.19: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 5, matriz H80	208
Figura 6.20: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H80, inclinación 30º	209
Figura 6.21: Curva de longitud de rotura de matriz vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz	H80,
inclinación 30°	210
Figura 6.22: Curva de esfuerzo de corte vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz H80, inclinación 30)°210
Figura 6.23: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H80, inclinación 60º	210
Figura 6.24: Curva de longitud de rotura de matriz vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz	H80,
inclinación 60°	211
Figura 6.25: Curva de esfuerzo de corte vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz H80, inclinación 60)°211
Figura 6.26: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H50.	
Figura 6.27: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H50 y L=12,5mm	
Figura 6.28: Curva de longitud de rotura de matriz vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz H	150 y
L=12,5mm.	
Figura 6.29: Curva de esfuerzo de corte vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz H50 y L=12,5mm.	
Figura 6.30: Malla de elementos finitos correspondiente a probeta cilíndrica de 10x2	
(a) Geometría real de la probeta y semiplano radial modelado. (b) Malla asigna	
semiplano radial	
Figura 6.31: Curva carga-desplazamiento de hormigón H30 en ensayo de compresión	
Figura 6.32: Curva carga-desplazamiento de hormigón H50 en ensayo de compresión	
Figura 6.33: Curva carga-desplazamiento de hormigón H30, H50 y H80 en ensayo de compre	
Figura 6.34: (a) Esquema de carga y (b) sección central	
Figura 6.35: Malla de elementos finitos correspondiente a la viga entallada.	
Figura 6.36: Curva carga-desplazamiento de hormigón H30 en ensayo de flexión.	
Figura 6.37: Curva carga-desplazamiento de hormigón H50 en ensayo de flexión.	
Figura 6.38: Curva carga-desplazamiento de hormigón H80 en ensayo de flexión.	
Figura 6.39: Curva carga-Apertura de fisura. Hormigón H80 con 30Kg/m³ de fibra. Efecto of longitud embebida	
Figura 6.40: Curva carga-Apertura de fisura. Hormigón H80 con 30Kg/m³ de fibra. Efecto	
longitud embebidalongitud embebida.	
Figura 6.41: Curva carga-Apertura de fisura. Hormigón H50 con 40Kg/m³ de fibra. Efecto	
longitud embebidalongitud embebida.	
Figura 6.42: Curva carga-Apertura de fisura. Hormigón H30 con 40Kg/m³ de fibra. Efecto	
longitud embebidalormigon 1150 con 40kg/m de 116ta. Electo v	
Figura 6.43: Placa circular - Condiciones de apoyo: (a) vista superior y (b) corte AA	
Figura 6.44: Malla de placa circular: (a) vista superior, (b) vista lateral y (c) elemento finit	
coordenadas locales	
Figura 6.45: Orientación de fibras O1. Fibra en 2 direcciones	
Figura 6.46: Orientación de fibras O2. Fibra en 3 direcciones	
Figura 6.47: Orientación de fibras O3. Fibra en 9 direcciones	
Figura 6.48: Orientación de fibras O4. Zonas de orientación con fibras en 2 direcciones locales.	

LISTA DE FIGURAS

Figura 6.49: Curva Carga-Flecha de placa de HRF. Comparación de casos de orientació
considerados. 22
Figura 6.50: Curva Carga-Flecha de placa de HRF. Comparación de casos con diferente longitudo
embebida
Figura 6.51: Curva Carga-Flecha de placa de HRF. Comparación de del comportamiento del HRI
según el modelo de arrancamiento de fibras inclinadas o alineadas22
Figura 6.52: Evolución de las deformaciones plásticas principales i del compuesto, en la car
inferior de la placa. Placa según orientación O422

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1: Tipos de fibras y propiedades mecánicas.	11
Tabla 2.2: Parámetros de configuración de ensayo usado por diversos investigadores	13
Tabla 2.3: Resultados de carga pico obtenidos por de diversos investigadores con fibras lisas	15
Tabla 2.4: Resultados de carga pico obtenidos por de diversos investigadores con fibras con gan	cho.
	17
Tabla 2.5: Trabajo de arrancamiento para fibras lisas alineadas y fibras con gancho alineadas	19
Tabla 2.6: Densidad de fibras totales y fibras eficaces en el plano de fractura	31
Tabla 2.7: Densidad de fibras totales y fibras eficaces en el plano de fractura en vigas entalladas	32
Tabla 4.1: Designación de los tipos de fibras y especificaciones de fábrica.	58
Tabla 4.2: Código de designación de especímenes de arrancamiento de fibras	59
Tabla 4.3: Dosificación del hormigón en [kg/m³] y del mortero usado en [kg/dm³]	60
Tabla 4.4: Dosificación de hormigón en [kg/m³]	81
Tabla 4.5: Lecturas de longitud de rotura de matriz <i>Lrm</i>	. 108
Tabla 4.6: Resultados de Ensayo de compresión	.110
Tabla 4.7: Resultados de Ensayo de Modulo Elasticidad	.113
Tabla 4.8: Conteo de fibras en vigas de H80 f30	.118
Tabla 4.9: Conteo de fibras en vigas de H80 f60	.119
Tabla 4.10: Dosificación de hormigón en [kg/m³]	.120
Tabla 4.11: Propiedades mecánicas del hormigón H85	.120
Tabla 4.12: Propiedades Mecánicas de los Adhesivos	.120
Tabla 5.1: Algoritmo para Modelo de Despegue de Fibras	.181
Tabla 5.2: Algoritmo para Modelo de Deslizamiento de Fibras	.182
Tabla 5.3: Algoritmo para Modelo de Plastificación de Fibras	.183
Tabla 5.4: Algoritmo de Integración de Ecuaciones Constitutivas – Retorno Mapeado	. 184
Tabla 5.5: Algoritmo para generación de curvas de endurecimiento-ablandamiento	. 187
Tabla 6.1: Parámetros para modelo de arrancamiento	. 196
Tabla 6.2: Parámetros materiales de la interfaz fibra-matriz	. 198
Tabla 6.3: Parámetros de la matriz	. 199
Tabla 6.4: Parámetros de la fibra.	.199
Tabla 6.5 Parámetros materiales para modelar el hormigón	.214
Tabla 6.6: Proporciones de fibras en la sección de rotura	.220

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

1.1. Descripción del problema

Los últimos avances tecnológicos en el hormigón estructural permiten alcanzar hormigones con altas resistencias, pero el material se torna muy frágil. La incorporación de fibras en este tipo de hormigón, permite que el mismo se comporte como un material dúctil.

Las fibras actúan interceptando las fisuras, retardando su propagación. Si hay suficiente cantidad y están uniformemente distribuidas, evitan que las microfisuras se unan aumentando la resistencia aparente de la matriz. La presencia de fibras favorece el desarrollo de múltiples fisuras de menor tamaño. La principal diferencia en el comportamiento mecánico del hormigón reforzado con fibras (HRF) respecto al del hormigón sin refuerzo se obtiene en tracción. Las fibras controlan la fisuración aumentando la ductilidad de los elementos estructurales. Las mejoras están fundamentalmente relacionadas con el proceso de transferencia de carga de la matriz a las fibras a través de las fisuras. El arrancamiento de fibras es el principal mecanismo que contribuye a la alta tenacidad del material por su habilidad para redistribuir las tensiones.

En el arrancamiento de fibra se generan fuerzas que resisten el deslizamiento de la misma. Estas fuerzas tienen origen en la adherencia y fricción de la interfaz fibra-matriz, como también en el efecto de anclaje debido a la geometría de la fibra. Según la geometría de la fibra, se puede generar la trasferencia de carga a la matriz, con o sin deslizamiento, siendo lo deseable que se produzca deslizamiento de fibra, ya que esto aumenta la tenacidad o ductilidad del compuesto.

1.2. Importancia del tema

Las fibras se usaron para reforzar materiales frágiles antes de que se conociera el cemento en las civilizaciones egipcias y babilónicas. Es bien conocido que las fibras cosen las fisuras que se desarrollan en el hormigón y aumentan la ductilidad de los elementos de hormigón. Las fibras permiten incrementan la deformación correspondiente a la carga pico y aumentan la capacidad de absorción de energía de elementos y estructuras de hormigón armado. También aumentan considerablemente la resistencia a flexión del hormigón y su resistencia a impacto, resistencia a tracción, ductilidad y tenacidad en flexión, tensión de fatiga, habilidad para resistir fisuración y descascaramiento.

Todos los resultados encontrados confirman la habilidad del HRF como un material de avanzada para la construcción de estructuras frente a diferentes tipos de acciones. Sus múltiples modos de falla, con la falla de la matriz y los agregados, la falla de la adherencia entre fibra y matriz y la falla de las fibras son característicos. El arrancamiento de las fibras se vuelve altamente relevante y conduce a un aumento en la ductilidad con una capacidad de absorción de energía extremadamente alta. Además, la mayor capacidad de energía cuantificada a través de la mayor energía de fractura, conduce a daños menores en comparación con el mismo hormigón sin fibras lo mismo que ocurre en el caso de hormigones comunes y de alta resistencia (Kang y Kim (2011)).

Debido a sus propiedades atractivas el uso del HRF se ha incrementado constantemente durante las últimas décadas. Se aplica actualmente, no solo a los edificios industriales y civiles comunes sino también en muchos otros campos como pavimentos de aeropuertos y autopistas, estructuras sismorresistentes y estructuras resistentes a impacto, túneles, puentes, estructuras hidráulicas, no sólo en construcciones nuevas sino también en refuerzo y reparación de estructuras existentes. Se utilizaron ampliamente distintos tipos de fibras de acero, textiles, orgánicas, de vidrio y otras para mejorar las prestaciones del hormigón durante alrededor de 90 años.

En particular el hormigón de alta resistencia reforzado con fibras de acero se ha convertido en un material muy popular en la ingeniería estructural durante las últimas décadas. La alta prestación (resistencia, ductilidad y durabilidad) atrae a los ingenieros que pueden construir estructuras más esbeltas y durables y a los diseñadores y arquitectos porque permiten aumentar la estética de las construcciones (Shah y Ribakov (2011).)

Una de las tendencias en la construcción de estructuras con este material es proveerlas de un comportamiento dúctil que resulta necesario para una respuesta adecuada frente a cargas dinámicas. Una meta adicional es limitar el desarrollo y la propagación de microfisuras. Se han desarrollado estudios experimentales para seleccionar el contenido de fibras efectivo y los tipos de fibras más eficientes o combinaciones de armaduras con fibras más eficientes. La adecuada selección de otros materiales como humo de sílice, cenizas volcánicas y superplastificantes tiene también alta importancia por su influencia en las propiedades en estado fresco y endurecido del hormigón. También se usan combinaciones de hormigones normales con hormigones de alta resistencia reforzados con fibras en la forma de secciones compuestas que permiten disminuir costos y pueden ser usados en estructuras nuevas o para reparación/refuerzo de estructuras existentes.

Como resultado de las aplicaciones crecientes se han desarrollado muchos estudios experimentales para investigar sus propiedades y desarrollar nuevas reglas para su adecuado diseño. Para el diseño se necesita conocer en detalle el comportamiento en tracción del hormigón con fibras. Este comportamiento está afectado por varios parámetros como el tipo, la geometría y contenido de fibras, la resistencia de adherencia de entre la fibra y la matriz, la resistencia de la matriz, resistencia de la fibra, la retracción del hormigón, la orientación y distribución de las fibras, etc.

Se han desarrollado numerosos estudios para investigar la influencia de la adición de fibras en la mezcla de hormigón en propiedades tales como la resistencia, tenacidad, ductilidad, resistencia post fisuración, durabilidad, etc. También se investigaron experimentalmente los efectos de diferentes tipos de fibras y la composición del hormigón en varios tipos de hormigón. También se estudio la evaluación de la orientación de las fibras y su efecto en la resistencia flexional.

A pesar de la gran cantidad de resultados experimentales, el empleo del hormigón reforzado con fibras (HRF) a nivel estructural es aún algo limitado, debido a que prácticamente no existen modelos que permitan diseñar este material acorde a la aplicación que se busque, ni verificar los

elementos diseñados. Es decir, se conocen las ventajas de las fibras, pero no se dispone de herramientas de análisis que valoren adecuadamente el aporte de las mismas. Mientras, que el comportamiento del hormigón bajo cargas multiaxiales ha sido relativamente bien estudiado, documentado y modelado por numerosos investigadores. Los modelos desarrollados para predecir el comportamiento, las tensiones y deformaciones de falla de HRF bajo cargas multiaxiales están aún en desarrollo.

A diferencia del comportamiento del hormigón bajo cargas multiaxiales que ha sido bien estudiado, documentado y modelado por varios investigadores (Swaddiwudhipong y Seow (2006)), los modelos para HRF están aún en etapa de desarrollo y se encuentran marcadas diferencias entre los modelos constitutivos propuestos para HRF en los códigos (Blanco et al. (2013)). Los modelos constitutivos para el HRF pueden clasificarse de acuerdo a la escala en que están definidos en macro-modelos y meso-modelos.

En los macro-modelos el material compuesto se representa como un único material con propiedades promedio. Estos modelos están generalmente basados en enfoques fenomenológicos en los que las leyes constitutivas se obtienen a partir de ensayos de laboratorio. En general, se usan modificaciones de modelos originalmente desarrollados para hormigón simple que están basados en distintos tipos de enfoques para representar el comportamiento material. El punto más importante en este tipo de enfoques es la definición del comportamiento en tracción del HRF que puede ser obtenido en ensayos de tracción directa o indirectamente a través de un análisis inverso de resultados de ensayos de flexión (Antunes et al. (2007)). La ventaja de este tipo de enfoques es que usa información del material referida a la escala estructural (Pasa Dutra et al. (2010)). La principal desventaja es la necesidad de realizar numerosos y costosos ensayos (Pasa Dutra et al. (2010)). Como el comportamiento meso-mecánico no se modela explícitamente, la proporción volumétrica de fibras, su relación de aspecto, tipo, distribución y orientación no pueden ser tenidos en cuenta. Estos datos son relevantes para el comportamiento del HRF y se requieren nuevos ensayos cada vez que se cambia alguno de estos parámetros.

Muchos de estos problemas se pueden evitar utilizando modelos derivados en la escala meso-mecánica que a la vez permiten diseñar el material para cada aplicación y, a la vez, predecir el comportamiento del material diseñado (Li et al. (1991)). Los modelos meso-mecánicos involucran dos aspectos principales: (a) la derivación de la fuerza de las fibras cosiendo las fisuras de una fibra individual en términos de los meso-parámetros y (b) la derivación del comportamiento del compuesto para una dada proporción y distribución de fibras (Geng y Leung (1997)). Los distintos modelos difieren en la forma en que se desarrollan y combinan estos dos aspectos.

La derivación de las fuerzas de las fibras cosiendo las fisuras puede hacerse experimentalmente a partir de ensayos de arrancamiento de fibras o mediante un modelo mesomecánico (Naaman et al. (1991), Chanvillard (1999), Laranjeira et al. (2010), Caggiano y Martinelli (2012b), Soetens et al. (2013)).

Algunos enfoques meso-mecánicos modelan explícitamente las fibras usando distintos tipos de elementos discretos (Cunha et al. (2012), Fang y Zhang (2013)). Algunos de estos modelos usan incluso un enfoque multi-escala para representar el comportamiento del compuesto en la macro-escala (Gal y Kryvoruk (2011), Ren y Li (2013)).

Otros autores usan modelos de homogeneización más simples como modelos de Mori-Tanaka (Pasa Dutra et al. (2010)) o la teoría de mezclas clásica (Caggiano y Martinelli (2012b), Oliver et al. (2012), Caner et al. (2013)) para modelar el comportamiento del compuesto como una función del volumen de fibras, orientación y propiedades geométricas y mecánicas, sin necesidad de modelarlas explícitamente.

1.3. Objetivos de la tesis

El objetivo general de esta tesis es desarrollar una herramienta numérica que permita el análisis, cálculo y/o verificación de elementos de hormigón reforzado con fibras o reforzados con este material compuesto.

Para lograr ese objetivo general se plantean dos objetivos específicos:

Comprender el fenómeno de deslizamiento fibra-matriz y la influencia que tienen los distintos factores como la forma e inclinación de las fibras, calidad y estado tensional de la matriz en dicho fenómeno a través de ensayos experimentales.

Proponer un modelo teórico numérico que permita reproducir el comportamiento mecánico del hormigón reforzado con fibras de acero, teniendo en cuenta, las características mecánicas del hormigón, el tipo, cantidad, orientación, distribución y características mecánicas de las fibras.

1.4. Contenido de la tesis

En correspondencia con los objetivos planteados, en esta tesis se desarrolla un modelo constitutivo para hormigón reforzado con fibras cortas de acero, usando la teoría mezclas generalizada, en el marco de las pequeñas deformaciones. Para la matriz de hormigón se usa un modelo de plasticidad, mientras que para las fibras, se plantea un modelo elastoplástico ortótropo que tiene en cuenta el arrancamiento y la rotura de las mismas teniendo en cuenta su orientación, geometría, su estado tensional y el de la matriz.

Se desarrollan también los algoritmos de integración numérica del modelo que han sido implementados en un programa de elementos finitos. Con este programa se resuelven distintos ejemplos de verificación, calibración y aplicación.

Paralelamente, para comprender el comportamiento del hormigón reforzado con fibras a nivel material y la respuesta de arrancamiento de fibras desde matrices de hormigón, calibrar y validar los modelos desarrollados, se llevan a cabo dos campañas experimentales.

La tesis se desarrolla en siete capítulos y tres anexos, el presente Capítulo de introducción y los restantes seis Capítulos cuyo contenido se esboza a continuación.

En el CAPÍTULO 2 se analizan las principales características de la respuesta del hormigón reforzado con fibras, a partir de distintos trabajos experimentales disponibles en la bibliografía. En dicho capitulo se describe el comportamiento mecánico del hormigón, el comportamiento del arrancamiento de fibras y el comportamiento del hormigón reforzado con fibras cortas de acero para cargas estáticas.

El CAPÍTULO 3 contiene un estado del arte con la descripción de los modelos numéricos más utilizados para analizar el hormigón reforzado con fibras. Se analizan los distintos enfoques o metodologías disponibles para incluir los efectos de deslizamiento de las fibras y trasmisión de cargas a la matriz. Se hace una clasificación de acuerdo a las escalas de modelación, los métodos de aproximación y, una descripción de los modelos fenomenológicos y meso-mecánicos disponibles.

En el CAPÍTULO 4, se presentan las campañas experimentales realizadas en las que se midieron los parámetros del material necesarios para los modelos aplicados y también la respuesta del material para comparar con las simulaciones numéricas realizadas con el modelo propuesto en la tesis. Se adjuntan los resultados obtenidos y algunas observaciones que surgieron durante los ensayos o con posterioridad a los mismos. Este capítulo se complementa con el ANEXO CAPÍTULO 4, donde se muestra el equipo desarrollado para la realización de los ensayos y el método aplicado en el procesamiento de datos. También se describen el software de adquisición de datos y el software monitoreo de datos desarrollados en el marco de esta tesis.

El en CAPÍTULO 5 se presenta el modelo propuesto, una descripción detallada de su formulación, implementación, ventajas y limitaciones. El capitulo se complementa con el ANEXO CAPÍTULO 5, donde se plantean las funciones que describe la geometría de la fibra, necesarias para la aplicación del modelo.

El CAPÍTULO 6 contiene las aplicaciones realizadas con modelo propuesto. Se realizan simulaciones numéricas de los ensayos de caracterización: arrancamiento de fibras, flexión en vigas entalladas de HRF y flexión en placas de HRF. Además, se adjunta la calibración del modelo de hormigón mediante simulaciones de ensayos de compresión y flexión en vigas entallada. El capitulo se complementa con el ANEXO CAPÍTULO 6, donde se describen los aportes realizados al software de elementos finito usado en esta tesis. También se describe el método para el relevamiento de la geometría de la fibra y se adjuntan tablas con los parámetros geométricos de todas las fibras usadas en esta tesis.

En el CAPÍTULO 7 se presentan las conclusiones de este trabajo y algunas sugerencias para futuras investigaciones.

CAPÍTULO 2 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HRF

2.1. Introducción

El hormigón reforzado con fibras (HRF) es un hormigón al que se le introducen fibras de diverso tipo dispersas en la matriz frágil, con el fin de mejorar la capacidad de absorción de energía y controlar el desarrollo de fisuras. De este modo, se aumenta la vida en servicio de las estructuras, en especial, cuando se ven expuestas a acciones dinámicas. Las fibras actúan interceptando las fisuras y retardando su propagación. Si hay suficiente cantidad y están uniformemente distribuidas, evitan que las microfisuras se unan, esto aumenta la resistencia aparente de la matriz. La presencia de fibras favorece el desarrollo de múltiples fisuras de menor tamaño y da como resultado un aumento en la capacidad de deformación. La mayor ductilidad en la respuesta se produce gracias al proceso de arrancamiento de las fibras.

Tratándose de un material compuesto, es evidente que las propiedades de los HRF dependen directamente no sólo de las propiedades de la matriz de hormigón sino también del tipo, contenido, orientación y distribución de las fibras. Es por esto que en este capítulo se describe en primer lugar el comportamiento mecánico del hormigón y de las fibras, para luego explicar el comportamiento del HRF.

2.2. Comportamiento mecánico del hormigón

En términos generales, el hormigón es un material compuesto, elaborado con cemento, agregados pétreos (arena y grava) y agua. Luego del endurecimiento químico (fraguado), el material resultante consiste en una matriz (mortero) que incluye partículas de agregado distribuidas aleatoriamente.

Debido a su heterogeneidad, el hormigón puede ser analizado en distintas escalas. La escala estructural más pequeña corresponde a la estructura atómica del cemento y los agregados, cuya escala de longitud está en el orden de los nanómetros (10⁻⁹m). En una escala micrométrica (10⁻⁶m), se pueden distinguir las partículas de cemento. Antes del endurecimiento, se observan los granos de cemento no hidratados, y en el estado endurecido, se hidrata el silicato de calcio y son visibles las partículas de hidróxido de calcio. Asimismo, se hace visible en esta escala la compleja estructura porosa del hormigón. Incrementando la escala de observación al milímetro (10⁻³m), es posible

distinguir las partículas de arena y grava, así como los poros de mayor dimensión. La interacción entre las partículas de agregado y la matriz cementicia es una de las características esenciales en este nivel de observación. Escalas mayores $(10^{0} \text{ o } 10^{1} \text{m})$ son utilizadas en los ensayos mecánicos o de laboratorio. En este nivel de observación no se reconoce una estructura interna sino que se considera que el material tiene propiedades idénticas en cada punto del elemento o de la estructura. Finalmente, escalas en el orden de 10^{2} o 10^{3} m, corresponden a las construcciones o estructuras civiles (van Mier (1997)).

El hormigón presenta un comportamiento muy satisfactorio cuando está sometido a esfuerzos de compresión, pero exhibe una respuesta muy frágil bajo solicitaciones de tracción. La diferencia en el comportamiento frente a ambos tipos de solicitaciones es más marcada cuanto mayor es la resistencia (hormigones de alta resistencia). Es importante analizar las propiedades básicas del hormigón sometido a diferentes estados de carga (compresión y tracción uniaxial, y estados multiaxiales), ya que ello sirve posteriormente para la definición de las variables que entran en juego en la modelación.

El hormigón en sí puede ser considerado como un material compuesto constituido por una matriz de mortero y agregados. Es bien sabido que el comportamiento está muy influenciado por la formación y desarrollo de microfisuras en el mortero y en su interfaz con el agregado pétreo. Estos defectos, iniciados en la etapa de curado, crecen en función del estado tensional que se desarrolla durante su vida útil. El fenómeno de microfisuración y deslizamiento entre partículas granulares, conduce a un comportamiento altamente no-lineal e inelástico que está caracterizado por un periodo elástico inicial, seguido de un comportamiento inelástico con endurecimiento y gradual perdida de rigidez (ablandamiento). Esta microfisuración es la responsable del fenómeno de expansión inelástica del volumen bajo cargas de compresión, conocida con el nombre de dilatancia.

2.2.1. Comportamiento en compresión uniaxial

En la Figura 2.1 se presentan esquemáticamente las curvas tensión deformación axial, transversal y volumétrica del hormigón sometido a compresión (Oller (2001)). En la misma se evidencia como cambia el comportamiento a medida que aumenta la tensión de compresión.

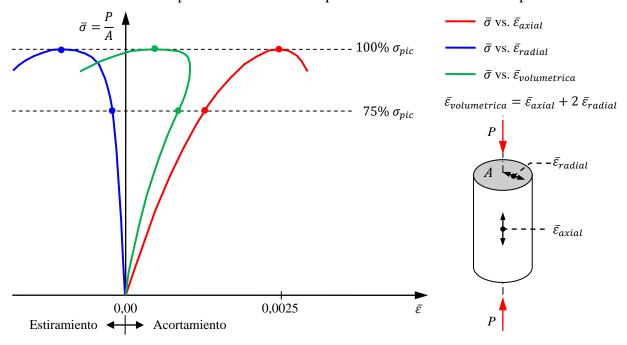


Figura 2.1: Deformación de una probeta sometida a compresión simple Oller (2001).

Inicialmente el comportamiento es prácticamente elástico lineal, con módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson constantes y, está caracterizado por una disminución de volumen. El período inelástico, acompañado por el hinchamiento, se inicia a una tensión de aproximadamente el 75% de la tensión máxima. Se caracteriza por el aumento de las deformaciones inelásticas y el aumento del coeficiente de Poisson aparente (hinchamiento) debido a que las deformaciones inelásticas transversales crecen más rápidamente que las axiales. Este período está acompañado del crecimiento de las microfisuras en la pasta de cemento cuyos planos se orientan paralelamente a la máxima tensión de compresión. Este estado de comportamiento, puede asociarse con un proceso plástico, siempre que se relacione el desarrollo de deformaciones permanentes con el fenómeno de microfisuración.

Para el estudio experimental del comportamiento posterior al pico de tensiones, es necesario realizar un ensayo con control de desplazamiento, situación que permite observar un ablandamiento en el material (aumento de deformaciones bajo tensiones decrecientes). Además, inmediatamente después de superar la tensión pico, ocurre un fenómeno de disminución brusca del incremento de volumen, llegando rápidamente a producirse fuertes incrementos negativos de volumen.

2.2.2. Comportamiento en tracción uniaxial

En la Figura 2.2 se muestra esquemáticamente la curva tensión-deformación del hormigón en tracción uniaxial. La forma de la curva tensión-deformación en tracción, muestra muchas similitudes en cuanto a la forma con la curva de compresión uniaxial descripta en el apartado anterior, sólo que el rango de comportamiento lineal se mantiene hasta límites más cercanos al pico de tensiones (resistencia máxima a tracción).

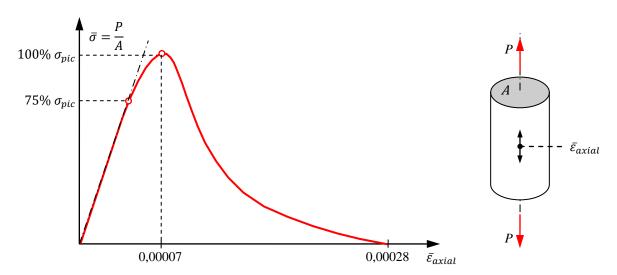


Figura 2.2: Esquema de una curva tensión deformación de un hormigón sometido a ensayos de tracción uniaxial (Oller (2001)).

El comportamiento es aproximadamente elástico lineal hasta aproximadamente el 60% de la máxima resistencia a tracción. Luego se inicia un crecimiento estable de las microfisuras. Al alcanzar el 75% de la tensión pico la propagación de algunas microfisuras se hace inestable, exhibiendo en la curva tensión deformación un comportamiento ligeramente no lineal hasta alcanzar el pico de tensiones.

A partir de allí las fisuras se localizan en una zona pequeña y se inicia un proceso inestable con rápida propagación de las fisuras. Si el control del ensayo y la forma de medición no son adecuados, solo se registra una caída brusca de tensión, que hace pensar que el material es más frágil de lo que es en realidad.

La relación entre el limite elástico a compresión y tracción puede variar considerablemente entre $10 \le \sigma_c/\sigma_t \le 20$ y aumenta con la resistencia a compresión.

El módulo de elasticidad bajo tracción uniaxial es algo mayor que a compresión uniaxial y el coeficiente de Poisson es algo más bajo. Sin embargo, normalmente se toma un único valor para caracterizar cada uno de estos parámetros materiales del hormigón.

2.2.3. Comportamiento biaxial del hormigón

Bajo diferentes combinaciones biaxiales de tensiones, el hormigón exhibe propiedades distintas que las descriptas para procesos uniaxiales de tracción o compresión. En la Figura 2.3 se representa esquemáticamente la curva de resistencia máxima de un hormigón bajo estados planos de tensión.

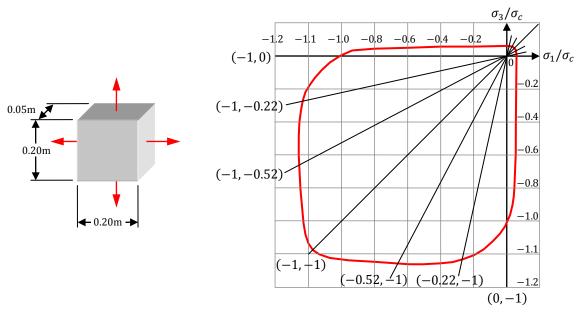


Figura 2.3: Diagrama de Kupfer (Oller (2001))

En lo que respecta a su resistencia máxima, se pueden observar incrementos del orden del 22 al 25% para estados de compresión biaxial con una relación entre tensiones principales mínimas de 1. Además, para estados de tracción-compresión, la resistencia decrece casi linealmente cuando la tensión de tracción crece. Para tracción biaxial, la resistencia es muy similar a la que se obtiene en tracción uniaxial.

La superficie de discontinuidad inicial en hormigones (superficie que marca el fin del comportamiento elástico en el espacio de tensiones y que en el caso de los metales se denomina superficie de fluencia), mantiene su forma a medida que evoluciona el proceso de carga, experimentando endurecimiento o ablandamiento isótropo que sólo producen cambio de tamaño en las fronteras del dominio elástico.

2.2.4. Comportamiento triaxial del hormigón

El hormigón exhibe un aumento de resistencia a compresión y ductilidad bajo estados triaxiales de compresión, principalmente por la influencia de la presión de confinamiento (Ver Figura 2.4). Ensayos experimentales indican que incluso el hormigón presenta un comportamiento no-lineal en tensión-deformación bajo estados hidrostáticos de tensión con elevadas presiones de confinamiento.

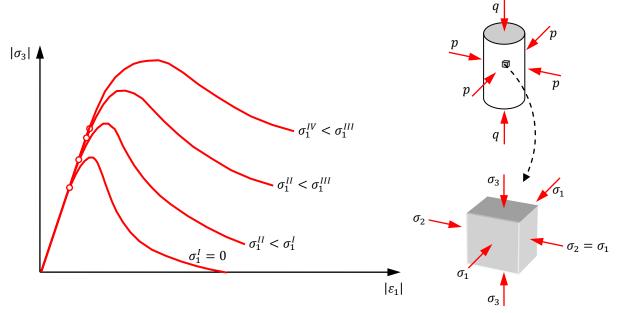


Figura 2.4: Comportamiento triaxial $\sigma_3 \le \sigma_2 = \sigma_1$ para distintos incrementos de σ_1 (Oller (2001)).

2.3. Comportamiento mecánico de las fibras

Las fibras pueden clasificarse de diferentes formas, según el material, según las propiedades físico/químicas, según las propiedades mecánicas (Naaman (2003)), según su longitud y también según su forma geométrica.

Según el material pueden agruparse en: naturales orgánicas (celulosa, sisal, bambú, madera, yute, etc.), naturales minerales (asbesto) y las fabricadas por el hombre (acero, carbono, vidrio, sintéticas, etc.).

De acuerdo a sus propiedades físico/químicas se pueden clasificar según su densidad, rugosidad superficial, estabilidad química, no-reactividad con la matriz cementicia, resistencia al fuego, etc.

Se pueden clasificar además según sus propiedades mecánicas como la resistencia a tracción, modulo de elasticidad, rigidez, ductilidad, etc.

Por último, según la geometría se pueden diferenciar teniendo en cuenta la forma en la dirección longitudinal de la fibra (Figura 2.5) y la forma de la sección transversal de la misma (Figura 2.6).

En la Tabla 2.1 se adjuntan las características de algunos tipos de fibras comerciales. En esta tesis se estudian las fibras de acero de longitudes de 30 a 60mm.

Tabla 2.1: Tipos de fibras y propiedades mecánicas.

Fibra	Ø [μm]	ρ [Kg/dm ³]	E [GPa]	f _y [MPa]	ε _{rot} [%]
Carbono	7-18	1,9	28-520	590-4800	1-2
Acero	5-1100	7,84	210	500-2300	0,5-4,0
Acero al carbono	50-85	7,84	210	3000	1-2
Acero inoxidable	50-85	7,84	210	3000	1-2
Asbesto	0,02-0,40	3,4	196	3500	2 a 3
Aramida (Kevlar49)	10	1,45	65-133	3600	2,1-4,0
Vidrio	9-15	2,6	70-80	2000-4000	2-3,5
Madera	-	1,5	71	900	-
Polipropileno	20-200	0,9	5-77	500-750	8
Bambú	200-400	1,5	33-40	350-500	-
Sisal	10-50	1,5	13-26	300-600	3 a 5
Celulosa	-	1,2	10	300- 500	-
Nylon	-	1,1	4	900	13- 15
Polietileno	-	0,95	0,3	0,7	10
Polietileno alta densidad	38	0.95	117	2585	2.2
Poliéster	10-50		>15	800-1300	8-20
Rayón	10-50		>11	450-1100	7-15
Poliamidas	10-20		3.9-6.0	700-1000	10-12

 \emptyset diámetro medio de la fibra, ρ densidad, E modulo de elasticidad, f_y tensión máxima que puede soportar la fibra y ε_{rot} deformación máxima generada al alcanzar la rotura.

2.3.1. Fibras de acero

Las fibras de acero tienen un comportamiento elastoplástico con endurecimiento, hasta una cierta deformación límite donde se produce la rotura de la misma. Dentro del hormigón reforzado con fibras, las fibras contribuyen al comportamiento de esté mediante un mecanismo de anclaje. En la mayoría de los casos, las fibras en lugar de romperse son arrancadas una vez que perdieron la adherencia con la matriz. En el proceso de arrancamiento se produce una combinación de despegue y deslizamiento en la interfaz fibra-matriz. Por lo tanto, cuanto más largas sean las fibras, mayor será la capacidad de resistir las fuerzas de arrancamiento. Este fenómeno de arrancamiento de barras embebidas en una matriz, normalmente se estudia mediante ensayos de arrancamiento que se denominan ensayos de *pullout*.

En fibras lisas de acero inmersas en hormigón, las componentes básicas que contribuyen a la resistencia al arrancamiento son la adherencia y la fricción. Si se deforman las fibras lisas o se usan procesos especiales para generar geometrías particulares como: fibras con ganchos, rizadas, con cabezas en los extremos, o fibras torsionadas de sección poligonal (ver Figura 2.5), se logra una componente mecánica adicional en la resistencia al arrancamiento. Además, la sección transversal puede tener geometrías diversas (Ver Figura 2.6).

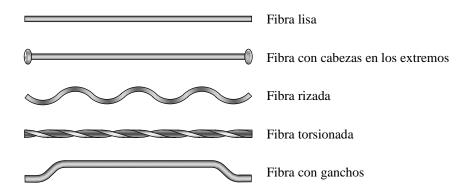


Figura 2.5: Tipos de Fibra de acero. Forma longitudinal.

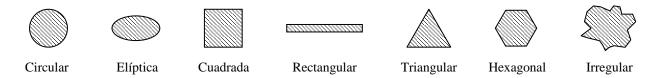


Figura 2.6: Tipos de Fibra de acero. Sección transversal

Existen otros tipos de fibras de acero a los indicados en la Figura 2.5 y Figura 2.6, que pueden presentan una mayor rugosidad superficial, una geometría diferente en los extremos o geometría helicoidal. Las fibras mencionadas poseen una geometría abierta, es decir, se puede definir claramente dos extremos.

En esta tesis se trabaja con fibras convencionales de acero de sección circular con ganchos en los extremos y longitud de 35mm a 60mm. También se trabajo con fibras lisas, las cuales se obtienen cortando el gancho de las mencionadas anteriormente.

2.3.2. Ensayo de arrancamiento de fibras o pullout

El ensayo de arrancamiento de fibras se usa para estudiar el mecanismo de anclaje de las fibras en una matriz cementicia. Se emplean diversos tipos de especímenes de arrancamiento. En general, consisten en un cuerpo de matriz con una discontinuidad que atraviesa toda la sección transversal a la dirección longitudinal del espécimen y lo divide en dos mitades. En esta discontinuidad ambas mitades están unidas por una o varias fibras. El ensayo consiste en sujetar en la máquina de ensayo, en la dirección longitudinal del espécimen ambas mitades del mismo y separarlas, mientras se mide el desplazamiento o separación y la carga. Las fibras pueden estar alineadas ó inclinadas con la dirección longitudinal del espécimen, que es la dirección de arrancamiento. En algunos casos se trabaja solo con una mitad del cuerpo del espécimen, dejando parte de la fibra descubierta.

Los especímenes más usados son los tipos *dogbone*, *dogbone* de una mitad, prismáticos y cilíndricos (ver Figura 2.7). Cada tipo de espécimen tiene un sistema particular de fijación. Los *dogbone* se fijan mediante pinzan rígidas con una forma que permiten acoplarse a sus extremos ensanchados. En el caso de los *dogbone* de una mitad el sistema es similar, del extremo de matriz se usa una pinza rígida y del extremo de la fibra una mordaza que sujete la fibra ejerciendo presión lateral. Los especímenes prismáticos se sujetan mediante mordazas de caras paralelas que generan

presión lateral. Los especímenes cilíndricos se fijan mediante un anillo sobre el cuerpo de matriz, dejando libre en el centro del mismo la fibra, la cual es sujetada con una mordaza mediante presión lateral. Algunos investigadores optan por usar pegamentos para fijar el cuerpo de matriz del espécimen, con el fin de poder ejercer un estado de tensiones laterales de tracción (Leung y Geng (1995)) o para evitar tensiones laterales que puedan distorsionar la respuesta al arrancamiento (Markovich et al. (2001)).

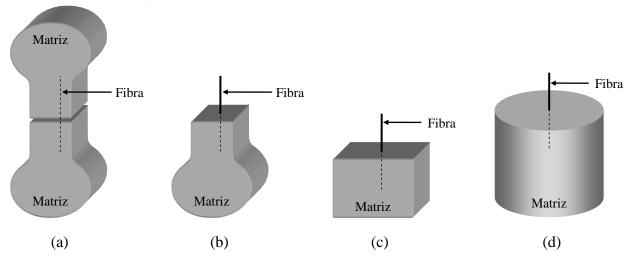


Figura 2.7: Tipos de especímenes de arrancamiento de una fibras. (a) *Dogbone*. (b) *Dogbone*, de una mitad. (c) Prismático. (d) Cilíndrico.

El ensayo se realiza con control de desplazamiento a velocidades bajas, en la Tabla 2.2 se indican las velocidades usadas por diversos investigadores, también se indica la longitud embebida de fibra y el tipo de espécimen.

Investigadores	Velocidad [µm/s]	Long. Embebida [mm]	Tipo de espécimen
Gokoz y Naaman (1981)	42	-	Prismáticos (mortero)
Giaccio et al. (1986)	-	22 y 27	Dogbone (pasta cemento)
Naaman et al. (1989)	0,85 y 42,3	25	Prismáticos (mortero)
Leung y Geng (1995)	2,65	5 y 10	Prismáticos (mortero)
Pompo et al. (1996)	166,7	21	Prismáticos (pasta cemento)
Alwan et al. (1999)	-	12,5 y 50	Dogbone, de una mitad (mortero)
Guerrero y Naaman (2000)	12,7 y 33,9	25	Dogbone, de una mitad (mortero)
Markovich et al. (2001)	-	20	Cilíndrico (mortero)
Cunha (2010)	10	15	Cilíndrico (hormigón)
Tuyan y Yazici (2012)	16,7	10, 20 y 30	Prismáticos
Soetens et al. (2013)	16,7 y 100	10 y 30	Cilíndrico (mortero)
Zile y Zile (2013)	8,33	15, 25 y 30	Prismáticos (hormigón)

2.3.3. Comportamiento de fibras lisas alineadas

Las fibras lisas de acero con sección circular, donde el eje longitudinal está alineado con la dirección de arrancamiento, es decir fibras alineadas, resisten dicha acción de arrancamiento a través de tensiones adhesión y fricción que se generan en la interfaz fibra-matriz. De esta forma la

acción aplicada a la fibra se transmite a la matriz. En el proceso de arrancamiento se pueden distinguir dos etapas, pérdida de adherencia y deslizamiento. En el inicio de la primera etapa la interfaz fibra-matriz tiene un comportamiento elástico en toda su longitud, luego sigue un comportamiento plástico en las zonas de mayor tensión y finalmente la rotura de la interfaz en dichas zonas, generándose una superficie de fricción. Durante el comportamiento elástico y plástico de la interfaz, se manifiesta la adherencia. En una segunda etapa, una vez que toda la interfaz se rompe y se genera una superficie de fricción en toda la longitud de la interfaz fibra-matriz, la fibra empieza a deslizar. También se puede considerar que en la primera etapa hay un deslizamiento de las zonas con interfaz rota, que es posible debido a la deformación axial de la fibra, pero este deslizamiento es despreciable en comparación con el producido en la segunda etapa. En la segunda etapa la transferencia de tensiones de la fibra a la matriz es solo a través de la fricción.

En un ensayo de arrancamiento, la primera etapa (pérdida de adherencia) corresponde a la zona inicial de la curva carga-desplazamiento en un rango muy pequeño de desplazamiento, es en esta etapa donde se alcanza la carga pico. Con posterior a la carga pico, se genera una caída brusca hasta un cierto valor de carga que recibe el nombre de carga máxima post-pico, este es el inicio de la segunda etapa. A medida que desliza la fibra y se extrae, se pierde longitud de interfaz y por lo tanto la fricción se reduce. Además, el deslizamiento genera desgaste y compactación de la matriz alrededor de la fibra lo que reduce aun más la fricción.

En la Figura 2.8 se muestran curvas carga-desplazamiento de ensayos de arrancamiento de fibras lisas de acero alineadas, realizados por Naaman et al. (1989). Las fibras tenían 0,5mm de diámetro y estaban embebidas 25mm en una matriz cementicia. El modulo de elasticidad de las fibras era de 207GPa y el de la matriz 21GPa. Cada curva (Figura 2.8) representa el comportamiento promedio de una serie de ensayos con matriz de diferente resistencia: LOSN corresponde a una matriz de baja resistencia (33MPa), AOSN a una matriz de resistencia media (51MPa) y HOSN a una matriz de resistencia alta (60MPa).

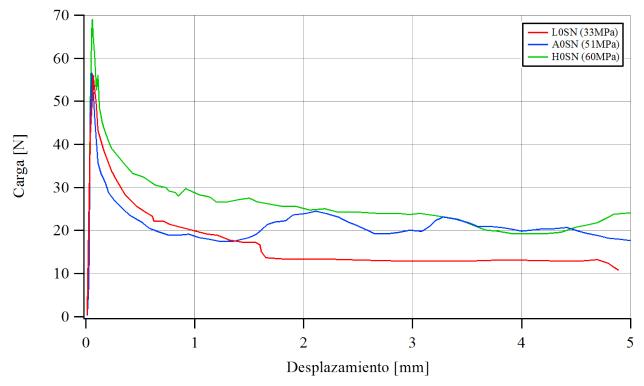


Figura 2.8: Curva de arrancamiento de fibras lisas alineadas con sección circular. Matrices con diferentes resistencias, Naaman et al. (1989).

En la Tabla 2.3 se adjuntan valores de cargas pico en ensayos de arrancamiento de fibras lisas realizados por diversos autores.

Tabla 2.3: Resultados de carga pico obtenidos por de diversos investigadores con fibras lisas.

Investigadores	Ø [mm]	L [mm]	$\frac{L}{\emptyset}$	f _y [MPa]	f' _c [MPa]	Carga Pico [N]	Observación
	0,5	> 25	-	1172	33 (L0SN)	56,0	-
Naaman et al. (1989)	0,5	> 25	-	1172	51 (A0SN)	56,0	-
	0,5	> 25	-	1172	60 (H0SN)	69,4	-
Pompo et al. (1996)	1,0	60	60	-	-	142,0	a/c=0,5
Channes at al. (1007)	0,19	>6,0	-	2990	40	16,8	-
Shannag et al. (1997)	0,19	>18,0	-	2990	40	18,2	-
	0,5	30	60	890-1170	- (M1S30)	44,5	a/c=0,5
Alwan at al. (1000)	0,5	50	100	890-1170	- (M1S50)	89,0	a/c=0,5
Alwan et al. (1999)	0,5	30	60	890-1170	- (M3S30)	25,4	a/c=0,9
	0,5	50	100	890-1170	- (M3S50)	50,7	a/c=0,9
Guerrero y Naaman	0,5	50	100	890-1170	27 (MR1)	58,5	Arena
(2000)	0,5	50	100	890-1170	29 (MR2)	144,0	Micro Arena
Lee et al. (2010)	0,2	13	65	2500	150	27,77	Fibra en grupo
	0,75	60	80	1313	50,83	163,0	-
Cunha (2010)	1,00	60	60	1153	50,83	340,0	-
	0,75	60	80	1184	50,83	156,0	-
	0,90	60	67	1160	56,0	105,0	$L_e=10$
Tuyan y Yazici (2012)	0,90	60	67	1160	56,0	114,0	$L_e=20$
	0,90	60	67	1160	56,0	189,0	$L_e=30$
	0,5	50	100	1345	47,4	71,6	-
Soetens et al. (2013)	0,8	60	75	1215	47,4	190,4	-
	0,5	50	100	2148	47,4	75,1	-
	0,8	60	75	2117	47,4	104,1	-
	0,5	50	100	1345	76,5	126,6	-
	0,8	60	75	1215	76,5	150,1	-
	0,5	50	100	2148	76,5	105,0	-
	0,8	60	75	2117	76,5	203,0	-

 \emptyset diámetro de fibra, L longitud de la fibra, L/\emptyset esbeltez, f_y tensión de fluencia de la fibra y f_c' resistencia característica de la matriz.

2.3.4. Comportamiento de fibras con ganchos alineadas

La adherencia desarrollada en las fibras lisas es insuficiente para compuestos cementicios de altas prestaciones y por lo tanto las fibras más usadas en la práctica son de forma irregular ya que permiten un efecto mecánico de anclaje. Las fibras de forma irregular necesitan grandes deslizamiento para activar el efecto de anclaje mecánico y por lo tanto el anclaje (gancho) se torna efectivo después que la matriz se ha fisurado. El efecto de anclaje mecánico, es importante en términos de mejorar la tenacidad, capacidad de absorción de energía y el desarrollo de múltiples fisuras (Bentur et al. (1996)).

Las fibras de acero con ganchos en los extremos al igual que las fibras lisas también resisten la acción de arrancamiento mediante la adherencia y la fricción, pero además el gancho genera un efecto local en el extremo que aporta mayor resistencia al arrancamiento, respecto de las fibras lisas. Este aporte de resistencia se debe a la deformación mecánica del gancho. En la Figura 2.9 se muestra una curva típica de arrancamiento de fibras de acero con ganchos en los extremos y también se muestra la curva de arrancamiento de fibra lisa correspondiente, obtenidas por Tuyan y Yazici (2012). La comparación de las dos curvas de la Figura 2.9 permite observar el aporte del gancho en la resistencia al arrancamiento de las fibras.

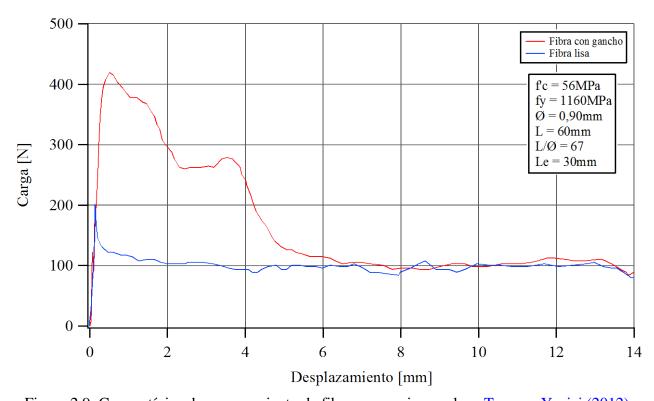


Figura 2.9: Curvas típica de arrancamiento de fibras con y sin ganchos. Tuyan y Yazici (2012).

En la Tabla 2.4 se adjuntan valores de cargas pico en ensayos de arrancamiento de fibras con gancho realizados por diversos autores.

Tabla 2.4: Resultados de carga pico obtenidos por de diversos investigadores con fibras con gancho.

Investigadores	Ø [mm]	L [mm]	$\frac{L}{\emptyset}$	f _y [MPa]	f_c' [MPa]	Carga Pico [N]	Observación
Giaccio et al. (1986)	0,5	50	100	-	-	160,0	a/c=0,4
	0,8	60	75	-	-	268,0	a/c=0,4
	0,75	50	67	1172	33 (L0SN)	262,0	L _e =25
	0,75	50	67	1172	51 (A0SN)	357,2	$L_e=25$
Naaman et al. (1989)	0,75	50	67	1172	60 (H0SN)	457,3	$L_e=25$
	0,75	50	67	1172	51 (A0SN)	322,9	$L_{e}=12,5$
	0,75	50	67	1172	60 (H0SN)	396,8	$L_{e}=12,5$
	0,5	30	60	890-1170	-	164,6	a/c=0,5
A1 (1000)	0,5	50	100	890-1170	-	211,3	a/c=0,5
Alwan et al. (1999)	0,5	30	60	890-1170	-	144,6	a/c=0,9
	0,5	50	100	890-1170	-	177,9	a/c=0,9
Guerrero y Naaman	0,5	50	100	890-1170	27 (MR1)	144,0	L _e =25
(2000)	0,5	50	100	890-1170	29 (MR2)	216,0	$L_e=25$
Madazziak at al. (2001)	0,38	40	100	2610	-	419,9	a/c=0,3
Markovich et al. (2001)	0,38	40	100	2610	-	320,3	a/c=0,4
	0,75	60	80	1313	50,83	369,0	-
Cunha (2010)	1,00	60	60	1153	50,83	614,2	-
	0,75	60	80	1184	50,83	378,1	-
	0,55	30	55	1100	56,0	275,7	$L_e=30$
	0,75	30	40	1050	56,0	267,8	$L_e=30$
T Vi-i (2012)	0,75	60	80	1050	56,0	313,6	$L_e=30$
Tuyan y Yazici (2012)	0,90	60	67	1160	56,0	374,0	$L_{e}=10$
	0,90	60	67	1160	56,0	434,0	$L_e=20$
	0,90	60	67	1160	56,0	472,0	$L_e=30$
	0,5	50	100	1345	47,4	190,0	$L_e=30$
Soetens et al. (2013)	0,8	60	75	1215	47,4	299,0	$L_e=30$
	0,5	50	100	2148	47,4	178,0	$L_e=30$
	0,8	60	75	2117	47,4	473,0	$L_e=30$
	0,5	50	100	1345	76,5	247,0	$L_e=30$
	0,8	60	75	1215	76,5	363,0	$L_e=30$
	0,5	50	100	2148	76,5	321,0	$L_e=30$
	0,8	60	75	2117	76,5	744,0	$L_e=30$
~ · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·							

 \emptyset diámetro de fibra, L longitud de la fibra, L/\emptyset esbeltez, f_y tensión de fluencia de la fibra y f_c' resistencia característica de la matriz.

Krishnadev et al. (1992), estudiaron la influencia de diferentes tipos de fibras de acero, con deformaciones en los extremos, en el arrancamiento de fibras. Ellos concluyeron que la resistencia del acero es un parámetro más importante que su ductilidad. Sin embargo, la elección de las propiedades óptimas del acero también depende de la resistencia del hormigón (matriz).

Alwan et al. (1999), realizaron ensayos de arrancamiento con fibras de acero con ganchos en los extremos y de sección circular, para estudiar el mecanismo de anclaje del gancho. En las Tabla 2.2 se indican características de ensayo y en la Tabla 2.4 se indican las características de fibra, de matriz y resultados obtenidos. La contribución del gancho depende de las propiedades de la fibra y de la geometría del gancho (ángulo de inclinación, diámetro de la fibra y longitud del gancho).

Banthia y Trottier (1994), Bentur et al. (1996), Leung y Shapiro (1999), Robins et al. (2002), Cunha et al. (2007), Zile y Zile (2013), también trabajaron con fibras con gachos llegando a resultados y conclusiones similares.

2.3.5. Trabajo de arrancamiento

Una forma de cuantificar la eficiencia de un tipo de fibra es mediante el trabajo de arrancamiento, el cual se estima como el área bajo la curva carga-desplazamiento de los ensayos de arrancamiento de fibra.

En la Tabla 2.5 se presentan valores de trabajo de arrancamiento correspondientes a ensayos realizados por diversos autores. Se indica el trabajo de arrancamiento generado hasta alcanzar la carga pico W_{max} , el trabajo de arrancamiento para extraer completamente la fibra W_{Le} donde L_e es la longitud embebida o longitud de interfaz fibra-matriz y también el trabajo de arrancamiento desarrollado hasta alcanzar un desplazamiento de 5mm W_{5mm} .

Tabla 2.5: Trabajo de arrancamiento para fibras lisas alineadas y fibras con gancho alineadas.

Investigadores	Serie	W _{max} [Nmm]	W _{5mm} [Nmm]	L_e [mm]	W _{Le} [Nmm]	Tipo Fibra
	LOSN	2	86	-	-	Lisa
	AOSN	4	146	25	459	Lisa
Norman at al. (1000)	LOHN	137	995	25	2113	C. Gancho
Naaman et al. (1989)	A0HN				ł	
		263	1322	25	2700	C. Gancho
	H0HN M0.60	346	1638	25	3299	C. Gancho
Shannag et al. (1997)	M0 6 0	-	-	6	43	Lisa
(=>>1)	M6 18 0	-	-	18	84	Lisa
	MS50	-	-	25	193	Lisa
Guerrero y Naaman	MS50	-	-	25	953	Lisa
(2000)	MH50	-	-	25	941	C. Gancho
	MH50	-	-	25	1598	C. Gancho
Markovich et al. (2001)	a/c=0,3	355*	1472*	20	3146*	C. Gancho
	a/c=0,4	278*	1026*	20	2102*	C. Gancho
Lee et al. (2010)	-	-	-	25	107	Lisa
	SA0	22*	709*	-	-	Lisa
	SB0	81*	1028*	-	-	Lisa
Cunha (2010)	SC0	145*	649*	-	-	Lisa
Cuma (2010)	HA0	304*	1443*	-	-	C. Gancho
	HB0	814*	2779*	-	-	C. Gancho
	HC0	274*	1534*	-		C. Gancho
	67.60	-	453*	10	508*	Lisa
	67.60	-	492*	20	-	Lisa
T	67.60	-	918*	30	-	Lisa
Tuyan y Yazici (2012)	67.60	107*	927*	10	-	C. Gancho
	67.60	180*	1309*	20	-	C. Gancho
	67.60	148*	1385*	30	_	C. Gancho
Soetens et al. (2013)	NLS 50 30	-	-	30	132	Lisa
	NHS 50 30	-	-	30	239	Lisa
	HLS 50 30	-	-	30	409	Lisa
	NLH 50 30	-	_	30	1660	C. Gancho
	NHH50 30	_	_	30	1970	C. Gancho
	HHH 5030	_	_	30	3376	C. Gancho

^{*} Valor calculado en el desarrollo de esta tesis a partir de la curva de arrancamiento publicada por cada investigador.

2.3.6. Efecto de la orientación de la fibra

La resistencia de arrancamiento de una fibra alineada no es suficiente para evaluar la contribución de las fibras en el HRF donde las fibras pueden tener distintas orientaciones. Por lo cual diversos investigadores consideran necesario estudiar la influencia de la orientación de la fibra respecto a la dirección de arrancamiento (Banthia y Trottier (1994), Bentur et al. (1996), Leung y Shapiro (1999), Robins et al. (2002), Cunha et al. (2007), Cunha (2010), Lee et al. (2010))

Banthia y Trottier (1994), informaron la influencia de la forma de la fibra en la resistencia al arrancamiento de fibras alineadas y en la eficiencia de fibras inclinadas para un rango de resistencias de matriz. Trabajaron con tres tipos de fibras de acero con ganchos en los extremos (F1, F2 y F3). En la Figura 2.10 se muestra la influencia de estos factores en la respuesta al arrancamiento. Observaron que: Las fibras alineadas (F1-0°, F2-0° y F3-0°) tuvieron un comportamiento diferente entre sí y la fibra que presentó la carga pico más alta (F3-0°) falló por rotura de la fibra. En la mayoría de las fibras inclinadas la falla fue por rotura de fibra, mientras que en las fibras alineadas la mayoría fue arrancada. En el arrancamiento de la fibra F2-60° se produjo rotura de matriz.

Las fibras inclinadas soportan cargas pico menores y también la capacidad de absorción de energía de arrancamiento es menor que en el caso de fibras alineadas. Además, una matriz de alta resistencia puede causar modos de falla frágiles de la fibra y la matriz dando lugar a una reducción en la capacidad de absorción de energía de arrancamiento. Estos resultados mostraron que juzgar el desempeño al arrancamiento sólo a partir de fibras alienadas puede resultar engañoso.

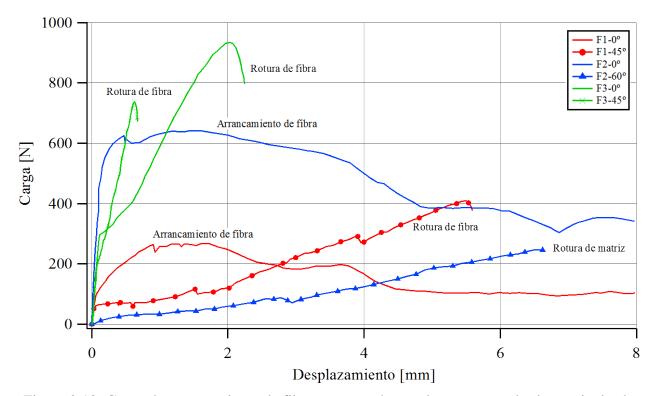


Figura 2.10: Curva de arrancamiento de fibras con ganchos en los extremos desde matriz de alta resistencia. Ilustración de los posibles modos de falla frágil (Banthia y Trottier (1994)).

Bentur et al. (1996) afirman que en compuestos cementicios es necesario tener en cuenta tres situaciones: (i) fibra en matriz no fisurada, (ii) fibra dúctil en matriz fisurada, y (iii) fibra frágil en matriz fisurada. El comportamiento depende principalmente del balance de rigidez entre la fibra y la matriz. Si la fibra es dúctil y de bajo modulo de elasticidad, se puede flexionar fácilmente y trabajar como un pasador lo cual puede inducir una resistencia adicional en el arrancamiento que puede compensar la reducción de eficiencia cuando se considera la fibra inclinada. Si la fibra es frágil y de alto módulo de elasticidad, pueden generarse tensiones por flexión que superpuestas con las tenciones axiales pueden conducir a la falla prematura de la fibra reduciendo la eficiencia del compuesto. La respuesta depende también de las propiedades de la matriz en las proximidades de la fibra y su capacidad para soportar la flexión local adicional sin fisurarse.

Cunha et al. (2007) y Cunha (2010), realizaron ensayos de arrancamiento de fibras desde especímenes cilíndricos de matriz de hormigón. Estudiaron el efecto de la inclinación en fibras lisas (S) y con ganchos (H). El hormigón de la matriz era de una resistencia media a compresión de 59,8MPa, con un coeficiente de variación de 2,9%, ensayado a 35 días de edad con probetas cubicas de 150mm de lado (en probetas cilíndricas serian aproximadamente 50,83MPa). Usaron tres tipos de fibra correspondientes, cada una, a un fabricante diferente. Las designó A, B y C. Todas las fibras tenían una longitud nominal de 60mm, las A y C tenían un diámetro de 0,75mm y las B un diámetro de 1,00mm. Las fibras A tenían una tensión media a rotura de 1313MPa, las B 1153MPa y las C 1184MPa. Para la fabricación de los especímenes usaron un molde especial, tipo mesa, que permitía fijar los fibras con diferentes orientaciones (0, 30° y 60° respecto de la vertical), dejando al descubierto 15mm de fibra que es la zona de la misma que queda embebida en la matriz. Las fibras estaban dispuestas según una cuadricula en el molde. El molde fue hormigonado como una losa de 80mm de espesor, una vez endurecido (a los 7 días de edad), se cortaron los especímenes cilíndricos desde la losa, de tal forma que cada espécimen contiene una fibra. Las dimensiones de los especímenes resultaron de 80mm de altura y 80mm de diámetro. Para el ensayo empleó una prensa electromecánica LLOYD LR30K con capacidad de 30KN. Para medir la carga usó una celda HBM S9 con capacidad de 5KN y precisión clase 0,05 y, para medir los desplazamientos uso LVDT con rango de +/-5mm. Sujetó los especímenes con un anillo de acero y verificó numéricamente si el mismo generaba arcos de compresión que alteren el comportamiento de la fibra. Llegó a la conclusión de que el efecto es despreciable para las dimensiones adoptadas en los especímenes. Los ensayos se realizaron con control de desplazamiento a una velocidad constante de 10µm/s. En la Figura 2.11 se adjuntan los resultados de los ensayos de arrancamiento. Las curvas corresponden a curvas promedio de series de 4 ensayos en el caso de fibras lisas y a series de 5 ensayos en fibras con ganchos. En la designación de las curvas, el primer carácter indica si es fibra lisa (S) o con ganchos (H), el segundo carácter indica el tipo de fibra según el fabricante (A, B o C) y el numero hace referencia a la inclinación de la fibra (0°, 30° o 60°).

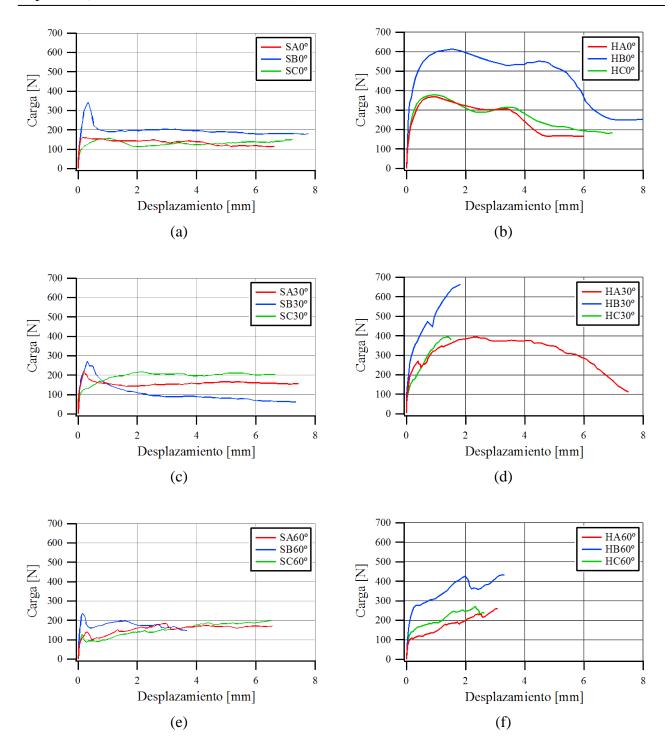


Figura 2.11: Curva de Arrancamiento para un ángulo de orientación: (a) fibra lisa y (b) fibra con ganchos, a 0°; (c) fibra lisa y (d) fibra con ganchos, a 30°; y (e) fibra lisa y (f) fibra con ganchos, a 60°. Cunha et al. (2007) y Cunha (2010).

Observaron que las fibras de igual diámetro, igual longitud embebida (15mm) y resistencia parecidas (fibras A y C), tienen un comportamiento similar, las curvas de arrancamiento tienen la misma forma y los valores de carga son próximos. Las fibras de mayor diámetro (fibras B) presentan curvas de arrancamiento de forma similar a las otras fibras, pero con valores de cargas superiores. En los ensayos de fibras inclinadas observaron que se puede generar rotura de matriz y de fibra. En fibras lisas, con un ángulo de 30° tenían un incremento de 26% a 30% en la carga respecto a las un ángulo de 0°. Mientras que en las fibras con ganchos para un ángulo de 30° el

incremento fue de 9% a 10%, respecto de las fibras con ganchos a 0° (ver Figura 2.12). A excepción de las fibras lisas B y C, en las restantes fibras inclinadas 60°, observaron una disminución del 13% al 19% en la carga, respecto a la de las fibras inclinadas 30° (ver Figura 2.12).

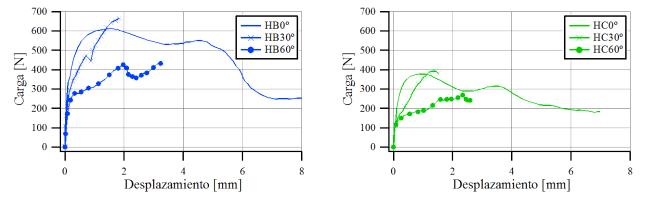


Figura 2.12: Curva de Arrancamiento. Influencia de la inclinación de la fibra.

Lee et al. (2010), estudiaron el comportamiento de fibras inclinadas mediante ensayos de arrancamiento de un grupo de fibras desde una matriz cementicia de ultra alta resistencia. La matriz tenía una resistencia a compresión superior a 150MPa, usaron fibras lisas de acero de alta resistencia (2500MPa) de 13mm de longitud y 0,2mm de diámetro. Ensayaron especímenes con fibras inclinadas a 0°, 15°, 30°, 45° y 60° respecto de la dirección axial de los mismos. Observaron que la mayor carga pico se genero en los especímenes con fibras a 30° y 45°, debido a la combinación de mecanismos de arrancamiento de fibra y rotura de la matriz.

2.3.7. Rotura o falla de la fibra

Bajo ciertas condiciones las fibras con ganchos o fibras deformadas en general, pueden alcanzar la rotura, esto fue observado por distintos autores (Naaman et al. (1989), Banthia y Trottier (1994), Bentur et al. (1996), Guerrero y Naaman (2000), Cunha (2010), Soetens et al. (2013)). En las Figura 2.10, Figura 2.11d y Figura 2.11f, se muestran casos de arrancamiento de fibras donde se genero la rotura de la misma, en estos casos la rotura es total, es decir, se pierde totalmente la capacidad de transferencia de carga de la fibra a la matriz.

2.3.8. Rotura de matriz

Cuando la fibra está inclinada respecto de la dirección de arrancamiento se genera rotura de matriz en el punto de salida de la misma. Esto fue observado por diversos investigadores (Banthia y Trottier (1994), Leung y Shapiro (1999), Cunha et al. (2007), Cunha (2010)). Esta rotura de matriz reduce la longitud de la interfaz fibra-matriz, con lo cual reduce la resistencia al arrancamiento. No se encuentran en la bibliografía estudios experimentales donde se haya cuantificado la rotura de matriz.

2.3.9. Efecto de las tensiones laterales en la respuesta al arrancamiento

La eficiencia de los compuestos reforzados con fibras depende fuertemente del comportamiento de la interfaz fibra-matriz. Los ensayos de arrancamiento de fibra son usados para

determinar las propiedades de la interfaz, a partir de los cuales puede deducirse el comportamiento del arrancamiento de la fibra en el compuesto. Los resultados disponibles en la literatura son casi siempre obtenidos bajo condiciones de tensiones laterales nulas. Sin embargo, en muchas aplicaciones prácticas, las fibras que unen la fisura pueden estar bajo tensiones laterales importantes de compresión o tracción. En la Figura 2.13a, se muestra un ensayo de compresión diametral de una probeta cilíndrica de hormigón. Paralelo al plano de fisuración actúan tensiones de compresión (flechas rojas), que influyen en la respuesta al arrancamiento de las fibras que cosen la fisura, aumentando la fricción de la interfaz fibra-matriz. En la Figura 2.13b, se muestra una viga que presenta fisuras de corte próximas al apoyo, paralela a la fisura se generan arcos de compresión que confinan lateralmente a las fibras que atraviesan la fisura, en este caso también se aumenta la fricción en la interfaz. Por otro lado, en la Figura 2.13c se muestra la cara inferior de una placa que trabaja en dos direcciones, donde las fibras que cosen las fisuras en una dirección, son sometidas a un estado de tensiones laterales de tracción (flechas azules) en la dirección de la fisura.

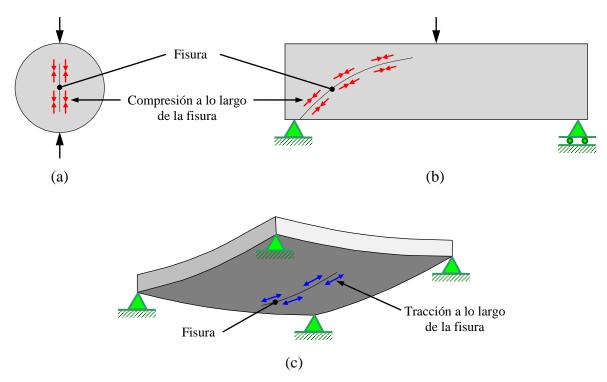


Figura 2.13: Ejemplos de propagación de fisuras con tensiones laterales paralelas a las fisuras. (a) Probeta cilíndrica en ensayo de tracción por compresión diametral. (b) Viga. (c) Placa apoyada en cuatro puntos. (Leung y Geng (1995)).

Leung y Geng (1995) propusieron una nueva configuración de ensayo para estudiar el efecto de las tensiones laterales en el despegue y arrancamiento de fibras. Bajo tensiones laterales de compresión, la fricción inicial y la resistencia efectiva de corte en la interfaz se incrementan. Sin embargo, para compresión lateral muy elevada la ficción en la interfaz decrece más rápidamente durante el arrancamiento. Por lo tanto, mientras las tensiones laterales de compresión pueden incrementar significativamente la carga pico de arrancamiento, la capacidad de absorción de energía no se incrementa en el mismo grado. Por otro lado, las tensiones laterales de tracción generan un efecto opuesto a las de compresión. Una baja tensión lateral de tracción puede causar cambios en las propiedades de la interfaz comparables en magnitud con los causados por tensiones laterales de compresión muy elevadas. Por lo tanto, aunque la tensión lateral de tracción que puede actuar en

una fibra está limitada por la baja resistencia a tracción de la matriz, puede causar un notable efecto negativo en el comportamiento de despegue y arrancamiento de la fibra.

Leung y Geng (1995) usaron en los ensayos de arrancamiento un mortero cuya resistencia a compresión y tracción (indirecta) a los 7 días era de 42MPa y 3,6MPa respectivamente. Trabajaron con dos conjuntos de especímenes cada uno con una longitud embebida de fibra diferente, 5mm y 10mm. Usaron fibras lisas de acero. Las tensiones laterales de compresión aplicadas fueron 0, 10, 20 y 30MPa. Las tensiones laterales de tracción fueron de 0 y 1MPa. El arrancamiento de la fibra se realizó con control de desplazamiento a una velocidad de 2,65μm/s.

2.3.10. Influencia de la resistencia de la fibra y de la matriz

En la Figura 2.14 se muestran los resultados de ensayos de arrancamiento de fibras de acero con ganchos en los extremos realizados por Bentur et al. (1996) (0,80mm de diámetro). Estudiaron la influencia de la calidad del acero y la resistencia de la matriz en la respuesta al arrancamiento. Observaron que la resistencia de la matriz (MRN: mortero de resistencia normal y MAR: mortero de alta resistencia), tenía poca influencia en la resistencia al arrancamiento de fibras de acero con bajo contenido de carbono (FBC). Sin embargo, en fibras con alto contenido de carbono (FAC), el incremento de la resistencia de la matriz generaba un incremento en la carga pico de arrancamiento así como una mayor resistencia post-pico.

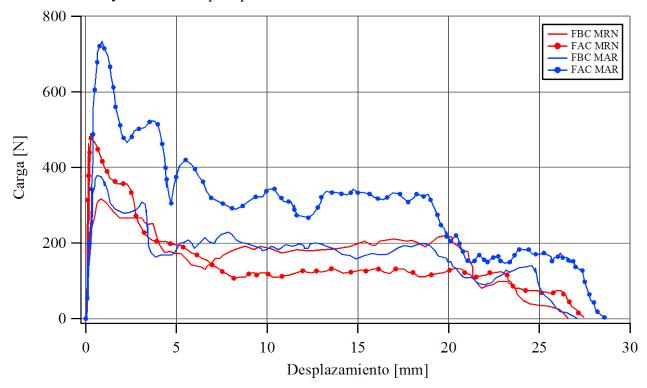


Figura 2.14: Curva de arrancamiento de fibras con ganchos en los extremos. Influencia de la calidad del acero de las fibras y la resistencia de la matriz (Bentur et al. (1996)).

Markovich et al. (2001), realizaron ensayos de arrancamiento de fibras con especímenes cilíndricos de matriz de mortero. Los especímenes tenían 64mm de diámetro, 50mm de altura y una fibra embebida en una longitud de 20mm. La fibra estaba embebida de un solo extremo, mientras el otro quedo libre. Usaron fibras con ganchos en los extremos, de 40mm de longitud, 0,38mm de

diámetro y una resistencia mínima de 2610MPa (DRAMIX RC-80/40-BP). Trabajaron con dos matrices cementicias, una con una relación agua/cemento (a/c) de 0,4 y otra de 0,3. La dosificación de la matriz con a/c=0,4 en kg/m³ era: cemento 923, arena 781, agua 366 y superplastificante 4,5. La dosificación de la matriz con a/c=0,3 en kg/m³ era: cemento 1069, arena 781, agua 260 y superplastificante 64. Para sujetar los especímenes, la matriz fue pegada en el plato inferior de la prensa y la fibra fue sujetada directamente con la mordaza del cabezal superior. Consideraban que la solución común para fijar los especímenes, usando un anillo de acero en la parte superior de la matriz no era óptima, ya que generaba arcos de compresión en la zona del gancho que alteran la respuesta al arrancamiento.

En la Figura 2.15 se muestran los resultados de los ensayos para ambas matrices, la forma de las curvas es característica de las fibras con ganchos en los extremos. Además estudiaron el comportamiento de fibras mixtas, donde la matriz del espécimen contenía fibras más cortas que la fibra a extraer, con proporción en volumen de 4% y 6%. El comportamiento de los especímenes con fibras mixtas presentan mayor resistencia al arrancamiento superior, en los especímenes con matriz de a/c=0,4 obtuvieron un incremento de la carga pico del 40% y en los de a/c=0,3 un incremento del 20%. El aumento de la proporción de fibras más cortas, de 4% a 6%, no genero incrementos significativos en la carga pico.

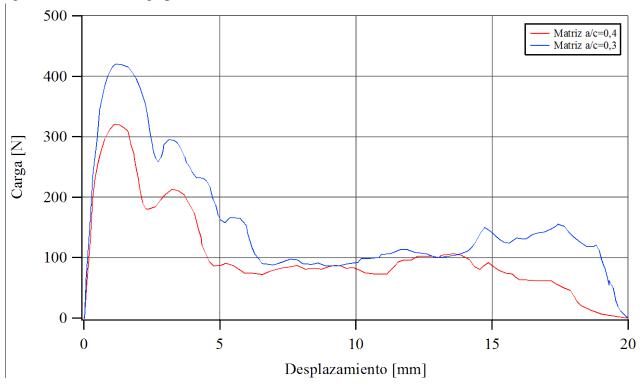


Figura 2.15: Curva de arrancamiento de fibras con ganchos. Markovich et al. (2001).

2.3.11. Efecto de la velocidad de arrancamiento

Gokoz y Naaman (1981), realizaron ensayos de arrancamiento desde una matriz de mortero de cemento portland para estudiar la influencia de la velocidades de carga. Usaron fibras lisas de acero, fibra de vidrio y fibras de polipropileno. El rango de velocidades de cargas estaba comprendido entre $4,2x10^{-3}$ cm/s a 300cm/s (42μ m/s a $3,0x10^{6}\mu$ m/s). Concluyeron que mientras las

fibras de polipropileno eran sensibles a la velocidad de deformación, las fibras de acero eran insensibles a la misma.

Banthia y Trottier (1991), señalaron que las fibras de acero con ganchos en los extremos y también las fibras torsionadas, soportaban cargas de pullout más altas bajo cargas de impacto que bajo cargas estáticas y que incluso la energía de pullout era mayor bajo cargas de impacto que bajo cargas estáticas siempre que las fibras no se rompieran.

Kim et al. (2008), realizaron ensayos de arrancamiento de fibras para distintas velocidades de carga, velocidades correspondientes a carga estática hasta las correspondientes a una excitación sísmica. Estudiaron fibras de acero con ganchos en los extremos y fibras de acero torsionadas, ambas fibras de alta resistencia, y matrices con diferente resistencia. Observaron que la energía de arrancamiento en fibras torsionadas aumenta con la resistencia a compresión de la matriz y puede ser hasta cinco veces mayor que en el caso de fibras con ganchos.

2.4. Comportamiento del hormigón reforzado con fibras

Debido a sus propiedades atractivas el uso del HRF se ha incrementado constantemente durante las últimas décadas. Se aplica actualmente, no solo a los edificios industriales y civiles comunes sino también en muchos otros campos como pavimentos de aeropuertos y autopistas, estructuras sismorresistentes y estructuras resistentes a impacto, túneles, puentes, estructuras hidráulicas, no sólo en construcciones nuevas sino también en refuerzo y reparación de estructuras existentes.

Es bien conocido que las fibras cosen las fisuras que se desarrollan en el hormigón y aumentan la ductilidad de los elementos de hormigón. Las fibras incrementan la deformación correspondiente a la carga pico y aumentan la capacidad de absorción de energía de elementos y estructuras de hormigón armado. Se ha observado que también aumentan considerablemente la resistencia a flexión del hormigón y su resistencia a impacto, resistencia a tracción, ductilidad y tenacidad en flexión, tensión de fatiga, habilidad para resistir fisuración y descascaramiento.

Para el diseño de estructuras con hormigón reforzado con fibras (HRF o en inglés FRC: fibre reinforced concrete) se necesita conocer en detalle el comportamiento en tracción de este material. Este comportamiento está afectado por varios parámetros como el tipo, la geometría y contenido de fibras, la resistencia de adherencia entre fibra y matriz, la resistencia de la matriz, la retracción del hormigón, la orientación y distribución de las fibras, etc.

La efectividad de las fibras puede ser estudiada experimental o numéricamente. Los ensayos de laboratorio de rutina en el HRF son los ensayos de compresión, flexión, tracción e impacto y, en la fibra ensayo de tracción, ductilidad y arrancamiento (pullout).

2.4.1. Comportamiento en compresión uniaxial

El comportamiento en compresión uniaxial del HRF es similar al del hormigón sin fibras. En algunos casos la carga pico puede ser menor o mayor que en el hormigón sin fibra. Existen diversas hipótesis para explicar el descenso de la carga pico, una de ellas está relacionada con la menor compacidad que genera la presencia de la fibra en la matriz de hormigón.

Banthia y Trottier (1995), realizaron ensayos de compresión y módulo de elasticidad en HRF. Estudiaron cuatro tipos fibras de acero comerciales no lisas, con diferentes geometrías y una dosificación de 40kg/m³ en cada caso. Además, se estudiaron tres tipos de hormigones, cuyas resistencias a compresión fueron 42, 53 y 85MPa.

Song y Hwang (2004), estudiaron las propiedades mecánicas del hormigón de alta resistencia reforzado con fibras de acero, compresión, módulo de rotura e índices de tenacidad. Las fibras tenían ganchos en los extremos, una longitud de 35mm y diámetro de 0,55mm (esbeltez de 64). Usaron volúmenes de fibras de 0,5%, 1,0%, 1,5% y 2,0%. La resistencia a compresión del hormigón sin fibra resultó de 85MPa, la incorporación de fibras mejoró la misma en un 7,1%, 11,8%, 15,3% y 12,9% para los volúmenes de 0,5%, 1,0%, 1,5% y 2,0% de fibras respectivamente, en el hormigón reforzado. El módulo de rotura se incrementó en un 28,1%, 57,8%, 92,2% y 126,6% respectivamente para los volúmenes de fibras usados (0,5% a 2,0%).

Ruano (2013) observó que la incorporación de fibras a la matriz cementicia no provoca cambios significativos en la resistencia a compresión y el módulo de elasticidad. La incorporación de fibras produce mayor capacidad para mantener carga y mejor control del ensayo de compresión uniaxial en la etapa postpico.

2.4.2. Comportamiento en tracción

Las principales ventajas del hormigón reforzado con fibras se evidencian en el comportamiento bajo tensiones de tracción. Sin embargo es complicado realizar ensayos de tracción directa por lo que comúnmente se evalúa el comportamiento a tracción mediante ensayos de tracción indirecta y ensayos de flexión.

Barragán et al. (2003), realizaron ensayos de tracción directa uniaxial en probetas cilíndricas entalladas, para realizar un estudio paramétrico sobre: esbeltez del espécimen, profundidad de la entalla, relación entre la respuesta y el número de fibras efectivas y, rotación de las caras de la fisura. El hormigón usado tenía una resistencia de 30MPa (determinada a los 28 días) y estaba reforzado con 40kg/m³ de fibra de acero Dramix RC 80/60 BN (60mm de longitud, 0,75mm de diámetro, resistencia mínima de 1000MPa y deformación máxima de 0.8%) con ganchos en los extremos. El promedio de las tensiones máximas de tracción alcanzadas en los ensayos fue de 2,6MPa. Las tensiones postpico y los parámetros de tenacidad presentaron un coeficiente de variación de hasta 30%, que se atribuye principalmente a la aleatoriedad del número de fibras en la superficie de falla.

Song y Hwang (2004), estudiaron las propiedades mecánicas del hormigón de alta resistencia reforzado con fibras de acero en tracción indirecta. La resistencia a tracción indirecta, también mejoró con la incorporación de fibras, desde 19% a 98,3%, para los volúmenes de 0,5% a 2,0% de fibra respectivamente.

Hassan et al. (2012) sostienen que el desarrollo de métodos apropiados de ensayo para determinar las propiedades mecánicas del UHPFRC (ultra high performance fiber reinforced concrete), especialmente el comportamiento a tracción es aún un desafío. Realizaron ensayos de tracción directa y estudiaron el módulo de elasticidad y la curva tensión deformación, especialmente en la etapa post-pico, tanto en tracción como en compresión, en hormigones con y sin fibras de acero. Usaron fibras lisas de acero de 13mm de longitud y 0,2mm de diámetro y, el hormigón tenía una resistencia a compresión entre 100 y 150MPa. Demostraron que las fibras de acero tienen un efecto de mejora en la resistencia a tracción que puede llegar a duplicarse por efecto de las mismas. Este es un efecto muy beneficioso para estructuras de hormigón donde se espera corte por punzonado como en los tableros de puentes. Más aún, se mejora la ductilidad en tracción y compresión mientras que la resistencia a compresión y el módulo elástico no se modifican prácticamente.

2.4.3. Comportamiento en flexión

Balaguru y Shah (1992) encontraron que las fibras alineadas en la dirección de las tensiones de flexión pueden generar grandes incrementos en la resistencia a flexión, hasta un 133% para un 5% de fibras lisas. Por otro lado, el incremento en resistencia a flexión es menor cuando las fibras estas distribuidas aleatoriamente, en este caso el incremento en resistencia puede ir de 0 a 60%.

Banthia y Trottier (1995), realizaron ensayos de flexión de cuatro puntos en HRF. Estudiaron cuatro tipos fibras de acero comerciales no lisas, con diferentes geometrías y una dosificación de 40kg/m³ en cada caso. Además, estudiaron tres tipos de hormigones, cuyas resistencias a compresión fueron 42, 53 y 85MPa. También realizaron ensayos de compresión y modulo de elasticidad en el HRF.

Chunxiang y Patnaikuni (1999), trabajaron con vigas de hormigones de alta resistencia sin fibras y reforzados con un 1% de fibras de acero. Usaron tres tipos de fibras de acero, de sección rectangular, de dimensiones: 18,0 x 0,4 x 0,3mm (Tipo I), 18,0 x 0,6 x 0,3mm (Tipo II) y 25,0 x 0,6 x 0,4mm (Tipo III), con esbelteces de 46, 38 y 45 respectivamente. Observaron que las fibras reducen el número y longitud de las fisuras. Las fibras de acero pueden incrementar la rigidez flexional en un 21,6%, 30% y 5,8% respectivamente para la adición del 1% de las fibras tipo I a III. También observaron que la ductilidad de las vigas de hormigón reforzados con fibras es mayor que las del hormigón sin fibras.

Ruano (2013) realizo ensayos de caracterización de flexión de HRF y encontró mejoras notorias en la tenacidad y la capacidad de mantener carga gracias a la incorporación de fibras. Además observaron que la variabilidad de los resultados decrece al aumentar el porcentaje de fibras. Observaron que el comportamiento de hormigón reforzado con fibras depende no solo del contenido y tipo de fibras sino también de la calidad de la matriz, no sólo para colaboración directa de este material en la resistencia a flexión, sino porque la resistencia del hormigón condiciona la interacción entre ambos componentes (Hormigón y fibras) que influyen en el proceso de arrancamiento de fibras, responsable de las diferencias observadas en los ensayos de flexión.

2.4.4. Esbeltez de la fibra

Lan et al. (2005), ensayaron losas de hormigón armado y hormigón reforzado con fibras bajo cargas explosivas. Usaron fibras con esbelteces de 60 y 80. Concluyeron que las fibras más esbeltas son más eficientes para resistir la fisuración y el descascaramiento. Sin embargo se debe limitar el largo de las fibras para evitar la formación de erizos durante el mezclado del hormigón.

Mohammadi et al. (2008), realizaron ensayos de impacto en hormigón convencional y hormigón reforzado con fibras de acero corrugadas de acero (de dimensiones 0,6 x 2,0 x 25mm y 0,6 x 2,0 x 50mm) y observaron que las fibras largas (50mm) dan mejores resultados que fibras cortas (25mm).

Shah y Ribakov (2011) observaron que, a pesar de que las fibras más esbeltas generan mayor resistencia a la flexión, la trabajabilidad del hormigón reforzado con fibras disminuye con el aumento de la esbeltez de las fibras, por la tanto la esbeltez está limitada a un valor óptimo para generar una buena trabajabilidad y resistencia. Sugirieron que esbelteces menores a 60 son las más adecuadas desde el punto de vista del manejo y mezclado de los fibras, pero desde el punto de vista de la resistencia lo deseables es una esbeltez alrededor de 100.

2.4.5. Porcentaje de fibras

Bayramov et al. (2004), realizaron ensayos de compresión, tracción indirecta (compresión diametral) y flexión en hormigón reforzado con fibras. Usaron tres tipos de fibras cada una con una esbeltez diferente de 55, 65 y 80, con fracciones volumétricas entre 0,26% y 0,64%. Los resultados mostraron un incremento de resistencia en compresión y tracción cuando la esbeltez crece de 55 a 65, mientras que la resistencia disminuye si la esbeltez se eleva de 65 a 80. Para una esbeltez de 65, observaron que el incremento en la fracción volumétrica de fibra de 0,26% hasta 0,64%, generó un aumento del 30% en la resistencia a compresión. En fibras con esbelteces de 55 y 80 no observaron cambios significativos en la resistencia a compresión. Sin embargo, el diámetro de la fibra y la posible orientación pueden influir en la misma. Por otro lado, a partir de cierto contenido de fibra, el incremento del mismo genera un aumento en la ductilidad en lugar de un aumento en la resistencia a compresión. Observaron que el efecto del contenido de fibra no influye significativamente en el modulo de elasticidad. En la resistencia a tracción indirecta, el incremento de fibra de 0% a 0,64% genero aumentos de 23%, 42% y 24%, en las fibras de esbeltez 55, 65 y 85 respectivamente. En flexión, el incremento de fibra de 0% a 0,64% genero aumentos de 33,5%, 56,5% y 100%, en las fibras de esbeltez 55, 65 y 85 respectivamente.

Lan et al. (2005), ensayaron losas de hormigón armado y hormigón reforzado con fibras bajo cargas explosivas. Usaron tres tipos de fibras: una con extremos aplastados (ensanchados) de 18m de longitud y esbeltez de 33,4; los otros dos tipos de fibra tenían ganchos en los extremos, una de 30mm de longitud, diámetro de 0,5mm y esbeltez de 60 y, otra de 60mm longitud, diámetro de 0,75mm y esbeltez de 80. Para cada tipo de fibra usaron proporciones de 0,5%, 1,0% y 1,5% de fibra. Concluyeron que una concentración de fibras de 1% es óptima para resistir daño, pero para disminuir costo en estructuras resistentes a explosiones se podría trabajar con 0.5% de fibras.

Mohammadi et al. (2008) realizaron ensayos de impacto realizados en hormigón con distintas fracciones volumétricas de fibras de acero, 1,0%, 1,5% y 2,0%. Obtuvieron el mejor desempeño bajo cargas de impacto para hormigones con 2.0% en volumen de fibras, luego para 1.5% y finalmente para 1%.

2.4.6. Orientación de fibras

Kang et al. (2011) estudiaron el efecto de la distribución de orientación de las fibras en la resistencia a flexión de hormigón de ultra alta resistencia reforzado con fibras de acero (en inglés, SFR-UHSC: steel fibre-reinforced ultra high strength concrete). Incorporaron un 2% de fibras lisas de acero, de 13mm de longitud y 0,2mm de diámetro. El hormigón tenía una resistencia a compresión entre 180 a 200MPa, una resistencia a tracción indirecta (compresión diametral) entre 10 a 12MPa y una resistencia a flexión (flexión de cuatro puntos) entre 30 a 35MPa. Verificaron experimentalmente que una orientación preferencial de las fibras modifica levemente la primera carga de fisuración. Los especímenes donde se coló el hormigón en dirección paralela a la dirección longitudinal del mismo, presentaron un incremento del 5,5% en la resistencia inicial de fisuración, respecto a los especímenes en los cuales el hormigón fue colado en dirección transversal a la longitudinal. En el primer caso la resistencia a flexión fue un 61% mayor que en el segundo caso.

Gettu et al. (2005) evaluaron la orientación y segregación de fibras de acero en probetas cilíndricas y prismáticas producidas por los diferentes tipos de compactación. Trabajaron con un hormigón convencional y 40kg/m³ de fibras de acero con ganchos. Los métodos de compactación fueron mesa vibratoria, manual y vibración interna y la evaluación de las probetas se realizó

cortándolas según direcciones principales y contando las fibras. Como conclusiones arribaron a que con una compactación adecuada de los cilindros se logra una distribución homogénea e isótropa en la parte central, pero una excesiva vibración provoca orientación horizontal de las fibras y segregación. Para el caso de los especímenes prismáticos la mesa vibradora induce un alineamiento preferentemente horizontal de las fibras mientras que la compactación manual y por vibración interna parece preservar la isotropía de las fibras. También observaron mayor concentración de fibras cerca de las caras de los moldes debido al efecto pared.

Torrijos (2008) estudió la orientación del refuerzo de fibras (de acero y sintéticas) en hormigón convencional y autocompactante realizando cortes y conteo de fibras. Para el hormigón convencional analizó el efecto del contenido y esbeltez de las fibras y las dimensiones del molde en la orientación del refuerzo y observó que el efecto pared es significativo pues las fibras más largas se orientan en mayor proporción en el plano horizontal. En lo referente al modo de compactación de hormigón reforzado con fibras de acero, manual por varilleo o vibrado externo, observó que independientemente del tipo de fibra utilizada el refuerzo se orientó adquiriendo una orientación 2D. También evaluó el efecto de la forma de llenado sobre la orientación de las fibras en hormigón autocompactante llenando probetas prismáticas ubicadas en diferentes posiciones vertiendo hormigón en distintas formas. De este estudio concluyó que, al igual que ocurre con el hormigón vibrado, las fibras se disponen preferentemente en planos horizontales; la forma de llenado y características geométricas del molde tienen gran influencia sobre la disposición de las fibras pues el efecto pared es función de la relación entre las dimensiones del molde y la fibra y el flujo orienta las fibras más largas.

2.4.7. Fibras eficaces

Barragán (2002) realizó ensayos de tracción directa y flexión de hormigón reforzado con fibras y posteriormente el conteo de las fibras en el plano de fractura. Además distinguió las fibras eficaces, que son las que posen gancho enderezado. En Tabla 2.6 se muestran los resultados promedios de conteos de fibras totales y eficaces para los diferentes ensayos realizados. Además Barragán (2002) encontró que existe dependencia lineal entre la tensión post pico de los ensayos realizados y las fibras eficaces que unen la fisura. Observó también gran dispersión en la cantidad de fibras eficaces.

Tabla 2.6: Densidad de fibras totales y fibras eficaces en el plano de fractura	ales y fibras eficaces en el plano de fra	ctura.
---	---	--------

Ensayo	<i>L_f</i> [mm]	<i>V_f</i> [%]	Grupo	$ar{F}_t$	$ar{F}_e$	$ar{R}_{fe}$ [%]
Tracción directa (Estudio de la Esbeltez)	60	0,5	A	62	34	55
			В	48	25	52
			C	70	41	59
Tracción directa (Estudio de profundidad de la entalla)	60	0,5	A	58	33	57
			В	62	34	55
			С	45	27	60
Flexión viga entallada	60	0,5	-	140	102	73

 L_f longitud de fibra; V_f fracción volumétrica de fibra; F_t número total de fibras promedio; F_e número de fibras eficaces promedio; $\bar{R}_{fe} = \bar{F}_e/\bar{F}_t$ proporción promedio de fibras eficaces por grupo.

En Tabla 2.7 se muestran los conteos promedio de fibras totales y eficaces realizados por Torrijos (2008) sobre la superficie de fractura de vigas entalladas ensayadas a flexión. Es interesante destacar que la proporción de fibras eficaces es mayor en las fibras más largas, lo cual se corresponde con la observación de que las fibras más largas se orientan con más facilidad en la dirección del flujo de hormigón fresco. Se observa también que la relación entre las densidades de fibras eficaces y totales es bastante dispersa.

Tabla 2.7: Densidad de fibras totales y fibras eficaces en el plano de fractura en vigas entalladas.

Fibra	<i>L_f</i> [mm]	<i>V_f</i> [%]	Viga	F_t	F_e	<i>R_{fe}</i> [%]	$ar{R}_{fe}$ [%]
F1	30	0,5	A	215	123	57	50
			В	81	46	57	
			C	85	49	58	
			D	77	33	43	
			Е	60	21	35	
			F	122	63	52	
F2	30	1,0	A	407	197	48	41
			В	220	100	45	
			C	210	80	38	
			D	171	64	37	
			Е	137	50	36	
			F	229	98	43	
F3	60	0,5	A	134	100	75	73
			В	51	36	71	
			С	54	37	69	
			D	57	44	77	

 L_f longitud de fibra; V_f fracción volumétrica de fibra; F_t número total de fibras; F_e número de fibras eficaces; $R_{fe} = F_e/F_t$ proporción de fibras eficaces de cada viga; \bar{R}_{fe} proporción promedio de fibras eficaces en un grupo de vigas.

2.5. Comentarios Finales

Existe una gran cantidad de resultados experimentales obtenidos por diversos autores en distintos tipos de ensayos de HRF y diversos compuestos cementicios (Soroushian y Bayasi (1991), Ahmad y Lagoudas (1991), Balaguru y Shah (1992), Banthia y Trottier (1995), Chunxiang y Patnaikuni (1999), Barragán et al. (2003), Dupont (2003), Bayramov et al. (2004), Song y Hwang (2004), Lan et al. (2005), Gettu et al. (2005), Colombo (2007), Habel y Gauvreau (2008), Mohammadi et al. (2008), Torrijos (2008), Cadoni et al. (2009), Coughlin et al. (2010), Millard et al. (2010), Kang et al. (2011), Shah y Ribakov (2011), Li y Zhang (2011), Hassan et al. (2012), Xu et al. (2012b), Caverzan et al. (2012), Wang et al. (2012), Yi et al. (2012), Sirijaroonchai et al. (2010)) y, en particular en ensayos de arrancamiento de fibras (Gokoz y Naaman (1981), Giaccio et al. (1986), Naaman et al. (1991), Banthia y Trottier (1991), Krishnadev et al. (1992), Banthia y Trottier (1994), Leung y Geng (1995), Bentur et al. (1996), Shannag et al. (1997), Alwan et al.

(1999), Guerrero y Naaman (2000), Markovich et al. (2001), Cunha et al. (2007), Kim et al. (2008), Lee et al. (2010), Tuyan y Yazici (2012), Soetens et al. (2013)). Sin embargo, se observa una gran variabilidad en los resultados aún para materiales y ensayos similares. Los ensayos de arrancamiento bajo tensiones laterales son escasos, al igual que los ensayos con especímenes de arrancamiento de matriz de hormigón. Si bien los ensayos de arrancamiento con fibras inclinadas son numerosos y en la mayoría se informa sobre la rotura de la matriz, en ningún caso se cuantifica la geometría de la zona de matriz perdida. Por otro lado, no se encuentran datos sobre ensayos similares realizados con materiales de la zona (Tucumán-Argentina).

CAPÍTULO 3

ESTADO DEL ARTE SOBRE MODELOS PARA HRF

3.1. Introducción

El hormigón reforzado con fibras (HRF) es una de las innovaciones más relevantes en el campo de los hormigones especiales. En las últimas cuatro décadas se han desarrollado numerosas investigaciones para entender mejor sus propiedades. Sin embargo la falta de códigos internacionales y guías de diseño para elementos de HRF durante muchos años ha frenado en cierta forma su expansión como una solución estructural competitiva. Durante muchos años sus aplicaciones se limitaron a mejorar la durabilidad mediante el control de la fisuración y su contribución estructural no se tenía en cuenta.

Esta tendencia se ha revertido en los últimos 14 años después de la publicación de los códigos de diseño y recomendaciones en Europa (código alemán Deutsche Beton Vereins (2001), recomendaciones francesas AFGC-SETRA (2002), Rilem TC 162-TDF (2003), la guía italiana CNR-DT 204/2006 (2006), el código español EHE-08 (2008) y el fib Model Code 2010 (2013)) que incrementó el interés en la aplicación de las fibras como un material de refuerzo para el hormigón.

Para poder diseñar estructuras de HRF es necesario contar con modelos confiables para reproducir el comportamiento del HRF. Como resultado del creciente interés observado en el uso del HRF como material estructural, en las últimas dos décadas se han desarrollado y publicado en la bibliografía especializada gran cantidad y diversidad de modelos para simular su comportamiento (Leung y Li (1992), Geng y Leung (1997), Lange-Kornbak y Karihaloo (1997), Boulfiza (1998), Leung y Geng (1998), Riedel et al. (1999), Peng y Meyer (2000), Li y Li (2001), Car et al. (2002), Dupont (2003), Bolander (2004), Bolander et al. (2008), Teng et al. (2008), Liu et al. (2009), Suwannakarn (2009), Wang et al. (2009), Wang et al. (2010), Farnam et al. (2010), Coughlin et al. (2010), Laranjeira et al. (2010), Pasa Dutra et al. (2010), Park et al. (2010), Radtke et al. (2010), Haido et al. (2011), Nyström y Gylltoft (2011), Gal y Kryvoruk (2011), Cunha et al. (2012), Kang y Kim (2012b), Luccioni et al. (2012), Oliver et al. (2012), Brighenti et al. (2013), Caggiano et al. (2012a), Caggiano y Martinelli (2012b), Caner et al. (2013) ,Fang y Zhang (2013), Hung y Li (2013), Ren y Li (2013), Pasa Dutra et al. (2013)). Sin embargo, la simulación del comportamiento del HRF es considerablemente más compleja que la del hormigón. Mientras para este último existen muchos modelos confiables y probados para un amplio rango de cargas, muchos modelos propuestos para HRF sólo permiten reproducir su comportamiento bajo algunas condiciones de carga, como tracción o para algún tipo de fibras, sin ganchos por ejemplo o no tienen en cuenta el deslizamiento de las fibras respecto de la matriz. Por otro lado, los modelos que permiten tener en cuenta todos estos aspectos, en general, resultan computacionalmente muy costosos. Adicionalmente, se observan aún muchas discrepancias entre resultados numéricos y experimentales y entre los distintos modelos propuestos, e incluso entre los modelos recomendados en los distintos códigos de diseño (Blanco et al. (2013)).

En este capítulo se presenta un estado del arte de los modelos para HRF existentes en la bibliografía. Se propone una clasificación tentativa de los distintos modelos existentes a luz de los distintos aspectos a tener en cuenta en la modelación numérica del HRF. Se analizan las ventajas y desventajas de los distintos enfoques utilizados para modelar cada parte del problema. El capítulo se completa con la síntesis de algunos modelos que sirven como punto de partida al modelo propuesto en esta tesis.

En términos generales, los modelos constitutivos para HRF se pueden clasificar en macromodelos y meso-modelos según la escala en la que están definidos y también en modelos multi-escala. En los macro-modelos se representa al material compuesto como un único material con propiedades promedio mientras que en los meso-modelos se tienen en cuenta cada componente material, o sea, la matriz de hormigón, las fibras y, en muchos casos, la interfaz. Los modelos multi-escala resuelven simultáneamente el problema en diferentes escalas, en el caso del HRF seria la macro y meso escala, donde a cada punto del compuesto en la macro-escala le asigna un volumen representativo que contiene información de la meso escala. Los modelos multi-escala hacen una homogeneización para pasar de la meso a la macro-escala. Un caso particular de los modelos multi-escala, es la teoría de mezclas.

En las secciones siguientes se describen sintéticamente modelos de HRF existentes en la bibliografía que corresponden a los distintos tipos señalados en esta clasificación.

3.2. Macro-modelos para HRF

En un macro-modelo el material compuesto es representado como un único material con propiedades promedio. Estos tipos de modelos están generalmente basados en enfoques fenomenológicos en los cuales las leyes constitutivas deben ser obtenidas a partir de un gran número de ensayos en laboratorios.

En trabajos recientes (Leung y Geng (1998), Peng y Meyer (2000), Teng et al. (2008), Liu et al. (2009), Wang et al. (2009), Wang et al. (2010), Farnam et al. (2010), Coughlin et al. (2010), Nyström y Gylltoft (2011)) se proponen modelos originalmente desarrollados para hormigón simple son modificados para simular el comportamiento del HRF. Estos modelos se basan en distintos enfoques para representar al HRF como material homogéneo equivalente, como el modelo de micro-planos (Liu et al. (2009)), modelos ortótropos hipoplástico basado en el enfoque de fisuras distribuidas rotantes (Hung y Li (2013)), modelos de múltiples fisuras distribuidas fijas (Barros et al. (2004)), modelos de fisuras discretas, modelos elastoplásticos (Haido et al. (2011)), modelo de Willam y Warnke (1974) (Özcan et al. (2009)), modelos de daño (Peng y Meyer (2000), Wang et al. (2008)), modelos de plasticidad y daño RHT (*RHT* modelo desarrollado por Riedel et al. (1999)) para hormigón (Nyström y Gylltoft (2011)) o modelos no lineales calibrados con resultados experimentales mediante ensayos de tracción y compresión (Campione y Mangiavillano (2008)). También se utilizan modelos constitutivos para hormigón simples disponibles en hidrocodigos comerciales calibrados con resultados experimentales de HRF, para reproducir, por ejemplo, la

respuesta ante impacto de este material HRF (Agardh (1997), Teng et al. (2008), Wang et al. (2009), Farnam et al. (2010), Wang et al. (2010), Nyström y Gylltoft (2011)).

La principal tarea en este enfoque es la definición del comportamiento a tracción del HRF que puede ser medido en ensayos de tracción directa u obtenido indirectamente a través de análisis inverso desde resultados de ensayos de flexión (Antunes et al. (2007)). Además, la selección de las curvas $\sigma - w$ (tensión vs. apertura de fisura), para ser usada en el comportamiento a tracción no es una tarea sencilla. Las curvas obtenidas a partir de ensayos de tracción directa no son confiables a causa de la gran variabilidad que generalmente se obtiene. Belletti et al. (2008) señalaron que las curvas $\sigma - w$ ó $\sigma - \varepsilon$ (tensión vs. deformación) obtenidas indirectamente desde ensayos de flexión de vigas entalladas pueden estar afectados por el modelo de fractura usado, el tamaño de la malla, el esquema de integración del elemento y el modelo analítico.

La ventaja de los enfoques fenomenológicos es el uso de la información del material en la escala adecuada para el análisis de la estructura (Pasa Dutra et al. (2010)). La principal desventaja es la necesidad de disponer de extensas y costosas campañas experimentales. Dado que el comportamiento meso-mecánico no está explícitamente modelado, la fracción de volumen de fibra, la relación de aspecto, el tipo de fibra, la distribución y la orientación no son tenidos en cuenta explícitamente. Esto hace que se deba disponer de nuevos resultados experimentales cada vez que se modifica alguno de estos datos que influyen marcadamente en el comportamiento del HRF.

Muchos de estos problemas pueden ser evitados con modelos formulados a partir de la meso-mecánica del problema. El desarrollo de modelos mecánicos de materiales compuestos con fibras en la meso-escala, también está motivado por la posibilidad de diseñar el material para cada aplicación y predecir el comportamiento del material diseñado (Li et al. (1991)).

3.3. Meso-modelos para HRF

Los modelos constitutivos formulados a partir de la meso-mecánica involucran en general dos pasos fundamentales: la determinación de la fuerza que soporta una fibra a través de una fisura en término de parámetros meso-mecánicos y la determinación del comportamiento del compuesto para unas dadas propiedades de la matriz y, proporción, tipo y distribución de fibras. Los modelos difieren fundamentalmente en la forma en que se desarrollan y se combinan estos pasos.

La definición de la fuerza de la fibra a través de la fisura puede ser establecida mediante ensayos experimentales de arrancamiento de fibra o mediante un modelo formulado a partir de la meso-mecánica. Algunos autores han desarrollado modelos para reproducir la curva cargadeslizamiento obtenida en ensayos de arrancamiento de fibras lisas o con distintas geometrías desde una matriz de hormigón (Naaman et al. (1991), Leung y Geng (1998), Alwan et al. (1999), Chanvillard (1999), Van Gysel (2000), Zhang y Li (2002), Sujivorakul y Naaman (2003), Georgiadi-Stefanidi et al. (2010), Laranjeira et al. (2010), Lee et al. (2010), Soetens et al. (2013)). En general, estos modelos no han sido luego usados para reproducir el comportamiento del HRF. La mayoría de los enfoques meso-mecánicos usan leyes muy simples para representar la respuesta de arrancamiento de las fibras.

Teniendo en cuenta que el arrancamiento de fibras es el principal mecanismo que contribuye a la tenacidad del hormigón reforzado con fibras (HRF) de acero, resulta de suma importancia poder predecir la respuesta de arrancamiento de las fibras para diseñar adecuadamente el compuesto.

En los últimos años se han hecho muchos esfuerzos para mejorar las características de adherencia-deslizamiento de las fibras de acero para HRF, siendo el más efectivo la deformación

mecánica. De ahí que la mayoría de las fibras disponibles en el mercado son deformadas mecánicamente. Sin embargo, la mayoría de las investigaciones sobre adherencia y deslizamiento se han centrado en fibras lisas (Naaman et al. (1991), Leung y Geng (1998), Zhang y Li (2002), Lee et al. (2010), Caggiano y Martinelli (2012b)) por lo que las formas comerciales han sido definidas "intuitivamente" (Laranjeira et al. (2010)). Los mecanismos asociados con el arrancamiento de fibras de eje curvo no se conocen bien y fuera de las observaciones experimentales, existen pocos modelos que tienen en cuenta la deformación del eje de las fibras (Alwan et al. (1999), Chanvillard (1999), Sujivorakul et al. (2000), Van Gysel (2000), Georgiadi-Stefanidi et al. (2010), Laranjeira et al. (2010), Soetens et al. (2013)).

Además, la mayoría de estos modelos tienen en cuenta la contribución de fibras alineadas con la fuerza de arrancamiento. Cuando la fibra tiene cierta inclinación con la dirección de la fuerza de arrancamiento el problema se complica y el campo de tensiones en la vecindad de la fibra se vuelve sumamente complejo.

A continuación se describe brevemente las propuestas de diversos investigadores para modelar el HRF considerando la geometría explicita de la fibra y la matriz.

Geng y Leung (1997), basados en curvas de arrancamiento obtenidas desde un modelo mesomecánico, establecieron la relación tensión-desplazamiento en tracción según Modo I (apertura) y usaron un modelo estadístico para tener en cuenta la distribución aleatoria de las fibras. El comportamiento del compuesto fue simulado con un código de elementos finitos usando un enfoque de fisuras discretas y colocando elementos de barra a través de las fisuras para simular el efecto de transmisión de fuerzas de las fibras.

Lange-Kornbak y Karihaloo (1997), desarrollaron un modelo para la respuesta tensiónablandamiento de compuestos cementicios reforzados con fibras cortas, donde las fisuras están unidas en todo su desarrollo por la adhesión y fricción de las fibras. El modelo tiene en cuenta tanto fibras alineadas como inclinadas.

Bolander (2004), estudio la modelación directa de las fibras individuales y la interfaz fibramatriz, representadas por reticulados aleatorios dentro de la matriz de material.

Radtke et al. (2010) propusieron un enfoque que permite modelar las fibras embebidas en la matriz e incluir el comportamiento de la interfaz fibra-matriz en el marco de trabajo del MEF de manera eficiente. Las fibras son tratadas como entidades discretas que no están relacionadas con la discretización de la matriz pero representan las fuerzas de reacción, lo cual facilita la generación de la malla de elementos finitos. El efecto de las fibras sólo se considera mediante reacciones en la matriz, que se aplican en los nodos de la malla de la matriz en correspondencia con los extremos de las fibras. Pero como la malla de fondo no coincide con los extremos de las fibras, las fuerzas de las fibras se distribuyen en los nodos circundantes dentro de un radio fijo alrededor de los extremos lo que asegura la independencia de la malla. Las fuerzas de las fibras se consideran iguales a las fuerzas de arrancamiento en función del desplazamiento de la fibra. Como en este enfoque no se modelan las fibras, el deslizamiento debe ser obtenido de la matriz. Esto puede hacerse de distintas formas e influye en los resultados. Se pueden hacer, por ejemplo la elongación de las fibras escalada con el daño de la matriz en la zona atravesada por la fibra. De esta manera, las fibras se activan únicamente cuando atraviesan una fisura. Si se quiere que la fibra trabaje antes de que la matriz se dañe se puede usar otra formulación. El modelo permite modelar el comportamiento dúctil del HRF, el endurecimiento y la fisuración múltiple.

Cunha et al. (2012), presentan un enfoque numérico mesomecánico para modelar el comportamiento del hormigón reforzado con fibras de acero. El procedimiento consta de tres pasos

principales: (i) Evaluar el comportamiento de la fibra en arrancamiento (en la mesoescala); (ii) Determinar la ubicación y orientación de cada fibras (en la mesoescala); y (iii) Modelación del hormigón reforzado con fibras de acero como un material de dos fases. Obtienen buenos resultados numéricos en las simulaciones de los ensayos de tracción uniaxial y flexión de tres puntos, de acuerdo a los resultados experimentales. Con una aproximación de la distribución de las fibras y conociendo el comportamiento mesomecánico de las fibras, es posible predecir el comportamiento macromecánico de especímenes de hormigón reforzado con fibras de acero. Por otra parte, como debido a la aleatoriedad implícita en la distribución de fibras se adopta un procedimiento de Monte-Carlo en la determinación de la ubicación y orientación de cada fibra, es posible obtener respuestas numéricas envolventes, modificando la ubicación y orientación de las fibras. Este enfoque solo se utilizó en simulaciones de especímenes entallados, es decir, donde el plano de fractura es previamente conocido.

Xu et al. (2012a), presentaron una modelación numérica de ensayos de impacto en HRF de acero para estudiar las propiedades dinámicas del material. Desarrollaron un modelo en la mesoescala en el que distinguen las fibras, los agregados y el mortero cementicio. Suponen que los agregados son redondos y están aleatoriamente distribuidos. Las fibras están también aleatoriamente distribuidas con orientaciones aleatorias. El modelo es creado con el software comercial ANSYS mientras que los ensayos son simulados con LS-DYNA.

Fang y Zhang (2013), presentaron un nuevo modelo numérico tri-dimensional (3D) para el estudio de la respuesta dinámica y modos de falla del HRF de acero, bajo cargas de impacto y explosivas. En el modelo numérico 3D, se considera al hormigón reforzado con fibras de acero constituido por dos componentes, estas son, una matriz homogénea de hormigón con baja resistencia y fibras de acero con alta resistencia. Las fibras lisas de acero de sección circular son consideradas aleatoriamente distribuidas en posición y orientación. La grilla 3D o estructura 3D de fibras se crea mediante un algoritmo con generación de parámetros aleatorios. La interacción entre la matriz y las fibras es modelada mediante un algoritmo de contacto con adherencia y deslizamiento.

3.4. Modelos multi-escala para HRF

A continuación se describe brevemente las propuestas de diversos investigadores para modelar el HRF mediante modelos multi-estaclas.

Gal y Kryvoruk (2011), propusieron una homogenización de dos pasos para evaluar las propiedades elásticas del hormigón reforzado con fibras. Generaron un modelo de elementos finitos de una celda unitaria de HRF. En el primer paso, se homogenizan mediante un procedimiento analítico las propiedades del agregado (se lo considera con forma esférica) y su capa de zona de transición de interfaz agregado-mortero (capa concéntrica al agregado). Luego se aplica el proceso de homogenización numérica para homogenizar el agregado (con la zona de transición de interfaz incluida en este), el mortero y las fibras y, obtener las propiedades macroscópicas del HRF. El marco sugerido realiza el análisis multi-escala de las estructuras de HRF, mediante la incorporación de un generador de celdas unitarias de HRF, dentro de un programa de elementos finitos comercial destinado al análisis no lineal de estructuras.

Ren y Li (2013), presentaron un marco multi-escala de la teoría de daño para simular el comportamiento del HRF. La evolución del daño en el continuo se obtiene de la homogeneización de las discontinuidades mesoscópicas y no linealidades. Se usa la equivalencia de la energía libre de

Helmholtz como vinculación entre la meso escala y la escala continua. La matriz de hormigón con la evolución de las fisuras cohesivas se simula en base al método de elementos finitos extendido y las fibras de acero se modelan como elementos de reticulado embebidos en la matriz de hormigón. Para simular el despegue de las fibras respecto de la matriz se usa un modelo tensión-deformación con ablandamiento para las fibras. En base a los campos de tensión y deformación simulados, se calcula la curva de evolución de daño multi-escala que puede ser usada en el análisis estructural no lineal.

A pesar de los progresos existentes en la actualidad, el comportamiento no lineal del HRF todavía dista mucho de ser bien entendido. Los modelos actuales todavía se encuentran con grandes dificultades que también servirán para orientar las próximas investigaciones entre las que se pueden citar: (i) Aunque el modelo de daño presentado puede incluir daño en tracción y compresión de manera unificada, el comportamiento en compresión del HRF en la mesoescala no es bien entendido ni simulado mediante los modelos numéricos existentes. Por eso se discuten solamente casos en donde domina la tracción. (ii) El HRF frecuentemente muestra fisuración múltiple bajo tracción debido al fuerte efecto de cosido de las fibras. Sin embargo, el actual XFEM experimenta inestabilidades cuando las fisuras se propagan una cerca de otra. Por esto Ren y Li (2013), trabajan con un volumen representativo con una fisura simple que se propaga. (iii) Como en todo material compuesto, la heterogeneidad de la matriz y la orientación aleatoria de las fibras puede jugar un papel esencial para el comportamiento global. (iv) El efecto escala juega un papel importante en el análisis. El mecanismo físico que está por detrás del efecto escala en HRF todavía requiere más estudio.

3.4.1. Modelos simples de homogenización

Un caso particular de los modelos multi-escala usados para modelar el HRF, son los modelos sencillos de homogenización como el esquema de Mori-Tanaka (Pasa Dutra et al. (2010)), la teoría de mezclas clásicas (Car et al. (2002), Oliver et al. (2012), Luccioni et al. (2012), Caggiano y Martinelli (2012b), Kang y Kim (2012b), Caner et al. (2013)) u otros (Pasa Dutra et al. (2013)) que permiten modelar el compuesto en función de la proporción de fibras, orientación y características, sin modelar explícitamente la geometría de las mismas.

A continuación se describe brevemente las propuestas de diversos investigadores para modelar el HRF considerando la homogenización de fibra y matriz.

Li y Li (2001), desarrollaron un modelo aproximado de daño continuo para el hormigón reforzado con fibras de acero en tracción. Propusieron un modelo de barras en paralelo en el cual las fibras y el hormigón están conectadas en componentes paralelo-series. Definen dos variables de daño relacionadas a la matriz y la fibra y, consideran explícitamente las propiedades de la interfaz fibra-matriz. Para aplicar el modelo se necesita conocer las propiedades de la matriz y la interfaz fibra-matriz, que deben ser determinadas experimentalmente.

Pasa Dutra et al. (2010), desarrollaron un método de homogenización para los comportamientos elástico y viscoelástico del hormigón reforzado con fibras de acero, consideraron una morfología matriz/inclusión. Las fibras fueron modeladas como esferoides planos y usaron el esquema de homogenización de Mori-Tanaka para estimar todas las propiedades elásticas. El modelo no considera deslizamiento en la interfaz fibra-matriz.

Caggiano et al. (2012a), presentaron una teoría constitutiva para el análisis de falla de compuestos cementicios reforzados con fibras. Usan un enfoque mesomecánico con elementos de

interfaz que les permiten modelar el despegue en la interfaz agregados-mortero y fibras-mortero. La degradación de la matriz bajo los modos de falla I y II se modela mediante leyes de ablandamiento basadas en energía de fractura, formuladas en el marco de teoría de plasticidad. El modelo de interfaz considera dos aspectos fundamentales en la interacción fibra-mortero: el efecto de unión o costura de las fibras en la apertura de las fisuras y el efecto pasador de la fibra a causa del posible deslizamiento relativo en la dirección de la fisura de las caras misma. La inclusión de la fibra y los dos efectos mencionados anteriormente son considerados mediante la teoría de mezclas.

Oliver et al. (2012), presentaron una nueva formulación basada en la teoría multi-campo material que también usa la teoría de mezclas clásica. La idea principal detrás de esta formulación es dotar al modelo macroscópico de una morfología interna que tenga en cuenta el mecanismo de deslizamiento de fibra-matriz, de tal manera que la fibra se pueda estirar de forma independiente de la deformación de la matriz. Las deformaciones en la dirección de las fibras de la matriz y las fibras están acopladas a través de una interfaz que tiene una respuesta constitutiva específica. En base a la teoría multi-campo, a través de la introducción de una nueva variable cinemática independiente, el descriptor morfológico, se puede tener en cuenta el mecanismo de deslizamiento fibra-matriz, que la teoría de mezclas clásica no puede considerar. Para tener en cuenta este fenómeno mesoscópico se introduce un micro-campo continuo que representa el desplazamiento relativo entre fibra y matriz y en el marco de la teoría multi-campo constituye el descriptor morfológico. La energía libre del compuesto se considera como la suma de las energías libres de las fibras y de la matriz más un nuevo término que caracteriza la energía superficial de la interfaz. El comportamiento frágil de la matriz se caracteriza mediante un modelo de daño continuo isótropo que distingue entre los procesos de compresión y tracción. Las fibras de acero se modelan usando un modelo elastoplástico unidireccional con endurecimiento/ablandamiento. La respuesta constitutiva de la interfaz se caracteriza mediante modelo elastoplástico cohesivo friccional con endurecimiento/ablandamiento.

Brighenti et al. (2013) compararon dos enfoques: (i) Un modelo continuo basado en un enfoque de energía de fractura para la matriz frágil que simula el comportamiento de la fractura cohesiva a través de una apropiada relajación del campo de tensiones y en un enfoque micromecánico para considerar el efecto macroscópico de las fibras (con distribución aleatoria o unidimensional); (ii) un modelo micro-mecánico de reticulado discreto que puede ser usado para simular materiales heterogéneos y compuestos multifásicos como compuestos con fibras. El modelo discontinuo de elementos finitos requiere mucho menor esfuerzo computacional. La comparación de los resultados numéricos provistos por ambos modelos con resultados experimentales de especímenes de hormigón reforzado con fibras, muestran que el modelo de reticulado es capaz de describir el patrón de fisuración en detalle, mientras que el modelo de elementos finitos discontinuo da solo información general sobre el patrón de fisuración. La respuesta tensión-deformación de ambos enfoques es satisfactoria. Sin embargo, en general, el modelo de reticulado sobreestima la tensión, hecho que puede ser atribuido a la sobreestimación de la capacidad de carga de las fibras oblicuas en la fisura.

3.5. Modelos de arrancamiento de fibras

En este apartado se presentan los modelos existentes de arrancamiento de fibras y se detallan aquellos que en los cuales se basa el modelo propuesto en esta tesis.

3.5.1. Modelo de Naaman et al. (1991) para fibras lisas alineadas

En el problema de arrancamiento de fibras (*Pull Out*), el caso de fibra lisa y sección circular uniforme es el más sencillo que se puede presentar. A continuación se describe el modelo propuesto por Naaman et al. (1991) que se usa como punto de partida para el modelo desarrollado en esta tesis.

Se consideran dos fenómenos, el primero contempla la separación de la fibra respecto de la matriz mediante una discontinuidad (ver Figura 3.1) que tiene origen en la cara de la fisura y se propaga hacia el extremo de la fibra inmerso en la matriz. Durante este proceso se generan deformaciones elásticas y deslizamiento en la interfaz, esto último da origen a la discontinuidad o rotura de la interfaz. El segundo proceso consiste en el deslizamiento de la fibra como un mecanismo dinámico, considerando que la fibra tiene movimiento de cuerpo rígido. En los gráficos de Figura 3.2 se indica la variación de la tensión de corte media (valor medio de la distribución en la longitud de la fibra) en la interfaz en relación con el deslizamiento Δ . El deslizamiento crítico $\Delta_{\rm critico}$ separa el proceso de propagación de la discontinuidad y el de deslizamiento. La Figura 3.2(b) es una ampliación de la primera parte del Figura 3.2(a).

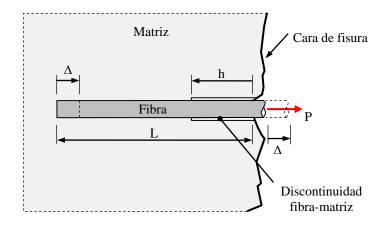


Figura 3.1: Fibra lisa, rotura de interfaz. Naaman et al. (1991)

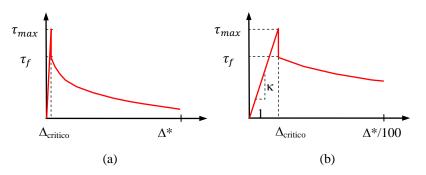


Figura 3.2: Relación Tensión de Corte vs deslizamiento. Naaman et al. (1991)

Proceso de despegue o propagación de discontinuidad fibra-matriz

Naaman et al. (1991) plantean la transferencia de fuerzas desde la fibra a la matriz, considerando el comportamiento elástico de la fibra y la matriz y, planteando la deformación diferencial entre fibra y matriz. A partir de ello proponen y resuelven la ecuación diferencial de la

fuerza de arrancamiento P de fibra lisa y el desplazamiento Δ que ésta genera en el extremo de la fibra, obteniendo un modelo de despegue para fibras lisas definido por Ec. 3.1 y Ec. 3.2.

La resistencia al arrancamiento P y el deslizamiento de la fibra Δ , dependen de la profundidad de la discontinuidad h y una serie de parámetros constantes que se definen más adelante. Se usa como variable de control en este proceso la profundidad de la discontinuidad h. Haciendo variar h entre 0 y la longitud embebida de fibra, se va construyendo la curva resistencia al arrancamiento vs deslizamiento. En este proceso de propagación de discontinuidad, se denomina deslizamiento de la fibra al desplazamiento de la sección de fibra que originalmente coincidía con la superficie de fisura respecto a la misma.

La resistencia al arrancamiento P se expresa en función de la profundidad de discontinuidad h de la siguiente manera:

$$P = \tau_f \psi h + \frac{\tau_{max} \psi}{\lambda} \frac{1 - e^{-2\lambda(L-h)}}{\frac{2}{Q} e^{-\lambda(L-h)} + \left(1 - \frac{1}{Q}\right) (1 + e^{-2\lambda(L-h)})}$$
 Ec. 3.1

El deslizamiento se determina en función de h y P (según Ec. 3.1), utilizando la siguiente ecuación:

$$\Delta = \frac{1}{A_m E_m} \left\{ P(Q-1) h - \frac{\tau_f \psi h^2}{2} (Q-2) - \tau_f \psi h L + \left(P - \tau_f \psi h\right) \left(\frac{1 - e^{-\lambda (L-h)}}{1 + e^{-\lambda (L-h)}}\right) \frac{Q-2}{\lambda} \right\}$$
 Ec. 3.2

Los parámetros Q y λ que intervienen en las ecuaciones Ec. 3.1 y Ec. 3.2 se definen como sigue:

$$Q = 1 + \frac{A_m E_m}{A_f E_f}$$
 Ec. 3.3

$$\lambda = \sqrt{\psi \,\kappa \, \left(\frac{1}{A_m \, E_m} + \frac{1}{A_f \, E_f}\right)}$$
 Ec. 3.4

donde h es la longitud de la discontinuidad y se mide desde la cara de la fisura hacia el extremo embebido de la fibra. L, ψ , A_f y E_f , son la longitud embebida inicial, perímetro, el área de la sección transversal y el modulo de elasticidad de la fibra, respectivamente. A_m es el área de la matriz que influye en el comportamiento de la fibra y E_m es el módulo de elasticidad de la matriz. τ_{max} , τ_f y κ , son la tensión tangencial máxima de adherencia, la tensión tangencial máxima de fricción y módulo de adherencia de la interfaz fibra-matriz, respectivamente. El módulo de adherencia es la pendiente elástica en la curva tensión de adherencia vs. deslizamiento.

Proceso de deslizamiento fibra-matriz

Las deformaciones y presiones laterales en la interfaz fibra-matriz tienen una influencia considerable en la transferencia de tensiones. Naaman et al. (1991) consideran tres tipos de efectos laterales: (1) confinamiento de la matriz alrededor de la fibra debido a la retracción de fraguado y deformaciones por efecto de cambios de temperatura, (2) efecto Poisson causado por el confinamiento de la matriz circundante, en la fibra, (3) deformaciones laterales en la fibra inducidas por la deformación de la matriz.

El efecto predominante es la contracción de la matriz alrededor de la fibra que genera un mecanismo de presión de fijación que a veces es llamado *misfit* fibra-matriz. El *misfit* fue definido

por Pinchin y Tabor (1978) como "la diferencia entre el radio de la fibra y el radio del agujero en la ausencia de la fibra". En Figura 3.3 se esquematiza el efecto *misfit*, donde \emptyset_f es el diámetro de la fibra y α es la profundidad de invasión de la matriz.

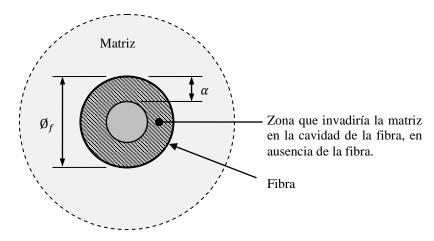


Figura 3.3: Efecto *misfit* matriz-fibra. Naaman et al. (1991)

El efecto *misfit*, disminuye a medida que la fibra es extraída, debido a una acción combinada de abrasión y compactación del cemento y partículas de arena alrededor de la fibra. Esto sucede principalmente con fibras de acero, dado que son más duras que la matriz.

Para calcular la resistencia al arrancamiento P en el proceso de deslizamiento, se va incrementando el deslizamiento Δ a partir del deslizamiento máximo del proceso anterior Δ_0 y se va estimando P con la siguiente expresión:

$$P(\Delta) = \psi \, \tau_d(\Delta) \, (L - \Delta)$$
 Ec. 3.5

La tensión de corte media en interfaz fibra-matriz τ_d se evalúa con la siguiente expresión:

$$\tau_d(\Delta) = \tau_f \frac{e^{-(\Delta - \Delta_0)^{\eta}} - \xi e^{-(L)^{\eta}}}{1 - \xi e^{-(L - \Delta + \Delta_0)^{\eta}}} \left[\frac{1 - exp(K(L - \Delta + \Delta_0))}{1 - exp(KL)} \right]$$
 Ec. 3.6

donde:

$$\Delta_0 = \frac{(Q-2)\,\tau_f\,\psi\,L^2}{2\,A_m\,E_m}$$
 Ec. 3.7

$$K = -\frac{4 \nu_f f}{E_f \mathcal{O}_f \left(\frac{1 + \nu_m}{E_m} + \frac{1 - \nu_f}{E_f}\right)}$$
 Ec. 3.8

Para calibrar el modelo, se debe estimar el parámetro ξ que define la forma de la curva resistencia al arrancamiento vs. deslizamiento. Para ello se calculan los siguientes parámetros:

$$\alpha_0 = \frac{2 \tau_f v_f L}{E_f} \left(\frac{1}{1 - exp(KL)} \right)$$
 Ec. 3.9

$$\alpha = \frac{2 P_x v_f}{E_f \psi} \left(\frac{1}{1 - exp(K (L - \Delta_x + \Delta_0))} \right)$$
 Ec. 3.10

$$\xi = \frac{e^{-(L)^{\eta}} - \frac{\alpha}{\alpha_0} e^{-(L - \Delta_x + \Delta_0)^{\eta}}}{e^{-(\Delta_x - \Delta_0)^{\eta}} - \frac{\alpha}{\alpha_0}}$$
 Ec. 3.11

donde \emptyset_f es el diámetro de la fibra. Δ_0 es el máximo deslizamiento producido en el proceso de propagación de despegue. η es un parámetro que define la forma de la curva, se ajusta en base a resultados experimentales. Naaman et al. (1991) propone $\eta = 0,20$. ξ es otro parámetro que define la forma de la curva, se ajusta en base a resultados experimentales mediante Ecuaciones Ec. 3.9, Ec. 3.10 y Ec. 3.11. ν_f y ν_m , son los coeficientes de Poisson de la fibra y la matriz, respectivamente. f es el coeficiente de roce dinámico en la interfaz fibra-matriz. P_x , Δ_x son las coordenadas del pico de carga de la curva resistencia al arrancamiento vs. desplazamiento. α y α_0 son la profundidad de invasión y la profundidad de invasión inicial de la matriz en la cavidad de la fibra, respectivamente, si no estuviera la fibra.

3.5.2. Otros modelos para fibras lisas

Li et al. (1991), propusieron calcular la fuerza de arrancamiento en fibras lisas inclinadas $P(L, \varphi, \delta)$ (donde L es la longitud embebida, φ es el ángulo de inclinación de la fibra respecto a la normal del plano de fisura y δ es del deslizamiento de la fibra) a partir de un modelo para fibras lisas alineadas $\bar{P}(L, \delta)$, de la siguiente manera:

$$P(L, \varphi, \delta) = e^{f\varphi} \bar{P}(L, \delta)$$
 Ec. 3.12

donde los parámetro f y φ , en el exponente de la función exponencial son el coeficiente de fricción y el ángulo de inclinación de la fibra, respectivamente. Además consideraron la rotura o corte de la fibra mediante un criterio de carga máxima.

Leung y Geng (1998), estudiaron la fuerza de arrancamiento en fibras lisas inclinadas. Consideraron que la fuerza de arrancamiento P, puede ser separada en dos componentes S y R. La componente S se debe a las tensiones tangenciales en la interfaz fibra-matriz y R es una componente de flexión debido a las reacciones perpendiculares de la matriz sobre la fibra. La componente S se determina mediante métodos similares a los propuestos por Naaman et al. (1991) para fibras lisas alineadas, pero depende de R, ya que las tensiones normales a la superficie lateral de la fibra influyen en la fricción y por lo tanto en S. La componente R se obtiene analizando la fibra como una viga en flexión en una fundación elástica y representa la reacción de dicha fundación. La fundación elástica representa el comportamiento de la matriz y contempla, además la posibilidad de rotura de esta última. Se considera que el comportamiento a flexión de las fibras es elastoplástico y se define el mismo en base a diagramas de interacción Momento-Curvatura para una determinada fuerza axial.

Zhang y Li (2002), realizaron un estudio analítico del efecto del ángulo de inclinación de la fibra respecto al plano de la fisura en la carga de rotura de la fibra. Cuando se arranca una fibra rígida inclinada se genera un efecto de flexión que reduce la carga de rotura de la fibra significativamente en comparación con el caso de fibras alineadas, es decir, con inclinación cero.

Esto se conoce como degradación aparente de la resistencia de la fibra. Debido a la degradación aparente de la resistencia con el incremento del ángulo de orientación de la fibra, la longitud embebida de la fibra disminuye. En el análisis, la fibra es separada en dos cuerpos libres en el medio de la fisura. Luego cada parte de la fibra es analizada como una viga con comportamiento elástico y carga axial, con un extremo parcialmente empotrado en la matriz y el otro extremo en voladizo. El influencia de la inclinación es considerada mediante una función exponencial similar a Li et al. (1991). El estudio de la fibra como viga se emplea para determinar la rotura de la fibra.

Lee et al. (2010), propusieron un modelo de arrancamiento para fibras lisas inclinadas. El planteo se basa en el modelo propuesto por Naaman et al. (1991) para fibras alineadas. Consideran el efecto de la inclinación en la tensión tangencial τ en la interfaz fibra-matriz (τ_{max} y τ_f). Para un cierto ángulo de inclinación φ , la tensión en la interfaz es:

$$\tau(\varphi) = e^{f\varphi} (\cos(\varphi))^k \tau(\varphi = 0)$$
 Ec. 3.13

donde $\tau(\varphi=0)$ es la tensión en la interfaz fibra-matriz en fibras alineadas (determinada experimentalmente), $e^{f\varphi}$ tiene en cuenta el efecto de inclinación de la fibra y $(\cos(\varphi))^k$ contempla la rotura de matriz. Los coeficientes f y k, son el coeficientes fricción y el coeficiente de rotura de matriz respectivamente, ambos deben determinarse experimentalmente (f=1,6 y k=1,8: para hormigón de ultra-altas prestaciones con resistencia superior a 150MPa y fibras de acero de 0,2mm de diámetro, 13mm de longitud y 2500MPa de resistencia).

Caggiano y Martinelli (2012b), presentaron una formulación unificada para simular el comportamiento de adherencia de fibras embebidas en una matriz cementicia. En principio, la formulación se basa en asumir un modelo que relaciona las tensiones de adherencia y los correspondientes desplazamientos relativos. Consideraron dos alternativas: la primera usando un modelo de plasticidad basado en fractura que requiere solución numérica, la segunda considerando una relación bilineal simplificada que puede ser manejada analíticamente.

3.5.3. Modelo de Chanvillard (1999) para fibras eje curvo

Las fibras con eje curvo, poseen una componente mecánica adicional en la resistencia al arrancamiento. A continuación se describe el modelo propuesto por Chanvillard (1999) en el que se basa el modelo de arrancamiento propuesto en esta tesis.

Chanvillard (1999) plantea la ecuación diferencial que rige el problema de extracción de una fibra de una matriz a partir de ecuaciones de equilibrio de fuerzas, equilibrio de energía y consideraciones de interacción en la interface fibra-matriz. Considera las fuerzas másicas despreciables y no las tiene en cuenta en el análisis. Asume que la fibra no experimenta deformaciones axiales.

* Equilibrio de Fuerzas

Para el análisis Chanvillard (1999) aísla un segmento diferencial de fibra, como el representado en Figura 3.4, en la cual se indican las fuerzas que actúan en el mismo.

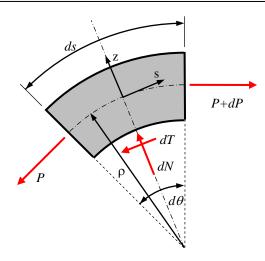


Figura 3.4: Elemento de fibra. Chanvillard (1999).

En la Figura 3.4 ds es la longitud sobre el eje del elemento diferencial, ρ es el radio de curvatura y $d\theta$ es la amplitud angular elemento diferencial. P es la fuerza axial en la sección de la fibra y dP representa el incremento de la fuerza P, dT es la resultante de fuerzas superficiales en la superficie perimetral del elemento de fibra y dN es la resultante de fuerzas superficiales normales a la superficie perimetral generadas por el cambio de dirección de la fuerza axial.

Plantea el equilibrio de fuerzas del elemento diferencial de la en Figura 3.4 en la dirección *s* y en la dirección *z*, obteniendo:

$$\sum F_s = 0 \implies -P\cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) + (P + dP)\cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) - dT = 0$$
 Ec. 3.14

$$\sum F_z = 0 \implies -P \operatorname{sen}\left(\frac{d\theta}{2}\right) - (P + dP) \operatorname{sen}\left(\frac{d\theta}{2}\right) + dN = 0$$
 Ec. 3.15

Como $d\theta/2$ es un ángulo pequeño, resulta que $cos(d\theta/2)=1$ y $sen(d\theta/2)=d\theta/2$, reemplaza en Ec. 3.14 y Ec. 3.15 y, obtiene:

$$dP = dT$$
 Ec. 3.16

$$dN = P d\theta$$
 Ec. 3.17

Balance de Energía

El balance de energía mecánica, durante el deslizamiento de un elemento de fibra, permite establecer que, el trabajo realizado por las fuerzas externas ($W_{externo}$) es igual a la energía de deformación ($W_{deformacion}$).

El trabajo de las fuerzas externas lo plantea como:

$$W_{externo} = \int_{\tilde{S}} p_i u_i d\tilde{S}$$
 Ec. 3.18

y a energía de deformación la calcula como:

$$W_{deformacion} = \int_{V} \sigma_{ij} \, \varepsilon_{ij} \, dV$$
 Ec. 3.19

Considera un campo de desplazamiento, referido a coordenadas curvilíneas que expresa de la siguiente manera:

$$\mathbf{u}(z,s) = \begin{cases} u_s = z \, s \, dC \\ u_z = 0 \\ u_y = 0 \end{cases}$$
 Ec. 3.20

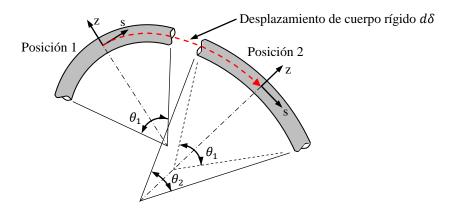


Figura 3.5: Elemento de fibra de longitud ds sometido a un desplazamiento. Chanvillard (1999).

Cambio de radio de curvatura

$$\Delta \rho = \frac{ds}{\theta_1 - \theta_2}$$
 Ec. 3.21

Cambio de la curvatura

$$\Delta C = \frac{\theta_1 - \theta_2}{ds}$$
 Ec. 3.22

Según el campo de desplazamiento de Ec. 3.20, solo hay desplazamiento en la dirección s y en consecuencia, en el cálculo del trabajo externo sobre el elemento según Ec. 3.18, sólo las componentes de las fuerzas superficiales p_i en la dirección del eje de la fibra s, generan trabajo. En la Figura 3.6 se muestra el elemento de fibra curvo de la Figura 3.4, donde se indican las superficies del mismo, siendo S y S' las superficies de los extremos y, S'' la superficie perimetral:



Figura 3.6: Definición de la superficie de integración en el elemento de fibra superficies.

La fuerza superficial que actúa en cada superficie del elemento de la Figura 3.6, se calculan en base a las fuerzas indicadas Figura 3.4, resultando:

Superficie *S*:
$$p_{1s} = P/S$$

Superficie S':
$$p_{2,s} = (P + dP)/S'$$
 Ec. 3.23

Superficie
$$S''$$
: $p_{3s} = dT/S''$

donde \tilde{S}_i es el área de la superficie considerada en el elemento.

El tensor de deformaciones lo obtiene derivando el campo de desplazamiento de la Ec. 3.20, resulta:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{ij} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} z \, dC & (1/2) \, s \, dC & 0 \\ (1/2) \, s \, dC & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
 Ec. 3.24

y el tensor de tensiones lo propone como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ij} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
 Ec. 3.25

Remplazando en la ecuación Ec. 3.18 las ecuaciones Ec. 3.20 y Ec. 3.23, se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{split} W_{externo} &= -\frac{P}{\tilde{S}_1} \int\limits_{\tilde{S}_1} \left(d\delta + z \left(s - \frac{ds}{2} \right) \, dC \right) \, d\tilde{S}_1 \, - \frac{dT}{\tilde{S}_3} \int\limits_{\tilde{S}_3} \left(d\delta + z \, s \, dC \right) \, d\tilde{S}_3 \\ &+ \frac{P + dP}{\tilde{S}_2} \int\limits_{\tilde{S}_2} \left(d\delta + z \left(s + \frac{ds}{2} \right) \, dC \right) \, d\tilde{S}_2 \end{split}$$
 Ec. 3.26

Desprecia los términos de orden 2 y 3 y, trabajando algebraicamente, se obtiene:

$$W_{externo} = dP \, d\delta - dT \, d\delta$$
 Ec. 3.27

Remplaza en Ec.2.15 las Ec.2.18 y Ec.2.19 y, obtiene:

$$W_{deformacion} = \int_{V} \sigma z \, dC \, dV = dC \, ds \int_{V} \sigma z \, dV = dC \, ds \, M$$
 Ec. 3.28

Plantea balance de energía, igualando Ec. 3.27 y Ec. 3.28:

$$W_{externo} = W_{deformacion} \implies dP d\delta - dT d\delta = dC ds M$$
 Ec. 3.29

y resulta la siguiente ecuación diferencial:

$$dP = \frac{dC}{d\delta} ds M + dT$$
 Ec. 3.30

donde $dC/d\delta$ representa el cambio de curvatura en un elemento, al desplazarse una longitud $d\delta$.

Interacción en interfaz fibra-matriz

Utiliza como modelo de interacción en la interfaz fibra-matriz, un modelo basado en la ley de Coulomb:

$$\tau = c + \sigma f$$
 Ec. 3.31

Expresa el modelo de interacción en términos de fuerzas mediante la siguiente ecuación:

$$dT = \tau_d \psi \, ds + dN \, f$$
 Ec. 3.32

donde τ_d es una tensión tangencial de origen friccional, independiente de la fricción que genera dN en la interfaz fibra-matriz, ψ es el perímetro de la fibra y f el coeficiente de roce dinámico.

❖ Ecuación diferencial para estimar la resistencia al arrancamiento de la fibra

La ecuación diferencial para la resistencia al arrancamiento de la fibra propuesta por Chanvillard (1999), surge de combinar las Ec. 3.17, Ec. 3.30 y Ec. 3.32, donde obtiene:

$$dP = \left(\frac{dC}{d\delta} M + \tau_d \psi + P(s) C f\right) ds$$
 Ec. 3.33

donde dP es incremento de la fuerza de arrancamiento para un incremento de desplazamiento $d\delta$. dC es el cambio de curvatura del elemento diferencial analizado cuando experimenta un incremento de desplazamiento $d\delta$. M es el momento flector que actúa en la sección de la fibra y los estima en base a diagramas de interacción momento-normal y momento-curvatura. τ_d es una tensión tangencial de origen friccional. ψ es el perímetro de la fibra. P(s) es la fuerza normal en la sección de la fibra de coordenada s. C es la curvatura del elemento diferencial de fibra y f el coeficiente de roce dinámico.

3.5.4. Otros modelos para fibras de eje curvo

Alwan et al. (1999), propusieron un modelo de arrancamiento para fibras de acero con ganchos en los extremos, usando el concepto de polea con fricción junto con dos rotulas plásticas para simular la acción del gancho. El modelo considera tres casos según el deslizamiento de la fibra: (i) Despegue completo de la fibra, según el modelo de Naaman et al. (1991) para fibras lisas; (ii) Fricción en la interfaz fibra-matriz como un problema unidimensional según el modelo de Naaman et al. (1991) para fibras lisas, considerando además la contribución de dos rotulas en una primera etapa y luego sólo una rotula plástica, en función del deslizamiento de la fibra; (iii) Fricción en la interfaz fibra-matriz como un problema unidimensional según el modelo de Naaman et al. (1991) para fibras lisas.

Van Gysel (2000), propuso modelar el efecto del gancho de la fibra de acero asumiendo la geometría del gancho como una suma de segmentos rectos y curvos. El procedimiento usa el principio de conservación de la energía propuesto por Chanvillard (1999), se basa en consideraciones teóricas y experimentales y, tiene en cuenta la perdida de adherencia de la fibra, la deformación plástica y las fuerzas de fricción adicionales debidas al enderezamiento incompleto del gancho.

Laranjeira et al. (2010), presentaron un nuevo enfoque conceptual para predecir la respuesta de arrancamiento de fibras inclinadas con ganchos en los extremos. El modelo considera la geometría de la fibra formada por tramos curvos y rectos y, la resistencia de los materiales constituyentes. También se basa en datos experimentales de arrancamiento de fibras alineadas con la dirección de carga, para evaluar la contribución del gancho y los segmentos rectos de la fibra. En la interacción fibra-matriz se considera la matriz que se rompe cerca de la superficie de la fisura y se incluyen los efectos locales de fricción en el punto donde la fibra sale de la matriz. El enfoque implica parámetros físicos y la formulación se basa en la obtención de un conjunto de puntos clave que definen la forma del diagrama multilineal predictivo de arrancamiento. En esta propuesta no se tienen en cuenta la flexibilidad de la fibra, el tipo de carga ni la influencia de fibras vecinas en el fenómeno de rotura de matriz.

Georgiadi-Stefanidi et al. (2010), trabajaron en el desarrollo de modelos numéricos de fibras de acero con ganchos embebidas en matrices cementicias de alta resistencia. Estudiaron el arrancamiento de fibras mediante un modelo numérico tridimensional que considera en forma discreta la matriz, la fibra e interfaz fibra-matriz y tiene en cuenta la no linealidad presente en el modelo físico. Los elementos de interfaz fibra-matriz sólo trabajan en dirección tangencial a la fibra y se modelan con comportamiento no lineal. Las propiedades constitutivas deben ser determinadas experimentalmente mediante ensayos de arrancamiento de fibras lisas. Este enfoque permite estudiar gran variedad de geometría de fibras, pero es un método computacionalmente costoso.

Soetens et al. (2013), propusieron un modelo para fibras con ganchos inclinadas. Consideraron el despegue y la fricción en la interfaz fibra-matriz como un problema unidimensional y usaron la solución propuesta por Stang et al. (1990). Aplicaron el modelo de Chanvillard (1999) para considerar la deformación del gancho y tienen en cuenta la rotura de la matriz debido a la inclinación de la fibra. Analizaron, además, la rotura o corte de la fibra mediante un criterio de carga máxima y consideraron la fuerza residual de arrancamiento. Para tener en cuenta el efecto de la inclinación, consideran un tramo de curvatura uniforme para el cambio en la dirección de la fibra en la zona del punto de salida de la misma desde la matriz. Este tramo curvo implica asumir la rotura de matriz en la zona cóncava del mismo. El radio de dicho tramo es estimado en función de la resistencia a compresión de la matriz, el diámetro de la fibra y la fuerza axial. Además el nuevo tramo curvo de fibra, es analizado mediante el modelo de Chanvillard (1999) para determinar el aporte que genera en la resistencia al arrancamiento. Por otro lado, el efecto de la fuerza residual se estima a partir de los estudios realizados por Georgiadi-Stefanidi et al. (2010), en función de la resistencia a compresión del hormigón, la resistencia de la fibra y el diámetro de la fibra.

3.6. Distribución de posición y orientación de fibra

Un aspecto importante en la modelación del HRF es el estudio de la orientación de las fibras y su ubicación respecto del plano de fisura. Desde el punto de vista del diseño de elementos de HRF se pueden destacar dos enfoques principales para el estudio de la distribución de fibras, uno es mediante métodos probabilísticos (Li et al. (1991), Hine et al. (2002), Dupont y Vandewalle (2005), Gal y Kryvoruk (2011), Kang y Kim (2011), Kang y Kim (2012b), Laranjeira et al. (2012), Cunha et al. (2012), Ren y Li (2013)) y otro a través de método basados en el estudio del escurrimiento o flujo del HRF en estado fresco (Stähli et al. (2008), Kang y Kim (2012a)). Por otro lado, para la verificación de elementos de HRF existentes, se pueden aplicar los dos enfoques mencionados, pero además es posible estimar la distribución a través de mediciones con métodos no destructivos sobre los elementos de HRF (Ozyurt et al. (2006) usaron espectroscopia de impedancia, Stähli et al.

(2008) emplearon un escáner de tomografía computarizada, Lataste et al. (2008) utilizaron mediciones de resistividad eléctrica). Los métodos destructivos para medir la distribución de fibras se basan en cortar el elemento HRF en una sección y a través de imágenes digitalizadas de dicha sección determinar el número de fibras, la orientación de cada una y su ubicación (Ozyurt et al. (2006), Cunha (2010), Kang et al. (2011), Liu et al. (2012)). Los métodos destructivos sirven principalmente para refinar los métodos anteriores mediante información estadística.

Mediante los métodos probabilísticos se puede obtener una distribución promedio de las fibras para una dada sección (o plano de fisura) del elemento de HRF (Li et al. (1991), Dupont y Vandewalle (2005), Kang y Kim (2011), Kang y Kim (2012b), Laranjeira et al. (2012)) y también una distribución discreta de las fibras en el elemento de HRF (Hine et al. (2002), Gal y Kryvoruk (2011), Cunha et al. (2012), Ren y Li (2013)). Estos métodos se basan en la distribución aleatoria de la fibra y también consideran el efecto pared de los moldes y, en algunos casos la presencia del agregado (Gal y Kryvoruk (2011)).

3.6.1. Métodos Probabilísticos

* Modelo de Li et al. (1991)

Li et al. (1991) consideraron el efecto de la orientación de las fibras y la longitud embebida de las mismas en la respuesta del HRF mediante funciones de probabilidad que definen la participación de las fibras en la respuesta del compuesto. En la Figura 3.7 se muestra una fibra de longitud L_f , ubicada arbitrariamente a una distancia z entre el plano de la fisura y el centro de la fibra y, con un ángulo de orientación φ respecto de la normal al plano de la fisura.

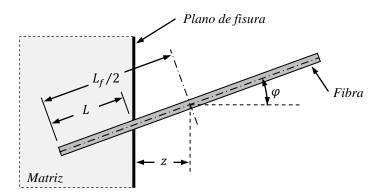


Figura 3.7: Fibra lisa atravesando una fisura en la matriz. Li et al. (1991).

En base a la geometría indicada en la Figura 3.7 se define el parámetro L:

$$L = \frac{L_f}{2} - \frac{z}{\cos(\varphi)}$$
 Ec. 3.34

Solo las fibras con L > 0 atraviesan el plano de la fisura y en esos casos L representa la longitud embebida de la fibra. La condición para que una fibra intercepte una fisura seria $L \ge 0$, entonces a partir de la Ec. 3.34 se tiene:

$$\varphi \le \arccos\left(\frac{2}{L_f}z\right)$$
 Ec. 3.35

El numero de fibras que atraviesan el plano de la fisura depende de la distribución de z y φ . Considerando una distribución aleatoria uniforme de z, la función de densidad de probabilidad p(z) se define como:

$$p(z) = \frac{2}{L_f} z$$
 con $0 \le z \le L_f/2$ Ec. 3.36

Considerar orientación aleatoria 3D de las fibras en la matriz, es equivalente a decir que un extremo de la fibra tiene la misma probabilidad de estar situado en cualquier punto de una semiesfera definida por las posibles orientaciones de las fibras (ver Figura 3.8).

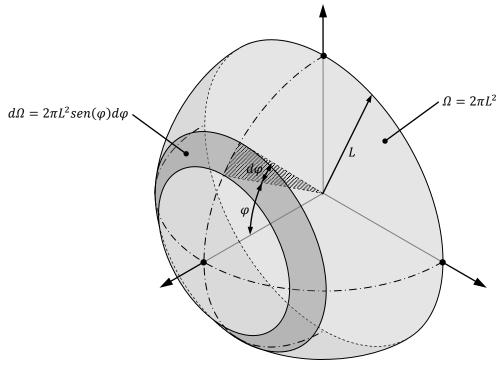


Figura 3.8: Superficie semiesférica que define las posibles posiciones del extremo de una fibra con orientación aleatoria 3D y longitud embebida *L*.

En la Figura 3.8, Ω es el área de la semiesfera y $d\Omega$ es el área de del anillo de espesor diferencial. Acorde al esquema de esta figura, la función de densidad de probabilidad $p(\varphi)$ para considerar la orientación, está dada por:

$$p(\varphi) = sen(\varphi)$$
 con $0 \le \varphi \le \pi/2$ Ec. 3.37

Entonces, el número de fibras dN con ángulo de orientación entre $[\varphi, \varphi + d\varphi]$ y posición entre [z, z + dz] que atraviesan la fisura, pueden calcularse como:

$$dN = N_t p(\varphi) d\varphi p(z) dz$$
 con $0 \le \varphi \le \arccos(2z/L_f)$ y $0 \le z \le L_f/2$ Ec. 3.38

Se asume implícitamente que las variables z y φ son independientes. N_t es el número total de fibras en el volumen de matriz $A_c L_f$, que contiene las fibras que atraviesan el plano de la fisura de área A_c , entonces:

$$N_{t} = \frac{volumen\ total\ de\ fibras}{volumen\ de\ una\ fibra} = \frac{A_{c}L_{f}V_{f}}{A_{f}L_{f}} = \frac{A_{c}}{A_{f}}V_{f}$$
 Ec. 3.39

donde A_f es el área de la sección transversal de la fibra y V_f es la fracción volumétrica de fibras en el compuesto.

Por último, en base a la fuerza de arrancamiento de una fibra $P(L, \varphi, \delta)$ y al número de fibras que atraviesan la fisura dN, se determina la fuerza $F(\delta)$ que transmite el conjunto de fibras a través de la fisura y con esta fuerza se estima la tensión media normal a la fisura $\sigma_c = F(\delta)/A_c$, que resulta:

$$\sigma_c = \frac{F(\delta)}{A_c} = \frac{\int P(L, \varphi, \delta) dN}{A_c} = \frac{V_f}{A_f} \int_0^{L_f/2} \left(\int_0^{\arccos(2z/L_f)} P(L, \varphi, \delta) p(\varphi) d\varphi \right) p(z) dz \qquad \text{Ec. 3.40}$$

El mismo análisis es empleado posteriormente por Kang y Kim (2012b).

❖ Modelo de Dupont y Vandewalle (2005)

Dupont y Vandewalle (2005) propusieron una expresión para obtener el coeficiente de orientación α , mediante el cual es posible estimar por ejemplo, el numero de fibras N que atraviesan una sección transversal de una viga. El procedimiento es una ampliación del análisis usado por Li et al. (1991), al cual se le incorporan condiciones de contorno que restringen la superficie Ω de la semiesfera presentada en la Figura 3.8 y proponen la simplificación de trabajar con una única longitud embebida L, igual a $L = L_f/2$, donde L_f es la longitud de la fibra. El número de fibras por unidad de área n, se define como (Krenchel (1975)):

$$n = \alpha \frac{V_f}{A_f}$$
 Ec. 3.41

donde A_f es el área de la sección transversal de la fibra.

El coeficiente de orientación α , es un coeficiente ponderado para toda la sección de la viga se estima como:

$$\alpha = \frac{\sum \alpha_i A_{vi}}{A_v}$$
 Ec. 3.42

donde α_i es el coeficientes de orientación de zona de orientación i de la sección de viga y A_{vi} es el área de dicha zona. En la Figura 3.9 se indican las zonas de orientación consideradas:

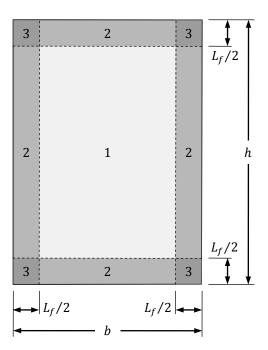


Figura 3.9: Sección transversal de una viga, dividida según tres zonas de orientación. Dupont y Vandewalle (2005).

En la Figura 3.10 se muestra la geometría de la superficie definida por las posibles posiciones de los extremo de una fibra con orientación aleatoria 3D, considerando una orientación aleatoria libre (a), orientación aleatoria con una restricción (b) y orientación aleatoria con 2 restricciones (c).

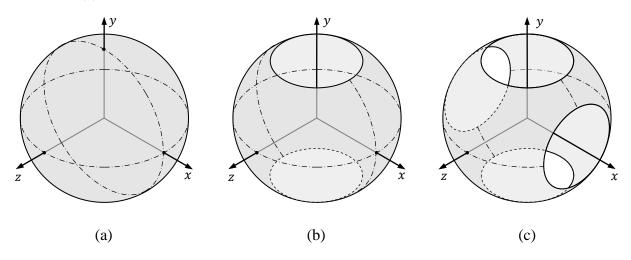


Figura 3.10: Superficie que define las posibles posiciones de los extremo de una fibra con orientación aleatoria 3D

Los coeficientes de orientación α_i se calculan como:

$$\alpha_i = \frac{1}{\Omega} \int_{\overline{\Omega}} cos(\varphi) d\Omega$$
 Ec. 3.43

donde $\Omega = 2\pi (L_f/2)^2$ es el área de la semiesfera definida sobre el eje z y $\overline{\Omega}$ es el área de la semiesfera considerando las restricciones definida sobre el eje z.

En el caso particular de la zona de orientación 1, no hay efecto pared y por lo tanto no se imponen condiciones a la superficie, en este caso el coeficiente de orientación es $\alpha_1 = 0.5$. En las

zonas con restricciones, los α_i quedan definidos por funciones y deben resolverse para cada longitud de fibra L_f .

* Modelo de Laranjeira et al. (2012)

Laranjeira et al. (2012) estudiaron la orientación 3D de fibras y efecto pared en condiciones anisótropas. Proponen estimar el coeficiente de orientación α contemplando los siguientes factores que influyen en la orientación de la fibra y a los cuales se asigna un coeficiente de orientación parcial: (i) Las propiedades del HRF en estado fresco después de la mezcla y antes de colocarlo en los moldes, α_M ; (ii) La forma de llenado del molde, $\Delta\alpha_C$; (iii) El efecto pared introducido por el molde, $\Delta\alpha_F$.

$$\alpha_i = \alpha_{Mi} + \Delta \alpha_{Ci} + \Delta \alpha_{Di} + \Delta \alpha_{Fi}$$
 Ec. 3.44

donde el subíndice i representa la dirección de análisis x, y ó z.

El coeficiente de orientación α_{Mi} , se define según el tipo de hormigón distinguiendo entre hormigón convencional ($\alpha_{Mx} = \alpha_{My} = \alpha_{Mz} = 0.5$ donde y es la dirección vertical) y hormigón autocompactante ($\alpha_{Mx} = 0.6$; $\alpha_{My} = 0.3$; $\alpha_{Mz} = 0.6$ donde y es la dirección vertical).

El coeficiente de orientación $\Delta \alpha_{Ci}$, se define en función de la geometría del elemento de llenado (cuchara, pala, etc.), la inclinación del mismo sobre el plano horizontal y vertical respecto al molde. Tiene en cuenta el efecto pared generado en el elemento de llenado.

El coeficiente de orientación $\Delta \alpha_{Fi}$, se determina mediante un procedimiento similar al aplicado por Dupont y Vandewalle (2005), pero quitando el aporte de la zona de orientación sin restricciones. El método se diferencia (respecto a Dupont y Vandewalle (2005)) en las variables usadas para definir la superficie de las posibles posiciones de los extremos de la fibra, lo que influye en el método de resolución de la Ec. 3.43.

Para un enfoque más amplio en la obtención del coeficiente de orientación, se deberían considerar los efectos dinámicos que tienen lugar durante el llenado del molde, vibrado o flujo. Esto se podría contemplar mediante un coeficiente parcial $\Delta \alpha_{Di}$, pero aun no existes procedimientos sencillos para valorar este coeficiente.

3.6.2. Enfoque según flujo del compuesto en estado fresco

Kang y Kim (2012a), estudian la variación de la distribución de orientación de las fibras a lo largo del flujo de compuestos cementicios de ultra-altas prestaciones en estado fresco. Para describir el movimiento de rotación de una fibra usan la ecuación de Jeffery (1922), no consideran la interacción entre fibras. Analizan dos casos de patrones de flujo, un flujo tangencial a las paredes del molde y un flujo radial. Simulan la distribución de la orientación de las fibras a lo largo del flujo, iniciando con una orientación aleatoria 3D. En el caso del flujo tangencial a las paredes del molde, las fibras se vuelven gradualmente más paralelas respecto a la dirección del flujo. Por otro lado, en el flujo radial, las fibras se vuelven más perpendiculares respecto de la dirección del flujo. En ambos casos, a medida que aumenta la distancia, el efecto se acentúa.

3.7. Comentarios Finales

Si bien los macro-modelos dan una idea del comportamiento del HRF, no logran reproducir muchos aspectos de la respuesta de elementos de HRF.

Los meso-modelos y los modelos multi-escala que discretizan todas las componentes resultan computacionalmente muy costosos. La mayoría de los modelos desarrollados son aplicables a fibras lisas y usan modelos de arrancamiento muy sencillos normalmente de tipo multilineal o elementos de interfaz con leyes de tipo Coulomb.

Los modelos de arrancamiento de fibras desarrollados son bastante detallados pero aún incluyen muchas simplificaciones, sobre todo en lo que hace a: consideración de geometrías curvas, inclinación de las fibras, interacción entre distintas fibras, rotura de la fibra y rotura de la matriz. La mayoría incluyen fórmulas empíricas o parámetros sin mucho significado físico que deben ser calibrados experimentalmente.

Los modelos que contemplan rotura de fibra, lo hacen mediante un criterio de carga máxima. Este criterio es muy conservador, ya que las fibras de acero poseen con comportamiento elastoplástico con endurecimiento y pueden alcanzar deformaciones en rotura superiores al 4%. Según los criterios de carga máxima una fibra de resistencia normal (≈1000MPa) dejaría de trabajar a una deformación del 0,5% (un 12% de su capacidad real), mientras que una fibra de alta resistencia (≈2500MPa) lo haría a una deformación de 1,2% (un 30% de su capacidad real).

El efecto de la inclinación de las fibras está tenido en cuenta en general de manera simplificada mediante una función exponencial. Muy pocos plantean una solución basados en modelos físicos.

Muy pocos modelos de arrancamiento consideran las fuerzas de arrancamiento residuales en el caso fibras curvas y aquellos que las contemplan no consideran la influencia de la variación de resistencia en los distintos puntos de la matriz debido a la presencia del agregado grueso.

En general los modelos de arrancamiento desarrollados no se usan dentro de modelos constitutivos en sí, sino cuanto más para reproducir la respuesta en tracción simple.

Los modelos que consideran distribución no uniforme de las fibras y sus orientaciones, en general lo hacen considerando distribución aleatoria lo cual dista bastante de la realidad en un elemento de HRF.

Los modelos que tienen en cuenta la meso-estructura (matriz, fibras, interfaz) pero sin necesidad de una discretización explícita de la misma ya que obtienen el comportamiento del conjunto mediante una homogeneización sencilla como la teoría de mezclas resultan una opción razonable. El problema es que la teoría de mezclas en su forma clásica tiene limitaciones para reproducir el comportamiento.

CAPÍTULO 4 PROGRAMA EXPERIMENTAL

4.1. Introducción

Los ensayos de arrancamiento realizados para esta tesis, forman parte de una campaña experimental mayor que, a la vez que aporta información experimental sobre HRF elaborado con materiales de la zona, permite contar con un conjunto de resultados correspondientes a distintos ensayos realizados sobre el mismo HRF y la misma matriz de hormigón, de los cuales se conocen perfectamente todas las condiciones tanto de construcción de las probetas como de realización de los ensayos. Dentro de esa campaña mayor, se participó también, en conjunto con otro investigador (Ruano (2013)), en la elaboración y ensayo de especímenes de HRF a compresión, flexión cuyos resultados se utilizan en la verificación del modelo propuesto en esta tesis. Se señalan como aporte del autor de esta tesis, el diseño y la construcción de dispositivos para ubicar los instrumentos de medición en forma óptima en los ensayos de flexión (ver apartado A4.4 en ANEXO CAPÍTULO 4) y el diseño del ensayo piloto de tracción.

La campaña de ensayos de arrancamiento comprende dos series.

En la primera serie se prepararon y ensayaron especímenes de arrancamiento de fibras de una matriz de mortero. Se utilizó mortero en lugar de hormigón porque para fabricar especímenes de hormigón con los materiales usuales que se construye en la zona (tamaño máximo de agregado 25mm y asentamiento entre 5 a 12cm), asegurando una buena compactación de la matriz, se necesitaba trabajar con tamaños de especímenes importantes, lo que hubiera dificultado la manipulación y el montaje en la máquina de ensayos mediante mordazas convencionales. El usar mortero en lugar de hormigón en la matriz del espécimen, significa asumir que el agregado grueso no tiene influencia en la respuesta de arrancamiento de fibras. Esta hipótesis fue luego estudiada en la segunda serie experimental.

En la segunda serie se construyeron y ensayaron especímenes de arrancamiento de fibras. También se efectuaron ensayos piloto de tracción directa, para estudiar la factibilidad de realizar este tipo de ensayo con el equipo disponible en el Instituto de Estructuras – UNT con miras a futuras campañas experimentales con HRF. Para los ensayos de arrancamiento de fibras se usaron dos tipos de especímenes, uno con matriz de mortero, similar al de la primera serie y otro con matriz de hormigón, el cual permite estudiar el efecto del agregado grueso en el proceso de arrancamiento. En este caso se usó hormigón autocompactante elaborado con materiales de la zona

(tamaño máximo de agregado 9.5mm), así se garantizó una compactación adecuada de la matriz durante el colado. Además, se definieron las dimensiones del espécimen en función del tamaño máximo del agregado, obteniendo un peso y tamaño adecuado para su construcción y manipulación. Para ambos tipos de especímenes de arrancamiento, fue necesario diseñar y construir dispositivos que permitan sujetarlos en la máquina de ensayo (ver apartado A4.2 en ANEXO CAPÍTULO 4). Se diseñó y configuró una celda de carga con los elementos disponibles para poder registrar adecuadamente las cargas (ver apartado A4.3 en ANEXO CAPÍTULO 4). Para realizar el ensayo de tracción directa de HRF, también se diseñaron dispositivos para sujetar los especímenes (ver apartados A4.5 en ANEXO CAPÍTULO 4).

Adicionalmente se desarrollaron dos software para un mejor control de los ensayos, uno para adquisición y otro para monitoreo de datos, permitiendo un procesamiento en tiempo real de las información (ver apartados A4.6 y A4.7 en ANEXO CAPÍTULO 4).

Todos los hormigones usados fueron autocompactante (HAC). Para la designación se utiliza la siguiente forma: H30 indica un hormigón autocompactante con una resistencia característica de 30MPa, sin fibras; HRF30 f40 representa un hormigón autocompactante con una resistencia característica de 30MPa, reforzado con 40Kg/m³ de fibras de acero.

4.1.1. Tipos de Fibras Estudiados

Se trabajó con 6 tipos de fibras de acero con ganchos, cuyas especificaciones se detallan en la Tabla 4.1, donde f_y es la tensión de fluencia, \emptyset_f el diámetro y L_T longitud total de la fibra. Para estudiar la influencia del gancho, se tomaron las Fibra 1, Fibra 4 y Fibra 5, se les cortó el gancho de uno de los extremos y se embebió ese extremo en el mortero/hormigón. De esta manera, se estudió el arrancamiento de fibras lisas (ver Tabla 4.1, Fibra 1*, 4* y 5* respectivamente).

 f_y [MPa] L_T \emptyset_f Observaciones Tipo Fotografía [mm] [mm] s/fabrica s/ensayo Fibra 1 >800 860 1.00 50 Fibra 2 >1100 1100 1.10 50 Fibra 3 >1100 1100 0.75 50 Fibra 4 >1100 0.75 35 Fibra 5 >2300 2470 0.71 60 Fibra 6 >2300 0.45 35 Fibra 1* 44 >800 860 1.00 Fibra 1, con gancho cortado Fibra 4* >1100 0.75 29 Fibra 4, con gancho cortado 2470 Fibra 5* >2300 0.71 54 Fibra 5, con gancho cortado $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

Tabla 4.1: Designación de los tipos de fibras y especificaciones de fábrica.

4.1.2. Designación de especímenes

Los especímenes de arrancamiento se designaron según un código de cinco campos, como se representa en la Tabla 4.2. El primer campo representa el tipo de ensayo y la serie experimental, el segundo campo está relacionado con el material, el tercer campo indica el confinamiento de la matriz, el cuarto campo representa la orientación de la fibra y el último campo la numeración global del espécimen dentro de la campaña experimental.

Tabla 4.2: Código de designación de especímenes de arrancamiento de fibras.

EAk- mf - $\widetilde{\sigma}$ - φ - n				
Referencia:				
EA:	Espécimen de arrancamiento de fibras.			
k :	Número de serie experimental.			
m :	Tipo de matriz, M para matriz de mortero y H para matriz de hormigón.			
f :	Tipo de fibra, según Tabla 4.1.			
$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}}$:	Presión de confinamiento en la matriz en [MPa].			
$oldsymbol{arphi}$:	Orientación de la fibra respecto de la normal a la cara del espécimen en °.			
n:	Número del espécimen dentro de la serie experimental.			
Ejemplos: EA1-M1-0-0-63, EA2-M1-8-0-17, EA2-H1-0-30-31				

4.2. Ensayos de arrancamiento de fibra - Primera serie

4.2.1. Descripción de la serie experimental

El objetivo de esta serie de ensayos fue estudiar el mecanismo y evaluar la resistencia al deslizamiento y arrancamiento de las fibras de acero con ganchos desde una matriz de mortero, para los materiales disponibles en el mercado local (Tucumán-Argentina). Para ello se fabricaron 63 especímenes de arrancamiento (Figura 4.1) con una misma calidad de matriz y 6 tipos de fibras (ver Tabla 4.1, Fibra 1, 2, 3, 5, 6 y 1*). Debido a que en el Instituto de Estructuras de la UNT (IE), no se contaba con experiencia en este tipo de ensayos, los 9 primeros especímenes fueron ensayados en las instalaciones del Laboratorio de Entrenamiento Multidisciplinario para la Investigación Tecnológica (LEMIT). Luego, con la experiencia adquirida, se ensayaron los 54 especímenes restantes en el Instituto de Estructuras de la UNT. En ambos laboratorios se empleó un equipo INSTRON con control de desplazamiento.

4.2.2. Características del espécimen de arrancamiento

El espécimen era prismático de sección rectangular, con una interrupción en el centro de la longitud que lo separaba en dos mitades, las cuales estaban vinculadas únicamente por una fibra dispuesta en el centro de la sección, ver Figura 4.1.

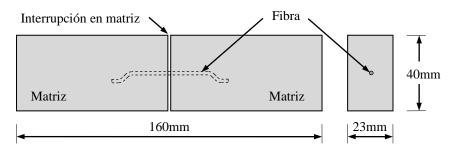


Figura 4.1: Espécimen de arrancamiento (Primera serie). Dimensiones.

La interrupción de la matriz simula la fisura, permitiendo evaluar únicamente la resistencia al arrancamiento de la fibra, es decir, sin el aporte de la resistencia a tracción de la matriz en la sección transversal del espécimen.

4.2.3. Matriz

Para prescindir del vibrado en el llenado de los moldes, ya que el mismo podría modificar la orientación preestablecida de la fibra, paralela al eje longitudinal de los especímenes, se usó un mortero correspondiente a un hormigón autocompactante H30. La dosificación del hormigón correspondió a una relación agua-cemento de 0.38, empleando materiales de uso comercial en la provincia de Tucumán. Se utilizó un cemento Portland fillerizado CPF40 y una arena con módulo de fineza 3. Se incorporó un aditivo superplastificante a base de éteres policarboxílicos. En la Tabla 4.3 se adjunta la dosificación del hormigón H30 y la correspondiente dosificación del mortero usado.

Tabla 4.3: Dosificación del hormigón e	n [kg/m³] v de	el mortero usado en	[kg/dm ³]
Tuota 1.5. Dobineucion dei normigon e	11 115/111 7 00	i illoricio abaao cii	1125/0111

Material	Hormigón [kg/m³]	Mortero [kg/dm³]
Cemento (CPF40)	470	0,684
Agua	179	0,261
Arena	934	1,359
Binder	787	0
Aditivo	3.29	0,004

En los apartados 4.4.1 y 4.4.2 se adjuntan los resultados de los ensayos de caracterización del hormigón correspondiente al mortero usado.

4.2.3.1. Elaboración

Se prepararon 4 pastones del mortero descripto, de 2,5dm³ cada uno, y se moldearon 63 especímenes de arrancamiento de 40 x 20 x 160mm con 1 (una) fibra en la sección media para ser ensayados a los 28 días.

En la elaboración de cada pastón se incorporaron los materiales secos en una mezcladora normalizada y durante el primer minuto de mezclado en marcha lenta se incorporó el agua de amasado, reservando 50cm³ aproximadamente para incorporar el aditivo químico durante los segundos finales. Luego se cambió la velocidad de amasado a marcha rápida y se mezcló durante 4

minutos, computando un total de 5 minutos de amasado. Antes del moldeo de los especímenes, se evaluó visualmente la fluidez de la mezcla y la ausencia de segregación.

Para ubicar la fibra en el centro del molde, se empleó un trozo de cartón, que además de sostener la fibra, generaba una interrupción en la matriz, materializando la fisura (ver Figura 4.2). Se llenó primero una mitad de cada espécimen con mortero y 45 minutos después la otra mitad. Para asegurar que la fibra no se moviera durante el colado del mortero, en la primera mitad llenada del espécimen, se colocó provisoriamente un trozo de poliestireno expandido en la mitad opuesta, en el cual se introdujo no más de 2mm de fibra. Luego se retiró el poliestireno y se llenó la segunda mitad del molde. Como la penetración de la fibra en el trozo de poliestireno era poca y el mortero ya había adquirido una cierta consistencia, se pudo retirar el poliestireno sin producir movimientos en la fibra. El cartón quedaba perdido en el espécimen.



Figura 4.2: Molde espécimen de arrancamiento - Disposición de fibra.

4.2.4. Fibras

En la Tabla 4.1 se muestran los distintos tipos de fibras estudiados en los ensayos de arrancamiento, sus características geométricas y mecánicas. En todos los casos se trata de fibras de acero de sección circular con ganchos en los extremos. Las fibras difieren entre sí en el diámetro, la longitud, la geometría del gancho y la calidad del acero. Para evaluar la tensión de fluencia de las fibras se realizaron ensayos de tracción uniaxial de las Fibras 1, 2, 3 y 5. Se realizaron tres ensayos de cada tipo de fibras. Las Fibra 4 y 6 no fueron ensayadas debido a sus reducidas dimensiones.

Los ensayos se realizaron mediante una prensa servo controlada INSTRON modelo 8504 de 500KN capacidad con control de desplazamiento, a una velocidad constante de 2μ m/s. Debido a que las mordazas de los cabezales hidráulicos de la prensa solo pueden sujetar elementos con espesor superior a 12.7 mm, fue necesario construir mordazas auxiliares que se fijaron a cada extremo de la fibra (diámetro de fibra Ø 0,71 a 1,1 mm) y luego el conjunto fue fijado en los cabezales (ver Figura 4.3).

Los desplazamientos se midieron con el transductor de desplazamientos interno de la prensa que registra el movimiento del actuador. Para los valores de cargas con los que se trabajaba no se generan deformaciones importantes en el pórtico de carga de la prensa. Por esta razón, se consideró que el desplazamiento del actuador era directamente el desplazamiento experimentado por la fibra.

La celda de carga usada tiene una capacidad máxima de 1000KN y el error se encuentra alrededor de 0,05KN. Es decir, el error es sólo un orden de magnitud menor que la máxima carga que se estimaba medir en los ensayos (entre 0,48KN a 1,05KN según tipo de fibra). Esto indicaría que el equipo no posee la sensibilidad adecuada para este tipo de ensayo. Asumiendo que el error de medición se genera por defecto y exceso alrededor del valor verdadero y, trabajando con una frecuencia de adquisición de 4 lecturas por segundo, se registró suficiente información para

procesarla y obtener curvas Tensión-Deformación atenuadas representativas del ensayo (ver apartado A6.1 en ANEXO CAPÍTULO 4).



Figura 4.3: Mordazas auxiliares para sujetar fibras en ensayo de tracción

En la Tabla 4.1 se consignan los valores de las tensiones de fluencia de las fibras. Se incluyen los valores especificados por el fabricante (s/fabrica) y los valores promedios medidos en ensayos de tracción de fibras (s/ensayo) que resultan siempre mayores o iguales que los primeros. Los resultados obtenidos evidencian tres calidades de acero diferentes. Por un lado, está el acero de menor resistencia, que corresponde a la Fibra 1 con una tensión de fluencia de 860MPa. Luego se tiene un acero intermedio, que corresponde a la Fibra 2 y Fibra 3, con una tensión de fluencia de 1100MPa. Por último, el acero de mayor resistencia (acero de alta resistencia), que corresponde a la Fibra 5, con una tensión de fluencia de 2470MPa. En la Figura 4.4, se muestran las curvas tensión-deformación registradas experimentalmente para cada tipo de fibra mencionado. En todos los casos el comportamiento es aproximadamente elasto-perfectamente plástico.

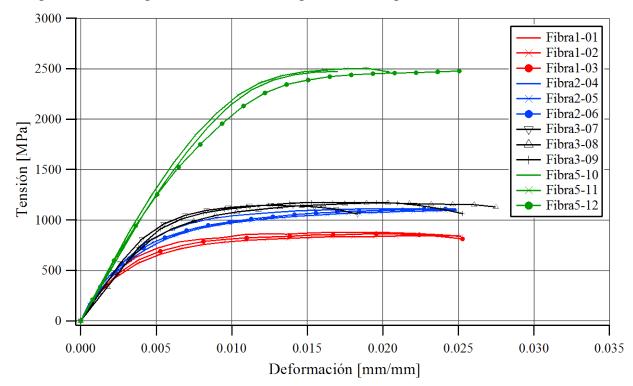


Figura 4.4: Resultados de ensayo fibras a tracción.

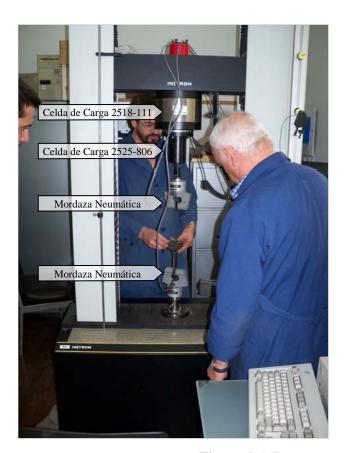
4.2.5. Ensayos de arrancamiento realizados en el LEMIT

4.2.5.1. Desarrollo de los ensayos

En la extracción de las fibras se empleó una prensa electromecánica INSTRON modelo 4483, con capacidad de 150KN, provista de cabezales con mordazas neumáticas capaces de ejercer una presión máxima de fijación de 90psi. Se sujetó el espécimen (Figura 4.1) por ambos extremos (ver Figura 4.5) y se aplicó incrementos de desplazamiento al extremo superior, registrando el desplazamiento y la carga necesaria para producirlo. El ensayo fue realizado con control de desplazamiento, a una velocidad de 24μm/s, hasta alcanzar los 15mm aproximadamente.

La carga se midió mediante una celda de carga INSTRON serie 2525-806 con capacidad máxima de 1000N y sensibilidad de 0,1N. El desplazamiento se midió a través de un extensómetro INSTRON fijado a ambos lados de la discontinuidad en una longitud base de 25mm, con un rango de 20mm y sensibilidad de 0,002mm. La frecuencia de adquisición fue de 1Hz.

Para fijar el espécimen a la prensa, fue necesario diseñar y construir un par de mordazas auxiliares (ver apartado A4.2.1 en ANEXO CAPÍTULO 4), debido a que el espesor del espécimen era de 23mm y la máxima apertura de las mordazas neumáticas era inferior a 6mm.



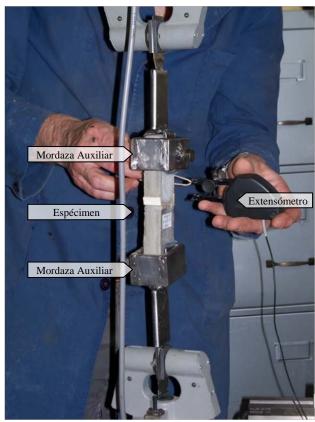


Figura 4.5: Prensa y montaje de espécimen.

4.2.5.2. Resultados

En Figura 4.6 y Figura 4.7 se presentan resultados de 9 especímenes, en forma de curvas de arrancamiento. En la Figura 4.6 se agruparon los 7 especímenes con Fibra 1. Mientras que en la Figura 4.7 se adjuntan 2 curvas, una correspondiente a un espécimen con Fibra 5 y otra a un espécimen con Fibra 6.

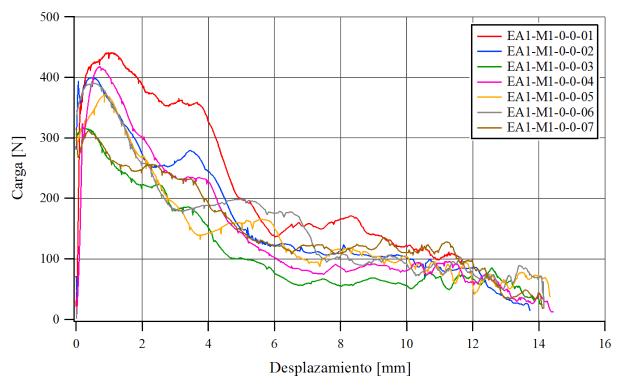


Figura 4.6: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1.

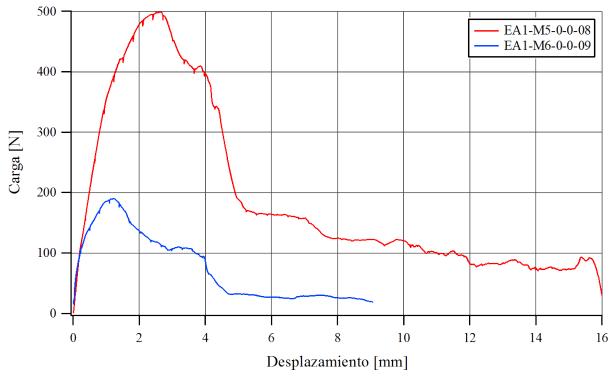


Figura 4.7: Curvas de Arrancamiento. Espécimen con Fibra 5 y Fibra 6.

4.2.6. Ensayos de arrancamiento realizados en el Instituto de Estructuras

4.2.6.1. Desarrollo de los ensayos

Para la extracción de las fibras se empleó la prensa servo controlada INSTRON modelo 8504 con capacidad de 500KN, provista de cabezales con mordazas hidráulicas con capacidad de 250KN. Se sujetó el espécimen (Figura 4.1) por ambos extremos (ver Figura 4.8) y se aplicó incrementos de desplazamiento al extremo superior, registrando el desplazamiento y la carga necesaria para producirlo (resistencia). El ensayo fue realizado con control de desplazamiento. Durante los primeros 5mm se aplicaron desplazamientos a una velocidad de 10μ m/s, luego a 50μ m/s hasta completar 10mm y finalmente a una velocidad constante de 100μ m/s hasta extraer completamente la fibra.

Los desplazamientos se midieron con el transductor de desplazamientos interno de la prensa que registra el movimiento del actuador (con sensibilidad de 5µm). Para los valores de cargas con los que se trabajaba no se generan deformaciones importantes en el pórtico de carga de la prensa, por esta razón se consideró que el desplazamiento del actuador era directamente igual al desplazamiento relativo de ambas mitades del espécimen y que, además, este desplazamiento relativo era directamente el deslizamiento de la fibra.

Se empleó la misma celda de carga que en el ensayo de tracción de fibras, la cual posee una sensibilidad de 50N. Se trabajó con una frecuencia de adquisición de 2 lecturas por segundo y las misma fueron procesadas para obtener una curva de arrancamiento atenuada representativa del ensayo (ver apartado A6.1 en ANEXO CAPÍTULO 4).

4.2.6.2. Resultados

En Figura 4.8 y Figura 4.9 se muestra un espécimen montado en la máquina de ensayo antes y después del ensayo de arrancamiento respectivamente. La Figura 4.10 se muestra el lote de 53 especímenes (en total fueron 54) ensayados en las instalaciones del Instituto de Estructuras de la UNT. En la Figura 4.11 se muestra el estado del gancho de dos especímenes (EA1-M1-0-0-16 y EA1-M1-0-0-18) después del ensayo.



Figura 4.8: Montaje de ensayo. Espécimen Antes del ensayo.



Figura 4.9: Montaje de ensayo. Espécimen después del ensayo.



Figura 4.10: Lote de especímenes de arrancamiento ensayados.

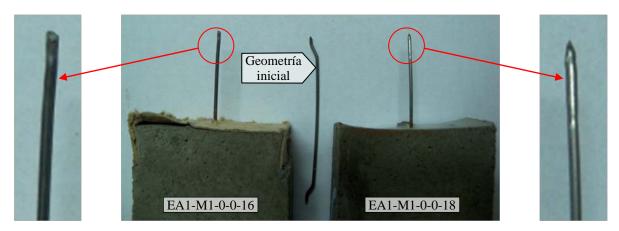


Figura 4.11: Estado del gancho de las fibras después del arrancamiento.

Se observa que una vez extraídas la fibras de la matriz, el gancho queda enderezado (ver Figura 4.9 y Figura 4.11), pero con algunas imperfecciones. Estas imperfecciones, al estar localizadas en el extremo, mantienen cierta fricción dando lugar a una resistencia residual al arrancamiento aproximadamente constante durante el deslizamiento hasta la extracción completa de la fibra.

En las Figura 4.12 a Figura 4.17 se muestran las curvas de arrancamiento atenuadas (Método de atenuación en apartado A6.1 en A6.1) obtenidas para los distintos especímenes ensayados. En cada figura se agrupan los resultados de especímenes similares.

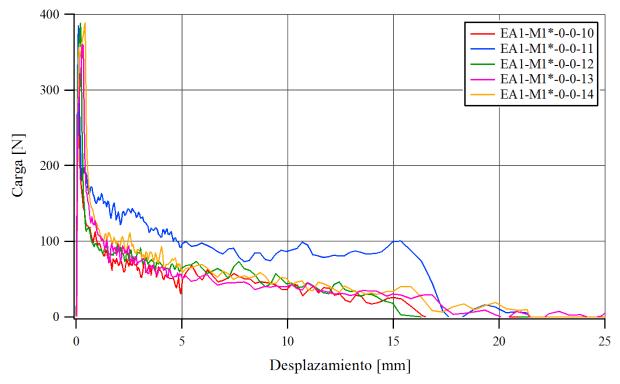


Figura 4.12: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1*.

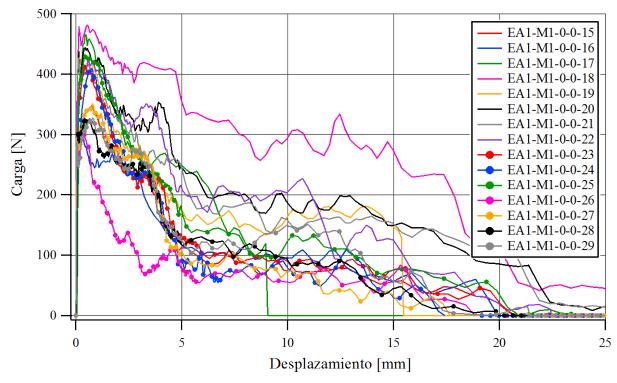


Figura 4.13: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1.

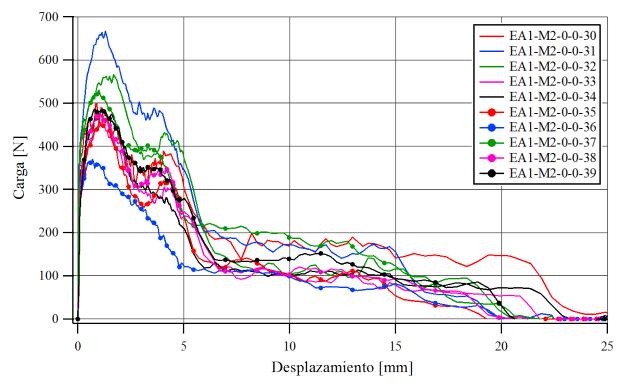


Figura 4.14: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 2.

En la Figura 4.15, el salto en carga próximo a un desplazamiento a los 2mm que presentan los especímenes 45, 47, 48 y 49, corresponde a una rotura parcial de la fibra en la zona del gancho.

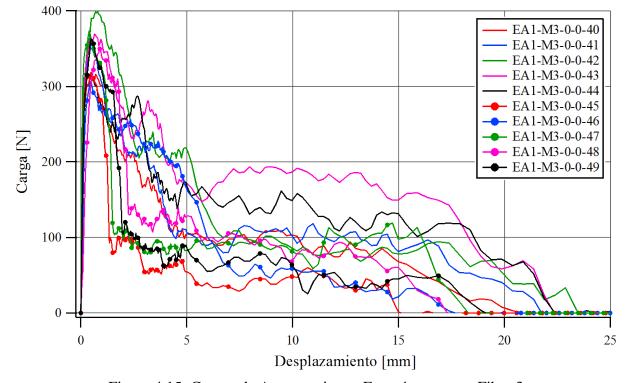


Figura 4.15: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 3.

En Figura 4.16 y Figura 4.17 se adjuntan los resultados de especímenes con Fibra 5 y Fibra 6 respectivamente. En las mismas no se observa rotura de fibra.

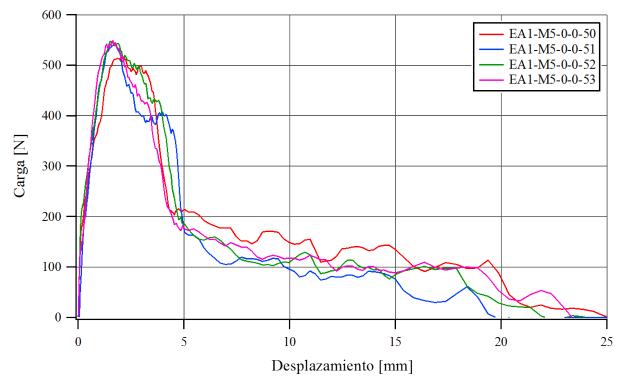


Figura 4.16: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 5.

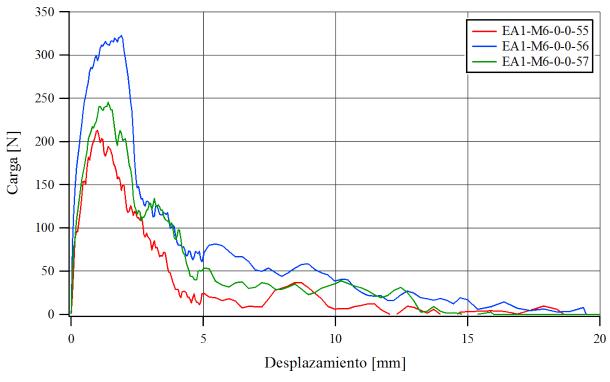


Figura 4.17: Curvas de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 6.

Los ensayos correspondientes a los especímenes número 54 y 58 a 63 fueron descartados por problemas durante la ejecución; resbalamiento de mordazas y apagado de emergencia automático de la prensa por problemas de temperaturas.

4.2.7. Análisis de resultados

Al igual que los resultados obtenidos por otros investigadores (Gokoz y Naaman (1981), Giaccio et al. (1986), Naaman et al. (1991), Banthia y Trottier (1991), Krishnadev et al. (1992), Banthia y Trottier (1994), Leung y Geng (1995), Bentur et al. (1996), Shannag et al. (1997), Alwan et al. (1999), Guerrero y Naaman (2000), Markovich et al. (2001), Cunha et al. (2007), Kim et al. (2008), Lee et al. (2010), Tuyan y Yazici (2012), Soetens et al. (2013)), se puede observar una gran variabilidad para un mismo tipo de espécimen. Esta variabilidad es atribuible a la variabilidad de las propiedades de la matriz y también a la geometría del gancho.

A partir de los resultados de los ensayos (ver apartado 4.2.6.2), se pueden observar que las curvas de arrancamiento de las fibras tienen formas características, dependiendo principalmente del número de tramos curvos de la fibra, la longitud de los tramos y los radios de curvatura de los mismos, en síntesis de la geometría del eje de la fibra. La forma de las curvas de arrancamiento y los valores de resistencia al arrancamiento también dependen del diámetro de la fibra, su textura superficial y resistencia de la matriz.

En la Figura 4.18 se muestran resultados de tres ensayos de arrancamiento de Fibra 2 y la relación que tienen estos resultados con el avance del deslizamiento. Se indican con números, zonas características de la curva de arrancamiento y se ilustran las posiciones correspondientes de la fibra dentro de la cavidad de la matriz. Se observa que, a medida que la fibra sale de la cavidad, va perdiendo tramos curvos, generando una reducción importante en la resistencia al arrancamiento. Esto pone en evidencia el beneficio de los tramos curvos en la resistencia al arrancamiento.

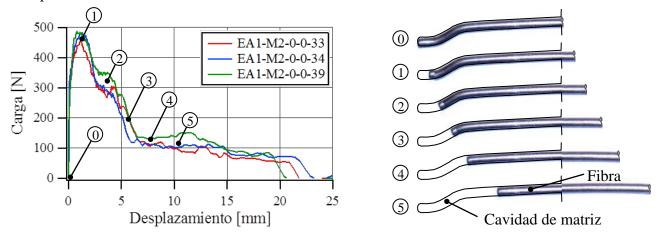


Figura 4.18: Relación entre la forma de la Curva de Arrancamiento y la forma de la fibra.

Lo comentado en el párrafo anterior, corresponde a fibras que no se rompen durante el arrancamiento. Se pueden dar casos en donde se alcanza la rotura de la fibra, como los observados en los especímenes 45, 47, 48 y 49, donde se produjo una rotura parcial de la fibra.

En esta tesis, se denomina rotura parcial de la fibra al caso en que la rotura se produce dentro de la matriz y aún queda una zona de fibra que puede seguir transmitiendo carga a la matriz. También se puede alcanzar la rotura de la fibra en una zona fuera de la matriz, en este caso ya no hay transferencia de carga. A ese caso se lo denomina rotura total de fibra.

4.2.7.1. Deslizamiento en ambos extremos de la fibra

En la Figura 4.19 se presentan las curvas de arrancamiento correspondientes a especímenes (número 30, 50, 51, 52, 53, 55, 56, 57) donde se arrancó la fibra de ambos extremos, realizando dos

ensayos de arrancamiento a cada espécimen. En el primer ensayo de cada espécimen, se lo tomó por ambos extremos de la matriz y se arrancó la fibra de un lado. Luego, se realizó un segundo ensayo de arrancamiento, tomando el extremo de fibra descubierto y el extremo de matriz donde aun estaba inmersa. Para designar el segundo ensayo, se empleó la misma designación del espécimen en el primer ensayo y se le agrego el número dos entre paréntesis al final. Como era de esperar, se observa que la máxima resistencia al arrancamiento del segundo ensayo es superior a la del primer ensayo. En la Figura 4.19 se puede notar además que las curvas están desfasadas horizontalmente, esto se atribuye al probable deslizamiento de ambos extremos de la fibra durante el primer ensayo.

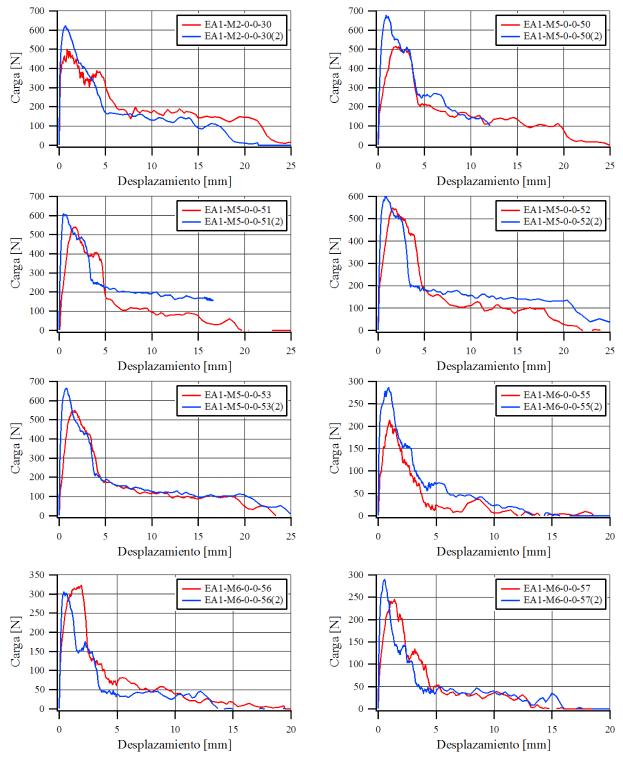


Figura 4.19: Curvas de Arrancamiento. Extracción de fibra de ambos extremos.

4.2.7.2. Curva de Arrancamiento Promedio y Envolvente

La curva promedio y envolvente, es una forma simple de representar los resultados de un conjunto de curvas. Permite una fácil interpretación y comparación entre diferentes tipo especímenes y, simultáneamente brinda una idea de la dispersión de los resultados.

El procedimiento para obtener la curva promedio, consiste en promediar las ordenadas del conjunto de curvas para abscisas determinadas. La envolvente se determina tomando el máximo y mínimo valor de ordenadas del conjunto de curvas también para abscisas determinadas. Si la abscisa seleccionada, no coincide con la abscisa de algún punto de una curva, se realiza una interpolación lineal para obtener la ordenada correspondiente en dicha curva.

En la Figura 4.20 se presenta la curva promedio y envolvente de los ensayos realizados a los especímenes con Fibra 1* (Fibra 1 sin gancho) que se muestran en la Figura 4.12. Se trabajo con las cinco curvas disponibles.

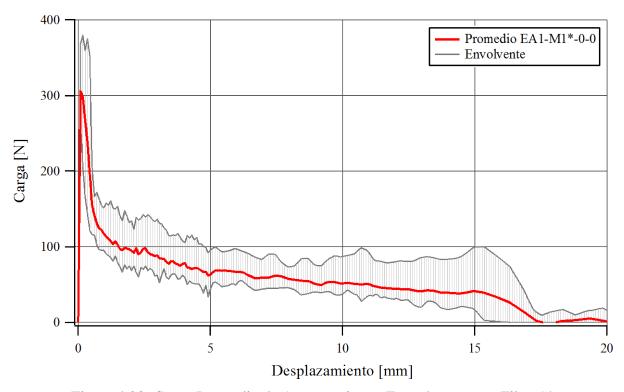


Figura 4.20: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1*.

En la Figura 4.21 se muestra la curva promedio y envolvente de los ensayos de especímenes con Fibra 1, realizados en el LEMIT (Figura 4.6). Se trabajó con todos los resultados. Debido a que el ensayo se realizó sólo hasta los 15mm de extracción, estos resultados se presentan separados de los realizados en el Instituto de Estructuras (Figura 4.13) donde se extrajo completamente la fibra (aproximadamente 25mm).

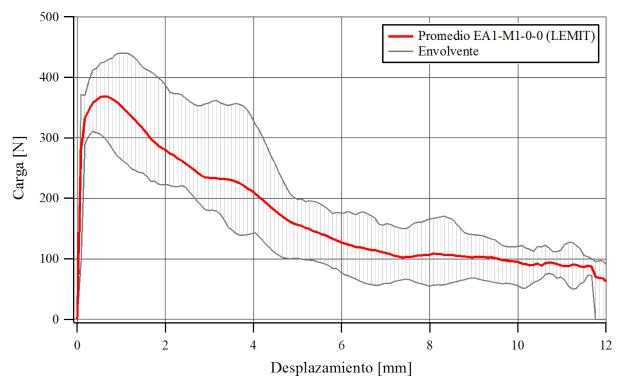


Figura 4.21: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1 (LEMIT).

En la Figura 4.22 se muestra la curva promedio y envolvente de los ensayos de especímenes con Fibra 1, realizados en el Instituto de Estructuras (Figura 4.13). Las curvas correspondientes a los especímenes 18 y 26 (ver Figura 4.13) se consideraron valores alejados y la correspondiente al espécimen 17 está interrumpida a los 9mm de desplazamiento, por estas razones, las curvas correspondientes no fueron incluidas en la curva promedio y envolvente.

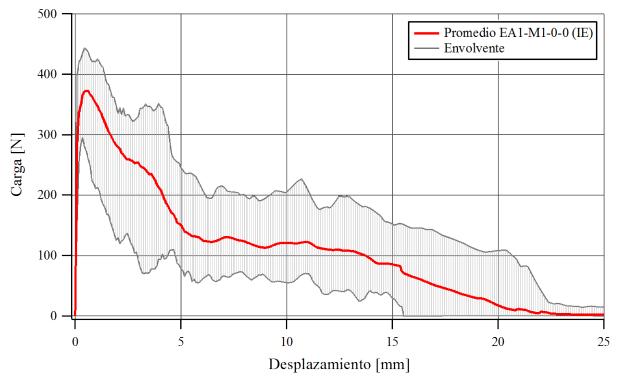


Figura 4.22: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 1 (IE)

En la Figura 4.23 se presenta la curva promedio y envolvente de los resultados de ensayos de especímenes con Fibra 2 (ver Figura 4.14). En este caso se trabajó con todas las curvas.

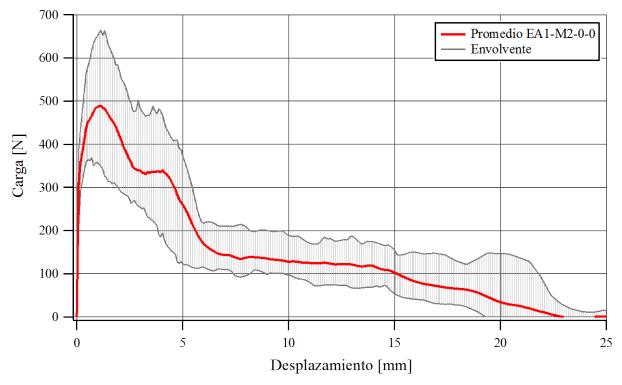


Figura 4.23: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 2.

En la Figura 4.24 se muestra la curva promedio y envolvente de los resultados de ensayos de especímenes con Fibra 3 (ver Figura 4.15), que no presentan rotura de fibra (sin rotura).

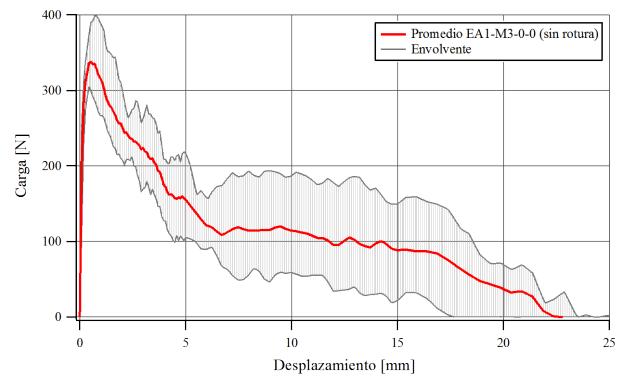


Figura 4.24: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 3.

En la Figura 4.25 se presenta la curva promedio y envolvente de los resultados de ensayos de especímenes con Fibra 3 (ver Figura 4.15) que sufrieron rotura de fibra en la zona del gancho

(rotura parcial). Se puede ver que la extracción total de las fibras finaliza antes que en la Figura 4.24 y esto se debe a la longitud de fibra que se ha perdido

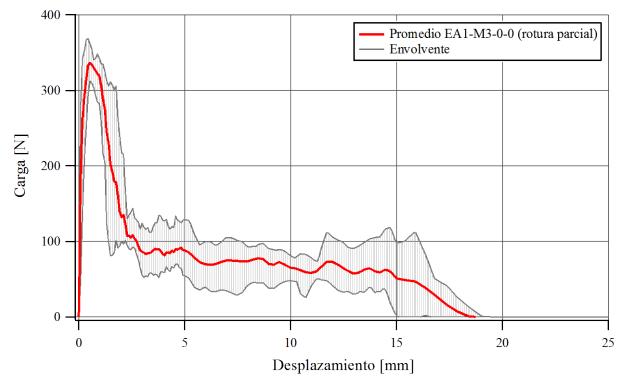


Figura 4.25: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 3.

En la Figura 4.26 se muestra la curva promedio y envolvente de los resultados de ensayos de especímenes con Fibra 5 (ver Figura 4.16). Se trabajó con todos las curvas de la Figura 4.16. No se incluyó el resultado correspondiente al espécimen EA1-M5-0-0-08 realizado en el LEMIT, debido a que la extracción se realizó solo hasta los 16mm.

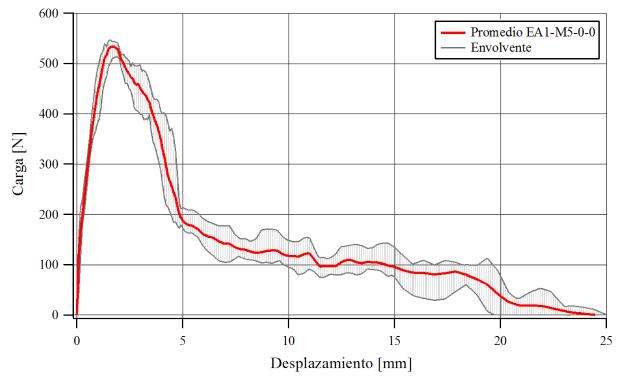


Figura 4.26: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 5.

En la Figura 4.27 se muestra la curva promedio y envolvente de los resultados de ensayos de especímenes con Fibra 6 (ver Figura 4.17). Se trabajó con todas las curvas de la Figura 4.17. No se incluyó el resultado correspondiente al espécimen EA1-M5-0-0-09 realizado en el LEMIT, debido a que la extracción se realizo solo hasta los 9mm.

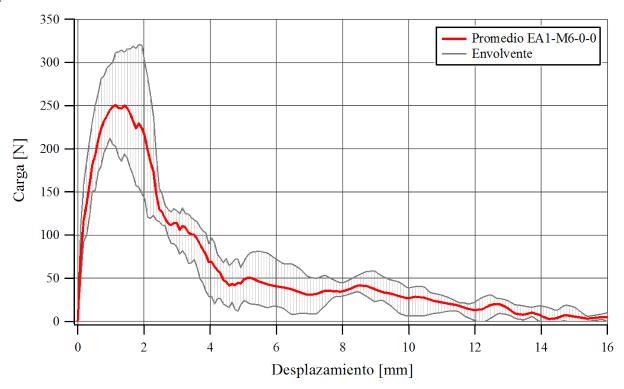


Figura 4.27: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes con Fibra 6.

4.2.7.3. Comparación de resultados de ensayos realizados en el LEMIT con resultados de ensayos realizados en el Instituto de Estructuras

La principal diferencia en la ejecución de los ensayos realizados en el LEMIT y en el Instituto de Estructuras, fue la sensibilidad de la celda de carga. Mientras en el LEMIT se usó una celda con sensibilidad de 0,1N, en el Instituto de Estructura se trabajó con una celda con sensibilidad de 50N y posteriormente se atenuó los resultados (ver apartado A6.1 en A6.1). A pesar de la baja sensibilidad de la celda de carga usada en el Instituto de Estructuras, para el tipo de ensayo realizado, se puede observar en la Figura 4.28 que las curvas promedio de ambos laboratorios son similares. La dispersión de resultados del Instituto de Estructuras es mayor que la del LEMIT, pero esto último se atribuye a la cantidad de ensayos realizados en cada laboratorio.

En el LEMIT también se ensayó un espécimen con Fibra 5 y otro con Fibra 6. La comparación se puede realizar entre la curva obtenida en cada ensayo y las curvas promedio y envolvente correspondientes a los ensayos realizados en el Instituto de Estructuras (Figura 4.26 y Figura 4.27). En este último caso no se adjunta la comparación, pero los resultados también son similares.

Finalmente, se puede concluir que los ensayos de arrancamiento de fibras realizados en el Instituto de Estructura, con el equipo disponible, son aceptables.

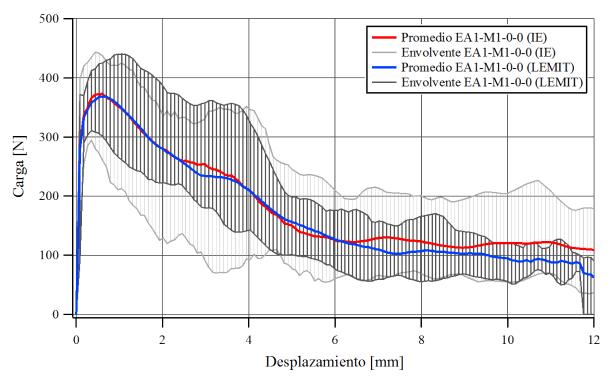


Figura 4.28: Curva Promedio de Arrancamiento. Comparación de Especímenes con Fibra 1 ensayados en LEMIT y en IE

4.2.7.4. Comparación entre todos los tipos de fibras usados

En la Figura 4.29 se presenta una comparación de las curvas promedio de los ensayos realizados en el Instituto de Estructuras, para los distintos tipos de fibras usados. Se puede observar que a mayor diámetro aumenta la carga pico (a igual resistencia de acero) y ocurre lo mismo al aumentar la resistencia del acero. También se puede observar que en los 6mm iniciales se tienen las cargas más elevadas, esto corresponde a la zona de mayor deformación del gancho.

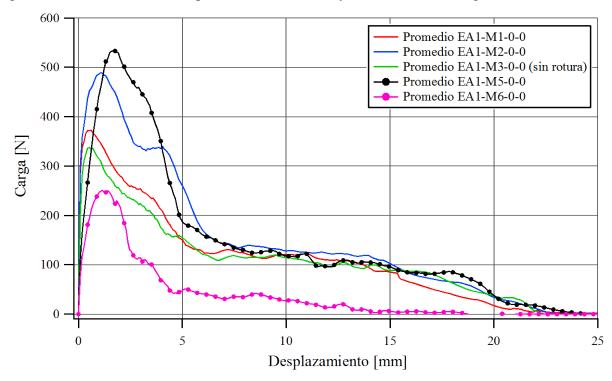


Figura 4.29: Curva Promedio de Arrancamiento. Comparación entre todas las fibras usadas.

4.2.7.5. Efecto del gancho en los extremos.

En la Figura 4.30 se comparan las curvas promedio de especímenes con fibras con gancho y sin gancho, Fibra 1 y Fibra 1* respectivamente. Se puede observar el gran aporte que realiza el gancho en el comportamiento postpico.

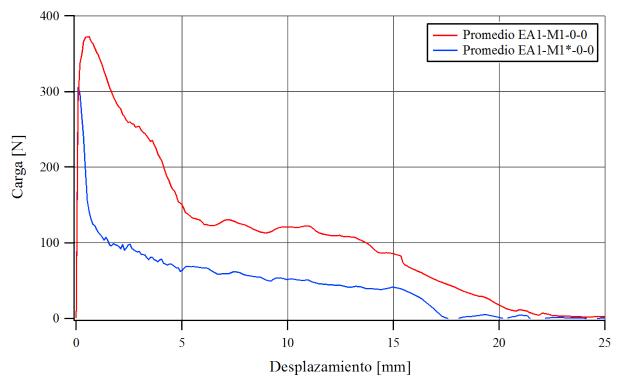


Figura 4.30: Curva Promedio de Arrancamiento. Efecto del gancho

4.2.7.6. Efecto de la esbeltez de las fibras

La Fibra 2 y Fibra 3, eran de la misma calidad de acero y tenían igual longitud, pero el diámetro era diferente (Ø1,10mm y Ø0,75mm respectivamente). La comparación de los resultados de los ensayos de arrancamiento de estas fibras permite analizar el efecto de la esbeltez en la respuesta al arrancamiento, lo cual se muestra en la Figura 4.31. A igual longitud de fibra embebida en la matriz, las fibras de mayor diámetro aportan más resistencia al arrancamiento que las de menor diámetro. Hay que tener en cuenta, sin embargo que si se calcula la resistencia al arrancamiento provista por unidad de volumen o de peso de fibra, se llega la conclusión de que es mayor en el caso de las fibras más esbeltas. Además, se observa una relación entre la proporción de las cargas pico de cada ensayo (489N/338N=1,45) y los diámetros de las fibras correspondientes (1,10mm/0,75mm=1,47). La principal diferencia en las curvas se presenta en los 6mm iniciales, que corresponde a la zona de mayor deformación del gancho.

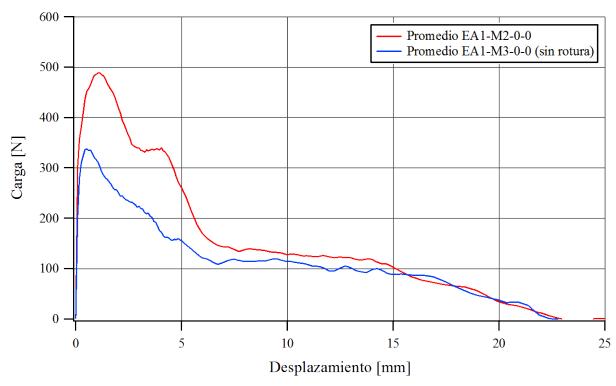


Figura 4.31: Curva Promedio de Arrancamiento. Efecto de la esbeltez

4.2.7.7. Efecto del material de las fibras

En la Figura 4.32 se muestra la diferencia en la respuesta al arrancamiento de especímenes con fibras de geometría similar, pero con aceros diferentes. Se puede observar que la fibra de mayor resistencia (Fibra 5, 2470MPa) genera una carga máxima mayor, que la de menor resistencia (Fibra 3, 1100MPa), 534N y 338N respectivamente. Esto se manifiesta en los 6mm iniciales, que corresponden a la zona de mayor deformación del gancho.

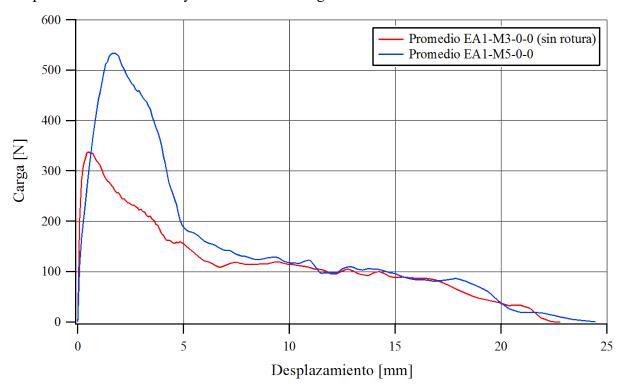


Figura 4.32: Curva Promedio de Arrancamiento. Efecto del material de la fibra

4.2.8. Observaciones sobre resultados de la primera serie aplicables al diseño de la segunda serie

Si bien en el apartado 4.2.7.3 se mostró que la celda de carga usada en los ensayos realizados en el Instituto de Estructuras brindaba resultados aceptables, se consideró conveniente trabajar con una celda de carga de mayor sensibilidad, para poder registrar mejor la rotura parcial de fibras.

Por lo comentado en el apartado 4.2.7.1, sobre el deslizamiento de ambos extremos de la fibra, se concluyó que era aconsejable trabajar con especímenes que tengan una sola mitad de la fibra embebida de manera de evitar la incertidumbre respecto al deslizamiento en forma simultánea de ambos lados.

El análisis de los resultados mostró la necesidad de estudiar el efecto del tipo de matriz en el arrancamiento de las fibras. Para ello se propuso usar un mortero de distinta resistencia y estudiar las diferencias entre la respuesta al arrancamiento de fibras desde una matriz de mortero y una matriz de hormigón, ya que esta última es más representativa del HRF.

4.3. Ensayos de arrancamiento de fibra - Segunda serie

4.3.1. Descripción de la serie experimental

Se realizaron dos grupos de ensayos, uno para el estudio del efecto del confinamiento en la matriz y otro para el estudio del efecto de la orientación de la fibra. En el segundo grupo también se estudió el efecto del gancho. Para ambos grupos, dentro del marco de esta tesis, se diseñaron y construyeron, dispositivos para sujetar la fibra, el espécimen y el instrumental de medición (ver Apartado A4.2 en ANEXO CAPÍTULO 4).

Los niveles de confinamiento fueron propuestos considerando que no superen el límite elástico de la matriz. Se adoptaron los niveles de confinamiento de 0MPa, 4MPa y 8MPa. En el Apartado 4.3.6 se describen ensayos de arrancamiento pilotos realizados para definir los niveles de confinamiento adoptados.

Las orientaciones adoptadas de fibra fueron de 0°, 30° y 60°, que barren en forma discreta una inclinación de 0 a 90° (0° $\leq \varphi <$ 90°) y son los valores más usuales empleados en este tipo de estudio (Banthia y Trottier (1994), Bentur et al. (1996), Leung y Shapiro (1999), Robins et al. (2002), Cunha et al. (2007), Cunha (2010), Lee et al. (2010)).

A diferencia de las probetas de la primera serie, en estos ensayos solo se embebió la mitad de fibra en mortero u hormigón y la otra mitad se dejo libre. De esta forma se eliminó la posibilidad de que el deslizamiento se genere en ambos extremos de la fibra.

4.3.2. Características de los especímenes

Se utilizaron dos tipos de probetas para embeber la fibra: prismáticas y cilíndricas. En el estudio del efecto del confinamiento, se emplearon especímenes de forma prismática (Figura 4.33) y, debido a las dimensiones adoptadas se fabricaron con mortero y se usó sólo Fibra 1. Para el

estudio del efecto de la orientación, los especímenes fueron cilíndricos (Figura 4.34) y la matriz estaba constituida por hormigón. Los especímenes de arrancamiento se designaron según la Tabla 4.2.

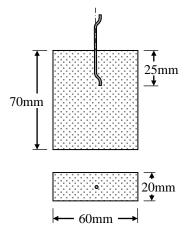


Figura 4.33: Especímenes prismáticos. Estudio del efecto del confinamiento en la matriz $\tilde{\sigma}$.

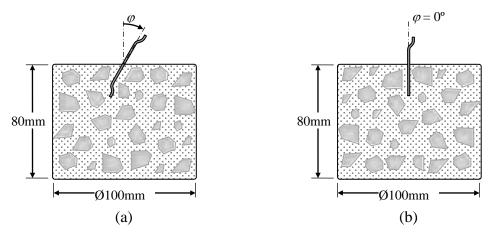


Figura 4.34: Especímenes cilíndricos. (a) Estudio de la orientación φ . (b) Estudio del gancho

4.3.3. Materiales

El mortero usado en la fabricación de los especímenes prismáticos (Figura 4.33) correspondió a un hormigón autocompactante H80, del cual una vez preparado, se quitó el agregado grueso mediante un tamiz #4 y la ayuda de una mesa vibradora. Los especímenes cilíndricos (Figura 4.34) fueron elaborados directamente con el hormigón autocompactante H80 cuya dosificación se adjunta en la Tabla 4.4.

170

Material	Cantidad en Peso [Kg]
Cemento (CPN50)	567

Tabla 4.4: Dosificación de hormigón en [kg/m³]

Agua

En los apartados 4.4.1 y 4.4.2 se presentan los resultados de los ensayos de caracterización del hormigón usado.

En los especímenes prismáticos se empleó la Fibra 1, mientras que en los especímenes cilíndricos se usaron las Fibras 1, 4, 5, 1*, 4* y 5*, ver Tabla 4.1.

4.3.4. Equipo de ensayo

Para la extracción de las fibras se empleó una prensa INSTRON modelo 8504. En el caso de especímenes prismáticos se usaron los cabezales superior e inferior, con mordazas hidráulicas, mientras que en el caso de los especímenes cilíndricos en un cabezal se usó la mordaza hidráulica, para sujetar la fibra y, en el otro cabezal, se instaló un dispositivo diseñado para sujetar el espécimen.

El confinamiento en los especímenes prismáticos se aplicó mediante uno de los cabezales con mordazas hidráulicas, donde la presión hidráulica de trabajo del cabezal fue estimada en función del confinamiento requerido. Para las dimensiones del espécimen prismático adoptadas, se debió aplicar una presión de trabajo de 46bar y 23bar, para generar los confinamientos de 8MPa y 4MPa respectivamente. Se utilizó un sensor de presión con capacidad de 1000bar y sensibilidad de 1bar para medir la presión de trabajo del cabezal. Este confinamiento se realizó sólo en la dirección normal a la cara mayor de los especímenes.

A diferencia de la primera serie experimental, donde se usó la celda de carga de la prensa con sensibilidad de 50N, en esta segunda serie se registró la carga a través una celda de carga configurada mediante dos aros dinamométricos con un LVDT (Linear variable differential transformer, en ingles) cada uno, obteniendo una sensibilidad de 2N en la medición de la carga (en Figura A4.6 de ANEXO CAPÍTULO 4, se muestra la diferencia de lecturas entre ambas celdas). Este dispositivo se diseñó y construyo en el marco de esta tesis (ver apartado A4.3 en ANEXO CAPÍTULO 4).

Para medir los desplazamientos se usaron dos LVDT con recorrido de 50mm y sensibilidad de 5μm, ubicados a cada lado del espécimen. Se calculó el valor de desplazamiento como el promedio de las lecturas de ambos instrumentos. Adicionalmente, se dispusieron dos LVDT con 5mm de recorrido y sensibilidad de 0,5μm, uno a cada lado del espécimen y se calculó el promedio de sus lecturas. Mientras los LVDT de 50mm se usaron para registrar toda la extracción de la fibra, los de 5mm fueron dispuestos para capturar el inicio del deslizamiento con mayor precisión. Finalmente, no se observó una diferencia importante, entre las lecturas de los LVDT de 50mm y los LVDT de 5mm (ver Figura A4.3 y Figura A4.4 en ANEXO CAPÍTULO 4) al inicio del deslizamiento. Aun así, se mantuvieron estos últimos en todos los ensayos. Sus lecturas fueron usadas como respaldo de medición y para posicionar el cabezal móvil durante el montaje, respetando en todos los ensayos una separación de 1mm entre el borde de la mordaza para sujetar la fibra y la cara del espécimen.

La adquisición de datos se realizó mediante un sistema externo a la prensa, compuesto por una placa de adquisición de 16 canales USB-1616FS, una computadora portátil y, software de adquisición y monitoreo.

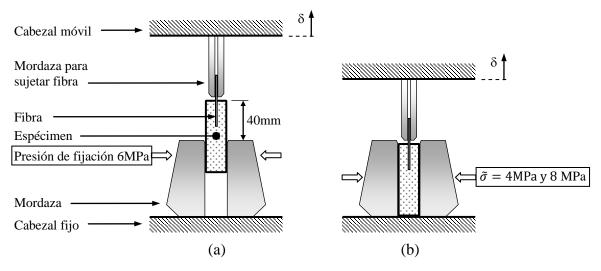


Figura 4.35: Sistema de fijación de especímenes prismáticos. (a) Para $\tilde{\sigma}=0$ y (b) para $\tilde{\sigma}\neq0$

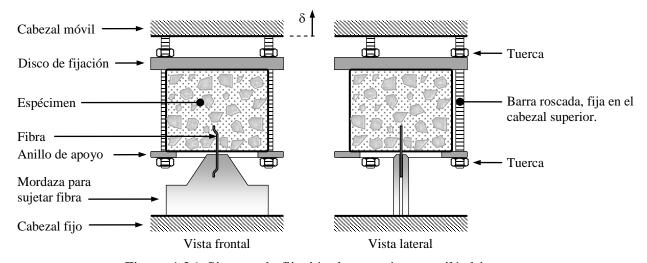


Figura 4.36: Sistema de fijación de especímenes cilíndricos.

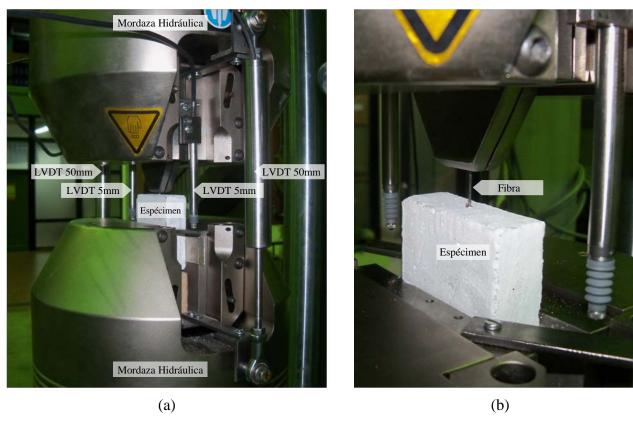
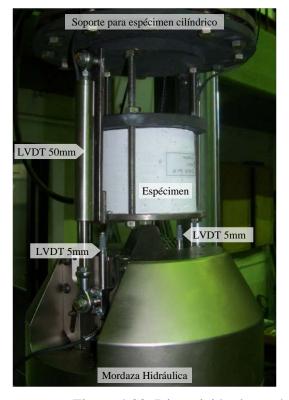


Figura 4.37: Montaje de espécimen prismático. (a) Antes de ensayo. (b) Durante ensayo.



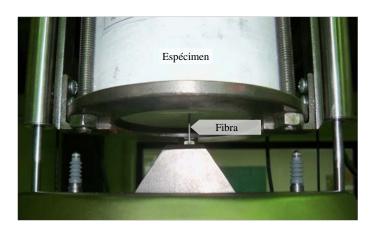


Figura 4.38: Disposición de espécimen cilíndrico e instrumental, durante ensayo.

4.3.5. Método de ensayo

Los ensayos de arrancamiento se realizaron con control de desplazamientos. Los mismos se desarrollaron aplicando desplazamientos con distintas velocidades: primero con una velocidad de $5\mu m/m$ in hasta alcanzar los $50\mu m$ de desplazamiento, luego con una velocidad de $100\mu m/m$ in hasta alcanzar los $1000\mu m$ de desplazamiento total y finalmente $500\mu m/m$ in hasta alcanzar los $25000\mu m$ de desplazamiento total. Todo el proceso de ensayo de cada espécimen duró aproximadamente 67min, excepto en el caso de aquellos especímenes en los cuales se rompió la fibra y, por lo tanto, los ensayos finalizaron antes.

4.3.6. Resultados de Arrancamiento de Fibras

Las curvas carga-desplazamiento obtenidas para los 60 ensayos realizados, se presentan en las Figura 4.39 a Figura 4.50, agrupadas según las distintas características de los ensayos.

A excepción de las curvas de la Figura 4.39 que corresponden a dos pruebas piloto, en los restantes ensayos, los desplazamientos presentados corresponden a los LVDT de 50mm.

La Figura 4.39 corresponde a dos pruebas piloto realizadas en especímenes prismáticos, con el objetivo de definir los niveles de confinamiento y probar los dispositivos de ensayo. En este caso, los desplazamientos son los registrados en los LVDT de 5mm. Los niveles de confinamiento fueron propuestos considerando que no superen el límite elástico de la matriz (la matriz correspondió a un mortero de hormigón H80). En primer lugar, se propuso un confinamiento máximo de 30MPa y un confinamiento intermedio de 15MPa. En la prueba piloto 1 (espécimen EA2-M1-15-0-01) se aplicó un confinamiento de 15MPa, se puede observar que el comportamiento registrado en el ensayo se asemeja más a un ensayo de tracción de acero, que a un ensayo de arrancamiento de fibras. La tensión de fluencia de la fibra es de 860MPa (Fibra 1) y la fuerza máxima que puede soportar es 675N. De esta primera prueba se concluyó que aplicando un confinamiento de 15MPa o superior, no se produce el deslizamiento en todo el desarrollo de la fibra. En una segunda prueba piloto (espécimen EA2-M1-4.5-0-02), el confinamiento se redujo a 4,5MPa. En este caso la variación de rigidez y la forma dentada de la curva de arrancamiento manifiestan el deslizamiento de fibra. Finalmente, se adoptó los niveles de confinamiento de 0MPa, 4MPa y 8MPa.

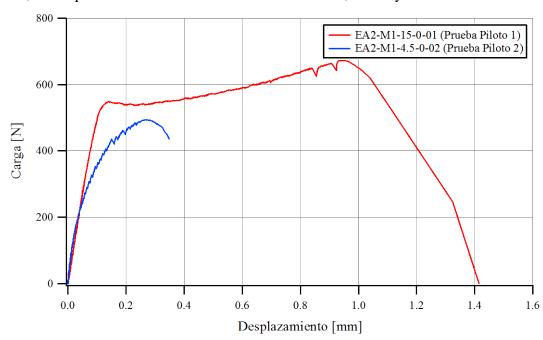


Figura 4.39: Curvas de Arrancamiento. Prueba piloto 1: $\tilde{\sigma} = 15$ MPa. Prueba piloto 2: $\tilde{\sigma} = 4.5$ MPa.

4.3.6.1. Especímenes de mortero

Estos especímenes eran de matriz de mortero con Fibra 1 orientada en la dirección normal a la cara de la probeta ($\varphi = 0^{\circ}$). Se ensayaron tres grupos, cada uno con un nivel de confinamiento distinto, $\tilde{\sigma} = 0$ MPa, 4MPa y 8MPa.

En la Figura 4.40 se muestran los resultados de los ensayos de especímenes sin confinamiento ($\tilde{\sigma}=0$). Estos resultados ($\tilde{\sigma}=0$) son usados de referencia, para estudiar el efecto del confinamiento en la matriz. Se puede observar que los especímenes 05 y 07, presentan rotura parcial de fibra.

En la Figura 4.41 se presentan los resultados de ensayos con un confinamiento de 4MPa. A excepción del espécimen 14, los restantes presentan rotura parcial de fibra.

En la Figura 4.42 se muestran los resultados de ensayos con un confinamiento de 8MPa. Se puede observar que los especímenes 16 y 19 presentan rotura parcial de fibra, mientras que los especímenes 15 y 18 presentan rotura total de fibra.

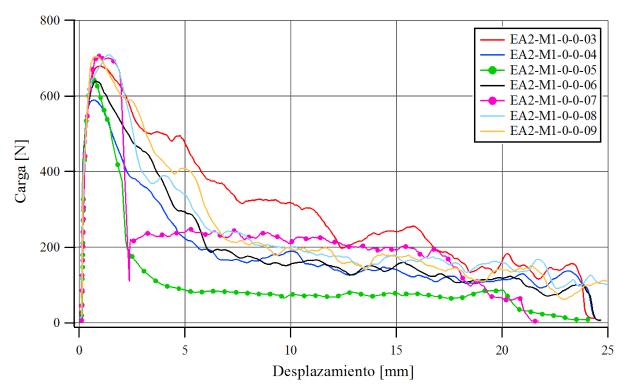


Figura 4.40: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\tilde{\sigma} = 0$.

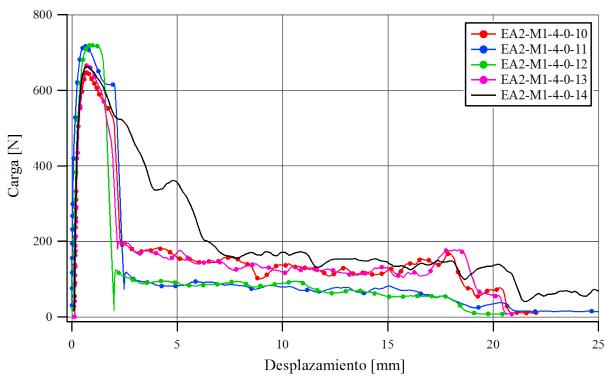


Figura 4.41: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\tilde{\sigma}=4$ MPa.

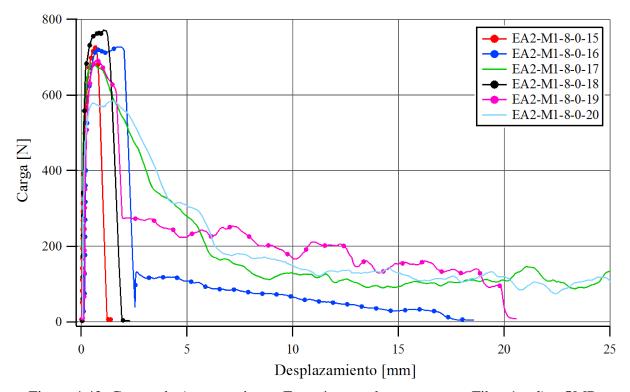


Figura 4.42: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\tilde{\sigma}=8$ MPa.

4.3.6.2. Resultados de especímenes de hormigón

Se presentan a continuación los resultados correspondientes a especímenes de hormigón, con Fibras 1, 4, 5 y las correspondientes sin gancho Fibras 1*, 4* y 5* que sirven como patrón para estudiar el efecto del gancho. Solo los especímenes con Fibra 1, se usaron para estudiar el efecto de la orientación. Se ensayaron probetas con φ = 0°, 30° y 60°. En todos los especímenes se trabajó sin confinamiento en la matriz ($\tilde{\sigma}$ = 0).

En la Figura 4.43 se muestran resultados de ensayos con Fibra 1* (Fibra 1 sin gancho) y orientación $\varphi = 0^{\circ}$. Las curvas presentan una forma característica, con una carga pico al inicio y luego una fuerte disminución de la misma. En la zona de los 10mm de desplazamiento en adelante se puede observar que la carga se mantiene, esto se atribuye a que la fibra no es perfectamente recta. La curva del espécimen 25 presenta un comportamiento alejado de los otros resultados, esto se atribuye a que la geometría del eje longitudinal no era perfectamente recta.

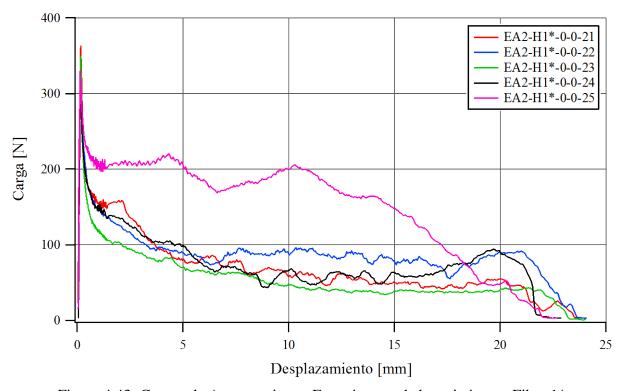


Figura 4.43: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1*.

En la Figura 4.44 se presentan los resultados de de ensayos con Fibra 1 y orientación $\varphi=0^\circ$. El espécimen 27 fue ensayado con un método diferente, en el cual, se modificó la velocidad de desplazamiento de la última rampa de desplazamiento, reemplazando los 500µm/min por 2500µm/min. Se puede observar en la Figura 4.44 que los valores de carga postpico son superiores a los otros ensayos. Este comportamiento debe estudiarse en mayor profundidad, para definir si se trata de un valor alejado dentro de la población de resultados o si fue causado por el aumento de velocidad de arrancamiento de fibra. Se puede observar que en los especímenes 26, 29 y 30 se produjo rotura parcial de fibra. También se puede observar que en la zona comprendida entre los 6 y 25mm de desplazamiento, las cinco curvas son diferentes a las correspondientes a fibras sin gancho o con matriz de mortero, alcanzando cargas mayores.

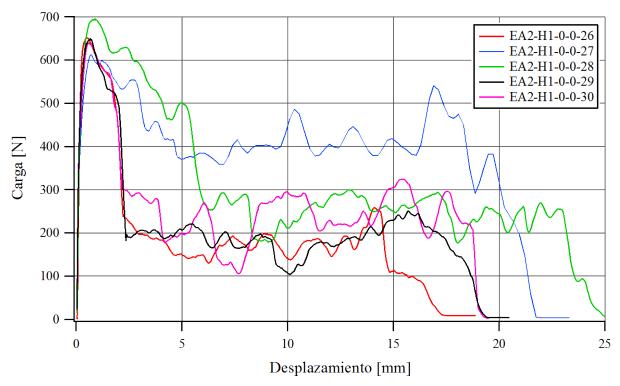


Figura 4.44: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 0^{\circ}$.

En la Figura 4.45 se muestran resultados de ensayos con Fibra 1 y orientación $\varphi = 30^{\circ}$. Se puede observar que todos los ensayos presentan rotura total de fibra.

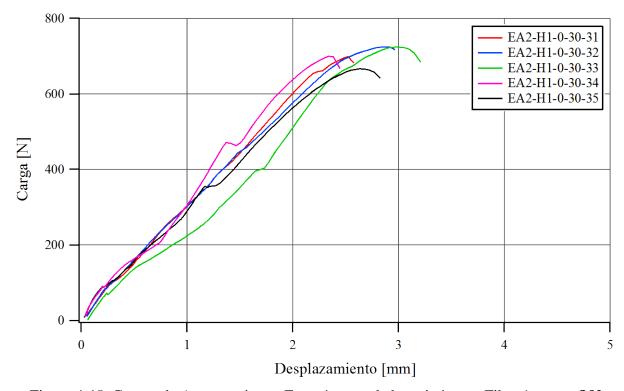


Figura 4.45: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 30^\circ$.

En la Figura 4.46 se presentan resultados de ensayos con Fibra 1 y orientación φ igual a 60°. Los especímenes 36, 38 y 39 presentan rotura total de fibra. Mientras que en el espécimen 40 se interrumpió el ensayo por apagado automático de seguridad de la prensa. En el mismo no se generó rotura de fibra.

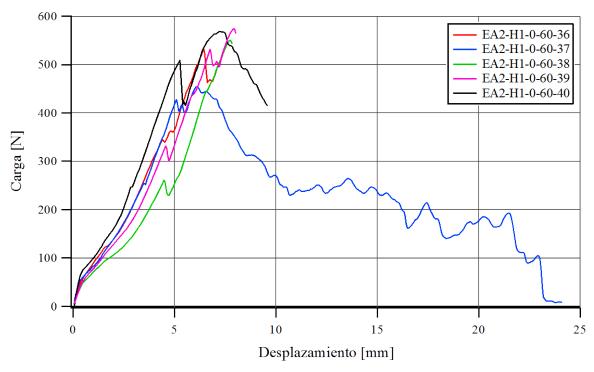


Figura 4.46: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 60^{\circ}$.

En la Figura 4.47 se muestran resultados de ensayos con Fibra 4* (Fibra 4 sin gancho) y orientación $\varphi = 0^{\circ}$. Las curvas presentan una forma característica, alcanzando una carga pico al inicio seguida de una fuerte disminución de la misma. En la zona de los 5mm en adelante se puede observar que la carga se mantiene, esto se atribuye a que la fibra no es perfectamente recta.

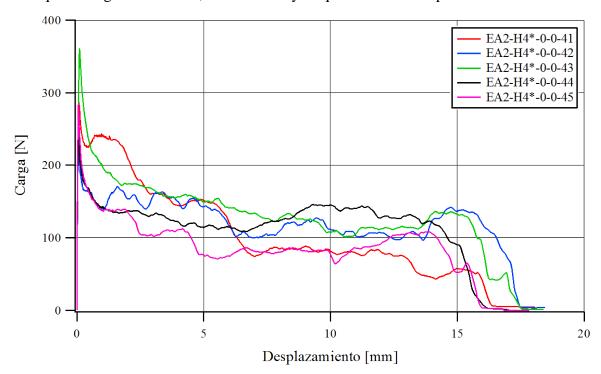


Figura 4.47: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 4*.

En la Figura 4.48 se presentan los resultados de de ensayos con Fibra 4 y orientación $\varphi = 0^{\circ}$. El espécimen 47 presenta rotura parcial de fibra, mientras que en los especímenes 49 y 50 se produjo rotura total de fibra.

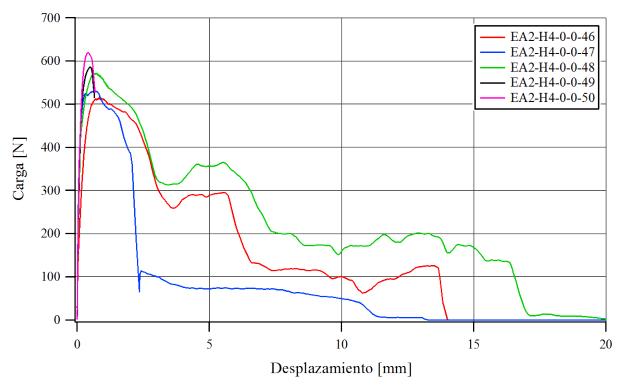


Figura 4.48: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 4 y $\varphi=0^{\circ}$.

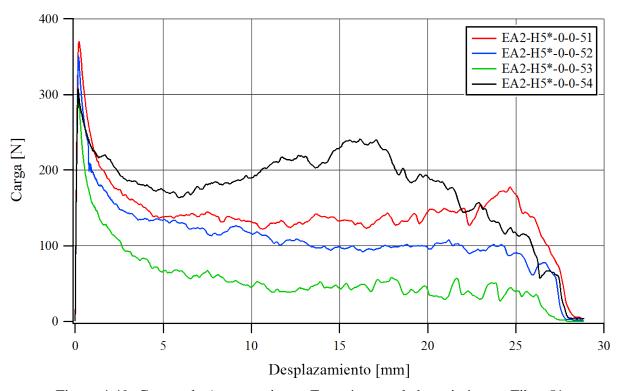


Figura 4.49: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 5*.

En la Figura 4.49 se muestran resultados de ensayos con Fibra 5* (Fibra 5 sin gancho) y orientación $\varphi = 0^{\circ}$. Las forma de las curvas es similar a la de las fibras 4*. En la zona de los 10mm en adelante se puede observar que la carga se mantiene y también existe una gran dispersión entre los resultados, esto se atribuye a que la fibra no es perfectamente recta y a las diferencias en la geometría del eje longitudinal que presentan las fibras de un mismo tipo.

En la Figura 4.50 se presentan los resultados de de ensayos con Fibra 5 y orientación $\varphi=0^\circ$. Los especímenes 59 y 60 presentan en los 5mm iniciales un comportamiento diferente a los observados en el arrancamiento de las otras fibras con ganchos. Esto se atribuye a alguna oquedad que se haya formado en la zona del gancho durante el colado del hormigón.

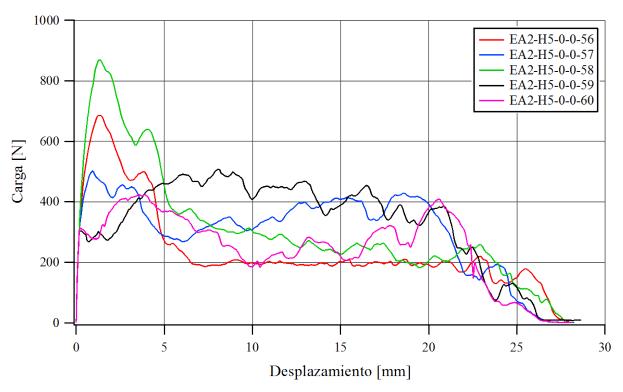


Figura 4.50: Curvas de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 5 y $\varphi = 0^{\circ}$.

4.3.7. Análisis de los resultados

En este punto se comparan los resultados de los distintos tipos de ensayos realizados partir de las curvas promedios obtenidas para los mismos con el procedimiento descripto en el apartado 4.2.7.2.

4.3.7.1. Curva de Arrancamiento Promedio y Envolvente

En la Figura 4.51 se muestra la curva promedio y envolvente de los ensayos realizados a especímenes de mortero con Fibra 1 y confinamiento $\tilde{\sigma} = 0$ (Figura 4.40), que no presentan rotura de fibra.

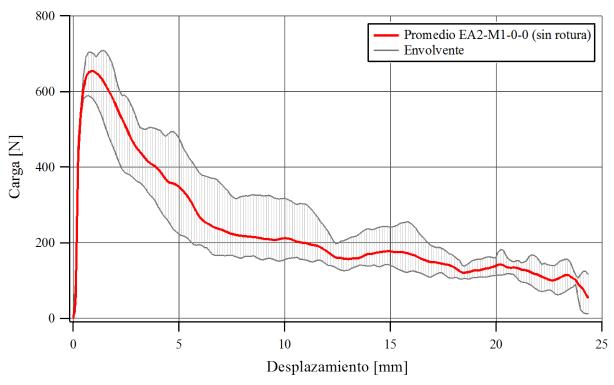


Figura 4.51: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\tilde{\sigma}=0$. Resultados sin rotura de fibra.

En la Figura 4.52 se muestra la curva promedio y envolvente de los ensayos realizados a especímenes de mortero con Fibra 1 y confinamiento $\tilde{\sigma} = 0$ (Figura 4.40) donde se generó rotura de fibra.

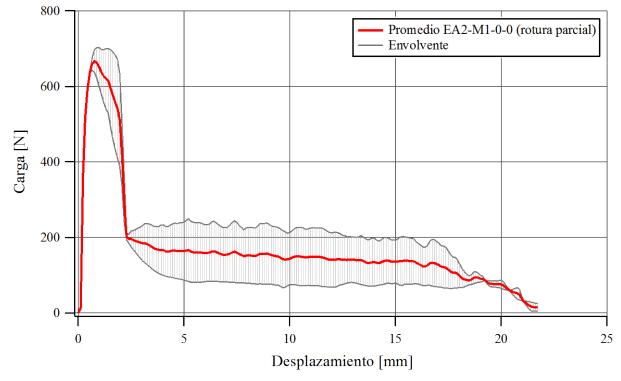


Figura 4.52: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\tilde{\sigma} = 0$. Resultados con rotura parcial de fibra.

En la Figura 4.53 se presenta la curva promedio y envolvente de los ensayos realizados a especímenes de mortero con Fibra 1 y confinamiento $\tilde{\sigma} = 4$ MPa (Figura 4.41). En este caso la mayoría de los resultados presentan rotura de fibra.

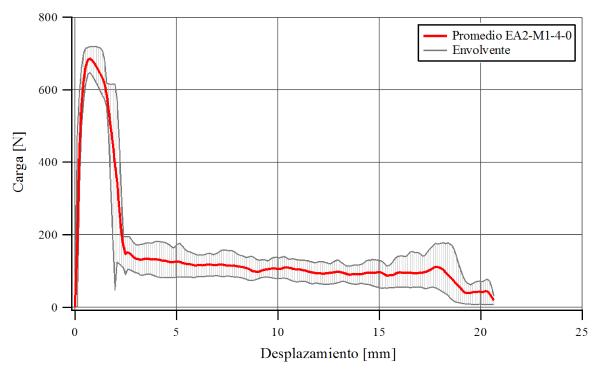


Figura 4.53: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\tilde{\sigma}=4$ MPa. Resultados con rotura parcial de fibra.

En la Figura 4.54 se presenta la curva promedio y envolvente de los ensayos realizados a especímenes de mortero con Fibra 1 y confinamiento $\tilde{\sigma} = 8$ MPa (Figura 4.42), que no presentan rotura de fibra.

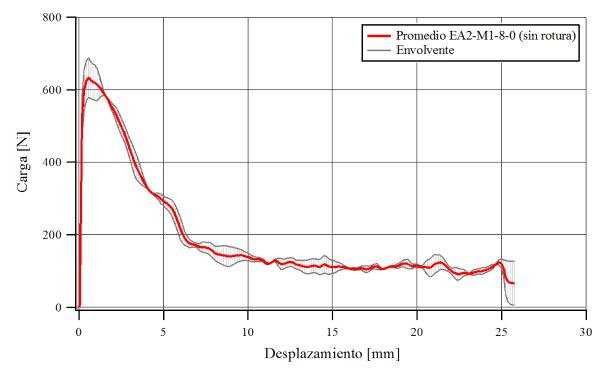


Figura 4.54: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\tilde{\sigma}=8$ MPa. Resultados sin rotura de fibra.

En la Figura 4.55 se presenta la curva promedio y envolvente de los ensayos realizados a especímenes de mortero con Fibra 1 y confinamiento $\tilde{\sigma} = 8$ MPa (Figura 4.42), donde se generó rotura parcial de fibra.

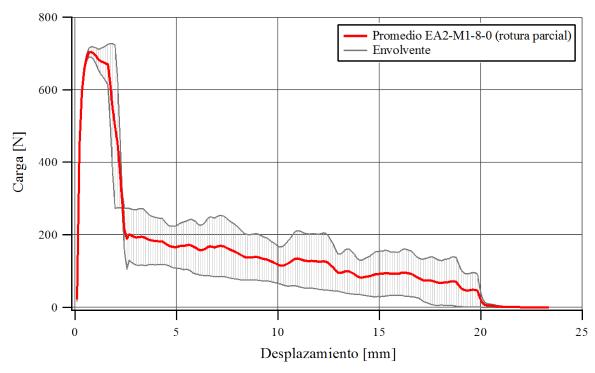


Figura 4.55: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\tilde{\sigma}=8$ MPa. Resultados con rotura parcial de fibra

En la Figura 4.56 se presenta la curva promedio y envolvente de los ensayos realizados a especímenes de mortero con Fibra 1 y confinamiento $\tilde{\sigma} = 8$ MPa (Figura 4.42), correspondientes a rotura total de fibra.

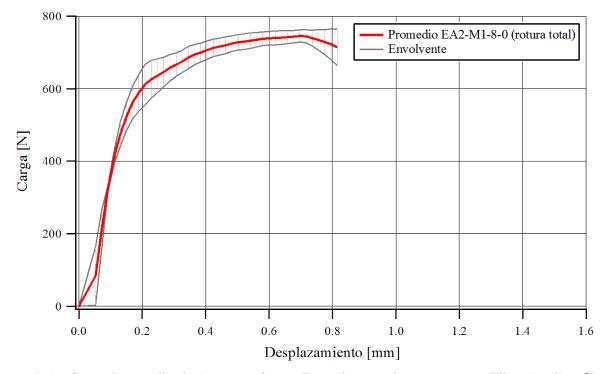


Figura 4.56: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\tilde{\sigma}=8$ MPa. Resultados con rotura total de fibra

En la Figura 4.57 se presenta la curva promedio y envolvente correspondiente a los ensayos realizados en especímenes de hormigón con Fibra 1* (Fibra 1 sin gancho). Se trabajó con las curvas de los especímenes 21 a 24 (Figura 4.43), descartando el 25 considerándolo un valor alejado.

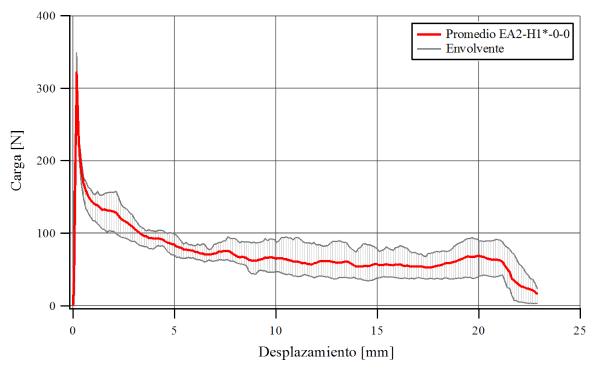


Figura 4.57: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1* y $\theta = 0^{\circ}$.

En la Figura 4.58 se presenta la curva promedio y envolvente correspondiente a los ensayos realizados en especímenes de hormigón con Fibra 1 y orientación $\varphi = 0^{\circ}$ que no presentan rotura de fibra, (especímenes 27 y 28 de la Figura 4.44).

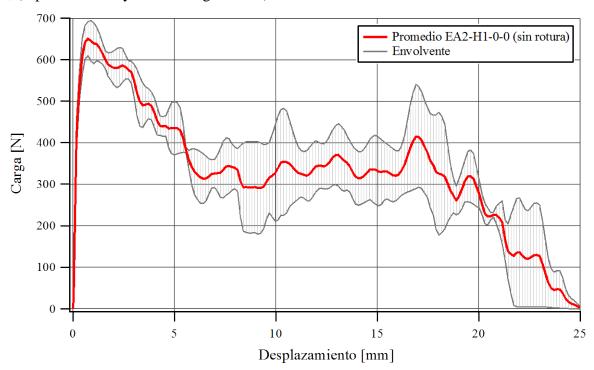


Figura 4.58: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi=0^\circ$. Resultados sin rotura de fibra

En la Figura 4.59 se presenta la curva promedio y envolvente correspondiente a los ensayos realizados en especímenes de hormigón con Fibra 1 y orientación $\varphi = 0^{\circ}$ en los que se produjo rotura parcial de fibra (especímenes26, 29 y 30 de la Figura 4.44).

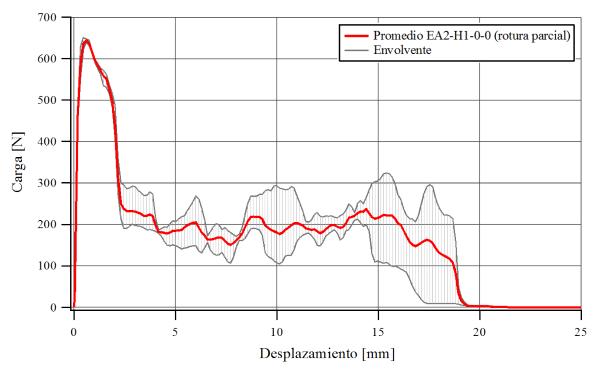


Figura 4.59: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi=0^\circ$. Resultados con rotura parcial de fibra

En la Figura 4.60 se presenta la curva promedio y envolvente correspondiente a los ensayos realizados en especímenes de hormigón con Fibra 1 y orientación $\varphi = 30^{\circ}$ (cinco curvas de la Figura 4.45).

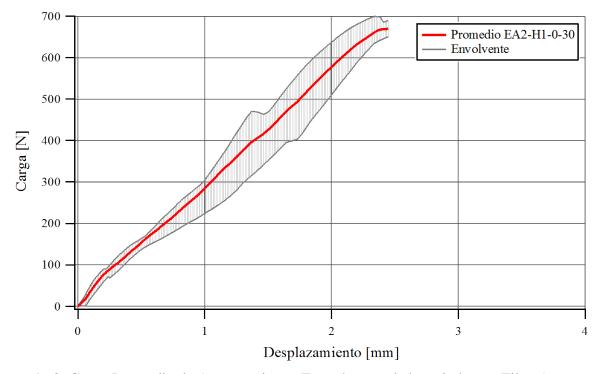


Figura 4.60: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 30^{\circ}$.

En la Figura 4.61 se presenta la curva promedio y envolvente correspondiente a los ensayos realizados en especímenes de hormigón con Fibra 1 y orientación $\varphi = 60^{\circ}$ (cinco curvas de la Figura 4.46).

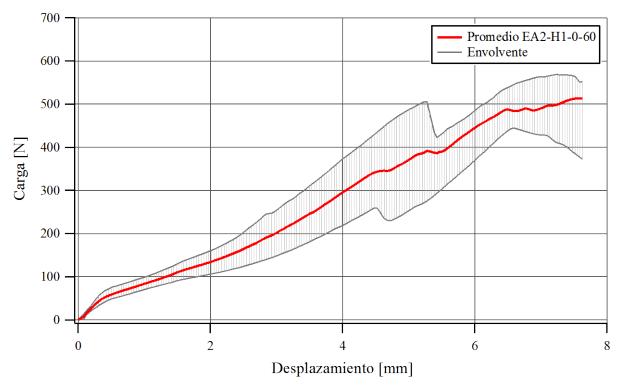


Figura 4.61: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 60^{\circ}$.

En la Figura 4.62 se presenta la curva promedio y envolvente correspondiente a los ensayos realizados (cinco curvas de la Figura 4.47) en especímenes de hormigón con Fibra 4* (Fibra 4 sin gancho).

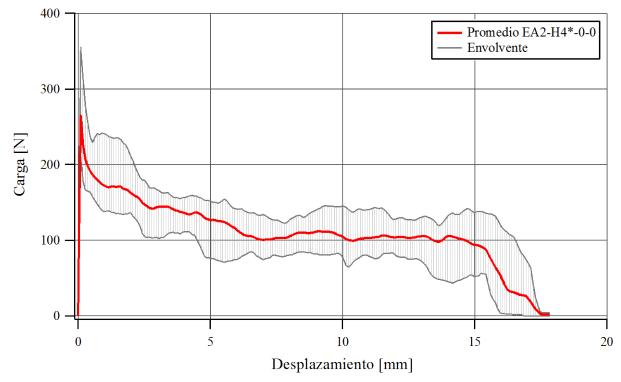


Figura 4.62: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra $4* y \varphi = 0^{\circ}$.

En la Figura 4.63 se presenta la curva promedio y envolvente correspondiente a los ensayos realizados en especímenes de hormigón con Fibra 4 y orientación $\varphi = 0^{\circ}$ que no presentan rotura de fibra (especímenes 46 y 48 de la Figura 4.48).

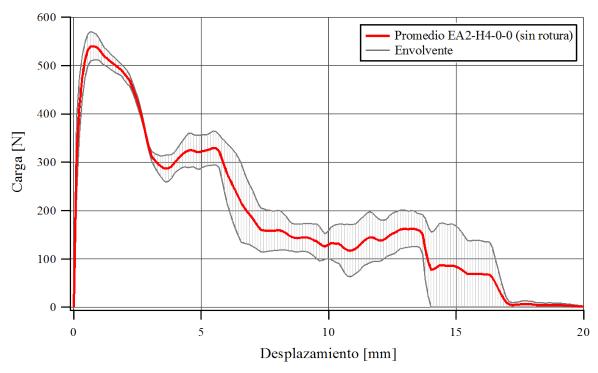


Figura 4.63: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 4 y $\varphi = 0^{\circ}$. Resultados sin rotura de fibra.

En la Figura 4.64 se presenta la curva promedio y envolvente correspondiente a los ensayos realizados en especímenes de hormigón con Fibra 4 y orientación $\varphi = 0^{\circ}$ en los que se produjo rotura total de fibra (especímenes 49 y 50 de la Figura 4.48).

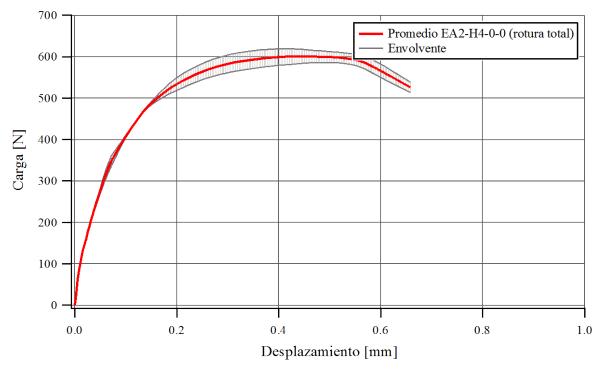


Figura 4.64: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 4 y $\varphi=0^\circ$. Resultados con rotura total de fibra.

En la Figura 4.65 se presenta la curva promedio y envolvente correspondiente a los ensayos realizados (cinco curvas de la Figura 4.49) en especímenes de hormigón con Fibra 5* (Fibra 5 sin gancho).

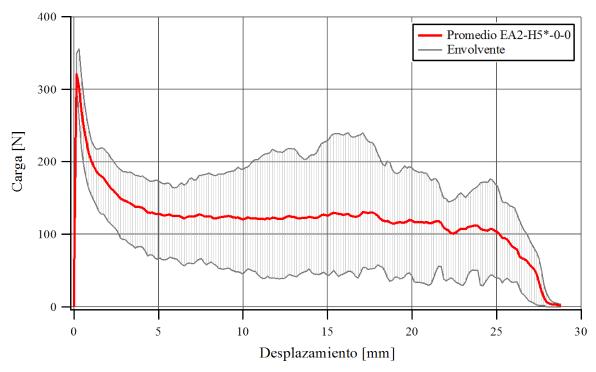


Figura 4.65: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 5* y $\varphi = 0^{\circ}$.

En la Figura 4.63 se presenta la curva promedio y envolvente correspondiente a los ensayos realizados en especímenes de hormigón con Fibra 5 y orientación $\varphi = 0^{\circ}$. Se trabajo con las curvas de la Figura 4.50 correspondientes a los especímenes 56 a 58, mientras que los especímenes 59 y 60 no se usaron por presentar un comportamiento que no es representativo en los 5mm iniciales del arrancamiento de fibras.

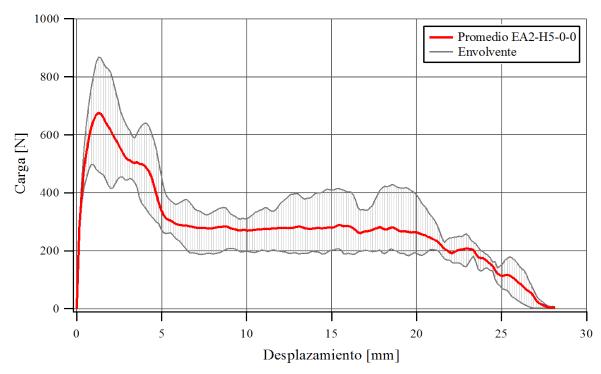


Figura 4.66: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 5 y $\varphi = 0^{\circ}$.

4.3.7.2. Efecto de la rotura de fibra.

En la Figura 4.67 se comparan curvas promedio de arrancamiento correspondientes a especímenes con matriz de mortero y Fibra 1, sin rotura de fibra, con rotura parcial y rotura total de fibra.

Se puede observar que, producida la rotura parcial de la fibra, la carga se reduce bruscamente, pero sigue transmitiendo carga a la matriz. En todos los ensayos de arrancamiento que presentaron rotura parcial, realizados en ambas series experimentales, se puede observar que la misma se genera próxima a los 2mm de desplazamiento. Esto se debe a que las fibras con las que se trabajó poseen ganchos con dos codos o zonas curvas, con curvaturas opuestas, separadas aproximadamente 2mm. Cuando el codo más próximo al extremo de la fibra pasa por la posición inicial del secundo codo, sufre una gran deformación que puede generar la rotura de la fibra.

Comparando las curvas de los especímenes con rotura parcial y las correspondientes a especímenes sin rotura, se observa que a partir de aproximadamente 6mm de deslizamiento, el comportamiento es similar y la resistencia al arrancamiento no varía significativamente.

También se observa que en los especímenes con rotura total de fibra, el deslizamiento alcanzado es mucho menor que en los especímenes sin rotura y con rotura parcial de fibra.

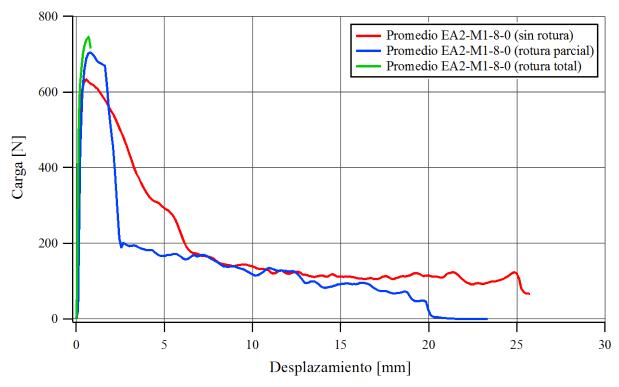


Figura 4.67: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de mortero con Fibra 1 y $\tilde{\sigma} = 8$ MPa. Comparación de resultados sin rotura de fibra, con rotura parcial y con rotura total.

En la Figura 4.68 se comparan curvas promedio de arrancamiento correspondientes a especímenes con matriz de hormigón, sin rotura de fibra y con rotura parcial de fibra. A diferencia de lo que ocurre en el caso de los especímenes con matriz de mortero, en este caso se observa que aún después de los 6 mm de arrancamiento la resistencia al arrancamiento decrece significativamente cuando se cortan las fibras. Esto se atribuye a que, en el caso de matriz de hormigón, la fuerza residual que se genera debido al rozamiento de los tramos de fibra enderezados es más importante y, la pérdida de esas partes de la fibra (rotura parcial) provoca una disminución más notoria en la resistencia residual.

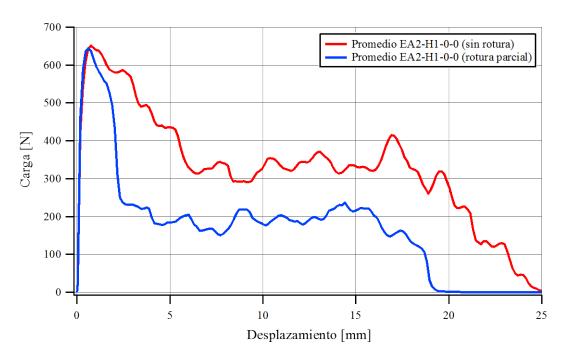


Figura 4.68: Curva Promedio de Arrancamiento. Especímenes de hormigón con Fibra 1 y $\varphi = 0^{\circ}$. Comparación de resultados sin rotura de fibra y con rotura parcial de fibra.

4.3.7.3. Efecto del gancho.

En la Figura 4.69 a Figura 4.71 se comparan las curvas promedio de arrancamiento de fibras con y sin gancho de especímenes con matriz de hormigón y orientación $\varphi = 0^{\circ}$. En todos los casos se puede apreciar el gran aporte de los ganchos a la resistencia al arrancamiento.

La Figura 4.69 corresponde a especímenes con Fibra 1 y Fibra 1*. Se puede observar que en la zona de los 6mm en adelante, los especímenes con fibras con ganchos presentan una resistencia al arrancamiento mayor. Esto se atribuye a las irregularidades que quedan en el extremo de la fibra al enderezar el gancho, lo cual genera fuerzas residuales de arrancamiento (Georgiadi-Stefanidi et al. (2010), Soetens et al. (2013))

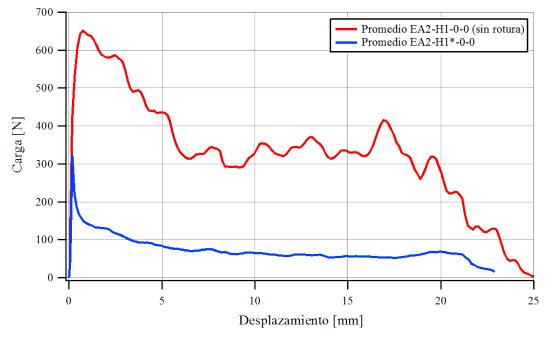


Figura 4.69: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto del gancho en Fibra 1.

La Figura 4.70 corresponde a especímenes con Fibra 4 y Fibra 4*. Al igual que en el caso anterior, se puede observar que en la zona de los 6mm en adelante, los especímenes con fibras con ganchos presentan una resistencia al arrancamiento mayor. Pero el efecto es más reducido que en el caso de Fibra 1. Esto se atribuye a que el diámetro de la fibra es menor, las irregularidades que quedan al enderezar el gancho.

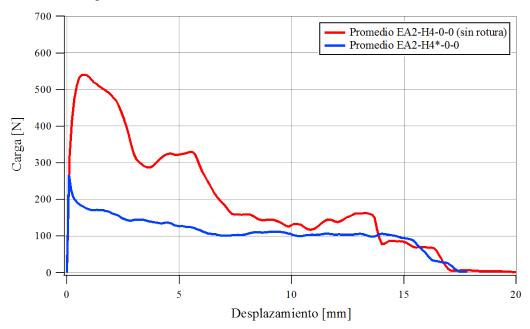


Figura 4.70: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto del gancho en Fibra 4.

La Figura 4.71 corresponde a especímenes con Fibra 5 y Fibra 5*. Al igual que en los casos anterior, se puede observar que en la zona de los 6mm en adelante, los especímenes con fibras con ganchos presentan una resistencia al arrancamiento mayor. El efecto es más reducido que en el caso de Fibra 1, lo cual se atribuye a que el diámetro de la Fibra 5 es menor que la Fibra 1. Comparando con la Fibra 4 (tiene diámetro similar al de la Fibra 5), se observa que el efecto de gancho es mayor en la Fibra 5, esto se atribuye a la mayor resistencia del acero de la Fibra 5 y las irregularidades que quedan al enderezar el gancho.

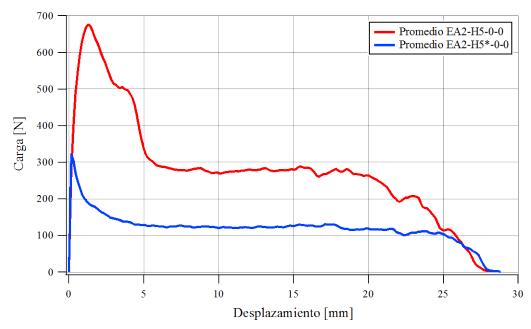


Figura 4.71: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto del gancho en Fibra 5.

En la Figura 4.72, se esquematizan las irregularidades que quedan al enderezar el gancho. Estas irregularidades aumentan la fricción en el extremo de la fibra, generando fuerzas residuales de arrancamiento.

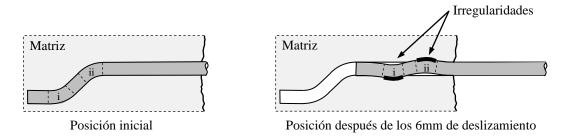


Figura 4.72: Irregularidades en el gancho enderezado.

En la Figura 4.73 se muestra el estado del gancho post-arrancamiento de los especímenes 27 y 28 que poseen matriz de hormigón, Fibra 1 y $\varphi = 0^{\circ}$ (EA2-H1-0-0).



Figura 4.73: Estado del gancho post-arrancamiento en especímenes 27 y 28.

4.3.7.4. Efecto del confinamiento de la matriz.

En la Figura 4.74 se comparan las curvas promedio de arrancamiento para distintos niveles de confinamiento $\tilde{\sigma}$ de la matriz. Se observa que sin confinamiento hay especímenes con rotura parcial de fibra, pero también, a medida que aumenta el confinamiento aumentan los casos de rotura de fibra y se llega incluso alcanzar rotura total de la misma. La rotura se atribuye a que el confinamiento incrementa levemente la resistencia al arrancamiento y debido a que las fibras trabajan ya cerca de su máxima capacidad sin confinamiento (ver Figura 4.74), el incremento mencionado las lleva a la rotura.

Los resultados obtenidos evidencian la importancia de analizar la rotura de la fibra cuando hay confinamiento en la matriz o cuando la resistencia al arrancamiento es cercana a la resistencia de las fibras. El comportamiento en el arrancamiento de la fibra y por ende el comportamiento del HRF, puede resultar muy diferente al esperado sin tener en cuenta la posibilidad de rotura de las fibras.

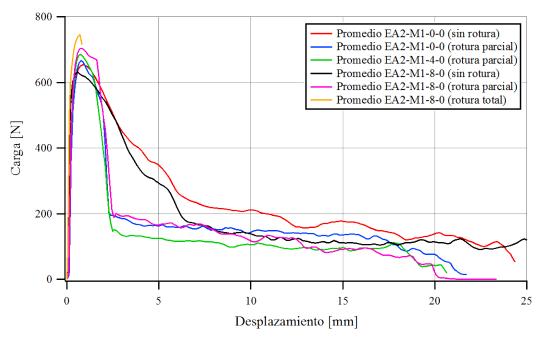


Figura 4.74: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto del confinamiento en la matriz.

4.3.7.5. Efecto de la orientación de la fibra.

En la Figura 4.75 se comparan las curvas promedio de arrancamiento de fibras con distintas orientaciones φ . Se observa que para un mismo valor de carga, los desplazamientos son mayores a medida que aumenta φ de 0° a 30° y 60°. Esto se atribuye a la rotura de la matriz circundante a la fibra en la cara del espécimen, lo cual permite a la fibra adoptar una geometría diferente a la inicial, generando que el extremo de la misma que está afuera de la matriz se desplace por rotación del tramo de fibra que se encuentra fuera de la matriz, sin necesidad que se produzca un deslizamiento del tramo de fibra que se encuentra dentro de la matriz. Estas curvas presentan un comportamiento similar a las obtenidas por Bentur *et al.* (1996), Robins *et al.* (2002), Cunha *et al.* (2007 y 2008), Laranjeira, F. *et al.* (2010).

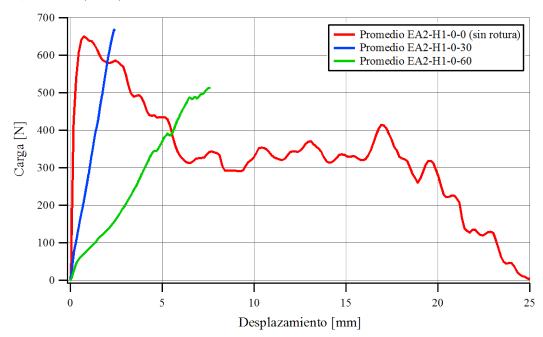


Figura 4.75: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto de la orientación $\varphi = 0^{\circ}$, 30° y 60° .

4.3.7.6. Comparación entre matriz de mortero y matriz de hormigón.

En la Figura 4.76 se presentan las curvas de arrancamiento promedio correspondientes a los especímenes con matriz de hormigón y matriz de mortero. Comparando se observa el comportamiento en los 5mm iniciales, e incluso las cargas máximas son similares. Pero a partir de los 5mm de deslizamiento el comportamiento obtenido para ambos tipo de matriz es marcadamente diferente. La matriz de mortero presenta una curva de arrancamiento más suave que la matriz de hormigón. Esta diferencia se atribuye a la presencia del agregado grueso que conjuntamente con las irregularidades que quedan en el gancho enderezado aumentan la resistencia al arrancamiento.

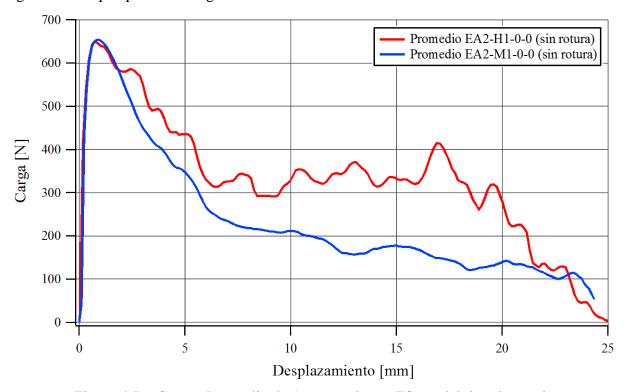


Figura 4.76: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto del tipo de matriz.

4.3.7.7. Comparación entre matrices de mortero con resistencias diferentes.

Los especímenes EA1-M1-0-0 de la primera serie experimental son similares a los EA2-M1-0-0 de la segunda serie, en el tipo de fibra usado (Fibra 1), en el tipo de matriz (mortero) y también en la metodología de ensayo pero difieren principalmente en la resistencia de la matriz. Esto permite realizar una comparación del comportamiento al arrancamiento de un mismo tipo de fibra, respecto a matrices de mortero con diferente resistencia.

En la Figura 4.77 se comparan las curvas promedio de arrancamiento de los dos grupos de especímenes mencionados (EA1-M1-0-0 y EA2-M1-0-0). Se observa que la resistencia al arrancamiento en la matriz de la segunda serie es superior al de la primera, lo cual se corresponde con las resistencias de las matrices. La dispersión de resultados se encuentra en el mismo orden.

También se observa que, en los especímenes de la primera serie (EA1-M1-0-0) no se produce rotura de fibra, mientras que en la segunda serie (EA2-M1-0-0) se tienen roturas parciales de fibra. Esto se atribuye a que en la matriz de mayor resistencia la fibra alcanza fuerzas de arrancamiento mayores y, además, debido a la mayor resistencia y rigidez de la matriz, la fibra debe deformarse más para poder deslizar.

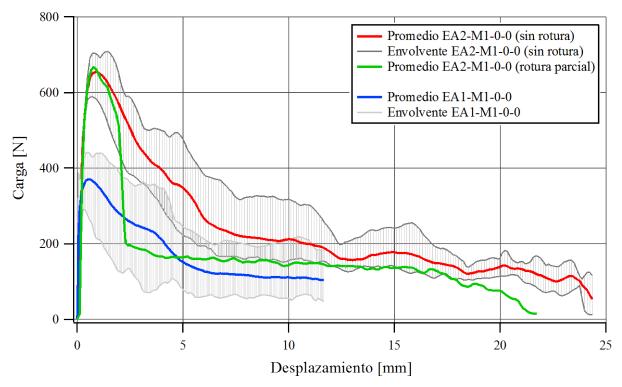


Figura 4.77: Curvas Promedio de Arrancamiento. Efecto de la resistencia de la matriz (mortero).

4.3.8. Rotura de Matriz en Arrancamiento de Fibras Inclinadas

Una vez ensayados los especímenes de hormigón con Fibra 1 y orientación $\varphi=30^\circ$ y 60° , se determinó la longitud de rotura de la matriz L_{rm} , midiendo directamente sobre los especímenes con un calibre. La longitud de rotura de la matriz L_{rm} , es la longitud de interfaz que resulta expuesta una vez que se rompe la matriz en las proximidades de la cara del espécimen (ver Figura 4.78). Los resultados de las mediciones realizadas se presentan en la Tabla 4.5, junto al promedio y la desviación estándar de las mismas. En la Figura 4.79 se muestra el estado de los especímenes 33 y 36 después del ensayo.

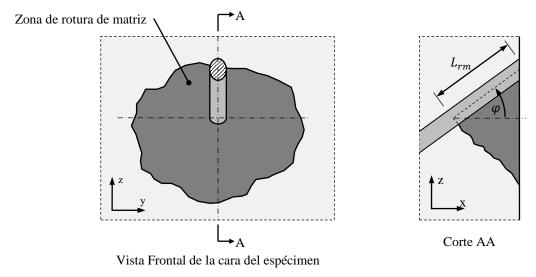


Figura 4.78: Especímenes después del ensayo. Rotura de matriz.





Figura 4.79: Especímenes 33 y 36 después del ensayo. Rotura de matriz.

Tabla 4.5: Lecturas de longitud de rotura de matriz L_{rm} .

Espécimen con F	$^\circ$ ibra 1 y $\varphi=30^\circ$	Espécimen con Fibra 1 y $\varphi = 60^{\circ}$		
Espécimen	L_{rm} [mm]	Espécimen	L_{rm} [mm]	
29	3,1	34	6,9	
30	2,9	35	7,4	
31	3,0	36	7,0	
32	3,2	37	7,8	
33	3,5	38	7,1	
Promedio	3,14	Promedio	7,24	
Desviación estándar	0,23	Desviación estándar	0,37	

La superficie de rotura que se produce en general es muy irregular (ver Figura 4.79), pero se puede asemejar a una superficie cónica. Su tamaño depende de la longitud de rotura de la matriz L_{rm} y de la orientación de la fibra φ .

4.4. Ensayos Complementarios - Campaña Experimental Mayor

El mortero usado en la primera serie experimental correspondió a un hormigón H30 y, el mortero y hormigón usado en la segunda serie correspondieron a un hormigón H80. Como todos los ensayos se realizaron dentro de una campaña experimental mayor que abarcaba ensayos de elementos estructurales, las propiedades mecánicas de los hormigones mencionados se determinaron en conjunto con otro investigador (Ruano (2013)). En esta sección se describen y presentan los resultados de ensayos de compresión, módulo de elasticidad y flexo-tracción, realizados para los hormigones sin fibra (H) y para los correspondientes hormigones reforzados con fibra (HRF). Dichos resultados se utilizan luego para la calibración de los modelos propuestos en esta tesis.

A excepción de los ensayos de compresión del hormigón H80, los restantes ensayos se ejecutaron mediante una prensa INSTRON 8504. La carga se registró con una celda de carga con sensibilidad de 0,05KN. Los desplazamientos se registraron con el LVDT interno de la prensa (sensibilidad de 5μm) y con LVDT externos de 5mm de rango (sensibilidad de 0,5μm).

Para ensayar a compresión el hormigón H80, se usó una prensa AMSLER con capacidad de 1000KN. Este cambio en el equipo de carga, se debió a que la carga máxima estimada para este hormigón en probetas cilíndricas de 100x200mm, era superior a la capacidad de carga de la prensa INSTRON 8504 que está especificada en 636KN.

La adquisición de datos se realizó mediante una placa USB-1616FS, con una frecuencia de adquisición de 2Hz. El procesamiento de datos se realizó en tiempo real durante el ensayo, mediante un software de adquisición y otro de monitoreo, desarrollados en el marco de esta tesis (ver apartados A4.6 y A4.7 en ANEXO CAPÍTULO 4).

4.4.1. Ensayos de Compresión

El objetivo de estos ensayos, además de caracterizar el hormigón según indica la norma ASTM C 39 (86), es obtener la curva tensión-deformación para cada uno de los hormigones estudiados. Esto último sólo se pudo realizar en el hormigón de la primera serie. Los ensayos de la primera serie se realizaron a los 28 días de edad y los de la segunda entre 67 y 98 días de edad.

Las dimensiones de las probetas fueron de 100mm de diámetro y 200mm de altura. En las cabezas de las mismas se usó placas de MDF (Medium Density Fibreboard, es un aglomerado fabricado con fibras de madera) de 6mm de espesor para distribuir la carga.

En la primera serie se ensayaron 6 probetas, de las cuales 3 eran de hormigón sin fibra (H) y 3 fueron de hormigón reforzado con 40kg/m³ de fibras (HRF). En la segunda serie se ensayaron 18 probetas, de las cuales 9 eran de hormigón sin fibra y 9 fueron de hormigón reforzado con 30kg/m³ de fibras.

4.4.1.1. Metodología

Los ensayos de la primera serie se realizaron con control de desplazamientos del actuador (Prensa INSTRON). Se inició con una carga de fijación de 2KN, se aplicó una primera rampa con velocidad de 5μm/min hasta alcanzar los 50μm de desplazamiento. Inmediatamente después se pasó a una rampa con velocidad de 100μm/min y se continuó hasta alcanzar los 1000μm. En el caso de los especímenes que no se rompieron durante la segunda rampa, se aplico una última rampa con velocidad de 500μm/min hasta la rotura.

Los desplazamientos se midieron mediante el transductor de desplazamiento interno de la prensa. En este caso, para calcular las deformaciones, fue necesario descontar de las lecturas de desplazamiento la deformación del pórtico de carga.

El ensayo del hormigón de la segunda serie, se realizó con control de carga, determinando únicamente la carga máxima de rotura (prensa AMSLER).

4.4.1.2. Resultados

En la Tabla 4.6 se muestran los resultados de los ensayos de compresión de los hormigones usados y los correspondientes hormigones reforzados con fibra. La resistencia característica f_c' se estimó según la Ec. 4.1:

$$f_c' = f_{cm}' - t_{95} s_n$$
 Ec. 4.1

Donde f'_{cm} es el promedio de los resultados de los ensayos de resistencia $f'_{ci} = P_{max}/A$, con P_{max} carga máxima registrada en el ensayo y A área de la sección de probeta; s_n es la desviación estándar

de los resultados de los ensayos de resistencia f'_{ci} ; t_{95} es el valor t_p de la distribución de *Student*, para una probabilidad p = 95%, para 2 grados de libertad (3 probetas) $t_{95} = 2,92$, para 7 grados de libertad (8 probetas) $t_{95} = 1,90$ y para 8 grados de libertad (9 probetas) $t_{95} = 1,86$.

El ensayo de la probeta 09 se descartó por considerarse un valor alejado.

Tabla 4.6: Resultados de Ensayo de compresión.

serie	Tipo de hormigón	Probeta	P _{max} [KN]	f' _{ci} [MPA]	f' _{cm} [MPA]	s _n [MPA]	f' _c [MPA]
		01	301	38		2,39	30
	Н	02	307	39	37,3		
Primera		03	273	35			
Filliera	HDE	05	260	33			
	HRF 40Kg/m³ Fibra 1	06	232	30	32,5	2,75	25
	40Kg/III 110Ia 1	07	275	35			
		01	640	81,5			
		02	664	84,5		5,74	80
		03	736	93,7			
	Н	04	708	90,1	89,7		
		05	734	93,4			
		06	740	94,2			
		07	758	96,4			
		08	654	83,3			
Carryada		09	593	-			
Segunda		10	610	77,7			
		11	642	81,7			
		12	624	79,5			
	IIDE	13	744	94,7			
	HRF	14	712	90,6	86,5	5,95	75
	30Kg/m³ Fibra 1	15	694	88,4			
		16	662	84,3			
		17	706	89,9			
		18	722	91,9			

Especificaciones de Fibra 1 en Tabla 4.1

Analizando las resistencias características obtenidas de los hormigones (Tabla 4.6), se puede observar que la incorporación de fibras disminuye la resistencia a compresión, cuando se usa la misma dosificación para preparar el hormigón sin fibra y el reforzado con fibras. Este hecho fue observado por muchos investigadores y se atribuye a que la presencia de las fibras altera la compacidad de los agregados.

En la Figura 4.80 se muestran las curvas tensión-deformación obtenidas para el hormigón de la primera serie sin fibra. Se puede observar que después de la tensión pico sigue una rotura brusca con desintegración de la probeta, esto se manifiesta en la reducida deformación registrada cuando la tensión cae a cero.

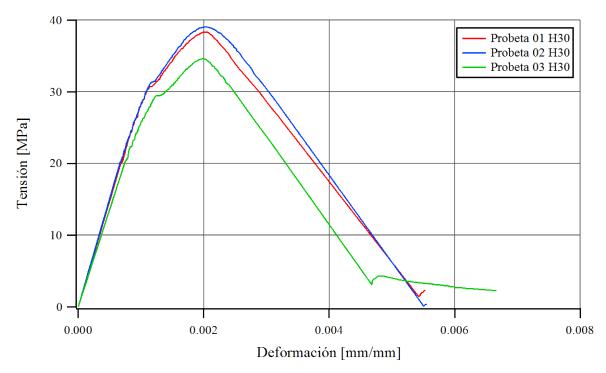


Figura 4.80: Ensayo de Compresión. Hormigón sin fibras (H30), primera serie.

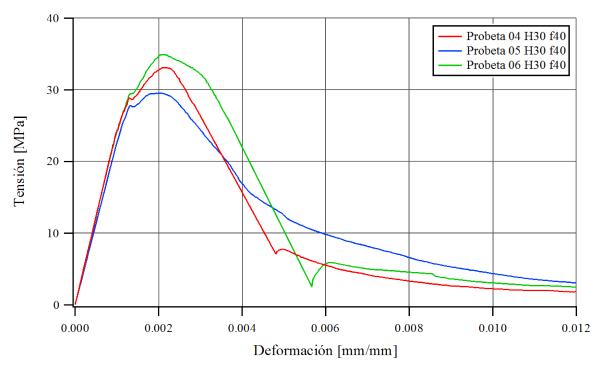


Figura 4.81: Ensayo de Compresión. Hormigón reforzados con 40kg/m³ de fibras (H30 f40), primera serie.

En la Figura 4.81 se muestran las curvas tensión-deformación obtenidas para el mismo hormigón reforzado con 40kg/m³ de fibra 1 (ver Tabla 4.1). Se puede observar que después de la tensión pico sigue una rotura controlada sin desintegración de la probeta, esto se manifiesta en la gran deformación registrada. Esta diferencia en el comportamiento es debida a la presencia de las fibras que, debido a la forma de llenado de las probetas están preferentemente orientadas en planos

horizontales y cosen las fisuras verticales que se producen por efecto de la carga de compresión, controlando su propagación.

4.4.2. Ensayos de Módulo de Elasticidad

El módulo de elasticidad en compresión de cada uno de los hormigones estudiados se determinó como se indica en la norma ASTM C 469 (1987). Los ensayos de la primera serie se realizaron a los 28 días de edad y los de la segunda se realizaron entre los 67 y 98 días de edad.

Las dimensiones de las probetas fueron de 100mm de diámetro y 200mm de altura. En las cabezas de la probeta se usó discos de neopreno de dureza Shore $A70 \pm 5$.

De la primera serie se ensayaron 6 probetas, de las cuales 3 correspondían a hormigón sin fibra y 3 a hormigón reforzado con 40Kg/m³ de fibra 1 (ver Tabla 4.1). En la segunda serie se ensayaron 8 probetas, de las cuales 4 correspondían a hormigón sin fibra (Probetas 06 a 09) y 4 a hormigón reforzado con 30Kg/m³ de fibra 1 (ver Tabla 4.1) (Probetas 14 a 18). En ambas serie se usaron para determinar el módulo de elasticidad las mismas probetas que posteriormente se ensayaron a compresión hasta la rotura (ver Tabla 4.6).

4.4.2.1. Metodología

El ensayo se realizó con control de carga, iniciando con una carga de fijación de 2KN que se aplicó en 10s y siguiendo con ciclos de carga y descarga. Las rampas de carga y descarga se aplicaron a una velocidad de 2,5KN/s hasta alcanzar una carga máxima igual al 40% de la carga de rotura y luego retornando hasta los 2KN. En el hormigón de la primera serie, se realizaron ciclos con tres rampas de carga y dos rampas de descarga, finalizada la última rampa de carga, se pasó a control de desplazamientos y se continúo hasta la rotura. En el hormigón de la segunda serie se realizaron ciclos con tres rampas de carga y tres rampas de descarga.

A diferencia de lo establecido en la norma, para medir la deformación se trabajó con tres LVDT en lugar de los dos. Los mismos estaban ubicados en el tercio central de la probeta y dispuestos equidistantes en el perímetro. Estos instrumentos tenían 5mm de rango, sensibilidad de 0,5μm y una longitud base de 80mm.

El módulo de elasticidad se calculó como la pendiente de la recta definida por el valor promedio de los vértices superiores y el valor promedio de los vértices inferiores, de los ciclos de carga-descarga en las curvas tensión-deformación.

4.4.2.2. Resultados

En la Tabla 4.7 se adjuntan los resultados de los ensayos de los módulos de elasticidad de cada probeta E_i , el módulo de elasticidad promedio para cada tipo de hormigón E en ambas series y la correspondiente desviación estándar s_E . El ensayo de la probeta 09 se descartó por considerarse un valor alejado.

Comparando los hormigones sin fibras y los reforzados con fibra de la primera serie, se puede observar que la presencia de la fibra disminuye el módulo de elasticidad. En el caso de la segunda serie, el módulo de elasticidad promedio del hormigón reforzado con fibras es aproximadamente igual al del hormigón sin fibras, pero el primero (HRF) presenta una dispersión mayor que el segundo (H).

Tabla 4.7: Resultados de Ensayo de Modulo Elasticidad.

serie	Tipo de hormigón	Probeta	E _i [MPA]	E [MPA]	S _E [MPA]	
		01	29511		1613	
	Н	02	30189	28940		
Primera		03	27119			
Filliera	HRF 40Kg/m³ Fibra 1	05	24427		1058	
		06	22695	23912		
		07	24615			
	Н	06	40609		824	
		07	41237	40483		
	11	08	39604	40463		
Cogundo		09	36199			
Segunda		14	43716		2077	
	HRF	15	40816	40789		
	30Kg/m³ Fibra 1	16	39409	40709	2077	
	1 5" 1 7 11 1	18	39216			

Especificaciones de Fibra 1 en Tabla 4.1

En la Figura 4.82 se muestra la curva tensión-deformación del ensayo de módulo de elasticidad de la Probeta 01 que corresponde a la primera serie, hormigón sin fibras H30.

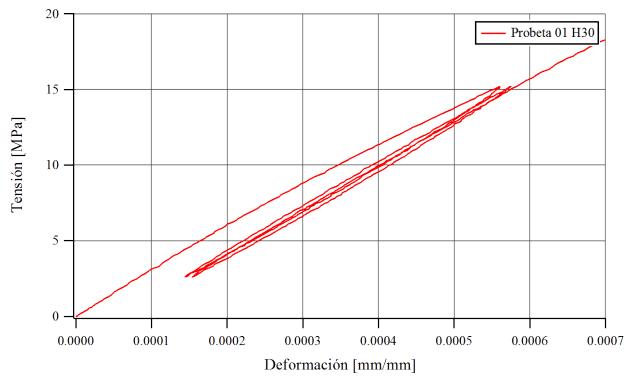


Figura 4.82: Ensayo de Módulo de Elasticidad. Probeta 01, hormigón sin fibras (H30), primera serie.

En la Figura 4.83 se muestra la curva tensión-deformación del ensayo de módulo de elasticidad de la Probeta 04 que corresponde a la primera serie, hormigón reforzado con 40kg/m³ de fibras H30 f40.

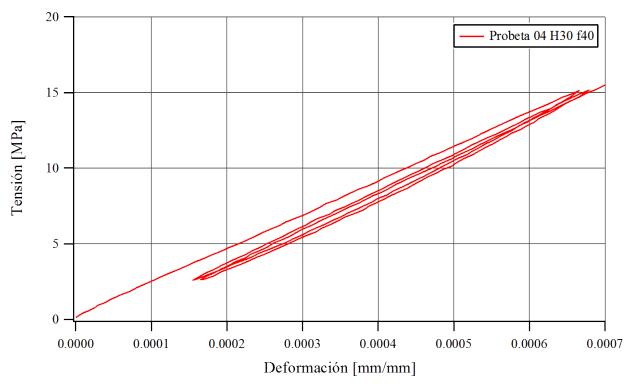


Figura 4.83: Ensayo de Módulo de Elasticidad. Probeta 04, hormigón reforzados con 40kg/m³ de fibras (H30 f40), primera serie.

En la Figura 4.84 se muestra la curva tensión-deformación del ensayo de módulo de elasticidad de la Probeta 06 que corresponde a la segunda serie, hormigón sin fibras H80.

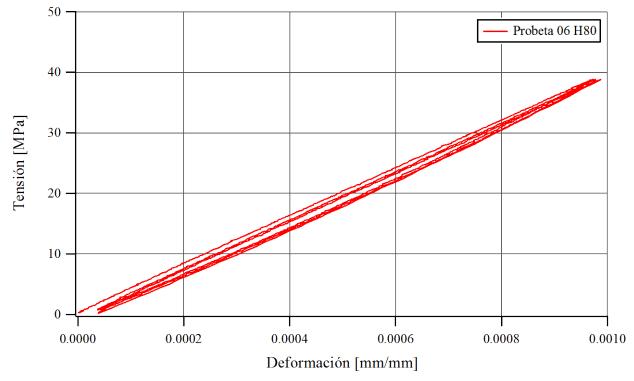


Figura 4.84: Ensayo de Módulo de Elasticidad. Probeta 06, hormigón sin fibras (H80), segunda serie.

En la Figura 4.85 se muestra la curva tensión-deformación del ensayo de módulo de elasticidad de la Probeta 14 que corresponde a la segunda serie, hormigón reforzado con 30kg/m³ de fibras H80 f30.

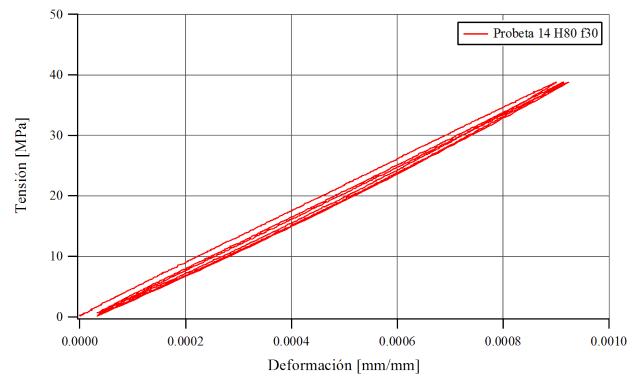


Figura 4.85: Ensayo de Módulo de Elasticidad. Probeta 14, hormigón reforzados con 30kg/m³ de fibras (H80 f30), segunda campaña.

4.4.3. Ensayos de Flexión de Vigas con Entalla

Este ensayo se realizó conforme a la EN 14651 (2005). Consiste básicamente, en ensayar una viga prismática simplemente apoyada a la que se le efectúa una entalla en la sección central y se le aplica una carga en el centro de la luz. Las dimensiones de los especímenes fueron de 600mm de longitud, una sección de 150x150mm y una altura útil de 125mm en la sección entallada (ver Figura 4.86.). En la Figura 4.87 se muestra el montaje del ensayo, la luz de apoyo fue de 500mm.

Se registró la flecha mediante dos LVDT de 5mm de rango y sensibilidad de $0.5\mu m$ dispuestos cada uno sobre las caras laterales de la viga, que permitieron obtener la flecha como el promedio de lecturas de ambos instrumentos. También se midió la apertura de los bordes de la entalla, mediante otro LVDT similar, dispuesto en la cara inferior y fijado a ambos lados de la entalla.

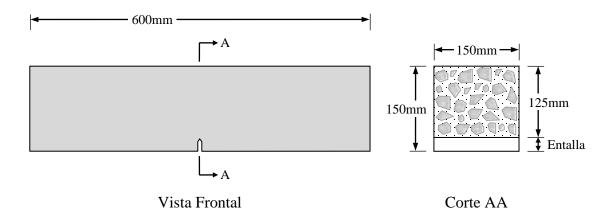


Figura 4.86: Espécimen de ensayo de flexión. Dimensiones

En la primera serie se ensayaron 6 vigas, de las cuales 2 correspondieron a hormigón sin fibra y 4 a hormigón reforzado con 40kg/m³ de fibras. En la segunda serie se ensayaron 11 vigas, de las cuales 5 correspondieron a hormigón sin fibra y 6 a hormigón reforzado con 30kg/m³ de fibras.

4.4.3.1. Metodología

Para medir la flecha se diseñó y construyó, en el marco de esta tesis, reglas y accesorios que permiten realizar la medición en forma relativa al espécimen ensayado (ver Figura 4.87 y apartado A4.4 en ANEXO CAPÍTULO 4). En la Figura 4.87 se presenta el montaje del ensayo

El ensayo se inició con una carga de fijación de 0.5KN. El procedimiento de ensayo consistió en aplicar dos rampas de desplazamiento, la primera con una velocidad de $82.5\mu m/min$ hasta alcanzar 0.13mm de desplazamiento (desplazamiento de actuador). Luego se pasó a una velocidad de $210\mu m/min$ y se continuó hasta alcanzar una apertura de fisura de 5mm aproximadamente.

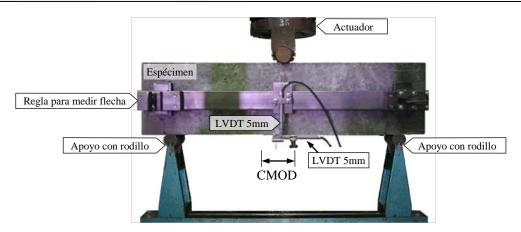


Figura 4.87: Montaje de ensayo de flexión

4.4.3.2. Resultados

En la Figura 4.88 se muestran resultados de los ensayos de flexión de la primera serie, de hormigones sin fibras (H30) y reforzados con 40kg/m³ de fibra (H30 f40). Los resultados se presentan como curvas promedio y envolvente. Se puede observar que las cargas pico son similares en ambos tipos de hormigón. Pero en el hormigón sin fibras la carga se reduce rápidamente a cero antes del 1mm de apertura de fisura (CMOD), mientras que en el hormigón con fibras la carga disminuye levemente después del pico y se observa una carga residual hasta los 4,5mm de apertura de fisura. Además, los resultados correspondientes al hormigón con fibras presentan una gran dispersión.

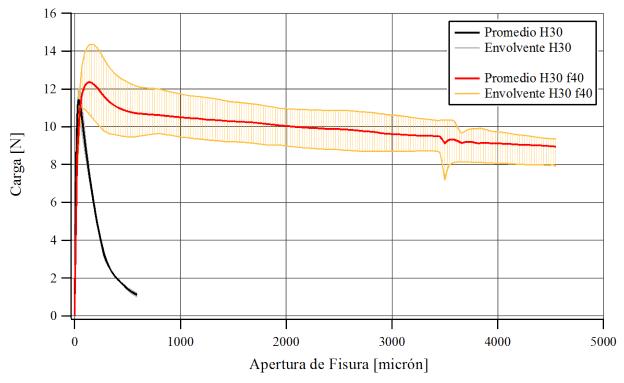


Figura 4.88: Ensayo de flexión realizado. H30 y H30 f40.

En la Figura 4.89 se muestran resultados de los ensayos de flexión de la segunda serie, de hormigones sin fibras (H80) y reforzados con 30kg/m³ de fibra (H80 f30). Los resultados se presentan como curvas promedio y envolvente. Se puede observar que las cargas pico son similares en ambos tipos de hormigón y superiores a las de la primera serie. También en este caso, en el hormigón sin fibras la carga se reduce rápidamente a cero antes de 1,5mm de apertura de fisura (CMOD), mientras que en el hormigón con fibras la carga disminuye después del pico y se observa una carga residual hasta los 5mm de apertura de fisura. La dispersión de resultados fue superior a los de la primera serie.

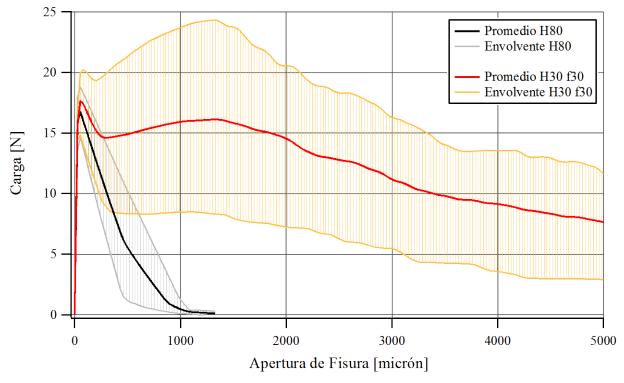


Figura 4.89: Ensayo de flexión realizado. H80 y H80 f30.

En la Tabla 4.8 se presentan los resultados del conteo de fibras en la sección de rotura de las vigas de la segunda serie. En el conteo se determinó además del número total de fibras, el número de fibras efectivas, que son las que poseen el gancho enderezado. Esto indica que estas fibras trabajaron. Se estima que el 73% (37,2 fibras de un total de 50,7) de las fibras en la sección son fibras efectivas.

Tabla 4.8	: Conteo	de fibra	s en vigas	de H80 f30.
-----------	----------	----------	------------	-------------

	Numero de Fibras Efectivas			Numero de Fibras Totales			3	
Viga	Mitad	Mitad	Toda la	Promedio	Mitad	Mitad	Toda la	Promedio
	Izq.	Der.	viga	Fioinedio	Izq.	Der.	viga	Fionedio
1	30	24	54		38	31	69	
2	31	24	55		34	26	60	
3	12	16	28	27.2	26	21	47	50.7
4	16	12	28	37,2	20	20	40	50,7
5	7	17	24		8	22	30	
6	16	18	34		29	29	58	

	Numero de Fibras Efectivas			Numero de Fibras Totales				
Viga	Mitad	Mitad	Toda la	Promedio	Mitad	Mitad	Toda la	Promedio
	Izq.	Der.	viga	Tiomedio	Izq.	Der.	viga	Tronicalo
1	30	24	54		38	31	69	
2	31	24	55		34	26	60	
3	12	16	28	37,2	26	21	47	50.7
4	16	12	28	31,2	20	20	40	50,7
5	7	17	24		8	22	30	
6	16	18	34		29	29	58	

Tabla 4.9: Conteo de fibras en vigas de H80 f60.

4.5. Ensayo de tracción directa

La principal diferencia entre el hormigón reforzado con fibras (HRF) y el hormigón sin fibras (H) se manifiesta en el comportamiento a tracción. Esto motiva el estudio del HRF mediante ensayos de tracción directa. En la bibliografía puede encontrarse algunos estudios experimentales de tracción directa en hormigón (Barragán et al. (2003), Dupont (2003), Colombo (2007), Sirijaroonchai et al. (2010), Isas et al. (2012), Hassan et al. (2012)). Se trata de un ensayo bastante inestable y sólo es posible de realizar con una importante infraestructura experimental, ya que deben registrarse deformaciones muy pequeñas de un material cuyo comportamiento es frágil.

Los ensayos de tracción directa de especímenes de hormigón realizados en esta tesis, constituyen una prueba piloto para futuras campañas experimentales de HRF. En esta prueba los aportes realizados fueron, el diseño y construcción de dispositivos de ensayo (ver apartado A4.5 en ANEXO CAPÍTULO 4) y además, una metodología de ensayo.

4.5.1. Características del Espécimen

El espécimen usado en el ensayo es cilíndrico, similar al usado por Barragán et al. (2003), con un diámetro de 150mm y una altura de 150mm. A mitad de altura se realiza una entalla en todo el perímetro, con una profundidad de 20mm y una abertura de 5mm (ver Figura 4.90).

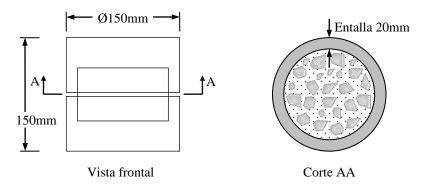


Figura 4.90: Espécimen de tracción directa. Dimensiones

4.5.2. Materiales

El hormigón autocompactante reforzado con fibras (HRF) con el cual fueron elaborados los especímenes corresponde a un H85 cuya dosificación se indica en la Tabla 4.10.

Binder Aditivo

Material	Cantidad en Peso [kg]
Cemento (CPN50-ARI)	567
Agua	170
Arena	868

820

2,27

Tabla 4.10: Dosificación de hormigón en [kg/m³]

Para el HRF se usaron 60kg/m³ de Fibra 1 (ver Tabla 4.1).

Las propiedades mecánicas del hormigón, fueron determinadas por Isas et al. (2012) y se presentan en Tabla 4.11. La resistencia a tracción directa indicada en la Tabla 4.11 se obtuvo mediante una metodología diferente a la propuesta en esta prueba piloto.

Ensayo	Tensión de Rotura [MPa]
Compresión Uniaxial	95,3
Flexión	5,26
Tracción Indirecta	5,96
Tues asida Dias ata	2.15

Tabla 4.11: Propiedades mecánicas del hormigón H85

Para fijar el espécimen en la prensa se usaron adhesivos disponibles en el mercado local (S.M. de Tucumán). Las propiedades mecánicas de los mismos se detallan en la Tabla 4.12. A los dos días de aplicados los adhesivos, ya se dispone de más de un 60% de la resistencia que tendrán a los 28.

Tabla 4.12: Propiedades Mecánicas de los Adhesivos

Propiedad	Sikadur 31	Sikadur 32 Gel	
Resistencia a compresión [MPa]	51 a 61 (a 10 días)	65 (a 10 días)	
Resistencia a tracción [MPa]	15 a 20	20 a 25 (a 28 días)	
Adherencia al hormigón [MPa]	3 a 4	3,5 (hormigón húmedo)	
Modulo de Elasticidad [MPa]	4300	6000 a 6500	

4.5.3. Equipo de Ensayo y Metodología

Los ensayos se ejecutaron mediante una prensa INSTRON 8504, con control de desplazamiento, provista con cabezales de platos rígidos. El desplazamiento fue medido con el transductor interno de la prensa (con sensibilidad de 5µm) que registra la posición del actuador y

con un extensómetro sobre la entalla (con sensibilidad de $1\mu m$). Lo óptimo es medir la apertura de fisura en tres lugares sobre la entalla y posteriormente estimar el desplazamiento sobre el eje axial del espécimen.

El procedimiento de ensayo consistió en aplicar una rampa de desplazamiento, con una velocidad de $5\mu m/min$ hasta alcanzar la rotura.

Se ensayaron dos especímenes, el primero (Espécimen 1) se pegó directamente a los cabezales de la prensa (ver Figura 4.91 (a)) y el segundo (Espécimen 2) se pegó a un dispositivo desmontable (ver Figura 4.91 (b)).

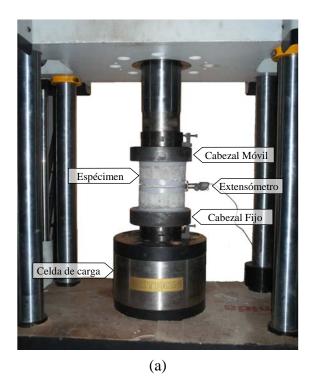




Figura 4.91: Ensayo de tracción directa. (a) Montaje de Espécimen 1. (b) Montaje de Espécimen 2.

La ventaja de pegar el espécimen directamente a los cabezales de la prensa, es que se evita o minimiza cualquier solicitación adicional durante el proceso de montaje. Pero este sistema presenta la gran desventaja de dejar sin posibilidad de uso la prensa durante el tiempo que lleve el endurecimiento de los adhesivos y el desarrollo del ensayo. A los 2 (dos) días de aplicados los adhesivos, ya se cuenta con la resistencia suficiente para realizar el ensayo. Esto implica que solo se puede efectuar un ensayo de este tipo cada 2 días, lo cual no es práctico.

En esta tesis se propone usar un dispositivo de platos desmontable (ver apartado A4.5 en ANEXO CAPÍTULO 4), a los cuales se pega el espécimen. De esta forma, se puede preparar una serie de especímenes, evitando tiempo muerto de la prensa. La desventaja, es que necesita un montaje realizado con cuidado, para evitar solicitaciones adicionales al ensayo de tracción.

4.5.4. Preparación del espécimen

En el Espécimen 1, se realizó una entalla en el perímetro a mitad de altura, con una profundidad de 20mm y una abertura de 5mm. En el Espécimen 2, se realizaron entallas parciales.

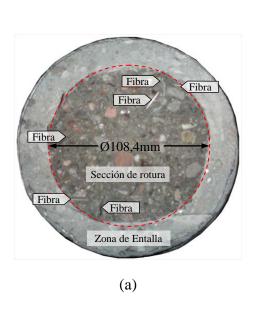
Para pegar los especímenes, se realizó una combinación de adhesivos Sikadur- 32 Gel y Sikadur-31. El primero se usó para pintar la cara del espécimen y mejorar la adherencia y, el

segundo de una consistencia mayor, similar a un mortero, se empleó para compensar irregularidades de la superficie y la posible falta de paralelismo de las caras. La cara de los espécimen fue trabajada para aumentar su rugosidad, realizando cortes de poca profundidad (menor a 2mm) en forma de cuadricula. El uso de los platos desmontables se detalla en el ANEXO CAPÍTULO 4, apartado A4.5.

4.5.5. Resultados

En la Figura 4.92 se muestran los especímenes ya ensayados, donde se resaltó con una línea trazos roja, el contorno de la zona de rotura.

En la Figura 4.93 y Figura 4.94, se adjuntan las curvas carga vs. desplazamiento del actuador y tensión en secciones no entalladas vs. desplazamiento del actuador, de ambos especímenes ensayados. En la Figura 4.88 se presenta una curva tensión en la sección entallada vs apertura de fisura (desplazamiento registrado por el extensómetro) en el espécimen 1.



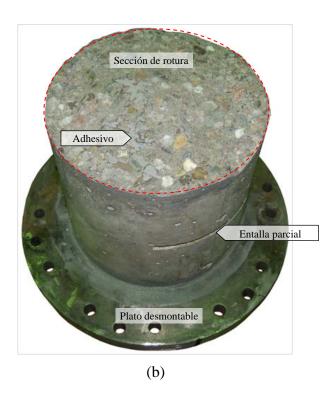


Figura 4.92: Especímenes después del ensayo, sección de rotura. (a) Espécimen 1. (b) Espécimen 2.

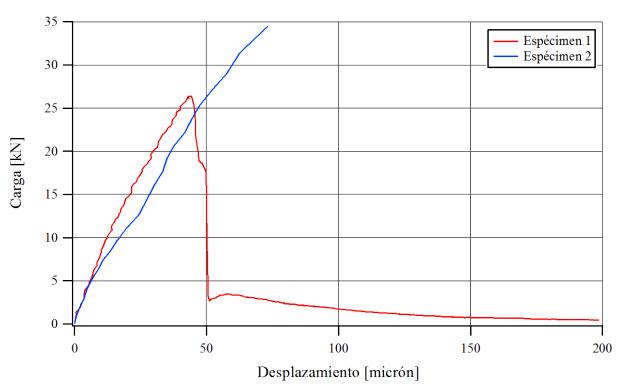


Figura 4.93: Ensayo de Tracción Directa de Espécimen 1 y 2. Carga vs. Desplazamiento de Actuador.

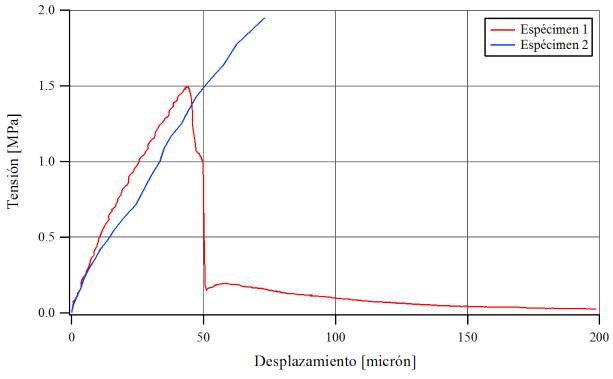


Figura 4.94: Ensayo de Tracción Directa de Espécimen 1 y 2. Tensión en secciones sin entalla vs. Desplazamiento de Actuador.

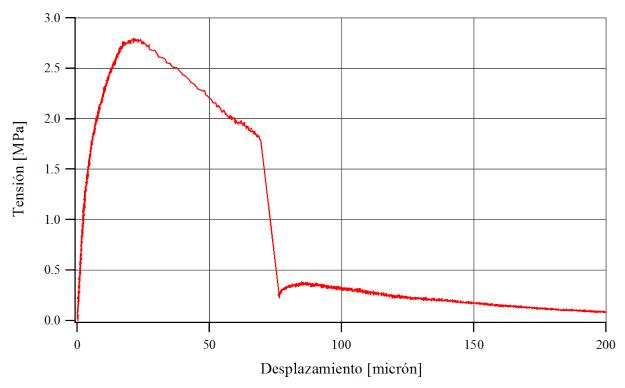


Figura 4.95: Ensayo de Tracción Directa de Espécimen 1. Tensión en sección entallada vs. Apertura de fisura.

4.5.6. Observaciones

En la Figura 4.93 se puede apreciar que los sistemas usados para ensayar el Espécimen 1 y el Espécimen 2, tienen una rigidez similar.

En el Espécimen 1, la rotura se generó en la sección entallada (ver Figura 4.92 (a)) y, una vez producida, se registró una caída brusca de la carga, lo cual no es de esperar en un hormigón reforzado con fibras. Observando la superficie de rotura (ver Figura 4.92 (a)), se puede apreciar que prácticamente no hay fibras, lo que explica la caída brusca de la carga. La falta de fibras en la sección, está relacionado con el modo de elaboración del espécimen, donde se coló el hormigón autocompactante reforzado con fibras en un molde de probeta cilíndrica en posición vertical y las fibras se orientaron principalmente en planos horizontales, o sea paralelas a la superficie de rotura. En la Figura 4.95 se puede observar que la tensión máxima del hormigón a tracción es próxima a 2,75MPa, lo cual está en el orden de lo indicado en la Tabla 4.11.

La carga pico del Espécimen 2 (Figura 4.93) es superior a la del Espécimen 1, esto se debe a que en el Espécimen 2 no se realizó la entalla en todo el perímetro y la sección de rotura, se generó en la interfaz hormigón-adhesivo (Sikadur 32 Gel). La tensión máxima registrada en el Espécimen 2 (ver Figura 4.94) es próxima a 2 MPa, esto indica que los adhesivos se comportaron según las especificaciones de fabrica, correspondientes a 2 días de aplicado el mismo.

Finalmente, de estos ensayos pilotos se puede concluir que, es posible realizar ensayos de tracción directa con el equipo disponible en el Instituto de Estructuras. Los comportamientos del espécimen pegado directamente a los cabezales y del espécimen pegado a los platos desmontables, son similares, por lo cual es factible el uso del sistema de platos desmontables. Los adhesivos disponibles en el mercado local son aptos para la realización del ensayo.

ANEXO CAPÍTULO 4 PROGRAMA EXPERIMENTAL

A4.1. Introducción

En este anexo se describen brevemente los equipos desarrollados en el marco de esta tesis para realizar adecuadamente los ensayos de arrancamiento de fibras, ensayos de flexión con vigas de HRF y ensayos pilotos de tracción de HRF. También se describe brevemente los programas desarrolladas en el marco de esta tesis, para adquisición y monitores de datos durante los ensayos.

A4.2. Dispositivo para ensayo de arrancamiento

A4.2.1. Mordazas para fijación

En los ensayos de arrancamiento realizados en el LEMIT se construyeron y usaron las mordazas auxiliares mostradas en la Figura A4.1, las cuales se fijan a cada extremo del espécimen y luego el conjunto es montado en la prensa. Fueron fabricadas con acero SAE-1045.

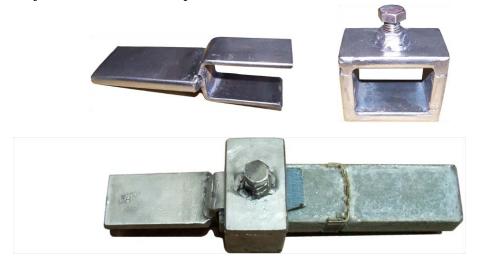


Figura A4.1: Mordaza para fijar espécimen prismático en

A4.2.2. Dispositivo para especímenes cilíndricos y prismáticos en ensayos de arrancamiento

Se construyo un dispositivo para fijar el espécimen cilíndrico de hormigón a la prensa, para el ensayo de arrancamiento de fibras. Este dispositivo además de fijar el espécimen permite disponer los instrumentos de medición y está provisto de mordazas de acero SAE-1010, para sujetar las fibras. En la Figura A4.2 se muestra el dispositivo montado en la prensa de ensayos.

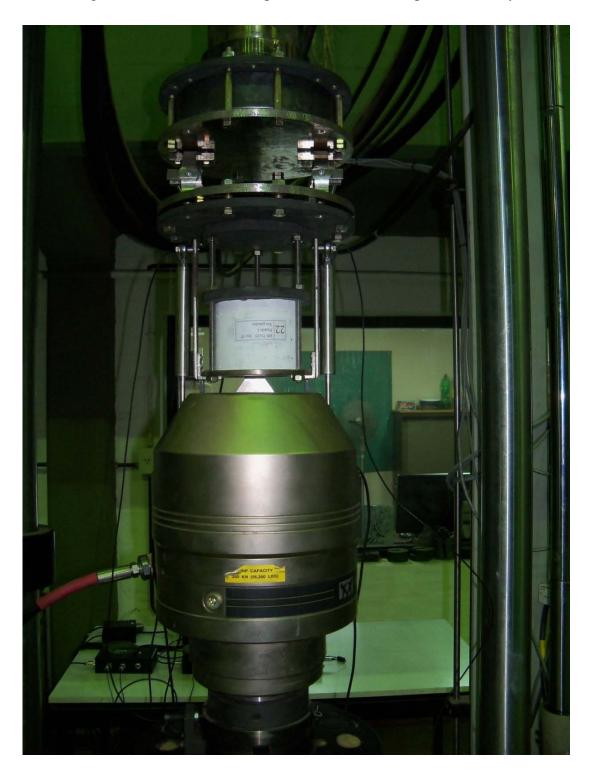


Figura A4.2: Dispositivo para ensayo de arrancamiento

A4.2.3. Instrumentos de medición en dispositivo de ensayos de arrancamiento

Para medir los desplazamientos en la segunda serie de la campaña de ensayos de arrancamiento, se dispusieron un total de 4 LVDT: dos LVDT con amplitud de 50mm y dos con una amplitud de 5mm. Los LVDT más grandes se usaron para medir el desplazamiento durante todo el arrancamiento de las fibras y los más pequeños, de mayor sensibilidad, para medir los desplazamientos iniciales con mayor precisión.

En las Figura A4.3 y Figura A4.4 se muestra las curvas carga-desplazamiento donde cada curva corresponde a un grupo de LVDT. En las mismas se puede apreciar la sensibilidad de los instrumentos más pequeños.

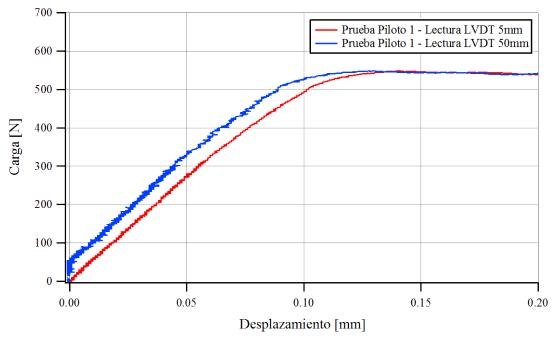


Figura A4.3: Ensayo de Arrancamiento de Fibra. Prueba piloto 1 desplazamientos LVDT 5 y 50mm.

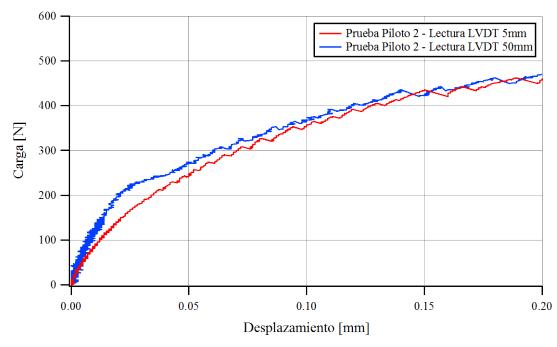


Figura A4.4: Ensayo de Arrancamiento de Fibra. Prueba piloto 2 desplazamientos LVDT 5 y 50mm

A4.3. Celda de carga

En la primera serie de ensayos realizados en el Instituto de Estructuras se usó una celda de carga con baja sensibilidad para los valores de carga alcanzados en los ensayos de arrancamiento de fibras. Para mejorar la sensibilidad de las mediciones de carga, para la segunda serie de ensayos, se desarrolló una celda de carga con elementos disponibles en el laboratorio. Se construyo un dispositivo para montar dos aros dinamométricos con un LVDT cada uno de 5mm de amplitud, configurando una celda de carga con una sensibilidad de 2N.



Figura A4.5: Celda de carga

En la Figura A4.6 se muestran curvas carga-desplazamiento correspondientes a un ensayo piloto de arrancamiento con confinamiento de matriz, donde se observan las bondades de la nueva celda empleada en la segunda serie de ensayos de arrancamiento. La curva azul corresponde a las lecturas de la celda de carga de la prensa y la curva roja a la nueva celda de carga.

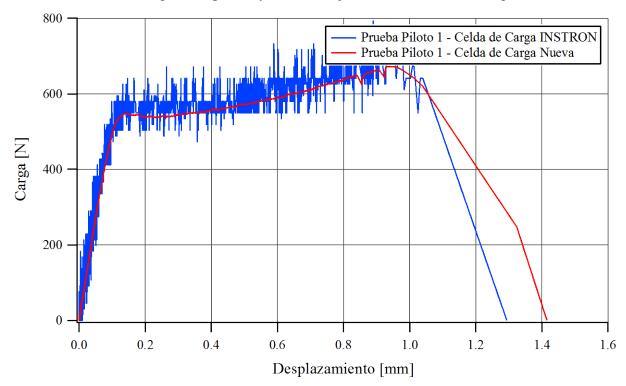


Figura A4.6: Ensayo de Arrancamiento de Fibra. Prueba piloto sensibilidad de la celda de carga.

A4.4. Dispositivo modular para medición flecha

El dispositivo se usa para fijar los instrumentos de medición en vigas sometidas a flexión. Sirve para materializar el eje neutro de la viga en su posición inicial y permite realizar mediciones respecto a la posición inicial de dicho eje. Consiste en una regla fabricada en acero SAE-1045, que trabaja como una viga simplemente apoyada en 3D, con ejes en los extremos provistos de rodamiento y corredera para permitir el libre giro y posible acortamiento de la longitud inicial de referencia por deformación de la viga.



Figura A4.7: Dispositivo modular para medición de flechas.

A4.5. Dispositivo para ensayo de tracción

A4.5.1. Montaje de espécimen

En la Figura A4.8 se muestra la secuencia de montaje del espécimen de tracción mediante los platos desmontables. Estos platos fueron fabricados con acero SAE-1045

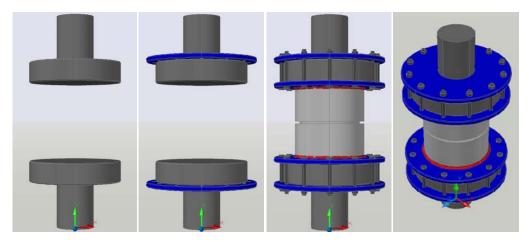


Figura A4.8: Secuencia de montaje de espécimen de tracción con platos desmontables

A4.5.2. Preparación de espécimen

En lugar de pegar el espécimen directamente a los platos de la prensa, se colocan unos discos desmontables que se fijan a los platos y en estos discos se pega el espécimen. El sistema de discos desmontables permite realizar el pegado sobre la prensa (para respetar la orientación de los planos de las caras de los platos) y retirarlo posteriormente dejando libre la prensa, durante el tiempo de fraguado del pegamento (aproximadamente 72hs).

En el ensayo piloto de tracción de hormigón, el espécimen es pegado a discos desmontables para poder repetir el proceso en serie y no generar tiempo muerto a la prensa de ensayos. En la Figura A4.9 se indica los paso para el pegado del espécimen y posterior retiro del espécimen, quedando el espécimen y los platos desmontables como se muestra en la Figura A4.10.

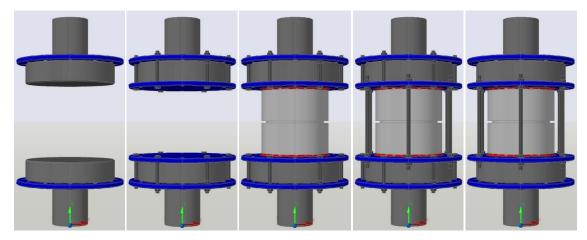


Figura A4.9: Secuencia de montaje para pegado de espécimen de tracción

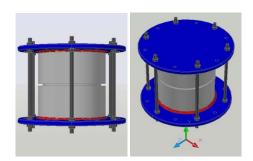


Figura A4.10: Espécimen de tracción con platos desmontables fuera de la prensa.

A4.6. Software de adquisición de datos

El software de adquisición de datos fue desarrollado para placas *MEASUREMENT COMPUTIG* y emplea funciones de *UNIVERSAL LIBRARY de MEASUREMENT COMPUTIG* y funciona bajo Windows. Consiste en un programa con entorno grafico (ver Figura A4.11), desarrollado en *VisualBasic*, que permite cargar los parámetros de configuración de los canales de adquisición, configurar y ejecutar las funciones de *UNIVERSAL LIBRARY de MEASUREMENT COMPUTIG* y almacenar las lecturas en voltios.

Las lecturas se almacenan en tres archivos, una archivo ASCII que puede ser visualizado con un editor de textos común y dos archivos binarios iguales pero guardados en diferentes

directorios. Unos de los archivos binarios es almacenado en el directorio indicado por el usuario y el otro (el binario gemelo) se almacenado en un directorio Backup con el objeto de conservar una copia de seguridad ante cualquier inconveniente.



Figura A4.11: Entorno grafico de PADQ 2012, pantalla principal.

Los archivos binarios, debido a la estructura de datos definida, solo pueden ser interpretados por el software de monitoreo y procesamiento de datos que se detalla en el apartado siguiente.

A4.7. Software de monitoreo y procesamiento de datos

Este software puede trabajar en conjunto con el software de adquisición de datos presentado en el apartado anterior. Permite transformar las lecturas que se encuentran en voltios a las magnitudes necesarias para su interpretación.

Funciona en dos modos: (1) Modo Monitoreo, en el cual procesa las lecturas realizadas por el software de adquisición prácticamente en tiempo real y permite visualizar los resultados mediante diversas curvas uniaxiales, el archivo de lectura se actualiza constantemente. (2) Modo Lectura, permite procesar y ver datos adquiridos con anterioridad mediante el software de adquisición.

Dispone, además, de herramientas para realizar mediciones sobre las curvas uniaxiales durante el proceso de adquisición y cuenta con un indicador para toma de fotografías según una secuencia programada.

La ventaja más importante de este software es que permite observar con más detalle el comportamiento del espécimen en ensayo, ayudando a definir si se presenta alguna anomalía introducida por el sistema de ensayo (pórtico de carga, apoyos, accesorios para fijar instrumental o instrumental), la cual en la mayoría de los casos puede ser corregida a tiempo sin perder el espécimen.

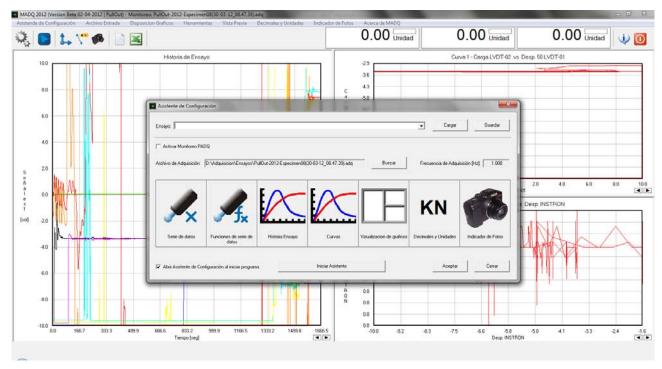


Figura A4.12: Entorno grafico de MADQ 2012, pantalla principal.

A6.1. Procesamiento de datos - Atenuación de Curvas

Debido a la baja sensibilidad de la celda de carga (Error próximo a 50N), para el rango de trabajo de los ensayos de tracción de fibras y arrancamiento de fibras (Carga máxima 1000N), usada en el Instituto de Estructuras durante la primera serie de ensayos de arrancamiento, fue necesario registrar una gran cantidad de lecturas (frecuencia de adquisición 2Hz) para posteriormente procesarlas y obtener curvas atenuadas representativas del ensayo realizado.

El proceso de atenuación consiste en tomar un intervalo j de lecturas $(A(i), B(i), con i_{j-1} \le i \le i_j)$ y promediarlas $(\bar{A}(j), \bar{B}(j))$, en abscisas y ordenadas. La cantidad de lecturas, cada cuanto se determina un valor atenuado, se llama paso de atenuación y se designa con p. El intervalo de atenuación tendrá una longitud igual al doble de p. En la Tabla A4.1 se adjunta el algoritmo de atenuación y en la Figura A4.13 se muestra una curva registrada en un ensayo de arrancamiento y las curvas atenuadas correspondientes considerando p = 5,10 y 20

En esta tesis se trabajó con un paso de atenuación de 20 lecturas (p = 10).

Tabla A4.1: Algoritmo para Atenuación de Curvas.

Inicio

[1] N, Paso, A(i), B(i), $1 \le i \le N$, j = 0

Cantidad de puntos a determinar

[2] n = N/(Paso - 1)

Bucle según puntos de la curva atenuada

[3] j = j + 1, SumaA = 0, SumaB = 0, i = 0

Bucle según intervalo de atenuación

[4] i = i + 1, k = (j - 1)Paso + i, SumaA = SumaA + A(k), SumaB = SumaB + B(k)

[5] Si $i + 1 \le 2Paso$, Continuar en Paso[4]

[6] $\bar{A}(j) = SumaA/(2Paso)$, $\bar{B}(j) = SumaB/(2Paso)$

[7] Si $j + 1 \le n$, Continuar en Paso[3]

[8] **FIN**

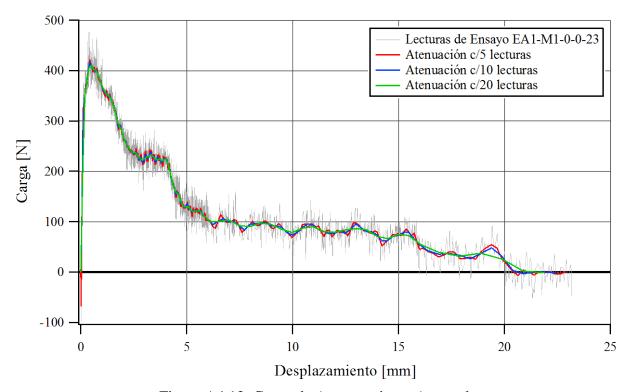


Figura A4.13: Curva de Arrancamiento Atenuada

CAPÍTULO 5 MODELO PROPUESTO

5.1. Introducción

En esta tesis se desarrolla un modelo para compuestos con fibras cortas de eje longitudinal curvo que permite reproducir el comportamiento de HRF con distintas calidades de hormigón, tipos y materiales, proporción y distribución de fibras. El modelo está formulado en el marco de la Mecánica de los Medios Continuos en pequeñas deformaciones. Los datos de entrada del modelo son las propiedades mecánicas del hormigón y de las fibras así como su forma, proporción y distribución. El modelo de compuesto es válido para distintos tipos de fibra, en esta tesis se lo particulariza para el caso de fibras de acero.

Para tener en cuenta la colaboración de las fibras y la matriz se utiliza una generalización de la teoría de mezclas. Se considera al HRF como un material compuesto por una matriz de hormigón con fibras inmersas en la misma en distintas direcciones. En este caso se tienen en cuenta los efectos generados por la geometría de la fibra, la distribución en posición y orientación de las mismas, estas dos últimas, estimadas por métodos probabilísticos, considerando el efecto pared de los moldes y el flujo del hormigón durante el colado. Se tiene en cuenta, además, que las fibras pueden deslizarse respecto a la matriz.

En el modelo de compuesto desarrollado se deben definir los modelos constitutivos de las componentes. Para el hormigón se utiliza un modelo elastoplástico desarrollado por el grupo de investigación Luccioni y Rougier (2005).

Para tener en cuenta el deslizamiento de las fibras sin necesidad de modelar explícitamente la interfaz fibra-matriz, se modifica la ecuación constitutiva de las mismas incluyendo la deformación inelástica de la interfaz (Luccioni y López (2002), Luccioni et al. (2005), Luccioni et al. (2012)). Existen dos formas alternativas de modelar el fenómeno de deslizamiento de las fibras. Una manera es obtener la información a partir de ensayos de arrancamiento, lo cual requiere un extenso trabajo experimental si se quiere tener información sobre distintos tipos de matriz y fibras con distintas inclinaciones. Alternativamente en esta tesis se propone un modelo mesomecánico que se basa en análisis detallado del proceso de arrancamiento de la fibra en función de las propiedades de la matriz, de la fibra y de su orientación. En cualquier caso, para las fibras se usa como marco matemático un modelo elastoplástico ortótropo que incluye dos fenómenos inelásticos: la plastificación de las fibras mismas y el deslizamiento de las fibras. Para caracterizar el

endurecimiento debido al deslizamiento y/o plastificación de las fibras, se utiliza la información obtenida de la curva de arrancamiento medida en los ensayos o generada con el modelo mesomecánico.

Como el modelo que se desarrolla para HRF usa como base la teoría de mezclas, considera que las fibras y la matriz tienen la misma deformación mientras las fibras no se deslizan. Esto es equivalente a suponer que matriz y fibras trabajan en paralelo en todas las direcciones. Esta hipótesis es válida para el HRF debido a la reducida fracción volumétrica de las fibras en el compuesto, generalmente menor al 2%. Adicionalmente, como a las fibras se les asigna un comportamiento elástico-plástico ortótropo, las mismas colaboran a resistir la tensión aplicada fundamentalmente en la dirección axial y cuando plastifican o deslizan lo hacen también predominantemente en esa dirección.

El modelo meso-mecánico que describe el arrancamiento y la rotura de las fibras para distintas geometrías y orientaciones de las mismas y su calibración con resultados experimentales de ensayos de arrancamiento desarrollados en el marco de la tesis constituyen un aporte original de esta tesis al igual que su introducción en un modelo de compuesto simple considerando la distribución y orientación de las fibras para simular el HRF.

5.2. Modelo de compuesto

Se puede considerar al hormigón reforzado con fibras (HRF) como un material compuesto formado por una matriz frágil de hormigón con fibras cortas dispersas en la misma que pueden despegarse y deslizarse. En general las fibras no están distribuidas de manera aleatoria sino que siguen cierta distribución preferencial relacionada con la forma de colado del HRF y el molde. Pero para la estimación de la distribución se utiliza frecuentemente métodos probabilísticos, donde se tienen en cuenta el efecto pared y la dirección del flujo de colado del HRF (Soroushian y Lee (1990), Li et al. (1991), Stroeven (1994), Kooiman (2000), Hine et al. (2002), Dupont (2003), Grünewald (2004), Gettu et al. (2005), Dupont y Vandewalle (2005), Stroeven y Hu (2006), Stähli y van Mier (2007), Stähli et al. (2008), Stroeven y Guo (2008), Lataste et al. (2008), Vandewalle et al. (2008), Torrijos (2008), Tobes et al. (2008), Torrijos et al. (2010), Tobes et al. (2010), Laranjeira et al. (2012), Luccioni et al. (2012), Kang y Kim (2012a)).

Una de las maneras más simples de modelar un compuesto usando información de la mesoescala es a través de la teoría de mezclas. Esta teoría está basada en hipótesis simplificativas muy fuertes y no puede ser aplicada directamente a la modelación de un material como el descripto. Sin embargo, existen trabajos anteriores que muestran que la teoría de mezclas clásica (Truesdell y Toupin (1960)) puede ser modificada con éxito para reproducir la ortotropía de las fibras, despegue y deslizamiento respecto de la matriz (Luccioni y López (2002), Luccioni et al. (2005), Luccioni et al. (2012)).

La teoría de mezclas para materiales permite considerar el comportamiento simultáneo de todas las fases de un compuesto y a partir de la combinación de los mismos obtener el comportamiento del conjunto. Cada una de las sustancias básicas puede tener una ley constitutiva propia, isótropa u ortótropa. Se basa en las siguientes hipótesis:

1. En cada volumen infinitesimal del compuesto participan el conjunto de sustancias componentes.

- 2. Cada componente contribuye en el comportamiento del compuesto en la misma proporción que su participación volumétrica.
- 3. El volumen ocupado por cada componente es menor que el volumen ocupado por el compuesto.
- 4. Todos los componentes poseen la misma deformación (ecuación de cierre o compatibilidad).

Para pequeñas deformaciones, la hipótesis 4 particularizada para el caso de un compuesto formado por matriz y fibras se escribe como:

$$\varepsilon_{ij} = (\varepsilon_{ij})_m = (\varepsilon_{ij})_f$$
 Ec. 5.1

donde ε_{ij} , $(\varepsilon_{ij})_m$ y $(\varepsilon_{ij})_f$ son los tensores de deformación del compuesto HRF, de la matriz de hormigón y de las fibras respectivamente.

Esta hipótesis (Ec. 5.1) es una restricción muy fuerte que no se cumple en el caso del HRF, donde se conoce a priori que las fibras se deslizan respecto de la matriz. Sin embargo, se puede considerar ese deslizamiento relativo de manera indirecta, modificando la ecuación constitutiva de las fibras (Luccioni y López (2002), Luccioni et al. (2005), Luccioni et al. (2012)).

Por otro lado, la densidad de energía libre por unidad de volumen del compuesto puede escribirse como (Truesdell y Toupin (1960)):

$$\Psi(\varepsilon_{ij}, \alpha_i) = \sum_{c=1}^n k_c \Psi_c(\varepsilon_{ij}, \alpha_{ci}) = k_m \Psi_m(\varepsilon_{ij}, \alpha_{mi}) + k_f \Psi_f(\varepsilon_{ij}, \alpha_{fi})$$
 Ec. 5.2

donde $\Psi_c(\varepsilon_{ij}, \alpha_{ci})$ es la densidad de energía libre por unidad de volumen correspondiente a cada una de las sustancias componentes, $k_c = dV_c/dV$ su fracción de volumen y α_{ci} un conjunto de variables internas correspondiente a dicha componente.

La ecuación constitutiva secante puede obtenerse a partir de las relaciones de Coleman que garantizan el cumplimiento de la desigualdad de Clasius Duhem (Lubliner (1972)):

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi(\varepsilon_{kl}, \alpha_k)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^{n} k_c \frac{\partial \Psi_c(\varepsilon_{kl}, \alpha_{kc})}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^{n} k_c (\sigma_{ij})_c$$
 Ec. 5.3

donde las tensiones en cada una de las componentes $(\sigma_{ij})_c$ se obtienen de las ecuaciones constitutivas correspondientes.

5.3. Modelo utilizado para el hormigón

Para el hormigón se utiliza la parte plástica del modelo de daño plástico modificado (Luccioni y Rougier (2005)) que permite simular el comportamiento de materiales friccionales del tipo del hormigón bajo distintos estados de carga incluyendo altos niveles de confinamiento. La parte plástica de dicho modelo deriva de una generalización de la teoría clásica de la plasticidad (Oller (1988), Lubliner (1990)). La adopción de una función de fluencia de segundo grado en las componentes del tensor de tensiones (Luccioni y Rougier (2005)), obtenida a partir de una

modificación del criterio de fluencia de Lubliner-Oller (Oller (1988)), permite alcanzar valores de resistencia última muy próximos a los resultados obtenidos experimentalmente para hormigón simple.

El límite del comportamiento elástico se describe a través de una función de fluencia:

$$F(\sigma_{ij}, \kappa^p) = f(\sigma_{ij}) - K(\sigma_{ij}, \kappa^p) = 0$$
 Ec. 5.4

donde $f(\sigma_{ij})$ es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones que puede tomar la forma de cualquier función de fluencia adecuada para hormigón. En esta tesis se utiliza el criterio de fluencia de Lubliner-Oller (Luccioni y Rougier (2005)). $K(\sigma_{ij}, \kappa^p)$ es el umbral de fluencia y κ^p es la variable de endurecimiento plástico.

Se definen las siguientes reglas de evolución para las deformaciones plásticas y la variable de endurecimiento plástico:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\sigma_{mn}, \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}}$$
 Ec. 5.5

$$\dot{\kappa}^p = \dot{\lambda} H_k \left(\sigma_{ij}, \kappa^p \right) = \dot{\lambda} \left(h^p \right)_{ij} \frac{\partial G(\sigma_{mn}, \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}}$$
 Ec. 5.6

donde $\dot{\lambda}$ es el factor de consistencia plástica, G la función de potencial plástico y $(h^p)_{ij}$ es un tensor que define la evolución de la variable de endurecimiento plástico.

La variable de endurecimiento plástico κ^p se obtiene normalizando la energía disipada en el proceso plástico a la unidad y, varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando se ha disipado plásticamente la totalidad de la energía que el material es capaz de disipar de esta forma. La regla de evolución de la variable de endurecimiento plástico tiene en cuenta el comportamiento diferenciado en tracción y compresión y, permite simular adecuadamente la disipación de energía en compresión triaxial de materiales como el hormigón o mortero:

$$\dot{\kappa}^p = \left[\frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{1-r}{g_c^{*p}}\right] \sigma_{ij} \,\dot{\varepsilon}_{ij}^p$$
 Ec. 5.7

donde:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{3} \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^{3} |\sigma_i|} \quad \text{con } \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_i + |\sigma_i|]$$
 Ec. 5.8

 σ_i : son las tensiones principales

$$g_f^{*p} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{3} |\sigma_i| R^{0p}}{f^p(\sigma_{ij})}\right) g_f^p, \qquad g_c^{*p} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{3} |\sigma_i|}{f^p(\sigma_{ij})}\right)^{1+H(-r)} g_c^p, \qquad H(-r) \begin{cases} = 0 \text{ si } r > 0 \\ = 1 \text{ si } r \le 0 \end{cases}$$
 Ec. 5.9

 R^{0p} es la relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial, g_f^p y g_c^p son las máximas densidades de energía disipadas por el proceso plástico en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

Estas energías pueden ser evaluadas como:

$$g_f^p = \frac{G_f}{l_c}$$
 y $g_c^p = \frac{G_c}{l_c}$ Ec. 5.10

donde G_f y G_c son las energías de fractura y aplastamiento respectivamente y l_c es un parámetro externo que depende del tamaño característico de la malla de elementos finitos y se introduce para obtener objetividad de la respuesta del sólido respecto del tamaño de la malla.

La función de fluencia se define como (Luccioni y Rougier (2005)):

$$F = \frac{\sqrt{3J_2 + \alpha_1 I_1 + \alpha_2 \langle \sigma_{max} \rangle - \alpha_3 \langle -\sigma_{max} \rangle + \frac{\alpha_4}{K^p \left(\sigma_{ij}, \kappa^p\right)} (1 - \alpha_1) I_1^2}}{(1 - \alpha_1)(1 + \alpha_4)} - K\left(\sigma_{ij}, \kappa^p\right)}$$
 Ec. 5.11

donde α_1 , α_2 , α_3 y α_4 son constantes que determinan la forma de la función de fluencia. I_1 es el primer invariante del tensor de tensiones, J_2 es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones y σ_{max} es la máxima tensión principal. En la Figura 5.1a se muestra la forma de la superficie de fluencia en planos octaédricos correspondientes a diferentes tensiones octaédricas y en la Figura 5.1b se muestra la forma de la superficie de fluencia en el plano $\sigma_2 = 0$.

El parámetro α_1 tiene en cuenta la relación entre la resistencia en compresión uniaxial f_c' y compresión biaxial f_{cb} , $R_{cb} = f_{cb}/f_c'$:

$$\alpha_1 = \frac{R_{cb} + 4\alpha_4 R_{cb}^2 - (1 + \alpha_4)}{2R_{cb} + 4\alpha_4 R_{cb}^2 - (1 + \alpha_4)}$$
 Ec. 5.12

El parámetro α_2 tiene en cuenta la relación entre la resistencia en compresión uniaxial f_c' y tracción uniaxial f_t , $R^0 = f_c'/f_t$:

$$\alpha_2 = R^0 (1 - \alpha_1)(1 + \alpha_4) - \frac{\alpha_4}{R^0} (1 - \alpha_1) - (1 + \alpha_1)$$
 Ec. 5.13

El parámetro α_3 es una función de la relación entre el máximo radio octaédrico en compresión y tracción r_{oct}^{max} e interviene solo en estados triaxiales de tensiones, $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma_{max} \leq 0$. Ver Figura 5.1-a, para $I_1 = 0$.

$$\alpha_3 = \frac{3(1 - r_{oct}^{max})}{2 r_{oct}^{max} - 1}$$
 Ec. 5.14

El criterio de fluencia que se usa en esta tesis, considera constante la relación entre los radios octaédricos a lo largo del proceso inelástico y dentro del rango $0.5 \le r_{oct}^{max} \le 1.0$. El parámetro α_4 está relacionado con la curvatura de los meridianos y se evalúa mediante:

$$\alpha_4 = -\frac{\left(\sqrt{3J_2} + \alpha_3 \sigma_{max}\right) (2R_{cb} - 1) + I_1(R_{cb} - 1) - \sigma_{cu}R_{cb}}{\left(\sqrt{3J_2} + \alpha_3 \sigma_{max}\right) \left(4R_{cb}^2 - 1\right) + I_1\left(4R_{cb}^2 - 1 + I_1R_{cb}/\sigma_{cu}\right) - \sigma_{cu}R_{cb}} \ge 0 \qquad \text{Ec. 5.15}$$

donde σ_{cu} es la resistencia a compresión bajo confinamiento. Para $\alpha_4 = 0$ se tiene el criterio de fluencia original de Lubliner-Oller (Oller et al. (1988)) donde los meridianos son rectos.

La máxima tensión principal σ_{max} , $\sigma_3 \le \sigma_2 \le \sigma_1 = \sigma_{max}$, tiene la expresión siguiente:

$$\sigma_{max} = 2\frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}}sen\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{I_1}{3}$$
 Ec. 5.16

donde θ es el ángulo de similaridad o ángulo de Lode y se define como (Owen y Hinton (1980)):

$$sen(3\theta) = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{(\sqrt{J_2})^3}$$
 Ec. 5.17

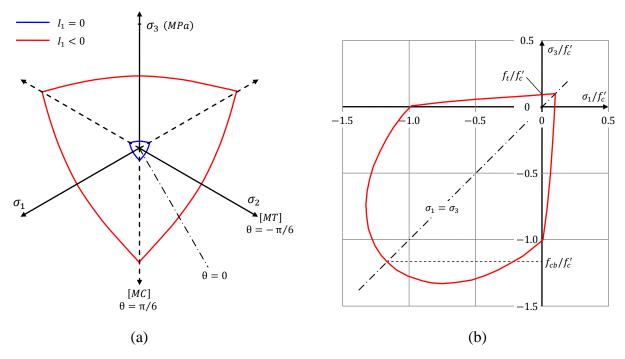


Figura 5.1: Criterio de Lubliner-Oller. (a) Representación en planos octaédricos. (b) Representación en espacio de tensiones principales relativo a f_c' , en el plano $\sigma_2 = 0$.

Se utiliza la siguiente regla de evolución para el umbral de fluencia equivalente:

$$K(\sigma_{ij}, \kappa^p) = rR^{0p}\sigma_t(\kappa^p) + (1 - r)\sigma_c(\kappa^p)$$
 Ec. 5.18

donde $\sigma_t(\kappa^p)$ y $\sigma_c(\kappa^p)$ representan la evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente.

Las condiciones de carga-descarga se derivan de las relaciones de Kuhn-Tucker formuladas para problemas con restricciones unilaterales:

$$\dot{\lambda} \ge 0$$
 $F \le 0$ $\dot{\lambda}F = 0$ Ec. 5.19

5.4. Modelo para las fibras de acero

Si bien el acero del cual están hechas las fibras puede considerarse como un material isótropo, la geometría de las fibras y la posibilidad de deslizarse sólo en la dirección axial de las mismas hacen que el comportamiento de las fibras sea marcadamente ortótropo. Por esa razón se utiliza un modelo elastoplástico ortótropo para describir su comportamiento. El tratamiento de la ortotropía se realiza mediante el concepto de mapeo de espacios (Betten (1988), Luccioni et al. (1995)), en el cual se puede utilizar un modelo isótropo para representar el comportamiento inelástico de las fibras en un espacio isótropo ficticio. Dentro de las deformaciones permanentes de las fibras se incluyen las deformaciones inelásticas de la interfaz fibra-matriz y de esta forma se incluye el deslizamiento relativo dentro de las ecuaciones constitutivas de las fibras. En general las fibras deslizan antes de alcanzar deformaciones plásticas en su eje axial de manera que el umbral de deslizamiento siempre es menor que el de plastificación en la dirección axial de las fibras. En el trabajo de Luccioni y López (2002) se presenta una forma de modelar simultáneamente ambos fenómenos en fibras largas, distinguiendo dos funciones umbrales y dos reglas de evolución. En esta tesis, en cambio, se modelan ambos fenómenos como un único mecanismo disipativo que incluye las contribuciones de los mismos.

5.4.1. Modelo elastoplástico para las fibras

La ecuación constitutiva secante de las fibras se escribe como:

$$\left(\sigma_{ij}\right)_f = \left(C_{ijkl}\right)_f \left(\left(\varepsilon_{kl}\right)_f - \left(\varepsilon_{kl}^{pd}\right)_f\right)$$
 Ec. 5.20

donde $(C_{ijkl})_f$ es la rigidez elástica y $(\varepsilon_{kl}^{pd})_f$ representa la deformación inelástica de la fibra que incluye deformaciones plásticas de la fibra y deslizamiento fibra-matriz.

Para definir el umbral de comportamiento inelástico se usa una función de discontinuidad similar a la función de fluencia de la teoría de la plasticidad:

$$F\left(\left(\sigma_{ij}\right)_f, \kappa^{pd}\right) = f\left(\left(\sigma_{ij}\right)_f\right) - K(\kappa^{pd}) = 0$$
 Ec. 5.21

F es la función que define el umbral de plasticidad-deslizamiento y debe ser una función convexa (Maugin (1992)). $K(\kappa^{pd})$ representa la tensión de arrancamiento en función de una variable de endurecimiento inelástica, que se obtiene a partir de curvas de arrancamiento de fibras (Ver apartado 5.7.3) y f es la tensión equivalente.

La evolución de la deformación inelástica $\left(\varepsilon_{ij}^{pd}\right)_f$ se obtiene a través de la regla de flujo:

$$\left(\dot{\varepsilon}_{ij}^{pd}\right)_f = \dot{\lambda}^{pd} \frac{\partial G}{\partial \left(\sigma_{ij}\right)_f}$$
 Ec. 5.22

donde G representa la función de potencial y debe ser una función convexa y, $\dot{\lambda}^{pd}$ es el parámetro de consistencia de plasticidad-deslizamiento. En esta tesis se trabaja con flujo asociado ($G \equiv F$).

La regla de evolución de la variable de endurecimiento de plasticidad-deslizamiento, se puede escribir como:

$$\dot{\kappa}^{pd} = \dot{\lambda}^{pd} h_{ij}^{pd} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = h_{ij}^{pd} \left(\dot{\varepsilon}_{ij}^{pd} \right)_f = \frac{1}{g_{pd}} \left(\sigma_{ij} \right)_f \left(\dot{\varepsilon}_{ij}^{pd} \right)_f$$
 Ec. 5.23

donde $g_{pd} = G_{pd}/L_e$ es la máxima densidad de energía disipada en el arrancamiento de fibra, G_{pd} es la energía disipada de arrancamiento de fibra y L_e es una longitud característica dependiente del tamaño de la malla que se introduce para lograr objetividad de la respuesta respecto del tamaño de los elementos finitos.

Las condiciones de carga-descarga se derivan de las condiciones de Kun Tucker para problemas con restricciones unilaterales:

$$\dot{\lambda}^{pd} \ge 0 \qquad F \le 0 \qquad \dot{\lambda}^{pd} F = 0$$
 Ec. 5.24

5.4.2. Consideración de la ortotropía

La formulación ortótropa que se utiliza en esta tesis se basa en el concepto de mapeo de espacios (Oller et al. (1995)) que parte de la hipótesis de que existen dos espacios (Betten (1988), Luccioni et al. (1995)): un espacio ortótropo real y un espacio ficticio isótropo. El planteo consiste en transportar el estado de tensiones y las variables internas desde un espacio real ortótropo a otro espacio ficticio isótropo. Dicho espacio es isótropo en cuanto a umbrales de comportamiento inelástico, pero no necesariamente respecto a otras propiedades, como la rigidez elástica. Una vez allí, se pueden utilizar para definir el límite del comportamiento elástico y la evolución del mismo, funciones desarrolladas originalmente para materiales isótropos.

Los tensores de tensión en ambos espacios están relacionados mediante una transformación del tipo:

$$\tau_{kl} = A_{klij}(\sigma_{kl}, \kappa)\sigma_{ij}$$
 Ec. 5.25

donde τ_{kl} y σ_{ij} son los tensores de tensión en los espacios isótropo ficticio y ortótropo real respectivamente. A_{klij} es un tensor de cuarto orden, que contiene la información sobre la ortotropía del material que debe ser obtenida a partir de ensayos. En el caso más general, este tensor es función del tipo de estado tensional y de la evolución del proceso inelástico a través de la variable de endurecimiento κ Luccioni et al. (1996).

Existen distintas alternativas para definir el tensor A_{klij} (Oller et al. (1995), Car et al. (1999), Oller et al. (2003)). En esta tesis se usa una forma simple, que consiste en definir dicho tensor en las direcciones principales de ortotropía del material, a través de un tensor diagonal de cuarto orden (Toledo et al. (2008)):

$$A_{klij} = \delta_{lm} \delta_{jn} \delta_{km} \delta_{ln} \frac{\bar{\tau}}{\bar{\sigma}_{mn}}$$
 Ec. 5.26

donde $\bar{\tau}$ es el umbral de comportamiento inelástico en el espacio isótropo ficticio (idéntico en todas direcciones) y $\bar{\sigma}_{mn}$ es el valor de dicho umbral en la dirección m en el plano de normal n en el espacio ortótropo real. Oller et al. (2003) propusieron una forma más completa de definir este tensor.

La transformación Ec. 5.25 permite utilizar una función de umbral de comportamiento inelástico \bar{F} del espacio isótropo ficticio para definir la función umbral F del espacio ortótropo real:

$$F(\sigma_{ij}, \kappa) = \bar{F}(\tau_{ij}, \bar{\kappa}) = 0$$
 Ec. 5.27

donde κ y $\bar{\kappa}$ son variables internas correspondientes a los espacios ortótropo real y isótropo ficticio respectivamente. La tensión equivalente f del espacio ortótropo real, puede definirse como en el criterio de Von Mises (Ver Figura 5.2), en función del segundo invariante del tensor desviador de tensiones \bar{J}_2 del espacio isótropo ficticio:

$$f((\sigma_{ij})_f) = \bar{f}((\tau_{ij})_f) = \sqrt{3\bar{J}_2}$$
 Ec. 5.28

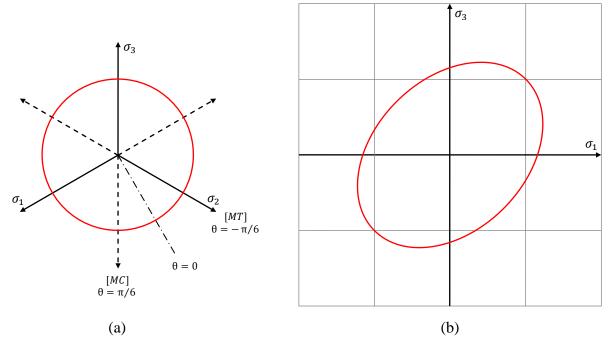


Figura 5.2: Criterio de Von Mises. (a) Representación en plano octaédrico. (b) Representación en espacio de tensiones principales, en el plano $\sigma_2 = 0$.

La evolución de la deformación inelástica $\left(\dot{\varepsilon}_{ij}^{pd}\right)_f$ (plasticidad-deslizamiento) en el espacio ortótropo real se define mediante la regla de flujo de la Ec. 5.22, donde G es la función de potencial definida en el espacio ortótropo de tensiones reales. En general, la ortotropía inicial del material orienta el flujo de deformaciones. En lugar de trabajar con esta expresión en la que se debe utilizar una función ortótropa para reproducir dicho efecto, se puede trabajar con una función de potencial \bar{G} definida en el espacio isótropo ficticio tal que:

$$G(\sigma_{ij}, \kappa) = \bar{G}(\tau_{ij}, \bar{\kappa})$$
 Ec. 5.29

La ecuación Ec. 5.22 se escribe entonces como:

$$\left(\dot{\varepsilon}_{ij}^{pd}\right)_{f} = \dot{\lambda}^{pd} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda}^{pd} \frac{\partial \bar{G}}{\partial \tau_{kl}} \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda}^{pd} \frac{\partial \bar{G}}{\partial \tau_{kl}} H_{klij}$$
 Ec. 5.30

donde:

$$H_{klij} = \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial (A_{klmn}\sigma_{mn})}{\partial \sigma_{ij}} = A_{klij} + \frac{\partial (A_{klmn})}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{mn}$$
 Ec. 5.31

Teniendo en cuenta la definición del tensor A_{klij} (Ec. 5.26) usada en esta tesis, resulta:

$$H_{klij} = \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial \sigma_{ii}} = A_{klij}$$
 Ec. 5.32

y la ecuación Ec. 5.30 se puede escribir como:

$$\left(\dot{\varepsilon}_{ij}^{pd}\right)_f = \dot{\lambda}^{pd} \frac{\partial \bar{G}}{\partial \tau_{kl}} A_{klij}$$
 Ec. 5.33

En Ec. 5.33 se puede observar que el flujo inelástico se orienta en la dirección de menor umbral de resistencia, esto se esquematiza en la Figura 5.3. Debido a que la dirección de deslizamiento de la fibra corresponde a la de menor umbral de resistencia, el deslizamiento se produce en la dirección de la tensión principal σ_3 en el espacio de tensiones principales ($\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$). En el ejemplo de la

Figura 5.3, se considera que $\tau_2 = \sigma_2 = 0$ y que los umbrales de fluencia en la direcciones 1 y 3 guardan una relación 3/1.

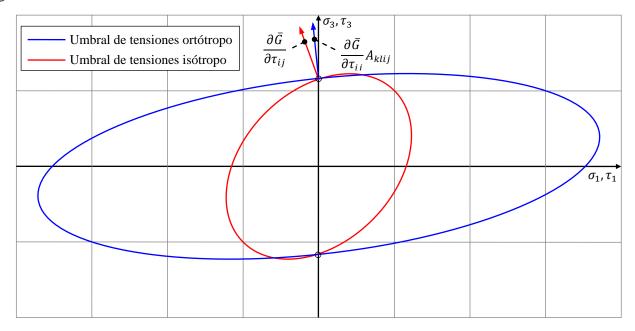


Figura 5.3: Orientación del flujo en la dirección más débil. Representación del Criterio de Von Mises en el espacio de tensiones principales, en el plano $\sigma_2 = 0$.

El modelo descripto permite tratar la ortotropía propia de los materiales y, de manera simplificada, la ortotropía introducida por la geometría de las fibras. Esta última incluye la posibilidad de deslizarse en una sola dirección. Definiendo adecuadamente las componentes del tensor A_{klij} se puede lograr que las fibras deslicen, es decir que, experimenten deformaciones inelásticas sólo en la dirección axial. En esta tesis se usa la siguiente definición para A_{klij} en coordenadas locales del material:

$$A_{klij} = \delta_{im}\delta_{jn}\delta_{km}\delta_{ln}\frac{1}{(1000 - 999\delta_{m1}\delta_{n1})}$$
 Ec. 5.34

donde la dirección material 1 corresponde a la dirección longitudinal de la fibra.

5.5. Modelo de arrancamiento de fibras

El modelo de arrancamiento propuesto en esta Tesis constituye una de las contribuciones originales de la misma. El mismo se desarrolla a partir de los modelos de Naaman et al. (1991) y Chanvillard (1999) descriptos en el CAPÍTULO 3, a los que se les agrega la consideración del efecto del estado tensional de la matriz, de la deformación axial del eje de la fibra, de fuerzas residuales de arrancamiento, del efecto de la inclinación de las fibras respecto al plano de fisuración, de la rotura de la matriz y de la rotura de la fibra.

En el planteo se consideran dos procesos, en el primero se genera el despegue o rotura de la interfaz fibra-matriz y en el segundo el deslizamiento de la fibra.

Se trabaja con una combinación entre los modelos propuestos por Naaman et al. (1991) y Chanvillard (1999). Esta forma de trabajo fue propuesta por Sujivorakul y Naaman (2003). Van Gysel (2000), Soetens et al. (2013) y Zile y Zile (2013) usaron también enfoques similares.

En el proceso inicial de arrancamiento de fibra donde se despegue o rompe la interfaz fibramatriz, se genera la propagación de una discontinuidad en la interfaz fibra-matriz a lo largo de toda la fibra. Para su estudio, se utiliza el modelo de Naaman et al. (1991) expresado a través de las ecuaciones Ec. 3.1 y Ec. 3.2.

Una vez que la discontinuidad en la interfaz fibra-matriz cubre toda la fibra, se inicia el proceso de deslizamiento. Para este último, se utiliza el modelo propuesto por Chanvillard (1999) (Ec. 3.33) ampliado que se describe en los apartados siguientes. En este caso también se evalúa la componente de adherencia y fricción τ_d a través del modelo de Naaman et al. (1991) que contempla principalmente el efecto de contracción de la matriz alrededor de la fibra durante el fraguado (Ec. 3.6).

5.5.1. Modelo de despegue

Se usa el modelo de Naaman et al. (1991) para estudiar el despegue de la fibra y la matriz. El mismo fue explicado en el apartado 3.5.1, en este apartado sólo se presentan las ecuaciones principales, resaltando casos particulares del comportamiento que describe, como lo es el límite del comportamiento elástico, la máxima carga en comportamiento elastoplástico y el estado ultimo, que es usado para indicar el inicio del deslizamiento de la fibra.

Mediante la Ec. 5.35 se puede obtener la fuerza o resistencia al arrancamiento de la fibra P:

$$P = \tau_f \, \psi \, h + \frac{\tau_{max} \, \psi}{\lambda} \, \frac{1 - e^{-2 \, \lambda \, (L - h)}}{\frac{2}{Q} \, e^{-\lambda \, (L - h)} + \left(1 - \frac{1}{Q}\right) \, (1 + e^{-2 \, \lambda \, (L - h)})}$$
 Ec. 5.35

donde la única variable es longitud o profundidad de la discontinuidad en la interfaz fibra-matriz, h, que se mide desde el plano de fisura hacia el extremo de la fibra embebido. El resto son parámetros fijos. L y ψ , son la longitud embebida y el perímetro, respectivamente de la fibra. τ_{max} , τ_f y κ , son la tensión de corte máxima por adherencia, la tensión de corte friccional máxima y el modulo de adherencia, estos parámetros definen el comportamiento de la interfaz. Q y λ son parámetros constantes definidos en base de las propiedades mecánicas y geométricas de la fibra, como el área de la sección transversal de la fibra A_f , el modulo de elasticidad de la fibra y el modulo de elasticidad de la matriz A_m que influye en el comportamiento de la fibra y el modulo de elasticidad de la matriz E_m y, se estiman mediante Ec. 3.3 y Ec. 3.4.

El desplazamiento δ el extremo de la fibra fuera de la matriz, correspondiente a la fuerza de arrancamiento P, se obtiene como:

$$\delta = \frac{1}{A_m E_m} \left\{ P(Q-1)h - \frac{\tau_f \psi h^2}{2} (Q-2) - \tau_f \psi h L + \left(P - \tau_f \psi h\right) \left(\frac{1 - e^{-\lambda(L-h)}}{1 + e^{-\lambda(L-h)}}\right) \frac{Q-2}{\lambda} \right\} \quad \text{Ec. 5.36}$$

El límite elástico del comportamiento de la interfaz fibra-matriz se obtiene considerando h=0, o sea cuando aun no hay despegue, la carga P_e y el desplazamiento δ_e , resultan:

$$P_e = \frac{\tau_{max} \, \psi}{\lambda} \, \frac{1 - e^{-2 \, \lambda \, L}}{\frac{2}{O} \, e^{-\lambda \, L} + \left(1 - \frac{1}{O}\right) \, (1 + e^{-2 \, \lambda \, L})}$$
 Ec. 5.37

$$\delta_e = \frac{P(Q-2)}{\lambda A_m E_m} \left(\frac{1 - e^{-\lambda L}}{1 + e^{-\lambda L}} \right)$$
 Ec. 5.38

Luego inicia el comportamiento elastoplástico de la interfaz a medida que aumenta h. Durante este período de comportamiento no se puede obtener en forma sencilla, despejando de la Ec. 5.35 el valor máximo de P. Es necesario resolver la Ec. 5.35 para ciertos valores de h y buscar la máxima carga P_{max} . Conocida P_{max} se puede calcular δ_{max} .

El comportamiento elastoplástico de la interfaz fibra-matriz en el proceso de despegue, finaliza cuando h=L. Como los desplazamientos alcanzados en el proceso de despegue son pequeño en comparación con los desplazamientos que se producen en el proceso de deslizamiento, se considera como desplazamiento ultimo δ_u y carga ultima P_u del proceso de despegue, la máxima carga alcanzada y su correspondiente desplazamiento, es decir, $P_u = P_{max}$ y $\delta_u = \delta_{max}$. En la Figura 5.4 se muestra la curva carga-desplazamiento del proceso de despegue.

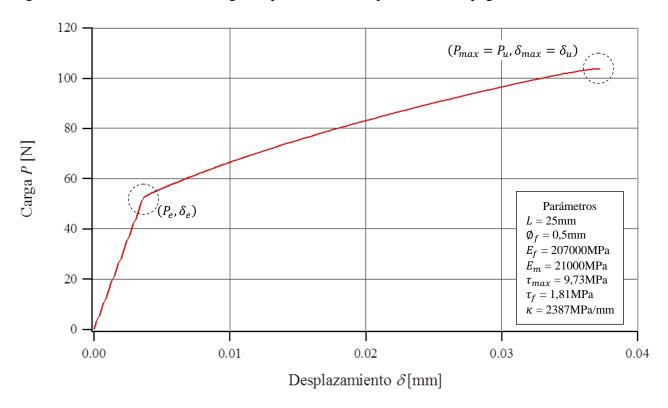


Figura 5.4: Curva carga-desplazamiento en el proceso de despegue.

A partir del desplazamiento ultimo δ_u del modelo de despegue, inicia el deslizamiento total de la fibra o simplemente deslizamiento de la fibra, para su estudio se aplican los modelos que se describen en los apartados siguientes.

5.5.2. Modelo de deslizamiento y plasticidad

El comportamiento de las fibras ante la acción de deslizamiento depende, además de las características de la interfaz fibra-matriz, de la geometría de la fibra. En esta tesis se estudian fibras cuya sección transversal es circular y la geometría del eje longitudinal está contenida en un plano. En adelante a este tipo de fibra se le llamara fibra de eje curvo y en el caso particular de eje longitudinal recto se llamara fibra lisa.

En fibras lisas, como se comento en el apartado 2.3.3, la resistencia al deslizamiento es aportada únicamente por la fricción generada en la interfaz durante el deslizamiento. Las fibras de eje curvo, como la que se esquematiza en Figura 5.5, poseen una componente mecánica adicional en la resistencia al deslizamiento (ver apartado 2.3.4), respecto al caso de fibras lisas. Esta componente adicional es la que se estudia a continuación.

El planteo para la modelación del deslizamiento de fibras de eje curvo que se realiza a continuación se basa en el planteo propuesto por Chanvillard (1999) y se consideraran las siguientes hipótesis:

- 1. La sección transversal de la fibra es uniforme en todo el desarrollo del eje longitudinal.
- 2. Después de un cambio de curvatura las secciones se mantienen planas y perpendiculares al eje longitudinal de la fibra.
- 3. Se consideran únicamente las deformaciones axiales, las restantes son despreciables.
- 4. La geometría del eje longitudinal está definida en el plano.
- 5. La dirección de deslizamiento es tangente al eje longitudinal de la fibra en el punto de salida de la misma desde la matriz.
- 6. La fibra tiene comportamiento elasto-perfectamente plástico.

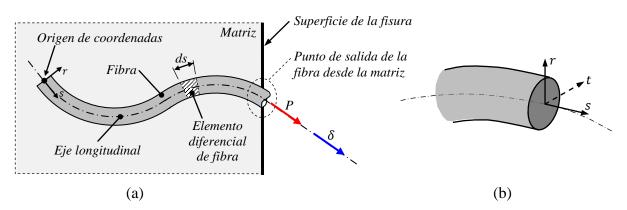


Figura 5.5: Fibra con eje curvo. (a) Fibra inmersa en la matriz y (b) Referencial del sistema de coordenadas en la fibra.

En la Figura 5.5a se muestra una fibra de eje curvo inmersa en la matriz atravesando una fisura. En la Figura 5.5b se indica el sistema de referencia s-r-t en la fibra. Donde s es la coordenada curvilínea sobre el eje longitudinal de la fibra, con origen en el extremo de la misma, r y t son coordenadas cartesianas con origen en el centro de la sección de la fibra. La geometría de la sección transversal de la fibra se define en el plano formado por los ejes de coordenados r y t. Además, los ejes de coordenadas s, r y t son mutuamente ortogonales.

5.5.2.1. Geometría de la fibra, campo de deformaciones y campo de desplazamientos

El campo de desplazamientos y el campo de deformaciones de la fibra, dependen de la geometría inicial de la misma, ya que, salvo que se rompa la matriz, sólo puede desplazarse por el canal en donde está alojada. Para definir la geometría y, los campos de desplazamiento y deformaciones, se usa un sistema de referencia s-r-t relativo a la fibra (ver Figura 5.5b), es decir, se mueve junto con la fibra durante el desplazamiento δ . También es conveniente definir un sistema de

referencia fijo \bar{s} -r-t al canal por donde desliza la fibra respecto al cual se define el campo de desplazamientos globales. Antes del proceso de deslizamiento ambos sistemas coinciden.

En la Figura 5.6 se muestra un elemento diferencial de fibra sometido a un desplazamiento δ . La geometría del elemento diferencial queda definida mediante la longitud de su arco medio ds y el radio de curvatura ρ de dicho arco. Además, en base a ds y ρ , se definen los parámetros amplitud angular $d\theta$ y curvatura C.

$$d\theta = \rho ds$$
 Ec. 5.39

$$C = \frac{1}{\rho}$$
 Ec. 5.40

Cuando la fibra se desplaza, el elemento diferencial de fibra debe adoptar la geometría del canal. Al pasar de la posición 1 a 2, cambia el radio de curvatura de ρ_1 a ρ_2 (ver Figura 5.6). Además, se generan deformaciones axiales ε_s que cambia la longitud del elemento diferencial.

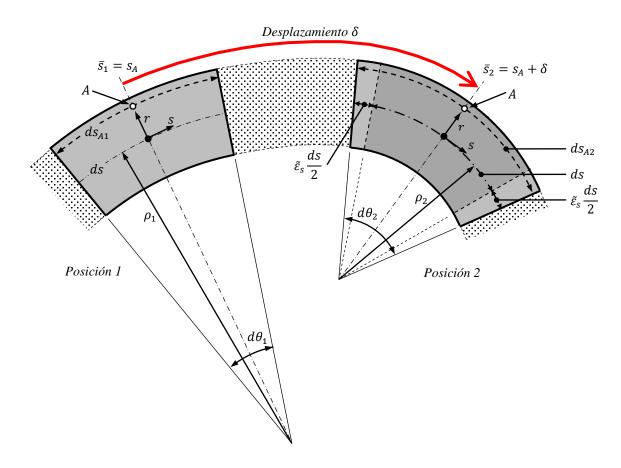


Figura 5.6: Elemento diferencial de fibra sometido a un incremento de desplazamiento δ .

Analizando el punto A del elemento diferencial en la Figura 5.6, situado a una distancia r_A del eje de la fibra, se observa que después del desplazamiento, el cambio del radio de curvatura y la deformación $\tilde{\varepsilon}_s$ del eje de la fibra, modifican la longitud de arco correspondiente a dicho punto, pasando de una longitud ds_{A1} a una longitud ds_{A2} , donde:

$$ds_{A1} = d\theta_1(\rho_1 + r_A)$$
 Ec. 5.41

$$ds_{A2} = d\theta_2(\rho_2 + r_A)$$
 Ec. 5.42

y

$$d\theta_1 = \frac{1}{\rho_1} ds$$
 Ec. 5.43

$$d\theta_2 = \frac{1}{\rho_2} (1 + \tilde{\varepsilon}_s) ds$$
 Ec. 5.44

En base al cambio en la longitud de arco, se estima la deformación en la dirección s en el punto A, es decir ε_{sA} , de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{SA} = \frac{ds_{A2} - ds_{A1}}{ds}$$
 Ec. 5.45

Introduciendo las definiciones de Ec. 5.41 a Ec. 5.44, en la Ec. 5.45, se obtiene la deformación del punto A después de un desplazamiento δ , cuando el eje longitudinal de la fibra experimenta una deformación $\tilde{\varepsilon}_s$:

$$\varepsilon_{SA} = (1 + r_A C_2) \tilde{\varepsilon}_S + r_A (C_2 - C_1)$$
 Ec. 5.46

Según la *hipótesis 2* las secciones se mantienen planas y perpendiculares al eje de la fibra después de un cambio de curvatura, por lo cual, las deformaciones angulares son nulas. Además, se desprecia las deformaciones normales en r y t, $hipótesis\ 3$. Según estas consideraciones y de acuerdo a Ec. 5.46, se puede escribir el campo de deformaciones como:

$$\left(\varepsilon_{ij}\right) = \begin{pmatrix} \left(1 + r C(s)\right)\tilde{\varepsilon}_s + r dC(s) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
 Ec. 5.47

donde r es la coordenada perpendicular al eje longitudinal de la fibra, C(s) es la curvatura del eje longitudinal de la fibra en la coordenada s, dC(s) es el cambio de curvatura que experimenta el eje longitudinal de la fibra en la coordenada s después de un desplazamiento δ . C(s) y dC(s) son las funciones de curvatura y cambio de curvatura respectivamente, se obtiene a partir de la geometría de la fibra. El procedimiento correspondiente se detalla en el apartado A5.2 del ANEXO CAPÍTULO 5.

Como las derivadas cruzadas de las componentes de deformaciones de Ec. 5.47 son todas nulas, el campo de deformaciones satisface las ecuaciones de compatibilidad y por lo tanto, se puede integrar para obtener el campo de desplazamientos. Para un punto de la fibra de coordenada s, el campo de desplazamiento u, referido a las coordenadas \bar{s} -r-t (sistema fijo de coordenadas, posición inicial de s-r-t), se puede escribir de la siguiente manera:

$$\mathbf{u}(s) = \begin{cases} u_{\bar{s}} \\ u_r \\ u_t \end{cases} = \begin{cases} u_{\bar{s}o}(r) + \int_0^s \left((1 + r C(s)) \tilde{\varepsilon}_s + r dC(s) \right) ds \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$
 Ec. 5.48

donde $u_{\bar{s}o}(r)$ es el desplazamiento del extremo embebido de la fibra en la coordenada r.

En el caso particular de r=0, es decir sobre el eje de la fibra, $u_{\bar{s}o}(0)=\tilde{u}_{\bar{s}o}$ es el desplazamiento del sistema de coordenadas s-r-t referido al sistema $\bar{s}-r-t$. El campo de desplazamientos \tilde{u} sobre el eje longitudinal de la fibra, resulta igual a:

$$\widetilde{\boldsymbol{u}}(s) = \begin{cases} \widetilde{u}_{\bar{s}} \\ \widetilde{u}_r \\ \widetilde{u}_t \end{cases} = \begin{cases} \widetilde{u}_{\bar{s}o} + \int_0^s \widetilde{\varepsilon}_s \, ds \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$
Ec. 5.49

En la Figura 5.7, se muestra una fibra cuyo extremo se desplaza una magnitud δ . Se indica además, el desplazamiento $\tilde{u}_{\bar{s}o}$ y un punto genérico de coordenada s sobre el eje de la fibra, que divide a la misma en una zona de longitud inicial s y otra zona de longitud inicial s. El desplazamiento s que experimenta el extremo de la fibra, según la Figura 5.7, se puede expresar como:

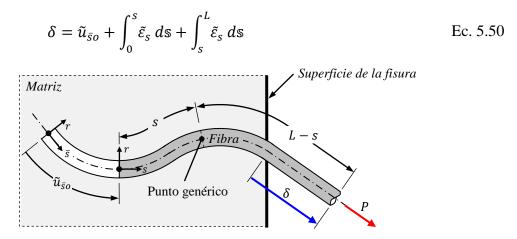


Figura 5.7: Fibra con eje curvo

En Ec. 5.50, la suma de los dos primeros términos del segundo miembro, es el desplazamiento $\tilde{u}_{\bar{s}}$ definido en Ec. 5.49 y por lo tanto, el mismo se puede escribir como:

$$\tilde{u}_{\bar{s}} = \tilde{u}_{\bar{s}o} + \int_0^s \tilde{\varepsilon}_s \, ds = \delta - \int_s^L \tilde{\varepsilon}_s \, ds$$
 Ec. 5.51

Según Ec. 5.51, el campo de desplazamiento sobre el eje de la fibra, en función del desplazamiento δ del extremo de la fibra y la deformación axial $\tilde{\varepsilon}_s$, resulta:

$$\widetilde{\boldsymbol{u}}(s) = \begin{cases} \widetilde{u}_{\overline{s}} \\ \widetilde{u}_r \\ \widetilde{u}_t \end{cases} = \begin{cases} \delta - \int_s^L \widetilde{\varepsilon}_s \, ds \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$
 Ec. 5.52

5.5.2.2. Campo de tensiones en la fibra

La fibra tiene comportamiento elasto-perfectamente plástico (hipótesis 6). El campo de tensiones puede definirse en base al campo de deformaciones a través de la ecuación constitutiva correspondiente. Como la única componente no nula del tensor de deformaciones es ε_s (ver Ec. 5.47), resulta que la única componente no nula del tensor de tensiones es σ_s , donde σ_s depende de las coordenadas s y r. Entonces, el tensor de tensiones de la fibra en coordenadas locales s-r-t, es igual a:

$$(\sigma_{ij}) = \begin{pmatrix} \sigma_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
 Ec. 5.53

5.5.2.3. Balance de Energía

El balance de energía mecánica, durante el desplazamiento de una fibra como la mostrada en la Figura 5.6a, permite establecer que el trabajo realizado por las fuerzas externas ($W_{externo}$) es igual a la energía de deformación ($W_{deformacion}$). Para este análisis se aplica el *Principio de los Trabajos Virtuales*.

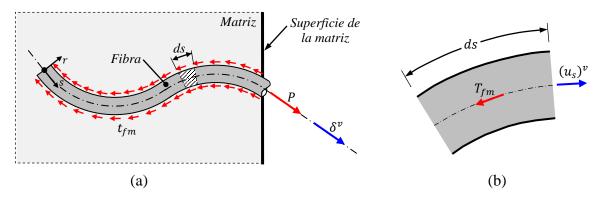


Figura 5.8: Desplazamiento y fuerzas externas en la dirección del desplazamiento. (a) En toda la fibra y (b) resultante de t_{fm} y desplazamiento en un elemento diferencial de fibra de longitud ds.

* Trabajo externo

Se plantea el trabajo virtual de las fuerzas externas en la dirección del desplazamiento en toda la fibra, para un desplazamiento virtual δ^{ν} aplicado en el extremo de la fibra, como se indica en la Figura 5.6a. En el caso de las fuerzas tangenciales t_{fm} , se trabaja con la resultante de fuerzas tangenciales del elemento diferencial T_{fm} ubicada sobre el eje de la fibra y el desplazamiento virtual $(u_s)^{\nu}$ de este elemento diferencial sobre el eje de la fibra (ver Figura 5.6b). En rigor, la resultante T_{fm} se encuentra desplazada hacia la zona cóncava de la fibra (ver Figura 5.9), pero en el análisis global de la fibra, se considera despreciable el efecto del desfasaje de T_{fm} respecto del eje, ya que el error en la estimación del trabajo virtual se compensaría entre los distintos tramos curvos de la fibra. El desplazamiento que experimenta el elemento diferencial a causa de un desplazamiento virtual δ^{ν} en el extremo de la fibra, se define según Ec. 5.52, donde las

deformaciones $\tilde{\varepsilon}_s$ serán deformaciones virtuales $(\tilde{\varepsilon}_s)^{\nu}$. El trabajo realizado por las fuerzas tangenciales es negativo, ya que su sentido es contrario al desplazamiento, mientras que el de P es positivo. Entonces, el trabajo virtual externo resulta:

$$(W_{externo})^{v} = P \, \delta^{v} - \int_{L} T_{fm} \left(\delta^{v} - \int_{s}^{L} (\tilde{\epsilon}_{s})^{v} \, ds \right) ds$$
 Ec. 5.54

Energía de deformación

La energía de deformación de la fibra se calcula como:

$$(W_{deformacion})^{v} = \int_{V} \sigma_{ij} (\varepsilon_{ij})^{v} dV$$
 Ec. 5.55

Reemplazando los tensores de deformación y tensión definidos en Ec. 5.47 y Ec. 5.53 respectivamente, se obtiene:

$$\left(W_{deformacion}\right)^{v} = \int_{V} \sigma_{s} \left((1 + rC)(\tilde{\varepsilon}_{s})^{v} + r (dC)^{v} \right) dV$$
 Ec. 5.56

Como $(\tilde{\varepsilon}_s)^v$ y $(dC)^v$ varían solo sobre el eje de la fibra, es decir no dependen de r y t, entonces la integral de volumen de Ec. 5.56 se puede desdoblar de la siguiente forma:

$$\left(W_{deformacion}\right)^{v} = \int_{L} \left((\tilde{\varepsilon}_{S})^{v} \int_{A} \sigma_{S} \, dA + ((\tilde{\varepsilon}_{S})^{v} \, C + (dC)^{v}) \int_{A} \sigma_{S} \, r \, dA \right) dS \qquad \text{Ec. 5.57}$$

Además:

$$\int_{A} \sigma_{s} dA = N \quad \text{y} \quad \int_{A} \sigma_{s} r dA = M$$
 Ec. 5.58

donde N y M son las resultantes de tensiones en la sección de fibra en una cierta coordenada s. La energía de deformación se puede expresar finalmente como:

$$(W_{deformacion})^{v} = \int_{L} \{(\tilde{\varepsilon}_{s})^{v} N + [(\tilde{\varepsilon}_{s})^{v} C + (dC)^{v}]M\} ds$$
 Ec. 5.59

* Balance de energía

Se iguala el trabajo externo a la energía de deformación.

$$(W_{externo})^{v} = (W_{deformacion})^{v}$$
 Ec. 5.60

Reemplazando Ec. 5.54 y Ec. 5.59 en Ec. 5.60, se obtiene:

$$P \, \delta^{v} - \int_{L} T_{fm} \left(\delta^{v} - \int_{s}^{L} (\tilde{\varepsilon}_{s})^{v} \, ds \right) \, ds = \int_{L} ((\tilde{\varepsilon}_{s})^{v} N + ((\tilde{\varepsilon}_{s})^{v} C + (dC)^{v}) M) ds \qquad \text{Ec. 5.61}$$

Como el desplazamiento virtual δ^{v} se puede considerar equivalente a un desplazamiento pequeño, se asumen las siguientes relaciones:

$$(\tilde{\varepsilon}_s)^v = \frac{d\tilde{\varepsilon}_s}{d\delta} \delta^v \quad y \quad (dC)^v = \frac{dC}{d\delta} \delta^v$$
 Ec. 5.62

donde $d\tilde{\varepsilon}_s/d\delta$ y $dC/d\delta$ representan el cambio de deformación axial y el cambio de curvatura para incrementos pequeños de desplazamiento, respectivamente.

Reemplazando las relaciones Ec. 5.62 en Ec. 5.61 y sacando factor común δ^{v} en ambos miembros, se obtiene:

$$\left\{ P - \int_{L} T_{fm} \left(1 - \int_{s}^{L} \frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} ds \right) ds \right\} \delta^{v} = \left\{ \int_{L} \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} N + \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} C + \frac{dC}{d\delta} \right) M \right) ds \right\} \delta^{v}$$
 Ec. 5.63

Como δ^{v} es distinto de cero, para que ambos miembros de Ec. 5.63 sean iguales se debe cumplir que:

$$P - \int_{L} T_{fm} \left(1 - \int_{s}^{L} \frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} ds \right) ds = \int_{L} \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} N + \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} C + \frac{dC}{d\delta} \right) M \right) ds$$
 Ec. 5.64

Despejando *P* de Ec. 5.64 y agrupando los términos de las integrales, se obtiene el modelo de deslizamiento para fibras de eje curvo que considera la deformación axial:

$$P = \int_{C} \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} N + \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} C + \frac{dC}{d\delta} \right) M + T_{fm} \left(1 - \int_{s}^{L} \frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} ds \right) \right) ds$$
 Ec. 5.65

Si se desprecia la deformación axial de la fibra en Ec. 5.65, es decir $\tilde{\varepsilon}_s = 0$, se tiene que $d\tilde{\varepsilon}_s/d\delta = 0$ y se llega a una ecuación equivalente a la ecuación obtenida por Chanvillard (1999) para un elemento diferencial de fibra (ver Ec. 3.30 en CAPÍTULO 3).

5.5.2.4. Equilibrio de Fuerzas

A partir de una fibra de eje curvo, como la mostrada en la Figura 5.5a, se aísla un elemento diferencial de fibra de longitud ds, como el representado en la Figura 5.9, en el cual se indican las fuerzas externas (T y R) e internas (N y M) que actúan en el mismo. Se desprecia el esfuerzo de corte, debido a que la fibra está apoyada en el canal en toda su longitud y por lo tanto las tensiones de corte en la sección son despreciables. También, se desprecian las fuerzas másicas, que son el peso y las fuerzas de inercia.

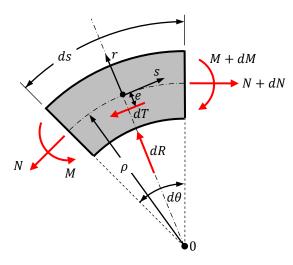


Figura 5.9: Fuerzas que actúan en el elemento diferencial de fibra

En la Figura 5.9, ρ y $d\theta$ son el radio de curvatura y la amplitud angular del elemento diferencial de fibra respectivamente. Las fuerzas N y M son las resultantes de tensión en la sección, esfuerzo normal y momento respectivamente. La fuerza dR es la resultante de las fuerzas de superficie normales a la superficie perimetral del elemento de fibra, consideradas uniformemente distribuidas en la longitud ds. La fuerza dT es la resultante de las fuerzas de superficie tangenciales a la superficie perimetral del elemento de fibra.

En la zona cóncava de la fibra (Figura 5.9), las tensiones tangenciales son mayores que en la zona convexa, debido al aumento de fricción que genera dR. Entonces, la fuerza dT no se encuentra sobre el eje de la fibra, está ubicada a una distancia e del eje, hacia la zona cóncava.

Se plantea equilibrio de fuerzas en la dirección tangencial a *s* en el centro del elemento y se obtiene:

$$\sum F_s = 0 \implies -N \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) + (N + dN)\cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) - dT = 0$$
 Ec. 5.66

Teniendo en cuenta que $d\theta$ es un ángulo pequeño, resulta que $cos(d\theta/2) \approx 1$, reemplazando en Ec. 5.66 y operando algebraicamente, se obtiene:

$$dN = dT$$
 Ec. 5.67

Se plantea equilibrio de fuerzas en la dirección r, obteniendo:

$$\sum F_r = 0 \implies -N \operatorname{sen}\left(\frac{d\theta}{2}\right) - (N + dN) \operatorname{sen}\left(\frac{d\theta}{2}\right) + dR = 0$$
 Ec. 5.68

Teniendo en cuenta que $d\theta$ es un ángulo pequeño, resulta que $sen(d\theta/2) \approx d\theta/2$, además $d\theta = C ds$ donde $C = 1/\rho$ es la curvatura, reemplazando en Ec. 5.68, despreciando los términos de segundo orden y operando algebraicamente, se obtiene:

$$dR = N C ds$$
 Ec. 5.69

Se plantea equilibrio de momentos respecto del punto 0 según la Figura 5.9. La fuerza dR no generan momento ya que su recta de acción pasa por el punto 0.

$$\sum M_0 = 0 \implies M - (M + dM) + N \rho - (N + dN) \rho + dT (\rho - e) = 0$$
 Ec. 5.70

Reemplazando Ec. 5.67 en Ec. 5.70 y operando algebraicamente, se obtiene:

$$dM = dT e$$
 Ec. 5.71

La Ec. 5.67 indica que el incremento de la fuerza axial dN es igual al incremento de la resultante de fuerzas tangenciales dT. La Ec. 5.69 muestra la relación entre la fuerza axial N y el incremento de la resultante de fuerzas superficiales normales dR. La Ec. 5.71 indica que la variación del momento depende de la variación de las tensiones tangenciales y de la excentricidad e en los tramos curvos.

5.5.2.5. Interacción en interfaz fibra-matriz

En base a las observaciones experimentales realizadas en esta tesis (ver apartados 4.2.7 y 4.3.7) y, a estudios experimentales y modelos realizados por otros autores (ver apartados 2.3.3, 2.3.4 y 3.5), se propone la siguiente expresión para evaluar la resultante de las fuerzas tangenciales que actúan en interfaz fibra-matriz T_{fm} :

$$T_{fm}(s) \begin{cases} = T_1(s) & \text{si } C(s) = 0 \text{ of } C(s+\delta) \neq 0 \\ = T_2(s) & \text{si } C(s) \neq 0 \text{ y } C(s+\delta) = 0 \end{cases}$$
 Ec. 5.72

donde T_1 considera la resistencia aportada por el efecto *misfit*. Este efecto es una presión de fijación en la fibra, con origen en la retracción de la matriz durante el proceso de fraguado de la misma. También considera el cambio de dirección de la fuerza axial y el estado tensional de la matriz. T_2 tiene en cuenta la fuerza residual de arrancamiento, debida a las irregularidades geométricas que quedan en la zona del gancho cuando este se ha enderezado. C(s) es la curvatura en la coordenada s de la geometría inicial de la fibra y $C(s+\delta)$ es la curvatura en la coordenada s de la geometría actual de la fibra que ha experimentado un desplazamiento δ . Como expresa la Ec. 5.72 las componentes T_1 y T_2 no actúan simultáneamente sobre la misma coordenada s de la fibra, esto se debe, a la naturaleza u origen de las componentes que se describen en los apartados siguientes.

❖ Componente T₁

La componente T_1 se define según la Ec. 5.73. El primer término corresponde al efecto misfit (Pinchin y Tabor (1978), Naaman et al. (1991)) y se evalúa mediante la tensión de corte τ_d en

la interfaz. El segundo término está relacionado con el cambio de dirección en la fuerza axial N(s) (Chanvillard (1999)). El tercer término es la fuerza friccional generada por la presión de la matriz $\tilde{\sigma}$ sobre la fibra, esta presión tiene origen en un estado multiaxial de la matriz, es una de las contribuciones introducidas al modelo (aporte de la tesis).

$$T_1(s) = \tau_d \psi + N(s) C(s+\delta) f + (-\tilde{\sigma}) \psi f$$
 Ec. 5.73

En la Ec. 5.73, ψ es el perímetro de la fibra, $C(s + \delta)$ es la curvatura actual de la fibra en la coordenada s y f el coeficiente de roce dinámico.

La tensión de corte τ_d se determina mediante la Ec. 5.74, que es el modelo de Naaman et al. (1991) descripto en el apartado 3.5.1 a través de Ec. 3.6 a Ec. 3.8. Se considera que esta tensión de corte es uniforme en toda la superficie de la fibra y a medida que se genera el deslizamiento la tensión de corte disminuye, es decir que τ_d se debe evaluar para cada valor del desplazamiento δ .

$$\tau_d = \tau_f \frac{e^{-(\delta - \delta_0)^{\eta}} - \xi e^{-(L)^{\eta}}}{1 - \xi e^{-(L - \delta + \delta_0)^{\eta}}} \left[\frac{1 - e^{K(L - \delta + \delta_0)}}{1 - e^{KL}} \right]$$
 Ec. 5.74

En la Ec. 5.74, τ_f es la tensión de corte friccional al inicio del deslizamiento y es una propiedad material de la interfaz determinada experimentalmente.

K es un parámetro definido en base a propiedades materiales y geométricas de la fibra, la matriz y la interfaz fibra-matriz. Se evalúa mediante Ec. 3.8.

 δ_0 es el desplazamiento del extremo de la fibra fuera de la matriz, a partir del cual se considera el inicio del deslizamiento de la fibra en toda la interfaz fibra-matriz, es decir, $\delta_0 = \delta_u$. del modelo de despegue. Se evalúa media la Ec. 3.7, en función de A_f , E_f , L y ψ , que son el área de la sección transversal, el modulo de elasticidad, la longitud y el perímetro de la fibra respectivamente. También depende de A_m y E_m , que son el área y el modulo de elasticidad de la matriz respectivamente y, de la tensión τ_f de la interfaz.

 η y ξ son parámetros que definen la forma de la curva y se ajustan en base a resultados experimentales. Naaman et al. (1991) proponen usar $\eta=0,20$ y estimar ξ mediante las Ec. 3.9 a Ec. 3.11.

En la Ec. 5.73, N(s) es la fuerza axial en la coordenada s y se determina mediante Ec. 5.65 considerando los límites de la primera integral entre 0 y s.

La tensión de la matriz $\tilde{\sigma}$, se estima como un promedio de las dos componentes de tensiones de la matriz perpendiculares al eje de la fibra, es decir, el promedio de $\tilde{\sigma}_r$ y $\tilde{\sigma}_t$ según el sistema de referencia local de la fibra s-r-t. El estado de tensiones en la matriz influye en la respuesta al deslizamiento de la fibra, aumentando o disminuyendo el efecto del mecanismo de sujeción, según sea un estado medio de compresión o tracción respectivamente (ver apartado 2.3.9, Leung y Geng (1995)). Si en la Ec. 5.73 se dividen ambos miembros por el perímetro de la fibra ψ , se obtiene:

$$\tau_1 = \tau_d + \frac{NCf}{\psi} - \tilde{\sigma}f$$
 Ec. 5.75

La Ec. 5.75 es una relación de tipo Coulomb, que define a las tensiones tangenciales de la interfaz τ_1 en función de la tensión de la matriz $\tilde{\sigma}$, donde f es la pendiente de la recta y la ordenada

al origen es $\tilde{\tau}_1 = (\tau_d + NCf/\psi)$. En la Figura 5.10, se grafica esta relación entre τ_1 y $\tilde{\sigma}$, en ella se observa que mientras la tensión en la matriz es de compresión ($\tilde{\sigma} < 0$) la tensión en la interfaz τ_1 , lo cual incrementa la resistencia al deslizamiento.

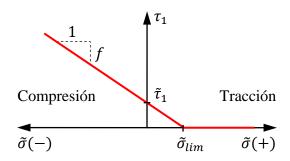


Figura 5.10: Relación entre τ_1 y $\tilde{\sigma}$.

Por otro lado, si la tensión en la matriz es de tracción ($\tilde{\sigma} > 0$), la tensión en la interfaz τ_1 disminuye y, si además $\tilde{\sigma}$ supera un cierto valor limite de tracción $\tilde{\sigma}_{lim}$, la tensión tangencial en la interfaz τ_1 se anula. Esto disminuye la resistencia al deslizamiento de las fibras. Para determinar la tensión límite de tracción $\tilde{\sigma}_{lim}$, se iguala a la Ec. 5.75 a 0 y se despeja la tensión $\tilde{\sigma}$ y se obtiene:

$$\tilde{\sigma}_{lim} = \frac{\tau_d}{f} + \frac{NC}{\psi}$$
 Ec. 5.76

La Ec. 5.76 indica el límite de tensión de tracción que puede ejercer la matriz sobre la fibra a partir del cual se anula la resistencia friccional en la interfaz fibra-matriz.

❖ Componente T₂

Los tramos curvos de la fibra se enderezan parcialmente durante el deslizamiento de la misma, quedando irregularidades en la geometría del eje longitudinal que generan tensiones de fricción adicionales en la interfaz fibra-matriz. En la Figura 4.73 del CAPÍTULO 4, se muestra el estado de las fibras con ganchos en los extremos después del arrancamiento. Se pueden ver las irregularidades que quedan en los tramos inicialmente curvos. La resultante de las tensiones adicionales de fricción originadas por estas irregularidades, se denomina fuerza residual de arrancamiento P_{resid} . En los resultados experimentales obtenidos en el marco de esta tesis y presentados en el apartado 4.3.7.3, se puede apreciar la contribución de esta fuerza a la resistencia residual al arrancamiento, la cual genera un incremento de carga que se mantiene hasta el arrancamiento completo de la fibra.

En la Figura 5.11, se muestran las irregularidades para el caso de una fibra con ganchos en los extremos. Los tramos de fibra i e ii, inicialmente curvos pasan después de un cierto deslizamiento δ , a una zona del canal con curvatura menor respecto a su posición inicial. Las zonas convexas de los tramos i e ii, presionan la matriz generando fuerzas de fricción $T_2(s_i)$ y $T_2(s_{ii})$ respectivamente en cada tramo.



Figura 5.11: Efecto del gancho parcialmente enderezado. Fuerza residual de arrancamiento.

Durante el deslizamiento, las irregularidades rompen la matriz circundante a la fibra aumentando el diámetro del canal. Esta rotura de la matriz circundante junto a la pérdida de contacto en la interfaz de la zona cóncava de los tramos parcialmente enderezados, anulan el efecto *misfit* y el efecto del estado tensional de la matriz. Además, se modifica la rugosidad de la interfaz y aparece un efecto de trabazón entre las irregularidades de la fibra y la superficie deteriorada del canal, con lo cual el coeficiente de fricción f no puede ser aplicado en dicha superficie y por lo tanto, no se puede evaluar el aporte a la fricción de la fuerza radial generada por el cambio de dirección de la fibra en tramos curvos de la misma. En base a estas observaciones, en el modelo propuesto las tensiones tangenciales correspondientes a la fuerza residual de arrancamiento no actúan simultáneamente con las tensiones tangenciales correspondientes a la fuerza friccional T_1 definida en Ec. 5.73.

Por otro lado, a mayor resistencia de la fibra, mayores son las irregularidades que quedan en el gancho parcialmente enderezado y, por lo tanto, resulta mayor la fuerza residual de arrancamiento.

Como se menciono, las irregularidades rompen la matriz circundante, esta rotura dependerá de la resistencia de la matriz. Si la matriz es muy resistente, las irregularidades en la fibra no podrán romperla, la capacidad de deslizamiento será menor y aumentara el anclaje y, por lo tanto, la fuerza necesaria para deslizarla. Además, las matrices de mortero y hormigón presentan un comportamiento diferente, ante el deslizamiento de la fibra con irregularidades. En ambos tipos de matrices se genera un incremento en la carga, pero mientras en el mortero el incremento de carga presenta una variación suave, en el hormigón se generan fluctuaciones importantes de la carga, ver Figura 4.74. Las fluctuaciones de carga en el hormigón, son atribuidas a la presencia del agregado grueso. Cuando las irregularidades están en contacto con el mortero del hormigón se tiene un cierto valor la carga durante el deslizamiento, pero al entrar en contacto con el agregado cuya resistencia es mayor que la del mortero, es necesario aumentar la carga para continuar con el deslizamiento, luego de que las irregularidades superan la zona del agregado y el deslizamiento sea nuevamente en mortero, la carga disminuye. Este efecto se va alternando durante el deslizamiento de la fibra a medida que las irregularidades entran en contacto con el agregado.

Se propone considerar el aporte de la fuerza residual de arrancamiento P_{resid} , en base a fuerzas tangenciales T_2 que actúan en los tramos curvos parcialmente enderezados. Las fuerzas tangenciales T_2 se evalúan mediante un valor de resistencia al arrancamiento por unidad de longitud t_2 , proporcional a la curvatura inicial $\mathcal{C}(s)$ y calibrada con resultados experimentales, resultando:

$$T_2(s) = t_2 C(s)$$
 Ec. 5.77

con

$$t_2 = \frac{P_{resid}}{(\sum_{i=1}^n L_{ci}) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i\right)}$$
 Ec. 5.78

donde n es la cantidad de tramos curvos, $L_{c\,i}$ y C_i es la longitud y curvatura de cada tramo curvo respectivamente. Estos parámetros se definen según la geometría inicial de la fibra.

La fuerza residual P_{resid} se puede obtener de resultados experimentales, adoptando el valor de carga correspondiente al desplazamiento inmediatamente antes que el gancho empieza a salir de la matriz. En la Figura 5.12, se muestra la curva carga-desplazamiento de un ensayo de arrancamiento de fibra con gancho, donde se indica el valor de carga adoptado P_{resid} correspondiente a un desplazamiento $L-L_G$, donde L y L_G son la longitud embebida de la fibra y la longitud del gancho respectivamente.

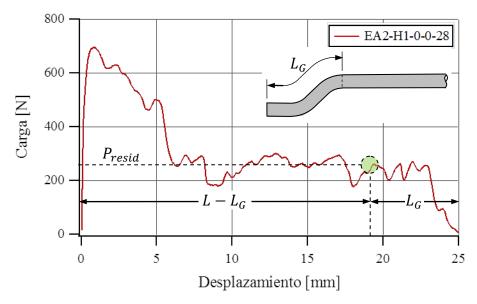


Figura 5.12: Curva de arrancamiento de fibras. Determinación de P_{resid} .

Soetens et al. (2013), usan una expresión de origen empírico para evaluar la fuerza residual al arrancamiento. A partir de la misma, se propone una variante donde, en lugar de trabajar con la tensión de rotura de la matriz, se usa el promedio de la tensión de rotura del mortero y del agregado grueso. En hormigones de alta resistencia, prácticamente no hay diferencia, pero en hormigones donde existe una marcada diferencia entre la resistencia de rotura del mortero y del agregado, la modificación propuesta puede contempla el efecto de la presencia del agregado grueso. Entonces la fuerza residual de arrancamiento P_{resid} para fibras con ganchos en los extremos, se puede estimar mediante:

$$P_{resid} = \left(\frac{f_{c \text{ (m)}} + f_{c \text{ (a)}}}{2}\right) \frac{f_y \, \emptyset_f^2}{325}$$
 Ec. 5.79

donde $f_{c (m)}$ y $f_{c (a)}$ son las resistencias a rotura en compresión del mortero y el agregado grueso respectivamente en [N/mm²], f_y es la tensión de fluencia de la fibra en [MPa] y \emptyset_f es el diámetro de la fibra en [mm]. La fuerza P_{resid} mediante la Ec. 5.79, se obtiene en [N].

Introduciendo la Ec. 5.79 en Ec. 5.78, se puede evaluar la tensión residual media t_2 , de la siguiente manera:

$$t_2 = \frac{\left(f_{c \text{ (m)}} + f_{c \text{ (a)}}\right) f_y \, \emptyset_f^2}{650(\sum_{i=1}^n L_{c i}) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i\right)}$$
 Ec. 5.80

5.5.3. Caso de fibras inclinadas

El modelo presentado en el apartado 5.5.2, y definido por la Ec. 5.65, permite simular el deslizamiento de fibras con eje longitudinal curvo, tanto en fibras alineadas como inclinadas. En esta tesis se denomina deslizamiento de fibras inclinadas al caso en que la dirección del desplazamiento δ aplicado en el extremo de la fibra, fuera de la matriz, no coincide con la dirección axial original de la fibra en el punto de salida o, lo que es lo mismo, cuando la fibra no es normal al plano de fisura.

5.5.3.1. Geometría de la fibra inclinada

En el planteo del apartado 5.5.2 se considera la matriz de un solo lado del plano de la fisura, lo cual es suficiente para el planteo general del modelo de deslizamiento de fibras. Pero para la implementación del mismo y en particular en fibras inclinadas, es necesario estudiar el cambio de la geometría de la fibra después del punto de salida, considerando la matriz a ambos lados del plano de fisuración. Se considera sólo el caso de fractura en Modo I, con lo cual el desplazamiento de las caras de la fisura es perpendicular al plano de la fisura. Este desplazamiento es la apertura de fisura δ .

En la Figura 5.13a y Figura 5.13b, se muestra la forma de la fibra antes y después de una apertura de fisura $\tilde{\delta}$, respectivamente. En las mismas se define también el ángulo de inclinación φ de la fibra respecto de la normal al plano de fisura. En la Figura 5.13c, se muestra una ampliación del punto de salida de la fibra desde la matriz y los distintos efectos que se producen en él.

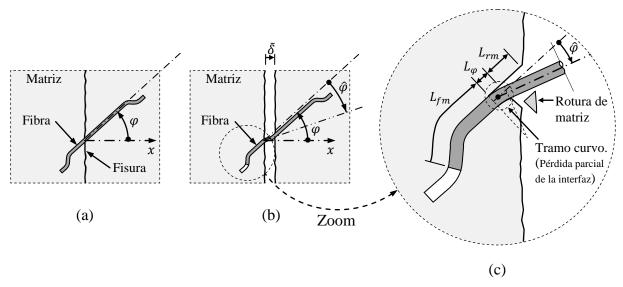


Figura 5.13: Geometría de fibra inclinada. (a) Sin apertura de fisura, (b) Con apertura de fisura. (c)

Punto de salida de la fibra desde la matriz

El principal inconveniente al estudiar el deslizamiento de fibras inclinadas, es la poca información experimental que se dispone sobre la geometría que va tomando la fibra en el punto de salida (ver Figura 5.13), la cual varia a medida que aumenta la apertura de fisura δ . En el tramo de fibra ubicado en la fisura se genera un cambio de dirección $\hat{\varphi}$ del eje de la fibra, lo cual aumenta la resistencia al arrancamiento y produce solicitaciones en la matriz. Estas solicitaciones pueden generar la rotura de la matriz en el punto de salida, reduciendo la longitud de la interfaz fibra-matriz y alterando la geometría original de la fibra.

El modelo propuesto en esta tesis supone que la matriz se rompe en una longitud L_{rm} y que, se genera además en la fibra un tramo curvo de longitud L_{φ} , ver Figura 5.13c. En este tramo curvo se pierde parte del contacto entre la fibra y la matriz, en la zona convexa de la fibra. El tramo adyacente al tramo curvo hacia el lado de la fisura, pierde completamente el contacto con la matriz y además, se lo considera recto. La longitud de la interfaz fibra-matriz que no resulta afectada por la rotura de la matriz y el cambio de dirección de la fibra, se designa con L_{fm} . La rotura de la matriz y la generación del tramo curvo, producen que el desplazamiento normal a la fisura δ sea mayor que el deslizamiento δ .

En la Figura 5.14a, se muestra el tramo curvo y las fuerzas que actúan en el mismo. P es la fuerza de arrancamiento, T_{φ} es la fuerza friccional aportada por la interfaz de la zona cóncava en el tramo curvo y tiene una excentricidad e_{φ} , R_{φ} es la fuerza radial al tramo curvo de fibra debida al cambio de dirección de P y M_{φ} es el momento flector.

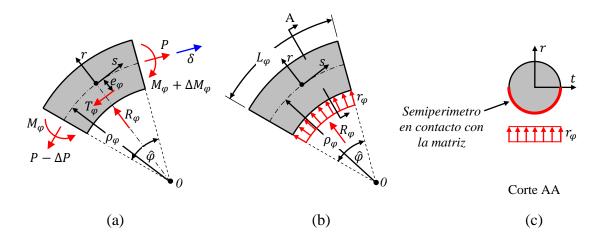


Figura 5.14: Tramo curvo generado por cambio de dirección en fibra inclinada. (a) Fuerzas que actúan. (b) Distribución de la fuerza radial R_{φ} . (c) Sección de la fibra y distribución de r_{φ} .

Planteando el equilibrio de fuerzas en el elemento curvo (Figura 5.14a), se tiene:

$$\sum F_s = 0 \Longrightarrow P\cos\left(\frac{\hat{\varphi}}{2}\right) - (P - \Delta P)\cos\left(\frac{\hat{\varphi}}{2}\right) - T_{\varphi} = 0 \Longrightarrow \Delta P = \frac{T_{\varphi}}{\cos(\hat{\varphi}/2)} \qquad \text{Ec. 5.81}$$

$$\sum F_r = 0 \Longrightarrow -P \operatorname{sen}\left(\frac{\hat{\varphi}}{2}\right) - (P - \Delta P) \operatorname{sen}\left(\frac{\hat{\varphi}}{2}\right) + R_{\varphi} = 0$$
 Ec. 5.82

$$R_{\varphi} = 2P \operatorname{sen}\left(\frac{\hat{\varphi}}{2}\right) - \Delta P \operatorname{sen}\left(\frac{\hat{\varphi}}{2}\right)$$
 Ec. 5.83

$$\sum M_0 = 0 \implies M_{\varphi} - \left(M_{\varphi} + \Delta M_{\varphi}\right) + \left(P - \Delta P\right)\rho_{\varphi} - P\rho_{\varphi} + T_{\varphi}\left(\rho_{\varphi} - e\right) = 0 \qquad \text{Ec. 5.84}$$

$$\Delta M_{\varphi} = -\Delta P \, \rho_{\varphi} + T_{\varphi} \left(\rho_{\varphi} - e \right)$$
 Ec. 5.85

Luego, considerando un modelo friccional en la zona cóncava del tramo curvo de fibra, se establece la siguiente relación entre T_{φ} y R_{φ} :

$$T_{\varphi} = R_{\varphi} f$$
 Ec. 5.86

donde f es el coeficiente de fricción.

Combinando las Ec. 5.81, Ec. 5.83 y Ec. 5.86 y, despejando R_{φ} , se obtiene la relación entre la fuerza radial R_{φ} y la fuerza de arrancamiento P:

$$R_{\varphi} = \frac{2\operatorname{sen}(\hat{\varphi}/2)}{1 + f\operatorname{tg}(\hat{\varphi}/2)}P$$
 Ec. 5.87

En la Figura 5.14b se muestra la fuerza radial R_{φ} , donde se asume que la misma se distribuye uniformemente en la superficie del tramo curvo. Es decir, que R_{φ} es la resultante de la fuerza de superficie r_{φ} que se estima como:

$$r_{\varphi} = \frac{R_{\varphi}}{L_{\varphi} \, \emptyset_f}$$
 Ec. 5.88

Para que se genere el tramo curvo de fibra en el punto de salida, es necesario que la matriz circundante se aplaste. Se considera entonces que la matriz, en contacto con la zona cóncava de la fibra en el punto de salida, alcanza su tensión última o tensión de rotura en compresión f_c . Entonces se puede plantear que $r_{\varphi} = f_c$ y a partir de la Ec. 5.88, estimar la longitud L_{φ} del tramo curvo:

$$L_{\varphi} = \frac{R_{\varphi}}{f_{c} \, \emptyset_{f}}$$
 Ec. 5.89

Este planteo para determinar la longitud del tramo curvo, Ec. 5.88 y Ec. 5.89, fue usado anteriormente por Soetens et al. (2013).

Luego con la longitud L_{φ} y a la amplitud angular $\hat{\varphi}$ del tramo, se puede estimar el radio de curvatura ρ_{φ} del mismo:

$$\rho_{\varphi} = \frac{L_{\varphi}}{\widehat{\varphi}}$$
 Ec. 5.90

En la Figura 5.15 se muestra la geometría propuesta del eje longitudinal de la fibra inclinada en la zona de la fisura, indicada con línea de eje color rojo. En base a esta geometría se plantea el ángulo de cambio de dirección de la fibra $\hat{\varphi}$ y, la relación entre el deslizamiento δ y la apertura de fisura δ .

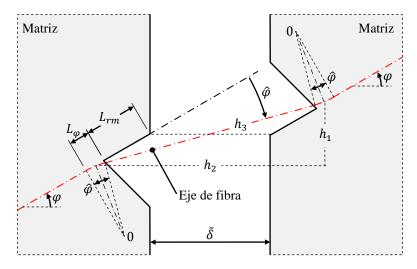


Figura 5.15: Geometría de fibra inclinada.

Los parámetros geométricos h_1 , h_2 y h_3 indicados en la Figura 5.15, son longitudes que definen un triangulo rectángulo. Se considera, en forma aproximada, que los extremos de la hipotenusa h_3 de dicho triángulo están ubicados en el centro de los tramos curvos de longitud L_{φ} . Planteando relaciones geométricas se obtiene:

$$h_1 = (\alpha - 1)(L_{\varphi} + 2L_{rm})\operatorname{sen}(\varphi)$$
 Ec. 5.91

$$h_3 = \alpha \left(\frac{L_{\varphi}}{2} + L_{rm}\right) + \delta$$
 Ec. 5.92

$$h_2 = \sqrt{{h_3}^2 - {h_1}^2}$$
 Ec. 5.93

El coeficiente α define la forma de arrancamiento de la fibra, donde $\alpha=1$ corresponde a ensayos de arrancamiento en los cuales la fibra esta embebida solo por un extremo en la matriz y además la dirección de arrancamiento es perpendicular al plano de la fisura y, $\alpha=2$ corresponde a ensayos de arrancamiento donde ambos extremos de la fibra están embebidos en la matriz, este caso es también el correspondiente al HRF.

Conociendo h_1 y h_3 , se estima el ángulo de cambio de dirección de la fibra $\hat{\varphi}$, de la siguiente manera:

$$\hat{\varphi} = \varphi - \arctan\left(\frac{h_1}{h_2}\right)$$
 Ec. 5.94

En apartados anteriores el desplazamiento δ , representaba el desplazamiento del extremo de la fibra, que está fuera de la matriz. En el planteo actual, el desplazamiento δ corresponde al desplazamiento que experimenta la sección de la fibra que estaba en correspondencia con el plano de la fisura cuando la apertura de fisura $\tilde{\delta}$ era 0. Este desplazamiento forma un ángulo $\varphi - \hat{\varphi}$, con la normal del plano de la fisura. De la geometría definida en la Figura 5.15 se establece la siguiente relación entre el deslizamiento δ y la apertura de fisura $\tilde{\delta}$:

$$\tilde{\delta} \approx h_2 - \alpha \left(\frac{L_{\varphi}}{2} + L_{rm}\right) cos(\varphi)$$
 Ec. 5.95

De esta manera se puede definir en forma aproximada la geometría del eje de fibra en la zona de la fisura y determinar las fuerzas generadas por en el cambio de dirección de la fibra. Se particulariza a continuación el modelo de deslizamiento de fibras definido por Ec. 5.65, para analizar fibras inclinadas.

5.5.3.2. Extensión del modelo de deslizamiento y plasticidad para fibras inclinadas.

El planteo consiste en separar el intervalo de integración de longitud L (longitud embebida de fibra) en la Ec. 5.65, en tres zonas características (ver Figura 5.13c): una zona de interfaz fibra matriz de longitud L_{fm} , una zona de tramo curvo de fibra por cambio de dirección con longitud L_{φ} y una zona libre, es decir sin interfaz fibra-matriz. Según el orden de las zonas mencionadas, los correspondientes intervalos de integración, resultan: $\begin{bmatrix} 0 & L_{fm} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} L_{fm} & L_{fm} + L_{\varphi} \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} L_{fm} + L_{\varphi} & L_{fm} \end{bmatrix}$.

En este proceso de arrancamiento, la fuerza de arrancamiento *P* se calcula entonces como:

$$P = \int_{0}^{L_{fm}} \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} N + \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} C + \frac{dC}{d\delta} \right) M + T_{fm} \left(1 - \int_{s}^{L} \frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} ds \right) \right) ds$$

$$+ \int_{L_{fm}}^{L_{fm}+L_{\phi}} \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} N + \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} C + \frac{dC}{d\delta} \right) M + T_{fm} \left(1 - \int_{s}^{L} \frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} ds \right) \right) ds$$

$$+ \int_{L_{fm}+L_{\phi}}^{L} \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} N + \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} C + \frac{dC}{d\delta} \right) M + T_{fm} \left(1 - \int_{s}^{L} \frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} ds \right) \right) ds$$
Ec. 5.96

La segunda integral definida en $[L_{fm}$, $L_{fm}+L_{\varphi}]$, se aplica sobre un tramo de fibra con curvatura uniforme, por lo tanto, $dC/d\delta=0$. Además, en la fuerza friccional T_{fm} , solo participa la fricción debida a la fuerza radial generada por el cambio de dirección de la fuerza axial. Se debe a que en esta zona se perdió parte de la interfaz y por lo tanto, no hay efecto misfit, ni transmisión del estado tensional de la matriz a la fibra y tampoco aporte de la fuerza residual de arrancamiento. Resulta finalmente $T_{fm}=T_{\varphi}/L_{\varphi}$.

La tercera y última integral definida en $[L_{fm} + L_{\varphi}, L]$, se aplica a un tramo de fibra que no tiene contacto con la matriz, con lo cual $T_{fm} = 0$. Por otro lado, se asumió que el tramo es recto, lo que implica que C = 0 y $dC/d\delta = 0$. Además, la fuerza axial N es uniforme en toda la longitud del intervalo de integración.

Introduciendo todas estas consideraciones, la Ec. 5.96 queda:

$$P = \int_{0}^{L_{fm}} \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} N + \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} C + \frac{dC}{d\delta} \right) M + T_{fm} \left(1 - \int_{s}^{L} \frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} ds \right) \right) ds$$

$$+ \int_{L_{fm}}^{L_{fm}+L_{\varphi}} \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} N + \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} C \right) M + \frac{T_{\varphi}}{L_{\varphi}} \left(1 - \int_{s}^{L} \frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} ds \right) \right) ds$$

$$+ N \int_{L_{fm}+L_{\varphi}}^{L} \frac{d\tilde{\varepsilon}_{s}}{d\delta} ds$$
Ec. 5.97

Como se considera la deformación axial $\tilde{\varepsilon}_s$ de la fibra, se analizan las deformaciones axiales elásticas $\tilde{\varepsilon}_{s_e}$ y las deformaciones axiales plásticas $\tilde{\varepsilon}_{s_p}$ del eje de la misma. Para esto es necesario conocer la distribución de las deformaciones sobre dicho eje. Considerando que las fibras tienen un comportamiento elasto-perfectamente plástico, las zonas de la fibra con interfaz, solo tendrán deformación axial elástica $\tilde{\varepsilon}_s = \tilde{\varepsilon}_{s_e}$. La distribución de la fuerza axial N a lo largo del eje de la fibra, tiene su valor máximo en el punto de salida y desde allí hacia el extremo de la fibra disminuye su valor hasta llegar a cero en el extremo mismo. El máximo valor que puede alcanzar la fuerza axial es N_p (fuerza plastica normal) por lo que en las secciones de la fibra dentro de la matriz $N < N_p$, por lo tanto, no se generan deformaciones axiales plásticas en la zona de la fibra con interfaz, $\tilde{\varepsilon}_{s_p} = 0$. Por otro lado, la zona de la fibra libre de interfaz, donde la fuerza axial N es uniforme en toda la longitud, puede ser $N \le N_p$, con lo cual se pueden generar deformaciones axiales plásticas $\tilde{\varepsilon}_{s_p} \ge 0$. Se analizan el comportamiento del modelo en dos estados de deformación de la fibra, el primero cuando solo se producen deformaciones elásticas en todo el eje de la fibra $\tilde{\varepsilon}_s = \tilde{\varepsilon}_{s_e}$ y el segundo, cuando la zona libre de la fibra experimenta deformaciones axiales elásticas y plásticas $\tilde{\varepsilon}_s = \tilde{\varepsilon}_{s_e} + \tilde{\varepsilon}_{s_p}$.

5.5.3.2.1. Eje longitudinal solo con deformación axial elástica

En cualquier punto del eje de la fibra la deformación axial $\tilde{\varepsilon}_s$, resulta:

$$\tilde{\varepsilon}_s = \tilde{\varepsilon}_{s_e} = \frac{N}{A_f E_f}$$
 Ec. 5.98

Considerando, la máxima deformación elástica que pueden experimentar las fibras de acero, que va desde 0,005 a 0,014, para fibras de resistencia normal (1000MPa) y de alta resistencia (3000MPa) respectivamente, la variación de longitud elástica que experimenta el eje de la fibra es pequeña y se reduce aun más hacia los extremos. Esto permite, en este caso, despreciar la deformación axial $\tilde{\varepsilon}_s$ y, por lo tanto, el cambio de deformación axial $d\tilde{\varepsilon}_s/d\delta$ también se puede despreciar:

$$\frac{d\tilde{\varepsilon}_s}{d\delta} = \frac{1}{A_f E_f} \frac{dN}{d\delta} \approx 0$$
 Ec. 5.99

Introduciendo Ec. 5.99 en la Ec. 5.97, se obtiene:

$$P = \int_0^{L_{fm}} \left(\frac{dC}{d\delta} M + T_{fm} \right) ds + T_{\varphi}$$
 Ec. 5.100

Además, T_{φ} se puede expresar en función de P, mediante las Ec. 5.86 y Ec. 5.87. Reemplazando Ec. 5.86 y Ec. 5.87 en Ec. 5.100, luego agrupando y despejando la fuerza P, se obtiene el modelo de deslizamiento de fibras inclinadas:

$$P = F_{fm}(f, \hat{\varphi}, \int_{0}^{L_{fm}} \left(\frac{dC}{d\delta}M + T_{fm}\right) ds$$
 Ec. 5.101

donde F_{fm} se llamará función de relación de inclinación, ya que relaciona el deslizamiento de la fibra alineada, con el deslizamiento de la fibra inclinada y se define como:

$$F_{fm}(f,\hat{\varphi},) = \left\{1 - \frac{2 f \operatorname{sen}(\hat{\varphi}/2)}{1 + f \operatorname{tg}(\hat{\varphi}/2)}\right\}^{-1}$$
 Ec. 5.102

Si se supone $\varphi=0$ y por lo tanto, $\hat{\varphi}=0$ en la Ec. 5.101, se obtiene el caso de fibras alineadas:

$$P = \int_0^{L_{fm}} \left(\frac{dC}{d\delta} M + T_{fm} \right) ds$$
 Ec. 5.103

En la Ec. 5.101, la integral es independiente de la inclinación φ , es decir, es el modelo de deslizamiento de fibras alineadas, pero con una longitud de interfaz reducida respecto a la longitud embebida original de la fibra. Por lo tanto, el modelo de deslizamiento de fibras inclinadas propuesto, tiene la forma de los modelos desarrollados y usados por otros autores (Li et al. (1991), Zhang y Li (2002), Lee et al. (2010)) (ver Ec. 3.12). A continuación se compara la función que relaciona la respuesta de la resistencia al deslizamiento de fibra alineada con la fibra inclinada F_{fm} obtenida en esta tesis, con la función exponencial de origen empírico usada por otras autores.

En principio se destacan tres posibles casos de arrancamiento definidos según la rotura de la matriz, los cuales se muestran en la Figura 5.16 como a, b y c. En la Figura 5.16 cuando la apertura de fisura $\tilde{\delta}$ es cero los puntos A y A' coinciden, el eje de la fibra se indica en línea de eje color rojo.

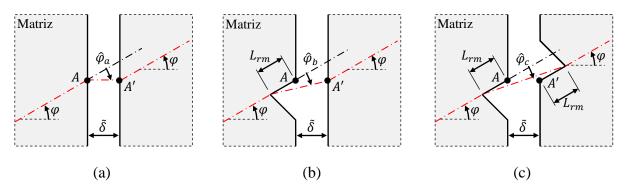


Figura 5.16: Posibles casos de arrancamiento, según la rotura de la matriz.

En el caso a, no se genera rotura de matriz y el desplazamiento de la fibra fuera de la matriz es perpendicular al plano de fisuración, es decir, el ángulo de cambio de inclinación es igual a la inclinación original de la fibra $\hat{\varphi}_a = \varphi$. En el caso b, la matriz se rompe a un solo lado del plano de fisuración y el ángulo de cambio de inclinación resulta $\hat{\varphi}_b < \hat{\varphi}_a$. Por último en el caso c, la matriz se rompe a ambos lados del plano de fisuración, resultando $\hat{\varphi}_c < \hat{\varphi}_b < \hat{\varphi}_a$.

Al particularizar la función de relación de inclinación de Ec. 3.12 $(e^{f\varphi})$ y Ec. 5.102, para el caso a, se obtienen las curvas de las Figura 5.18a y Figura 5.18b, donde cada figura corresponde a un coeficientes de fricción f de 0,2 y 0,8 respectivamente. En ordenadas se representa el valor de la función y en abscisas la inclinación original de la fibra φ , que en este caso es igual al cambio de inclinación $\hat{\varphi}$. Se observa que independientemente del valor del coeficiente de fricción f ambas funciones coinciden en un rango de inclinación de 0° a 45° y para inclinaciones mayores las curvas se apartan levemente, aumentando la separación a medida que f aumenta.

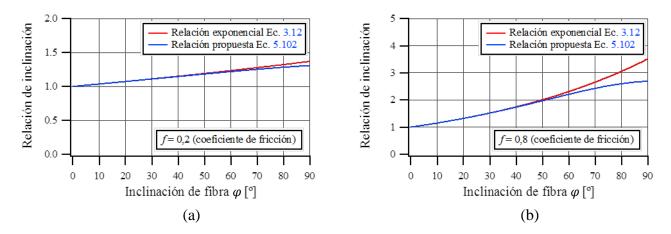


Figura 5.17: Comparación de funciones para relación de inclinación en caso a.

Por otro lado, al considerar los casos b y c de la Figura 5.16, particularizados para una inclinación de fibra $\varphi=45^\circ$, el cambio de inclinación $\hat{\varphi}$ varía en función de la apertura de fisura. Esta variación no es reproducida por la Ec. 3.12 $(e^{f\varphi})$, ya que solo está referida al ángulo de inclinación original de la fibra φ . La función propuesta Ec. 5.102, si contempla la dependencia del cambio de ángulo de inclinación respecto de la apertura de fisura. En la Figura 5.18 se comparan las funciones de relación de inclinación, donde en la Figura 5.18c y Figura 5.18d se considero coeficientes de fricción f de 0,2 y 0,8 respectivamente.

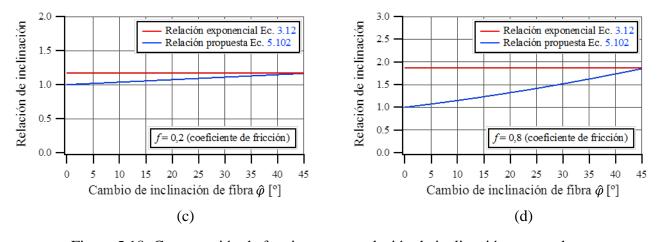


Figura 5.18: Comparación de funciones para relación de inclinación en caso b y c.

Como el cambio de inclinación $\hat{\varphi}$ nunca alcanza la amplitud del ángulo de inclinación original de la fibra φ , los valores de relación obtenidos por Ec. 3.12 resultan sobrevaluados al inicio de la apertura de fisuras. Es decir, para una fibra con inclinación $\varphi=45^\circ$ sometida a una apertura de fisura que genera por ejemplo, un cambio de inclinación $\hat{\varphi}=20^\circ$, y considerando un coeficiente de fricción f de 0,2 a 0,8, la resistencia al deslizamiento es sobrevaluada en un 8% a 40% respectivamente.

En el HRF, los casos b y c son los más esperados, ya que la matriz posee baja resistencia a tracción y se rompe por el efecto de la fibra inclinada, con lo cual $\hat{\varphi} < \varphi$ y en consecuencia la función de relación de inclinación propuesta es más adecuada para modelar el deslizamiento de las fibras inclinadas, ya que contempla la dependencia del cambio de inclinación $\hat{\varphi}$ en función de la apertura de fisuras.

En base a lo observado, se propone también una forma simplificada para la función de relación de inclinación, válida para inclinaciones inferiores a 45°, modificando la Ec. 3.12 para que considere la variación del cambio de ángulo de inclinación en función de la apertura de fisuras, de la siguiente manera:

$$F_{fm}(f,\hat{\varphi},) \approx e^{f\hat{\varphi}} \quad \text{con } 0 \le \hat{\varphi} \le 45^{\circ}$$
 Ec. 5.104

donde el ángulo $\hat{\varphi}$ es el cambio de inclinación, estimado según la Ec. 5.94.

5.5.3.2.2. Eje longitudinal con deformación axial plástica

Teniendo en cuenta el comportamiento elasto-perfectamente plástico de la fibra, la existencia de deformaciones plásticas, implica que la carga en la fibra no puede aumentar más de la normal plástica N_p y entonces no se pueden vencer las fuerzas de la interfaz que resisten al deslizamiento y por lo tanto no hay deslizamientos adicionales en la interfaz. Al no producirse deslizamiento en la interfaz, el cambio de deformación axial es nulo:

$$\frac{d\tilde{\varepsilon}_s}{d\delta} = 0$$
 Ec. 5.105

Además, al igual que en el caso anterior, se pueden despreciar las deformaciones axiales elásticas $\tilde{\varepsilon}_{s_e} \approx 0$, con lo cual las deformaciones totales axiales $\tilde{\varepsilon}_{s}$ en la zona libre de interfaz son próxima a las deformaciones axiales plásticas $\tilde{\varepsilon}_{s_p}$ y se pueden calcular como:

$$\tilde{\varepsilon}_{s} \approx \tilde{\varepsilon}_{sp} = \frac{\delta - \delta_{p}}{L_{lp}}$$
 Ec. 5.106

donde δ es el desplazamiento actual, δ_p es el desplazamiento a partir del cual inicio el comportamiento plástico y L_{lp} es la longitud de la zona de fibra libre de interfaz, correspondiente al desplazamiento δ_p . La longitud libre de interfaz L_l se define como:

$$L_l = L - L_{fm} - L_{\varphi}$$
 Ec. 5.107

es decir, L_l es igual a la longitud embebida inicial L, menos la longitud actual de la zona de fibra con interfaz ($L_{fm} + L_{\varphi}$), donde L_{fm} corresponde a la interfaz no afectada por la rotura de la matriz en el punto de salida de la fibra y, L_{φ} corresponde a la zona de interfaz afectada, la cual se determina mediante Ec. 5.89.

El cambio de deformación axial $d\tilde{\varepsilon}_s/d\delta$ a partir de Ec. 5.106, resultara:

$$\frac{d\tilde{\varepsilon}_s}{d\delta} = \frac{1}{L_{l_p}}$$
 Ec. 5.108

Si en la Ec. 5.106 se contemplara la deformación axial elástica $\tilde{\varepsilon}_{s_e}$, la Ec. 5.108 no cambia, ya que en este caso, $\tilde{\varepsilon}_{s_e}$ no depende de δ .

Introduciendo Ec. 5.105 y Ec. 5.108 en la Ec. 5.97, donde además $dC/d\delta = 0$ por que no hay deslizamiento en la interfaz. Las integrales internas de los dos primeros términos son igual a 1,

con lo cual ambos términos son nulos. Además, también la integral del tercer término es igual a 1 y $N = N_p$, resultando finalmente:

$$P = N_p$$
 Ec. 5.109

5.5.4. Modelo de Rotura de Matriz

Cuando la fibra o un tramo de la misma está inclinado respecto a la normal al plano de la fisura, se puede producir la rotura de la matriz. La rotura se genera en el punto de salida de la fibra y se debe al empuje que ejerce la fibra sobre la matriz.

Experimentalmente se observa que la superficie de rotura es similar a una superficie cónica (ver apartado 4.3.8). Se propone evaluar la rotura de la matriz considerando una superficie cónica compuesta, como se muestra en la Figura 5.19a. La superficie compuesta está formada por una directriz elíptica y una directriz circunferencial y, el eje longitudinal de la fibra coincide con la generatriz de la zona elíptica. Sobre esta generatriz se define la longitud de interfaz perdida en la rotura L_{rm} . La amplitud angular de la zona cónica con directriz circunferencial se fijo en 45° (ver Figura 5.19b), que es lo obtenido experimentalmente en los casos de punzonado. Con esta configuración geométrica se puede ajustar la forma de la superficie para las distintas inclinaciones que pueden tener las fibras. La superficie propuesta, está en función de la orientación de la fibra φ y la longitud de interfaz perdida en la rotura L_{rm} . Para determinar L_{rm} es necesario analizar las fuerzas que actúan en la porción de matriz a romperse, obteniendo una relación entre la fuerza de arrancamiento P y la longitud de interfaz perdida en la rotura.

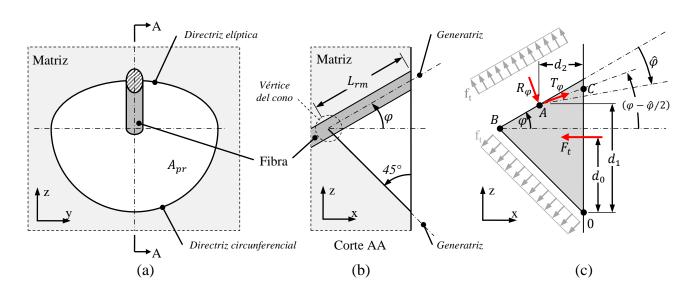


Figura 5.19: Superficie de rotura adoptada. (a) Vista frontal. (b) Corte AA. (c) Fuerzas que actúan en la porción de matriz a romperse

En la Figura 5.19c se indican las fuerzas que actúan en la porción de matriz a romperse. Las fuerzas T_{φ} y R_{φ} se definieron en el apartado anterior, ver Ec. 5.86 y Ec. 5.87. Se las ubica en el punto A, equidistante de los puntos B y C. La dirección de T_{φ} forma un ángulo de $(\varphi - \hat{\varphi}/2)$

respecto a la horizontal y R_{φ} es perpendicular a T_{φ} . Las distancias d_1 y d_2 , definen la posición del punto A respecto del punto 0.

La fuerza horizontal F_t es la resultante de las tensiones de tracción f_t que actúan en la superficie donde se genera la rotura de matriz. Se considera que f_t son normales a la superficie de rotura y están uniformemente distribuidas en la misma, entonces F_t se calcula como:

$$F_t = f_t A_{pr}$$
 Ec. 5.110

donde A_{pr} es el área de la proyección de la superficie cónica sobre el plano de fisuración. La ubicación de F_t es d_0 , que es la distancia desde el punto 0 hasta el baricentro del área A_{pr} .

Consideraciones geométricas

El área proyectada de la superficie de rotura sobre el plano de fisura, es:

$$A_{pr} = \frac{\pi}{2} L_{rm}^2 \cos(\varphi) (\cos(\varphi) + \sin(\varphi))$$
 Ec. 5.111

Las distancias d_0 , d_1 y d_2 se calculan como:

$$d_0 = L_{rm} \left(1 + \frac{4}{3\pi} (sen(\varphi) - cos(\varphi)) \right)$$
 Ec. 5.112

$$d_1 = L_{rm} \left(1 + \frac{1}{\gamma} sen(\varphi) \right) cos(\varphi)$$
 Ec. 5.113

$$d_2 = L_{rm} \left(1 - \frac{1}{\gamma} cos(\varphi) \right) cos(\varphi)$$
 Ec. 5.114

donde

$$y = 2\cos(\varphi - \hat{\varphi}/2)\cos(\hat{\varphi}/2)$$
 Ec. 5.115

* Análisis de equilibrio

El equilibrio se plantea entre las fuerzas ejercidas por la fibra T_{φ} y R_{φ} que empujan la matriz hacia fuera y la resultante de tensiones de tracción F_t que se opone a la acción de las primeras. Se plantea equilibrio de momentos respecto del punto 0 y se obtiene:

$$\sum_{t} M_0 = 0 \Rightarrow F_t d_0 - (T_{\varphi x} + R_{\varphi x}) d_1 - (T_{\varphi y} - R_{\varphi y}) d_2 = 0$$
 Ec. 5.116

donde $R_{\varphi x}$, $R_{\varphi y}$, $T_{\varphi x}$ y $T_{\varphi y}$ son las componentes en x e y de las fuerzas R_{φ} y T_{φ} respectivamente.

Remplazando Ec. 5.87 y las relaciones geométricas de Ec. 5.111 a Ec. 5.115 en Ec. 5.116, y ordenando, se obtiene la fuerza de arrancamiento de fibra P que genera la rotura de matriz en una longitud L_{rm} :

$$P = f_t L_{rm}^2 F_{rm}(f, \varphi, \hat{\varphi})$$
 con $F_{rm}(f, \varphi, \hat{\varphi}) > 0$
 $Ec. 5.117$
 $L_{rm} = 0$ para $F_{rm}(f, \varphi, \hat{\varphi}) \le 0$

donde

$$F_{rm}(f, \varphi, \hat{\varphi}) = F_1 F_2 F_3$$
 Ec. 5.118

 F_1 , F_2 y F_3 son funciones que dependen del coeficiente de fricción f, del ángulo de inclinación de la fibra φ y del cambio de dirección de la fibra en la zona de la fisura $\hat{\varphi}$. La función F_1 se obtiene ordenando los términos correspondientes a R_{φ} y T_{φ} donde se saca como factor común el producto R_{φ} L_{rm} . F_2 resulta del producto A_{pr} por d_0 . F_3 es la relación entre R_{φ} y P definida anteriormente por Ec. 5.87. Si F_1

$$F_{1} = \left\{ (f-1)C_{\varphi-\widehat{\varphi}/2} + (f+1)S_{\varphi-\widehat{\varphi}/2} + \frac{1}{2C_{\widehat{\varphi}/2}} \left(fS_{\varphi} + C_{\varphi} + \frac{S_{\varphi-\widehat{\varphi}/2}}{C_{\varphi-\widehat{\varphi}/2}} \left(S_{\varphi} - fC_{\varphi} \right) \right) \right\}^{-1} \quad \text{Ec. 5.119}$$

$$F_2 = (C_{\varphi} + S_{\varphi}) \left(\frac{\pi}{2} + \frac{2}{3} (S_{\varphi} - C_{\varphi}) \right)$$
 Ec. 5.120

$$F_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{S_{\widehat{\omega}/2}} + f \frac{1}{C_{\widehat{\omega}/2}} \right)$$
 Ec. 5.121

donde

$$C_{\varphi} = \cos(\varphi), \qquad S_{\varphi} = sen(\varphi), \qquad C_{\widehat{\varphi}/2} = \cos\left(\frac{\widehat{\varphi}}{2}\right), \qquad S_{\widehat{\varphi}/2} = sen\left(\frac{\widehat{\varphi}}{2}\right)$$

$$C_{\varphi - \widehat{\varphi}/2} = \cos\left(\varphi - \frac{\widehat{\varphi}}{2}\right), \qquad S_{\varphi - \widehat{\varphi}/2} = sen\left(\varphi - \frac{\widehat{\varphi}}{2}\right)$$
Ec. 5.122

El modelo de rotura de matriz obtenido (Ec. 5.117), permite evaluar este fenómeno en base a parámetros materiales bien conocidos, que son la resistencia a tracción de la matriz f_t y el coeficiente de fricción f.

Si $F_{rm}(f, \varphi, \hat{\varphi}) \leq 0$ no se produce la rotura de matriz. Se debe a que $F_1 \leq 0$, decir el momento generado por la fuerza R_{φ} actúa a favor del equilibrio de la porción de matriz.

5.5.5. Modelo con Rotura de Fibra

Para poder estudiar el deslizamiento de la fibra, es necesario evaluar el estado tensiones y deformaciones de la misma, definiendo si la fibra es capaz de soportar los esfuerzos generados en el proceso de arrancamiento. En el planteo se considera como aproximación que las fibras tienen un comportamiento elasto-perfectamente plástico como el ilustrado en la Figura 5.20, donde f_y es la tensión de fluencia de la fibra y E_f el modulo de elasticidad

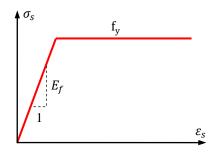


Figura 5.20: Relación constitutiva de la fibra

El planteo es realizado para fibras de sección circular. La distribución de deformaciones y tensiones en la sección, se indican en la Figura 5.21. Se muestra que la distribución de deformaciones es lineal, lo cual surge de considerar que las secciones se mantienen planas después de un cambio de curvatura en el eje de la fibra y se define según Ec. 5.47. La distribución de deformaciones se determina en base a la deformación axial $\tilde{\varepsilon}_s$, a la curvatura C y al cambio de curvatura ΔC , que experimenta el tramo de fibra. Las distribución de tensiones deriva del la distribución de deformaciones teniendo en cuenta la relación constitutiva.

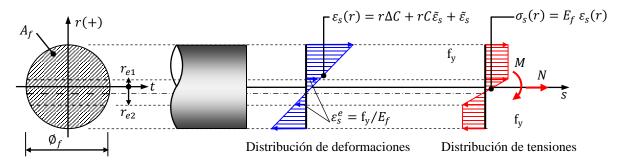


Figura 5.21: Distribución de tensiones y deformaciones para el planteo de los diagramas de interacción momento-normal y estimación del trabajo plástico.

En Figura 5.21, \emptyset_f y A_f son el diámetro y el área de la sección transversal de la fibra, respectivamente. r y t son los ejes coordenados donde se defina la geometría de la sección de fibra. Las coordenadas r_{e1} y r_{e2} , limitan la zona de la sección con comportamiento elástico. f_y y E_f , tensión de fluencia y modulo de elasticidad de la fibra respectivamente. ε_s^e es la máxima deformación elástica.

* Esfuerzos de sección

El análisis consiste en determinar los esfuerzos de sección, normal N y momento M, en base al estado de deformación de la sección. Para la correcta evaluación de los esfuerzo, se considera la deformación elástica $\tilde{\varepsilon}_s$ en la zona de la fibra con interfaz.

$$N = \int_{A_f} \sigma_s \, dA$$
 Ec. 5.123

y

$$M = \int_{A_f} r \,\sigma_s \,dA$$
 Ec. 5.124

Introduciendo en las Ec. 5.123 y Ec. 5.124, la relación constitutiva considerada (Figura 5.20) y la distribución de deformaciones y tensiones en la sección (Figura 5.21), resulta:

$$N = \int_{r_{e1}}^{\phi_f/2} 2 \, f_y \sqrt{(\phi_f/2)^2 - r^2} \, dr$$

$$+ \int_{r_{e2}}^{r_{e1}} 2(r \, \Delta C + r \, C \, \tilde{\varepsilon}_s + \tilde{\varepsilon}_s) E_f \sqrt{(\phi_f/2)^2 - r^2} \, dr$$

$$- \int_{-\phi_f/2}^{r_{e2}} 2 \, f_y \sqrt{(\phi_f/2)^2 - r^2} \, dr$$
Ec. 5.125

y

$$M = \int_{r_{e1}}^{\phi_f/2} r \, f_y \, 2 \, \sqrt{(\phi_f/2)^2 - r^2} \, dr$$

$$+ \int_{r_{e2}}^{r_{e1}} 2 \, r(r \, \Delta C + r \, C \, \tilde{\varepsilon}_s + \tilde{\varepsilon}_s) E_f \, \sqrt{(\phi_f/2)^2 - r^2} \, dr$$

$$- \int_{-\phi_f/2}^{r_{e2}} 2 \, r \, f_y \, \sqrt{(\phi_f/2)^2 - r_{e2}^2} \, dr$$
Ec. 5.126

Resolviendo las Ec. 5.125 y Ec. 5.126, se obtiene:

$$N = f_{y} \left(\frac{\emptyset_{f}}{2}\right)^{2} \left\{-\alpha - \beta - A\sqrt{1 - A^{2}} - B\sqrt{1 - B^{2}}\right\}$$

$$+ E_{f} \left(C \tilde{\varepsilon}_{s} + \Delta C\right) \frac{2}{3} \left(\frac{\emptyset_{f}}{2}\right)^{3} \left\{-\left(\sqrt{1 - A^{2}}\right)^{3} + \left(\sqrt{1 - B^{2}}\right)^{3}\right\}$$

$$+ \tilde{\varepsilon}_{s} E_{f} \left(\frac{\emptyset_{f}}{2}\right)^{2} \left\{\alpha + A\sqrt{1 - A^{2}} - \beta - B\sqrt{1 - B^{2}}\right\}$$
Ec. 5.127

y

$$M = f_{y} \frac{2}{3} \left(\frac{\emptyset_{f}}{2} \right)^{3} \left\{ \left(\sqrt{1 - A^{2}} \right)^{3} + \left(\sqrt{1 - B^{2}} \right)^{3} \right\}$$

$$+ E_{f} \left(C \tilde{\varepsilon}_{s} + \Delta C \right) \frac{1}{4} \left(\frac{\emptyset_{f}}{2} \right)^{4} \left\{ \alpha + A\sqrt{1 - A^{2}} - 2 A \left(\sqrt{1 - A^{2}} \right)^{3} \right\}$$

$$+ E_{f} \left(C \tilde{\varepsilon}_{s} + \Delta C \right) \frac{1}{4} \left(\frac{\emptyset_{f}}{2} \right)^{4} \left\{ -\beta - B\sqrt{1 - B^{2}} + 2 B \left(\sqrt{1 - B^{2}} \right)^{3} \right\}$$

$$- \tilde{\varepsilon}_{s} E_{f} \frac{2}{3} \left(\frac{\emptyset_{f}}{2} \right)^{3} \left\{ \left(\sqrt{1 - A^{2}} \right)^{3} - \left(\sqrt{1 - B^{2}} \right)^{3} \right\}$$
Ec. 5.128

donde

$$\begin{split} r_{e1} &= \frac{1}{\Delta C + C\tilde{\varepsilon}_{S}} \big(f_{y} / E - \tilde{\varepsilon}_{S} \big), r_{e2} = \frac{1}{\Delta C + C\tilde{\varepsilon}_{S}} \big(- f_{y} / E - \tilde{\varepsilon}_{S} \big) \\ \{ r_{e1}, r_{e2} \} &\in \left[-\frac{\emptyset_{f}}{2}, \frac{\emptyset_{f}}{2} \right] \\ A &= \frac{2}{\emptyset_{f}} r_{e1}, \quad B = \frac{2}{\emptyset_{f}} r_{e2}, \quad \alpha = arcsen(A), \quad \beta = arcsen(B) \quad \text{Ec. 5.129} \end{split}$$

* Rotura de fibra

Para evaluar la rotura de la fibra, teniendo en cuenta el estado de deformación, tensión y la forma de la sección, se propone usar el *Trabajo Plástico* generado en la sección de fibra en estudio W_f^p . El criterio de rotura se escribe como:

donde \widetilde{W}_f^p es el trabajo plástico límite que se alcanza en un ensayo uniaxial y se debe verificar que $W_f^p - \widetilde{W}_f^p \le 0$. El trabajo plástico generado en toda la sección es:

$$W_f^p = \int_{A_f} w_f^p dA = \int_{A_f} \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p dA$$
 Ec. 5.131

donde A_f es el área de la sección transversal de la fibra, w_f^p es el trabajo plástico por unidad de área. Al considerar la fibra con comportamiento elasto-perfectamente plástico, la integral w_f^p (Ec. 5.131) de las tensiones σ_{ij} en las deformaciones plásticas ε_{ij}^p , es equivalente a:

$$w_f^p = \sigma_s(r, t)\varepsilon_s^p(r, t)$$
 Ec. 5.132

donde $\sigma_s(r,t)$ y $\varepsilon_s^p(r,t)$ son la tensión y deformación plástica en la coordenada (r,t) de la sección transversal de la fibra. Como la deformación de la fibra se produce en el plano s-r, σ_s y ε_s^p no varían respecto a la coordenada t, es decir, su distribución es uniforme en la dirección t.

Según la Ec. 5.131, la relación constitutiva considerada y la distribución de deformaciones y tensiones en la sección Figura 5.21, el trabajo plástico resulta:

$$W_f^p = \int_{r_{e1}}^{\phi_f/2} 2(r \, \Delta C + r \, C \, \tilde{\varepsilon}_s + \tilde{\varepsilon}_s - f_y/E_f) \, f_y \, \sqrt{(\phi_f/2)^2 - r^2} \, dr$$

$$+ \int_{-\phi_f/2}^{r_{e2}} 2(r \, \Delta C + r \, C \, \tilde{\varepsilon}_s + \tilde{\varepsilon}_s - (-f_y)/E_f) (-f_y) \, \sqrt{(\phi_f/2)^2 - r^2} \, dr \qquad \text{Ec. 5.133}$$

Resolviendo la Ec. 5.133, se obtiene:

$$W_f^p = (\Delta C + r C \tilde{\varepsilon}_s) f_y \frac{2}{3} \left(\frac{\phi_f}{2}\right)^3 \left\{ \left(\sqrt{1 - A^2}\right)^3 + \left(\sqrt{1 - B^2}\right)^3 \right\}$$

$$+ \tilde{\varepsilon}_s f_y \left(\frac{\phi_f}{2}\right)^2 \left(\pi - \alpha + \beta - A\sqrt{1 - A^2} + B\sqrt{1 - B^2}\right)$$

$$- f_y / E f_y \left(\frac{\phi_f}{2}\right)^2 \left(-\alpha - \beta - A\sqrt{1 - A^2} - B\sqrt{1 - B^2}\right)$$
Ec. 5.134

donde

$$r_{e1} = \frac{1}{\Delta C + C\tilde{\varepsilon}_s} (f_y/E - \tilde{\varepsilon}_s), r_{e2} = \frac{1}{\Delta C + C\tilde{\varepsilon}_s} (-f_y/E - \tilde{\varepsilon}_s)$$

$$\{r_{e1}, r_{e2}\} \in \left[-\frac{\emptyset_f}{2}, \frac{\emptyset_f}{2}\right]$$

$$A = \frac{2}{\emptyset_f} r_{e1}, \qquad B = \frac{2}{\emptyset_f} r_{e2}, \qquad \alpha = arcsen(A), \qquad \beta = arcsen(B)$$
 Ec. 5.135

El trabajo plástico límite de la sección de fibra \widetilde{W}_f^p se calcula como:

$$\widetilde{W}_f^p = f_v A_f \varepsilon_{rot}$$
 Ec. 5.136

donde ε_{rot} es la deformación localizada que genera la rotura en el ensayo de tracción uniaxial, f_y es la tensión de fluencia de la fibra y A_f es el área de la sección transversal de la fibra.

El valor de ε_{rot} debe determinarse experimentalmente y es una propiedad del material de la fibra. Las especificaciones mecánicas de las fibras de acero de resistencia normal y alta resistencia indican que alcanzan una deformación en rotura, superior a 4% en ensayos uniaxiales de tracción (Maccaferri - America Latina (2008)), En base a resultados experimentales y numéricos, en esta tesis se estimó para fibras de resistencia normal (1100MPa) una deformación en rotura del 25%, $\varepsilon_{rot} = 0,25$. Este valor permite reproducir razonablemente el comportamiento plástico de la fibra y la rotura total de la misma. Además, en algunos casos se puede reproducir la rotura parcial de la fibra, en fibras con ganchos en los extremos, se genera la rotura en la zona del gancho, ver Figura 4.40, Figura 4.41, Figura 4.44 y Figura 4.48.

5.6. Consideración para fibras eficaces y, distribución en orientación y posición de fibras

Las fibras eficaces, la distribución en orientación y la distribución en posición o distribución de longitud embebida de fibra, son parámetros importantes en la modelación del HRF y definen el comportamiento del mismo. A continuación se describen las consideraciones tomadas en esta tesis para estimar cada uno de los parámetros mencionados.

5.6.1. Estimación de fibras eficaces

Las fibras eficaces son la parte del volumen de fibras del compuesto que realmente trabajan en la transferencia de fuerzas a través de las fisuras. Actualmente no se cuenta con modelos que permitan determinar la fracción volumétrica de fibras eficaces, pero existe una gran cantidad de resultados experimentales (Barragán (2002), Torrijos (2008)) que permiten realizar estimaciones de su valor.

En los resultados obtenidos por Barragán (2002) (ver Barragán (2002) realizó ensayos de tracción directa y flexión de hormigón reforzado con fibras y posteriormente el conteo de las fibras en el plano de fractura. Además distinguió las fibras eficaces, que son las que posen gancho enderezado. En Tabla 2.6 se muestran los resultados promedios de conteos de fibras totales y eficaces para los diferentes ensayos realizados. Además Barragán (2002) encontró que existe dependencia lineal entre la tensión post pico de los ensayos realizados y las fibras eficaces que unen la fisura. Observó también gran dispersión en la cantidad de fibras eficaces.

Tabla 2.6) las fibras eficaces están en el orden del 56% y 73% de las totales en especímenes ensayados a tracción directa y flexión de vigas entalladas respectivamente. La diferencia se debe a la orientación de las fibras condicionada por el efecto pared. Los especímenes de tracción, son cortados del interior de una masa de HRF, donde la orientación de las fibras no está condicionada por el efecto pared. Por otro lado, las vigas entalladas son moldeadas y, por lo tanto, hay efecto pared que condiciona la orientación de las fibras, aumentando el número de fibras eficaces. Las fibras utilizadas tenían una longitud de 60mm, empleo una fracción volumétrica de 0,5%, el hormigón tenía una resistencia a compresión aproximada de 40MPa y tamaño máximo de agregado de 12mm.

Torrijos (2008) obtuvo resultados similares (ver Tabla 2.7) de fibras eficaces en ensayos de flexión con vigas entalladas (73%), usando fibras con longitud de 60mm, una fracción volumétrica de 0,5%, hormigón con resistencia a compresión aproximada de 50MPa y tamaño máximo de agregado de 18mm. También trabajó con otros dos grupos de vigas, donde utilizó fibras de 30mm de longitud con dosificaciones en fracción volumétrica de 0,5% y 1,0%, obteniendo porcentajes de fibras eficaces de 50% y 41%. En estos resultados se manifiesta la influencia de la relación entre la longitud de la fibra y el tamaño máximo del agregado. Se se observa que, a igual tamaño máximo de agregado, las fibras más largas tienen un porcentaje de fibras eficaces mayor.

En ensayos de flexión de vigas entalladas realizados en el marco de esta tesis (ver Tabla 4.8), se obtienen resultados similares a los de Barragán (2002) y Torrijos (2008), donde el porcentaje de fibras eficaces resulta del 73%. Las fibras usadas tienen una longitud de 50mm, se emplea una fracción volumétrica de 0,5%, un hormigón con resistencia a compresión de 50MPa y tamaño máximo de agregado de 12mm.

En virtud de lo comentado, se puede concluir que el porcentaje de fibras eficaces depende principalmente de la orientación de las fibras condicionada por el efecto pared y de la relación *longitud de fibra/tamaño máximo de agregado*.

En esta tesis se propone una evaluación simplificada de la proporción de fibras eficaces R_{fe} , aplicable a un intervalo de relaciones *longitud de fibra/tamaño máximo de agregado* de 3 a 6. El límite inferior del intervalo se propone en base a los resultados de Torrijos (2008) que usó fibras de 60mm de longitud y tamaño máximo de agregado de 18mm y, el límite superior del intervalo según los resultados obtenidos en el marco de esta tesis, donde se usa fibras de 50mm de longitud y tamaño máximo de agregado de 9mm. Siguiendo un razonamiento similar al usado por Dupont y Vandewalle (2005) y Laranjeira et al. (2012) en la estimación del coeficiente de orientación, se

propone evaluar la proporción de fibras eficaces R_{fe} en base a dos zonas características en la sección de un elemento estructural, una zona Z_1 sin influencia del efecto pared y otra zona Z_2 con influencia del efecto pared (ver Figura 5.22). La zona Z_2 tiene un espesor igual a la mitad de la longitud de la fibra usada $L_f/2$ y es considerada únicamente en las regiones de la superficie del elemento estructural que presentan efecto pared.

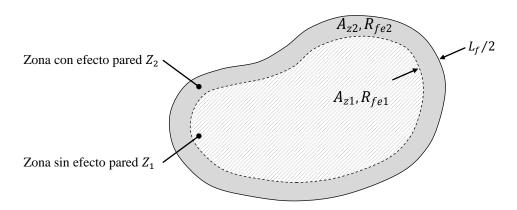


Figura 5.22: Sección genérica de elemento estructural. Proporción de fibras eficaces.

A cada zona se le asigna una proporción representativa de fibras eficaces (R_{fe1} y R_{fe2} , para las zonas Z_1 y Z_2 respectivamente) y luego a través de una ponderación mediante las áreas de las zonas se obtienen la proporción de fibras eficaces R_{fe} de la sección:

$$R_{fe} = \frac{A_{z1}R_{fe1} + A_{z2}R_{fe2}}{A_{z1} + A_{z2}}$$
 Ec. 5.137

donde A_{z1} y A_{z2} son las áreas de las zonas Z_1 y Z_2 respectivamente. Los valores de R_{fe1} y R_{fe2} se proponen en esta tesis en base a los resultados obtenidos por Barragán (2002), adoptando R_{fe1} = 0,60 y R_{fe2} = 0,80, según conteo de fibras en especímenes sin y con influencia de efecto pared (ver Barragán (2002) realizó ensayos de tracción directa y flexión de hormigón reforzado con fibras y posteriormente el conteo de las fibras en el plano de fractura. Además distinguió las fibras eficaces, que son las que posen gancho enderezado. En Tabla 2.6 se muestran los resultados promedios de conteos de fibras totales y eficaces para los diferentes ensayos realizados. Además Barragán (2002) encontró que existe dependencia lineal entre la tensión post pico de los ensayos realizados y las fibras eficaces que unen la fisura. Observó también gran dispersión en la cantidad de fibras eficaces. Tabla 2.6).

5.6.2. Distribución en orientación

En esta tesis, se considera al HRF como un compuesto formado por una matriz de hormigón con fibras en distintas direcciones. La distribución en orientación de la las fibras se modela en forma discreta dentro del meso-modelo. Cada componente fibra r del compuesto, tiene una dirección axial definida por $(a_{ij})_r$, donde $(a_{ij})_r$ es un tensor de segundo orden, formado por los cosenos directores que definen la orientación de la fibra en el espacio de coordenadas globales, mediante los ángulos de Euler (ver ANEXO CAPÍTULO 5, apartado A5.3). Es posible definir

múltiples direcciones incrementando el número *N* de componentes fibra y asignando a cada una la dirección deseada.

En cada componente fibra r, además de la dirección $(a_{ij})_r$, se debe establecer la fracción volumétrica de fibras eficaces $(k_{fe})_r$ que trabaja en dicha dirección:

$$(k_{fe})_r = (R_{fe})_r (k_f)_r$$
 Ec. 5.138

donde $(R_{fe})_r$ es la proporción de fibras eficaces en la sección del elemento estructural normal a la dirección $(a_{ij})_r$ y $(k_f)_r$ es la fracción volumétrica total de la componente fibra. Esta última se puede estimar mediante métodos probabilísticos como los descriptos en el apartado 3.6.1 (Li et al. (1991), Dupont y Vandewalle (2005), Laranjeira et al. (2012)). Otra alternativa para estimar $(k_f)_r$ consiste en proponer su valor en base a resultados experimentales de otros autores (Barragán (2002), Gettu et al. (2005), Torrijos et al. (2008), Lataste et al. (2008), Kang y Kim (2012a)) en los cuales se puede relacionar los resultados que obtuvieron en conteo de fibras según diferentes planos, con el método de llenado de los moldes y el sentido de escurrimiento del HRF en estado fresco.

La participación de los parámetros de dirección $(a_{ij})_r$ y fracción volumétrica $(k_{fe})_r$ en el modelo de HRF, se evidencia en la definición de la tensión σ_{ij} del compuesto en coordenadas globales, derivada de la teoría de mezclas (Ec. 5.3), la cual se puede escribir de la siguiente forma:

$$\sigma_{ij} = k_m (\sigma_{ij})_m + \sum_{r=1}^N (k_{fe})_r (a_{im})_r^{-1} (a_{jn})_r^{-1} (\hat{\sigma}_{mn})_r$$
 Ec. 5.139

donde k_m es la fracción volumétrica de matriz, $(\sigma_{ij})_m$ es el tensor de tensiones de la matriz en coordenadas globales, $(\hat{\sigma}_{mn})_r$ es el tensor de tensiones de la componente fibra r en el sistema de coordenadas locales de dicha componente, definido en la Ec. 5.20 y, $(a_{im})_r^{-1}$ y $(a_{jn})_r^{-1}$ son los tensores inversos de $(a_{im})_r$ y $(a_{jn})_r$ respectivamente que realizan la rotación de coordenadas locales a globales. En la Ec. 5.139 se omitió el término correspondiente a las fibras no eficaces, ya que por definición de las mismas las tensiones son nulas y por lo tanto el término resulta nulo.

5.6.3. Distribución en posición

Las fibras que atraviesan una fisura pueden tener diferentes longitudes embebidas L, a causa de la distribución aleatoria de su ubicación en el compuesto de HRF y también por tratarse de fibras cortas. Esta longitud L puede variar desde 0, hasta la mitad de la longitud de la fibra $L_f/2$ ($0 \le L \le L_f/2$). Asumiendo una distribución uniforme de la posición de la fibra respecto de la fisura o longitud embebida L (Li et al. (1991)), se tiene que el valor promedio de L es igual a la cuarta parte de la longitud de la fibra $L_f/4$. La longitud embebida L, la proporción de fibras eficaces R_{fe} y la orientación de fibras no son parámetros independientes y, considerar su efecto combinado reduce el intervalo de posibles valores de L debido al aumento del límite inferior del mismo ($0 < L \le L_f/2$), lo cual conduce a un valor promedio de longitud embebida mayor $L > L_f/4$. La longitud embebida

de fibra L, es un parámetro del modelo de arrancamiento de fibras usado para definir el comportamiento de la componente fibra en el mesomodelo.

En los ejemplos de aplicación se estudia la influencia de la longitud embebida considerada en la respuesta mecánica del HRF obtenida numéricamente.

5.7. Implementación Numérica

A continuación se describe la metodología de implementación del modelo de arrancamiento de fibras. Luego se presenta la implementación del modelo de compuestos, según la teoría de mezclas y como se considera el modelo de arrancamiento de fibra dentro del modelo de compuestos.

5.7.1. Modelo de arrancamiento de fibras

El modelo de arrancamiento de fibras, es implementado en tres partes que son, el despegue de la fibra según Ec. 5.35 y Ec. 5.36, el deslizamiento según Ec. 5.101 y el comportamiento plástico según Ec. 5.109. En base al desplazamiento aplicado se define si corresponde usar el modelo de despegue ($\delta \leq \delta_u$, donde δ_u es el desplazamiento ultimo alcanzado durante el despegue, se define en apartado 5.5.1) o de deslizamiento ($\delta > \delta_u$) y en base a la fuerza normal ($N = N_p$) se define si se debe tratar el problema como comportamiento plástico (ver apartado 5.5.3.2.2).

Además, cada uno de los tres modelos anteriores debe resolverse en conjunto con el modelo de rotura de matriz de la Ec. 5.117, con lo cual se tiene dos incógnitas, la fuerza de arrancamiento P y la longitud de interfaz perdida por rotura de matriz L_{rm} . Para resolver los modelo se dispone de las Ec. 5.35 y Ec. 5.36, Ec. 5.101, Ec. 5.109 y Ec. 5.117, a través de un método iterativo se puede obtener la solución. En Tabla 5.2 se esquematiza el algoritmo correspondiente.

En la simulación numérica del deslizamiento de fibras, se busca encontrar la relación entre la apertura de fisura $\tilde{\delta}_k$ y la carga de arrancamiento $P(\tilde{\delta}_k)$. La forma más conveniente de resolver el modelo propuesto, consiste en aplicar desplazamiento δ_k y determinar la carga de arrancamiento $P(\delta_k)$ y, posteriormente con Ec. 5.95 se calcula la apertura de fisuras $\tilde{\delta}_k$.

Implementación de modelo de despegue

Los desplazamientos admitidos en este proceso son muy pequeños en comparación con los desplazamientos alcanzados en el deslizamiento de la fibra. Lo más relevante durante el proceso de despegue es la carga máxima alcanzada. Entonces en base a las Ec. 5.35 y Ec. 5.36 se determina una curva bilineal ($Pvs.\delta$), que relaciona la carga P y el desplazamiento δ , donde se definen únicamente el límite elástico (P_e, δ_e) y la carga pico ($P_{max}, \delta_{max} = \delta_u$), luego ingresando con δ_k se obtiene $P(\delta_k)$.

Si la fibra está inclinada, se aplica un método iterativo usando el modelo de rotura de matriz Ec. 5.117, mediante el cual se obtiene la longitud de interfaz perdida $(L_{rm})_i$. Con esta longitud se modifica la longitud embebida de la fibra y se recalcula la relación P y δ del modelo de despegue,

luego se determina $(P)_i$, se continua iterando hasta que $(L_{rm})_i \approx (L_{rm})_{i-1}$. El proceso inicia con $(P)_0 = P(\delta_k)$, donde $P(\delta_k)$ se calcula considerando la longitud embebida inicial.

Si $\delta_k > \delta_u$, inicio el deslizamiento y, en el incremento de desplazamiento actual y los desplazamientos posteriores se aplica el modelo de deslizamiento.

Si $P(\delta_k) = N_p$ en el incremento de desplazamiento actual y los desplazamientos posteriores se aplica el modelo para comportamiento plástico.

* Implementación de modelo de deslizamiento

Al evaluar la fuerza aplicada $P(\delta_k)$ mediante la Ec. 5.101, para un cierto desplazamiento δ_k , donde el subíndice k indica el número de incremento de desplazamiento, se integra sobre el eje de la fibra desde el extremo hacia la fisura, iniciando con una fuerza axial nula $\bar{P}_0(\delta_k)$. La integral se resuelve numéricamente, para lo cual se discretiza la longitud embebida L de la fibra en n_t partes de longitud Δs (ver Tabla 5.2, Pasos [22] a [25]). En lugar de usar un método iterativo para encontrar la solución de Ec. 5.101 y Ec. 5.117, se propone usar el siguiente procedimiento: Dado un cierto desplazamiento δ_k , se calcula la fuerza axial $\bar{P}_n(\delta_k)$ para cada coordenada $s_n = (n-1/2) \Delta s$, donde s_n es la coordenada del baricentro del elemento de fibra n de longitud Δs . También, se evalúa el cambio de inclinación de la fibra $\hat{\varphi}_k$ y se actualizan los parámetros geométricos del sector de fibra en la fisura (solo en el caso de fibra inclinada) (ver Tabla 5.2, Paso[32]). Se calcula la fuerza axial $P_n^{\varphi f}(\delta_k)$ considerando el cambio de inclinación $\hat{\varphi}_k$ (ver Tabla 5.2, Paso[33]), multiplicando $\bar{P}_n(\delta_k)$ por la función de relación de inclinación F_{fm} . Se controla que la fuerza axial $P_n^{\varphi f}(\delta_k)$, no supere la fuerza necesaria para romper la matriz $P_n^{\varphi m}(L_{rm})$ calculada con Ec. 5.117, considerando una longitud $L_{rm_k}=(n_t-n)\,\Delta s-\delta_k$ (ver Tabla 5.2, Paso[36]). Cuando las fuerzas calculadas mediante las ecuaciones Ec. 5.101 y Ec. 5.117 se igualan, se obtiene la solución para $P(\delta_k)$ y L_{rm_k} . Simultáneamente se evalúa la rotura de la fibra calculando el trabajo plástico W_f^p en cada coordenada s_n , según Ec. 5.134 y aplicando el criterio de rotura Ec. 5.130. Si la fibra se rompe en la coordenada s_n , se determina el incremento de longitud en el cual se produjo la rotura $n_{rf} = n$, se calcula la longitud perdida de fibra $L_{rf} = n_{rf} \Delta s$ y se recalcula la integral Ec. 5.101 tomando como límite inferior de la misma L_{rf} y se evalúa nuevamente la Ec. 5.117, para el correspondiente desplazamiento δ_k .

Si la fuerza axial $\bar{P}_n(\delta_k)$ ó $P_n^{\varphi f}(\delta_k)$, evaluada en la coordenada s_n resulta igual a la fuerza normal plástica N_p , no habrá deslizamiento en la interfaz fibra-matriz y se debe pasar al modelo de comportamiento plástico (ver apartado 5.5.3.2.2).

Para evaluar $C(s_n)$, $C(s_n + \delta)$ y $dC(s_n + \delta)/d\delta$, se usan las funciones de curvatura y cambio de curvatura definidas en el apartado A5.2 del ANEXO CAPÍTULO 5, estas funciones representan la geometría inicial de la fibra y por lo tanto la geometría del canal por donde desliza la fibra.

El momento $M(s_n)$ en la sección de coordenada s_n se evalúa según el modelo con rotura de fibras definido por Ec. 5.128 (Paso [23]) donde se considera la deformación elástica de la fibra $\tilde{\varepsilon}_{se}$ para una adecuada evaluación de las tensiones.

* Implementación de modelo para comportamiento plástico

En este proceso la carga es siempre la misma $P(\delta_k) = N_p$ y se evalúa la deformación axial plástica $\tilde{\varepsilon}_{sp_k}$ en la zona de la fibra libre de interfaz. Para ello, se definen la longitud libre de interfaz L_{lp} y el desplazamiento δ_p , que corresponden al inicio del proceso plástico. La deformación plástica resultara igual al aumento de desplazamiento respecto de δ_p dividido en la longitud libre de interfaz de referencia L_{lp}

Si la fibra esta inclinada, se aplica un método iterativo usando el modelo de rotura de matriz Ec. 5.117, mediante el cual se obtiene la longitud de interfaz perdida $(L_{rm})_i$. Con esta longitud se actualizan los parámetros geométrico de la fibra en la zona de la fisura y se evalúa nuevamente $(L_{rm})_i$, se continua iterando hasta que $(L_{rm})_i \approx (L_{rm})_{i-1}$.

Si se genera rotura de matriz, la deformación axial plástica $\tilde{\varepsilon}_{sp}{}_{k}$ se estima de la siguiente forma:

$$\tilde{\varepsilon}_{sp_k} = \frac{\delta_k - \delta_p - \delta_{rm}}{L_{lp} + \Delta L_{rm_k}}$$
 Ec. 5.140

donde ΔL_{rm_k} es el aumento de la longitud de rotura de la matriz entre el desplazamiento actual δ_k y el desplazamiento de inicio del proceso plástico δ_p y, δ_{rm} es el incremento de desplazamiento correspondiente a ΔL_{rm_k} por el cambio de dirección de la fibra.

$$\Delta L_{rm} = \alpha \left(L_{rm_k} - L_{rm_p} \right)$$
 Ec. 5.141

$$\delta_{rm} = \Delta L_{rm} \left(1 - \frac{\cos(\varphi)}{\cos(\varphi - \hat{\varphi})} \right)$$
 Ec. 5.142

donde α define la forma de arrancamiento de la fibra, donde $\alpha=1$ corresponde a ensayos de arrancamiento en los cuales la fibra esta embebida solo por un extremo en la matriz y además la dirección de arrancamiento es perpendicular al plano de la fisura y, $\alpha=2$ corresponde a ensayos de arrancamiento donde ambos extremos de la fibra están embebidos en la matriz, este caso es también el correspondiente al HRF

La rotura de la fibra se evalúa para cada δ_k mediante Ec. 5.130, considerando $\tilde{\varepsilon}_{sp_k}$, la curvatura C_{φ} y el cambio de curvatura ΔC_{φ} del tramo curvo generado por el cambio de dirección de la fibra.

* Algoritmos del modelo de arrancamiento de fibras

Tabla 5.1: Algoritmo para Modelo de Despegue de Fibras

Inicialización de Parámetros

[1] k = 0, $\delta_0 = 0$, $L_{\varphi} = L_{rm} = 0$, $\Delta s = L/n_t$, $\Delta \delta \leq \Delta s$, $\hat{\varphi} = 0$, $L \to (P vs. \delta)_0$

Aplicación del incremento k de desplazamientos

[2] k = k + 1, $\delta_k = \delta_{k-1} + \Delta \delta$, i = 0

Deslizamiento de fibra

- [3] Si $\delta_k \ge \delta_u$ entonces: continua en Tabla 5.2 Paso[20], inicia proceso de deslizamiento.
- [4] Si $\delta_k < \delta_u$ entonces: i = i + 1, $\delta_k \to (P \ vs. \ \delta)_{i-1} \to \overline{P}(\delta_k)_i$

Control de fibra inclinada y criterio de plasticidad

- [5] Si $\varphi = 0$ y $\bar{P}(\delta_k)_i < N_p$ entonces: $P(\delta_k) = \bar{P}(\delta_k)_i$ y continua en Paso[2]
- [6] Si $\varphi = 0$ y $\bar{P}(\delta_k)_i \ge N_p$ entonces: continua en Tabla 5.3 Paso[48], inicia proceso plástico
- [7] Si $\varphi > 0$ entonces: continua en Paso[8]

Consideración de Fibra Inclinada

- [8] Actualizar $h_1, h_3, h_2, \hat{\varphi}, L_{\varphi}, \rho_{\varphi}, C_{\varphi}, M_{\varphi}$
- [9] $P^{\varphi f}(\delta_k)_i = F_{fm}(f, \hat{\varphi}_i)_i \, \bar{P}(\delta_k)_i$

Análisis de Rotura de Matriz

- [10] $F_{rm}(f,\varphi,\hat{\varphi})_i$
- [11] Si $F_{rm}(f, \varphi, \hat{\varphi})_i > 0$ entonces: $(L_{rm})_i = 0$ continua en Paso[16]
- [12] Si $F_{rm}(f, \varphi, \hat{\varphi})_i \le 0$ entonces: $(L_{rm})_i = \sqrt{P^{\varphi f}(\delta_k)_i/(f_t F_{rm}(f, \varphi, \hat{\varphi})_i)}$
- [13] Si $(L_{rm})_i \neq (L_{rm})_{i-1}$ entonces: $L (L_{rm})_i \rightarrow (P \ vs. \delta)_i$ y continua en Paso[4]
- [14] Si $(L_{rm})_i = (L_{rm})_{i-1} y P^{\varphi f}(\delta_k)_i < N_p$ entonces: continua en Paso[16]
- [15] Si $(L_{rm})_i = (L_{rm})_{i-1} y P^{\varphi f}(\delta_k)_i \ge N_p$ entonces: continua en Tabla 5.3 Paso[48], inicia proceso plástico

Análisis de Rotura de Fibra

- [16] $W_f^p = W^p \left(\tilde{\varepsilon}_{sp_{\nu}} = 0, C(L_{fm} + L_{\varphi} + \delta_k), \Delta C(L_{fm} + L_{\varphi} + \delta_k) \right)$
- [17] Si $W_f^p < \widetilde{W}_f^p$ entonces: $P(\delta_k) = P^{\varphi f}(\delta_k)_i$, $L_{rm_k} = (L_{rm})_i$ y continua en Paso[2]
- [18] Si $W_f^p \ge \widetilde{W}_f^p$ entonces: **ROTURA TOTAL DE FIBRA** $P(\delta_k) = 0$, continua en Paso[19]
- [19] **FIN**

Tabla 5.2: Algoritmo para Modelo de Deslizamiento de Fibras

Inicialización de Parámetros

Parámetros determinadas en proceso de despegue: δ_{k-1} , Δs , $\Delta \delta$, $L_{\varphi_{k-1}}$, $L_{rm_{k-1}}$, $\hat{\varphi}_{k-1}$ [20]

[21]
$$s_0 = 0$$
, $n_{rf} = 0$, $L_{rf} = 0$, $\tilde{\varepsilon}_{sp_0} = 0$, t_2 , \tilde{W}_f^p

k = k - 1[22]

Aplicación del incremento k de desplazamientos

k = k + 1, $\delta_k = \delta_{k-1} + \Delta \delta$, $n = n_{rf}$, $\bar{P}_n(\delta_k) = 0$ [23]

Integración de modelo de arrancamiento entre s_0 y s_n

[24]
$$n = n + 1$$
, $s_n = (n - 1/2) \Delta s$, $C(s_n)$, $C(s_n + \delta_k)$, $dC(s_n + \delta_k)/d\delta$, $\tau_d(\delta_k)$

 $M(s_n) = F_M(\bar{P}_n(\delta_{k-1}), C, dC, E_f, \text{fy}, \emptyset_f)$ [25]

[26]
$$T_{fm}(s_n) \begin{cases} = \tau_d(\delta_k) \psi + \bar{P}_{n-1} C(s_n + (\delta_k)) f + (-\tilde{\sigma}) \psi f & \text{si } C(s_n) = 0 \text{ of } C(s_n + (\delta_k)) \neq 0 \\ = t_2 C(s_n) & \text{si } C(s_n) \neq 0 \text{ y } C(s_n + (\delta_k)) - C(s_n) \neq 0 \end{cases}$$
[27]
$$\bar{P}_n(\delta_k) = \bar{P}_{n-1}(\delta_k) + \left[\frac{dC(s_n + (\delta_k))}{d\delta} M(s_n) + T_{fm}(s_n) \right] \Delta s$$

[27]
$$\bar{P}_n(\delta_k) = \bar{P}_{n-1}(\delta_k) + \left[\frac{dC(s_n + (\delta_k))}{d\delta}M(s_n) + T_{fm}(s_n)\right] \Delta s$$

Si $\bar{P}_n(\delta_k) \ge N_p$ entonces: continua en Tabla 5.3 Paso[48], inicia proceso plástico

Análisis de Rotura de Fibra

[29]
$$W_f^p = W^p \left(\tilde{\varepsilon}_{sp_k} = 0, C(s_n + \delta_k), \Delta C(s_n + \delta_k) \right)$$

[30] Si
$$W_f^p \ge \widetilde{W}_f^p$$
 entonces: **ROTURA PARCIAL FIBRA** $\bar{P}_n(\delta_k) = 0$, $n_{rf} = n$, $L_{rf} = s_n$, continua en Paso[24]

Control de longitud de integración

[31] Si
$$n < n_t - n_{rf} y \varphi = 0$$
 entonces: continua en Paso[24]

[32] Si
$$n < n_t - n_{rf} y \varphi > 0$$
 entonces: continua en Paso[34]

[33] Si
$$n = n_t - n_{rf}$$
 entonces: $P(\delta_k) = \bar{P}_n(\delta_k)$, continua en Paso[45]

Consideración de Fibra Inclinada

Actualizar $h_1, h_3, h_2, \hat{\varphi}, L_{\omega}, \rho_{\omega}, C_{\omega}, M_{\omega}, L_{l}$ [34]

[35]
$$P_n^{\varphi f}(\delta_k) = F_{fm}(f, \hat{\varphi},) \, \bar{P}_n(\delta_k)$$

Criterio de plasticidad

Si $P_n^{\varphi f}(\delta_k) \ge N_p$ entonces: continua en Tabla 5.3 Paso[48], inicia proceso plástico [36]

Análisis de Rotura de Matriz

[37] Si
$$n = (n_t - n_{rf})$$
 entonces: continua en Paso[42]

[38] Si
$$n < (n_t - n_{rf})$$
 entonces: $F_{rm}(f, \varphi, \hat{\varphi})$

[39] Si
$$F_{rm}(f, \varphi, \hat{\varphi}) \le 0$$
 entonces: $L_{rm} = 0$, continua en Paso[24]

[40]
$$\operatorname{Si} F_{rm}(f,\varphi,\widehat{\varphi}) > 0 \text{ entonces: } L_{rm} = (n_t - n) \Delta s - \delta_k, \quad P_n^{\varphi m}(L_{rm}) = \operatorname{f_t} L_{rm}^2 F_{rm}(f,\varphi,\widehat{\varphi})$$

[41] Si
$$P_n^{\varphi f}(\delta_k) < P_n^{\varphi m}(L_{rm})$$
 entonces: continua en Paso[24]

[42] Si
$$P_n^{\varphi f}(\delta_k) = P_n^{\varphi m}(L_{rm})$$
 entonces: $P(\delta_k) = P_n^{\varphi f}(\delta_k)$

Análisis de Rotura de Fibra

[43]
$$W_f^p = W^p \left(\tilde{\varepsilon}_{sp_k} = 0, C(L_{fm} + L_{\varphi} + \delta_k), \Delta C(L_{fm} + L_{\varphi} + \delta_k) \right)$$

[44] Si
$$W_f^p \ge \widetilde{W}_f^p$$
 entonces: **ROTURA TOTAL DE FIBRA** $P(\delta_k) = 0$, continua en Paso[47]

Control de deslizamiento aplicado

[45] Si
$$\delta_k < (L - L_{\varphi} - L_{rm} - L_{rf})$$
 entonces: continua en Paso[23]

[46] Si
$$\delta_k \ge (L - L_{\varphi} - L_{rm} - L_{rf})$$
 entonces: FIBRA COMPLETAMENTE EXTRAÍDA, continua en Paso [47]

FIN [47]

Tabla 5.3: Algoritmo para Modelo de Plastificación de Fibras

Inicialización de Parámetros

[48]
$$\delta_p = \delta_{k-1}$$
, $L_{rm_p} = L_{rm_{k-1}}$, $L_{l_p} = L_{l_{k-1}}$, $P(\delta_k) = N_p$

Inicio de iteración con modelo de rotura de matriz

[49]
$$i = 0$$
, $(L_{rm_k})_0 = L_{rm_{k-1}}$, $(\tilde{\varepsilon}_{sp_k})_0 = \tilde{\varepsilon}_{sp_{k-1}}$, $(\hat{\varphi}_k)_0 = \hat{\varphi}_{k-1}$, $(L_{\varphi_k})_0 = L_{\varphi_{k-1}}$

[50]
$$i = i + 1$$
, $F_{rm}(f, \varphi, (\hat{\varphi}_k)_{i-1})$

[51] Si
$$F_{rm}(f, \varphi, (\hat{\varphi}_k)_{i-1}) \le 0$$
 entonces: $(L_{rm_k})_i = 0$

[52] Si
$$F_{rm}(f, \varphi, (\hat{\varphi}_k)_{i-1}) > 0$$
 entonces: $(L_{rm_k})_i = \sqrt{N_p/(f_t F_{rm}(f, \varphi, (\hat{\varphi}_k)_{i-1}))}$

[53]
$$\Delta L_{rm} = \alpha \left(\left(L_{rm_k} \right)_i - L_{rm_p} \right), \quad \delta_{rm} = \Delta L_{rm} [1 - \cos(\varphi) / \cos(\varphi - \hat{\varphi})]$$

[54]
$$\left(\tilde{\varepsilon}_{sp_k}\right)_i = \left[(\delta_k)_i - \delta_p - \delta_{rm}\right] / \left[L_{lp} + \Delta L_{rm}\right], \text{ Actualizar: } \left(\hat{\varphi}_k\right)_i, \left(L_{\varphi_k}\right)_i$$

[55] Si
$$(L_{rm})_i \neq (L_{rm})_{i-1}$$
 entonces: continua en Paso[50]

[56] Si
$$(L_{rm})_i = (L_{rm})_{i-1}$$
 entonces: continua en Paso[57]

Análisis de Rotura de Fibra

[57]
$$W_f^p = W^p \left(\left(\tilde{\varepsilon}_{sp_k} \right)_i, C(L_{fm} + L_{\varphi} + \delta_k), \Delta C(L_{fm} + L_{\varphi} + \delta_k) \right)$$

[58] Si
$$W_f^p < \widetilde{W}_f^p$$
 entonces: $k = k + 1$, $\delta_k = \delta_{k-1} + \Delta \delta$, continua en Paso[49]

[59] Si
$$W_f^p \ge \widetilde{W}_f^p$$
 entonces:: **ROTURA TOTAL DE FIBRA** $P(\delta_k) = 0$, continua en Paso[60]

[60] **FIN**

Nota: cada vez que se encuentra $P(\delta_k)$, se calcula se calcula la apertura de fisuras $\tilde{\delta}_k$ con Ec. 5.95.

5.7.2. Modelo para HRF

Para encontrar la solución de las ecuaciones de equilibrio global se usa un algoritmo iterativo Newton Raphson. El tensor de deformaciones es conocido en cada iteración. Acorde a la Teoría de Mezclas Clásica, todas componentes tienen la misma deformación (ver Ec. 5.1) por la tanto, las ecuaciones constitutivas puede ser integradas por separado para obtener el tensor de tensiones de cada componente, que se pueden combinar (ver Ec. 5.3 ó Ec. 5.139) para obtener la tensión del compuesto. El procedimiento se describe en la Tabla 5.4, donde U es el vector de desplazamientos nodales, K es la matriz de rigidez y F_{resid} es el vector de fuerzas residuales.

Tabla 5.4: Algoritmo de Integración de Ecuaciones Constitutivas – Retorno Mapeado

Inicio

[9] Incremento: *n*

Calculo de incremento de desplazamientos nodales

[10] $\Delta U^{j} = \Delta U^{j-1} + K^{-1}F_{resid}, \qquad F_{resid} = F_{ext} - F_{int}$

Calculo de deformaciones

[11] $[(\varepsilon_{kl})_{HRF}]_n^j = \mathbf{B}\mathbf{U}^j$

Ecuación Constitutiva de cada componente

[12] Componente Matriz: $[(\varepsilon_{kl})_1]_n^j = [(\varepsilon_{kl})_{HRF}]_n^j \rightarrow [(\varepsilon_{kl})_1]_n^j, [\kappa_1^p]_n^j, [(\sigma_{kl})_1]_n^j$

Dirección principal de deformación plástica de la matriz $(\phi, \theta, \psi)_1^{\varepsilon p}$

[13] Componente Fibra x: $[(\varepsilon_{kl})_2]_n^j = [(\varepsilon_{kl})_{HRF}]_n^j$, $\varphi_x = \sphericalangle((\phi, \theta, \psi)_1^{\varepsilon p}, (\phi, \theta, \psi)_2^f) \rightarrow [(\varepsilon_{kl}^i)_2]_n^j$, $[\kappa_2^{pd}]_n^j$, $[(\sigma_{kl})_2]_n^j$

Componente Fibra y: $[(\varepsilon_{kl})_3]_n^j = [(\varepsilon_{kl})_{HRF}]_n^j$, $\varphi_y = \sphericalangle \left((\phi, \theta, \psi)_1^{\varepsilon p}, (\phi, \theta, \psi)_3^f \right) \rightarrow \left[\left(\varepsilon_{kl}^i \right)_3 \right]_n^j$, $\left[\kappa_3^{pd} \right]_n^j$, $\left[(\sigma_{kl})_3 \right]_n^j$

Componente Fibra z: $[(\varepsilon_{kl})_4]_n^j = [(\varepsilon_{kl})_{HRF}]_n^j, \varphi_z = \sphericalangle ((\phi, \theta, \psi)_1^{\varepsilon p}, (\phi, \theta, \psi)_4^f) \rightarrow [(\varepsilon_{kl}^i)_4]_n^j, [\kappa_4^{pd}]_n^j, [(\sigma_{kl})_4]_n^j$

Recomposición de Tensiones

[14] $[(\sigma_{kl})_{HRF}]_n^j = \sum_{c=1}^4 k_c [(\sigma_{kl})_c]_n^j$

Calculo de Fuerzas residuales y Análisis de Convergencia

[15] **NO CONVERGE**: Continúa en Paso[10].

SI CONVERGE: Continúa con el Siguiente Incremento n + 1

En el procedimiento se indica 3 direcciones para la orientación de las fibras según los ejes coordenados. Se pueden utilizar fibras en más dirección aumentando el número de componentes de fibras.

La inclinación de la fibra φ en el modelo de arrancamiento es el ángulo entre la orientación de la fibra en el compuesto $(\phi, \theta, \psi)^f$ y la dirección principal de deformación plástica de la matriz $(\phi, \theta, \psi)_1^{\varepsilon p}$ que define la normal al plano de fisura.

El modelo de arrancamiento de fibras puede resolverse en forma simultánea con la integración de la ecuación constitutiva. Pero esto requiere un elevado costo computacional. En esta tesis se propone, previamente a la integración de la ecuación constitutiva, generar una familia de curvas de arrancamiento de fibras para distintas inclinaciones de fibra y diversos niveles de confinamiento en la matriz y, luego transformarlas a curvas de endurecimiento. Durante la integración, según el ángulo entre la dirección principal de deformación plástica de la matriz y la orientación de la fibra y, el estado de tensiones de la matriz, se selecciona la curva de endurecimiento previamente estimadas más próxima a la inclinación de fibra φ bajo un tensión de matriz $\tilde{\sigma}$.

En el apartado siguiente se describe el método para construir la familia de curvas de endurecimiento-ablandamiento en base al modelo de arrancamiento de fibras.

5.7.3. Curva de endurecimiento-ablandamiento $K(\kappa^{pd})$

La curva de endurecimiento $K(\kappa^{pd})$ se define según la dirección material 1 (dirección axial) de la componente fibra (dirección de deslizamiento), esta dirección se mantiene inalterable en el compuesto durante los procesos de carga y descarga. También es necesario definir la orientación de la fisura, para lo cual se considera que la dirección de la normal a la fisura, está definida por la dirección de la deformación plástica principal en tracción de la componente matriz. Además, el ángulo formado por la dirección material 1 de la componente fibra y la dirección de la deformación plástica principal en tracción de la componente matriz, representa el ángulo φ que define la inclinación de la fibra en el modelo de arrancamiento (ver Figura 5.13).

A partir de las curvas de arrancamiento de fibras P vs. $\tilde{\delta}$ obtenidas del modelo de arrancamiento, se construye la curva de endurecimiento $K(\kappa^{pd})$. En el modelo de arrancamiento, en el caso de fibras inclinadas, el tramo de fibra comprendido dentro de la fisura experimenta un cambio de dirección $\hat{\varphi}$ en función de la apertura de fisura $\tilde{\delta}$ (ver Figura 5.13). Como la carga P obtenida del modelo de arrancamiento, es la fuerza axial del tramo de fibra comprendido en la fisura, esta carga va cambiando su dirección en función de la apertura de fisura $\tilde{\delta}$. Para poder construir la curva de endurecimiento, es necesario referir P a una única dirección, que será la dirección inicial de la fibra, que a su vez coincide con la dirección material 1 de la componente fibra en el mesomodelo.

Se asume que la carga P es una componente de una carga P_f mayor que actúa en la dirección inicial de la fibra, esta última se define como $P_f = P/cos(\hat{\varphi})$. Como $\hat{\varphi}$ en función de la apertura de fisura $\tilde{\delta}$ es necesario determinar la relación $\hat{\varphi}$ vs. $\tilde{\delta}$, desde el modelo de arrancamiento para poder estimar P_f . La apertura de fisura $\tilde{\delta}$ también debe ser llevada a la dirección inicial de la fibra, se define como $\tilde{\delta}_f = \tilde{\delta}/cos(\varphi)$ donde φ es el ángulo entre la dirección inicial de la fibra y la normal al plano de la fisura.

Además de proyectar la carga P y la apertura de fisuras $\tilde{\delta}$, a la dirección inicial de la fibra, se debe eliminar la deformación elástica de la fibra contenidas en la apertura de fisuras, obteniendo la apertura inelástica de fisura $\tilde{\delta}^{pd}$. Esta última contiene el deslizamiento de la fibra δ , la deformación axial plástica del eje de la fibra $\tilde{\varepsilon}^p_s$ y además, en fibras inclinadas incluye el efecto de rotura de matriz. Llevando la apertura inelástica de fisura $\tilde{\delta}^{pd}$ a la dirección inicial de la fibra, se tendrá $\tilde{\delta}^{pd}_f = \tilde{\delta}^{pd}/cos(\varphi)$.

Finalmente, la curva de endurecimiento $K(\kappa^{pd})$ se construye en base a la curva de arrancamiento modificada P_f vs. $\tilde{\delta}_f^{pd}$. Siendo $\hat{\delta}_f$ un cierto valor de apertura inelástica de fisura $\tilde{\delta}_f^{pd}$, el valor de la función de endurecimiento K se calcula como la tensión axial de la fibra σ_f correspondiente a dicho valor $\hat{\delta}_f$, es decir:

$$K(\hat{\delta}_f) = \sigma_f(\hat{\delta}_f) = \frac{P_f(\hat{\delta}_f)}{A_f}$$
 Ec. 5.143

donde A_f es el área de la sección transversal de la fibra. Luego se determina el valor de la variable de endurecimiento κ^{pd} correspondiente al valor de apertura de fisura $\hat{\delta}_f$. La variable de endurecimiento κ^{pd} se calcula como una relación de áreas por debajo de la curva de arrancamiento modificada, expresada en *Tensión-Apertura inelástica de fisura* $(\sigma_f \text{ vs. } \hat{\delta}_f^{pd})$:

$$\kappa^{pd}(\hat{\delta}_f) = \frac{1}{G_{pd}} \int_0^{\hat{\delta}_f} \sigma_f \, d\tilde{\delta}_f^{pd}$$
 Ec. 5.144

donde G_{pd} es el área total bajo la curva σ_f vs. $\tilde{\delta}_f^{pd}$ y presenta la energía disipada en el arrancamiento de la fibra, usada también para estimar g_{pd} que interviene en la ecuación Ec. 5.23.

El valor de tensión del primer punto de las curvas de endurecimiento $K(\kappa^{pd}=0)$, define el límite del comportamiento elástico inicial de la componente fibra y establece el inicio del deslizamiento. Para definir el inicio de la curva de endurecimiento, se considera la fibra y la matriz trabajando en un sistema uniaxial en paralelo, sin despegue o deslizamiento de fibra. Entonces el valor inicial de la curva de endurecimiento, será la tensión en la fibra, para la deformación de la matriz correspondiente a la máxima resistencia a tracción f_t de la matriz:

$$K(\kappa^{pd} = 0) = E_f \frac{f_t}{E_m}$$
 Ec. 5.145

donde E_f y E_m son el modulo de elasticidad de la fibra y la matriz, respectivamente.

En la Tabla 5.5, se describe el algoritmo para construir una familia de curvas de endurecimiento-ablandamiento, considerando diferentes inclinaciones de fibra φ y $\tilde{\sigma}$ valore de confinamiento de la matriz.

Tabla 5.5: Algoritmo para generación de curvas de endurecimiento-ablandamiento

Inicialización

[1] n = 0, $\Delta \varphi = (\pi/2)/(N-1)$, $\Delta \tilde{\sigma} = f_c/(M-1)$

Incremento de inclinación

[2] n = n + 1, $\varphi = \Delta \varphi(n - 1)$

Incremento de tensión de confinamiento de la matriz

[3] m = 0

[4] m = m + 1, $\tilde{\sigma} = \Delta \tilde{\sigma}(m - 1)$

Modelo de arrancamiento de fibras

[5] $\varphi, \tilde{\sigma} \to P(\tilde{\delta}) vs. \tilde{\delta}, \ \hat{\varphi} vs. \tilde{\delta}, \ \tilde{\delta}^{pd} = \tilde{\delta}$

Transformación de la curva de arrancamiento a la dirección original de la fibra

 $[6] P_f(\tilde{\delta}) = P(\tilde{\delta})/cos(\hat{\varphi}), \quad \tilde{\delta}_f^{pd} = \tilde{\delta}^{pd}/cos(\varphi) \rightarrow P_f(\tilde{\delta}_f^{pd}) \ vs. \ \tilde{\delta}_f^{pd}$

Se normaliza la curva de arrancamiento y se obtiene la curva de endurecimiento-ablandamiento

[7] $K(\tilde{\delta}_f^{pd}) = P_f(\tilde{\delta}_f^{pd})/A_f, \quad G_{pd}, \quad \kappa^{pd}(\tilde{\delta}_f^{pd}), K(0) = f_t E_f/E_m \rightarrow K(\kappa^{pd}) \ vs. \kappa^{pd}$

Control de incrementos de confinamiento

[8] Si m < M entonces: continua en Paso[4]

[9] Si m = M entonces: continua en Paso[10]

Control de incrementos de inclinación

[10] Si n < N entonces: continua en Paso[2]

[11] Si n = N entonces: continua en Paso[12]

[12] **FIN**

ANEXO CAPÍTULO 5 MODELO PROPUESTO

A5.1. Introducción

En este anexo se incluyen desarrollos complementarios necesarios para la implementación numérica del modelo propuesto.

A5.2. Geometría del eje de la fibra

En la implementación del modelo de arrancamiento para fibras de eje curvo, es necesario conocer la longitud del eje, la curvatura en un determinado punto sobre el eje y el cambio que experimenta esa curvatura para un cierto deslizamiento δ . Para determinar estos parámetros se define el eje longitudinal de la fibra mediante funciones paramétricas X(s) e Y(s), donde s es una coordenada curvilínea sobre el eje longitudinal de la fibra, con origen en el extremo embebido. En esta tesis se trabaja con fibras cuya geometría del eje longitudinal se define en un plano.

A5.2.1. Funciones para definir la geometría del eje de la fibra

Las funciones paramétricas X(s) e Y(s) se determinan discretizando en N tramos el eje de la fibra. Donde cada tramo i, el cual está comprendido entre las coordenadas s_{i-1} y s_i , se define mediante dos polinomios paramétricos de tercer grado de Hermite $\tilde{X}_i(t)$ y $\tilde{Y}_i(t)$, con $0 \le t \le 1$, tal que:

$$X(s) = \tilde{X}_i(t)$$
 Ec. A5.1

$$Y(s) = \tilde{Y}_i(t)$$
 Ec. A5.2

donde

$$t = \frac{s - s_{i-1}}{s_i - s_{i-1}}$$
 con $s_{i-1} \le s \le s_i$ Ec. A5.3

Los polinomios paramétricos de Hermite $\tilde{X}_i(t)$ y $\tilde{Y}_i(t)$, se definen como (Burden y Faires (1998)):

$$\tilde{X}_i(t) = a_x + b_x t + c_x t^2 + d_x t^3$$
 Ec. A5.4

$$\tilde{Y}_i(t) = a_v + b_v t + c_v t^2 + d_v t^3$$
 Ec. A5.5

y los coeficientes se determinar cómo:

$$a_r = \tilde{X}_i(0)$$
 Ec. A5.6

$$b_{x} = \Delta \tilde{X}_{i}(0)$$
 Ec. A5.7

$$c_x = 3\left(\tilde{X}_i(1) - \tilde{X}_i(0)\right) - \left(\Delta \tilde{X}_i(1) + 2\Delta \tilde{X}_i(0)\right)$$
 Ec. A5.8

$$d_x = 2\left(\tilde{X}_i(0) - \tilde{X}_i(1)\right) + \left(\Delta \tilde{X}_i(0) + \Delta \tilde{X}_i(1)\right)$$
 Ec. A5.9

$$a_{y} = \tilde{Y}_{i}(0)$$
 Ec. A5.10

$$b_{\gamma} = \Delta \tilde{Y}_i(0)$$
 Ec. A5.11

$$c_y = 3\left(\tilde{Y}_i(1) - \tilde{Y}_i(0)\right) - \left(\Delta \tilde{Y}_i(1) + 2\Delta \tilde{Y}_i(0)\right)$$
 Ec. A5.12

$$d_{y} = 2\left(\tilde{Y}_{i}(0) - \tilde{Y}_{i}(1)\right) + \left(\Delta \tilde{Y}_{i}(0) + \Delta \tilde{Y}_{i}(1)\right)$$
 Ec. A5.13

donde $\tilde{X}_i(0)$, $\tilde{Y}_i(0)$, $\Delta \tilde{X}_i(0)$, $\Delta \tilde{Y}_i(0)$, $\tilde{X}_i(1)$, $\tilde{Y}_i(1)$, $\Delta \tilde{X}_i(1)$ y $\Delta \tilde{Y}_i(1)$ son datos y los mismos se representan en la Figura A5.1. En Figura A5.1 se muestra la curva paramétrica que representa el eje longitudinal de una fibra cualquiera. Se puede ver que está formada por tramos consecutivos, donde cada tramo está definido por las coordenadas de los puntos extremos y la dirección tangente a la curva en los mismos.

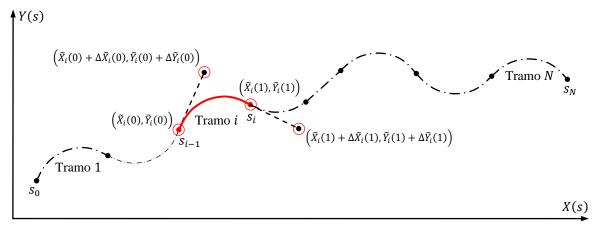


Figura A5.1: Curva paramétrica. Parámetros que definen un tramo i.

A5.2.2. Función para definir curvatura del eje de la fibra

Llamando $\zeta(s)$ a la curva paramétrica definida como $\zeta(s) = (X(s), Y(s))$, la curvatura C(s) de $\zeta(s)$ se puede determinar cómo:

$$C(s) = \frac{\|\zeta'(s) \times \zeta''(s)\|}{\|\zeta'(s)\|^3}$$
 Ec. A5.14

donde $\zeta'(s)$ y $\zeta''(s)$, son la derivada primera y segunda respectivamente de ζ respecto de s.

Introduciendo en la Ec. A5.14, la definición de ζ , también las expresiones Ec. A5.1 y Ec. A5.2 y, desarrollando el producto vectorial y las normas, se obtiene:

$$C(s) = \tilde{C}_{i}(t) = \frac{\left|\tilde{X}_{i}'(t)\,\tilde{Y}_{i}''(t) - \tilde{X}_{i}''(t)\,\tilde{Y}_{i}'(t)\right|}{\left(\sqrt{\left(\tilde{X}_{i}'(t)\right)^{2} + \left(\tilde{Y}_{i}'(t)\right)^{2}}\right)^{3}}, \text{ con } t = \frac{s - s_{i-1}}{s_{i} - s_{i-1}} \text{ y } s_{i-1} \leq s \leq s_{i} \text{ Ec. A5.15}$$

Derivada Primera de las funciones paramétricas definidas en Ec. A5.4 y Ec. A5.5:

$$\tilde{X}_{i}'(t) = b_x + 2 c_x t + 3 d_x t^2$$
 Ec. A5.16

$$\tilde{Y}_i'(t) = b_v + 2 c_v t + 3 d_v t^2$$
 Ec. A5.17

Derivada Segunda de las funciones paramétricas definidas en Ec. A5.4 y Ec. A5.5:

$$\tilde{X}_{i}^{"}(t) = 2 c_{r} + 6 d_{r} t$$
 Ec. A5.18

$$\tilde{Y}_{i}''(t) = 2 c_{v} + 6 d_{v} t$$
 Ec. A5.19

La curvatura definida en Ec. A5.15 resulta siempre una cantidad positiva. Para estimar los cambios de curvatura, es necesario definir un signo en la curvatura. A tal fin, se quita el valor absoluto de la Ec. A5.15 (ver Ec. A5.20) y se propone la convención de signos que se indica en la Figura A5.2. Cuando el cambio de dirección del vector tangente a la curva, de un punto A a otro punto B en el sentido del sistema de coordenadas s, es hacia la izquierda se asigna a la curvatura signo positivo, si el cambio es hacia la derecha corresponde signo negativo.

$$C(s) = \tilde{C}_{i}(t) = \frac{\tilde{X}_{i}'(t)\,\tilde{Y}_{i}''(t) - \tilde{X}_{i}''(t)\,\tilde{Y}_{i}'(t)}{\left(\sqrt{\left(\tilde{X}_{i}'(t)\right)^{2} + \left(\tilde{Y}_{i}'(t)\right)^{2}}\right)^{3}}$$
 Ec. A5.20

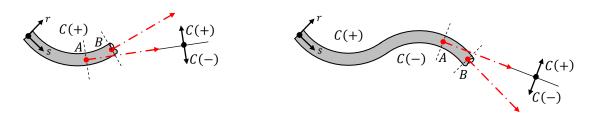


Figura A5.2: Convención de signo para la curvatura.

La función de curvatura C(s) se define para la geometria inicial del eje de la fibra, es decir cuando aun no hay deslizamiento. Para determinar la curvatura cuando hay deslizamiento, se emplea la misma función de curvatura pero con un argumento diferente $C(s + \delta)$, donde s es la coordenada local con origen en el extremo de la fibra y δ es el deslizamiento de la fibra correspondiente a la coordenada s.

$$C(s + \delta) = \tilde{C}_i(t), \text{ con } s_{i-1} \le s + \delta \le s_i \text{ y } t = \frac{s + \delta - s_{i-1}}{s_i - s_{i-1}}$$
 Ec. A5.21

donde s_{i-1} y s_i son las coordenadas de los extremos del tramo i, referidas a la geometría inicial de la fibra.

A5.2.3. Suavización de función curvatura

Las funciones $\tilde{X}_i(t)$ e $\tilde{Y}_i(t)$ y la primera derivada de las misma, usadas para definir cada tramo de la geometría de la fibra, tiene continuidad entre tramos adyacentes. Por otro lado, las funciones para definir la curvatura $\tilde{C}_i(t)$ de cada tramo, no tiene continuidad entre tramos adyacentes, presentan saltos (ver Figura A5.3). Esto último implica que, en los puntos extremos de los tramos la derivada de la función curvatura no está definida, lo cual representa un problema al querer evaluar el cambio de curvatura.

La distribución de la curvatura definida por Ec. A5.20 es una aproximación y los saltos presenten no son representativos de una fibra real. En una fibra real existe una transición gradual en lugar de un salto. Además, la geometría del canal por donde desliza la fibra se atenúa o suaviza, debido a la deformación y desgaste de la matriz. Por estas razones, en esta tesis se propone trabajar con una curvatura suavizada, de tal manera que, se pueda definir el cambio de curvatura en cualquier punto sobre el eje de la fibra. Una forma simplificada de implementar esta suavización, es mediante una función $F_{c_k}(s)$ definida en un intervalo k cuyos extremos s_{a_k} y s_{b_k} son los puntos medios de tramos adyacentes.

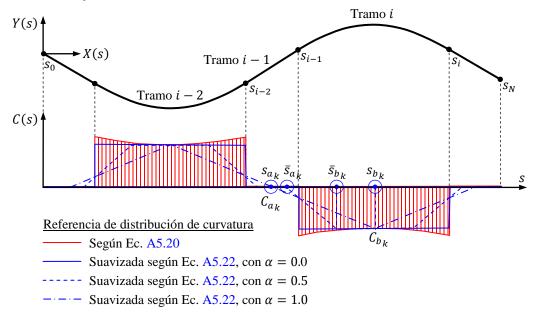


Figura A5.3: Suavización de Curvatura.

Funciones de suavización con distribución lineal

$$F_{c_{k}}(s) \begin{cases} = C_{a_{k}} & s \leq \bar{s}_{a_{k}} \\ = C_{a_{k}} + (C_{b_{k}} - C_{a_{k}}) \frac{s - \bar{s}_{a_{k}}}{\bar{s}_{b_{k}} - \bar{s}_{a_{k}}} & \bar{s}_{a_{k}} < s < \bar{s}_{b_{k}} \\ = C_{b_{k}} & s \geq \bar{s}_{b_{k}} \end{cases} \quad con \ s_{a_{k}} \leq s \leq s_{b_{k}} \quad \text{Ec. A5.22}$$

donde

$$\bar{s}_{a_k} = s_{i-1} - \alpha (s_{i-1} - s_{a_k}), \quad \bar{s}_{b_k} = s_{i-1} + \alpha (s_{b_k} - s_{i-1})$$
 Ec. A5.23

Funciones de suavización con distribución cosenoidal

$$F_{c_{k}}(s) \begin{cases} = C_{a_{k}} & s \leq \bar{s}_{a_{k}} \\ = C_{a_{k}} + \frac{1}{2} \left(C_{b_{k}} - C_{a_{k}} \right) \left(1 - \cos \left(\pi \frac{s - \bar{s}_{a_{k}}}{\bar{s}_{b_{k}} - \bar{s}_{a_{k}}} \right) \right) & \bar{s}_{a_{k}} < s < \bar{s}_{b_{k}} \\ = C_{b_{k}} & s \geq \bar{s}_{b_{k}} \end{cases}$$
 Ec. A5.24

donde \bar{s}_{a_k} y \bar{s}_{b_k} se definen en Ec. A5.23.

Intervalo de suavización

Intervalo inicial,
$$k=0$$
: $s_{a_0}=s_0$, $s_{b_0}=\frac{s_1+s_0}{2}$

Intervalo final, $k=N+1$: $s_{a_{N+1}}=\frac{s_N+s_{N-1}}{2}$, $s_{b_{N+1}}=s_N$ Ec. A5.25

Intervalo k : $s_{a_k}=\frac{s_{i-1}+s_{i-2}}{2}$, $s_{b_k}=\frac{s_i+s_{i-1}}{2}$

Curvatura correspondiente a los extremos del tramo de suavización

$$C_{a_k} = C(s_{a_k}), \qquad C_{b_k} = C(s_{b_k})$$
 Ec. A5.26

Derivada de la funciones de suavización con distribución lineal

$$\frac{dF_{c_k}(s)}{ds} \begin{cases}
= 0 & s \leq \bar{s}_{a_k} \\
= \frac{C_{b_k} - C_{a_k}}{\bar{s}_{b_k} - \bar{s}_{a_k}} & \bar{s}_{a_k} < s < \bar{s}_{b_k} \\
= 0 & s \geq \bar{s}_{b_k}
\end{cases} \quad con \ s_{a_k} \leq s \leq s_{b_k} \quad \text{Ec. A5.27}$$

donde \bar{s}_{a_k} y \bar{s}_{b_k} se definen en Ec. A5.23, s_{a_k} y s_{b_k} se definen en Ec. A5.25 y, c_{a_k} y c_{b_k} se definen en Ec. A5.26.

❖ Derivada de la funciones de suavización con distribución cosenoidal

$$\frac{dF_{c_k}(s)}{ds} \begin{cases} = C_{a_k} & s \leq \bar{s}_{a_k} \\ = \frac{\pi}{2} \frac{C_{b_k} - C_{a_k}}{\bar{s}_{b_k} - \bar{s}_{a_k}} sen\left(\pi \frac{s - \bar{s}_{a_k}}{\bar{s}_{b_k} - \bar{s}_{a_k}}\right) & \bar{s}_{a_k} < s < \bar{s}_{b_k} \\ = C_{b_k} & s \geq \bar{s}_{b_k} \end{cases}$$
 Ec. A5.28

donde \bar{s}_{a_k} y \bar{s}_{b_k} se definen en Ec. A5.23, s_{a_k} y s_{b_k} se definen en Ec. A5.25 y, c_{a_k} y c_{b_k} se definen en Ec. A5.26.

A5.2.4. Función cambio de curvatura del eje de la fibra

La función cambio de curvatura es la derivada de la función curvatura $C(s + \delta)$ respecto del deslizamiento δ :

$$\frac{dC(s+\delta)}{d\delta} = \frac{d\tilde{C}_i(t)}{dt}\frac{dt}{d\delta} = \left(\frac{1}{s_i - s_{i-1}}\right)\frac{d\tilde{C}_i(t)}{dt}$$
 Ec. A5.29

Teniendo en cuenta las funciones de suavización el cambio de curvatura resulta:

$$\frac{dC(s+\delta)}{d\delta} = \frac{dF_{c_k}(s)}{ds} \qquad con \ s_{a_k} \le s \le s_{b_k}$$
 Ec. A5.30

donde s_{a_k} y s_{b_k} se definen según Ec. A5.25.

A5.3. Orientación de la fibra en el espacio mediante ángulos de Euler

Los ángulos de Euler son los giros que se aplican para rotar un sistema de ejes. En la modelación de las fibras dentro del compuesto, permiten orienta fácilmente el sistema de coordenadas locales de las fibras respecto del sistema de coordenadas globales (X, Y, Y, Z) del compuesto.

Los ángulos de Euler ϕ , θ y ψ (fi, theta y psi, respectivamente) se aplican de la como se indica en la Figura A5.4, alrededor del eje local z y el eje local x. A partir de una posición de referencia como la Figura A5.4a se aplica un giro ϕ alrededor del eje local z_0 . Luego en esta nueva posición del sistema de ejes locales como indica la Figura A5.4b, se aplica un giro θ alrededor del eje local x_1 y el sistema queda orientado como se indica en Figura A5.4c. Por último se aplica un giro ψ , alrededor del eje local z_2 y el sistema queda en la posición final, indicada en Figura A5.4d.

Los sentidos positivos se definen con la regla de la mano derecha, alrededor del eje correspondiente.

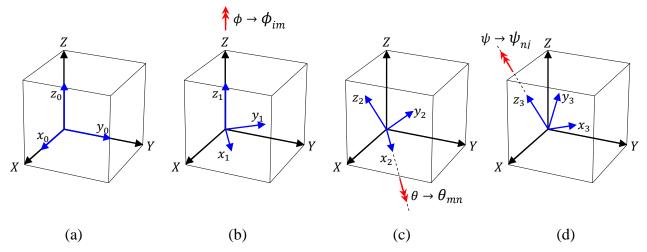


Figura A5.4: Aplicación de los ángulos de Euler para rotar un sistema de ejes en tres dimensiones

En base a cada ángulo de Euler se determina una matriz de rotación ϕ_{im} , θ_{mn} y ψ_{nj} y el producto de estas matrices, es la matriz de rotación a_{ij} , mediante la cual se define la orientación de la fibra en el compuesto

 ϕ : es un giro alrededor del eje $z_0 \rightarrow \phi_{im}$

 θ : es un giro alrededor del eje $x_1 \to \theta_{mn}$

 ψ : es un giro alrededor del eje $z_2 \rightarrow \psi_{nj}$

$$a_{ij} = \phi_{im}\theta_{mn}\psi_{nj} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 Ec. A5.31

Realizando el producto de Ec. A5.32, se obtiene las siguientes componentes de la matriz de rotación a_{ij} :

$$a_{11} = \cos \phi \cos \psi - \sin \phi \cos \theta \sin \psi$$

$$a_{21} = -\cos \phi \sin \psi - \sin \phi \cos \theta \cos \psi$$

$$a_{31} = \sin \phi \sin \theta$$

$$a_{12} = \sin \phi \cos \psi + \cos \phi \cos \theta \sin \psi$$

$$a_{22} = -\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \theta \cos \psi$$

$$a_{32} = -\cos \phi \sin \theta$$

$$a_{13} = \sin \theta \sin \psi$$

$$a_{23} = \sin \theta \cos \psi$$

$$a_{33} = \cos \theta$$
Ec. A5.32

En las Figura A5.5 a Figura A5.7 se muestran ejemplos de fibras orientadas en correspondencia con los ejes coordenados del compuesto, considerando que la fibra fue definida en la dirección del eje local x.

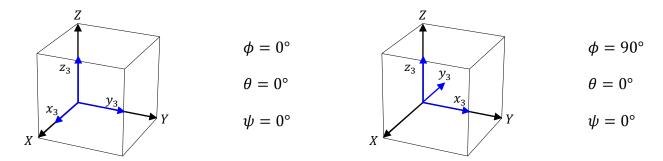


Figura A5.5: Fibra paralela al eje X global

Figura A5.6: Fibra paralela al eje Y global

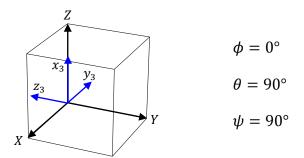


Figura A5.7: Fibra paralela al eje Z global

CAPÍTULO 6 APLICACIONES

6.1. Introducción

El modelo de arrancamiento propuesto se programó en FORTRAN y permite realizar simulaciones de arrancamiento de una sola fibra. También se incorporó para definir el umbral de deslizamiento de las fibras dentro de un modelo constitutivo y se implementó en un programa de elementos finitos que permite trabajar con Teoría de Mezclas de materiales ortótropos. Para reducir los tiempos de computacionales, se optó por generar previamente familias de curvas de arrancamiento definiendo distintas inclinaciones de fibras y estados de compresión en la matriz.

Con el modelo de arrancamiento se realizan simulaciones de ensayos de arrancamiento de fibras lisas, fibras con ganchos y fibras con ganchos inclinadas y los resultados se comparan con los resultados experimentales de ensayos de arrancamiento, la mayoría de ellos realizados en marco de la tesis y otros realizados por otros investigadores.

Con el programa de elementos finitos se realizan simulaciones de HRF correspondientes a ensayos de flexión de vigas entalladas apoyadas en 3 puntos y ensayos de placas circulares apoyadas en 4 puntos. En todos los casos se calibran previamente las propiedades de la matriz. Para ello, se simulan ensayos de compresión de probetas cilíndricas hormigón sin fibras y ensayos de flexión de vigas entalladas apoyadas en 3 puntos también de hormigón sin fibras.

6.2. Arrancamiento de Fibras

6.2.1. Simulaciones numéricas de ensayos realizados por otros autores

Las simulaciones del ensayo de arrancamiento de fibras que se presentan corresponden a ensayos realizados por Naaman et al. (1989) con fibras lisas y Chanvillard (1999) con fibras de eje semicircular. A continuación, en la Tabla 6.1 se adjuntan los parámetros usados en ambas simulaciones mediante el modelo de arrancamiento propuesto.

Tabla 6.1: Parámetros para modelo de arrancamiento.

Parámetro	Naaman et	Chanvillard (1999)		
rarameno	al. (1989)	Fibra ch1	Fibra ch2	
Diámetro \emptyset_f [mm]	0,5	1,0	1,0	
Longitud embebida L [mm]	25	23,4	26,6	
Geometría del eje longitudinal	Lisa	ver Tabla A6.16	ver Tabla A6.17	
Modulo de elasticidad de fibra E_f [N/mm ²]	207000	210000	210000	
Tensión de fluencia de fibra f _y [N/mm ²]	1172	1200	1200	
Coeficiente de Poisson de fibra v_f	0,2	0,2	0,2	
Deformación de rotura de fibra ε_{rot}	1,0	1,0	1,0	
Modulo de elasticidad de matriz E_m [N/mm ²]	21000	21000	21000	
Resistencia a tracción de la matriz f _t [N/mm ²]	3,0	2,0	2,0	
Resistencia a compresión de matriz f _c [N/mm ²]	33	25	25	
Coeficiente de Poisson de matriz v_m	0,2	0,2	0,2	
Resistencia a compresión del agregado f _{c ag} [N/mm ²]	33	25	25	
Tensión tangencial máxima de adherencia $\tau_{max} [\text{N/mm}^2]$	1,48	3,0	3,0	
Tensión tangencial friccional τ_f [N/mm ²]	1,48	1,3	1,3	
Modulo de adherencia τ_f [(N/mm ²)/mm]	1426	1000	1000	
Coeficiente de roce <i>f</i>	1,0	0,47	0,45	
Parámetro η	0,20	0,2	0,2	
Carga pico correspondiente a fibras lisas P_{pic} [N]	56	50	50	
Desplazamiento correspondiente a carga pico δ_{pic} [mm]	0,018	0,04	0,04	
Deslizamiento de acomodamiento [mm]	0	1,0	1,0	

6.2.1.1. Ensayos de arrancamiento de fibras lisas (Naaman et al. (1989))

En la Figura 6.1 se presenta la curva Carga-deslizamiento obtenida de la simulación numérica del ensayo de arrancamiento realizado por Naaman et al. (1989) con fibras lisas de acero alineadas de 25mm de longitud embebida y su comparación con los resultados experimentales. En Tabla 6.1 se adjuntan los parámetros materiales y geométricos usados en la simulación numérica. Se observa que los resultados numéricos reproducen ajustadamente la respuesta obtenida en el ensayo de arrancamiento tanto en lo que hace a la carga pico como en la caída de la misma y la resistencia residual al arrancamiento.

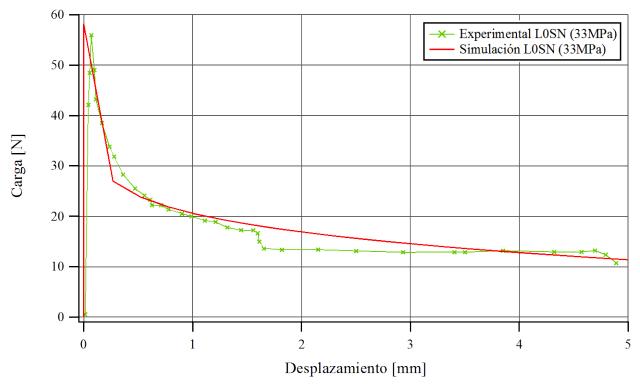


Figura 6.1: Curva de Arrancamiento de Fibras lisas. Comparación de resultados numéricos con resultados experimentales de Naaman et al. (1989).

6.2.1.2. Ensayo de arrancamiento de fibras de eje semicircular (Chanvillard (1999))

En este punto se simulan numéricamente los ensayos de arrancamiento realizados por Chanvillard (1999) con fibras de eje semicircular, con radios de curvatura de 3 y 4 mm, a las cuales se las llama Fibra ch1 y Fibra ch2 respectivamente. Las fibras poseen dos tramos rectos de 7mm de longitud y un diámetro de Ø1,0mm. En Tabla 6.1, Tabla A6.16 y Tabla A6.17 se presentan los parámetros materiales y la geometría del eje de las fibras usadas en el modelo de arrancamiento.

En la Figura 6.2 se presenta la comparación de los resultados numéricos obtenidos con el modelo de arrancamiento propuesto en esta tesis con los resultados experimentales. Se puede observar que el modelo propuesto ajusta bien la rama pre-pico y el valor de la carga pico. El pico inicial de las curvas de la simulación corresponde al final del proceso de despegue de la fibra. En la rama post-pico la simulación se aleja del resultado experimental no pudiendo reproducir la caída de carga registrada en los ensayos experimentales.

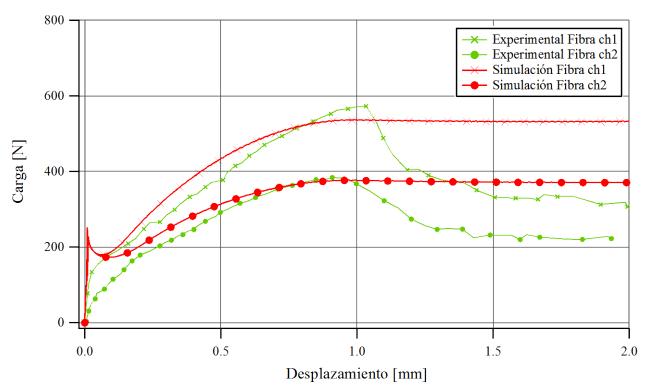


Figura 6.2: Curva de Arrancamiento de Fibras con eje semicircular. Comparación de resultados numéricos con resultados experimentales de Chanvillard (1999).

6.2.2. Ensayos de arrancamiento realizados en esta tesis

Mediante las simulaciones correspondientes a los ensayos de arrancamiento realizados en esta tesis (apartados 4.2 y 4.3 en CAPÍTULO 4) se calibran y validan los parámetros materiales de la matriz y la interfaz fibra-matriz para las posteriores simulaciones del HRF.

En primer lugar, se calibran los parámetros materiales de la interfaz fibra-matriz mediante los ensayos de arrancamiento de fibras lisas alineadas y, posteriormente se validan estos parámetros realizando simulaciones de arrancamiento de fibras con ganchos en los extremos alineadas e inclinadas.

TD 11 (A	D /	1	1 1	• ,	C	C'1
Tabla 6 7	Parametroe	materialec	de la	a inter	†97	fibra-matriz.
1 abia 0.4.	1 arameuos	materiales	uc 16	a mici	Iaz	mora-mauiz.

Parámetro		H50	M80	H80
Tensión tangencial máxima de adherencia τ_{max} [N/mm ²]	6,00	5,50	7,00	6,00
Tensión tangencial friccional τ_f [N/mm ²]	5,00	4,50	6,00	5,00
Modulo de adherencia τ_f [(N/mm ²)/mm]	1000	1300	1500	1500
Coeficiente de roce f	0,35	0,38	0,40	0,40
Parámetro η	0,20	0,20	0,20	0,20
Carga pico correspondiente a fibras lisas P_{pic} [N]	360	320	320	320
Desplazamiento correspondiente a carga pico δ_{pic} [mm]	0,05	0,05	0,05	0,05
Deslizamiento de acomodamiento [mm]	0,5	0,5	0,5	0,5

En la Tabla 6.2 se adjuntan los parámetros calibrados de las diferentes matrices usadas y en base a estas se proponen parámetros para una matriz de resistencia intermedia (hormigón H50) para la cual no se dispone de ensayos de arrancamiento. Las matrices M30 y M80 representan morteros de hormigones H30 y H80 respectivamente. En las Tabla 6.3 y Tabla 6.4 se adjuntas las propiedades de las distintas matrices y fibras estudiadas, respectivamente.

Tabla 6.3: Parámetros de la matriz.

Parámetro	M30	H50	M80	H80
Modulo de elasticidad de matriz E_m [N/mm ²]	28000	35900	41000	41000
Resistencia a tracción de la matriz f _t [N/mm ²]	2,10	2,50	3,00	3,00
Resistencia a compresión de matriz f _c [N/mm ²]	37	90	90	90
Coeficiente de Poisson de matriz ν_m	0,20	0,20	0,20	0,20

Tabla 6.4: Parámetros de la fibra.

Parámetro	Fibra 1, 2, 3, 4, 5, 1*, 4* y 5*
Modulo de elasticidad de fibra E_f [N/mm ²]	210000
Tensión de fluencia de fibra f _y [N/mm ²]	Según Tabla 4.1
Coeficiente de Poisson de fibra v_f	0,20
Deformación de rotura de fibra ε_{rot}	0,25
Diámetro \emptyset_f [mm]	Según Tabla 4.1
Geometría	Según Tabla A6.1a Tabla A6.15 (mitad izquierda de fibra)

6.2.2.1. Simulación de ensayos de arrancamiento con fibras lisas alineadas

En las Figura 6.3 a Figura 6.5 se presentan las curvas carga-desplazamiento del extremo de la fibra obtenidas numéricamente y su comparación con los resultados de los ensayos de arrancamiento de distintos tipos de fibras de acero lisas desde distintas matrices. Todas las fibras lisas se obtuvieron cortando el gancho de fibras comerciales. Las zonas sombreadas indican la zona comprendida entre las envolventes superior e inferior de los resultados experimentales. Se observa que los resultados numéricos se aproximan a los experimentales en el caso de los ensayos de fibras 1 sin gancho, tanto en el caso de matriz de mortero M30 como hormigón H80. Sin embargo, en el caso de los ensayos de arrancamiento de fibras 4 y 5 sin gancho de una matriz de hormigón H80, los resultados numéricos muestran menor resistencia al arrancamiento, pico y residual, que la registrada en los ensayos experimentales. Esto puede atribuirse a que al cortar el gancho de los extremos las fibras no quedaron con su eje perfectamente recto sino con ciertas irregularidades que, teniendo en cuenta la elevada resistencia de la matriz, contribuyeron a aumentar la resistencia al arrancamiento. La mayor resistencia obtenida en los ensayos puede deberse también a una posible ligera falta de alineación de la fibra con a carga.

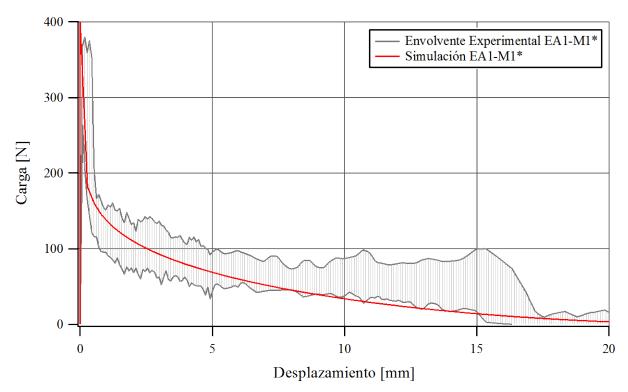


Figura 6.3: Curva de Arrancamiento de Fibras Lisas. Fibra 1 sin gancho, matriz M30.

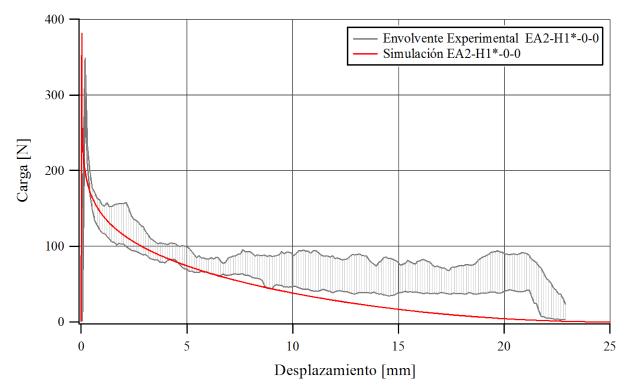


Figura 6.4: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1 sin gancho, Matriz H80

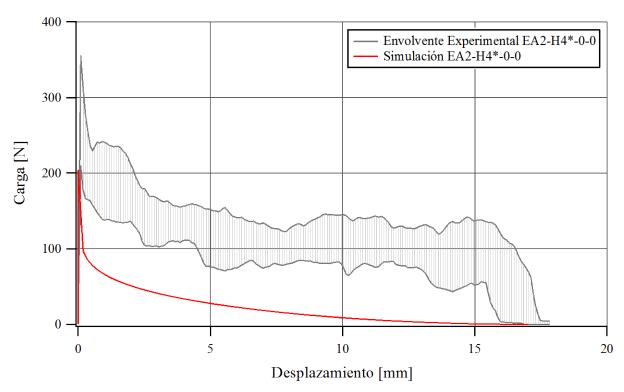


Figura 6.5: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 4 sin gancho, matriz H80

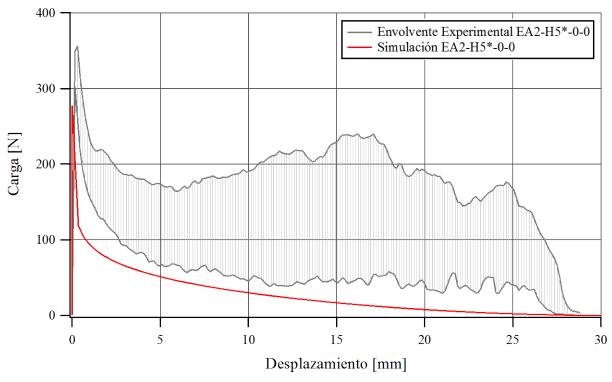


Figura 6.6: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 5 sin gancho, matriz H80

6.2.2.2. Simulación de ensayos de arrancamiento con fibras con ganchos alineadas

En las Figura 6.7 a Figura 6.19 se presentan las curvas carga-deslizamiento del extremo de la fibra obtenidas numéricamente y su comparación con los resultados de los ensayos de

arrancamiento de distintos tipos de fibras de acero con gancho desde distintas matrices con distintos niveles de confinamiento.

Se observa que en general los resultados numéricos aproximan bien la curva obtenida experimentalmente cuando la matriz no está confinada.

En el caso de las Figura 6.10 (Fibra 3, matriz M30) y Figura 6.14 (Fibra 1, matriz M80) el modelo evidencia rotura parcial de fibra y se obtiene una caída abrupta de la resistencia al arrancamiento similar a la obtenida experimentalmente.

En las Figura 6.11 y Figura 6.12 se incluyen dos curvas numéricas que corresponden a distintas formas de obtener la resistencia residual al arrancamiento: experimentalmente o mediante la Ec. 5.79. Se puede observar que esta última expresión sobrestima levemente la resistencia al arrancamiento residual. Lo particular de las fibras a las cuales corresponden los resultados de estas figuras (fibra 5 y fibra 6, según Tabla 4.1), es su alta resistencia, la cual es de 2470MPa, en comparación a las fibras a las cuales corresponden las demás figuras que poseen una resistencia de 860 a 1100MPa. Esto muestra que la Ec. 5.79 para evaluar la fuerza residual de arrancamiento, no considera en forma representativa la resistencia de la fibra. Pero el valor estimado de la fuerza residual de arrancamiento mediante la Ec. 5.79, permite obtener resultados de arrancamiento aceptables y resulta de mucha utilidad cuando no se dispone de la información experimental necesaria para determinar directamente la fuerza residual de arrancamiento.

En la Figura 6.16, los resultados del modelo se aproximan a los experimentales hasta los primeros 0,25mm y luego se produce la rotura total de la fibra. En este caso, los resultados del modelo no evidencian comportamiento plástico antes de la rotura, como se observa en los resultados experimentales. Se debe a que, como la fibra está alineada y el desplazamiento es pequeño, la longitud de fibra libre de interfaz es muy reducida y como esta longitud es usada para estimar la deformación axial plástica de la fibra, con un mínimo desplazamiento se alcanza una gran deformación plástica que conduce a la rotura total de la fibra.

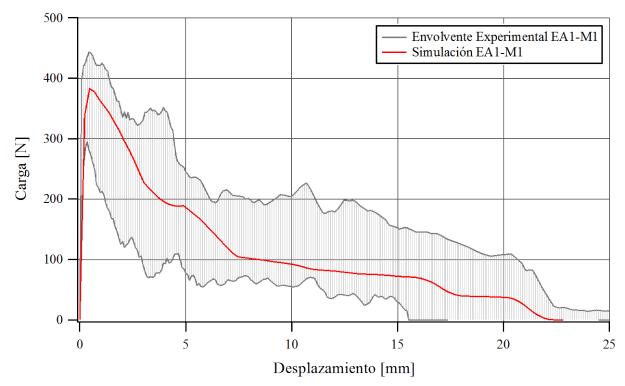


Figura 6.7: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz M30

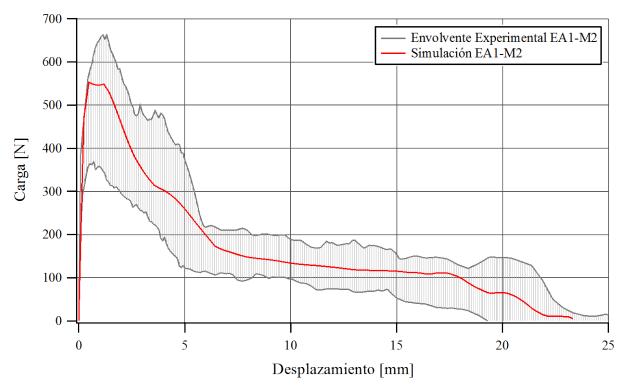


Figura 6.8: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 2, matriz M30

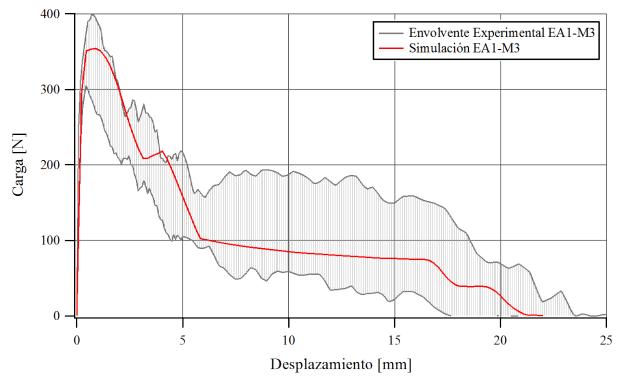


Figura 6.9: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 3, matriz M30

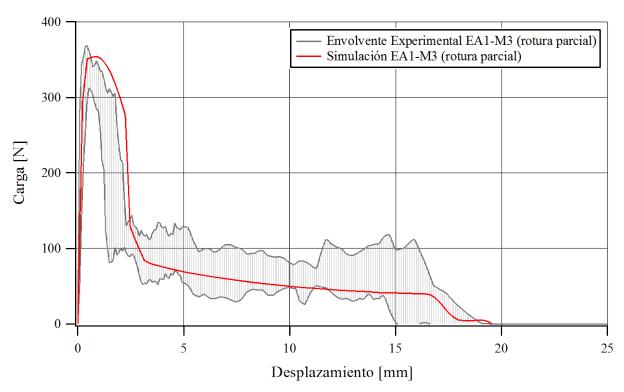


Figura 6.10: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 3, matriz M30

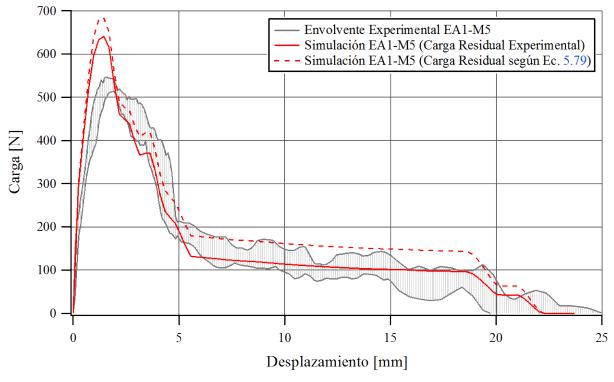


Figura 6.11: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 5, matriz M30

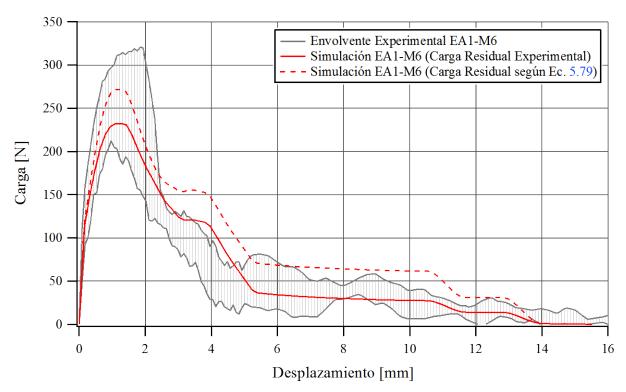


Figura 6.12: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 6, matriz M30

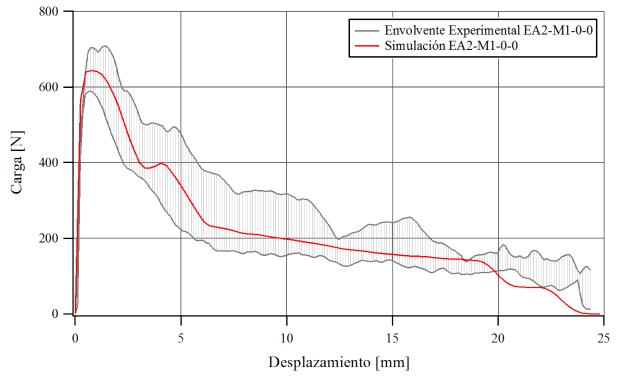


Figura 6.13: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz M80

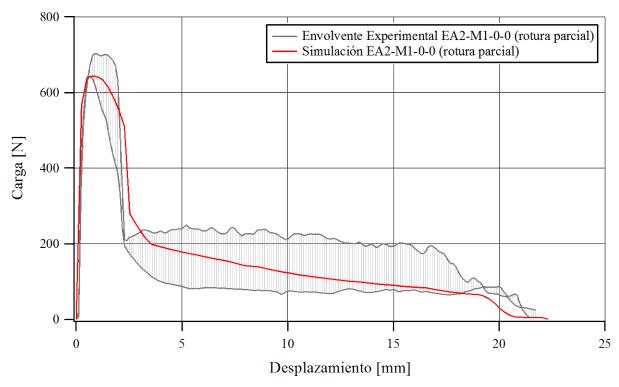


Figura 6.14: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz M80

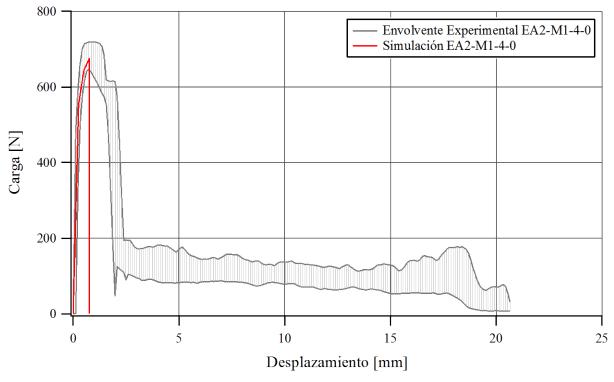


Figura 6.15: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz M80, confinamiento de 4MPa.

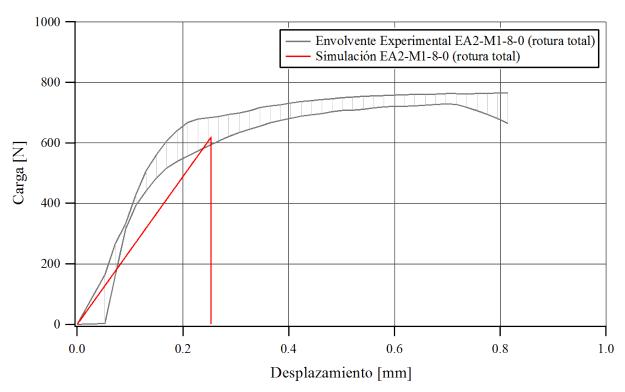


Figura 6.16: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz M80, confinamiento 8MPa

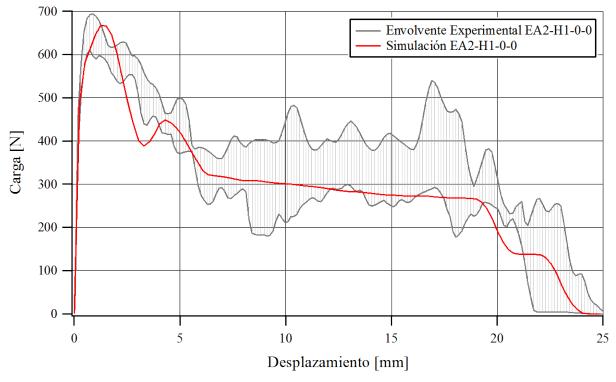


Figura 6.17: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H80

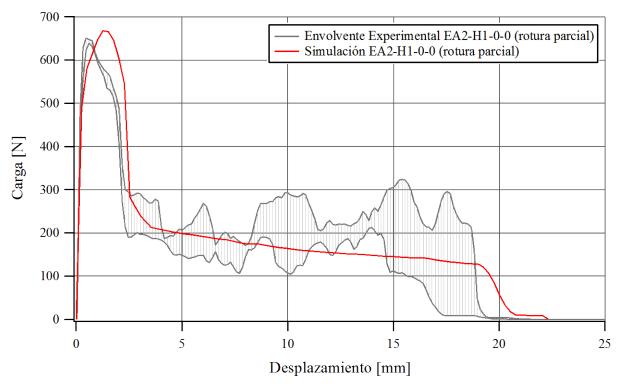


Figura 6.18: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H80

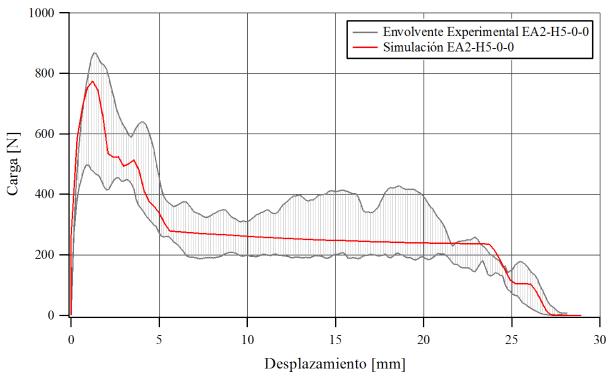


Figura 6.19: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 5, matriz H80

6.2.2.3. Simulación de ensayos arrancamiento con fibras con ganchos inclinadas

En las Figura 6.20 y Figura 6.23 se presentan las curvas carga-deslizamiento del extremo de la fibra obtenidas numéricamente y su comparación con los resultados de los ensayos de

arrancamiento de fibras 1 desde matriz de hormigón H80, considerando distintas orientaciones de fibras respecto de la dirección de arrancamiento (30° y 60°), es decir respecto de la normal a la cara del espécimen.

En la Figura 6.20 la respuesta del modelo de arrancamiento se aproxima a los resultados experimentales, principalmente en la carga máxima. Además, reproduce satisfactoriamente la rotura total de la fibra. En la Figura 6.23 los resultados del modelo de arrancamiento también se asemejan a los experimentales y se reproduce satisfactoriamente la rotura total de la fibra aunque la carga máxima resulta levemente sobrevalorada.

En ambas inclinaciones de fibra, el modelo reproduce en forma aproximada los desplazamientos.

En las Figura 6.21 y Figura 6.24, se muestran curvas que representan la variación de la longitud de rotura de matriz a medida que avanza el ensayo, para cada caso de inclinación (30° y 60°). El valor final de la longitud de rotura de matriz, está en el orden del obtenido experimentalmente (ver Tabla 4.5) lo cual valida el modelo de rotura de matriz propuesto en esta tesis.

En las Figura 6.22 y Figura 6.25 se muestra la variación del esfuerzo de corte en el tramo libre de la fisura, a medida que avanza el ensayo. Los valores del esfuerzo de corte se determinan considerando que, en el tramo de fibra libre de interfaz, actúan dos momentos flectores uno en cada extremos, que son determinados en base al estado de deformación de los tramos adyacentes al mencionado y el esfuerzo de corte resulta del planteo de equilibrio entre este y los momentos en los extremos. Se trata únicamente de resultados numéricos ya que no se registraron estas magnitudes a lo largo de los ensayos. Se observa que los valores del esfuerzo de corte son despreciables en comparación con los de la fuerza de arrancamiento, siendo el valor máximo del esfuerzo de corte aproximadamente el 5% de la fuerza máxima de arrancamiento.

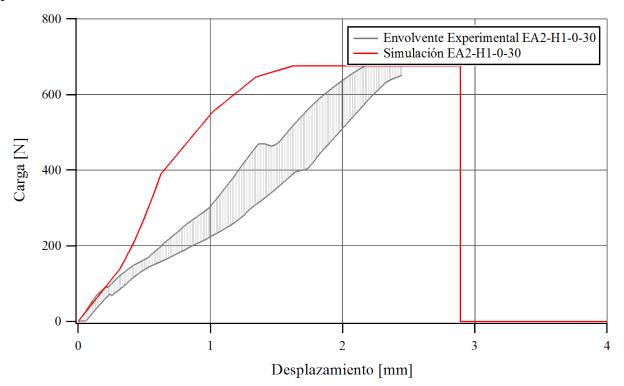


Figura 6.20: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H80, inclinación 30°

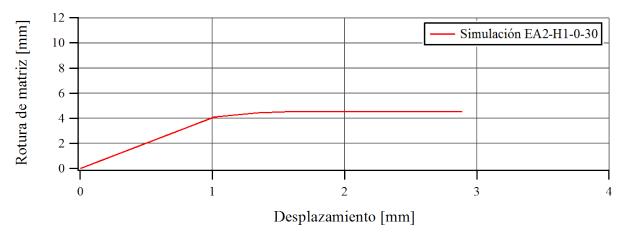


Figura 6.21: Curva de longitud de rotura de matriz vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz H80, inclinación 30°

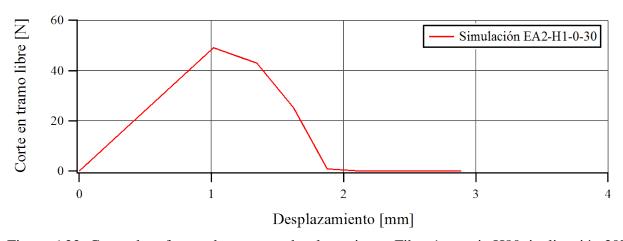


Figura 6.22: Curva de esfuerzo de corte vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz H80, inclinación 30°

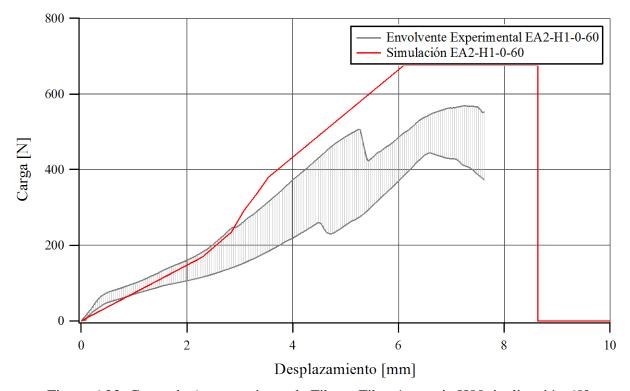


Figura 6.23: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H80, inclinación 60°

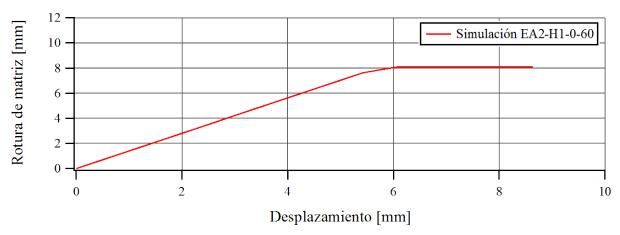


Figura 6.24: Curva de longitud de rotura de matriz vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz H80, inclinación 60°

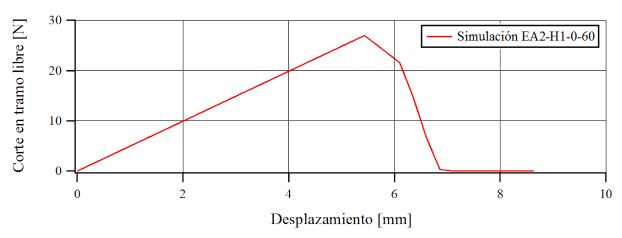


Figura 6.25: Curva de esfuerzo de corte vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz H80, inclinación 60°

6.2.2.4. Predicción de arrancamiento de fibras para una matriz de hormigón H50

En las Figura 6.26 y Figura 6.27 se muestran curvas de carga-desplazamiento del extremo de la fibra obtenidas numéricamente para una matriz de hormigón H50. En este caso no se dispone de resultados experimentales de arrancamiento de fibras y los parámetros de la interfaz se proponen en base a parámetros de matrices conocidas (M30, M80 y H80). En la Figura 6.26 se muestran resultados de arrancamiento de fibras alineadas donde se consideran diferentes longitudes embebidas y en la Figura 6.27 para una longitud embebida de 12,5mm se consideran diversas inclinaciones (0°, 30°, 45° y 60°). Adicionalmente, para el caso de fibra inclinada, se adjuntan curvas de longitud de rotura de matriz en Figura 6.28 y esfuerzo de corte en Figura 6.29.

En las Figura 6.26 se observa la influencia de la longitud embebida en la respuesta al arrancamiento de fibras. La carga máxima, no disminuye proporcionalmente a la longitud, ya que la principal componente de resistencia al arrancamiento se concentra en el gancho.

En la Figura 6.27 se observa la influencia de la inclinación de la fibra respecto de la fisura. La carga máxima disminuye y el desplazamiento correspondiente aumenta, debido al giro del tramo de la fibra que se libera por la rotura de la matriz. Además, como la rotura de matriz reduce la longitud de la interfaz, el arrancamiento de la fibra finaliza a desplazamientos menores que cuando esta alineadas. En la Figura 6.28 se muestra la variación de la longitud de rotura de la matriz, durante del desplazamiento de la fibra, para cada inclinación de fibra. En la Figura 6.29 se muestran

los esfuerzos de corte en la zona de la fibra libre de interfaz, para cada inclinación, se observa que son despreciables en comparación con las fuerzas de arrancamiento máximas.

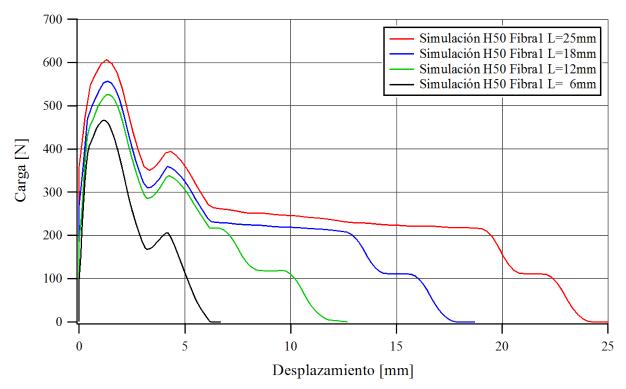


Figura 6.26: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H50.

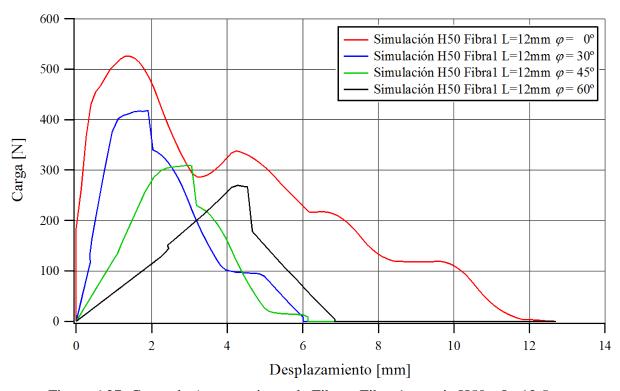


Figura 6.27: Curva de Arrancamiento de Fibras. Fibra 1, matriz H50 y L=12,5mm.

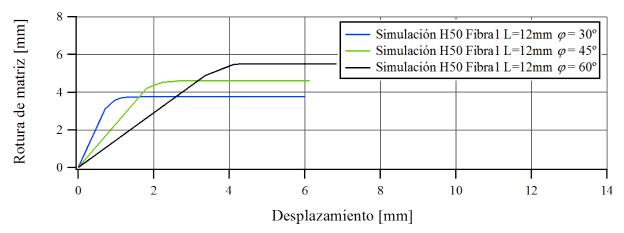


Figura 6.28: Curva de longitud de rotura de matriz vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz H50 y L=12,5mm.

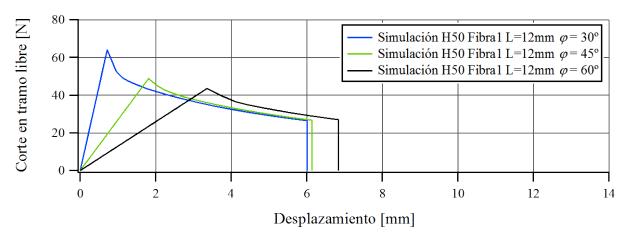


Figura 6.29: Curva de esfuerzo de corte vs. desplazamiento. Fibra 1, matriz H50 y L=12,5mm.

6.3. Hormigón reforzado con fibras

Para simular el comportamiento mecánico del HRF, primero se deben calibrar las propiedades de los materiales componentes, es decir matriz y fibras. Los parámetros materiales de las fibras fueron calibrados en el apartado anterior mediante la simulación de arrancamiento de fibras lisas alineadas y validados mediante las simulaciones de arrancamiento de fibras con ganchos alineadas e inclinadas, para matrices de mortero y hormigón H30 y H80. También se realizó una predicción de arrancamiento de fibras para una matriz de hormigón H50. A continuación, se realiza la calibración de la matriz de hormigones H30, H50 y H80, mediante simulaciones de ensayos de compresión de probetas cilíndricas y ensayos de flexión con vigas entalladas apoyadas en tres puntos.

Una vez calibradas las propiedades mecánicas de los materiales componentes del HRF, se realizan simulaciones de vigas de HRF entalladas apoyadas en tres puntos y placas circulares de HRF apoyadas en cuatro puntos. Los resultados numéricos se comparan con los experimentales. Se

estudia la influencia que tienen en la respuesta del HRF obtenida numéricamente, la forma de considerar la orientación de las fibras dentro del compuesto, la longitud embebida considerada dentro del modelo de arrancamiento y, la consideración de la inclinación de las fibras y el efecto del confinamiento dentro del modelo de arrancamiento. Se analiza, además, la diferencia entre considerar el aporte de todas las fibras que atraviesan una fisura o sólo el de las fibras eficaces (fibras que evidencian deformación del gancho). A partir de allí se extraen conclusiones sobre la forma más adecuada de modelar la orientación de la fibra en el compuesto, la longitud embebida que se debe considerar y la proporción de fibras.

6.3.1. Calibración de parámetros materiales de la matriz

Para modelar el comportamiento mecánico del hormigón se usa un modelo constitutivo elastoplástico, considerando la superficie de fluencia de Lubliner-Oller (Oller et al. (1988)) y flujo asociado. Se considera que en compresión uniaxial el material presenta una curva de endurecimiento-ablandamiento representada con una función exponencial con máximo, mientras que en tracción se considera únicamente ablandamiento con una caída exponencial.

La tensión máxima a compresión, el límite de proporcionalidad y el módulo de elasticidad, se obtienen directamente de los resultados experimentales. La energía de aplastamiento, la energía de fractura y la resistencia a tracción son los parámetros a calibrar mediante las simulaciones de los ensayos de compresión y flexión en hormigón, comparando las curvas carga-desplazamiento obtenidas numéricamente con las registradas experimentalmente.

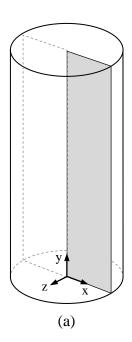
En la Tabla 6.5 se resumen los parámetros materiales obtenidos para cada tipo de hormigón en estudio.

Tabla 6.5 Parámetros materiales para modelar el hormigón.

Parámetro	H30	H50	H80
Modulo de elasticidad E [N/mm²]	28000	35900	41000
Coeficiente de Poisson ν	0,20	0,20	0,20
Tensión umbral de fluencia en compresión f_y [N/mm 2]	23,00	36,00	60,00
Resistencia ultima a compresión f _c [N/mm ²]	37,00	55,00	90,0
Resistencia ultima a tracción f _t [N/mm ²]	2,10	2,50	3,00
Energía de aplastamiento G_c [Nmm/mm ²]	2,00	4,00	8,00
Energía de fractura G_f [(Nmm/mm ²)]	0,09	0,14	0,16
Función de fluencia	Lubliner-Oller	Lubliner-Oller	Lubliner-Oller
Criterio de potencial	Lubliner-Oller	Lubliner-Oller	Lubliner-Oller
Curva de endurecimiento en compresión	Exp. con máximo	Exp. con máximo Exp. con máxim	
Disipación plástica normalizada del pico de tensión	0,10	0,10	0,10
Curva de endurecimiento en tracción	Exponencial	Exponencial	Exponencial

6.3.1.1. Simulación de ensayos de compresión

Se modela la probeta cilíndrica de hormigón de 100mm de diámetro y 200mm de altura en dos dimensiones considerando simetría axial y toda la altura de la probeta. La malla está formada por elementos cuadriláteros de cuatro nodos, con cuatro puntos de integración en total en el elemento. La malla tiene un total de 68 elementos y 90 nodos, como se muestra en la Figura 6.30. Se trabaja con la densidad de malla indicada, para poder modelar en forma aproximada el efecto de confinamiento provocado por el rozamiento entre los platos de la máquina y los extremos de la probeta que da lugar a una distribución no uniforme de tensiones. Para reproducir un ensayo con control de desplazamiento se aplican desplazamientos verticales iguales en los nodos del borde superior.



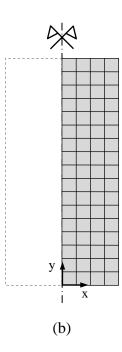


Figura 6.30: Malla de elementos finitos correspondiente a probeta cilíndrica de 10x20cm. (a) Geometría real de la probeta y semiplano radial modelado. (b) Malla asignada al semiplano radial.

En las Figura 6.31 a Figura 6.33 se presentan las curvas cargas-desplazamiento en compresión uniaxial obtenidas numéricamente para hormigón H30, H50 y H80 y, su comparación con las curvas obtenidas en los ensayos. En el caso del hormigón H80 no se dispone curva experimental carga-desplazamiento. En los ensayos sólo se obtuvieron el módulo de elasticidad y la carga de rotura. Para definir aproximadamente la energía de aplastamiento se comparó con las curvas numéricas de los dos hormigones H30 y H50. Ver Figura 6.33.

Se observa que el modelo de hormigón utilizado reproduce adecuadamente el comportamiento en compresión uniaxial de los hormigones en estudio.

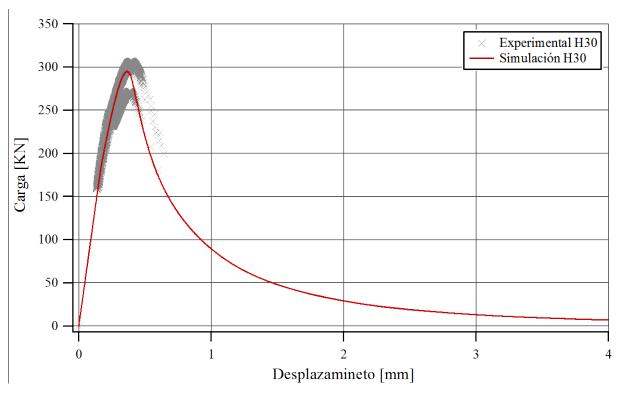


Figura 6.31: Curva carga-desplazamiento de hormigón H30 en ensayo de compresión.

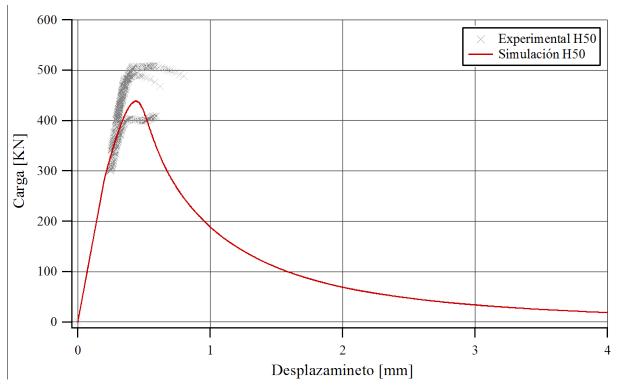


Figura 6.32: Curva carga-desplazamiento de hormigón H50 en ensayo de compresión.

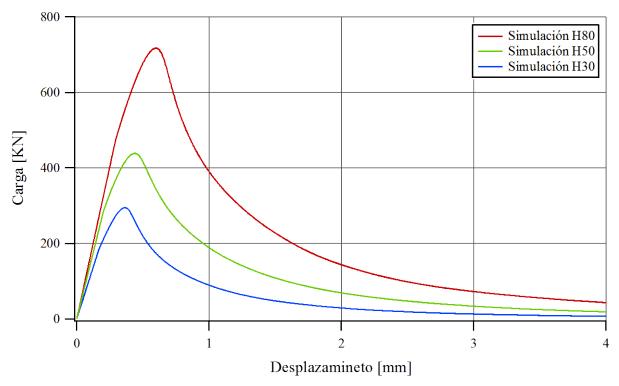


Figura 6.33: Curva carga-desplazamiento de hormigón H30, H50 y H80 en ensayo de compresión.

6.3.1.2. Simulación de ensayos de flexión con vigas entalladas

Para completar la calibración de los parámetros del modelo de hormigón se simulan los ensayos de vigas entalladas de caracterización. La geometría de la viga entallada y las condiciones de apoyo se indican en la Figura 6.34. Las variables observadas son la carga y la apertura de fisuras (CMOD).

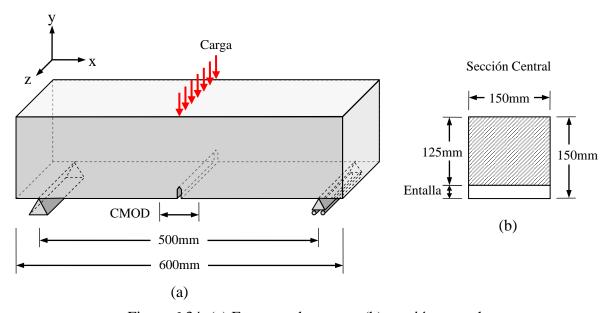


Figura 6.34: (a) Esquema de carga y (b) sección central

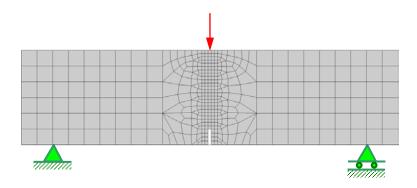


Figura 6.35: Malla de elementos finitos correspondiente a la viga entallada.

La viga se modela en dos dimensiones considerando estado plano de tensiones y se considera toda su longitud. La malla está formada por elementos cuadriláteros de cuatro nodos y, tiene un total de 406 elementos y 452 nodos. Se aplican desplazamientos verticales en el centro del borde superior.

Las Figura 6.36, Figura 6.37 y Figura 6.38 muestran las curvas carga-apertura de fisuras obtenidas numéricamente y su comparación con los resultados experimentales. Se observa que el modelo de hormigón utilizado reproduce adecuadamente el comportamiento en flexión

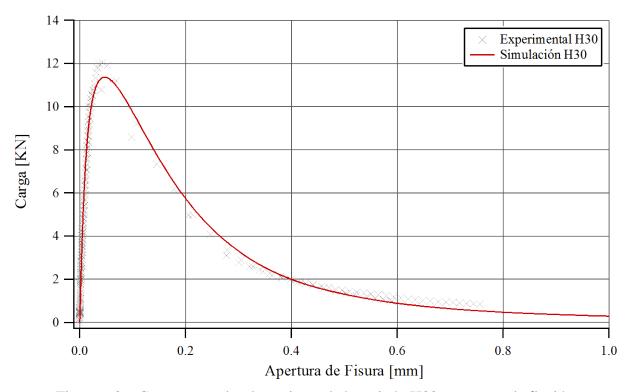


Figura 6.36: Curva carga-desplazamiento de hormigón H30 en ensayo de flexión.

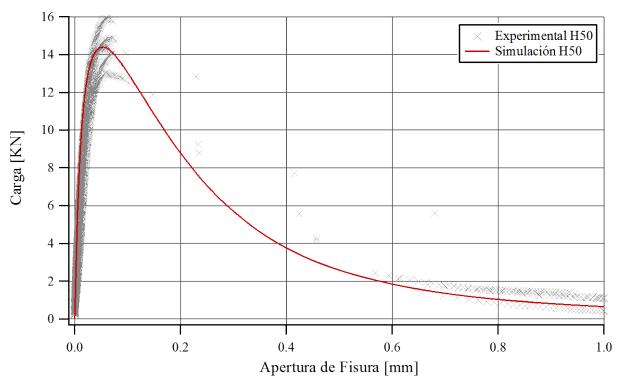


Figura 6.37: Curva carga-desplazamiento de hormigón H50 en ensayo de flexión.

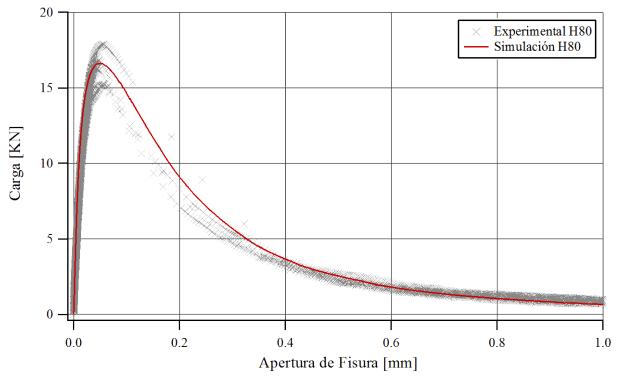


Figura 6.38: Curva carga-desplazamiento de hormigón H80 en ensayo de flexión.

6.3.2. Simulación numérica del comportamiento mecánico del HRF

Se conoce bien el comportamiento mecánico de los componentes del HRF por separados, además se dispone de una herramienta numérica que permite combinar el comportamiento

mecánico de todas las componentes y así reproducir el comportamiento del compuesto. El principal desafío de la simulación del compuesto, radica en la adecuada modelación de la orientación de las fibras y las proporciones correspondientes asignadas a cada orientación.

6.3.2.1. Simulación de ensayos de flexión con vigas entalladas

Como las vigas entalladas corresponden a ensayos de caracterización de HRF, se conoce donde se genera la fisura. Por otro lado, como en algunos casos se hizo un conteo de fibras al final del ensayo, se conoce el número de fibras totales y eficaces en dicha sección. Se puede estudiar entonces cómo influyen en la respuesta obtenida numéricamente para el HRF la longitud embebida que se considera en el modelo de arrancamiento de fibras y, a partir de la comparación con resultados experimentales, se pueden extraer algunas conclusiones prácticas para la modelación de HRF con un costo computacional razonable.

Experimentalmente se determino el número de fibras totales y eficaces para el hormigón H80 reforzado con 30Kg/m³ de fibras de acero (ver apartado 4.4.3.2, Tabla 4.8), tipo fibra 1 según Tabla 4.1. También se dispone de información de conteo de fibras de un hormigón H80 con 60Kg/m³ de fibras de acero, tipo fibra 1 según Tabla 4.1. En base a estos conteos se estima la proporción de fibras en la sección y además se compara con la metodología propuesta en el apartado 5.6.1.

Tabla 6.6: Proporciones de fibras en la sección de rotura

Método	Parámetro		H80 60Kg/m³
	[a] Número promedio de fibras totales: (dato)		102,9
Determinación experimental	[b] Número promedio de fibras eficaces: (dato)	37,2	60,9
	[c] Área de la sección de una fibra [mm²]	0,7854	0,7854
	[d] Área del conjunto de secciones de fibras eficaces [mm²]: [d]=[b][c]	29,217	47,831
	[e] Área de la sección de rotura de la viga [mm²]: [e]=150x125	18750,0	18750,0
	[f] Proporción de fibras eficaces en la sección de rotura: [f]=[d]/[e]	0,00156	0,00255
Estimación según apartado 5.6.1 [i] Relación de proporción de proporció	[g] Proporción de fibra totales según dosificación : (dato)	0,00382	0,00764
	[h] Relación de proporción de fibras en la dirección x: (se adopta)	0,60	0,60
	[i] Relación de proporción de fibras en la dirección y: (se adopta)	0,30	0,30
	[j] Relación de proporción de fibras en la dirección z: (se adopta)	0,10	0,10
	[k] Proporción de fibra totales en la dirección x: [k]=[g][h]	0,00229	0,00458
	[1] Relación de fibras eficaces en sección de rotura: (según Ap. 5.6.1)	0,773	0,773
	[m] Proporción de fibras eficaces en la sección de rotura: [m=[k][l]	0,00177	0,00354

En la Tabla 6.6 se presenta la estimación de la proporción de fibras eficaces en la sección de rotura. El número de fibras eficaces, en este caso, se dispone experimentalmente y además se realiza una estimación del mismo según el apartado 5.6.1. La proporción de fibras eficaces, puede resultar sobrevaluada o subvaluada, según la proporción de fibras que se adopte en cada dirección ([h], [i] y [j] en Tabla 6.6), la cual se propone en base a la forma del molde y el escurrimiento del hormigón en estado fresco.

Para los hormigones H30 y H50 reforzados con 40Kg/m³ de fibra, no se dispone de conteo de fibras. Este caso se asume que la resistencia de la matriz tiene baja incidencia en la relación de fibras eficaces y en base a los conteos de fibras realizados para el H80 se proponen una proporción de fibras eficaces para los hormigones mencionados anteriormente, resultando una proporción den la dirección x de **0,00189**.

Se estudia la influencia de la longitud embebida de la fibra considerada en el modelo de arrancamiento de fibras. Se proponen cuatro longitudes diferentes y posteriormente una combinación de todas.

En las Figura 6.40 a Figura 6.42 se presentan las curvas carga-apertura de fisura obtenidas numéricamente para las distintas vigas y longitudes embebidas y, su comparación con los resultados experimentales.

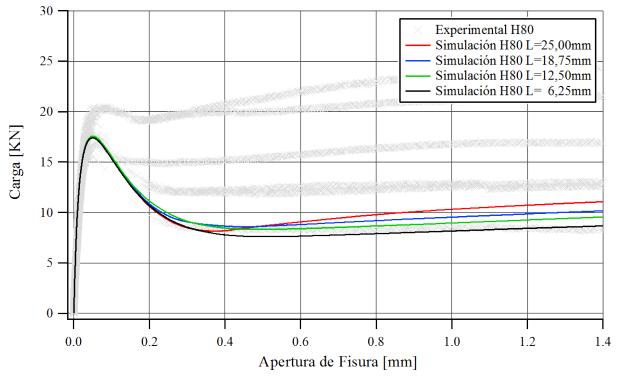


Figura 6.39: Curva carga-Apertura de fisura. Hormigón H80 con 30Kg/m³ de fibra. Efecto de la longitud embebida

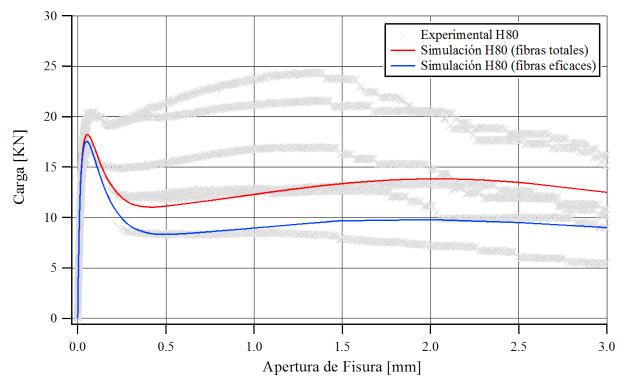


Figura 6.40: Curva carga-Apertura de fisura. Hormigón H80 con 30Kg/m³ de fibra. Efecto de la longitud embebida.

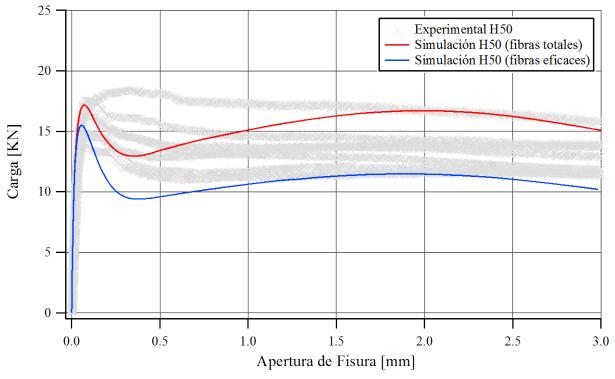


Figura 6.41: Curva carga-Apertura de fisura. Hormigón H50 con 40Kg/m³ de fibra. Efecto de la longitud embebida.

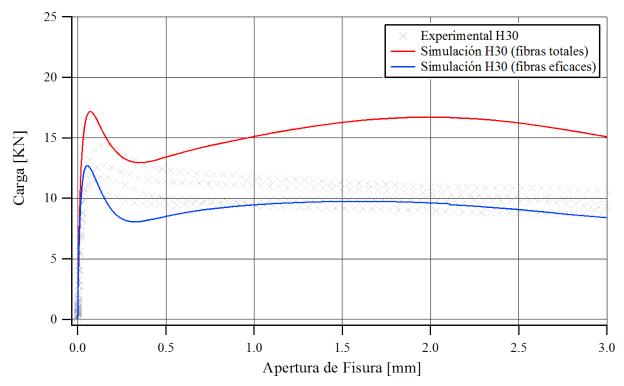


Figura 6.42: Curva carga-Apertura de fisura. Hormigón H30 con 40Kg/m³ de fibra. Efecto de la longitud embebida.

Las simulaciones de los hormigones H30 con 40Kg/m³ y H80 con 30Kg/m³ de fibra de acero (fibra 1, según Tabla 4.1) ajustan satisfactoriamente los resultados experimentales. En el caso del hormigón H50 con 40Kg/m³ donde se consideró dos proporciones de fibras, por un lado el numero de fibras totales en la sección de rotura y por otro lado el numero de fibras eficaces, se obtienen curvas que son próximas a las envolventes de los resultados experimentales

La variación de la respuesta carga-apertura de fisuras, al modificar la longitud embebida de la fibra, es baja. Esto se debe a que el aporte principal en el arrancamiento, se concentra en el gancho de la fibra.

6.3.2.2. Ensayos de Flexión en Placas Circulares apoyadas en 4 puntos

La norma ASTM C1550-05 propone un ensayo de caracterización que consiste en ensayar placas circulares apoyadas en 4 puntos a flexión. Ensayos similares fueron realizados por Isas Pedraza y Sfer (2013), en los cuales se modificó el diámetro y el espesor respecto al ensayo descripto en la norma, adoptando un diámetro de 0.60m y un espesor de 0.06m (en lugar de Ø0.80x0.08m). Los especímenes fueron construidos con hormigón autocompactante H50, con un contenido de 40Kg/m³ de fibra y sin fibras respectivamente. Se uso fibra 1 según Tabla 4.1.

En Figura 6.43 se muestra la geometría del espécimen y las condiciones de apoyo. La carga P se aplica en el centro de la placa y en la cara opuesta a la aplicación de la carga se mide la flecha δ. Los tres apoyos puntuales se ubican en un diámetro de 0,54m, distribuidos a 120° entre sí, siendo el cuarto punto de apoyo el correspondiente a la aplicación de la carga.

Dadas las condiciones de apoyo (Figura 6.43) no es posible realizar la simulación numérica en 2 dimensiones considerando axial simetría y en es necesario realizar la simulación numérica en 3

dimensiones. Con el programa de elementos finitos usado es necesario modelar la placa completa, ya que las restricciones de desplazamientos (vínculos o apoyos) solo pueden ingresarse paralelas a los ejes cartesianos X-Y-Z. Es decir, no es posible modelar la tercera o sexta parte de la placa, ya que en estos casos uno de los lados no sería paralelo al sistema de ejes y al aplicar las restricciones se afectaría el libre desplazamiento de la placa en dirección radial.

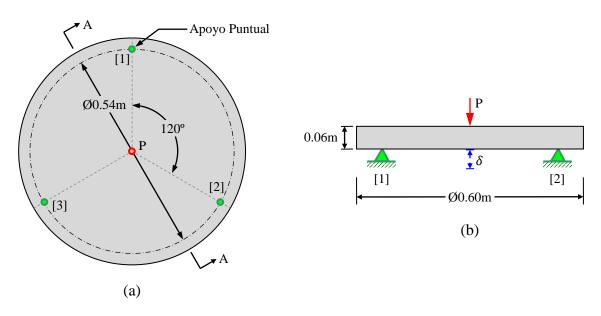


Figura 6.43: Placa circular - Condiciones de apoyo: (a) vista superior y (b) corte AA

La malla adoptada se muestra en la Figura 6.44, está formada por 1152 elementos y 1636 nodos. Los elementos son hexaédricos de 8 nodos y 8 puntos de integración en total.

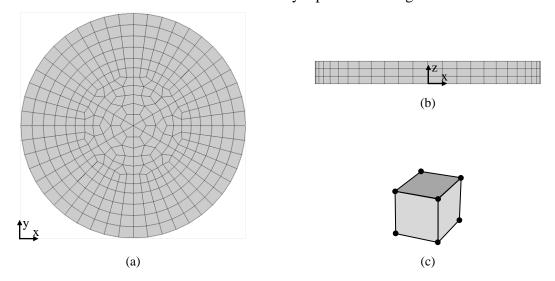


Figura 6.44: Malla de placa circular: (a) vista superior, (b) vista lateral y (c) elemento finito en coordenadas locales.

SESTUDIO DE LA MODE* Estudio de la modelación de la orientación de fibras en el compuesto

En las Figura 6.45 a Figura 6.48 se muestran los casos de orientación de fibras modelados en 3D en la placa de HRF apoyada en cuatro puntos. Se propone desde un caso simple con fibras en dos direcciones ortogonales hasta un caso complejo de fibras preferentemente en dirección radial y tangencial zonificada.

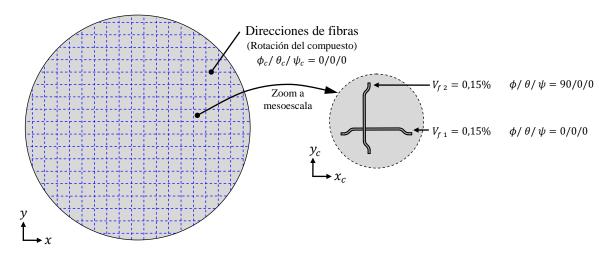


Figura 6.45: Orientación de fibras O1. Fibra en 2 direcciones.

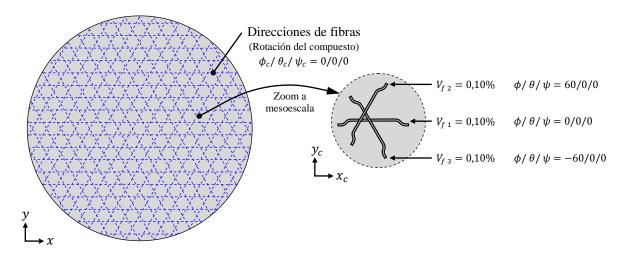


Figura 6.46: Orientación de fibras O2. Fibra en 3 direcciones.

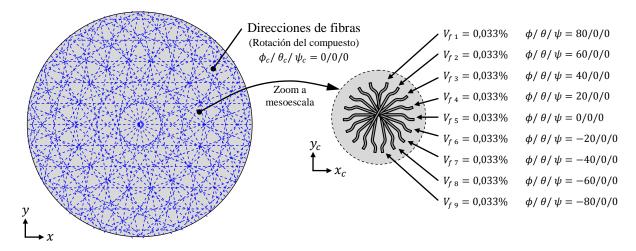


Figura 6.47: Orientación de fibras O3. Fibra en 9 direcciones.

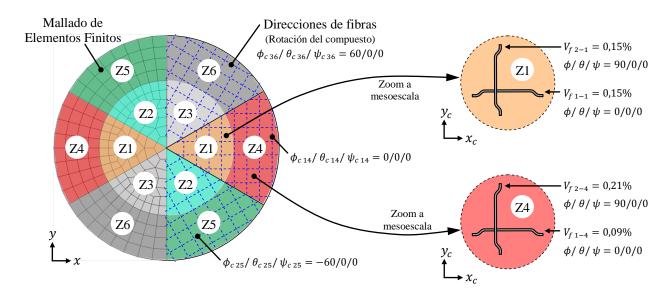


Figura 6.48: Orientación de fibras O4. Zonas de orientación con fibras en 2 direcciones locales.

En la Figura 6.49, se muestran los resultados obtenidos en curvas carga-flecha de las placas modeladas según los diferentes casos de orientación de fibras propuestos y su comparación con los resultados experimentales. Se puede observar que prácticamente no hay diferencia en los tres primeros caso y el cuarto se aparta levemente de los anteriores a partir de los 2mm de flecha. Esto muestra que no es necesario adoptar una configuración compleja de la orientación de fibras para obtener buenos resultados. En este caso es suficiente con considerar únicamente dos direcciones ortogonales para la orientación de las fibras para obtener buenos resultados, con el gran benéfico de reducir los tiempos de cálculo.

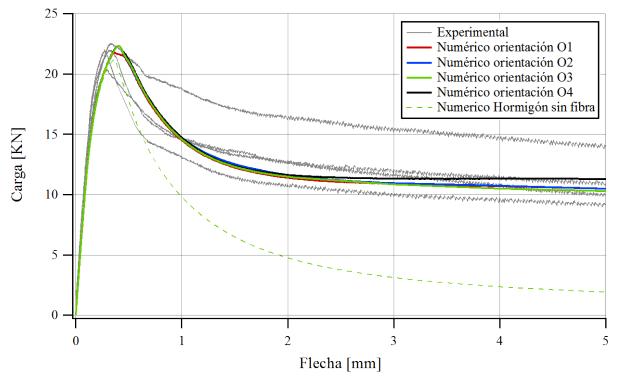


Figura 6.49: Curva Carga-Flecha de placa de HRF. Comparación de casos de orientación considerados.

Estudio de la influencia de la longitud embebida en el HRF

Se estudia ahora el efecto de la longitud embebida considerada en la respuesta. En este caso se considera la orientación O2 indicada en la Figura 6.46, donde se definen tres dirección de fibra en el plano de la placa.

La Figura 6.50 muestra las respuestas carga-desplazamiento obtenidas para distintas longitudes embebidas consideradas y su comparación con las respuestas experimentales.

Se puede ver claramente el efecto de la longitud embebida, la cual interviene en el modelo de arrancamiento. Se observa que la respuesta no es directamente proporcional a la longitud embebida, esto se debe a que la resistencia al arrancamiento de las fibras con ganchos, se concentra principalmente en la zona del gancho.

La curva que mejor ajusta el promedio de los resultados experimentales corresponde a la de 12,5mm de longitud embebida $(L_f/4)$.

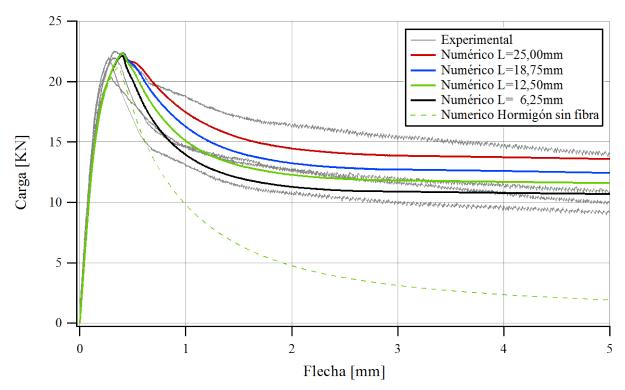


Figura 6.50: Curva Carga-Flecha de placa de HRF. Comparación de casos con diferente longitud embebida.

* Comparación de modelo de fibras inclinadas y alineadas y, el efecto del confinamiento

Se consideran una longitud embebida de fibras 12,5mm y se usa adopta la orientación O2 indicada en la Figura 6.46, para definir la orientación de fibras en el compuesto. Se resuelve el problema con la orientación de fibras mencionadas pero usando, por un lado la curva de arrancamiento obtenida considerando el modelo de arrancamiento de fibras inclinadas (Ec. 5.101) y, por otro lado, la curva de arrancamiento correspondiente al modelo de arrancamiento de fibras alineadas (Ec. 5.103).

En la Figura 6.51, se observa que la respuesta del modelo de fibras inclinadas es inferior al caso particular de fibras alineadas, lo cual es de esperarse, ya que en la fibra inclinada se genera la rotura de matriz y esto permite aperturas de fisuras sin incrementos considerables de deslizamiento de fibras. Además, la rotura de la matriz reduce la longitud de interfaz lo que disminuye la resistencia al arrancamiento y finalmente disminuye la respuesta mecánica del compuesto. A partir de estos resultados, se puede concluir que, si bien el modelo de fibras inclinadas es el más representativo del proceso de arrancamiento de fibras, el modelo de fibras alineadas, cuando se tiene Modo 1 de falla, representa una alternativa que brinda resultados aceptables con menor complejidad y menor costo computacional.

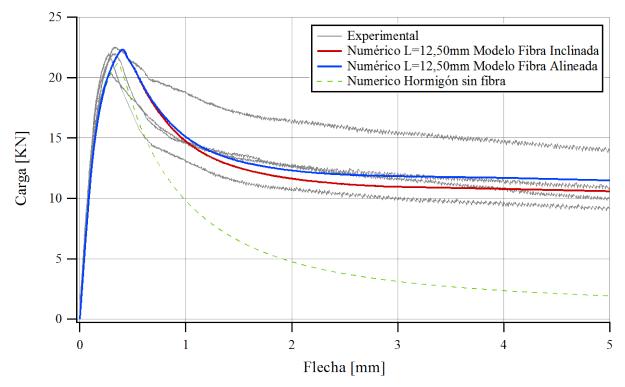


Figura 6.51: Curva Carga-Flecha de placa de HRF. Comparación de del comportamiento del HRF según el modelo de arrancamiento de fibras inclinadas o alineadas.

En la Figura 6.52, se muestra la distribución de deformaciones plásticas en la cara inferior de la placa. Esta distribución, se corresponde con la forma de fisuración que se observa experimentalmente. Los gráficos corresponden a cuatro valores de flecha: Una flecha de 0,08mm donde el comportamiento del material es elástico, por lo cual no presenta deformaciones plásticas. Una flecha de 0,50mm que corresponde a la zona próxima al pico de carga, donde ya se tienen deformaciones plásticas pero son pequeñas. Una flecha de 1,11mm y 5,00 donde las deformaciones plásticas son muy evidentes.

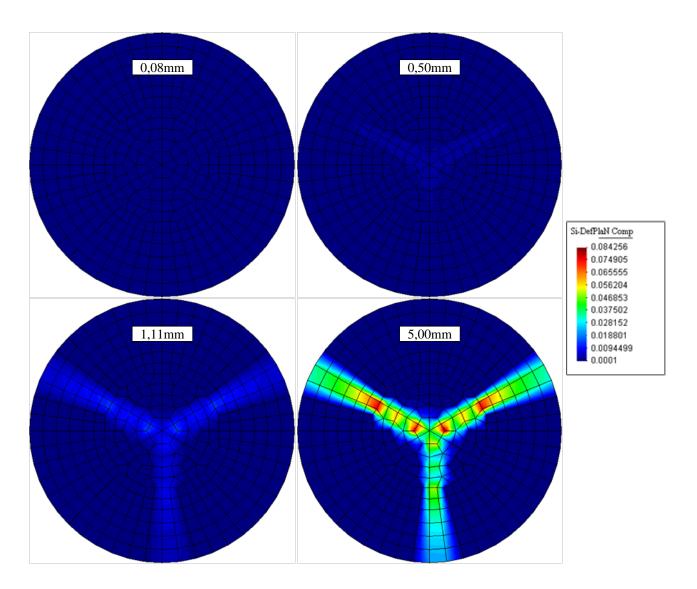


Figura 6.52: Evolución de las deformaciones plásticas principales i del compuesto, en la cara inferior de la placa. Placa según orientación O4.

ANEXO CAPÍTULO 6 APLICACIONES

A6.1. Introducción

Para la implementación de los modelos fue necesario realizar modificaciones en el software de trabajo, el cual es de código abierto, escrito en FORTRAN.

En este anexo se describen brevemente las mejoras introducidas en el programa de elementos finitos. Además, se describe el método de relevamiento del eje de las fibras y se adjuntan las coordenadas y parámetros relevados correspondientes a fibras usadas en el desarrollo de esta tesis y también de otras geometrías como ejemplo.

A6.2. <u>Implementaciones en programa de elementos finitos</u>

El programa usado en el grupo de trabajo es de código abierto y libre, se va ampliando con el desarrollo de cada tesis con contenido numérico dentro del grupo de trabajo. En el marco de esta tesis se reescribió el código de este programa en forma estructurada tanto en las versión 2D y 3D, para facilitar el uso a los actuales y futuros usuarios. Se participo en la incorporación del tratamiento a estructuras reparadas (se realiza la simulación de la estructura sana hasta alcanzar la falla y posteriormente se introduce la reparación en la estructura fallada y se continua la simulación), se implemento algoritmos para la evaluación de las curvas de endurecimiento-ablandamiento en base al modelo de arrancamiento.

En la versión 3D se incorporaron elementos sólidos hexaédricos de 8, 20 y 27 nodos y tetraédrico de 10 nodos. Se optimizo el uso de la memoria, reduciéndola hasta 10 veces respecto de la versión inicial del programa. En el tratamiento de compuestos, se corrigió y amplio el procesamiento de la orientación de los materiales para transportar el conjunto de variables de coordenadas globales a locales y viceversa, tanto en los materiales componentes como en el compuesto. También se modificó el orden del tratamiento de materiales ortótropos, efectuando primero la rotación de las variables del material a coordenadas locales, luego el mapeo de espacios ortótropo-isótropo y finalmente la resolución de la ecuación constitutiva en el espacio isótropo ficticio.

A6.3. Relevamiento de geometría del eje de la fibra

El relevamiento de la geometría se realiza en base a una imagen de la fibra y mediante la ayuda de algún software para dibujo, que permita importar archivos de imágenes y realizar mediciones. Este procedimiento puede realizarse en forma manual con un software o en forma automática mediante algún software más especifico de procesamiento de imágenes. En esta tesis se trabaja en forma manual con software. El procedimiento consiste en definir puntos representativos sobre el eje de la fibra como se muestra en la Figura A6.1 y determinar las coordenadas X e Y de cada punto y, luego calcular las componente ΔX y ΔY de la dirección tangente a al eje de la fibra en esos puntos. Los puntos representativos se elijen de manera que el tramo definido entre dos puntos consecutivos, presente una curvatura aproximadamente uniforme. En la Figura A6.1 se muestra una imagen de una fibra de longitud L_f , donde se indica una discretización horizontal de la mitad de la fibra y se definen los puntos del 0 al 11. Para ubicar fácilmente la posición del eje de la fibra, se usa una circunferencia de diámetro igual al de la fibra.

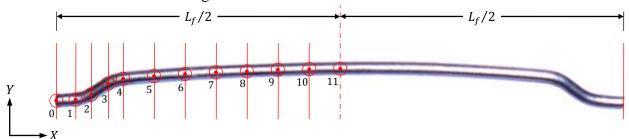


Figura A6.1: Relevamiento de geometría de fibra con ganchos en los extremos.

Obtenidas las coordenadas X e Y de todos los puntos, respecto a un origen cualquiera pero en la escala de longitud real, se calculan las coordenadas con origen en el extremo de la fibra $(X_i - X_0, Y_i - Y_0)$. Las componentes de la dirección tangente se pueden estimar como se indica a continuación.

En puntos extremos:

Punto 0: $\Delta X_0 = X_1 - X_0$ $\Delta Y_0 = Y_1 - Y_0$ Punto 11: $\Delta X_{11} = 1$ $\Delta Y_{11} = 0$

En puntos de tramos curvos:

Punto 1: $\Delta X_1 = X_1 - X_0$ $\Delta Y_1 = Y_1 - Y_0$ Punto 2: $\Delta X_2 = X_3 - X_2$ $\Delta Y_2 = Y_3 - Y_2$ Punto 3: $\Delta X_3 = X_3 - X_2$ $\Delta Y_3 = Y_3 - Y_2$ Punto 4: $\Delta X_4 = X_5 - X_4$ $\Delta Y_4 = Y_5 - Y_4$

En otros puntos:

Punto i: $\Delta X_i = X_{i+1} - X_{i-1}$ $\Delta Y_i = Y_{i+1} - Y_{i-1}$ Ec. A6.1

Posteriormente, las componentes ΔX y ΔY se normalizan de tal forma que la hipotenusa de las mismas tenga la misma longitud que el tramo de curva que definen. Con esto se logra que el tramo de curva tenga una curvatura aproximadamente uniforme. En el apartado A6.4 se adjunta la geometría de las fibras usadas en esta tesis.

A6.4. Geometría del eje de las fibras relevadas

En este apartado se adjuntan tablas con la geometría de las fibras relevadas. Para cada tipo de fibra definido en Tabla 4.1 en el CAPÍTULO 4, se adjunta por cada mitad de fibra una tabla con las coordenadas X e Y y, las componente ΔX y ΔY , los cuatro parámetros en milímetros. En el titulo de cada tabla se indica entre paréntesis a que mitad corresponde, según las imágenes mostradas en Tabla 4.1. Además, se adjunta arriba de cada tabla el grafico de la fibra a escala, según los datos de la tabla correspondiente. Los gráficos se obtuvieron mediante el método descripto en el apartado A5.2 en ANEXO CAPÍTULO 5 implementado en planilla EXCEL compatible con Macros, es decir que admiten código de programación Visual Basic. Posteriormente, esta aplicación fue traducida a código FORTRAN para la implementación del modelo de arrancamiento.

Tabla A6.1: Fibra Tipo 1 (Izquierdo)

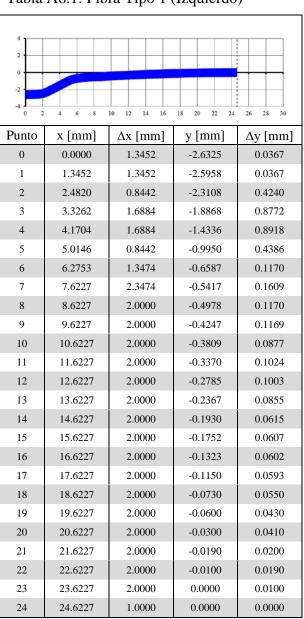


Tabla A6.2: Fibra Tipo 1 (Derecho)

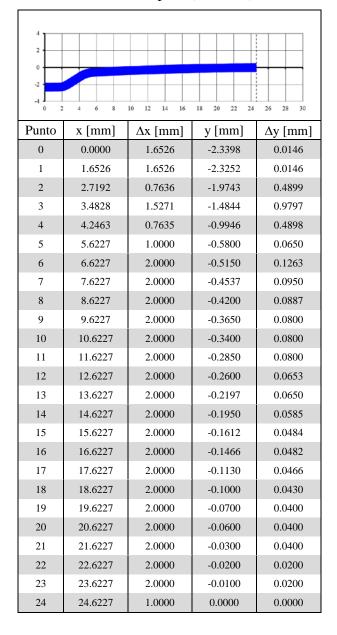


Tabla A6.3: Fibra Tipo 2 (Izquierdo)

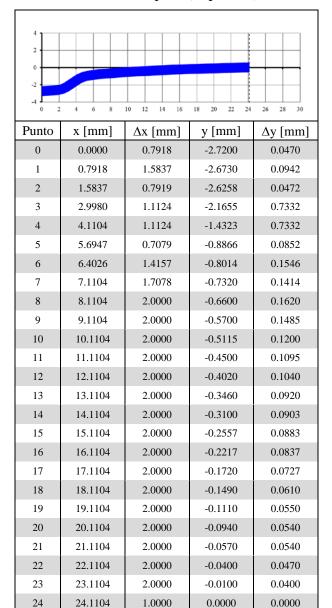


Tabla A6.4: Fibra Tipo 2 (Derecho)

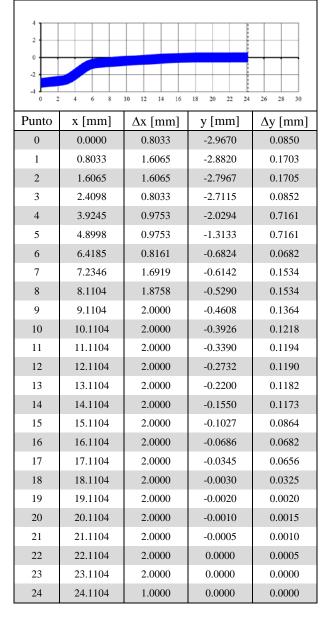


Tabla A6.5: Fibra Tipo 3 (Izquierdo)

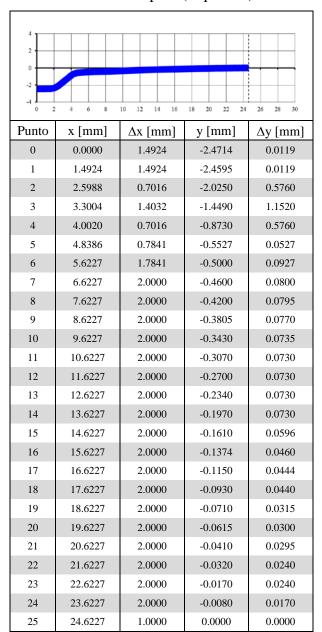


Tabla A6.6: Fibra Tipo 3 (Derecho)

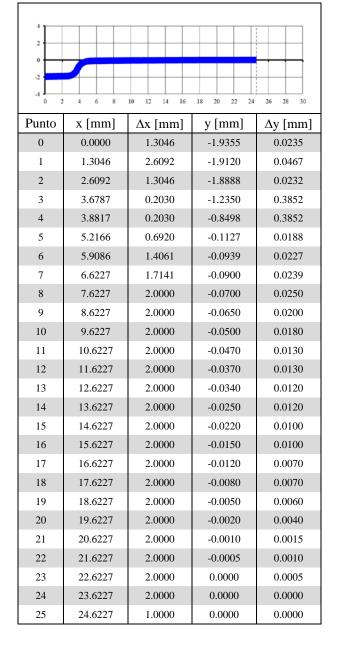
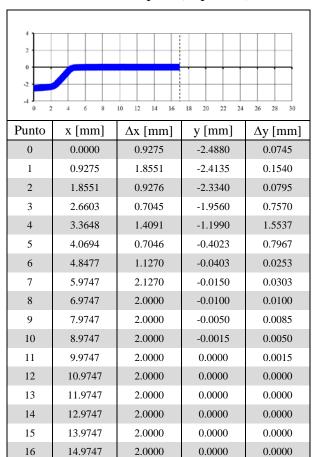


Tabla A6.7: Fibra Tipo 4 (Izquierdo)



2.0000

1.0000

0.0000

0.0000

0.0000

0.0000

17

18

15.9747

16.9747

Tabla A6.8: Fibra Tipo 4 (Derecho)

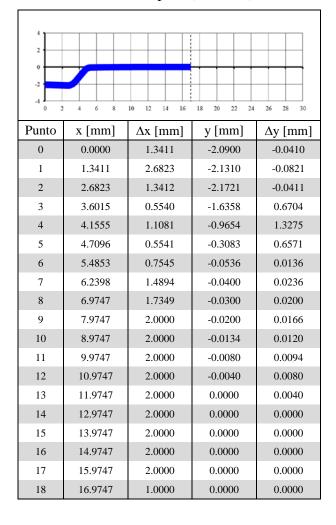


Tabla A6.9: Fibra Tipo 5 (Izquierdo)

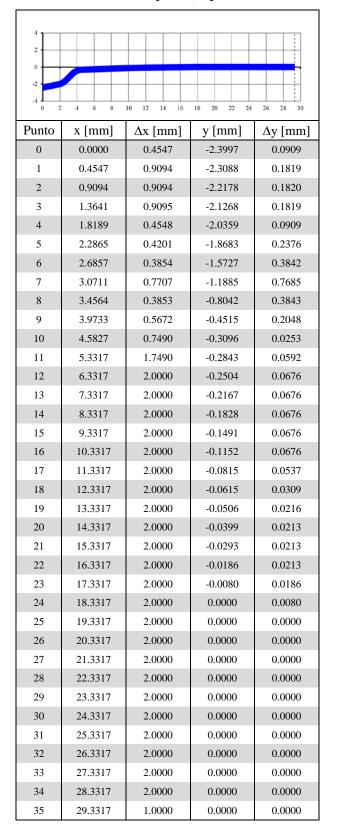


Tabla A6.10: Fibra Tipo 5 (Derecho)

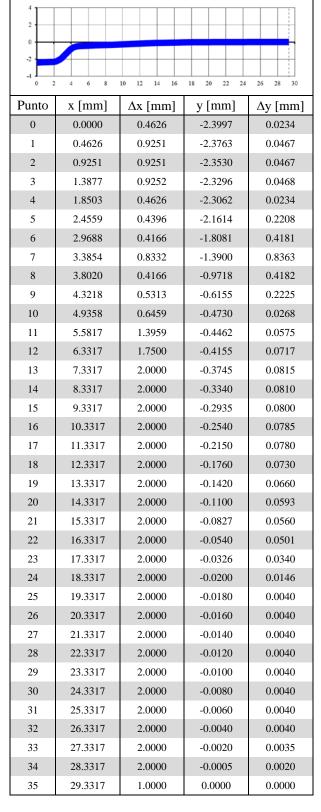


Tabla A6.11: Fibra Tipo 6 (Izquierdo)

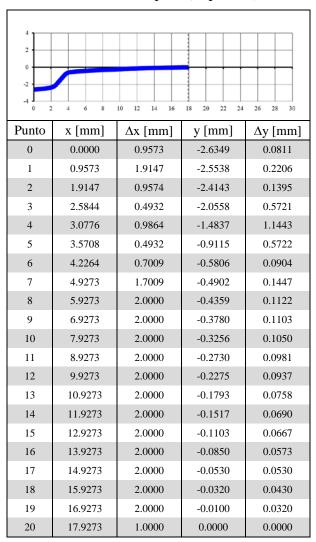


Tabla A6.12: Fibra Tipo 6 (Derecho)

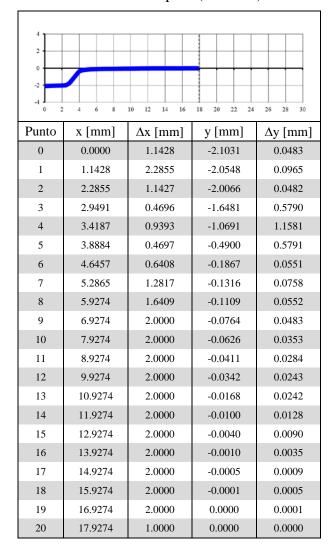


Tabla A6.13: Fibra Tipo 1*

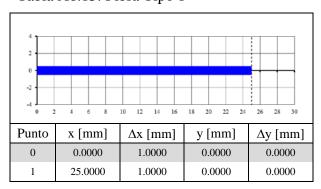
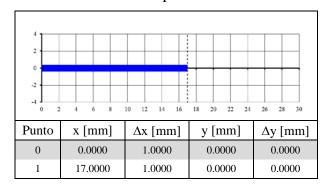


Tabla A6.14: Fibra Tipo 4*



 4

 2

 4

 0

 2

 4

 0

 2

 4

 0

 2

 4

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 0

 <

1.0000

0.0000

Tabla A6.15: Fibra Tipo 5*

30.0000

1

A continuación, se adjunta la geometría de las fibras correspondientes a los ensayos realizados por Chanvillard (1999) con fibras de forma semicirculares y que son usados en las simulaciones mostradas en la Figura 6.2:

Tabla A6.16: Fibra ch1

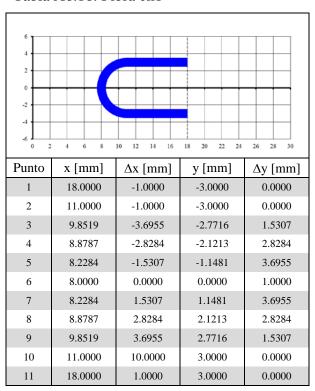
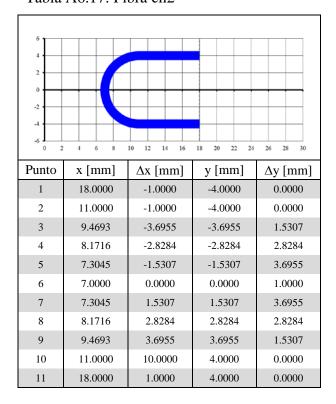


Tabla A6.17: Fibra ch2

0.0000



CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1. Introducción

En esta tesis se propone, calibra y valida con resultados experimentales un modelo para simular el comportamiento del HRF bajo cargas mecánicas estáticas que permiten tener en cuenta el aporte de las fibras considerando su geometría, distribución y orientación

En este apartado se destacan las conclusiones más relevantes de la tesis, tanto de las campañas experimentales, como del modelo propuesto y las simulaciones numéricas de arrancamiento de fibras y elementos de HRF. También, se realizan recomendaciones para futuras investigaciones.

7.1.1. Campañas experimentales de arrancamiento de fibras

Se observa una gran variabilidad en los resultados de fuerza de arrancamiento dentro de un mismo tipo de fibra y matriz. En matrices de hormigón la variabilidad es mayor y se la atribuye principalmente a la presencia del agregado grueso. Otra causa principal de la variabilidad independiente del tipo de matriz, es la variabilidad de la geometría de la fibra, tanto de la forma del eje longitudinal, como las distorsiones que se generan en las secciones transversales durante el proceso de fabricación de la misma. Esto se evidencia en el hecho de que las fibras lisas poseen menos variabilidad de resultados que las de eje curvo.

Existe una gran diferencia en la respuesta de fuerza de arrancamiento de fibras con eje curvo y las fibras lisas, la diferencia se debe al anclaje mecánico de las fibras de eje curvo que incrementan la resistencia al arrancamiento. En fibras lisas el aumento de longitud embebida incrementa la resistencia al arrancamiento. También se puede probar que el aumento de la esbeltez incrementa la resistencia al arrancamiento por unidad de volumen de fibra. En fibras de eje curvo, cuando menor son los radios de curvatura, mayor es la resistencia al arrancamiento y la esbeltez toma un rol secundario.

La presencia de agregado grueso en la matriz afecta la fuerza de arrancamiento. Por un lado reduce la resistencia en la interfaz fibra-matriz, ya que disminuye la retracción de la pasta de cemento alrededor de la fibra, reduciendo el efecto *misfit*. Por otro lado, en fibras de eje curvo, la

presencia del agregado grueso incrementa el anclaje mecánico respecto del arrancamiento en matrices de mortero. Este último efecto, es mayor en hormigones de bajas resistencia, donde existe una diferencia notable entre la resistencia del mortero y el agregado grueso.

En fibras lisas y fibras de eje curvo, lo deseable es que la fibra deslice antes de romperse durante el proceso de arrancamiento. Pero bajo ciertas condiciones de deformación que experimenta la fibra, se puede alcanzar la rotura parcial o total de la misma. Experimentalmente se observa la rotura total de la fibra en la zona fuera de la matriz o en una sección muy próxima al punto de salida. Esta rotura o corte de la fibra anula totalmente la transferencia de carga y se caracteriza por presentar un comportamiento en carga-desplazamiento elastoplástico con muy bajo desplazamiento en relación a la longitud de la fibra. Por otro lado, en fibras con ganchos en los extremos, se observa rotura parcial de fibra, a causa de las deformaciones que sufre el gancho, la transferencia de carga se reduce, pero no se anula. Durante el deslizamiento de la fibra con ganchos, cuando el primer tramo curvo pasar por la zona del canal donde originalmente se encontraba el segundo tramo curvo, sufre una gran deformación en su curvatura y se puede alcanzar la rotura parcial.

El estado de tensiones de la matriz puede incrementar o reducir la resistencia al arrancamiento. Si el estado es de compresión, se incrementa notablemente la fricción aumentando la resistencia al arrancamiento, en un caso extremo puede resultar perjudicial para el deslizamiento de la fibra, la cual al no poder deslizarse alcanza la rotura y en la mayoría de los casos una rotura total, es decir anulando la transferencia de carga. Este efecto se puede dar por ejemplo en los extremos de vigas, donde las fisuras de corte delimitan bielas de compresión en el hormigón, las fibras que cosen la fisura están bajo un alto estado de compresión que puede afectar el deslizamiento de las mismas. Si el estado de tensiones de tracción, siempre es perjudicial ya que reduce la fricción en la interfaz fibra-matriz y en un caso extremo puede anularla. Este fenómeno se puede presentar en placas de HRF que trabajan en dos direcciones, en la zona inferior de la placa mientras las fibras cosen las fisuras en una dirección, en la dirección perpendicular se generan solicitaciones de tracción.

Las fibras inclinadas presentan un comportamiento particular. Se puede observar en las curvas carga-desplazamiento, que para un cierto desplazamiento, la fuerza de arrancamiento de la fibra inclinada es menor que la de la fibra alineada. Se debe a que, la fibra inclinada siempre genera rotura de matriz, lo cual reduce la interfaz fibra-matriz y además se genera un cambio de inclinación del tramo libre de interfaz, produciendo un desplazamiento adicional en el extremo de la fibra, sin necesidad de que ocurra el deslizamiento de la misma en la zona de la interfaz. Es muy importante considerar este efecto en el arrancamiento de la fibra para no sobrevalorar su resistencia al arrancamiento.

Se observa que la resistencia al arrancamiento de fibras desde una matriz de hormigón es mayor al de una matriz de mortero. El valor de carga pico alcanzado en el arrancamiento, no varía significativamente entre una matriz de mortero y una de hormigón. Pero la fuerza residual de arrancamiento sí presenta variaciones importantes según el tipo de matriz. Por ello, para estudiar el comportamiento mecánico del HRF, es aconsejable usar matriz de hormigón en los especímenes de arrancamiento de fibras.

En base a las campañas experimentales realizadas, se destaca que la metodología de ensayo y el equipo especialmente desarrollado para el mismo, resultaron adecuados para la realización de los ensayos de arrancamiento de fibras desde matrices mortero y desde matrices hormigón y, constituyen un aporte original a las técnicas experimentales de ensayos de arrancamiento de fibras y flexión. Además, ampliaron la infraestructura experimental y la experiencia técnica, del laboratorio

donde se desarrolló esta tesis, favoreciendo el desarrollo de futuras campañas de investigación sobre arrancamiento de fibras.

7.1.2. Modelo de HRF

El modelo propuesto para simular el comportamiento del HRF está basado en la teoría de mezclas generalizadas para materiales ortótropos. Utiliza para el hormigón un modelo de plasticidad previamente desarrollado y propone un modelo de plasticidad y deslizamiento para las fibras que tiene en cuenta el comportamiento de las fibras y de la interfaz fibra-matriz evitando la consideración explícita de esta última

El modelo de arrancamiento de fibras propuesto, constituye una contribución original ya que permite considerar en forma conjunta los distintos fenómenos que se desarrollan en el proceso de arrancamiento y es adecuado para su implementación en un modelo de compuestos.

Se realizaron simulaciones numéricas de los ensayos de arrancamiento de fibras realizados en esta tesis, obteniendo buenos resultados y permitiendo observar las limitaciones del mismo. El modelo reproduce satisfactoriamente la respuesta en el arrancamiento de fibras, tanto en desplazamiento como en carga. A continuación se destacan las bondades de cada parte del modelo de arrancamiento de fibras.

El modelo de despegue entre fibra y matriz, se aplica a un rango de desplazamientos muy pequeño, siendo lo más relevante la carga pico alcanzada en el proceso elastoplástico de la interfaz. Los desplazamientos generados se pueden despreciar frente al desplazamiento que se puede alcanzar en el deslizamiento de las fibras alineadas. En fibras inclinadas, donde generalmente se produce la rotura de la matriz, esta rotura libera parte de la fibra permitiendo el giro o cambio de dirección de la fibra lo cual genera un incremento de desplazamiento en el extremo de la fibra fuera de la matriz, sin necesidad que la sección de fibra en el punto de salida sufra desplazamiento considerable. La consideración de este modelo permite evaluar la rotura de la matriz antes que inicie el deslizamiento de la fibra.

En el modelo de deslizamiento y plasticidad, la componente principal es la resistencia al arrancamiento de fibras, está relacionada con la deformación de la fibra, más precisamente con los cambios de curvatura que experimenta el eje longitudinal durante el deslizamiento por el canal de la fibra en la matriz. En esta tesis se planteó la deformación del eje longitudinal de la fibra, obteniendo un modelo de arrancamiento más general, que finalmente deriva en la consideración de las deformaciones plásticas de la fibra, cuando la misma ya no puede deslizar. Esto permite un estudio más completo del arrancamiento de fibras.

Complementario a los dos modelos mencionados, se propusieron un modelo de rotura de matriz en el punto de salida de la fibra inclinada y un modelo de rotura de fibras. Ambos, dan resultados satisfactorios. Por un lado, el modelo de rotura de matriz permite evaluar y obtener la longitud de rotura dando resultados del mismo orden que las longitudes de rotura obtenidas experimentalmente. Por otro lado, el modelo de rotura de fibra, permite definir en base al estado de deformación de la fibra, si la misma alcanza la rotura parcial o total, lo cual también se corresponde con los tipos de rotura de fibras observados experimentalmente.

Mediante el modelo de arrancamiento propuesto, se observa la influencia de cada variable en el comportamiento del arrancamiento. Los parámetros materiales de interfaz fibra-matriz no presentan gran variación entre una matriz de mortero u hormigón H30 y otra matriz de mortero u hormigón H80, con lo cual para matrices con resistencias intermedias se pueden estimar los

parámetros correspondientes mediante una simple interpolación, obteniendo buenos resultados en la respuesta de carga-desplazamiento del arrancamiento de fibras. La respuesta al arrancamiento de fibras depende fuertemente de la geometría de la fibra y, de las propiedades materiales de la matriz y de la fibra. Pero todos estos son parámetros bien conocidos. Con lo cual, es posible simular numéricamente la respuesta al arrancamiento de distintos tipo de fibra, en cuanto a resistencia, geometría del eje longitudinal y diámetro de la fibra y, diversas resistencias de matrices, con poca información experimental, lo cual potencia la aplicación del modelo.

Se observa que, para algunos tipos de fibra, en particular las fibras de menor tamaño, no es posible calibrar los parámetros materiales de la interfaz fibra-matriz, obteniendo un comportamiento subvalorado en la respuesta carga-desplazamiento. Esto se atribuye a las posibles irregularidades geométricas de la fibra, generadas en el proceso de fabricación debido a su tamaño reducido, como puede ser un sección no uniforme a lo lardo del eje longitudinal.

La fuerza residual de arrancamiento, tiene un aporte importante en la resistencia al arrancamiento de fibras. Al usar en las simulaciones numéricas, el valor determinado directamente de los resultados experimentales, se obtienen buenos resultados. La variante propuesta para estimar esta fuerza mediante una fórmula empírica en general da buenos resultados en matrices de hormigones y en algunos casos genera una sobrevaloración de la resistencia. Pero su implementación resulta muy útil cuando no se dispone de datos experimentales.

El esfuerzo de corte en tramo fibra inclinada libre de interfaz, introducido por el mecanismo de arrancamiento en Modo 1 de falla, es despreciable. Estimándolo según las solicitaciones del modelo de arrancamiento propuesto, resulta muy bajo, siendo del orden del 5% respecto la carga pico de arrancamiento.

El modelo de arrancamiento aplicado a fibras inclinadas, describe bien el comportamiento fenomenológico, tanto en ensayos de arrancamiento, como en HRF. En este último, considerando Modo 1 de falla, se observa poca diferencia entre el comportamiento de la fibra alineada o inclinada. Esto se debe a que, las aperturas de fisuras que normalmente se admiten en estructuras de HRF (Max. 5mm) y hasta la cual se ensayan generalmente los especímenes de caracterización de HRF, la rotura de matriz y el cambio de inclinación de la fibra no es significativo a comparación del ensayo de arrancamiento, donde el cambio de inclinación puede alcanzar la amplitud del ángulo de inclinación de la fibra.

El modelo de arrancamiento de fibras, planteado para una fibra discreta, fue implementado dentro de la teoría de mezclas, lo que permite la resolución de sólidos continuos constituidos por materiales compuestos, en particular hormigón con fibras de acero. Como resultado, se obtuvo una herramienta versátil para evaluar el comportamiento mecánico de elementos estructurales de HRF, tanto en el diseño de nuevas estructuras, como de verificación de estructuras existentes.

Al modelar el HRF como un material compuesto mediante la teoría de mezclas, es posible definir más de un tipo de fibras en el compuesto, pudiendo abordarse el caso de fibras mixtas, pero en el caso mencionado sería conveniente ampliar el modelo de rotura de matriz usado en el modelo de arrancamiento de fibras.

7.1.3. Simulaciones de HRF

Con la herramienta numérica desarrollada se reprodujeron ensayos experimentales de elementos de HRF. En general se observa un buen ajuste de los resultados numéricos a los experimentales, teniendo en cuenta la gran variabilidad de estos últimos.

Al tratar la fibra como un material ortótropo, se definen direcciones discretas en cuanto a la orientación de las fibras dentro del compuesto. Se observa que, a partir de un número mínimo de direcciones de fibra los resultados no mejoran significativamente, lo cual simplifica la modelación del elemento estructural. En elementos estructurales unidimensionales y bidimensionales, como pueden ser las vigas y las placas respectivamente, es suficiente con definir dos direcciones de fibra ortogonales, una paralela a cada uno de los ejes de coordenadas del elemento estructural, para obtener resultados razonables.

El criterio propuesto para definir la relación de fibras eficaces, no siempre da buenos resultados. Es necesario profundizar en el estudio de las fibras eficaces, para poder proponer un modelo que evalué adecuadamente la relación y permita una buena modelación del HRF. Se observa que a mayor resistencia de la matriz, aumenta la relación de fibras eficaces.

Al usar la proporción de fibras eficaces para modelar el comportamiento mecánico del HRF, se está subvalorando la contribución de las fibras a la resistencia del HRF. En la definición utilizada en esta tesis se consideran fibras eficaces a aquellas que muestran deformación del gancho, evidenciando que las mismas se han deslizado y se consideran no eficaces a aquellas con gancho no deformado y por lo tanto se desprecia su aporte. Pero también en el proceso de despegue se generan cargas de arrancamiento importantes, es decir un gancho no deformado, no implica que no haya existido transferencia de carga. Es por ello que, es necesario proponer un criterio más amplio para establecer qué fibras trabajan realmente en la transferencia de carga a través de las fisuras.

Dentro la gran variabilidad presente en los resultados experimentales del comportamiento mecánico del HRF, se observa que es posible definir numéricamente en forma aproximadamente las curvas envolventes del comportamiento mencionado. Para ello en esta tesis, se propone considerar dos situaciones extremas en base a la proporción de fibras que trabaja en las fisuras. Por un lado, se considera que todas las fibras que atraviesan el plano de fisuración trabajan, con lo cual se obtendría la curva envolvente superior. Por otro lado, se considera que solo trabajan las fibras eficaces que atraviesan el plano de falla, esto define la curva envolvente inferior del comportamiento mecánico del HRF.

En las simulaciones de HRF, no se observa una diferencia considerable de la longitud embebida de fibras en la respuesta al arrancamiento. Esto se debe a que las aperturas de fisuras alcanzadas, no superan la longitud del gancho y por lo tanto el comportamiento del arrancamiento de la fibra, siempre es evaluado en la zona de mayor aporte de la relación carga-desplazamiento del arrancamiento de fibras, el cual corresponde al gancho.

Comparando la respuesta del HRF en Modo 1 de falla, donde las fibras en cada una de las direcciones definidas dentro del compuesto, se modela mediante arrancamiento de fibras inclinadas o arrancamiento de fibras alineadas, se obtienen resultados similares, siendo los obtenidos con el modelo de fibras inclinadas levemente inferiores a los resultados del otro modelo. Esto valida como un método aproximado, el uso del modelo de arrancamiento de fibras alineadas para definir el comportamiento del HRF, lo que permite reducir el tiempo de cálculo.

En modos combinados de falla tipo Modo 1 y Modo 2, del desplazamiento paralelo al plano de la fisura, incrementaría el cambio de inclinación de la fibra y en este caso sí se espera una diferencia importante entre los resultados obtenidos con el modelo de fibras alineadas y el modelo de fibras inclinadas, siendo más representativo el modelo de fibras inclinadas para definir el comportamiento del HRF.

7.1.4. Recomendaciones

En virtud del trabajo desarrollado y las observaciones realizadas, se plantean las siguientes recomendaciones para futuras investigaciones:

- Realizar ensayos de arrancamiento de fibras desde matrices, tanto de mortero como de hormigón, bajo estado controlado de tensiones de compresión y de tracción.
- Realizar ensayos de arrancamiento de fibras inclinadas representativos del Modo 1 de falla en HRF, para estudiar la variación del cambio de inclinación de la fibra y la rotura que se genera en la matriz.
- Realizar ensayos de arrancamiento de fibras a altas velocidades, para plantear una modelo de arrancamiento que permita simular el comportamiento del HRF bajo cargas dinámicas.
- Profundizar el modelo de rotura de matriz experimental y teóricamente. Considerar además, en el caso de fibras mixtas el aporte de las fibras de menor tamaño, en la estabilidad de la porción de matriz a romperse.
- Estudiar el fenómeno de la fuerza residual de arrancamiento y proponer modelos analíticos para su estimación.
- Ampliar el criterio que define las fibras eficaces, para que sea más representativo del proceso de arrancamiento de fibras, y así poder establecer que fibras trabajan realmente en la transferencia de carga a través de las fisuras. Estudiar además, la dependencia de la relación de las fibras eficaces respecto de la resistencia de la matriz y proponer un modelo que permita estimar dicha relación.

REFERENCIAS

- AFGC-SETRA, 2002. Ultra High Performance Fibre-Reinforced Concretes, Interim recommendations. France: AFGC Publication.
- Agardh, L., 1997. Fe-Modeling of Fibre Reinforced Concrete Slabs Subjected to Blast Load. *J. PHYS IV FRANCE 7*, Volumen C3, pp. 723-728.
- Ahmad, H. & Lagoudas, D. C., 1991. Effective elastic properties of fiber-reinforced concrete with random fibers. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 117(12), pp. 2931-2938.
- Alwan, J. M., Naaman, A. E. & Guerrero, P., 1999. Effect of mechanical clamping on the pull-out response of hooked steel fibers embedded in cementitious matrices. *Concrete Science and Engineering*, Marzo, Volumen 1, pp. 15-25.
- Antunes, J., Gettu, R. & Kitsutaka, Y., 2007. Inverse analysis procedures for determining the tensile stress-crack opening curve of concrete. *RILEM TC 187-SOC: Final report May*, pp. 31-41.
- ASTM C 39, 86. Test method for compressive strength of cylindrical concrete specimens. *Annual book of ASTM standards*, Volume 04.02 Concrete and Agegates(Section 4 Construction).
- ASTM C 469, 1987. Standard test method for static modulus of elasticity and Poisson's ratio of concrete in compression. . *Annual book of ASTM standards*, Volume 04.02 Concrete and Agegates.(Section 4 Construction).
- Balaguru, P. N. & Shah, S. P., 1992. Fiber-reinforced cement composites. New York: McGraw-Hill.
- Banthia, N. & Trottier, J. F., 1991. Deformed steel fiber cementitious matrix bond under impact. *Cement and Concrete Research*, 21(1), pp. 158-168.
- Banthia, N. & Trottier, J. F., 1994. Concrete Reinforced with Deformed Steel Fibers, Part I: Bond-Slip Mechanisms. *ACI Materials Journal*, 91(5), pp. 435-446.
- Banthia, N. & Trottier, J. F., 1995. Concrete Reinforced with Deformed Steel Fibers Part II: Toughness Characterization. *ACI Materials Journal*, 92(2), pp. 146-154.
- Barragán, B., 2002. Failure and toughness of steel fiber reinforced concrete under tension and shear. *Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España*, p. 151.
- Barragán, B. E., Gettu, R., Martín, M. A. & Zerbino, R., 2003. Uniaxial tension test for steel fibre reinforced concrete-a parametric study. *Cement & Concrete Composites*, Volumen 25, p. 767–777.

- Barros, J., Gettu, R. & Barragán, B., 2004. Material nonlinear analysis of steel fiber reinforced concrete beams failing in shear. In: *RILEM PRO 39 Sixth RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete (FRC) BEFIB*. Varenna, Italy: s.n., pp. 711-720.
- Bayramov, F., Tasdemir, C. & Tasdemir, M., 2004. Optimisation of steel fibre reinforced concretes by means of statistical response surface method. *Cement & Concrete Composites*, 26(1), pp. 665-675.
- Belletti, B., Hendrix, M. & Rots, J., 2008. Finite element modelling of FRC Structures- Pitfalls and how to avoid them. En: R. Gettu, ed. *RILEM PRO 60 7th International RILEM Symposium on Fiber Reinforced Concrete: Design and Applications (BEFIB)*. India: Chennai: s.n., pp. 303-313.
- Bentur, A. y otros, 1996. Fiber-matrix interfaces. *High Performance Fiber Reinforced Cement Composite*, Volumen 2, pp. 149-192.
- Betten, J., 1988. Application of tensor functions to the formulation of yield criteria for anisotropic materials. *International Journal of Plasticity*, Volumen 4, pp. 29-46.
- Blanco, A. y otros, 2013. Application of constitutive models in European codes to RC–FRC. *Construction and Building Materials,* Issue 40, pp. 246-259.
- Bolander, J., 2004. Numerical modeling of fiber-reinforced cement composites: linking material scales. *Sixth RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete (FRC) BEFIB 2004*, Volumen RILEM PRO 39, pp. 45-60.
- Bolander, J. E., Choi, S. & Duddukuri, S. R., 2008. Fracture of fiber-reinforced cement composites: effects of fiber dispersion. *International Journal of Fracture*, Volumen 154, pp. 73-86.
- Boulfiza, M., 1998. Constitutive modeling of Fiber Reinforced Cement Composites. *Ph.D. Department of Civil Engineering. The University of British Columbie Vancouver.*
- Brighenti, R., Carpinteri, A., Spagnoli, A. & Scorza, D., 2013. Cracking behaviour of fibre-reinforced cementitious composites: A comparison between a continuous and a discrete computational approach. *Engineering Fracture Mechanics*, Volume 103, p. 103–114.
- Burden, R. L. & Faires, J. D., 1998. Curvas paramétricas. En: *Análisis numérico Sexta edición*. s.l.:s.n., pp. 158-162.
- Cadoni, E., Meda, A. & Plizzari, G. A., 2009. Tensile behaviour of FRC under high strain-rate. *Materials and Structures*, Volumen 42, pp. 1283-1294.
- Caggiano, A., Etse, G. & Martinelli, E., 2012a. Zero-thickness interface model formulation for failure behavior of fiber-reinforced cementitious composites. *Computers and Structures*, Volumen 98-99, pp. 23-32.
- Caggiano, A. & Martinelli, E., 2012b. A unified formulation for simulating the bond behaviour of fibres in cementitious materials. *Materials and Design*, Volumen 42, pp. 204-213.
- Campione, G. & Mangiavillano, M. L., 2008. Fibrous reinforced concrete beams in flexure: Experimental investigation, analytical modelling and design considerations. *Engineering Structures*, Volumen 30, pp. 2970-2980.
- Caner, F. C., Bazant, Z. P. & Wendner, R., 2013. Microplane model M7f for fiber reinforced concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, Volume 105, p. 41–57.
- Car, E. y otros, 1999. Simulación Numérica de Materiales Compuestos Reforzados con Fibras. A: IV Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería. Abascal, R.; Domínguez, J.; Bugeda, G. / SEMNI, Sociedad Española de Métodos en Ingeniería, pp. 1-23.
- Car, E. y otros, 2002. Numerical simulation of fiber reinforced composite materials-two procedures. *International Journal of Solids and Structures*, Volumen 39, pp. 1967-1986.

- Caverzan, A., Cadoni, E. & di Prisco, M., 2012. Tensile behaviour of high performance fibre-reinforced cementitious composites at high strain rates. *International Journal of Impact Engineering*, Volumen 45, pp. 28-38.
- Chanvillard, G., 1999. Modelos the pullout of wire-draw steel fibers. *Cement and Concrete Research*, Issue 29, pp. 1027-1037.
- Chunxiang, Q. & Patnaikuni, I., 1999. Properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete beams in bending. *Cement and Concrete Composites*, 21(1), pp. 73-81.
- CNR-DT 204/2006, 2006. Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Strutture di Calcestruzzo Fibrorinforzato. Italia: s.n.
- Colombo, M., 2007. FRC Bending Behaviour: a Damage Model for High Temperatures. s.l.:s.n.
- Coughlin, A., Musselman, E., Schokker, A. & Linzell, D., 2010. Behavior of portable fiber reinforced concrete vehicle barriers subject to blasts from contact charges. *International Journal of Impact Engineering*, Volumen 37, pp. 521-529.
- Cunha, V. M., 2010. Steel fibre reinforced self-compacting concrete. Tesis Doctoral, University of Minho..
- Cunha, V. M. C. F., Barros, J. A. O. & Sena-Cruz, J. M., 2012. A finite element model with discrete embedded elements for fibre reinforced composites. *Computers and Structures*, Volume 94–95, p. 22–33.
- Cunha, V. M., Sena-Cruz, J. M. & Barros, J. A., 2007. Pullout behaviour of hooked-end steel fibres in self-compacting concrete.
- Deutsche Beton Vereins, 2001. DBV Merkblatt Stahlfaserbeton. s.l.:s.n.
- Dupont, D., 2003. Modeling and experimental validation of the constitutive law (σ-ε) and cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete Ph.D. thesis, Department of Civil Engineering, Catholic University of Leuven. Belgium: s.n.
- Dupont, D. & Vandewalle, L., 2005. Distribution of steel fibres in rectangular sections. *Cement & Concrete Composites*, Volumen 27, pp. 391-398.
- EHE-08, 2008. Instrucción Española del Hormigón Estructural. s.l.:s.n.
- EN 14651, 2005. Test method for metallic fibered concrete Measuring the flexural tensile strenth (limit of proportionality (LOP), residual). *European Standard*, June.pp. 1-17.
- Fang, Q. & Zhang, J., 2013. Three-dimensional modelling of steel fiber reinforced concrete material under intense dynamic loading. *Construction and Building Materials*, Volume 44, p. 118–132.
- Farnam, Y., Mohammadi, S. & Shekarchi, M., 2010. Experimental and numerical investigations of low velocity impact behavior of high-performance fiber-reinforced cement based composite. *International Journal of Impact Engineering*, Volumen 37, pp. 220-229.
- fib Model Code 2010, C. E.-I. d. B.-F. I. d. l. P., 2013. fib Model Code for Concrete Structures 2010. s.l.:s.n.
- Gal, E. & Kryvoruk, R., 2011. Meso-scale analysis of FRC using a two-step homogenization approach. *Computers & Structures*, Volume 89, p. 921–929.
- Geng, Y. P. & Leung, C. K. Y., 1997. Micromechanics-based fem simulation of fiber-reinforced cementitious composite components. *Computers & Structures*, 64(516), pp. 973-982.
- Georgiadi-Stefanidi, K., Mistakidis, E., Pantousa, D. & Zygomalas, M., 2010. Numerical modelling of the pull-out of hooked steel fibres from high-strength cementitious matrix, supplemented by experimental results. *Construction and Building Materials*, Volumen 24, pp. 2489-2506.

- Gettu, R., Gardner, D., Saldívar, H. & Barragán, B., 2005. Study of the distribution and orientation of fibers in SFRC specimens. *Materials and Structures*, Volumen 38, pp. 31-37.
- Giaccio, G., Giovambattista, A. & Zerbino, R., 1986. Concrete reinforced with collated steel fibers: Influence of separation. *ACI Journal*, 83(2), pp. 232-235.
- Gokoz, U. N. & Naaman, A. E., 1981. Effect of strain-rate on the pull-out behaviour of fibres in mortar. *International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete*, 3(3), pp. 187-202.
- Grünewald, S., 2004. Performance-based design of self-compacting fibre reinforced concrete Ph.D. Thesis. Delft University of Technology. s.l.:s.n.
- Guerrero, P. & Naaman, A. E., 2000. Effect of mortar fineness and adhesive agents on pullout response of steel fibers. *ACI Material Journal*, 97(1), pp. 12-20.
- Habel, K. & Gauvreau, P., 2008. Response of ultra-high performance fiber reinforced concrete (UHPFRC) to impact and static loading. *Cement & Concrete Composites*, Volumen 30, pp. 938-946.
- Haido, J. H. y otros, 2011. Simulation of dynamic response for steel fibrous concrete members using new material modeling. *Construction and Building Materials*, Volumen 25, pp. 1407-1418.
- Hassan, A., Jones, S. & Mahmud, G., 2012. Experimental test methods to determine the uniaxial tensile and compressive behaviour of ultra high performance fibre reinforced concrete (UHPFRC). *Constr Build Mater*, Volume 37, pp. 874-882.
- Hine, P. J., Lusti, H. R. & Gusev, A. A., 2002. Numerical simulation of the effects of volume fraction, aspect ratio and fibre length distribution on the elastic and thermoelastic properties of short fibre composites. *Composites Science and Technology*, Volumen 62, pp. 1445-1453.
- Hung, C.-C. & Li, S.-H., 2013. Three-dimensional model for analysis of high performance fiber reinforced cement-based composites. *Composites: Part B*, Volumen 45, pp. 1441-1447.
- Isas Pedraza, D. R. & Sfer, D., 2013. Diseño y caracterización de hormigones autocompactantes reforzados con fibras Informe interno, Instituto de Estructuras UNT, s.l.: s.n.
- Isas, R., Ruano, G., Isla, A. & Sfer, D., 2012. Caracterizacion de hormigones autocompactantes reforzados con fibras. *XXXV Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural*.
- Jeffery, G., 1922. The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* (1905-1934), 102(715), pp. 161-179.
- Kang, S.-T. & Kim, J.-K., 2011. The relation between fiber orientation and tensile behavior in an Ultra High Performance Fiber Reinforced Cementitious Composites (UHPFRCC). *Cement and Concrete Research*, Volumen 41, pp. 1001-1014.
- Kang, S.-T. & Kim, J.-K., 2012a. Numerical simulation of the variation of fiber orientation distribution during flow molding of Ultra High Performance Cementitious Composites (UHPCC). Cement & Concrete Composites, Volumen 34, pp. 208-217.
- Kang, S.-T. & Kim, J.-K., 2012b. Investigation on the flexural behavior of UHPCC considering the effect of fiber orientation distribution. *Construction and Building Materials*, Volumen 28, p. 57–65.
- Kang, S. T., Lee, B. Y., Kim, J.-K. & Kim, Y. Y., 2011. The effect of fibre distribution characteristics on the flexural strength of steel fibre-reinforced ultra high strength concrete. *Construction and Building Materials*, 25(1), pp. 2450-2457.

- Kim, D. J., El-Tawil, S. & Naaman, A. E., 2008. Loading Rate Effect on Pullout Behavior of Deformed Steel Fibers. *ACI Materials Journal*, 105(6), pp. 576-584.
- Kooiman, A., 2000. Modelling Steel Fibre Reinforced Concrete for Structural Design Ph.D. thesis. TU Delft, Netherlands: s.n.
- Krenchel, H., 1975. Fibre spacing and specific fibre surface. Fibre Reinforced Cement and Concrete. The Construction Press. UK, p. 69–79.
- Krishnadev, M., Berrada, S., Banthia, N. & Fortier, J., 1992. Deformed steel fiber pull-out mechanics: Influence of steel properties. Fibre Reinforced Cement and Concrete. Proceedings of the Fourth International Symposium Held By Rilem, University of Sheffield, pp. 390-399.
- Lange-Kornbak, D. & Karihaloo, B. L., 1997. Tension softening of fibre-reinforced cementitious composites. *Cement and Concrete Composites*, Volumen 19, pp. 315-328.
- Lan, S., Lok, T.-S. & Heng, L., 2005. Composite structural panels subjected to explosive loading. *Construction and Building Materials*, Volumen 19, pp. 387-395.
- Laranjeira, F. y otros, 2012. Framework to predict the orientation of fibers in FRC: A novel philosophy. *Cement and Concrete Research*, Volumen 42, p. 752–768.
- Laranjeira, F., Molins, C. & Aguado, A., 2010. Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers. *Cement and Concrete Research*, Volumen 40, pp. 1471-1487.
- Lataste, J., Behloul, M. & Breysse, D., 2008. Characterisation of fibres distribution in a steel fibre reinforced concrete with electrical resistivity measurements. *NDT&E International*, Volumen 41, pp. 638-647.
- Lee, Y., Kang, S. T. & Kim, J. K., 2010. Pullout behavior of inclined steel fiber in an ultra-high strength cementitious matrix. *Construction and Building Materials*, 24(1), pp. 2030-2041.
- Leung, C. K. & Li, V. C., 1992. Effect of fiber inclination on crack bridging stress in brittle fiber reinforced brittle matrix composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 40(6), pp. 1333-1362.
- Leung, C. K. Y. & Geng, Y., 1995. Effect of lateral stresses on fiber debonding/pull-out. *Composites Engineering*, 5(10-11), pp. 1331-1348.
- Leung, C. K. Y. & Geng, Y. P., 1998. Micromechanical modeling of softening behavior in steel fiber reinforced cementitious composites. *Int. J. Solids and Structures*, Volumen 35, pp. 4205-4222.
- Leung, C. K. Y. & Shapiro, N., 1999. Optimal steel fiber strength for reinforcement of cementitious Materials. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 11(2), pp. 116-123.
- Li, F. & Li, Z., 2001. Continuum damage mechanics based modeling of fiber reinforced concrete in tension. *International Journal of Solids and Structures*, Volumen 38, pp. 777-793.
- Li, J. & Zhang, Y., 2011. Evolution and calibration of a numerical model for modelling of hybrid-fibre ECC panels under high-velocity impact. *Composite Structures*, Volumen 93, p. 2714–2722.
- Liu, H., Xiang, T. & Zhao, R., 2009. Research on non-linear structural behaviors of prestressed concrete beams made of high strength and steel fiber reinforced concretes. *Construction and Building Materials*, Volumen 23, pp. 85-95.
- Liu, J. y otros, 2012. Assessment of fiber distribution in steel fiber mortar using image analysis. *Journal of Wuhan University of Technology-Mater*, 27(1), pp. 166-171.

- Li, V., Wang, Y. & Backers, S., 1991. A micromechanical model of tension-softening and bridging toughening of short random fiber reinforced brittle matrix composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 39(5), pp. 607-625.
- Lubliner, J., 1972. On the thermodynamic foundations of non-linear solid mechanics. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 7(3), pp. 237-254.
- Lubliner, J., 1990. Plasticity Theory. Macmillan, New York: s.n.
- Luccioni, B. & López, D., 2002. Modelo para materiales compuestos con deslizamiento de fibras. En: *Análisis y cálculo de estructuras de materiales compuestos*. Barcelona: CIMNE, pp. 411-431.
- Luccioni, B., López, D. & Danesi, R., 2005. Bond-Slip in Reinforced Concrete Elements. *ASCE*, 131(11), pp. 1690-1698.
- Luccioni, B. M. & Rougier, V. C., 2005. A plastic damage approach for confined concrete. *Computers and Structures*, Volumen 83, pp. 2238-2256.
- Luccioni, B., Oller, S. & Danesi, R., 1995. Plastic damaged model for anisotropic materials. *Applied Mechanics in the Americas*, Volumen 1, pp. 124-129.
- Luccioni, B., Oller, S. & Danesi, R., 1996. Coupled plastic-damaged model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volumen 129, pp. 81-89.
- Luccioni, B. y otros, 2012. A simple approach to model SFRC. *Construction and Building Materials*, pp. 111-124.
- Maccaferri America Latina, 2008. Wirand-Fibras para Refuerzo de Hormigón. Maccaferri, p. 1.
- Markovich, I., Van Mier, J. & Walraven, J., 2001. Single fiber pullout from hybrid fiber reinforced concrete. *HERON*, 46(3), pp. 191-200.
- Maugin, G., 1992. The thermomechanics of plasticity and fracture. *Cambridge, UK: Cambridge University Press.*
- Millard, S., Molyneaux, T., Barnett, S. & Gao, X., 2010. Dynamic enhancement of blast-resistant ultra high performance fibre-reinforced concrete under flexural and shear loading. *International Journal of Impact Engineering*, Volumen 37, pp. 405-413.
- Mohammadi, Y., Singh, S. & Kaushik, S., 2008. Properties of steel fibrous concrete containing mixed fibres in fresh and hardened state. *Construction and Building Materials*, Volumen 22, p. 956–965.
- Naaman, A., 2003. Engineered steel fibers with optimal properties for reinforcement of cement composites. *Journal of Advanced Concrete Technology Japan Concrete Institut*, 1(3), pp. 241-252.
- Naaman, A. E. y otros, 1991. Fiber pullout and bond slip. I: Analytical Study. Journal of Structural Engineering. *ASCE*, 117(9).
- Naaman, A. E. y otros, 1991. Fiber pullout and bond slip. II: Experimental Validation. Journal of Structural Engineering. *ASCE*, 117(9).
- Naaman, A., Nammur, G. N. H. & Alwan, J., 1989. Bond mechanisms in fiber reinforced cement-based composites. *Repost UMCE 89-9. Dept. of Civ. Engrg., Univ. of Michigan, Ann Arbor, Mich., Aug.*, pp. 1-233.
- Nyström, U. & Gylltoft, K., 2011. Comparative numerical studies of projectile impacts on plain and steel-fibre reinforced concrete. *International Journal of Impact Engineering*, Volumen 38, pp. 95-105.

- Oliver, J., Mora, D. F., Huespe, A. E. & Weyler, R., 2012. A micromorphic model for steel fiber reinforced concrete. *International Journal of Solids and Structures*, Volume 49, p. 2990–3007.
- Oller, S., 1988. Tesis Doctoral: Un modelo de daño continuo para materiales-friccionales. Barcelona: s.n.
- Oller, S., 2001. Fractura Mecánica Un enfoque global. Barcelona: CIMNE.
- Oller, S., Botello, S., Miquel, M. & Oñate, E., 1995. An anisotropic elasto-plastic model based on an isotropic formulation. *Eng Comput*, 12(3), p. 245–262.
- Oller, S., Car, E. & Lubliner, J., 2003. Definition of a general implicit orthotropic yield criterion. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, pp. 895-912.
- Oller, S., Oliver, J., Lubliner, J. & Oñate, E., 1988. Un modelo constitutivo de daño plástico para materiales friccionales. Parte I: variables fundamentales, funciones de fluencia y potencial. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Volumen 4, pp. 397-428.
- Owen, D. R. J. & Hinton, E., 1980. Finite Elements in Plasticity (pág. 229 Ec7.61). Swansea U.K.: Pineridge Press Limited.
- Özcan, D. M. et al., 2009. Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior. *Construction and Building Materials*, Volume 23, p. 1064–1077.
- Ozyurt, N., Mason, T. O. & Shah, S. P., 2006. Non-destructive monitoring of fiber orientation using AC-IS: An industrial-scale application. *Cement and Concrete Research*, Volumen 36, p. 1653–1660.
- Park, K., Paulino, G. H. & Roesler, J., 2010. Cohesive fracture model for functionally graded fiber reinforced concrete. *Cement and Concrete Research*, Volume 40, p. 956–965.
- Pasa Dutra, V. F., Maghous, S. & Campos Filho, A., 2013. A homogenization approach to macroscopic strength criterion of steel fiber reinforced concrete. *Cement and Concrete Research*, Volume 44, p. 34–45.
- Pasa Dutra, V., Maghous, S., Campos Filho, A. & Pacheco, A., 2010. A micromechanical approach to elastic and viscoelastic properties of fiber reinforced concrete. *Cement and Concrete Research*, Issue 40, pp. 460-472.
- Peng, X. & Meyer, C., 2000. A continuum damage mechanics model for concrete reinforced with randomly distributed short fibers. *Computers and Structures*, Issue 78, pp. 505-515.
- Pinchin, D. & Tabor, D., 1978. Interfacial contact pressure and frictional stress transfer in steel fiber. *RILEM*, pp. 337-344.
- Pompo, A., Stupak, P., Nicolais, L. & Marchese, B., 1996. Analysis of Steel Fibre Pull-Out from a Cement Matrix Using Video Photography. *Cement & Concrete Composites*, Volumen 18, pp. 3-8.
- Radtke, F. K. F., Simone, A. & Sluys, L. J., 2010. A computational model for failure analysis of fibre reinforced concrete with discrete treatment of fibres. *Engineering Fracture Mechanics*, Volume 77, p. 597–620.
- Ren, X. & Li, J., 2013. Multi-scale based fracture and damage analysis of steel fiber reinforced concrete. *Engineering Failure Analysis*, Volume 35, p. 253–261.
- Riedel, W., Thoma, K., Hiermaier, S. & Schmolinske, E., 1999. Penetration of Reinforced Concrete by Beta-B-500. Numerical analysis using a new macroscopic concrete model for

- hydrocodes. Proc. 9th Int. Symposium on Interaction of effects of Munitions with Structures, pp. 315-322.
- Rilem TC 162-TDF, 2003. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete. Sigma-Epsilon design method. Final recommendation. *Materials and Structures*, Volumen 36, pp. 560-567.
- Robins, P., Austin, S. & Jones, P., 2002. Pull-out behaviour of hooked steel fibres. *Materials and Structures*, Volumen 35, pp. 434-442.
- Ruano, G., 2013. Refuerzo de elementos estructurales de hormigón con hormigón reforzado con fibras. Tesis Doctoral, Director: Dr. Bibiana Luccioni. s.l.:s.n.
- Shah, A. A. & Ribakov, Y., 2011. Recent trends in steel fibered high-strength concrete. *Materials and Design*, pp. 4122-4151.
- Shannag, M. J., Brincker, R. & Hansen, W., 1997. Pullout behavior of steel fibers from cement-based composites. *Cement and Concrete Research*, 27(6), pp. 925-936.
- Sirijaroonchai, K., El-Tawil, S. & Parra-Montesinos, G., 2010. Behavior of high performance fiber reinforced cement composites under multi-axial compressive loading. *Cement & Concrete Composites*, Volumen 32, pp. 62-72.
- Soetens, T., Van Gysel, A., Matthys, S. & Taerwe, L., 2013. A semi-analytical model to predict the pull-out behaviour of inclined hooked-end steel fibres. *Construc tion and Buildi ng Materi als*, Volumen 43, pp. 253-265.
- Song, P. & Hwang, S., 2004. Mechanical properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, 18(1), pp. 669-673.
- Soroushian, P. & Bayasi, Z., 1991. Fibre-type effect on the performance of steel fibre reinforced concrete. *ACI Materials Journal*, 88(2), pp. 129-134.
- Soroushian, P. & Lee, C.-D., 1990. Distribution and orientation of fibers in steel fiber reinforced concrete. *ACI Materials Journal*, 87(5), pp. 433-439.
- Stähli, P., Custer, R. & Van Mier, J. G. M., 2008. On flow properties, fibre distribution, fibre orientation and flexural behaviour of FRC. *Materials and Structures*, Volumen 41, pp. 189-196.
- Stähli, P. & van Mier, J. G., 2007. Manufacturing, fibre anisotropy and fracture of hybrid fibre concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(1-2), pp. 223-242.
- Stang, H., Li, Z. & Shah, S., 1990. Pullout Problem: Stress versus Fracture Mechanical Approach. *Journal of Engineering Mechanics*, Volumen 116, pp. 2136-2150.
- Stroeven, P., 1994. Steel wire efficiency in mechanical testing of concrete. *Acta Stereologica*, 13(2), pp. 363-368.
- Stroeven, P. & Guo, Z., 2008. Distribution and orientation of fibres in the perspective of the mechanical properties of concrete. En: R. Gettu, ed. *Sevnth. Intnl. RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete: Design and Applications BEFIB.* India, Chennai: s.n., pp. 145-153.
- Stroeven, P. & Hu, J., 2006. Effectivness near boundaries of fibre reinforcement in concrete. *Materials and Structures*, 39(10), pp. 1001-1013.
- Sujivorakul, C. & Naaman, A. E., 2003. Modeling bond components of deformed steel fibers in FRC composites. *High Performance Fiber Reinforced Cement Composite*, Volumen 4, pp. 35-48.
- Sujivorakul, C., Waas, A. & and Naaman, A., 2000. Pullout Response of a Smooth Fiber with an End Anchorage. *Journal of Engineering Mechanics*, 126(9), pp. 986-993.

- Suwannakarn, S. W., 2009. Post-Cracking Characteristics of High Performance Fiber Reinforced Cementitious Composites. *Ph.D. University of Michigan*.
- Swaddiwudhipong, S. & Seow, P. E. C., 2006. Modelling of steel fiber-reinforced concrete under multi-axial loads. *Cement and Concrete Research*, Volume 36, p. 1354–1361.
- Teng, T.-L.y otros, 2008. Development and validation of numerical model of steel fiber reinforced concrete for high-velocity impact. *Computational Materials Science*, Volumen 42, pp. 90-99.
- Tobes, J., Bossio, M., Giaccio, G. & Zerbino, R., 2010. Hormigón autocompactante con fibras, efecto de la geometría del elemento estructural sobre la orientación del refuerzo. *IV Cong. Int. de Tecnología del Hormigón; 18 Reunión Técnica AATH*, pp. 105-112.
- Tobes, J., López, A., Giaccio, G. & Zerbino, R., 2008. Estudio sobre orientación de fibras en hormigones autocompactantes. *Proc. III Cong. Internacional, 17° Reunión Técnica AATH*, pp. 103-110.
- Toledo, M., Nallim, I. & Luccioni, B., 2008. A micro-macromechanical approach for composite laminates. *Mechanics of Materials*, pp. 885-906.
- Torrijos, M. C., 2008. Mesoestructura, comportamiento mecánico y propiedades de transporte en hormigón. *Tesis presentada para el grado de doctor en ingeniería*, Septiembre.
- Torrijos, M., Giaccio, G. & Zerbino, R., 2010. Orientación de fibras de acero en hormigón autocompactante, estudio sobre losas y vigas. *En IV Cong. Int. de Tecnología del Hormigón; 18 Reunión Técnica AATH*, Issue (y CD Trabajo 68), pp. 97-104.
- Torrijos, M., Tobes, J. M., Barragán, B. & Zerbino, R., 2008. Orientation and distribution of steel fibres in self-compacting concrete. *RILEM PRO 60 BEFIB 2008*, pp. 699-708.
- Truesdell, C. & Toupin, R., 1960. The classical field theories. *In: Flugge S, editor, Handbuch der Physik II/I. Berlin: Springer*.
- Tuyan, M. & Yazici, H., 2012. Pull-out behavior of single steel fiber from SIFCON matrix. *Construction and Building Materials*, Volumen 35, pp. 571-577.
- Van Gysel, A., 2000. Studie van het uittrekgedrag van staalvezels ingebed in een cementgebonden matrix met toepassing op staalvezelbeton onderworpen aan buiging. *PhD Thesis, Gent University*.
- van Mier, J., 1997. Fracture processes of concrete: Assessment of material parameters for fracture models. s.l.:CRC Pres, Inc.
- Vandewalle, L., Heirman, G. & Rickstal, F., 2008. Fibre orientation in self-compacting fibre reinforced concrete. En: R. Gettu, ed. *Proceedings of 7th internationa lRILEM symposium on fiber reinforced concrete BEFIB*. India, Chennai: s.n., p. 719–728.
- Wang, S., Zhang, M.-H. & Quek, S. T., 2012. Mechanical behavior of fiber-reinforced high-strength concrete subjected to high strain-rate compressive loading. *Construction and Building Materials*, Volumen 31, p. 1–11.
- Wang, Z., Konietzky, H. & Huang, R., 2009. Elastic–plastic-hydrodynamic analysis of crater blasting in steel fiber reinforced concrete. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Volumen 52, pp. 111-116.
- Wang, Z.-L., Liu, Y.-S. & Shen, R., 2008. Stress–strain relationship of steel fiber-reinforced concrete under dynamic compression. *Construction and Building Materials*, Volumen 22, pp. 811-819.

- Wang, Z., Wu, J. & Wang, J., 2010. Experimental and numerical analysis on effect of fibre aspect ratio on mechanical properties of SRFC. *Construction and Building Materials*, Volumen 24, pp. 559-565.
- Willam, K. & Warnke, E., 1974. Constitutive model for triaxial behaviour of concrete. *In: Seminar on concrete structures subjected to triaxial stresses, international association of bridge and structural engineering conference, Bergamo, Italy*, p. 174.
- Xu, Z., Hao, H. & Li, H., 2012a. Mesoscale modelling of fibre reinforced concrete material under compressive impact loading. *Construction and Building Materials*, Volumen 26, pp. 274-288.
- Xu, Z., Hao, H. & Li, H., 2012b. Experimental study of dynamic compressive properties of fibre reinforced concrete material with different fibres. *Materials and Design*, Volumen 33, pp. 42-55.
- Yi, N.-H.y otros, 2012. Blast-resistant characteristics of ultra-high strength concrete and reactive powder concrete. *Construction and Building Materials*, Volumen 28, pp. 694-707.
- Zhang, J. & Li, V. C., 2002. Effect of inclination angle on fiber rupture load in fiber reinforced cementitious composites. *Composites Science and Technology*, Volumen 62, pp. 775-781.
- Zile, E. & Zile, O., 2013. Modelling the pullout of hooked steel fibers from cementitious matrix. 4th International Conference on Integrity, Reliability and Failure, Volumen Paper Ref 3935.