

# MODELO PARA HORMIGÓN BAJO CARGAS EXPLOSIVAS

por

GABRIEL FRANCISCO ARÁOZ

INGENIERO CIVIL

TESIS PRESENTADA COMO REQUERIMIENTO PARCIAL  
PARA ACCEDER AL GRADO ACADÉMICO DE  
'DOCTOR EN INGENIERÍA'  
DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMÁN

INSTITUTO DE ESTRUCTURAS 'ING. ARTURO M. GUZMÁN'  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍA  
SAN MIGUEL DE TUCUMÁN

2012

*a mis padres*

## Agradecimientos

Es para mí una gran alegría haber llegado a este momento, en el cual tantos anhelos y sentimientos se vuelven un sueño cumplido. Muchas personas han contribuido de distintas maneras para alcanzar este sueño y es por ello que deseo expresarles mi más profundo y sincero agradecimiento.

Quiero agradecer en primer lugar a Dios, por haberme bendecido con la oportunidad de continuar con mi formación personal y profesional. Agradezco a mis padres, hermanos, tías y sobrinos por apoyarme y motivarme a continuar con mis estudios. Le agradezco a Agostina y a toda su familia por inspirarme y darme fuerzas en todo momento.

Mi mayor agradecimiento es para mi directora de Tesis, Prof. Bibiana Luccioni, quien ha acompañado cada etapa de este trabajo, incondicionalmente y con total generosidad a lo largo de estos años. Sin dudas ha sido un ejemplo invaluable para mí, como referente de la ciencia y como ser humano. Le agradezco su infinita paciencia y dedicación.

Agradezco a mis compañeros de maestría, José Saracho y Facundo Bellomo, por su apoyo y amistad. A mis compañeros de otras promociones, Viviana Rougier, Gonzalo Ruano, Dani Scotta, Rodrigo Isas Pedraza, Esteban Torres, Javier Lucero, José Méndez, Rita Rango, Jonatan Fait y, especialmente, a Andrés Isla Calderón y Eduardo Guennam por su amistad y constante ayuda en temas numéricos. A todos ellos, les agradezco además los inolvidables momentos compartidos entre mates, asados y viajes de estudio.

Deseo agradecer también al director, Ing. Enrique Galíndez, y a todos los miembros del Instituto de Estructuras, Oscar Dip, Rudy Barlek, Carlos Rodríguez, Alberto Pascual, Sergio Gutiérrez, Gustavo Pérez, Domingo Sfer, Sergio Mohamed, Raúl Benito, Amelia Campos, María Teresa Jiménez y Eduardo Batalla, por hacerme sentir parte de esta gran familia.

## Resumen

El estudio del comportamiento de estructuras sometidas a cargas no convencionales como explosiones o impacto, ha despertado gran interés en las últimas décadas. Esto se debe a la ocurrencia cada vez más frecuente de distintos sucesos tanto accidentales como intencionales, los cuales han motivado el estudio de la respuesta de los materiales estructurales sometidos a presiones elevadas y altas velocidades de deformación.

El comportamiento del hormigón, como el de todos los materiales cohesivo friccionales, se caracteriza por la fuerte dependencia de la presión hidrostática y la sensibilidad a la velocidad de deformación. Su respuesta tensión - deformación es no lineal y, dependiendo del camino de carga, puede presentar procesos de compactación y dilatancia. Debido a su constitución interna, la simulación numérica de este tipo de materiales puede hacerse con una gran variedad de enfoques, que difieren fundamentalmente en las escalas de modelación y los métodos de aproximación utilizados. En cualquier caso, es necesario contar con modelos constitutivos adecuadamente formulados y calibrados, de tal forma que permitan reproducir, con la mayor fidelidad posible, los fenómenos físicos involucrados en los procesos que se intentan simular.

El objetivo de esta tesis es el desarrollo de un modelo constitutivo general para hormigón sometido a cargas explosivas (cargas dinámicas de gran velocidad que dan lugar a elevadas presiones de confinamiento).

El modelo elasto-viscoplástico desarrollado es de tipo fenomenológico, y está formulado dentro del marco de la termodinámica de medios continuos para procesos irreversibles con variables internas y pequeñas deformaciones. El modelo está basado en la hipótesis de elasticidad desacoplada, con criterio de flujo plástico no asociado, función de cierre (*cap*) en el eje hidrostático de presiones y funciones de endurecimiento dependientes del camino de

carga. La función de cierre (*cap*) permite reproducir apropiadamente la respuesta volumétrica del material para presiones elevadas de confinamiento. La consideración de flujo no asociado y las funciones de endurecimiento propuestas permiten la transición entre los procesos de compactación y dilatación observada en ensayos experimentales de compresión triaxial. La regularización viscoplástica del modelo, que a su vez permite reproducir los efectos de la velocidad de deformación sobre la respuesta, está basada en la teoría de Perzyna. El modelo viscoplástico considera la combinación de parámetros diferenciados para tracción y compresión, lo cual hace posible tener en cuenta la influencia del tipo de estado tensional en los efectos viscosos que dan lugar a la sensibilidad del comportamiento a la velocidad de deformación. Si bien en la tesis se aplica el modelo a hormigones y morteros, la formulación es general y el mismo puede ser utilizado para otros materiales cohesivo-friccionales.

En esta tesis se desarrollan los algoritmos de integración numérica tanto para el caso invíscido como para el caso viscoso. Ambos algoritmos se implementan en un programa de elementos finitos 2D dinámico, que permite resolver problemas no lineales de la mecánica de sólidos en pequeñas deformaciones.

Para la validación del modelo se analizan ensayos tanto estáticos como dinámicos, con diferentes caminos de carga y niveles de confinamiento en distintas calidades de hormigones y morteros, y se comparan los resultados numéricos con resultados experimentales.

## Abstract

The behaviour of structures under non conventional loads like explosions or impact has become a subject of great interest in the last decades. This is due to the occurrence of many accidental and intentional events, which have motivated the study of the response of structural materials under high pressures and strain rates.

The behaviour of concrete, as well as that of all cohesive-frictional materials, is characterized by a strong dependence on hydrostatic pressure and strain rate sensitivity. The stress-strain response is non linear and, depending on the loading path, it can show compaction and dilatancy. Due to its internal constitution, the numerical simulation of this type of materials can be done with a great variety of approaches, which are mainly differentiated by the modeling scales and the approximation methods used. Appropriate formulation and calibration of the models are necessary to accurately reproduce the physical phenomena involved in the simulated processes.

The objective of this thesis is the development of a general constitutive model for concrete under explosive loads (high strain dynamic loads that produce high confinement pressures).

The elasto-viscoplastic model developed is of phenomenological type and is formulated within the framework of continuum thermodynamics for irreversible processes with internal variables and small strains. The model is based on the hypothesis of decoupled elasticity with non associated plastic flow, cap function and hardening functions that depend on the loading path. The cap function allows the appropriate simulation of the material's volumetric response for high confinement pressures. The non associated flow consideration and the proposed hardening functions allow the transition between compaction and dilatancy processes observed in triaxial compression experimental tests. The viscoplastic regularization of the model is based on Perzyna's theory and it allows taking into account strain rate effects on the

concrete response. Although concrete is considered for applications, the model's formulation is general and it can be used for other cohesive-frictional materials.

The numerical integration algorithms for the inviscid and the viscous cases are developed in this thesis. They are both implemented in a 2D finite element dynamic program that allows solving non linear problems of solid mechanics in small strains.

For the model validation, static and dynamic tests with different loading paths and confinement levels for many types of concretes and mortars are analyzed. Numerical results are compared with experimental results.

## Notación

$\alpha$	Constante que determina la forma de la función de fluencia (Luccioni, 2005)
$\alpha(p)$	Función que tiene en cuenta la compactación del material para una presión hidrostática determinada
$\alpha_i$	Conjunto de variables internas plásticas
$\alpha_s$	Parámetro necesario en la determinación del factor de amplificación dinámico para compresión uniaxial (CDIF)
$\beta$	Constante que determina la forma de la función de fluencia (Luccioni, 2005)
$\beta_s$	Parámetro necesario en la determinación del factor de amplificación dinámico para tracción uniaxial (TDIF)
$x_p$	Ductilidad en endurecimiento (Modelo de Leon)
$\delta$	Constante que determina la forma de la función de fluencia (Luccioni, 2005) o variable interna de daño a compresión (Burlion et al, 2000)
$\delta_s$	Parámetro necesario en la determinación del factor de amplificación dinámico para tracción uniaxial (TDIF)
$\Delta t$	Intervalo o paso de tiempo
$\varepsilon_1$	Deformación principal máxima
$\tilde{\varepsilon}$	Deformación elástica efectiva
$\varepsilon_i(t)$	Onda de compresión incidente longitudinal (Ensayo de barra de Hopkinson)
$\varepsilon_i^e$	Deformación principal elástica
$\varepsilon_{ij}$	Tensor de deformaciones infinitesimales de Cauchy
$\varepsilon_{ij}^e$	Tensor de deformaciones elásticas
$\varepsilon_{ij}^p$	Tensor de deformaciones plásticas
$\varepsilon_v^p$	Deformación volumétrica plástica
$\varepsilon_{v,\min}^p$	Deformación volumétrica plástica mínima

$\varepsilon_{v,\min}^p(I_1)$	Envolvente de máxima compactación
$\varepsilon_r(t)$	Onda reflejada (Ensayo de barra de Hopkinson)
$\varepsilon_t(t)$	Onda transmitida (Ensayo de barra de Hopkinson)
$\varepsilon_{eff}$	Deformación geométrica instantánea (Ec. 3.100)
$\bar{\varepsilon}_{eff}$	Deformación geométrica incremental (Ec. 3.104)
$\varepsilon_{eff}^p$	Deformación plástica efectiva (Ec. 3.106)
$\varepsilon_{vol}$	Deformación volumétrica
$\varepsilon_x$	Componente de deformación en la dirección x (radial o transversal)
$\varepsilon_y$	Componente de deformación en la dirección y (axial o longitudinal)
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	Velocidad de deformación
$\dot{\varepsilon}_{ij}^e$	Variación temporal de las deformaciones elásticas
$\dot{\varepsilon}_{ij}^d$	Velocidad de deformación desviadora
$\dot{\varepsilon}_{ij}^p$	Variación temporal de las deformaciones plásticas
$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$	Incremento de la deformación viscoplástica
$\dot{\varepsilon}_i$	Velocidades de deformación en las direcciones principales
$\dot{\varepsilon}_1$	Valor de referencia de velocidad de deformación según Ngo et al (2009)
$\bar{\dot{\varepsilon}}$	Velocidad de deformación equivalente
$\dot{\varepsilon}_c$	Velocidad de deformación a compresión
$\dot{\varepsilon}_{c0}$	Velocidad de deformación de referencia para compresión ( $3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ )
$\dot{\varepsilon}_d$	Velocidad de deformación (para la determinación del módulo elástico tangente dinámico)
$\dot{\varepsilon}_e(t)$	Velocidad de deformación promedio en la probeta para ensayo de barra de Hopkinson
$\dot{\varepsilon}_s$	Velocidad de deformación de referencia (cuasi-estática) ( $3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ )
$\dot{\varepsilon}_t$	Velocidad de deformación a tracción
$\dot{\varepsilon}_{t0}$	Velocidad de deformación de referencia para tracción ( $3 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ )
$\phi[F]$	Función de sobretensión
$\Phi$	Parámetro de ajuste en la determinación de la energía de compactación
$\Phi \sigma_{ij}$	Residuo en tensiones

$\Phi\alpha_i$	Residuo en variables internas
$\gamma$	Parámetro que depende de la relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión (Modelo propuesto)
$\gamma_1$	Deformación de corte máxima
$\gamma_s$	Parámetro necesario en la determinación del factor de amplificación dinámico para compresión uniaxial (CDIF)
$\Gamma$	Gamma de Gruneisen
$\eta$	Parámetro de viscosidad
$\eta_p$	Coefficiente de Poisson
$\eta_c$	Coefficiente de viscosidad para el caso de compresión
$\eta_t$	Coefficiente de viscosidad para el caso de tracción
$\kappa_f$	Deformación inelástica equivalente
$\kappa^d$	Variable de endurecimiento de daño (Luccioni y Rougier, 2005)
$\kappa^p$	Variable de daño plástico (Luccioni y Rougier, 2005)
$\kappa_0$	Daño inicial en modelo de Burlion et al (2000)
$\kappa$	Daño actual (acumulado) en modelo de Burlion et al (2000)
$\kappa_h$	Deformación plástica equivalente escalada
$\lambda$	Coefficiente de Lamé
$\dot{\lambda}$	Parámetro de consistencia plástico o Multiplicador Lagrangeano
$\mu$	Coefficiente de Lamé o Relación entre la densidad actual y la densidad inicial (Ec. 3.48)
$\Xi$	Disipación por unidad de volumen Ec (4.4)
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\theta$	Ángulo de similaridad o ángulo de Lode o medida de la temperatura
$\dot{\theta}$	Variación temporal de la temperatura
$\rho$	Densidad del material
$\rho^i$	Densidad de la partícula $i$ en el método SPH
$\rho_0$	Densidad inicial del material
$\rho_{crush}$	Densidad correspondiente al límite elástico de Hugoniot
$\rho_{solid}$	Densidad del material en estado sólido (o totalmente compactado)
$\sigma_1$	Tensión principal máxima
$\sigma_c(\kappa^d)$	Umbral de daño en ensayo de compresión uniaxial
$\sigma_t(\kappa^d)$	Umbral de daño en ensayo de tracción uniaxial

$\sigma_c(\kappa^P)$	Umbral de fluencia en ensayo de compresión uniaxial
$\sigma_t(\kappa^P)$	Umbral de fluencia en ensayo de tracción uniaxial
$\sigma_{cu}$	Resistencia última a compresión para la presión de confinamiento $p_h$
$\sigma_e(t)$	Tensión promedio en la probeta para ensayo de barra de Hopkinson
$\sigma_t$	Tensión de adherencia (Modelo de Leon)
$\sigma_{eff}$	Tensión efectiva (Ec. 3.110)
$\sigma_{ij}$	Tensor de tensiones de Cauchy
$\sigma_m$	Tensión media
$\sigma_{max}$	Tensión principal mayor
$\sigma_M$	Tensión de fluencia equivalente
$\sigma_y$	Componente de tensión en la dirección $y$ (axial para probetas cilíndricas)
$\psi$	Relación entre radios octaédricos a tracción y compresión o Densidad de energía libre de Helmholtz por unidad de volumen total
$\psi^e$	Parte elástica de la densidad de energía libre de Helmholtz
$\psi^p$	Parte plástica de la densidad de energía libre de Helmholtz
$A_b$	Sección transversal de las barras metálicas (ensayo de Hopkinson)
$A_1, A_2$	Parámetros necesarios en la determinación del factor de amplificación dinámico para compresión uniaxial (CDIF)
$A_i$	Coefficientes para la determinación de la presión hidrostática (Ec. de Estado)
$A_t$	Parámetro material necesario en la determinación del daño (Burlion, 2000)
$B_i$	Coefficientes para la determinación de la presión hidrostática (Ec. de Estado)
$B_t$	Parámetro material necesario en la determinación del daño (Burlion, 2000)
$c$	Parámetro material de cohesión del modelo de Leon
$c_{gr}$	Velocidad de propagación del sonido para el material en estado sólido
$c_{por}$	Velocidad de propagación del sonido para el material poroso
$c_L$	Velocidad de propagación longitudinal del sonido en un sólido elástico
$c_T$	Velocidad de propagación transversal del sonido en un sólido elástico
$c_v$	Velocidad de propagación volumétrica del sonido en un sólido elástico isótropo
$CDIF$	Factor de amplificación dinámico para compresión uniaxial
$C_{ijkl}$	Tensor constitutivo elástico del material

$C_{ijkl}^T$	Tensor elastoplástico (Tensor tangente consistente)
$C_1, C_2, C_3$	Derivadas de la función de fluencia respecto de los invariantes de tensión
$d$	Variable interna de daño a tracción (Burlion et al, 2000)
$d_p$	Diámetro de partículas de agregados
$d_c$	Distancia entre centros de elementos (partículas) discretos
$D$	Variable interna de daño combinado (Modelo de Burlion et al, 2000) o Diámetro de la probeta en el ensayo de barra de Hokpinson
$DIF$	Factor de amplificación dinámico
$e$	Energía interna específica
$E$	Modulo elástico del material
$E_b$	Módulo elástico de las barras metálicas (Ensayo de Hopkinson)
$E_d$	Módulo elástico tangente dinámico
$E_0$	Módulo elástico tangente cuasi-estático
$f_{bc}$	Resistencia a compresión equibiaxial
$f_{cd}$	Resistencia a compresión uniaxial dinámica
$f_{c0}$	Resistencia a compresión uniaxial cuasi-estática
$f_i$	Fuerzas externas por unidad de masa o Fracción volumétrica de cada sub-componente $i$ (Teoría de mezclas)
$f^d(\sigma_{ij})$	Tensión equivalente definida en el espacio de tensiones
$f'_c$	Resistencia a compresión uniaxial
$f'_t$	Resistencia a tracción uniaxial
$f_{R0}$	Valor base de resistencia
$f_{td}$	Resistencia a tracción uniaxial dinámica
$f_{t0}$	Resistencia a tracción uniaxial cuasi-estática
$f_y$	Tensión de fluencia o límite elástico en ensayo uniaxial
$f^*$	Porosidad del material (fracción volumétrica de vacíos)
$F$	Superficie o función de fluencia
$F_{cap}$	Función que permite el cierre de la superficie de fluencia sobre el eje hidrostático
$F^d$	Función o Superficie de daño en el modelo de Luccioni & Rougier (2005)
$F_{NT}$	Función de fluencia de Gurson
$F^p(\sigma_{ij}, \kappa^p)$	Función de fluencia en el modelo de Luccioni & Rougier (2005)
$g_f^d$	Máxima densidad de energía disipada por daño en tracción uniaxial

$g_c^d$	Máxima densidad de energía disipada por daño en compresión uniaxial
$g_f^p$	Máxima densidad de energía disipada por el proceso plástico en tracción uniaxial
$g_c^p$	Máxima densidad de energía disipada por el proceso plástico en compresión uniaxial
$G$	Función de potencial plástico o Módulo de corte del material.
$G_c$	Energía de compactación o aplastamiento del material
$G_{c0}$	Energía de aplastamiento obtenida en un ensayo cuasi-estático
$G_{cap}$	Función que permite el cierre de la superficie de potencial sobre el eje hidrostático
$G_f$	Energía de fractura del material
$G_{f0}$	Energía de fractura obtenida en un ensayo cuasi-estático
$G_V$	Módulo de corte según expresión de Voigt (Ec. 3.116)
$G_R$	Módulo de corte según expresión de Reuss (Ec. 3.117)
$h$	Tamaño (o diámetro) de la partícula
$I_1$	Primer invariante del tensor de tensiones
$I_0(\epsilon_v^p)$	Valor de $I_1$ donde la función de fluencia corta al eje hidrostático
$I_u(\epsilon_v^p)$	Valor de $I_1$ para el cual la curva de fluencia en el meridiano de compresión se aparta de la curva original (Luccioni y Rougier, 2005)
$I_0^{Hidro}(\epsilon_v^p)$	Evolución de $I_0(\epsilon_v^p)$ para el ensayo hidrostático
$I_0^G(\epsilon_v^p)$	Valor de $I_1$ donde la función de potencial corta al eje hidrostático
$I_u^G(\epsilon_v^p)$	Valor de $I_1$ para el cual la curva de potencial en el meridiano de compresión se aparta de la curva original (Luccioni y Rougier, 2005)
$J_2$	Segundo invariante del tensor desviador de tensiones
$J_3$	Tercer invariante del tensor desviador de tensiones
$k$	Parámetro de endurecimiento del modelo de Leon
$K$	Parámetro que normaliza la función de sobretensión
$K^d(\sigma_{ij}, \kappa^d)$	Umbral de daño equivalente
$K^p(\sigma_{ij}, \kappa^p)$	Umbral de fluencia equivalente
$K_V$	Módulo volumétrico según expresión de Voigt (Ec. 3.116)
$K_R$	Módulo volumétrico según expresión de Reuss (Ec. 3.117)
$l_c$	Longitud característica

$L_e$	Longitud de la probeta cilíndrica en el ensayo de barra de Hokpinson
$m$	Parámetro material de fricción del modelo de Leon
$m_i$	Fracción por unidad de masa de cada sub-componente $i$ (Teoría de mezclas)
$m^j$	Masa de la partícula $j$ en el método SPH
$N$	Exponente de la función de sobretensión
$N_c$	Exponente de la función de sobretensión para compresión
$N_t$	Exponente de la función de sobretensión para tracción
$p$	Coordenada tensional de Haigh-Westergaard: Presión hidrostática
$p_h$	Presión de confinamiento para el ensayo de compresión triaxial
$p_{HEL}$	Presión hidrostática correspondiente al límite elástico de Hugoniot
$p_{comp}$	Presión hidrostática correspondiente al estado sólido (o totalmente compactado)
$P_{mezcla}$	Variable de estado de la mezcla
$P_i$	Variable de estado de cada sub-componente $i$ (Teoría de mezclas)
$P_s$	Sobrepresión incidente
$P_0$	Presión atmosférica
$q_1, q_2, q_3$	Parámetros del modelo de Burlion et al (2000)
$Q$	Tensión desviadora
$r$	Coordenada tensional de Haigh-Westergaard: Tensión desviadora
$r_c$	Radio octaédrico en el meridiano de compresión
$r_e$	Función de peso de las tensiones principales de tracción (positivas) respecto de la suma absoluta de tensiones principales.
$r_t$	Radio octaédrico en el meridiano de tracción
$r_{oct}^{max}$	Relación entre los radios octaédricos máximos a tracción y compresión
$R_{bc}$	Relación entre la resistencia a compresión equibiaxial y la resistencia a compresión uniaxial
$R^0$	Relación entre la resistencia a compresión uniaxial y la resistencia a tracción uniaxial
$R^{od}$	Relación entre los umbrales de daño en compresión uniaxial y tracción uniaxial
$R^{op}$	Relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial
$R_3(\theta')$	Radio vector que describe la variación de resistencia en el plano octaédrico
$s_{ij}$	Parte desviadora del tensor de tensiones
$S_e$	Sección transversal de la probeta en el ensayo de barra de Hopkinson

$T$	Tiempo
$T_a$	Tiempo de llegada de la onda explosiva a la superficie en estudio
$TDIF$	Factor de amplificación dinámico para tracción uniaxial
$T_i$	Coefficientes para la determinación de la presión hidrostática (Ec. de Estado)
$u_p$	Velocidad de partículas
$U_s$	Velocidad de choque de partículas
$v_i$	Velocidad de la partícula $i$
$V$	Volumen
$V_0$	Volumen específico inicial del material
$W^{i,j}$	Valor de la función de peso (función Kernel) para la partícula $i$ respecto de $j$
$x$	Posición del centro de la partícula en el método SPH
$Y_{elast}$	Superficie de fluencia inicial
$Y_{máx}$	Superficie de resistencia pico
$Y_{res}$	Superficie de resistencia residual

# Índice

<b>Agradecimientos</b>	<b>I</b>
<b>Resumen</b>	<b>II</b>
<b>Abstract</b>	<b>IV</b>
<b>Notación</b>	<b>VI</b>
<b>Índice</b>	<b>XIV</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>XVIII</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>XXVI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Importancia del tema . . . . .	1
1.2 Descripción del problema . . . . .	2
1.3 Objetivos de la tesis. . . . .	5
1.4 Contenido . . . . .	5
<b>2. Comportamiento del hormigón bajo cargas explosivas</b>	<b>8</b>
2.1 Introducción . . . . .	8
2.2 Acción de las cargas explosivas . . . . .	8
2.3 Comportamiento bajo cargas estáticas . . . . .	10
2.4 Comportamiento bajo cargas dinámicas de gran velocidad . . . . .	19
2.4.1 Introducción . . . . .	19
2.4.2 Sensibilidad de la respuesta a la velocidad de deformación . . . . .	20
2.4.3 Efecto “brisanca” y “spalling”. . . . .	27
2.4.4 Efecto de altas temperaturas en el comportamiento dinámico . . . . .	27
2.5 Comportamiento de elementos estructurales de hormigón frente a cargas explosivas . . . . .	29
2.5.1 Columnas . . . . .	29
2.5.2 Vigas, losas y placas . . . . .	30
2.5.3 Análisis límite y Diagramas de Iso-Daño . . . . .	31
2.5.4 Colapso progresivo . . . . .	32
2.5.5 Comportamiento contra-intuitivo . . . . .	33

**Anexo 2.1**

<b>Factores de amplificación dinámica (DIF). Expresiones empíricas</b>	<b>34</b>
A2.1.1 Introducción	34
A2.1.2 DIF para compresión uniaxial	35
A2.1.3 DIF para tracción uniaxial	37
A2.1.4 Energía de compactación o de aplastamiento	38
A2.1.5 Energía de fractura	40
A2.1.4 Amplificación dinámica del módulo elástico tangente	41

**3. Modelos existentes – Estado del Arte** **42**

3.1 Introducción	42
3.2 Escala de modelación	43
3.2.1 Micro-escala	46
3.2.2 Meso-escala	48
3.2.3 Macro-escala	49
3.3 Métodos de aproximación	52
3.3.1 Métodos de elementos finitos (MEF) y métodos acoplados MEF-Fluidos	53
3.3.2 Métodos de partículas o métodos sin malla	54
3.3.3 Métodos combinados MEF-Partículas	56
3.3.4 Métodos de elementos discretos	57
3.4 Modelos para hormigón adecuados para programas de elementos finitos en general	60
3.4.1 Introducción	60
3.4.2 Modelos basados en el modelo de Etse y Willam	62
3.4.3 Modelo de Burlion	67
3.4.4 Modelo de Luccioni & Rougier	70
3.5 Modelos materiales implementados en hidrocódigos	75
3.5.1 Introducción	75
3.5.2 Modelos materiales en hidrocódigos	77
3.5.3 Ecuaciones de estado para materiales porosos	80
3.5.4 Modelos de resistencia	86
3.5.4.1 Modelo de endurecimiento cinemático con cierre (cap)	86
3.5.4.2 Modelo K&C (Damage concrete model)	88
3.5.4.3 Modelo JH (Johnson & Holmquist)	91
3.5.4.4 Modelo GR (Gebbeken & Ruppert)	94
3.5.4.5 Modelo HPG (Hartmann, Pietzsch & Gebbeken)	96
3.5.4.6 Modelo RHT (Riedel, Hartmann & Thoma)	99
3.5.5 Criterios de erosión	104
3.5.5.1 Introducción	104
3.5.5.2 Criterios y límites de erosión utilizados por distintos autores	106
3.5.5.3 Criterios de erosión y procedimientos alternativos	108
3.5.5.4 Observaciones	114
3.5.6 Modelos de mesoescala compatibles con hidrocódigos	115
3.5.7 Modelación con propiedades estocásticas	118
3.6 Comentarios finales	119

<b>Anexo 3.1</b>	
<b>Determinación de parámetros materiales en modelo de Luccioni-Rougier</b>	<b>122</b>
A3.1.1 Introducción . . . . .	122
A3.1.2 Determinación de parámetros materiales. . . . .	123
<b>4. Modelo propuesto</b>	<b>129</b>
4.1 Introducción . . . . .	129
4.2 Hipótesis y características más importantes del modelo. . . . .	130
4.3 Modelo de plasticidad. . . . .	132
4.3.1 Bases termodinámicas . . . . .	132
4.3.2 Función de fluencia . . . . .	135
4.3.3 Flujo plástico . . . . .	141
4.3.4 Variables internas . . . . .	142
4.3.5 Endurecimiento plástico . . . . .	144
4.3.6 Control de compactación/dilatancia . . . . .	150
4.3.7 Condiciones de carga/descarga . . . . .	152
4.3.8 Módulo elástico tangente. . . . .	152
4.4 Extensión viscoplástica. . . . .	153
4.4.1 Parámetros viscoplásticos . . . . .	155
4.4.2 Energías de deformación. . . . .	157
<b>Anexo 4.1</b>	
<b>Implementación numérica del modelo propuesto</b>	<b>158</b>
A4.1.1 Introducción . . . . .	158
A4.1.2 Método de integración de tensiones (Retorno mapeado). . . . .	158
A4.1.3 Algoritmo de integración para el caso elastoplástico. . . . .	160
A4.1.4 Integración numérica del modelo viscoplástico. . . . .	162
A4.1.5 Algoritmo propuesto para el modelo viscoplástico . . . . .	165
A4.1.6 Tensor tangente consistente . . . . .	167
A4.1.7 Derivada de la función de fluencia. . . . .	168
<b>Anexo 4.2</b>	
<b>Determinación de parámetros materiales en el modelo propuesto</b>	<b>170</b>
A4.2.1 Introducción . . . . .	170
A4.2.2 Determinación de parámetros materiales. . . . .	171
A4.2.3 Funciones adicionales. . . . .	173
A4.2.4 Energía de compactación o de aplastamiento . . . . .	175
A4.2.5 Energía de fractura . . . . .	175

<b>5. Aplicaciones y comparaciones con resultados experimentales</b>	<b>177</b>
5.1 Introducción.	177
5.2 Estudios numéricos preliminares	178
5.2.1 Efecto del tipo de elemento utilizado	180
5.2.2 Efecto de la discretización de la malla	183
5.2.3 Efecto de la discretización temporal	185
5.2.4 Efecto de las dimensiones de la probeta	187
5.2.5 Efecto del criterio de fluencia adoptado	191
5.3 Determinación de parámetros viscoplásticos	192
5.3.1 Tracción uniaxial.	193
5.3.2 Compresión uniaxial	194
5.4 Ensayos cuasi-estáticos. Comparación con resultados experimentales	196
5.4.1 Consideraciones generales	196
5.4.2 Tracción uniaxial	197
5.4.3 Tracción biaxial	199
5.4.4 Compresión uniaxial	200
5.4.5 Compresión triaxial.	202
5.4.6 Compresión hidrostática y ensayo edométrico	206
5.4.7 Comparaciones con modelo RHT	209
5.5 Ensayos dinámicos. Comparación con resultados experimentales.	214
5.5.1 Barra de Hopkinson.	214
5.5.2 Compresión uniaxial	217
5.5.3 Compresión con confinamiento.	221
5.5.4 Flexión.	226
<b>6. Conclusiones y sugerencias para futuras investigaciones</b>	<b>231</b>
6.1 Desarrollos y aportes.	231
6.2 Conclusiones	233
6.3 Sugerencias para futuras investigaciones	237
<b>Referencias</b>	<b>239</b>
<b>Apéndice A. Respuesta de muros sometidos a cargas explosivas</b>	<b>260</b>
A.1 Introducción.	260
A.2 Modelación de la carga explosiva.	261
A.3 Modelo 3D. Características y propiedades materiales.	262
A.4 Análisis de muros de hormigón pobre o mampostería	265
A.4.1 Muros con mallado y tipo de zonificación diferentes.	265
A.4.2 Muros con distintas condiciones de borde.	271
A.4.3 Muros con distintas aberturas	273
A.5 Curva de fragilidad a partir de simulaciones numéricas.	274
A.5.1 Variabilidad aleatoria.	274
A.5.2 Descripción general y elección del modelo numérico.	278
A.5.3 Curva de fragilidad.	280
A.6 Comentarios finales.	282

## Lista de Figuras

### Capítulo 1

- Fig. 1.1 – Daño en edificios por atentados (FEMA 427, 2003):  
a) Alfred Murrah Federal Building, Oklahoma, USA  
b) Khobar Towers, Dhahran, Arabia Saudita 2

### Capítulo 2

- Fig. 2.1 – Curvas de presión incidente 9
- Fig. 2.2 – Ensayos de compresión uniaxial 12
- Fig. 2.3 – Ensayos de compresión triaxial con distintos niveles de confinamiento:  
a) Ensayos de Sfer (2002) y Gabet (2008) para hormigón tipo H30  
b) Ensayos de Vu (2009) para hormigón tipo H40 13
- Fig. 2.4 – Comportamiento volumétrico en ensayos de compresión triaxial con distintos niveles de confinamiento (Vu et al, 2009) 14
- Fig. 2.5 – Estados límite de transición compactación-dilatancia a partir de curvas de deformación volumétrica y esquemas de falla correspondientes a cada etapa (Gabet et al, 2008) 15
- Fig. 2.6 – Ensayos de compresión triaxial para distintos grados de saturación y presiones de confinamiento (Vu et al. 2009): Hormigón seco; Hormigón parcialmente saturado y Hormigón saturado 16
- Fig. 2.7 – Ensayos de compresión triaxial: Ensayo de presión hidrostática y ensayo edométrico (Burlion, 1997, 2000, 2001) 17
- Fig. 2.8 – Ensayos de compresión triaxial (Pivonka, 2001): a) Representación esquemática de los caminos de carga, b) Procesos de deformación matriz-agregado. 18
- Fig. 2.9 – Comportamiento material según la velocidad de deformación y duración de la carga (Zukas, 2004) 20

Fig. 2.10 – DIF. Resultados experimentales en probetas sometidas a compresión o tracción	22
Fig. 2.11 – Resistencia aparente del hormigón en ensayo dinámico a tracción (Mazars y Millard, 2009)	23
Fig. 2.12 – Fuerzas de inercia laterales en elementos sometidos a tracción o compresión dinámicas	24
Fig. 2.13 – Resultados de ensayos edométricos para distintas velocidades de deformación. Comparación con ensayos estáticos (Forquin, 2008)	25
Fig. 2.14 – Proceso de desprendimiento (“spalling”) en placa de hormigón (Ohtsu et al, 2007)	26
Fig. 2.15 – Efecto de altas temperaturas en curvas tensión-deformación para ensayos dinámicos de compresión (Tao, 2010)	28
Fig. 2.16 – Ensayos a escala real en columnas de hormigón armado sometidas a explosiones: a) Gram et al, 2006, b) Crawford y Magallanes, 2011	29
Fig. 2.17 – Colapso progresivo (Luccioni et al, 2004)	32
<b>Anexo 2.1</b>	
Fig. A2.1.1 – CDIF. Resultados experimentales a compresión uniaxial (Cotsovos, 2008). Comparación con expresiones analíticas	36
Fig. A2.1.2 – TDIF. Resultados experimentales a tracción uniaxial (Cotsovos, 2008). Comparación con expresiones analíticas	38
Fig. A2.1.3 – Energía de aplastamiento vs. Velocidad de deformación.	39
Fig. A2.1.4 – Energía de fractura vs. Velocidad de deformación.	41
<b>Capítulo 3</b>	
Fig. 3.1 – Escalas de modelación (D’Addetta, 2001; Pivonka, 2001)	44
Fig. 3.2 – Esquema del hormigón (heterogéneo) y separación de componentes homogéneas (Riedel et al. 2010)	49
Fig. 3.3 – Clasificación de los modelos continuos utilizados para hormigón	51
Fig. 3.4 – Interpolación de la función de densidad en método SPH (función de Kernel) (ANSYS, 2009)	55
Fig. 3.5 – Tipos de vinculaciones entre elementos discretos (Tavarez, 2007)	57

Fig. 3.6 – Detección de contacto friccional (Tavarez, 2007)	58
Fig. 3.7 – a) Módulo cúbico básico, b) Prisma compuesto por varios módulos (Kosteski, 2008)	59
Fig. 3.8 – Superficie de falla y superficies de fluencia del modelo extendido de León (Pivonka, 2001)	63
Fig. 3.9 – Variación de la superficie de fluencia en el plano octaédrico	64
Fig. 3.10 – Superficies de carga con “cap” (Folino y Etse, 2008)	67
Fig. 3.11 – Función de fluencia de Gurson modificada: Evolución con la disminución de la porosidad	69
Fig. 3.12 – Separación de la ley constitutiva dentro de un hidrocódigo (Gebben y Hartmann, 2010)	78
Fig. 3.13 – Modelo (superficies) de resistencia	80
Fig. 3.14 – Ecuación de Estado (EoS)	82
Fig. 3.15 – Hormigón convencional y hormigón de alto desempeño (Riedel et al, 2010)	84
Fig. 3.16 – Superficies utilizadas en el modelo de endurecimiento cinemático con cap	86
Fig. 3.17 – Superficies de resistencia en el modelo JH	92
Fig. 3.18 – Superficies de resistencia en el modelo RHT	100
Fig. 3.19 – Esquema de endurecimiento por deformación en el modelo RHT	103

### Anexo 3.1

Fig. A3.1.1 – Función de fluencia. Plano $\sigma_2 = 0$ ; para hormigón tipo H30 según ensayos de Sfer (2002)	125
Fig. A3.1.2 – Función de fluencia. Plano octaédrico para hormigón tipo H30 según ensayos de Sfer (2002) $I_1 = \text{constante} = -50 \text{ MPa}$ .	127

### Capítulo 4

Fig. 4.1 – Función $F_{cap}$	137
Fig. 4.2 – Superficie de fluencia modificada para confinamiento elevado. Datos experimentales de Vu et al (2009) para un hormigón H-40	138

Fig. 4.3 – Superficies de falla y de fluencia inicial ( $\kappa^p = \varepsilon^p = 0$ ) en el modelo propuesto	139
Fig. 4.4 – Forma de la superficie de fluencia inicial en el plano octaédrico para distintos valores de $I_1$	139
Fig. 4.5 – Función de fluencia. Plano $\sigma_2 = 0$ ; para hormigón tipo H40 (Vu et al, 2009)	140
Fig. 4.6 – Evolución de la superficie de fluencia para distintos caminos de carga: a) Confinamiento bajo o moderado y b) Confinamiento elevado	145
Fig. 4.7 – Esquema de transición entre compactación y dilatación en ensayos de compresión triaxial	146
Fig. 4.8 – Variación de $I_1$ en ensayo hidrostático (Buzaud, 1998) y edométrico (Gatuingt, 1999)	147
Fig. 4.9 – Curvas tensión-deformación en ensayo de compresión uniaxial para distintos valores de $\eta_c$	156
<b>Anexo 4.2</b>	
Fig. A4.2.1 – Camino de carga en el plano meridiano de compresión	173
Fig. A4.2.2 – Energía de fractura vs. Velocidad de deformación	176
<b>Capítulo 5</b>	
Fig. 5.1 – Esquema de probeta cilíndrica y elemento considerado en la simulación Condiciones de borde y aplicación de desplazamiento impuesto	181
Fig. 5.2 – Curvas Tensión-Deformación en elemento a compresión dinámica, con estado plano de tensión y con simetría axial, para una velocidad de deformación de 100/s	181
Fig. 5.3 – Curvas Tensión-Deformación en elemento a tracción dinámica, con estado plano de tensión y con simetría axial, para una velocidad de deformación de 100/s	182
Fig. 5.4 – Esquema de probeta cilíndrica y discretizaciones utilizadas	183
Fig. 5.5 – Tensión axial promedio para distintas discretizaciones con una velocidad de deformación de 10/s	184
Fig. 5.6 – Tensión axial promedio para distintas discretizaciones con una velocidad de deformación de 100/s	184

Fig. 5.7 – Tensión axial promedio para malla de 8 elementos (25x25mm) con una velocidad de deformación de 100/s	186
Fig. 5.8 – Tensión axial promedio para malla de 32 elementos (12.5x12.5mm) con una velocidad de deformación de 100/s	186
Fig. 5.9 – Tensión axial promedio para distintas dimensiones de probeta con una velocidad de deformación de 100/s	188
Fig. 5.10 – Tensiones axiales en MPa en probeta de 100mm de diámetro x 100mm de altura con una velocidad de deformación de 100/s	189
Fig. 5.11 – Tensiones transversales en elementos ubicados hacia el eje de simetría o borde de la probeta para distintas dimensiones y con una velocidad de 100/s	189
Fig. 5.12 – Tensiones radiales en MPa en probeta de 100mm de diámetro x 100mm de altura	190
Fig. 5.13 – Tensión axial promedio para distintos criterios de fluencia con una velocidad de deformación de 100/s	191
Fig. 5.14 – TDIF. Calibración de parámetros viscoplásticos para tracción uniaxial Resultados experimentales en Cotsovos (2008)	193
Fig. 5.15 – Tensión axial promedio para distintas velocidades de deformación	194
Fig. 5.16 – Tensión axial promedio para distintas velocidades de deformación en una probeta de 100x100 mm	195
Fig. 5.17 – CDIF. Comparación con resultados experimentales. Resultados experimentales en Cotsovos (2008)	196
Fig. 5.18 – Esquema de probeta cilíndrica y elemento considerado en la simulación numérica. Condiciones de borde y aplicación de desplazamiento impuesto	198
Fig. 5.19 – Curva Tensión-Deformación para hormigón sometido a tracción uniaxial. Comparación con resultados experimentales (Hurlbut, 1985)	199
Fig. 5.20 – Esquema de probeta plana y elemento considerado en la simulación. Condiciones de borde y aplicación de desplazamiento impuesto	200
Fig. 5.21 – Curvas Tensión-Deformación para hormigón bajo tracción biaxial. Comparación con resultados experimentales (Kupfer et al, 1969)	200
Fig. 5.22 – Ensayo de compresión uniaxial en hormigón tipo H30 y H40. Comparación con resultados experimentales (Sfer, 2002; Vu, 2009)	202

Fig. 5.23 – Ensayos de compresión triaxial en hormigón tipo H40. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009) y modelo de Luccioni y Rougier (2005)	203
Fig. 5.24 – Ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento: a) 100 MPa, b) 650 MPa. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009) y modelo de Luccioni y Rougier (2005)	204
Fig. 5.25 – Ensayos de compresión triaxial en hormigón tipo H40. Comparación con resultados experimentales (Poinard et al, 2010)	204
Fig. 5.26 – Ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento: a) 200 MPa, b) 400 MPa. Comparación con resultados experimentales (Poinard al, 2010)	205
Fig. 5.27 – Esquema de probeta cilíndrica y elemento considerado en la simulación numérica. Condiciones de borde y aplicación de desplazamiento impuesto	206
Fig. 5.28 – Ensayo hidrostático y edométrico en mortero. Comparación con resultados experimentales (Burlion et al, 2001)	207
Fig. 5.29 – Ensayo hidrostático (Buzaud, 1998) y edométrico (Gatuingt, 1999) en hormigón	208
Fig. 5.30 – Esquema de probeta cilíndrica y elementos considerados en la simulación numérica. Condiciones de borde y etapas de carga	210
Fig. 5.31 – Superficies de falla del modelo propuesto y del modelo RHT. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)	212
Fig. 5.32 – Ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento: a) 100MPa y b) 650MPa. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)	213
Fig. 5.33 – Respuesta volumétrica en ensayos triaxiales con distinto confinamiento: a) 100 MPa y b) 650 MPa. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)	213
Fig. 5.34 – Ensayo de la barra de Hokpinson (Hentz et al, 2004): a) Configuración del ensayo b) Fuerzas y velocidades resultantes en ambas caras de la probeta	215
Fig. 5.35 – Esquema de probeta cilíndrica y discretizaciones utilizadas según relación de aspecto L/D	217
Fig. 5.36 – Ensayo de compresión uniaxial con distintas velocidades de deformación (Grote et al, 2001)	219

Fig. 5.37 – Determinación de tensión promedio según distintos criterios para velocidades de deformación de a) $290 \text{ s}^{-1}$ y b) $1050 \text{ s}^{-1}$	219
Fig. 5.38 – Ensayo de compresión uniaxial en hormigón para una velocidad de deformación de $52 \text{ s}^{-1}$ (Cazacu y Ross, 2001)	221
Fig. 5.39 – Esquema de probeta cilíndrica y discretizaciones utilizadas	222
Fig. 5.40 – Deformación vs Tiempo en ensayos de Forquin (2008) para distintas velocidades de deformación	222
Fig. 5.41 – Respuesta volumétrica en ensayos edométricos con distintas velocidades de deformación. Comparación con resultados de Forquin et al (2008)	223
Fig. 5.42 – Tensiones desviadoras en ensayos edométricos con distintas velocidades de deformación. Comparación con resultados de Forquin et al (2008)	224
Fig. 5.43 – Distribución de tensiones transversales en la probeta para distintos ensayos e instantes de tiempo con una velocidad de deformación de $80/\text{s}$	224
Fig. 5.44 – CDIF obtenidos en ensayo sin confinamiento con distintas velocidades de deformación. Comparación con resultados experimentales (Cotsovos, 2008)	225
Fig. 5.45 – Esquema de la viga y configuración del ensayo mediante prensa hidráulica (Zhang et al, 2009)	226
Fig. 5.46 – Mallado y aplicación de carga en las simulaciones numéricas	227
Fig. 5.47 – Tensiones longitudinales en instante de carga máxima para distintas velocidades de carga	229
Fig. 5.48 – Carga aplicada vs Desplazamiento del punto de aplicación de carga. Comparación con resultados experimentales	230

## Apéndice A

Fig. A.1 – Detonación de 5 kg de TNT. Modelo 2D	261
Fig. A.2 – Vista superior y perspectiva del modelo 3D. Ubicación del muro y de la carga explosiva	263
Fig. A.3 – Modelo 3D del muro con zonificación fragmentada	264
Fig. A.4 – Modelos fragmentados para 10 kg de TNT a 2 m de distancia con malla gruesa y fina	266

Fig. A.5 – Modelos homogéneos para 10 kg de TNT a 2 m de distancia con malla gruesa y fina	267
Fig. A.6 – Trabajo plástico para modelo homogéneo	268
Fig. A.7 – Posiciones del muro para distintos instantes de tiempo a) $t=19$ ms, muro alejándose de la carga, b) Comportamiento contraintuitivo	269
Fig. A.8 – Historia de presión reflejada en el tiempo a) Modelo homogéneo de 10kg TNT a 2m de distancia (malla gruesa) b) Presión medida en ensayo correspondiente a Alia y Souli (2005)	270
Fig. A.9 – Muros cerrados con distintas condiciones de borde: a) 1 Borde empotrado, b) 2 Bordes empotrados, c) 3 Bordes empotrados y d) 4 Bordes empotrados	271
Fig. A.10 – Modos de falla	272
Fig. A.11 – Distintas direcciones de fisuración por efecto de las condiciones de borde: Muro con: a) 4 bordes emp. b) 3 bordes emp. c) 2 bordes emp. y d) 1 borde empotrado	273
Fig. A.12 – Muros con abertura para: a) Puerta, b) Ventana	273
Fig. A.13 – Muros con aberturas. Fisuración en esquinas y centros de vanos	274
Fig. A.14 – Función de distribución de probabilidad Log Normal	276
Fig. A.15 – Función de probabilidad $F(x)$	277
Fig. A.16 – Niveles de daño: a) Modelo 1 kg TNT con $X=0,54$ , b) Modelo 1 kg TNT con $X=0,20$	280
Fig. A.17 – Curva de Fragilidad en función de la distancia escalada $Z$	281

## Lista de Tablas

### Capítulo 2

Tabla 2.1 – Niveles de daño en estructuras y elementos no estructurales según la presión (Braimah, 2000)	1
--	---

### Capítulo 3

Tabla 3.1 – Distintos criterios y límites de erosión utilizados en trabajos recientes	107
---	-----

### Capítulo 4

Tabla 4.1 – Parámetros utilizados en el modelo Luccioni-Rougier y el modelo con $F_{cap}$ propuesto	138
Tabla 4.2 – Límites en $F_{cap}$ y $G_{cap}$ para procesos de compactación y dilatancia	151

### Capítulo 5

Tabla 5.1 – Propiedades materiales para hormigón H40 y H70	179
Tabla 5.2 – Tensiones máximas en MPa obtenidas para distintas discretizaciones y velocidades de deformación	185
Tabla 5.3 – Tiempos necesarios para la propagación de onda según dimensiones del elemento	185
Tabla 5.4 – Tensiones longitudinales máximas para distintas dimensiones de la probeta	188
Tabla 5.5 – Propiedades materiales para hormigón H21 y H30	197
Tabla 5.6 – Propiedades materiales para mortero (Burlion et al, 2001)	207
Tabla 5.7 – Parámetros adoptados en el modelo RHT para hormigón tipo H40	211
Tabla 5.8 – Propiedades materiales para ensayos de compresión en mortero y hormigón	218

Tabla 5.9 – Dimensiones y relaciones de aspecto en ensayos de compresión uniaxial	218
Tabla 5.10 – Carga máxima y Energía de fractura para distintas velocidades de carga (Zhang et al, 2009)	227
Tabla 5.11 – Propiedades del hormigón y parámetros del modelo viscoplástico	228

## Apéndice A

Tabla A.1 – Radios utilizados para las distintas cargas de TNT	262
Tabla A.2 – Propiedades del aire	264
Tabla A.3 – Propiedades materiales de hormigón equivalente, ladrillo y mortero	265
Tabla A.4 – Tiempos de cómputo en minutos para distintos modelos y niveles de discretización	269
Tabla A.5 – Niveles de daño obtenidos numéricamente para $\varepsilon = 0,20$	279
Tabla A.6 – Valores aleatorios del límite de erosión para cada carga explosiva	279
Tabla A.7 – Número y frecuencia de colapsos producidos para distintos valores de $Z$	280

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Importancia del tema

El estudio de la respuesta de estructuras sometidas a grandes cargas explosivas ha recibido especial atención en los últimos años. Esto se debe fundamentalmente a la ocurrencia de episodios tanto accidentales (explosiones de silos contenedores de gas) como intencionales (atentados terroristas) en las últimas décadas, que han llevado a los ingenieros a realizar diseños y verificaciones de las estructuras para estados de carga extremos no convencionales.

En los trabajos de [Ciraulo \(2006\)](#), [Guoshun \(2000\)](#) o [Patiño \(1991\)](#), se pueden encontrar detalles acerca de las graves lesiones y traumas que este tipo de situaciones ocasionan sobre los seres humanos. Por otro lado, distintas agencias e instituciones destinadas al manejo de emergencias proveen información y recomendaciones relacionadas al diseño y protección de edificios con el fin de mitigar los efectos de estos ataques ([Federal Emergency Management Agency – FEMA N° 427 y 428, 2003](#); [Precast/Prestressed Concrete Institute – Designer’s Notebook, 2004](#); [US Army Technical Manual TM 5-1300, 1990](#); [UFC 3-340-01, 2002](#); [UFC 3-340-02, 2008](#); [UFC 4-010-01/02, 2003](#)). Estas guías están basadas en acontecimientos reales y ensayos experimentales, y confirman la necesidad de combinar las metodologías de prevención para reducir la vulnerabilidad de las estructuras y sus ocupantes.

En particular, el estudio del comportamiento del hormigón representa un tema de gran interés en el diseño y análisis de estructuras de protección, en plantas nucleares, estructuras offshore, aeropuertos y otras construcciones de uso masivo; como así también en el análisis de riesgo sobre edificaciones ya existentes.

## 1.2 Descripción del problema

En general y especialmente en el campo cercano, las cargas explosivas provocan la falla de componentes estructurales individuales, que puede ser ocasionada por la rotura del material debido a los efectos de la onda de presión antes de que la respuesta de la estructura sea significativa (Ohtsu et al, 2007; Millard et al, 2010; Coughlin et al, 2010; Luccioni y Luege, 2006; Booker et al, 2009; Schenker et al, 2008; Zhou et al, 2008; Zineddin y Krauthammer, 2007; Oesterle et al, 2009; Morales-Alonso et al, 2011; Nystrom y Gylltof, 2010). También estos efectos de propagación de onda de presión tienen importantes consecuencias en los modos de falla observados en elementos sometidos a cargas de impacto (Islam et al, 2011; Lian, 2011; Beppu et al, 2008; Farnam et al, 2010). Luego, dependiendo de la magnitud de la falla local, puede producirse un colapso progresivo de la estructura (Punch, 1999; Luccioni et al, 2004; Marchand et al, 2005; Kwasniewski, 2010; Shi et al, 2010). En la figura 1.1 se puede observar el daño producido en distintos edificios por atentados con explosivos.

El comportamiento de las estructuras ante explosiones e impacto constituye un área de estudio que presenta aún muchos desafíos, no solamente por los aspectos tiempo dependientes, sino por las dificultades aún existentes en la determinación de la carga dinámica externa y en la obtención de las propiedades dinámicas de los materiales (Jones et al, 2004; Crawford y Magallanes, 2011).

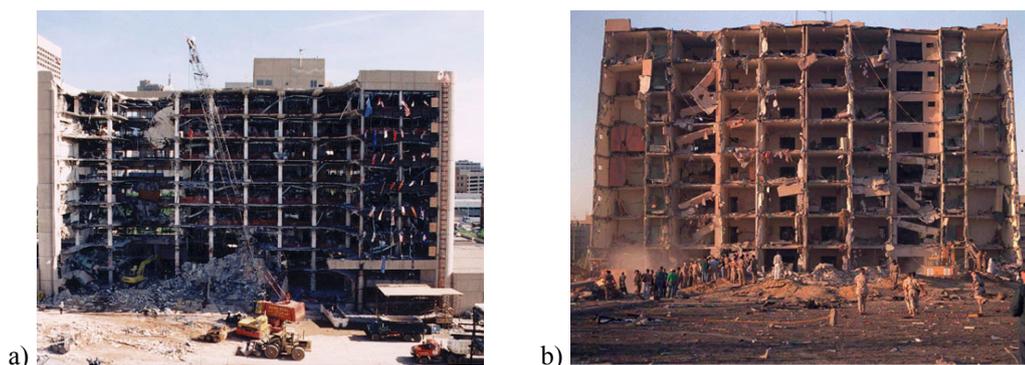


Figura 1.1 – Daño en edificios por atentados:  
a) Alfred Murrah Federal Building, Oklahoma, USA; b) Khobar Towers, Dhahran, Arabia Saudita  
(Federal Emergency Management Agency – FEMA 427, 2003)

La investigación del efecto de cargas explosivas abarca un gran número de temas específicos que han sido estudiados con distinta profundidad desde el punto de vista

experimental, analítico y numérico. En primer lugar, la generación de la onda explosiva, su propagación e interacciones posibles dentro del aire, así como los efectos del tipo, forma y ubicación del explosivo, conforman una línea de estudio en la cual han trabajado distintos autores ([Cooper, 1996](#); [Kinney & Graham, 1985](#); [Baker et al, 1983](#); [Wilkinson & Anderson, 2003](#); [Edri et al, 2011](#)) para obtener expresiones analíticas y ábacos, que relacionan la carga explosiva con la presión originada por el frente de onda. Además pueden encontrarse simulaciones numéricas ([Alia, 2006](#); [Hu et al, 2011](#); [Price et al, 2011](#)) mediante hidrocódigos que intentan reproducir los efectos de las ondas originadas por explosiones sin necesidad de recurrir a costosos ensayos experimentales. Otros estudios analíticos y numéricos más complejos ([Kambouchev; 2006, 2007](#)) incluso, tienen en cuenta la compresibilidad del aire para la propagación de la onda explosiva.

Una vez determinadas las características de las solicitaciones o cargas, existen distintas alternativas relacionadas al análisis de la respuesta tanto de las estructuras y como de sus materiales constitutivos.

En este sentido, está muy difundida la utilización de métodos basados en el análisis de estados límite de sistemas de un grado de libertad (SDOF, según sus siglas en inglés), para el diseño o verificación de elementos estructurales aislados. Esta metodología permite la utilización de expresiones analíticas al considerar funciones de carga y de respuesta simplificadas; por ejemplo, funciones de carga impulsiva tipo triangular y funciones de respuesta elástica-lineal perfectamente plástica. A partir de éstas, es posible obtener diagramas de presión-impulso a través de los cuales se determinan distintos niveles de daño según la combinación de estas variables ([US NAVFAC Design Manual 2.08, 1986](#); [Elliot et al, 1992](#); [Smith y Hetherington, 1994](#); [Millington, 1994](#); [Luccioni y Aráoz, 2006](#); [Krauthammer et al, 2008](#); [Shi et al, 2008](#)). Por otro lado, existen metodologías o enfoques de la mecánica computacional que permiten abordar estudios de mayor complejidad. Estas metodologías, a su vez, se basan en distintas teorías y métodos de aproximación como diferencias finitas, elementos finitos (MEF) ([Oller, 1993](#); [Etse y Willam, 1994](#); [Etse y Carosio, 1999](#); [Burlion et al, 2000](#); [Luege et al, 2002](#); [Luccioni y Rougier, 2005](#); [González et al, 2007](#); [Lorefice et al, 2008](#); [Ning et al, 2008](#), [Pedersen et al, 2008](#)), técnicas sin malla ([Rabczuk, 2003](#); [Jankowiak; 2011](#)), métodos de elementos discretos ([Cusatis, 2003](#); [Hentz et al, 2004](#); [Tavarez y Plesha, 2007](#); [Riera, 2007](#)), y combinaciones de las mismas. En general, puede decirse que el criterio para optar por una metodología u otra dependerá del problema

que se quiere resolver, de la escala de observación del material y del grado de complejidad de los procesos que se intentan reproducir (Lu, 2009). En este sentido, el uso de modelos sobre una plataforma de hidrocódigo representa una herramienta atractiva para el análisis de problemas bajo distintas configuraciones de carga, geometría y condiciones de borde (Collins, 2002; Zukas, 2004, Riedel, 2008; Tu y Lu, 2009, 2011). En todos los casos, los resultados obtenidos en la simulación numérica dependen fuertemente de las formulaciones de los modelos constitutivos utilizados para los materiales y de su capacidad para representar los fenómenos físicos involucrados.

Debido a la naturaleza impulsiva de la carga, la respuesta de las estructuras y de los materiales a cargas de tipo explosivo es marcadamente diferente de la respuesta bajo condiciones de carga estáticas o de baja velocidad. En particular, el comportamiento del hormigón, aún bajo cargas estáticas, está fuertemente influenciado por los niveles de presión o confinamiento (Pivonka, 2001; Dupray et al, 2009; Johansson et al, 2000; Sfer et al, 2002; Lu et al, 2006; Oh et al, 2007; Gabet et al, 2006, 2008; Vu et al, 2009; Poinard, 2010, Burlion et al, 2001), y presenta, a su vez, una importante sensibilidad a la velocidad de deformación (JianGuo et al, 2008; Donzé et al, 1999; Grote et al, 2001; Cotsovos et al, 2008; Braraa y Klepaczko, 2006, 2007; Schuler et al, 2006; Zhang et al, 2009; Wu et al, 2005, Erzar y Forquin, 2009; Mazars y Millard, 2009; CEB-FIP, 1990; Shi et al. 2009; Ngo et al, 2009; Magnusson, 2007; Hao et al, 2010; Erzar et al, 2010; Sercombe et al, 1998; Weerheijm et al, 2007; Ruiz et al, 2009; Schwer, 2009; Shkolnik, 2008; Forquin et al, 2008; Hao y Hao, 2011). Por este motivo, es importante tener en cuenta los siguientes aspectos en la simulación numérica:

- Los efectos plásticos (deformaciones permanentes) y viscosos.
- La sensibilidad del comportamiento a la presión de confinamiento por la naturaleza friccional del material.
- El comportamiento bajo confinamiento elevado que a su vez depende del camino de carga.
- Los fenómenos de compactación y dilatación observados en ensayos experimentales.

### 1.3 Objetivos de la tesis

El objetivo general de esta tesis es el desarrollo de un modelo constitutivo general para hormigón sometido a cargas dinámicas de gran velocidad como explosiones o impacto. En particular se considera al hormigón por tratarse de un material ampliamente utilizado en la práctica y estudiado experimentalmente, sin embargo el modelo podría aplicarse a otros materiales cohesivo-friccionales.

En función del objetivo general, los objetivos específicos de esta tesis son:

- El desarrollo de un modelo constitutivo de tipo elasto-plástico, con criterio de flujo plástico no asociado, función de fluencia con cierre en el eje hidrostático de presiones y funciones de endurecimiento isótropo y no isótropo dependientes del camino de carga.
- La extensión viscoplástica del modelo a fin de reproducir los efectos de la velocidad de deformación sobre la respuesta.
- La calibración del modelo con resultados experimentales de hormigón
- Análisis del comportamiento de elementos de hormigón bajo solicitaciones de tipo explosivo

### 1.4 Contenido

En correspondencia con los objetivos planteados, en esta tesis se desarrolla un modelo constitutivo viscoplástico en pequeñas deformaciones y se propone un criterio de fluencia que permite el cierre de la superficie de fluencia sobre el eje hidrostático a fin de tener en cuenta el nivel de confinamiento del material. Se considera al hormigón en estado seco (humedad menor al 11%) y temperatura ambiente (20°C).

Se desarrollan también los algoritmos de integración numérica del modelo que han sido implementados en un programa de elementos finitos dinámico no lineal. Con este programa se resuelven distintos ejemplos de verificación, calibración y aplicación.

En esta tesis el modelo se aplica al hormigón; no obstante, mediante una adecuada caracterización de los parámetros materiales, el modelo propuesto es utilizable también para otros materiales cohesivo-friccionales como morteros, mampostería, cerámicos, etc.

La tesis se desarrolla en seis capítulos, el presente Capítulo de introducción y los restantes cinco Capítulos cuyo contenido se esboza a continuación.

En el Capítulo 2 se analizan las principales características de la respuesta del hormigón fundamentalmente bajo cargas de tipo explosivo y de impacto, a partir de distintos trabajos experimentales disponibles en la bibliografía. En dicho capítulo se describe el comportamiento del hormigón para estados de carga cuasiestáticos y dinámicos. Adicionalmente, se hacen algunos comentarios acerca del efecto de la temperatura y el grado de saturación en la respuesta dinámica del material.

El Capítulo 3 contiene un estado del arte con la descripción de los modelos numéricos más utilizados. Se analizan los distintos enfoques o metodologías disponibles para incluir los efectos de cargas dinámicas y confinamiento elevado en la simulación del comportamiento del hormigón. Se hace una clasificación de acuerdo a las escalas de modelación, los métodos de aproximación y, una descripción de los modelos fenomenológicos disponibles así como de aquellos incluidos en los llamados hidrocódigos.

A continuación, en el Capítulo 4, se presenta el modelo propuesto, una descripción detallada de su formulación, calibración, ventajas y limitaciones. En este capítulo se presenta una superficie de fluencia que permite el cierre sobre el eje hidrostático, en la cual a su vez se incorporan leyes de endurecimiento isótropo y no isótropo, a través de dos variables internas relacionadas al proceso de disipación plástico. Se describe, además, el criterio de potencial plástico y la metodología de control de dilatancia. Por otro lado, se presenta la extensión viscoplástica del modelo y la propuesta de parámetros generales a fin de considerar distintas combinaciones de tensiones.

En el Capítulo 5 se analizan los resultados obtenidos a través de la utilización del modelo propuesto en diferentes ensayos, tanto estáticos como dinámicos. Los ensayos estáticos analizados corresponden a ensayos de compresión y tracción uniaxial, compresión biaxial, compresión triaxial, compresión hidrostática y ensayo edométrico. Los ensayos dinámicos corresponden a ensayos de compresión uniaxial, compresión con confinamiento y flexión. En todos los casos se comparan los resultados con los datos experimentales.

En el Capítulo 6 se presentan las conclusiones de este trabajo y algunas sugerencias para futuras investigaciones.

La tesis se completa con cinco Anexos y un Apéndice, los cuales presentan distintos

desarrollos o expresiones que sirven de complemento a los aspectos desarrollados en el cuerpo de la tesis. El Anexo 2.1 presenta expresiones empíricas para los factores de amplificación dinámica de resistencias y energías de deformación en hormigón. En el Anexo 3.1 se detalla la determinación de los parámetros correspondientes al modelo de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#), el cual sirve de base para el modelo propuesto. La implementación numérica del modelo desarrollado en este trabajo se presenta en el Anexo 4.1, y la determinación de los parámetros materiales requeridos para su utilización se detalla en el Anexo 4.2. Finalmente, en el Apéndice A, se estudia la respuesta de muros sometidos a cargas explosivas a través de simulaciones numéricas, con el fin de lograr un mejor entendimiento del comportamiento estructural y analizar distintos criterios relacionados a la modelación.

## Capítulo 2

# Comportamiento del hormigón bajo cargas explosivas

### 2.1 Introducción

En el presente capítulo se realiza una revisión general de los rasgos más salientes del comportamiento del hormigón, tanto a nivel material como estructural cuando resulta sometido a cargas explosivas o de impacto.

En primer lugar se describe brevemente el tipo de acción generada por las cargas explosivas en los materiales. A continuación, se explica sintéticamente el comportamiento del hormigón bajo cargas cuasiestáticas. Finalmente, se presentan las modificaciones que experimenta este comportamiento bajo altas velocidades de deformación y se describen, en particular, las características de la respuesta bajo cargas explosivas o de impacto, a partir de observaciones en elementos estructurales reales y ensayos experimentales.

### 2.2 Acción de cargas explosivas

La palabra explosión se utiliza en sentido general para una súbita liberación de energía que puede causar un sustancial aumento de presión en el espacio circundante. Una explosión puede tomar la forma de una deflagración, que genera una presión moderada con velocidades del orden de m/seg, o de una detonación, que genera elevadas sobrepresiones en el espacio cercano con velocidades del orden de km/seg. La detonación es una forma de reacción del explosivo que produce ondas de choque de gran intensidad, cuya propagación es determinada por una compresión más allá de la temperatura de autoignición. Como reacción, se generan gases a alta temperatura bajo presiones entre 100kbar y 300kbar y temperaturas entre 3000°C y 4000°C. Dichos gases se expanden violentamente, expulsando al aire circundante del

volumen que ocupa, originando una onda de presión, que se mueve hacia afuera desde el lugar de detonación a alta velocidad. La deflagración es la propagación de la reacción química de una sustancia en la cual el frente de onda se propaga por conducción y difusión de gases. Generalmente, a igualdad de energía liberada, la detonación presenta un pico de sobrepresión mayor y la deflagración presenta una duración mayor (ver [figura 2.1](#)).

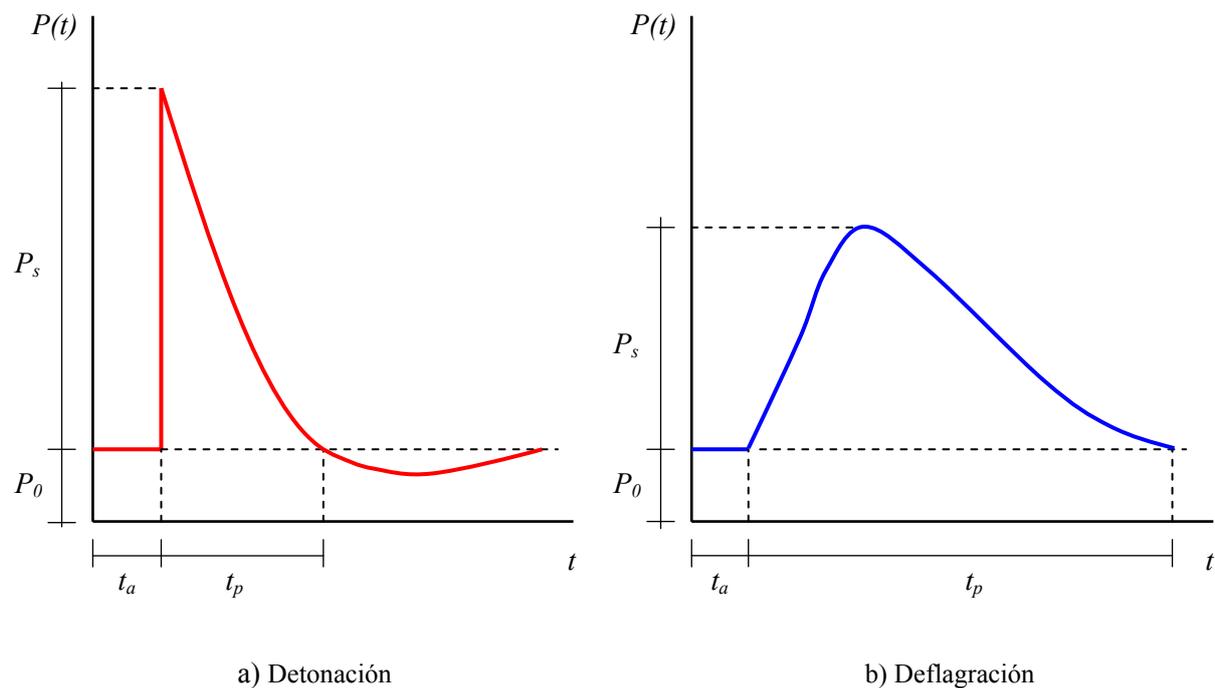


Figura 2.1 – Curvas de presión incidente

Cuando el explosivo está en contacto con un elemento, la presión en el mismo alcanza varios GPa en intervalos de tiempo de microsegundos. Esto genera ondas de presión muy intensas en el material que pueden producir su desintegración. Si el explosivo está rodeado de aire las ondas de presión alcanzan típicamente algunos cientos de kPa, decayendo en el rango de 10 ms.

La onda de presión resultante de una detonación en aire libre, distante de una superficie reflectante, tiene la forma de la [figura 2.1a](#). La detonación tiene lugar en  $t = 0$  y llega a la superficie estudiada en el tiempo  $t_a$ . Cuando la onda llega, la presión aumenta repentinamente del valor de la presión atmosférica  $P_0$ , a  $P_0 + P_s$ , donde  $P_s$  es la sobrepresión incidente. A

medida que pasa el tiempo la sobrepresión decae y en el tiempo  $t_p$ , desde la llegada de la onda de presión, se hace igual a la presión atmosférica.

Debido a la formación de un vacío parcial detrás del frente de onda, aparece una presión negativa  $P_s(-)$  y comienza la fase negativa. Su duración es mayor que la de la fase positiva pero su amplitud es en general menor que la de  $P_s(+)$ .

Cuando la onda incide en una superficie, se refleja y su comportamiento cambia. Como consecuencia de ello la presión aumenta significativamente, generalmente hasta 2 y 8 veces la presión incidente. El incremento de presión varía en función del ángulo de incidencia entre la onda y la superficie.

La descripción de los efectos producidos por las explosiones, así como algunas expresiones utilizadas en la determinación de presiones incidentes y reflejadas, pueden encontrarse en [Cooper \(1996\)](#), [Kinney & Graham \(1985\)](#), [Baker et al \(1983\)](#) y [Wilkinson & Anderson \(2003\)](#).

En la [Tabla 2.1](#) se describen algunos niveles de daño observados en estructuras y elementos no estructurales en función de la presión originada en la onda explosiva ([Brimah, 2000](#)).

Presión (kPa)	Daño
1	Rotura de vidrios
2.8	Daño estructural mínimo o limitado
5.2	Daño menor en viviendas; 20-50% de losas desplazadas
7.0	Demolición parcial en viviendas
49-56	Falla por flexión en paneles de mampostería no reforzados (20-60cm)
56-70	Demolición total de muros de mampostería
>70	Destrucción completa de todas las construcciones no reforzadas
490	Colapso de puentes de hormigón

Tabla 2.1 – Niveles de daño en estructuras y elementos no estructurales según la presión (Brimah, 2000)

## 2.3 Comportamiento bajo cargas estáticas

En términos generales, el hormigón es un material compuesto, elaborado con cemento, agregados (arena y grava) y agua. Luego del endurecimiento químico (fraguado), el material resultante consiste en una matriz (mortero) que incluye partículas de agregado distribuidas aleatoriamente.

Debido a su heterogeneidad, el hormigón puede ser analizado en distintas escalas. La escala estructural más pequeña corresponde a la estructura atómica del cemento y los agregados, cuya escala de longitud está en el orden de los nanómetros ( $10^{-9}$ m). En una escala micrométrica ( $10^{-6}$ m), se pueden distinguir las partículas de cemento. Antes del endurecimiento, se observan los granos de cemento no hidratados, y en el estado endurecido, se hidrata el silicato de calcio y son visibles las partículas de hidróxido de calcio. Asimismo, se hace visible en esta escala la compleja estructura porosa del hormigón. Incrementando la escala de observación al milímetro ( $10^{-3}$ m), es posible distinguir las partículas de arena y grava, así como los poros de mayor dimensión. La interacción entre las partículas de agregado y la matriz cementicia es una de las características esenciales en este nivel de observación. Escalas mayores ( $10^0$  o  $10^1$ m) son utilizadas en los ensayos mecánicos o de laboratorio. En este nivel de observación no se reconoce una estructura interna sino que se considera que el material tiene propiedades idénticas en cada punto del elemento o de la estructura. Finalmente, escalas en el orden de  $10^2$  o  $10^3$ m, corresponden a las construcciones o estructuras civiles (Mier, 1997).

También debido a su heterogeneidad característica, el comportamiento del hormigón resulta marcadamente no lineal, aún para niveles bajos de carga estática. En ensayos de compresión uniaxial, luego de alcanzar la capacidad de carga máxima, se observa en las curvas tensión-deformación, una rama descendente (ablandamiento) ocasionada por el proceso de fisuración en la microescala (ver [figura 2.2](#)).

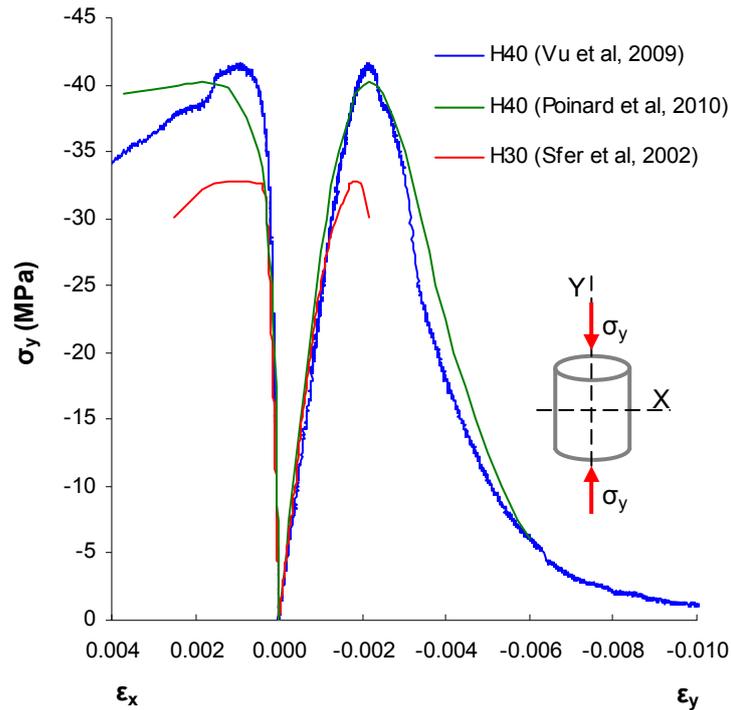


Figura 2.2 – Ensayos de compresión uniaxial

En el caso de ensayos multiaxiales de compresión cuasi-estáticos, se distinguen tres transiciones en la curva tensión-deformación. El hormigón presenta un comportamiento elástico, hasta el primer punto de transición, que corresponde al comienzo de la propagación estable de fisuras. Luego, la respuesta continúa hasta la segunda transición que coincide con el comienzo de la propagación inestable de fisuras, y corresponde al punto de mínima deformación volumétrica (o de máxima compactación). Finalmente, la última transición es la del estado de carga última o carga pico, que corresponde a la capacidad de carga máxima del material (carga de rotura). Dependiendo de la magnitud del confinamiento, pueden producirse deformaciones importantes (en el orden de 15% en el caso de deformaciones axiales y 12% para deformaciones volumétricas). Los valores pico de tensión y deformación crecen a medida que se incrementa el confinamiento (Pivonka, 2001; Dupray et al, 2009).

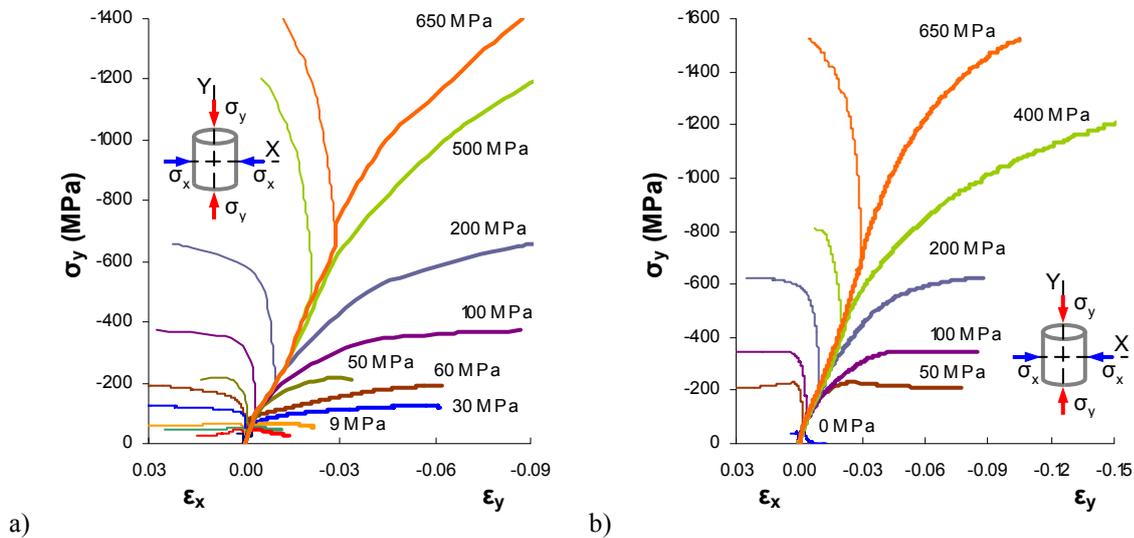


Figura 2.3 – Ensayos de compresión triaxial con distintos niveles de confinamiento:  
 a) Ensayos de Sfer (2002) y Gabet (2008) para hormigón tipo H30  
 b) Ensayos de Vu (2009) para hormigón tipo H40

En general, el punto de máxima compactación en los ensayos multiaxiales de compresión, se alcanza para estados de tensión mayores que en el caso uniaxial.

La rama post-pico de la curva de respuesta corresponde a la localización de deformaciones. Las mayores deformaciones se concentran en la vecindad de las fisuras, mientras que el resto de las zonas del elemento exhiben una disminución de deformaciones debido a la descarga.

En la bibliografía se pueden encontrar diversas referencias de ensayos experimentales estáticos para estados multiaxiales de carga, en hormigón (Johansson et al, 2000; Sfer et al, 2002; Lu et al, 2006; Oh et al, 2007; Gabet et al, 2006, 2008; Vu et al, 2009; Poinard, 2010, Burlion et al, 2001) y mortero (Bazant et al, 1986; Burlion et al, 2001; William et al, 2005). De la evaluación comparativa entre hormigón y mortero, con presiones de confinamiento de hasta 500 Mpa, es posible determinar que la respuesta del mortero sometido a alto confinamiento no es representativa del comportamiento del hormigón (Akers y Phillips, 2004). Los resultados obtenidos por distintos autores para hormigones tipo H30 y H40, se presentan en la figura 2.3a y 2.3b, respectivamente.

Los resultados presentados por Johansson (2000), Sfer (2002), Oh (2007) y Lu (2006), como la mayoría de los resultados experimentales disponibles en la bibliografía, corresponden a estados triaxiales con un nivel de confinamiento moderado (hasta 60 MPa), mientras que en

los trabajos de Gabet (2008), Vu (2009) y Poinard (2010), se alcanzan presiones de confinamiento elevado (en el orden de los 600 MPa). Todos estos autores han observado que el hormigón, en estado seco, alcanza un estado límite (de rotura), caracterizado por una transición entre un comportamiento de compactación a un comportamiento de dilatancia. Esto puede ocurrir para el nivel de carga pico (para confinamiento bajo o moderado) o durante el proceso de incremento de carga axial (para confinamiento elevado). Dicho comportamiento puede observarse en la figura 2.4, donde se representa el comportamiento volumétrico de los resultados de los ensayos de Vu (2009).

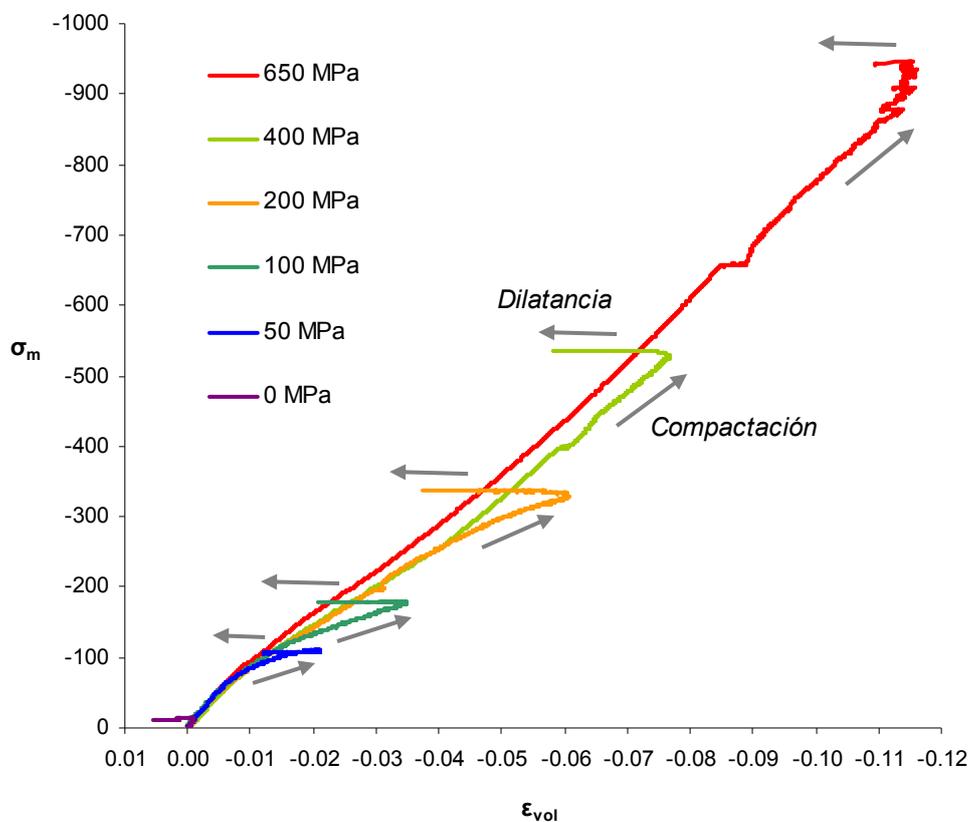


Figura 2.4 – Comportamiento volumétrico en ensayos de compresión triaxial con distintos niveles de confinamiento (Vu et al, 2009)

Poinard (2010) realiza ensayos en probetas cilíndricas de hormigón tipo H40, sometidas a compresión hidrostática hasta 600 MPa y compresión triaxial con distintos niveles de confinamiento entre 20 y 400 MPa. Además, presenta en los ensayos, ciclos de carga y descarga para las diferentes etapas, con el objeto de determinar la evolución de los parámetros elásticos del hormigón a medida que se incrementa el confinamiento. Los ensayos de presión

hidrostática muestran que la mayor parte del daño en la matriz cementicia ocurre entre los 60 y 150 MPa. Para presiones de confinamiento inferiores a los 60 MPa el comportamiento del hormigón es elástico lineal, mientras que para presiones superiores a los 150 MPa el comportamiento es del tipo elastoplástico, característico de materiales granulares compactados. Por otro lado, los ensayos triaxiales muestran una importante influencia del confinamiento en la respuesta desviadora.

En la [figura 2.5](#) se pueden observar los distintos estados límite en el plano  $q, \sigma_m$  con sus esquemas de falla asociados, donde  $q=|\sigma_y - \sigma_x|$  es la tensión desviadora, y  $\sigma_m=(\sigma_y+2\sigma_x)/3$ , es la tensión media. Estos estados corresponden a la transición entre los procesos de compactación y de dilatancia. [Gabet \(2008\)](#) establece a partir de sus estudios, que el estado límite del hormigón es independiente del camino de carga.

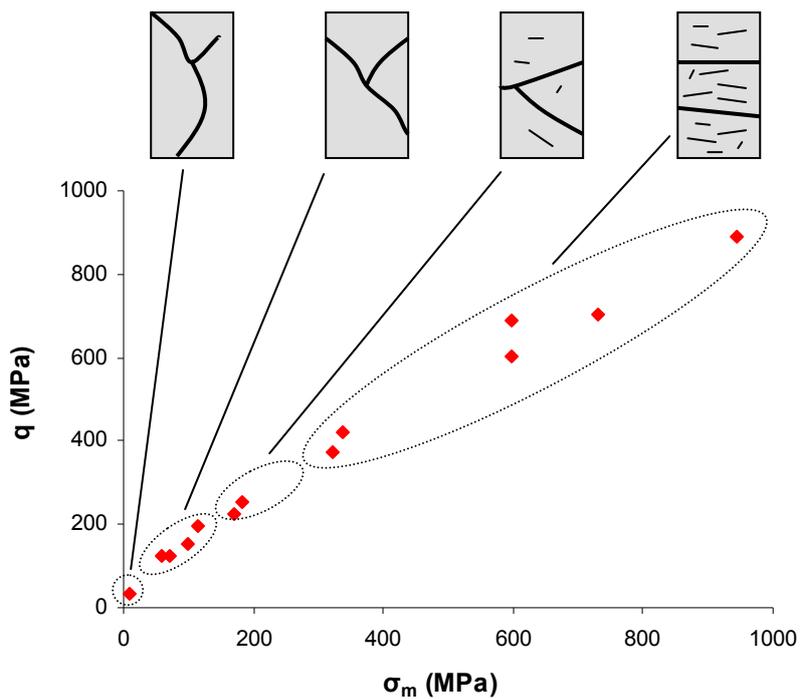


Figura 2.5 – Estados límite de transición compactación-dilatancia a partir de curvas de deformación volumétrica y esquemas de falla correspondientes a cada etapa (Gabet et al, 2008)

Para bajo confinamiento, la matriz de cemento sólo está levemente dañada. La rotura está causada por un mecanismo de daño considerablemente localizado dada la escala de la probeta y está asociado con la pérdida de la homogeneidad en las deformaciones, este modo de falla se caracteriza por la presencia de una tensión pico que indica el comportamiento frágil del

hormigón. Durante los ciclos de carga y descarga, aparece un fenómeno de histéresis, el cual se hace más pronunciado luego de la tensión pico. En relación a la pérdida de rigidez, el comportamiento del hormigón es cohesivo-friccional y está gobernado por un fenómeno de daño.

Para alto confinamiento, la matriz cementicia pierde una parte significativa de su cohesión durante el proceso de carga hidrostática. Si se incrementa la carga axial, la falla se debe a un proceso de daño difuso, sin pérdida de homogeneidad en las deformaciones. Esta falla está relacionada al comportamiento de dilatación del hormigón, el cual se produce aún sin alcanzar una carga pico. El hormigón presenta, para estos niveles de confinamiento, un comportamiento dúctil, y tanto la evolución de los parámetros elásticos como el fenómeno de histéresis se hacen despreciables. La respuesta tiende entonces a la de un material granular, gobernado por deformaciones permanentes que pueden ser simuladas por la teoría de la plasticidad, mientras que el fenómeno de daño, observado para bajo confinamiento, prácticamente desaparece.

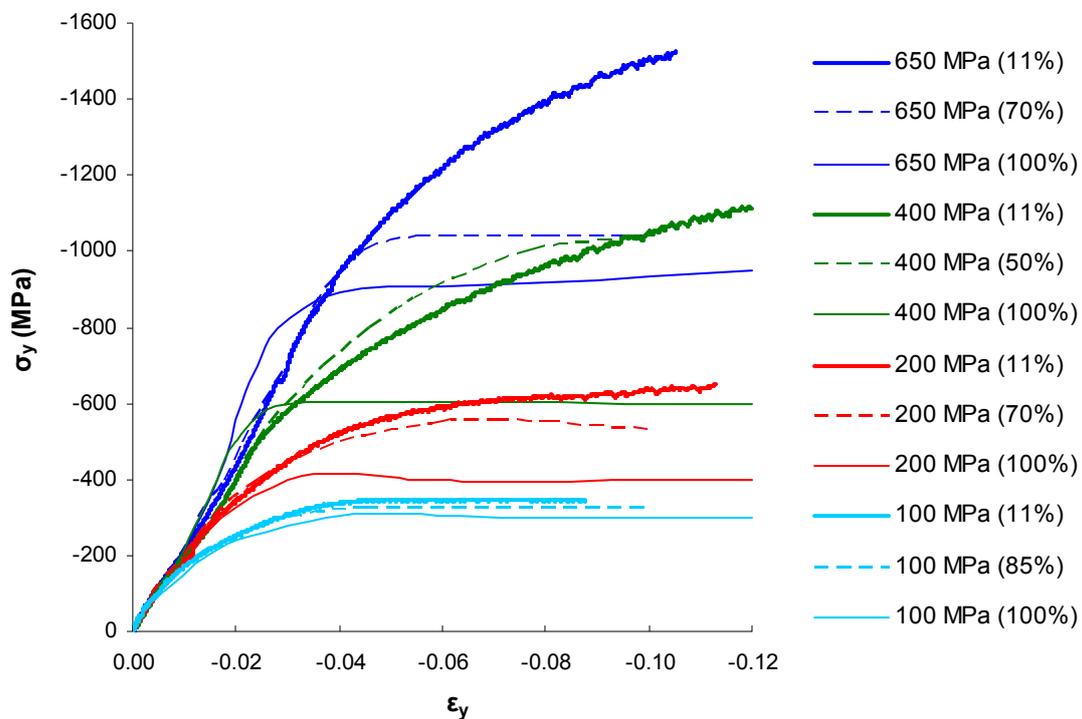


Figura 2.6 – Ensayos de compresión triaxial para distintos grados de saturación y presiones de confinamiento (Vu et al. 2009): Hormigón seco (Humedad < 11%); Hormigón parcialmente saturado (Humedad = 50%, 70% y 85%) y Hormigón saturado (Humedad = 100%)

Por otro lado [Vu et al \(2009\)](#) presentan resultados de ensayos estáticos en probetas de hormigón sometidas a elevados niveles de confinamiento y con distintos grados de saturación. Estos autores concluyen que la resistencia del hormigón se ve incrementada significativamente a medida que se incrementa la presión de confinamiento. Para grados de saturación inferiores al 50%, es decir hormigones con poca o sin humedad, este incremento es notablemente superior que en el caso de probetas parcialmente saturadas o saturadas. Para presiones de confinamiento inferiores a 100 MPa, prácticamente no hay cambios en la resistencia del hormigón, tanto para las probetas húmedas como en las saturadas (ver [figura 2.6](#)).

Es necesario remarcar, además, la diferencia entre la respuesta del hormigón en ensayos hidrostáticos y la respuesta en ensayos edométricos. La [figura 2.7](#) muestra los resultados obtenidos por [Burlion et al \(2001\)](#), donde se comparan las respuestas según ambos tipos de ensayos.

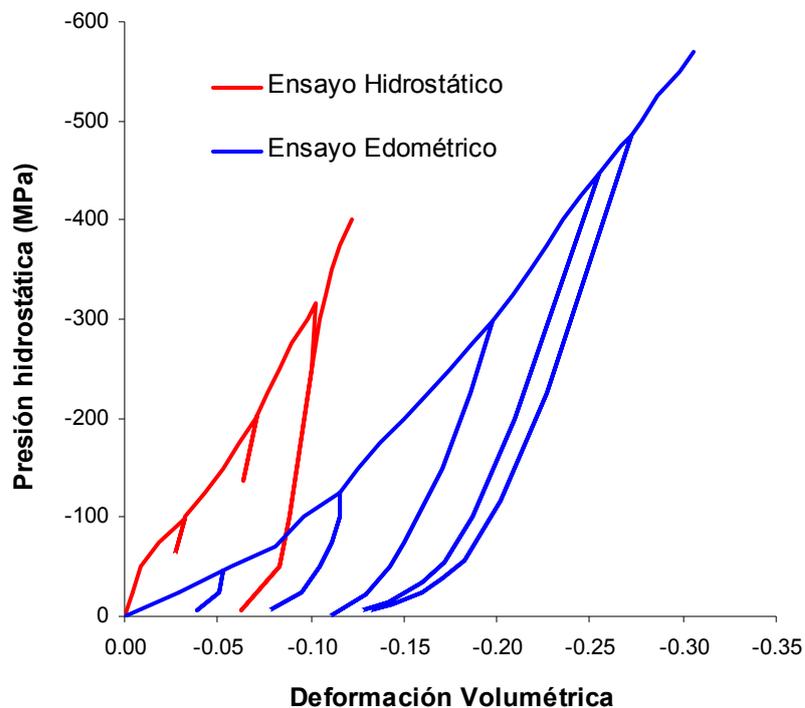


Figura 2.7 – Ensayos de compresión triaxial:  
Ensayo de presión hidrostática y ensayo edométrico (Burlion, 1997, 2000, 2001)

De estos ensayos se puede concluir que la compactación del hormigón está caracterizada por un endurecimiento elástico y plástico (Burlion et al, 2001). El endurecimiento elástico corresponde al incremento, no muy pronunciado, de la rigidez, debido al proceso de compactación. El endurecimiento plástico es inicialmente, lineal y luego marcadamente no lineal con un crecimiento del módulo de compresión.

Las curvas de respuesta al ensayo hidrostático y al ensayo edométrico presentan marcadas diferencias entre sí. Según estos resultados, no es posible separar la parte desviadora de la respuesta hidrostática del material, en contraposición a la hipótesis comúnmente adoptada por la mayoría de los modelos materiales. Si las respuestas hidrostática y desviadora estuvieran desacopladas, las curvas de la figura 2.7 deberían coincidir (Burlion et al, 2000).

En la figura 2.8 se muestran esquemáticamente los distintos caminos de carga para los ensayos edométrico e hidrostático, así como los procesos de deformación del compuesto matriz-agregado.

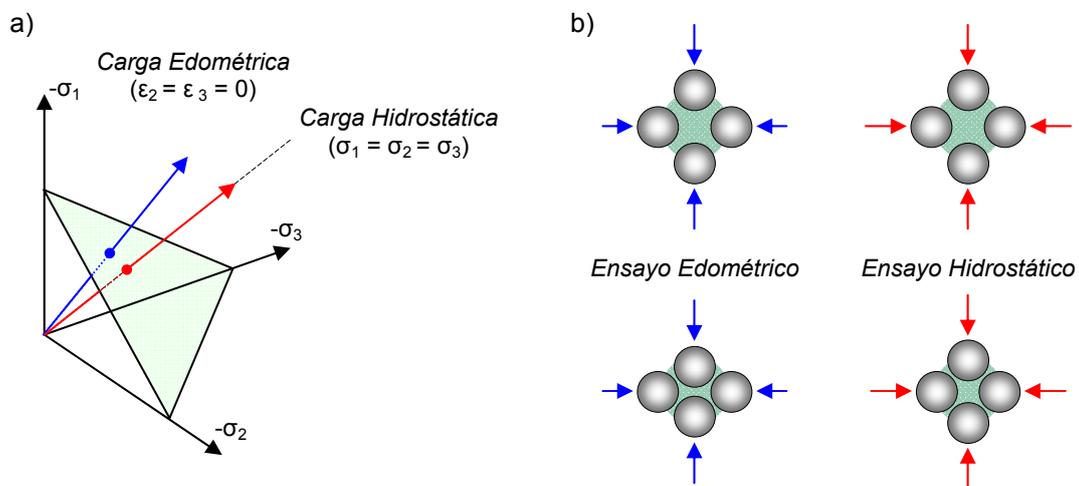


Figura 2.8 – Ensayos de compresión triaxial (Pivonka, 2001):

a) Representación esquemática de los caminos de carga, b) Procesos de deformación matriz-agregado

Mediante el análisis con un microscopio electrónico, se pueden observar diferencias sustanciales en la microestructura luego de la compactación. En el ensayo edométrico es posible observar una reorganización de la estructura granular del material. Esto provoca una fuerte disminución de la porosidad y, además, la micro-fisuración del material. Las micro-fisuras son perpendiculares a la dirección de máxima tensión de compresión, causada por el

estado desviador que surge del desarrollo de las deformaciones plásticas. La estructura granular, en el caso del ensayo hidrostático, se mantiene sin llegar a cerrar totalmente la porosidad inicial del material (compactación total) (Pivonka, 2001; Poinard, 2010).

De todo lo expuesto, es posible concluir que el comportamiento del hormigón sometido a cargas cuasi-estáticas está condicionado tanto por el camino de carga como por el nivel de confinamiento alcanzado. La transición de la respuesta entre los procesos de compactación y de dilatación, así como la variación en el fenómeno de daño, hacen necesario un estudio preciso de la evolución de los parámetros materiales involucrados al momento de utilizarlos en la caracterización de modelos constitutivos. Este análisis hará posible alcanzar un mejor grado de ajuste entre los resultados del modelo numérico y la respuesta experimental.

## 2.4 Comportamiento bajo cargas dinámicas de gran velocidad

### 2.4.1 Introducción

El comportamiento de las estructuras sometidas a cargas explosivas difiere significativamente del comportamiento material bajo cargas estáticas o cuasi-estáticas antes descrito. En todos los eventos dinámicos aparecen efectos inerciales producidos por la aceleración de las masas. A raíz de estos efectos inerciales, los elementos que componen la estructura intentan resistir cualquier cambio de velocidad, con lo cual se hace necesario estudiar los mismos a través de un análisis dinámico. Por otro lado, como consecuencia de la carga dinámica, se genera una cierta velocidad de deformación en las diferentes partes de los elementos estructurales, a medida que estos se deforman. En general, los materiales que constituyen la estructura presentan efectos tiempo-dependientes, es decir que su comportamiento está condicionado por la velocidad de carga o por la velocidad de deformación. En la [figura 2.9](#) se muestra un esquema del comportamiento del material en función de la velocidad de deformación y la duración de la carga (Zukas, 2004).

En una estructura de hormigón sometida a explosión o impacto, el material sufre distintos estados de tensión, los cuales pueden llevar a la misma a diferentes modos de falla. Cerca del impacto se observan importantes compresiones hidrostáticas. Este estado produce una compactación irreversible del material y, a su vez, una rigidización del mismo a través del incremento en el módulo elástico. Más alejado del punto de impacto, las tensiones de

confinamiento disminuyen y el material experimenta compresión con un estado triaxial de tensión moderada. Finalmente, puede ocurrir la reflexión de la onda de compresión y ocasionar una onda de tracción la cual interactúa con otras ondas de compresión y produce la fragmentación (Burlion et al, 2000).

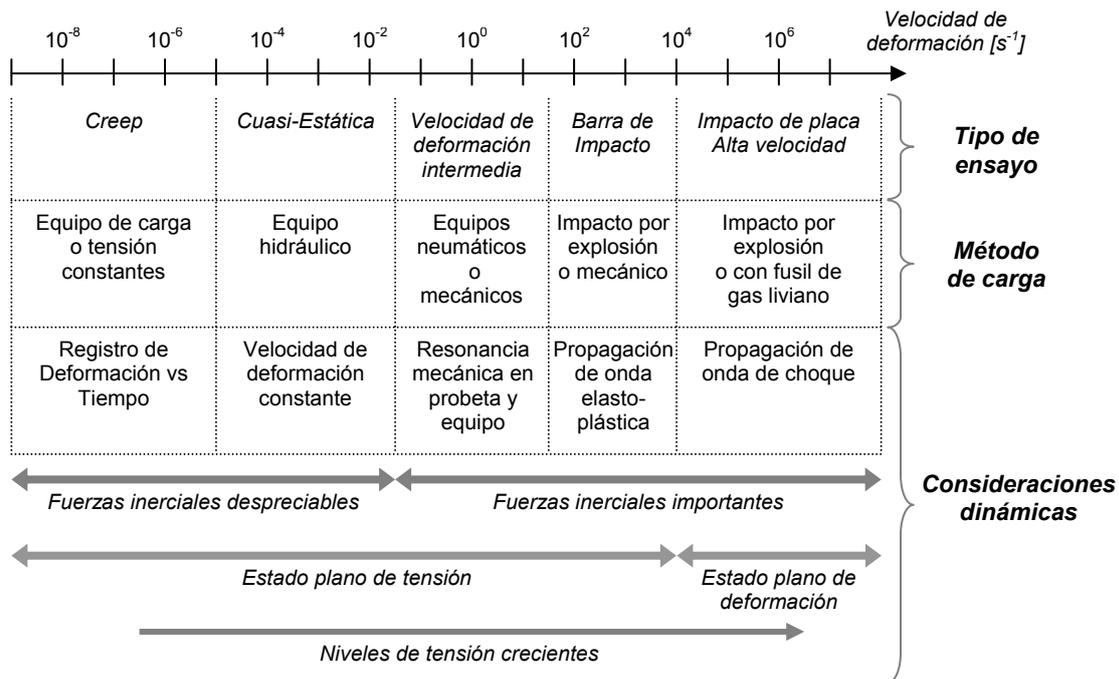


Figura 2.9 – Comportamiento material según la velocidad de deformación y duración de la carga (Zukas, 2004)

Además de la sensibilidad a la velocidad de deformación, las características mecánicas del hormigón a nivel material se ven afectadas por la presión o nivel de confinamiento, así como también por la evolución de las micro-fisuras y micro-vacíos. (JianGuo et al, 2008). Debido a la magnitud significativa de las presiones generadas por las cargas explosivas, el material se encuentra sometido a un elevado nivel de confinamiento.

## 2.4.2 Sensibilidad de la respuesta a la velocidad de deformación

Para estudiar y caracterizar el comportamiento del hormigón frente a cargas dinámicas como las explosiones se recurre generalmente a ensayos experimentales de distintas características. El rango de velocidades de deformación está limitado por el tipo de dispositivo de carga utilizado en cada ensayo, como puede observarse en la [figura 2.9](#). Algunos de los dispositivos o métodos más usados en estas experiencias son: equipos hidráulicos y neumáticos (velocidades de deformación hasta  $1 \text{ s}^{-1}$ ), la caída de una masa de impacto (velocidades hasta  $10 \text{ s}^{-1}$ ) y la barra de Hopkinson (velocidades entre  $10$  y  $10^3 \text{ s}^{-1}$ ). En el libro de [Mazars y Millard \(2009\)](#) pueden encontrarse los detalles de los diversos métodos de ensayos, así como sus limitaciones en los procesos de medición y caracterización de las propiedades del material. A pesar de ciertas disidencias en relación al valor de la deformación en los picos máximos de tensión, atribuida principalmente a la falta de consistencia de los métodos de ensayo empleados; es posible comprobar en todos los casos que la resistencia del hormigón crece a medida que se incrementa la velocidad de deformación. Esta tendencia se puede observar en ensayos uniaxiales tanto a tracción como a compresión, sin embargo la sensibilidad en cada caso es diferente ([Donzé et al, 1999](#); [Grote et al, 2001](#); [Cotsovos et al, 2008](#); [Braraa y Klepaczko, 2006, 2007](#); [Schuler et al, 2006](#); [Zhang et al, 2009](#); [Wu et al, 2005](#), [Erzar y Forquin, 2009](#)).

Debido a la naturaleza dinámica de los ensayos, las ondas de tensión se propagan e interactúan entre sí. En consecuencia, las tensiones y deformaciones resultantes en el elemento no son uniformes.

Como metodología general, a fin de determinar un valor único de velocidad de deformación, se toma el valor promedio en función de las velocidades de desplazamiento de las caras (o bordes) del elemento. Luego, se determina un único valor de tensión en función de las fuerzas de reacción en el apoyo.

El incremento de resistencia con la velocidad de deformación normalmente está referido a través de un factor de incremento dinámico (DIF “dynamic increase factor”), que puede expresarse como la relación entre la resistencia dinámica a una determinada velocidad de deformación y la resistencia estática (o cuasi-estática). En la bibliografía pueden encontrarse numerosas expresiones para los DIF a tracción y a compresión uniaxial ([CEB-FIP, 1990](#); [Shi et al. 2009](#); [Ngo et al, 2009](#)). Dichas expresiones se detallan en el Anexo 2.1.

En la [figura 2.10](#) se pueden observar los resultados experimentales obtenidos a partir de ensayos a tracción y compresión uniaxial respectivamente ([Cotsovos, 2008](#)). Es evidente en estas figuras la gran dispersión de los resultados experimentales, fundamentalmente debida a la falta de consistencia en la metodología de ensayos ([Bischoff & Perry, 1991](#)). Otros factores que pueden influenciar los resultados son el tamaño del elemento ensayado, su geometría y relación de forma, así como el contenido de humedad y el efecto de los agregados ([Magnusson, 2007](#); [Hao et al, 2010](#), [Erzar et al, 2010](#)). Se observa, además, que la amplificación dinámica de resistencia es sensiblemente superior para el caso de ensayos a tracción. En todos los casos, se observa que el efecto de incremento de resistencia se produce a partir de una velocidad de deformación en el orden de los 1 a 30 s<sup>-1</sup> ([Mazars y Millard, 2009](#)).

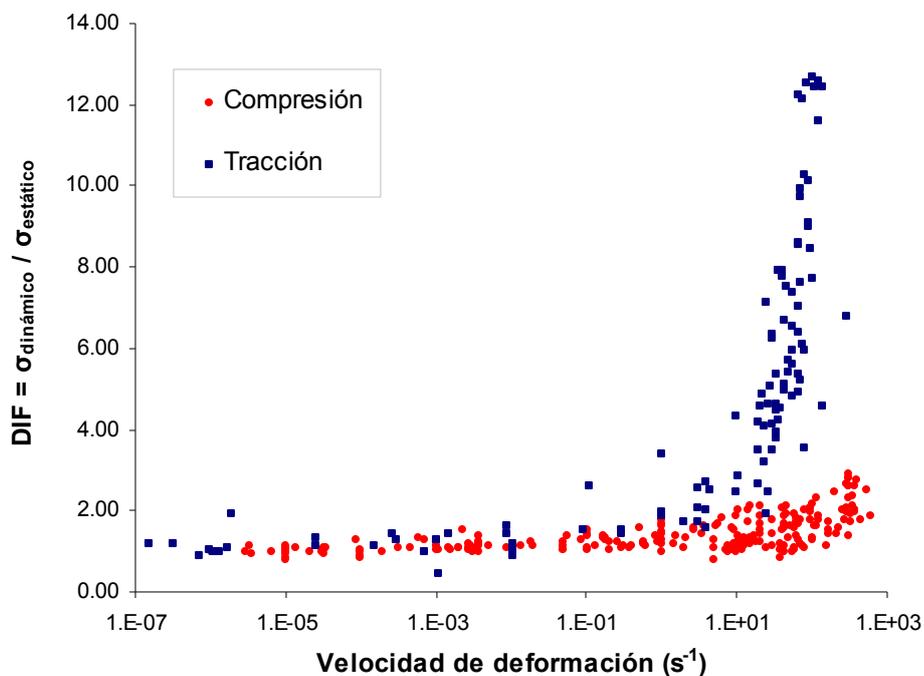


Figura 2.10 – DIF. Resultados experimentales en probetas sometidas a compresión o tracción ([Cotsovos, 2008](#))

[Sercombe et al \(1998\)](#) consideran la dependencia de la velocidad de deformación sólo como una contribución viscosa del agua libre presente en los poros del material. En un elemento solicitado a compresión, el agua libre es forzada a moverse hacia adentro del cuerpo, lo cual resulta en la aparición de una presión interna. Esta presión colabora con el material para resistir la carga exterior y demorar la iniciación de fisuras, y en consecuencia contribuye a una mayor resistencia a compresión. Por otro lado, el agua también tiene efectos

positivos en la resistencia a tracción. Su presencia trabaja en forma similar a la de una delgada lámina de agua atrapada entre dos placas planas paralelas que intentan separarse, lo cual ocasiona una fuerza resistente. En el hormigón, las paredes de los microporos resisten en forma similar los movimientos que intentan separar el material, contribuyendo a la resistencia a tracción (Magnusson, 2007). En la figura 2.11 se muestra un esquema de la aparición de las tensiones viscosas microscópicas en el ensayo de tracción dinámico.

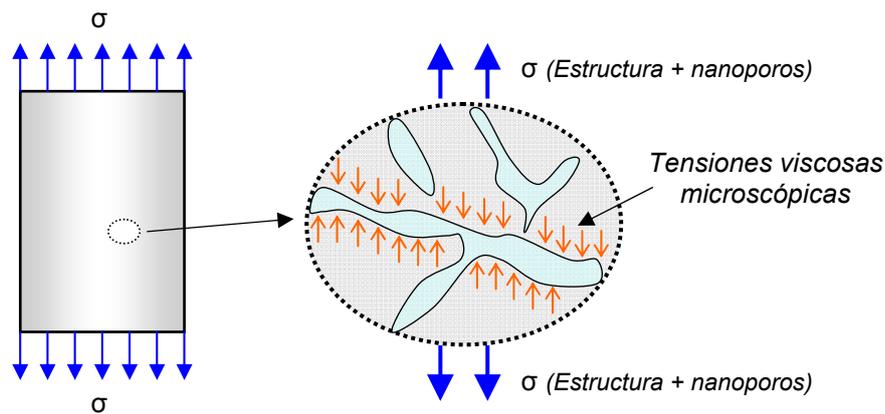


Figura 2.11 – Resistencia aparente del hormigón en ensayo dinámico a tracción (Mazars y Millard, 2009)

Weerheijm et al (2007) y Ruiz et al (2009), entre otros autores, presentan resultados experimentales en hormigón sometido a ensayos dinámicos de tracción. El primero presenta ensayos de barra de Hopkinson, y en el segundo caso, ensayos a flexión de tres puntos, ambos para distintas velocidades de carga. A raíz de dichos ensayos, los autores establecen que el incremento de resistencia se debe al efecto viscoso del material por la presencia de agua en los microporos. Por otro lado, establecen criterios para la determinación de la energía de fractura para una determinada velocidad. Al igual que en el caso de la resistencia última, se observa un incremento de la energía de fractura por efecto de la velocidad de deformación.

En trabajos recientes (Cotsovovs et al, 2008; Schwer, 2009; Hao et al, 2010) pueden encontrarse distintas hipótesis que justifican la amplificación dinámica de resistencia observada en elementos sometidos a compresión. Según Cotsovovs (2008) y Schwer (2009), el incremento de resistencia de la pieza ensayada no es un incremento real de resistencia del material, sino que se debe exclusivamente al efecto de confinamiento originado por las fuerzas de inercia laterales.

Este confinamiento puede explicarse de la siguiente forma: Cuando se aplica una carga

cuasi-estática en un ensayo a compresión no confinado, la superficie lateral de la probeta cilíndrica está libre para expandirse bajo la acción del efecto Poisson, y el elemento se mantiene en un estado de tensión uniaxial. Sin embargo, cuando se efectúa el mismo ensayo en forma dinámica, existe una demora en la expansión lateral del cilindro exterior, ya que el material (masa) debe primero ser acelerado en la dirección radial. Esta demora de la superficie lateral hasta alcanzar el equilibrio estático (tensión radial nula) origina una presión de confinamiento efectiva en la superficie lateral de la probeta, y de allí su nombre “confinamiento inercial”.

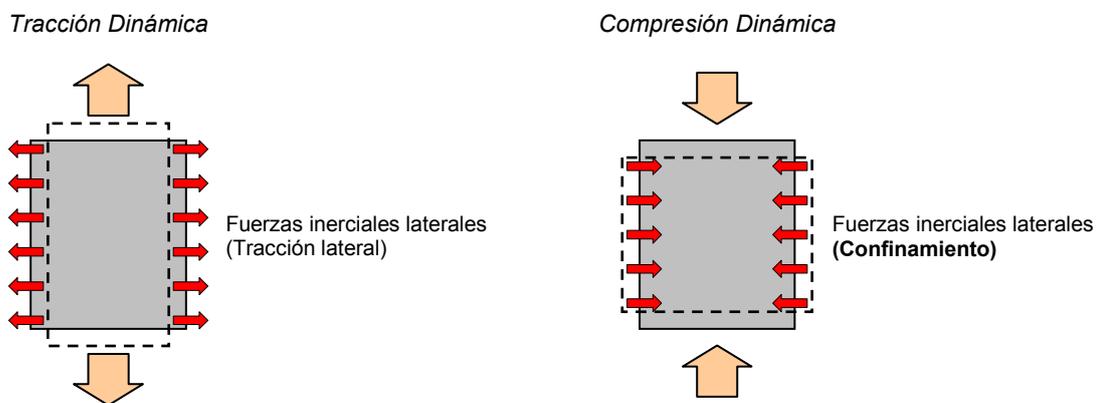


Figura 2.12 – Fuerzas de inercia laterales en elementos sometidos a tracción o compresión dinámicas

Dado que el hormigón, y el resto de los geomateriales son materiales friccionales, su resistencia al corte se incrementa a medida que aumenta el confinamiento. En consecuencia, habrá un incremento aparente de la resistencia dinámica del material respecto de la resistencia cuasi-estática.

En la [figura 2.12](#) se presenta en forma esquemática la aparición de las fuerzas de inercia laterales en un elemento sometido a tracción y a compresión dinámicas. En los ensayos a tracción no existe el efecto de confinamiento lateral, con lo cual, la sobre-resistencia en principio sería responsabilidad exclusiva de las propiedades del material.

[Hao et al \(2010\)](#) sugieren que el efecto de la velocidad de deformación depende, tanto de las dimensiones, como de la forma de la probeta, y de los agregados. Esto último obedece a la hipótesis de que las líneas de falla no se producen únicamente en el mortero o en las juntas mortero-agregado, sino que pueden atravesar los agregados por efecto de la alta velocidad de

deformación. Distintos investigadores han estudiado la influencia de los agregados en el incremento dinámico de resistencia a tracción (Erzar et al, 2010; Albertini, 1994; Cadoni, 2001) y compresión (Hao y Hao, 2011). Finalmente, Hao et al (2010) consideran que el incremento de resistencia dinámico, es resultado de la combinación entre el confinamiento inercial lateral y las propiedades viscosas del material. Mu et al (2012), por su parte, establecen que el incremento de resistencia aparente para bajas velocidades de deformación se debe al efecto de fricción en las caras de la probeta, mientras que para altas velocidades de deformación está dominado principalmente por el efecto de confinamiento inercial.

A su vez, existen otras propiedades, tanto elásticas como inelásticas, que se ven afectadas por la velocidad de deformación, como el módulo de elasticidad o la energía de deformación (Shkolnik, 2008; Zhang et al. 2009; Luege, 1999, Ruiz, 2009). Shkolnik (2008) estudia el efecto de la velocidad de deformación en el módulo elástico secante, en probetas de hormigón tipo H17 y H45. Para velocidades de deformación en el orden de los  $10 \text{ s}^{-1}$ , el módulo elástico experimenta un incremento del 47% en el caso de hormigón H17 y del 33% en el caso de H45. Al igual que en el caso de la resistencia dinámica, existen expresiones que permiten determinar la energía de deformación (de compactación o de fractura, según corresponda), así como el módulo elástico dinámico, en función de la velocidad de deformación. Dichas expresiones se detallan en el Anexo 2.1.

Son escasos los trabajos experimentales disponibles en la bibliografía, donde se realizan ensayos de confinamiento con alta velocidad de carga. En particular puede citarse el trabajo de Forquin et al (2008), en el cual se presentan los resultados de tres ensayos edométricos en probetas de hormigón tipo H70, para velocidades de deformación de 80, 141 y  $221 \text{ s}^{-1}$ . Los ensayos se realizan a través de la barra de Hopkinson, y se utiliza un anillo metálico que rodea a la probeta, a fin de generar sobre la misma un efecto de confinamiento pasivo.

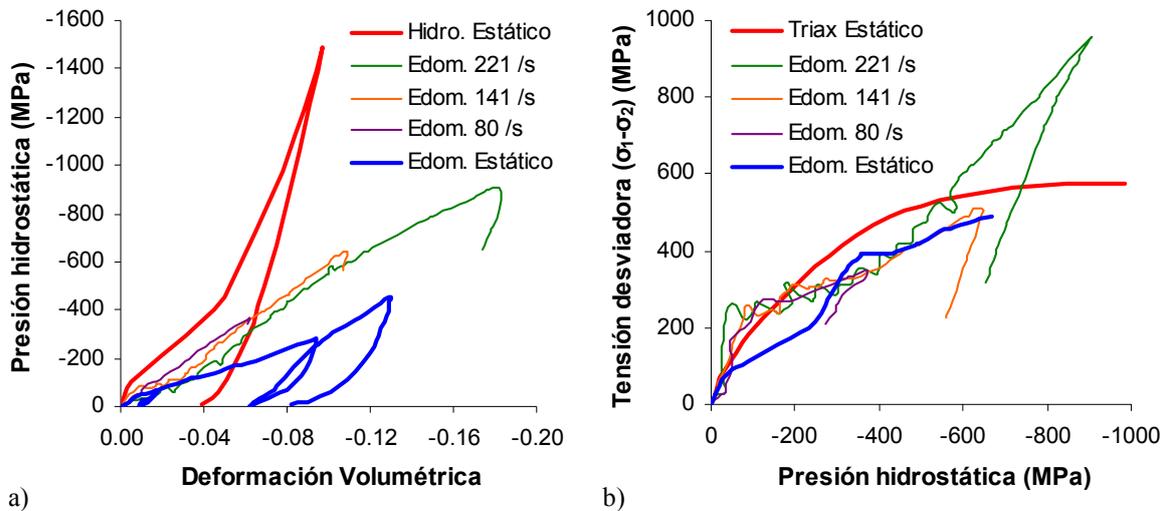


Figura 2.13 – Resultados de ensayos edométricos para distintas velocidades de deformación. Comparación con ensayos estáticos (Forquin, 2008)

Los resultados de Forquin (2008), presentados en la figura 2.13b, muestran que la respuesta desviadora, para los rangos de velocidades analizados, es independiente de la velocidad de deformación hasta los 500 MPa de presión hidrostática. Para niveles de confinamiento en el orden de los 900 MPa, se observa que la tensión desviadora máxima alcanzada, para una velocidad de 221  $s^{-1}$  es de 950 Mpa, lo cual representa un incremento importante en relación a la tensión alcanzada en ensayos triaxiales cuasiestáticos (en el orden de 600 MPa). Estos autores sugieren que esto podría deberse tanto al efecto de la velocidad de deformación como al camino de carga. Sin embargo, otro origen de dicho incremento en la tensión, podría ser el efecto de confinamiento por las fuerzas de inercia laterales generadas durante el ensayo a elevada velocidad.

Asimismo, en los ensayos dinámicos no se observa una influencia de la velocidad de deformación en la respuesta volumétrica. Sin embargo, en comparación con el ensayo edométrico cuasiestático, puede observarse en la figura 2.13a que existe un incremento del módulo volumétrico por efecto de la velocidad de deformación.

### 2.4.3 Efecto “Brisance” y “spalling”

Otro fenómeno observado en estructuras sometidas a cargas explosivas corresponde a la desintegración del material, también conocido como “efecto brisance”. Este efecto se produce cuando el explosivo está en contacto con el material o muy cerca de este, dando lugar a la desintegración total del mismo en regiones cercanas al punto de detonación (Smith & Hetherington, 1994).

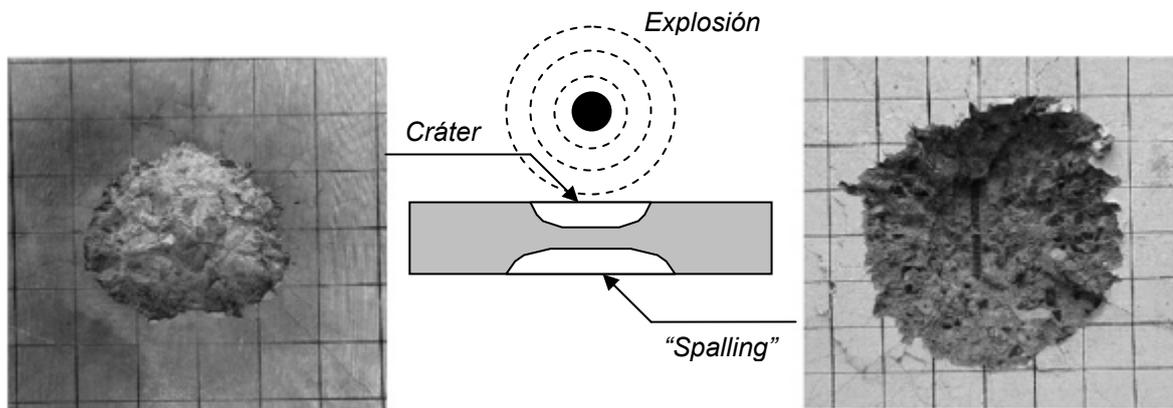


Figura 2.14 – Proceso de desprendimiento (“spalling”) en placa de hormigón (Ohtsu et al, 2007)

Por otro lado, en elementos tipo placa, puede observarse un proceso de desprendimiento o “spalling”. Esto se origina por efecto de la propagación de la onda de presiones en el espesor del elemento. Al llegar al borde libre, la onda de presión se refleja y genera tensiones de tracción de gran magnitud, produciendo la falla del material. A raíz de esto, se produce el desprendimiento del material ubicado en la cara opuesta a la explosión, como se muestra en la figura 2.14 (Ohtsu et al, 2007).

### 2.4.4 Efecto de altas temperaturas en el comportamiento dinámico

En la bibliografía pueden encontrarse diversos trabajos sobre el comportamiento estático del hormigón cuando está sometido a altas temperaturas (Tanyildizi y Coskun, 2008; Ario, 2007; Youssef y Moftah, 2007; Demirel y Kelestemur, 2010). Los resultados obtenidos por todos estos autores permiten comprobar que la resistencia uniaxial a compresión se ve reducida significativamente a medida que se incrementa la temperatura. La resistencia a

compresión, para una temperatura de 800°C, está en el orden del 20-40% de la resistencia a 20°C. En forma similar, la resistencia a tracción se ve disminuida por efecto del incremento de temperatura (Tanyildizi y Coskun, 2008). La resistencia a tracción para una temperatura de 800°C está en el orden del 15-20% de la resistencia a 20°C.

En el trabajo de Tao et al (2010) se estudia el efecto de las altas temperaturas en el comportamiento dinámico del hormigón. Los autores efectúan ensayos de compresión dinámica a través de la barra de Hopkinson, sobre probetas de hormigón de 50 mm de diámetro x 35 mm de altura. Las probetas son sometidas a un proceso de calentamiento mediante microondas, y se obtienen resultados para temperaturas entre 20°C (temperatura ambiente) y 600°C. Asimismo, se tienen en cuenta para los ensayos, tres velocidades diferentes para el proyectil que impacta sobre la barra: 5 m/s, 7 m/s y 12 m/s. En la figura 2.15 se muestran las curvas tensión-deformación longitudinal para distintas temperaturas y con una velocidad de impacto de 7 m/s. Se puede observar un proceso de ablandamiento a medida que aumenta la temperatura.

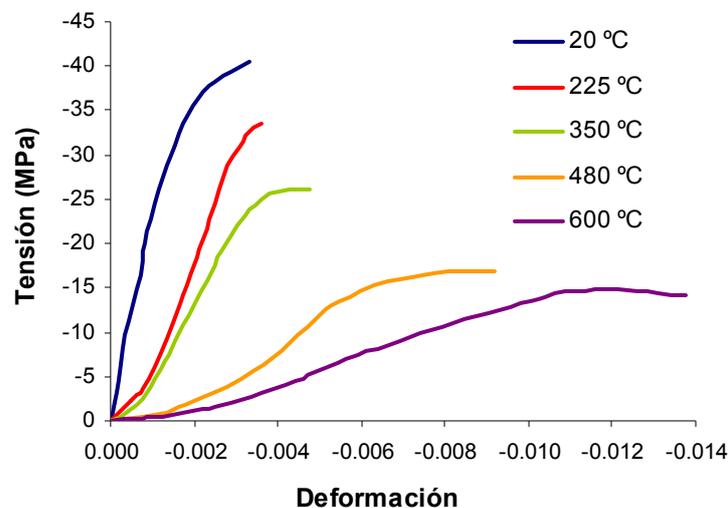


Figura 2.15 – Efecto de altas temperaturas en curvas tensión-deformación para ensayos dinámicos de compresión (Tao, 2010)

De acuerdo a Tao et al (2010), bajo condiciones de compresión dinámica y altas temperaturas, el cambio de temperatura es el factor principal que afecta las propiedades mecánicas del hormigón, y el efecto de la velocidad de deformación es el factor secundario. No están explicadas aún las razones del efecto de ablandamiento, para una dada velocidad de deformación, a medida que se incrementa la temperatura.

## 2.5 Comportamiento de elementos estructurales de hormigón frente a cargas explosivas

En este apartado se hace un breve comentario acerca de los trabajos relacionados al estudio de distintos elementos estructurales de hormigón como vigas, columnas, losas y placas, así como otros efectos globales a nivel estructural originados por la aplicación de cargas de tipo explosivo. El estudio de la respuesta de muros sometidos a cargas explosivas a través de simulaciones numéricas se describe en el Apéndice A, con el fin de lograr un mejor entendimiento del comportamiento estructural y analizar distintos criterios relacionados a la modelación.

### 2.5.1 Columnas

A nivel estructural, existen numerosos estudios experimentales realizados en columnas de hormigón armado (Feng et al, 2002; Gram et al, 2006, Remennikov, 2006, Crawford y Magallanes, 2011) sometidas a explosiones. En el trabajo de Crawford y Magallanes (2011), se presentan además los casos de columnas metálicas y muros de mampostería con y sin refuerzos.

Existen dos aspectos característicos a destacar en el comportamiento de las columnas frente a este tipo de solicitaciones: a) mecanismo tipo membrana de compresión y b) capacidad residual. El primero, comúnmente denominado comportamiento tipo arco, está originado por la restricción al desplazamiento de los bordes del elemento. Debido a la fisuración, existe un desplazamiento del eje neutro de la sección transversal, y a su vez genera que los bordes de la viga tiendan a moverse hacia fuera a medida que se incrementa la deflexión lateral del elemento. Debido a las restricciones en los extremos, aparecen fuerzas axiales de compresión, las cuales contribuyen notablemente a la resistencia flexional de la columna (Chen et al, 2009). En este sentido, es de destacar que esta resistencia adicional incrementa las solicitaciones por corte, pudiendo llegar a una falla frágil de corte.

El mecanismo o comportamiento tipo membrana también se observa en vigas y losas (Chen et al, 2009).

Respecto a la capacidad residual de la columna, la determinación del daño es una tarea fundamental. Las cargas explosivas o de impacto pueden ocasionar una importante micro-

fisuración en el hormigón, llegando incluso a la pérdida total de resistencia axial si no existe un confinamiento apropiado (Crawford y Magallanes, 2011).



Figura 2.16 – Ensayos a escala real en columnas de hormigón armado sometidas a explosiones:  
a) Gram et al, 2006, b) Crawford y Magallanes, 2011

En la [figura 2.16](#) se observa el nivel de daño obtenido en columnas sometidas a cargas explosivas en ensayos a escala real.

## 2.5.2 Vigas, losas y placas

En la bibliografía pueden encontrarse distintos estudios experimentales en elementos de hormigón como losas o placas (Luccioni y Luege, 2006; Booker et al, 2009; Schenker et al, 2008; Zhou et al, 2008; Ohtsu et al, 2007; Zineddin y Krauthammer, 2007; Oesterle et al, 2009; Morales-Alonso et al, 2011) y vigas (Hudson et al, 2005), sometidos a explosiones o impacto. Asimismo pueden encontrarse trabajos sobre elementos tipo placa o paneles metálicos, de materiales compuestos o combinaciones de ellos en multicapas (Boyd, 2000; Conley et al, 2001; Neuberger et al, 2007). Además existen distintas evaluaciones sobre materiales de refuerzo y rehabilitación con FRP (fiber reinforced polymer) o refuerzos metálicos asociados a elementos estructurales como vigas o placas (Lan et al, 2005; Silva y Lu, 2007; Ohkubo et al, 2008; Schenker et al, 2008). Ohtsu et al (2007) compara las

respuestas de placas elaboradas con hormigón simple y hormigón reforzado con fibras de acero.

Dependiendo de la magnitud de la carga explosiva, es posible observar distintos modos de falla en elementos de hormigón como vigas, losas y placas.

Las explosiones cercanas o de contacto son más complejas que las explosiones en un rango lejano y pueden ocasionar distintas respuestas en elementos de hormigón. En comparación con las explosiones lejanas, las explosiones cercanas generan presiones mayores, duraciones más cortas, y efectos más importantes de temperatura y expansión de gases.

Por lo general, el hormigón armado no presenta un buen comportamiento bajo cargas de impacto o explosiones. Una explosión cercana a un panel provoca una onda de presión de alta velocidad sobre la cara frontal. Una parte de la energía se refleja y una parte significativa se propaga dentro del panel en forma de onda de compresión. Cuando esta onda alcanza la cara posterior, existe una nueva reflexión en la cual parte de la energía vuelve a través del panel y otra parte se propaga en el aire. La reflexión de la onda de compresión dentro del hormigón da origen a tensiones de tracción sobre la cara posterior. Esto puede ocasionar el desprendimiento (spalling) a medida que se produce la falla a tracción del hormigón y las partículas son expulsadas de dicha zona a alta velocidad (Millard et al, 2010). Una explosión aún más cercana o de contacto, puede producir una perforación en el muro. Los umbrales a partir de los cuales se producen el desprendimiento y la perforación han sido observados experimentalmente, y dependen del espesor del panel y de la resistencia del hormigón, pero no de la cuantía de acero de refuerzo. Las cargas lejanas, que tienen mayor duración, producen por lo general una respuesta dúctil a flexión en los elementos con armaduras adecuadas (Coughlin et al, 2010).

### 2.5.3 Análisis límite y Diagramas de iso-daño

En general, para el estudio de elementos estructurales aislados, se utiliza el análisis de estados límite mediante sistemas elásticos de un grado de libertad, a través de expresiones analíticas simplificadas para las funciones de carga y de respuesta. A partir de estos análisis es posible obtener diagramas de presión-impulso o diagramas de Iso-daño, a través de los cuales se determinan distintos niveles de daño según la combinación de estas variables.

Las curvas de iso-daño permiten relacionar las presiones e impulsos originados por la carga explosiva con el daño producido en distintos tipos de edificios o elementos estructurales. En general, estas curvas han sido obtenidas a partir de una amplia recopilación de datos relacionados al daño producido en edificios de mampostería y hormigón, así como en elementos estructurales y no estructurales. En general, estas curvas no contienen información sobre las propiedades materiales, condiciones de apoyo, o geometría de los elementos analizados. Sin embargo, este tipo de diagrama puede utilizarse para una primera estimación del daño producido por una determinada carga explosiva en un elemento estructural o no estructural. En la bibliografía pueden encontrarse numerosos trabajos relacionados a las curvas de iso-daño ([US NAVFAC Design Manual 2.08, 1986](#); [Elliot et al, 1992](#); [Smith y Hetherington, 1994](#); [Millington, 1994](#); [Luccioni y Aráoz, 2006](#); [Krauthammer et al, 2008](#); [Shi et al, 2008](#)).

### 2.5.4 Colapso progresivo

Otra característica a nivel estructural se refiere al comportamiento global de la estructura cuando uno o más de sus elementos constituyentes excede su capacidad de resistencia. Esta nueva configuración estructural produce nuevos estados de tensión en los elementos restantes y puede llevar a un colapso progresivo de la estructura. Este fenómeno está descrito en diversos trabajos ([Punch, 1999](#); [Luccioni et al, 2004](#); [Marchand et al, 2005](#); [Kwasniewski, 2010](#)) y si bien se trata de un factor de segundo orden en cuanto a su ocurrencia no lo es por su relevancia en el riesgo de colapso de la estructura en general.

En la [figura 2.17](#) se muestra, en forma secuencial, el colapso progresivo de una estructura de hormigón armado sometida a una explosión ([Luccioni et al, 2004](#)).

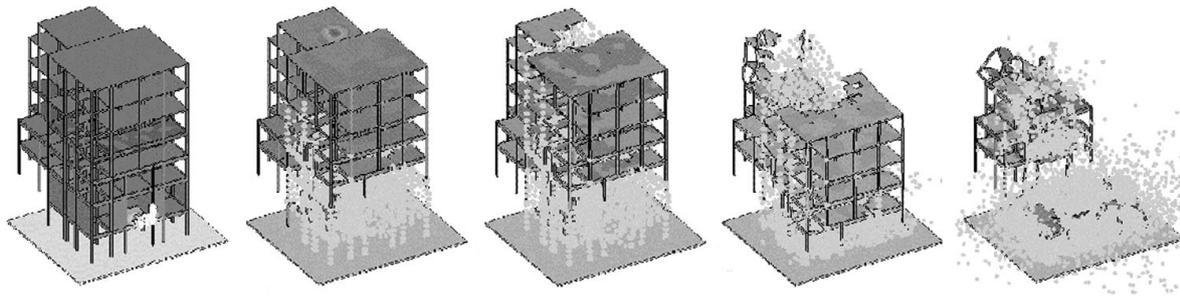


Figura 2.17 – Colapso progresivo (Luccioni et al, 2004)

### 2.5.5 Comportamiento contra-intuitivo

En elementos estructurales tipo placa y bajo determinadas condiciones, se observa experimentalmente un comportamiento contra-intuitivo, el cual consiste en el desplazamiento del elemento hacia la carga explosiva (Galiev, 1996). Para que se produzca ese tipo de comportamiento el elemento estructural debe ser superficial o de espesor reducido, y el tiempo de carga de la fase positiva no debe exceder significativamente a un cuarto del período fundamental de dicho elemento. En este sentido, la amplitud y forma de la onda explosiva, así como las características de interacción con la estructura y sus propiedades materiales tienen gran influencia en el comportamiento contra-intuitivo. En general las sobrepresiones  $P_s$  (ver sección 2.2) deben ser menores a 600 kPa. Dicho comportamiento puede resultar de una combinación de la recuperación elástica del material debida a la respuesta dinámica del mismo y la acción simultánea de la fase negativa de la onda de presión. En trabajos recientes, es posible encontrar estudios numéricos de dicho comportamiento en muros de mampostería (Aráoz y Luccioni, 2007) y de hormigón armado (Crawford y Magallanes, 2011). Este efecto podría estar sobreestimado en las simulaciones numéricas por la sobrevaloración de la duración y el pico de la onda de subpresión (rarefacción). Cuando se utilizan hidrocódigos para simular la respuesta de estructuras sometidas a cargas explosivas, esta onda de presión es el resultado de la modelación numérica de la detonación de la carga explosiva, la propagación de la onda de choque generada y su interacción con la estructura. En el Apéndice A se presenta el análisis del comportamiento contra-intuitivo en la simulación de muros sometidos a cargas explosivas.

## ANEXO 2.1

### Factores de Amplificación Dinámica (DIF) Expresiones empíricas

#### A2.1.1 Introducción

Existen en la bibliografía diversas expresiones empíricas que permiten determinar la amplificación que experimentan las propiedades del material, como por ejemplo las resistencias uniaxiales a tracción y compresión (CEB-FIP, 1990; Shi et al, 2009; Ngo et al, 2009), la energía de deformación (CEB-FIP, 1990; Luege, 1999; Shuler et al, 2006; Zhang et al, 2009) y el módulo elástico (Shkolnik, 2008; Zhang et al, 2009), por efecto del incremento en la velocidad de deformación. Algunas modificaciones a estas expresiones pueden encontrarse en Aráoz y Luccioni (2009) a raíz de la comparación con resultados experimentales.

Un parámetro muy utilizado en la cuantificación del efecto de la velocidad de deformación, es el factor de incremento dinámico (DIF “dynamic increase factor”) que puede expresarse como la relación entre la resistencia dinámica a una determinada velocidad de deformación y la resistencia estática (o cuasi-estática). En las secciones siguientes se detallan las expresiones para DIF a compresión y tracción. Adicionalmente, se incluyen las expresiones que permiten determinar el módulo elástico para distintas velocidades de deformación.

## A2.1.2 DIF para Compresión uniaxial

### Expresiones de CEB-FIP (1990)

$$CDIF = \frac{f_{cd}}{f_{c0}} = \left( \frac{\dot{\epsilon}_c}{\dot{\epsilon}_{c0}} \right)^{1.026 \alpha_s} \quad \dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_{c0} \quad |\dot{\epsilon}_c| \leq 30s^{-1} \quad (A2.1.1)$$

$$CDIF = \frac{f_{cd}}{f_{c0}} = \gamma_s \left( \frac{\dot{\epsilon}_c}{\dot{\epsilon}_{c0}} \right)^{1/3} \quad |\dot{\epsilon}_c| > 30s^{-1} \quad (A2.1.2)$$

$$\text{con} \quad \log \gamma_s = 6.156 \alpha_s - 2 \quad \text{y} \quad \alpha_s = \frac{1}{5 + 9 \frac{f_{c0}}{f_{R0}}} \quad (A2.1.3)$$

$$\dot{\epsilon}_c = (1 - r_e) \bar{\dot{\epsilon}} \quad ; \quad \bar{\dot{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\dot{\epsilon}_{ij} C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}}{E}} \quad (A2.1.4)$$

$$r_e = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \dot{\epsilon}_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\dot{\epsilon}_i|} \quad \langle \dot{\epsilon}_i \rangle = \frac{1}{2} [\dot{\epsilon}_i + |\dot{\epsilon}_i|] \quad (A2.1.5)$$

donde  $f_{cd}$  es la resistencia a compresión uniaxial dinámica,  $f_{c0}$  es la resistencia a compresión uniaxial cuasi-estática,  $f_{R0}$  es un valor base de resistencia (10 N/mm<sup>2</sup>),  $\dot{\epsilon}_{c0}$  es una velocidad de deformación de referencia (3 · 10<sup>-5</sup> s<sup>-1</sup>),  $\dot{\epsilon}_c$  es la velocidad de deformación a compresión, determinada en función de las velocidades de deformación en las direcciones principales  $\dot{\epsilon}_i$  y en función de la velocidad de deformación equivalente  $\bar{\dot{\epsilon}}$ .

$C_{ijkl}$  es el tensor constitutivo y  $E$  el modulo elástico del material.

### Expresiones de Ngo et al (2009)

$$CDIF = \frac{f_{cd}}{f_{c0}} = \left( \frac{\dot{\epsilon}_c}{\dot{\epsilon}_{c0}} \right)^{1.026 \alpha} \quad \dot{\epsilon}_{c0} \leq \dot{\epsilon} \leq \dot{\epsilon}_1 \quad (A2.1.6)$$

$$CDIF = \frac{f_{cd}}{f_{c0}} = A_1 \cdot \ln(\dot{\epsilon}_c) - A_2 \quad \dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_1 \quad (A2.1.7)$$

con  $\dot{\epsilon}_1 = 0.0022 \cdot f_{c0}^2 - 0.1989 \cdot f_{c0} + 46.137 \quad (A2.1.8)$

$$\alpha = \frac{1}{20 + \frac{f_{c0}}{2}} \quad (A2.1.9)$$

$$A_1 = -0.0044 \cdot f_{c0} + 0.9866 \quad (A2.1.10)$$

$$A_2 = -0.0128 \cdot f_{c0} + 2.1396 \quad (A2.1.11)$$

En la figura A2.1.1 se pueden observar los resultados experimentales obtenidos a partir de ensayos a compresión uniaxial dinámicos (Cotsovos, 2008), los cuales son comparados con las expresiones propuestas por el CEB-FIP (1990) y Ngo et al. (2009) para hormigones tipo H-30 y H-70.

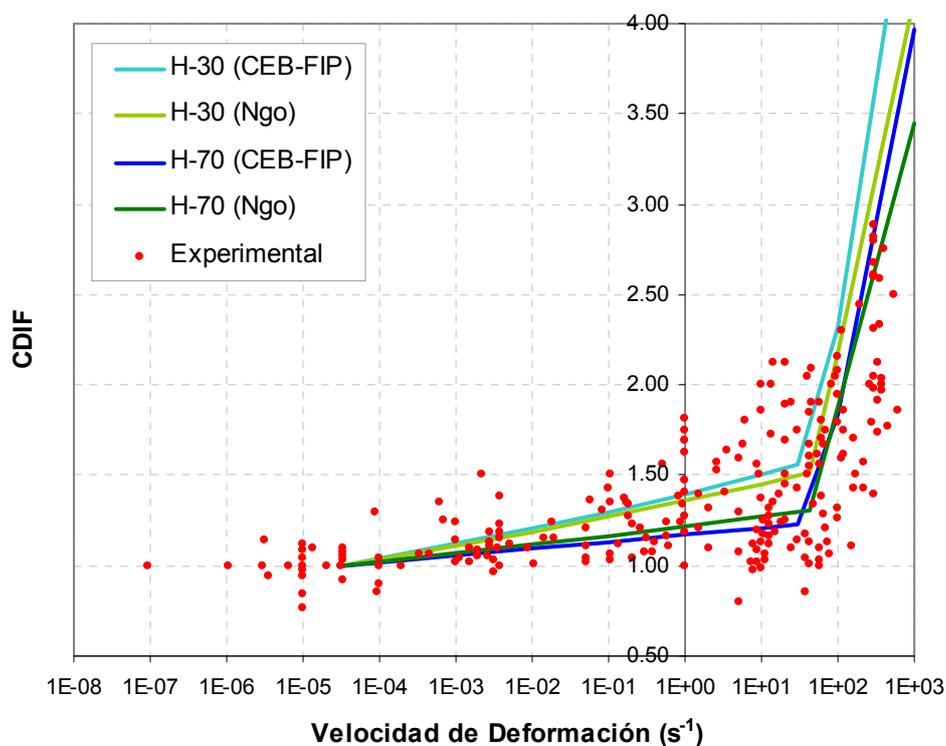


Figura A2.1.1 – CDIF. Resultados experimentales a compresión uniaxial (Cotsovos, 2008)  
Comparación con expresiones analíticas

### A2.1.3 DIF para Tracción uniaxial

Expresiones de CEB-FIP (1990)

$$TDIF = \frac{f_{td}}{f_{t0}} = \left( \frac{\dot{\epsilon}_t}{\dot{\epsilon}_{t0}} \right)^{1.016 \delta_s} \quad \dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_{t0} \quad \dot{\epsilon}_t \leq 1s^{-1} \quad (A2.1.12)$$

$$TDIF = \frac{f_{td}}{f_{t0}} = \beta_s \left( \frac{\dot{\epsilon}_t}{\dot{\epsilon}_{t0}} \right)^{1/3} \quad \dot{\epsilon}_t > 1s^{-1} \quad (A2.1.13)$$

$$\text{con} \quad \log \beta_s = 7.112 \delta_s - 2.33 \quad \text{y} \quad \delta_s = \frac{1}{10 + 6 \frac{f_{c0}}{f_{R0}}} \quad (A2.1.14)$$

$$\dot{\epsilon}_t = r_e \bar{\dot{\epsilon}} \quad (A2.1.15)$$

donde  $f_{td}$  es la resistencia a compresión uniaxial dinámica,  $f_{t0}$  es la resistencia a tracción uniaxial cuasi-estática,  $f_{c0}$  es la resistencia a compresión uniaxial cuasi-estática,  $f_{R0}$  es un valor base de resistencia (10 N/mm<sup>2</sup>),  $\dot{\epsilon}_{t0}$  es una velocidad de deformación de referencia (3 .10<sup>-6</sup> s<sup>-1</sup>),  $\dot{\epsilon}_t$  es la velocidad de deformación a tracción, determinada en función de las velocidades de deformación en las direcciones principales  $\dot{\epsilon}_i$  y en función de la velocidad de deformación equivalente  $\bar{\dot{\epsilon}}$ .

Las expresiones de [Ngo et al \(2009\)](#) para los factores de amplificación dinámicos a tracción son idénticas a las anteriores. La diferencia en este caso radica en que los coeficientes  $\beta_s$  y  $\delta_s$  se determinan como:

$$\log \beta_s = 6 \delta_s - 2 \quad \text{y} \quad \delta_s = \frac{1}{8 + 8 \frac{f_{c0}}{f_{R0}}} \quad (A2.1.16)$$

Por otro lado, es posible lograr un mejor ajuste con los resultados experimentales adoptando una velocidad de deformación de referencia  $\dot{\epsilon}_{t0} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$  ([Aráoz y Luccioni, 2009](#)).

En la figura A.2.1.2 se pueden observar los resultados experimentales obtenidos a partir de ensayos a tracción uniaxial dinámicos (Cotsovos, 2008), los cuales son comparados con las expresiones analíticas propuestas por el CEB-FIP (1990) y Ngo et al. (2009) para hormigones tipo H-30 y H-70.

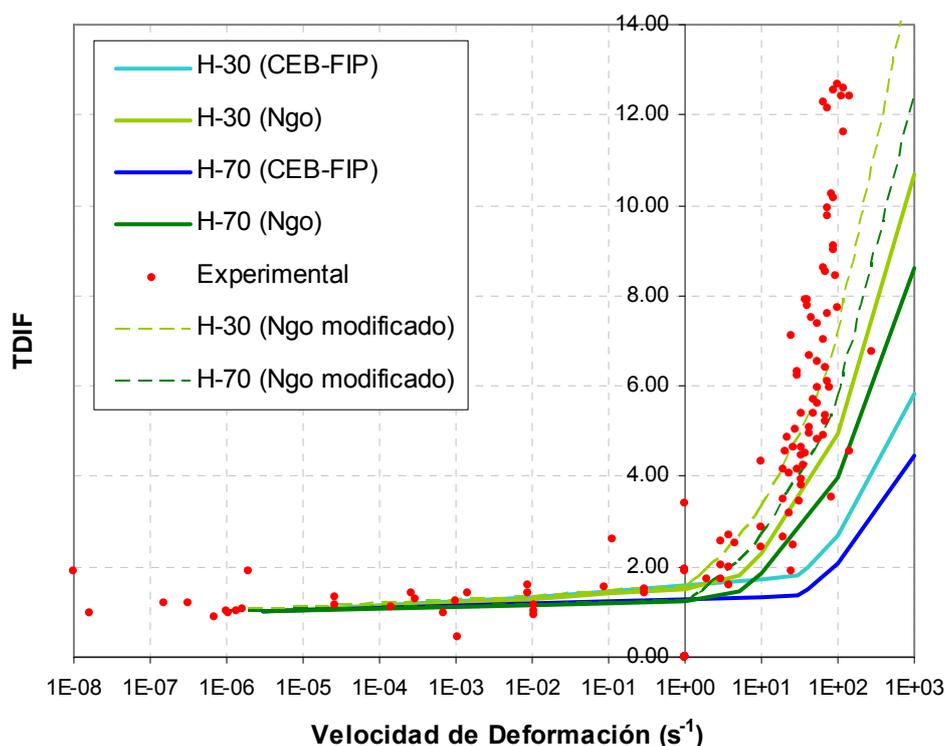


Figura A2.1.2 – TDIF. Resultados experimentales a tracción uniaxial (Cotsovos, 2008) Comparación con expresiones analíticas

#### A2.1.4 Energía de Compactación o de Aplastamiento

Se describen a continuación las expresiones propuestas por Luege (1999) para la determinación de la energía de compactación en función de la velocidad de deformación. Dichas ecuaciones tienen como base las expresiones recomendadas por CEB-FIP (1990).

$$G_c = G_{c0} \left( \frac{f_{c0}}{f_{R0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\dot{\epsilon}_c}{\dot{\epsilon}_{c0}} \right)^{1.026 \varphi \alpha_s} \quad \dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_{c0} \quad |\dot{\epsilon}_c| \leq 30s^{-1} \quad (A2.1.17)$$

$$G_c = \gamma_s^\varphi G_{c0} \left( \frac{f_{c0}}{f_{R0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\dot{\epsilon}_c}{\dot{\epsilon}_{c0}} \right)^{\varphi/3} \quad |\dot{\epsilon}_c| > 30s^{-1} \quad (A2.1.18)$$

donde  $G_{c0}$  es la Energía de aplastamiento obtenida en un ensayo cuasi-estático,  $f_{c0}$  es la resistencia a compresión uniaxial cuasi-estática,  $f_{R0}$  es un valor base de resistencia (10 N/mm<sup>2</sup>),  $\dot{\epsilon}_c$  es la velocidad de deformación a compresión,  $\dot{\epsilon}_{c0}$  es una velocidad de deformación de referencia (3 · 10<sup>-5</sup> s<sup>-1</sup>), y  $\varphi$  es un parámetro a ajustar. Los coeficientes  $\gamma_s$  y  $\alpha_s$  se determinan a través de las ecuaciones (A2.1.3).

En la [figura A2.1.3](#) se puede observar la variación de la energía de aplastamiento según las expresiones (A2.1.17) y (A2.1.18), para distintos valores del parámetro  $\varphi$  y considerando un hormigón tipo H-30.

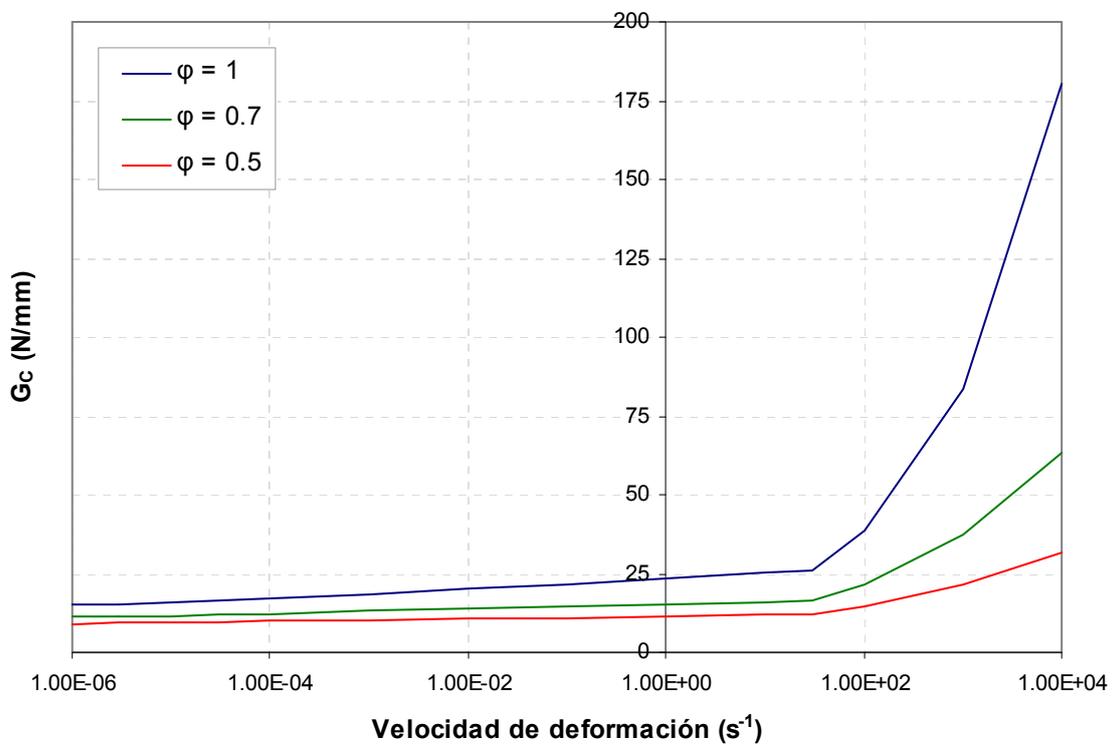


Figura A2.1.3 – Energía de aplastamiento vs. Velocidad de deformación

## A2.1.5 Energía de Fractura

Se describen a continuación las expresiones para la energía de fractura en función de la velocidad de deformación propuestas por [Luege \(1999\)](#). Al igual que en el caso de la energía de aplastamiento, se parte de las expresiones recomendadas por el [CEB-FIP \(1990\)](#).

La energía de fractura en función de la velocidad de deformación puede determinarse como:

$$G_f = G_{f0} \left( \frac{f_{t0}}{f_{R0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\dot{\epsilon}_t}{\dot{\epsilon}_{t0}} \right)^{1.016 \varphi \delta_s} \quad \dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_{t0} \quad \dot{\epsilon}_t \leq 1s^{-1} \quad (A2.1.19)$$

$$G_f = \beta_s^\varphi G_{f0} \left( \frac{f_{t0}}{f_{R0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\dot{\epsilon}_t}{\dot{\epsilon}_{t0}} \right)^{\varphi/3} \quad \dot{\epsilon}_t > 1s^{-1} \quad (A2.1.20)$$

donde  $G_{f0}$  es la Energía de fractura obtenida en un ensayo cuasi-estático;  $f_{t0}$  es la resistencia a tracción uniaxial cuasi-estática;  $f_{R0}$  es un valor base de resistencia (10 N/mm<sup>2</sup>),  $\dot{\epsilon}_t$  es la velocidad de deformación equivalente a tracción,  $\dot{\epsilon}_{t0}$  es una velocidad de deformación de referencia (3 · 10<sup>-6</sup> s<sup>-1</sup>), y  $\varphi$  es un parámetro a ajustar. Los coeficientes  $\beta_s$  y  $\delta_s$  se determinan a través de las ecuaciones (A2.1.14).

En la [figura A2.1.4](#) se puede observar la variación de la energía de fractura según las expresiones (A2.1.19) y (A2.1.20) para distintos valores del parámetro  $\varphi$ , y su comparación con los resultados experimentales obtenidos por [Shuler et al. \(2006\)](#) para un hormigón tipo H-30.

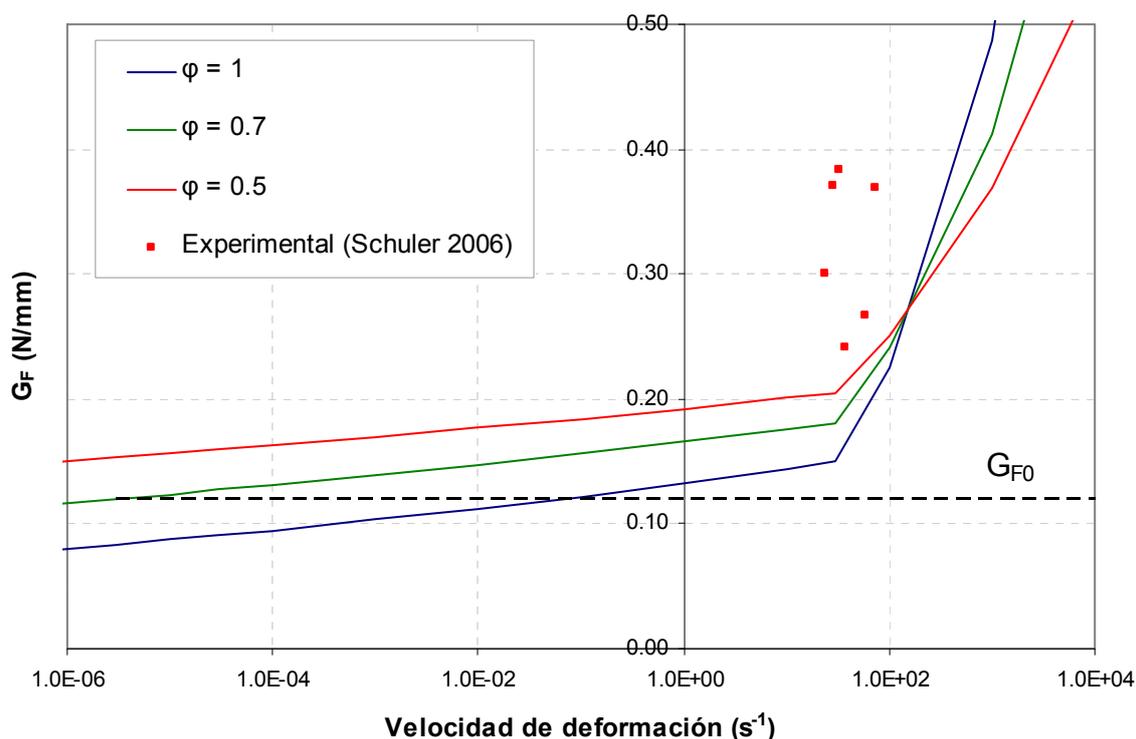


Figura A2.1.4 – Energía de fractura vs. Velocidad de deformación

## A2.1.6 Amplificación dinámica del Módulo elástico tangente

En el trabajo de Shkolnik (2008) se puede encontrar la expresión para calcular el módulo elástico tangente en función de la velocidad de deformación. Dicha expresión está basada en las recomendaciones de CEB-FIP (1990) y los trabajos de Watstein (1953) y Hatano (1960).

El módulo elástico tangente dinámico  $E_d$  se puede calcular como:

$$E_d = E_0 \left[ 1 + \left( \frac{808}{E_0} \right) \left( \frac{\dot{\epsilon}_d}{\dot{\epsilon}_s} \right)^{0.02} \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}_d}{\dot{\epsilon}_s} \right) \right] \quad (A2.1.21)$$

donde  $E_0$  es el módulo tangente cuasi-estático en MPa,  $\dot{\epsilon}_d$  es la velocidad de deformación,  $\dot{\epsilon}_s$  es la velocidad de deformación de referencia (cuasi-estática) ( $3 \cdot 10^{-5} s^{-1}$ ).

De acuerdo a los valores indicados en Shkolnik (2008), el incremento en el módulo elástico para una velocidad de deformación de  $10^3 s^{-1}$  está en el orden del 20% respecto al módulo elástico cuasi-estático.

## Capítulo 3

### Modelos existentes | Estado del Arte

#### 3.1 Introducción

Con el avance de la capacidad computacional actualmente es posible realizar simulaciones numéricas de la respuesta de elementos estructurales sometidos a explosiones y cargas de impacto, incluyendo la modelación de las fuentes si fuera necesario, por ejemplo la explosión y su interacción con la estructura en forma acoplada. Sin embargo, para que estas simulaciones brinden resultados confiables es necesario disponer de modelos constitutivos capaces de representar los procesos mecánicos esenciales del material bajo distintas condiciones de tensión y velocidad de carga.

El análisis computacional de elementos de hormigón y hormigón armado sometidos a cargas impulsivas o de impacto, requiere la implementación de una relación constitutiva capaz de capturar las características más importantes de la respuesta material descritas en el Capítulo 2: fractura a tracción, falla por compresión (compactación), y efecto del confinamiento en la tensión última. Además está probado experimentalmente que la resistencia última de elementos de hormigón depende de la velocidad de deformación. A pesar de que los mecanismos físicos responsables de este efecto no estén claramente definidos hasta el momento, es importante que si se trata de un efecto a nivel material, el mismo sea incorporado adecuadamente en los modelos constitutivos (Xu y Lu, 2006).

El análisis de los efectos locales y la rotura del material requieren una gran fidelidad de los modelos numéricos, con una apropiada descripción del material, y algoritmos numéricos adecuados que permitan sobrellevar las grandes velocidades de deformación y discontinuidades en desarrollo.

El presente capítulo tiene como objetivo presentar los distintos tipos de modelos existentes para la modelación de materiales cohesivo friccionales bajo cargas de tipo explosivo o impacto. Se describen fundamentalmente modelos desarrollados para simular el comportamiento del hormigón en condiciones de confinamiento elevado y altas velocidades de deformación.

Debido a la gran cantidad de modelos disponibles para la descripción del hormigón y otros materiales cohesivo friccionales, en el presente capítulo se realiza una revisión general de las principales teorías constitutivas, con especial atención en aquellas que modelan plasticidad, daño y fractura en hormigón. Asimismo, se consideran aquellos modelos que tienen en cuenta los efectos tiempo dependientes en el material. Se incluyen en la descripción aquellos modelos utilizados como base para el modelo desarrollado en esta tesis

La clasificación de los modelos constitutivos existentes puede hacerse según distintos criterios. Algunos de estos criterios están relacionados con el nivel al que se genera el modelo, y el tipo de teoría matemática utilizada para su desarrollo, que guarda correspondencia con la capacidad del modelo para simular distintos fenómenos observados experimentalmente. A su vez, la escala a la que se deriva el modelo material condiciona el tipo de aproximación que puede usarse para la resolución numérica del problema. Por otro lado, aparecen distinciones en los modelos según el tipo de método de aproximación numérica en los que los mismos se implementan. Estas diferencias en realidad son impuestas por la necesidad de adecuar los modelos a esas herramientas pero, a su vez, brindan la posibilidad de tratar aspectos fenomenológicos del problema con mayor o menor rigurosidad.

A continuación se plantean algunos de los criterios según los cuales se pueden clasificar los modelos y la clasificación correspondiente. En los apartados siguientes se presentan modelos existentes en el marco de esa clasificación

## 3.2 Escalas de Modelación

El hormigón es un material heterogéneo por naturaleza. Dependiendo de la escala de observación, el hormigón presenta diferentes propiedades físicas y geométricas. Dada una escala determinada, las heterogeneidades estructurales juegan un rol mayor o menor y determinan las condiciones bajo las cuales el hormigón puede considerarse homogéneo. Las escalas de observación para el hormigón se subdividen comúnmente en cuatro niveles

jerárquicos: atómico, micro, meso y macro-escala. Las principales características de cada nivel de observación han sido detalladas en el capítulo 2.

Considerando la descripción matemática del hormigón, la pregunta básica radica en cómo se puede describir el comportamiento constitutivo para las distintas escalas. El rango de aplicabilidad de los distintos modelos está directamente relacionado con la escala de observación. El esquema de la [figura 3.1](#), basado en el esquema originalmente propuesto por [D’Addetta et al \(2001\)](#), y luego extendido por [Pivonka \(2001\)](#) resulta útil a fin de representar las distintas escalas de modelación y los modelos aplicables en cada una de ellas.

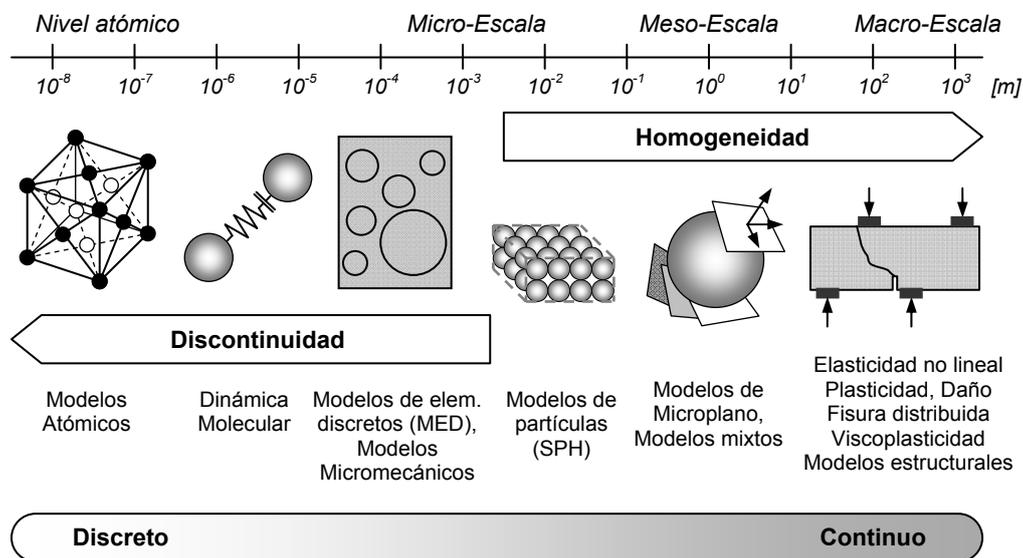


Figura 3.1 – Escalas de modelación (D’Addetta, 2001; Pivonka, 2001)

Normalmente un elemento (o estructura) analizado se considera como un arreglo de ciertas entidades elementales. El propósito de la modelación constitutiva es el de describir la relación entre las deformaciones de esas entidades y las fuerzas transmitidas por ellas. Los procesos físicos a escalas mayores están gobernados por los procesos en escalas inferiores.

En general, en la mayoría de las aplicaciones prácticas el hormigón es tratado como un material homogéneo, mediante los llamados macro-modelos. La modelación material en el nivel macro se conoce también como modelación constitutiva fenomenológica.

Los modelos continuos se presentan como leyes de tensión-deformación, o si existe flexión (vigas o placas), por relaciones generalizadas de momento-curvatura. En general, estos

últimos requieren la integración sobre la sección transversal y por ello se habla de modelos estructurales. Los modelos continuos tienen una formulación tensorial a fin de establecer una relación directa entre el tensor de deformaciones y el tensor de tensiones, cumpliendo con los requerimientos de objetividad.

Debido a su heterogeneidad, la modelación del hormigón en la meso-escala, considerando las heterogeneidades en la composición del material es ventajosa en la descripción detallada de los procesos mecánicos que tienen lugar en el material. Sin embargo, la enorme demanda computacional asociada a la modelación en la meso-escala puede hacer prohibitivo el uso de este tipo de modelos para la solución de problemas prácticos.

Los mesomodelos consideran las heterogeneidades del material mediante subgrupos o subregiones con propiedades continuas, y permiten obtener una respuesta global del material mediante técnicas de homogeneización. En particular, para el estudio del hormigón a través de esta técnica pueden citarse los trabajos de [Riedel \(2008\)](#) y [Tu y Lu \(2011\)](#).

Los modelos de micro-planos postulan relaciones entre vectores obtenidos a través de la proyección de los tensores de tensión y deformación sobre un plano con una orientación dada. Estos modelos utilizan el principio de trabajos virtuales con restricciones estáticas o dinámicas. Las leyes tensoriales que vinculan las tensiones con las deformaciones se obtienen como el promedio de todas las posibles orientaciones del micro-plano. Algunos de los modelos de micro-plano utilizados para el estudio del hormigón pueden encontrarse en [Bazant y Oh \(1985\)](#), [Bazant y Prat \(1988\)](#) y [Ozbolt \(2001\)](#).

Los modelos de partículas están basados en técnicas lagrangeanas, cuyas principales ventajas residen en la capacidad para modelar el comportamiento material sin necesidad de contar con un mallado numérico, evitando así los problemas de entrecruzamientos y distorsiones excesivas. El desarrollo de estos métodos tuvo origen durante finales de los años sesenta para la simulación de problemas de dinámica de fluidos en astrofísica ([Lucy, 1977](#); [Gingold y Monaghan, 1977](#)). La extensión en la mecánica de sólidos de estos métodos fue iniciada por [Libersky \(1993\)](#) y [Randles \(1996\)](#). Algunos modelos de partículas utilizados en la descripción del hormigón pueden encontrarse en [Clegg \(1997\)](#), [Rabczuk \(2003\)](#) y [Jankowiak \(2011\)](#).

Los modelos discretos postulan relaciones entre fuerzas y desplazamientos relativos, y como ejemplo, puede citarse el modelo de elementos discretos, el cual ha sido utilizado en la

descripción del hormigón por [Cusatis \(2003\)](#), [Hentz et al \(2004\)](#), [Tavarez \(2007\)](#) y [Riera \(2007\)](#).

Los modelos mixtos describen la respuesta material a través del desplazamiento de discontinuidades correspondientes a condiciones de deformación altamente localizadas. La parte del cuerpo que se mantiene continua se describe a través de relaciones tensión-deformación mientras que, para la consideración de las discontinuidades internas se utilizan leyes de tracción-separación. Para esto es necesario establecer criterios de inicio y propagación, los cuales tratan con fisuras preexistentes o cortes con puntas angulosas. La propagación comienza cuando la singularidad tensional en una punta alcanza un nivel crítico. La dirección de propagación puede definirse a través de varios criterios basados, por ejemplo, en la tensión tangencial máxima, la máxima velocidad de liberación de energía, o la densidad de energía de deformación mínima ([Shah et al, 1995](#)).

Finalmente, los modelos micromecánicos permiten estudiar materiales heterogéneos a través de criterios de homogeneización lineales o no lineales, a fin de estudiar distintos efectos materiales en la micro-escala. En esta escala, es posible distinguir los granos de cemento no hidratados, las partículas de hidróxido de calcio, así como la estructura porosa del hormigón.

### 3.2.1 Micro-Escala

La fractura del hormigón y de otros materiales cohesivo friccionales bajo cargas de gran magnitud es un fenómeno complejo debido a la heterogeneidad del material, especialmente después de que se degrada, pasando de un sólido a un conjunto de partículas. La reproducción de este comportamiento con modelos continuos requiere modelos constitutivos complejos que involucran gran cantidad de parámetros y variables internas.

Alternativamente, el método de elementos discretos ([Tavarez y Plesha, 2007](#)) representa una herramienta numérica poderosa y versátil para la modelación del comportamiento de materiales granulares, sistemas de partículas, y también para sólidos, especialmente aquellos que se transforman de un medio continuo a uno discontinuo. Este método, discretiza al material usando elementos rígidos de forma simple, que interactúan con los elementos vecinos de acuerdo a leyes de interacción aplicadas en los puntos de contacto. El

procedimiento de análisis consiste básicamente en tres pasos computacionales: 1) Evaluación de las fuerzas internas en el que se calculan las fuerzas de contacto; 2) Integración de las ecuaciones de movimiento en el cual se computan los desplazamientos de los elementos; 3) Detección de los contactos, donde se identifican los nuevos contactos y se remueven los contactos rotos.

En este método se trata la interacción de los elementos como un proceso dinámico que alterna entre la aplicación de la segunda ley de Newton y la evaluación de la ley fuerza-desplazamiento en los contactos. La segunda ley de Newton da la aceleración de un elemento que resulta de las fuerzas que actúan sobre él, incluyendo fuerzas gravitacionales, fuerzas externas prescritas en el contorno y fuerzas internas desarrolladas en los contactos entre elementos. La aceleración se integra para calcular las velocidades y los desplazamientos. Con esos desplazamientos y la ley fuerza-desplazamiento se obtienen las fuerzas de contacto. En general este tipo de método tiene una elevada demanda computacional por lo que se requieren algoritmos numéricos robustos y eficientes.

Otra alternativa consiste en la utilización de modelos micromecánicos, en los cuales se aplican técnicas de homogeneización lineales o no lineales a fin de considerar la heterogeneidad material (Pierard et al 2007, Abou-Chakra Guéry et al, 2008). En general, los modelos micromecánicos son utilizados con el objeto de describir fenómenos físicos propios de la micro-escala.

En el trabajo de Pierard et al (2007) se comparan las respuestas de un material compuesto elasto-plástico, obtenidas a través de la metodología de homogeneización y de una modelación equivalente continua en un volumen elemental representativo (método de elementos finitos). El método de homogeneización utilizado está basado en la distribución aleatoria y uniforme de esferas dentro de una matriz continua. Dicho modelo micromecánico (de homogeneización) presenta excelentes resultados bajo cargas de tracción uniaxial, biaxial y de corte. Abou-Chakra Guéry et al (2008) proponen un modelo micromecánico elasto-viscoplástico para la descripción del comportamiento tiempo dependiente de geomateriales cohesivos. En comparación con los modelos macroscópicos viscoplásticos, el modelo micromecánico permite considerar mecanismos físicos en escala microscópica, en particular la influencia de las características mineralógicas de cada componente. Los autores realizaron la validación del modelo con ensayos experimentales de creep o fluencia lenta bajo distintos

niveles de tensión.

### 3.2.2 Meso-Escala

Diferentes autores han utilizado análisis en la mesoescala para describir en forma directa el comportamiento del hormigón como un material compuesto. Akers y Phillips (2004), Lu y Tu (2008), Riedel et al. (2008), Gebbeken y Hartmann (2010), y Tu y Lu (2011) utilizan modelos de mesoescala para analizar casos de impacto o explosiones, Dupray et al. (2009) realizan simulaciones estáticas para estados de compresión triaxial y alto confinamiento. Asimismo Wriggers y Moftah (2006) utilizan estos modelos para reproducir ensayos de compresión uniaxial, Caballero et al. (2006) para simular ensayos a tracción y compresión y Zhou et al (2008) para estudiar los mecanismos de falla a tracción para altas velocidades de deformación.

La respuesta del material cuando está sometido a altas velocidades involucra ondas de tensión con variaciones drásticas en el tiempo y el espacio. El ancho de banda de la onda de tensión es comparable al tamaño de la heterogeneidad mesoscópica (tamaño nominal de los agregados) (Lu et al, 2010). Esto explica el efecto potencial de las heterogeneidades en la respuesta del hormigón frente a este tipo de solicitaciones.

La ventaja de los meso-modelos es que permiten modelar efectos de procesos internos como compactación porosa, localizaciones de deformaciones muy complejas y reverberación de ondas de tensión que no pueden ser analizados explícitamente en los macro-modelos. Conceptualmente los meso-modelos consisten en descomponer el hormigón en una escala menor de componentes homogéneos, modelar los mismos y luego realizar algún tipo de homogeneización.

En general, la metodología seguida en la modelación de meso-escala consiste en definir distintas zonas de la malla, que representan al mortero (pasta de cemento, poros y agregados finos) y a los agregados (partículas de diámetro mayor a 1 o 2 mm), suponiendo para cada parte propiedades homogéneas. Se puede observar en la [figura 3.2](#) la diferenciación de estos dos subgrupos de materiales en función de la escala de las partículas y vacíos involucrados. Este hormigón virtualmente definido como material compuesto se conoce como “hormigón numérico”.

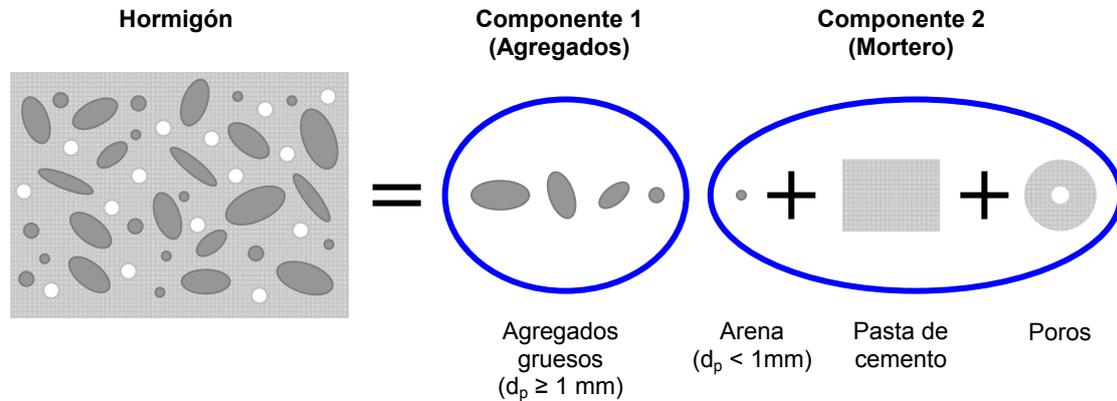


Figura 3.2 – Esquema del hormigón (heterogéneo) y separación de componentes homogéneas (Riedel et al. 2010)

Algunos investigadores (Lu et al, 2010; Hao y Hao, 2011) consideran además un subgrupo que corresponde a la zona de transición (“interface transition zone”, ITZ) entre el mortero y los agregados. En general, el espesor de la ITZ se encuentra en el orden de 0,01 a 0,05mm.

### 3.2.3 Macro-Escala

En los últimos 20 años se han desarrollado numerosos estudios para proponer, mejorar y extender macro modelos para hormigón bajo altas presiones y velocidades de carga. Se han propuesto muchos modelos que van desde modelos relativamente simples a modelos más sofisticados con capacidades variables para describir el comportamiento no lineal real del material bajo diferentes condiciones de carga. Por otro lado, debido a la complejidad general de los modelos, la determinación de los parámetros intervinientes juega un rol esencial en el comportamiento de estos modelos. Esto requiere entender suficientemente la formulación del modelo y las consideraciones asociadas.

En general, los modelos continuos son de tipo fenomenológico, es decir, utilizan una teoría matemática para describir la fenomenología observada experimentalmente, que es el resultado de fenómenos subyacentes relacionados con la constitución interna del material que este tipo de modelo en realidad no aborda. De allí que este tipo de modelos presenta algunas dificultades para describir fenómenos muy complejos asociados a la estructura interna del

material y sólo puede hacerlo en forma implícita y aproximada asociando variables de estado a esos fenómenos.

Los modelos continuos también se usan para describir parte o todas las componentes de los mesomodelos cuando se trabaja con modelos de compuestos o modelos de homogeneización.

La denominación de modelos continuos abarca una gran cantidad de modelos que difieren entre sí en el tipo de modelo matemático utilizado y, a su vez, en la capacidad para reproducir los distintos fenómenos observados experimentalmente lo cual está estrechamente vinculado con la complejidad de las teorías utilizadas.

Particularmente, en materiales cuasi-frágiles y friccionales, la definición del límite de comportamiento elástico o el umbral de daño es compleja debido a la combinación de varios efectos, incluyendo la influencia del primer y tercer invariante del tensor de tensiones, es decir, sensibilidad a la presión y dependencia del ángulo de Lode en la aparición y el desarrollo de deformaciones permanentes. Aunque este tipo de materiales no presenta normalmente lo que se conoce estrictamente como fluencia, se suele utilizar la teoría de la plasticidad como marco matemático para describir el proceso de desarrollo de deformaciones permanentes, por ejemplo en el proceso de compactación o colapso de vacíos para estados de compresión hidrostática o compresión triaxial elevada.

Por otro lado, en los modelos basados en la teoría de fractura, como el modelo de fractura ficticia de [Hillerborg et al \(1976\)](#), se introduce en la formulación una ley tracción-separación que controla la pérdida progresiva de cohesión a lo largo de una línea de fractura.

En la [figura 3.3](#) se presenta una clasificación tentativa de los modelos continuos y posibles combinaciones. En general, estos modelos pueden clasificarse en modelos independientes del tiempo y modelos dependientes del tiempo. En los primeros no se puede tener en cuenta el efecto de la velocidad de deformación sobre la respuesta material mientras que en los modelos dependientes del tiempo se tiene en cuenta en forma explícita este fenómeno.

Existe también una alternativa intermedia, muy utilizada para el caso de hormigón bajo cargas explosivas, y consiste en considerar explícitamente el efecto de la velocidad de carga mediante un factor de amplificación dinámica de la resistencia y otros parámetros del material. Este factor se denomina en la literatura generalmente como DIF (“Dynamic Increase Factor”) y se obtiene a partir de ensayos con diferentes velocidades de carga. Con los resultados de ensayos dinámicos se proponen ecuaciones empíricas que dan el factor de

amplificación dinámica en función de la velocidad de deformación. En el Anexo 2.1 se presentan algunas expresiones que pueden encontrarse en la bibliografía.

- **Modelos independientes del tiempo**
  - Elasticidad no lineal (Chen, 1982; Desai, 1984)
  - Modelos de fisuras distribuidas (Rashid, 1968; Hillerborg, 1976; Rots, 1986)
  - Plasticidad (asociada o no asociada) (Lubliner, 1989; Etse, 1994; Oller, 1993)
  - Daño (Oller, 1998; Luccioni-Oller 2003)
  - Combinación de estos modelos (Burlion, 2000; Luccioni-Rougier, 2005)
- **Modelos dependientes del tiempo**
  - Modelos viscoelásticos (González, 2007)
  - Modelos de viscoplasticidad (Perzyna, 1966; Etse-Carosio, 1999)
  - Modelos de daño viscoso (Luege et al, 2002)
  - Combinación de dichos modelos (Lorefice, 2008; Ning, 2008, Pedersen, 2008)

Figura 3.3 – Clasificación de los modelos continuos utilizados para hormigón

A su vez, los modelos continuos también pueden clasificarse según desacoplen la parte volumétrica de la desviadora lo cual, en la mayoría de los casos, está asociado al tipo de herramienta numérica utilizada para aproximar las ecuaciones de campo del problema y se describe en el apartado siguiente. En el caso en que se trabaje en forma desacoplada, la parte desviadora puede ser modelada con cualquiera de los modelos mencionados en la [figura 3.3](#).

A fin de establecer modelos numéricos que puedan utilizarse en la simulación y predicción del comportamiento del hormigón, es necesario cuantificar experimentalmente la respuesta de los mismos para grandes velocidades de deformación y bajo diferentes estados de tensión, además de su comportamiento a través de las distintas etapas de deformación ([Grote et al. 2001](#)).

### 3.3 Métodos de Aproximación

El tipo de aproximación que puede usarse para resolver un problema depende fuertemente de la escala a la que se representa el modelo material. A modo de ejemplo no puede usarse el método de elementos finitos para resolver un problema en el que se asume que el material está formado por un conjunto de granos. En general, los métodos aproximados para resolver estructuras de hormigón bajo cargas impulsivas, pueden clasificarse en cuatro grandes categorías:

- a) Métodos de elementos finitos (MEF) (continuos) y métodos acoplados MEF-Fluidos
- b) Métodos de partícula o métodos “sin malla”
- c) Combinación de métodos de elementos finitos con métodos de partículas
- d) Métodos de elementos discretos

Cada uno de estos enfoques tiene sus características y puede ajustarse mejor en una situación o en otra. Es por esto que la elección de un enfoque apropiado a menudo depende del problema específico en cuestión.

Los efectos de cargas de impacto o explosiones sobre estructuras de hormigón presentan características comunes: cargas de magnitudes excesivas, grandes deformaciones y rotura de material. Estas características representan diferentes desafíos en los modelos numéricos, y no hay un único enfoque que parezca cumplir con todos los requerimientos para los distintos problemas que aparecen en la solución numérica (Lu, 2009).

En la actualidad se encuentran disponibles distintos esquemas sin malla (“mesh free”) para aplicaciones generales. Además se han desarrollado otras técnicas especiales, como el método de conversión elemento-partícula para cubrir necesidades específicas de modelación (Lu, 2009).

A su vez, en el trabajo con elementos finitos, el uso de la técnica de erosión de elementos provee una solución aparentemente económica para abordar el problema de distorsión excesiva de la malla. La elección del límite de erosión debe realizarse con especial cuidado ya que este parámetro tiene una importante influencia en los resultados numéricos (Aráoz y Luccioni, 2008). En general, se pueden alcanzar buenos resultados en los casos en que la respuesta está dominada por un proceso monotónico y a tracción.

Para mejorar la simulación con erosión excesiva de elementos, se puede considerar un

modelo de elementos finitos no-homogéneo mediante una distribución estocástica de las propiedades materiales en el dominio espacial. Esta puede servir de sustituto de los modelos a mesoescala en la simulación de problemas de gran porte cuando la heterogeneidad material juega un papel importante (Lu, 2009).

En problemas que involucran geometrías complejas y una interacción significativa entre la explosión que se propaga en aire y la estructura afectada, el uso de un esquema de trabajo basado en elementos finitos sobre una plataforma general de hidrocódigo parece ser una opción indispensable. La ventaja de este tipo de plataforma de trabajo, que se describe en la sección 3.5, es que permite combinar distintos tipos de aproximación para las diferentes partes del problema.

### 3.3.1 Métodos de Elementos Finitos (MEF) y métodos acoplados MEF-Flúidos

El método de elementos finitos es una de las opciones más comunes en el análisis de estructuras bajo cargas de impacto y explosiones. Además de su accesibilidad general, este método tiene sus ventajas en el manejo de sólidos continuos, especialmente cuando están involucradas geometrías complejas. Otra razón es la versatilidad para un acoplamiento sencillo con un “solver” de fluido (hidrocódigo) de tal forma que el entorno de la carga puede ser reproducido en forma más real. Un hidrocódigo es una herramienta computacional apropiada para la modelación del comportamiento de un medio continuo para distintas velocidades, a través de una integración explícita en el tiempo (Collins, 2002; Zukas, 2004). Este tipo de programa permite resolver problemas de interacción fluido-estructura y combinar distintos tipos de procesadores: Lagrange, Euler, y Lagrange-Euler arbitrarios (ALE).

Un asunto clave en los modelos para elementos finitos basados en grillas lagrangeanas para cargas impulsivas es el problema numérico debido a las grandes deformaciones, el cual puede ocasionar matrices Jacobianas singulares, llegar a un alto grado de error y finalmente terminar con el proceso de cómputo. Estos problemas ocurren en zonas de carga extrema como las regiones de cráteres y túneles de penetración. La técnica más utilizada para contrarrestar esta dificultad numérica, ocasionada por la distorsión de la malla, es la técnica de erosión o algoritmo de remoción de elementos. De hecho, esta técnica también ha sido

utilizada por varios investigadores para simular la discontinuidad resultante por falla (Luccioni et al, 2004; Xu y Lu, 2006). Sin embargo, el uso de la erosión para este propósito está limitado a un proceso predominantemente monotónico y a tracción. Es difícil establecer un criterio unificado de erosión para representar los distintos modos de falla de elementos de hormigón bajo cargas de tipo explosivo. Más aún, aparentemente los límites de erosión basados en deformaciones presentan sensibilidad al tamaño de la malla utilizada. En la sección 3.5.5 se realiza una descripción detallada de las distintas técnicas de erosión disponibles.

### 3.3.2 Métodos de partículas o métodos “sin malla”

Para evitar los problemas numéricos con distorsiones de malla debido a deformaciones extremas, se han propuesto varios métodos sin malla. Uno de los más utilizados es el método SPH (“smoothed particle hydrodynamics”) (Johnson et al 1996, Li y Liu 2004). El método SPH tiene ventajas importantes respecto de los procesadores basados en grillas tipo Lagrange y Euler, estas son: 1) no requiere una grilla numérica, por lo que se evitan los problemas de las mallas enredadas; 2) es una técnica esencialmente Lagrangeana, y permite un seguimiento eficiente de la deformación del material y de su comportamiento histórico-dependiente; y 3) pueden incluirse modelos constitutivos complejos con relativa facilidad en comparación con el enfoque Euleriano.

Sin embargo el método tiene ciertas limitaciones. Como menciona Attaway et al (1994), el modelado de muros de poco espesor con partículas “suaves” es ineficiente ya que se requieren muchas partículas pequeñas y el paso de tiempo tiene que ser muy pequeño. En este sentido, el acoplamiento de SPH con métodos Lagrangeanos parece ser una solución efectiva.

Si bien el nombre del método SPH hace referencia al movimiento de masas puntuales (partículas), en realidad dichas “partículas” son puntos de interpolación. En la figura 3.4 se presenta un esquema de una barra de acero formada por partículas.

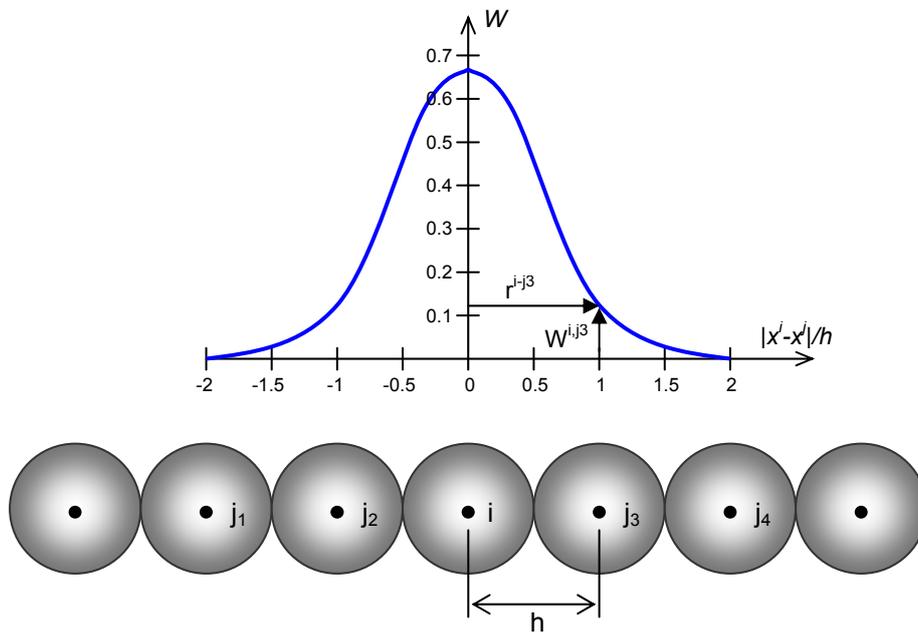


Figura 3.4 – Interpolación de la función de densidad en método SPH (función de Kernel) (ANSYS, 2009)

Estas partículas, además de representar masas puntuales que interactúan entre sí, son puntos de interpolación. Para determinar el valor de una función, por ejemplo la densidad, en una determinada partícula  $\rho^i$ , se suma el valor de dicha función en todas las partículas vecinas multiplicadas por una función de peso (función Kernel) (ANSYS, 2009), de la siguiente forma:

$$\rho^i = \sum_{j=1}^N m^j W^{i,j}(x^i - x^j, h) \quad (3.1)$$

donde  $m^j$  es la masa de la partícula  $j$ ,  $W^{i,j}$  es el valor de la función de peso para la partícula  $i$  respecto de  $j$ ,  $x$  es la posición del centro y  $h$  es el tamaño (o diámetro) de la partícula.

Los valores de estas funciones y sus derivadas pueden ser determinados en puntos discretos del medio continuo, ubicados en el centro de las partículas.

Para el cálculo tanto de las fuerzas, a partir de las derivadas espaciales de la tensión, como de las velocidades de deformación, a partir de las derivadas espaciales de la velocidad, se utilizan las aproximaciones tipo Kernel. El método SPH requiere la definición del arreglo de partículas por lo menos una vez en cada ciclo, a fin de determinar la ubicación de las

partículas vecinas actuales.

Otra técnica de modelación que se ha desarrollado, motivada por la necesidad de enfrentar los problemas de distorsión de malla bajo grandes deformaciones, es el método de punto material MPM (“material point method”). Este método tiene sus raíces en el método *particle-in-cell* (PIC) originalmente desarrollado para problemas de la dinámica de fluidos (Brackbill y Ruppel, 1986) al cual se le agregan capacidades para modelar materiales sólidos con resistencia y rigidez. Por esta razón, es capaz de manejar grandes deformaciones y materiales múltiples, incluyendo interacciones fluido-estructura (Sulsky et al 1995, 1996). El MPM utiliza dos discretizaciones para el material, una basada en la malla computacional y la otra es una serie de puntos materiales (partículas).

Las propiedades del continuo y de las cargas aplicadas son transmitidas sólo por los puntos materiales. La grilla se utiliza únicamente para resolver los desplazamientos incrementales de cada paso al igual que en el método de elementos finitos estándar. Desde el punto de vista numérico, el MPM combina las ventajas de las descripciones Euleriana y Lagrangeana. Sin embargo, existen desde hace tiempo limitaciones de calibración en el uso del MPM para el modelado de estructuras de hormigón bajo cargas impulsivas.

### 3.3.3 Métodos combinados MEF-Partículas

Una solución ideal para aplicaciones donde ocurren grandes deformaciones en zonas localizadas, parece ser el uso de un esquema combinado en el cual se emplea el método SPH para las regiones donde se espera una respuesta extrema y se utiliza el método de elementos finitos (MEF) en las regiones restantes donde se supone una respuesta estructural moderada. La formulación Lagrangeana del SPH permite su vinculación con el MEF estándar de una manera casi directa. Johnson (1994) aplicó un modelo combinado de MEF y SPH para el análisis de impacto con altas velocidades. En este sentido, existen dos formas en que las partículas de SPH pueden acoplarse con los elementos MEF: por vinculación directa, o por una interfaz de deslizamiento.

Otra forma de resolver el problema de distorsión de la malla en el modelo de elementos finitos es convertir los elementos altamente distorsionados en partículas sin malla durante el proceso dinámico (Johnson y Stryk 2003).

### 3.3.4 Métodos de elementos discretos

Una manera de representar el comportamiento de materiales sólidos granulares es el método de elementos discretos, o método de partículas discretas entramadas (“Discrete element Method” o “Lattice discrete particle method”). En contraste con los modelos que parten de una descripción constitutiva de un medio continuo y discretizan las ecuaciones a través del método de elementos finitos (u otras técnicas de discretización), los modelos discretos son arreglos de entidades elementales de dimensiones finitas. El método de elemento definido (Cundall, 1990) originalmente trata con partículas rígidas que interactúan por fricción. Bajo el concepto de modelos de partículas, este enfoque ha sido extendido al estudio de la microestructura y el crecimiento de fisuras en geomateriales cohesivos (Bazant y Kaxemi, 1990; Mühlhaus et al, 2001), y en particular al estudio del hormigón (Cusatis, 2003; Tavarez, 2007; Riera, 2007).

Cusatis (2003) propone un modelo de entramado tridimensional para hormigón en el cual se conectan los centros de las partículas de agregado. El modelo describe la fractura a tracción y la respuesta no lineal uniaxial, biaxial y triaxial a compresión, incluyendo ablandamiento por daño y localización de deformaciones. Los nodos del entramado son generados en forma aleatoria a partir de una curva granulométrica, y las deformaciones están caracterizadas por los desplazamientos y rotaciones de esos nodos. Los vínculos que conectan las partículas transmiten esfuerzos axiales y de corte, con una resistencia al corte que incluye cohesión y fricción. La rigidez de conexión a tracción y corte depende también de la tensión de confinamiento lateral.

En la figura 3.5 (Tavarez, 2007) se pueden observar los tipos de vinculación entre los elementos discretos.

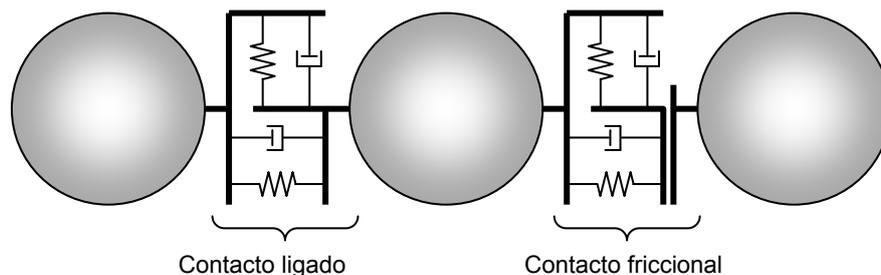


Figura 3.5 – Tipos de vinculaciones entre elementos discretos (Tavarez, 2007)

Los parámetros de rigidez normal y tangencial inter-elemento son determinados a partir del tamaño del elemento y de parámetros materiales como el módulo de Young y el coeficiente de Poisson. Esto puede realizarse tomando una celda unitaria de material formada por elementos discretos y comparando su respuesta con un elemento material equivalente sólido e isótropo de parámetros materiales conocidos.

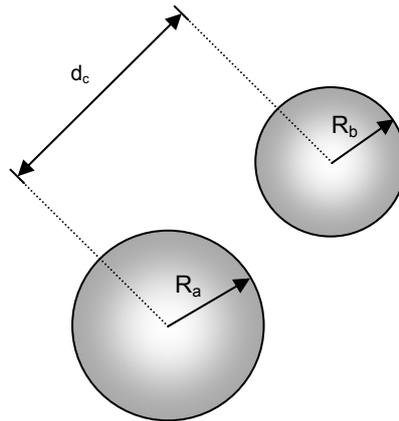


Figura 3.6 – Detección de contacto friccional (Tavarez, 2007)

En la [figura 3.6](#) se puede ver la detección de contacto friccional, el cual está determinado por la condición,

$$d_c \leq R_a + R_b \quad (3.2)$$

En el método de elementos discretos (MED) presentado por [Kosteski \(2008\)](#) se considera al medio modelado como un sistema de partículas discretas, generalmente de forma esférica y masa conocida. Cada partícula es identificada separadamente y sus posiciones instantáneas son determinadas a partir de las ecuaciones de movimiento.

Cundall aparece como uno de los principales precursores del método ([Cundall, 1971 y Cundall et al., 1979](#)). El método que propuso se basa en realizar una integración explícita de las ecuaciones de movimiento de una estructura formada por partículas rígidas con masas conectadas entre si, mediante resortes y amortiguadores.

[Kosteski \(2008\)](#) utiliza una discretización espacial del continuo por medio de un reticulado espacial formado por la repetición de un módulo regular.

Las rigideces de las barras que componen el reticulado son equivalentes a la del continuo que se quiere representar. Como se consideran barras de reticulado espacial, por cada nudo se tienen tres grados de libertad. Se discretiza la masa del modelo y se la concentra en los nodos del reticulado espacial ya mencionado.

La [figura 3.7](#) muestra el arreglo cúbico básico o módulo. Este módulo está compuesto de ocho nodos en sus vértices más un nodo central.

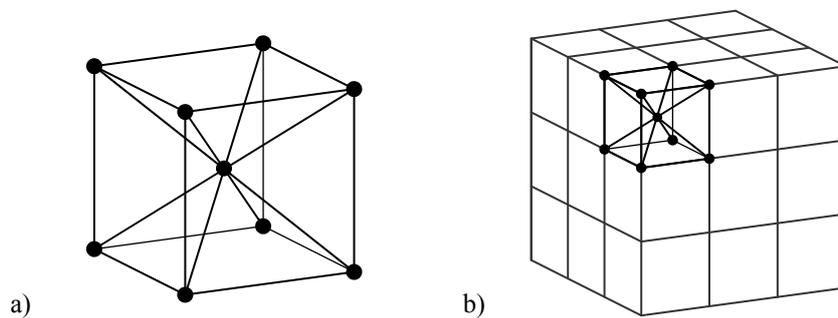


Figura 3.7 – a) Módulo cúbico básico, b) Prisma compuesto por varios módulos (Kosteski, 2008)

El MED ha sido aplicado con gran éxito en el modelado numérico de procesos que involucran un comportamiento discontinuo predominante, relacionado con sólidos no cohesivos. También ha sido aplicado con éxito en el estudio de materiales susceptibles de fracturar, donde la hipótesis de medio continuo, base de los métodos numéricos tradicionales (elementos finitos y de contorno), no se cumple.

Como ejemplos se pueden citar el transporte de sedimentos en un fluido ([Goth y Sakai, 1997](#), [Lin et al., 2000](#)), modelado de filtros con capas granulares ([Chou et al., 2000](#)). También se utilizó en el modelado de procesos de degradación y fractura en sólidos cohesivos, entre los cuales pueden ser citados: simulación de explosión en rocas ([Ladislav y Dutko, 2003](#), [Procházka, 2004](#)), fractura de materiales compuestos como el hormigón, por ejemplo ([Sawamoto et al, 1998](#); [Camborde et al, 2000](#); [Brara et al, 2001](#); [Wittel et al, 2003](#)). Particularmente, a través de la formulación del MED utilizada por [Kosteski \(2008\)](#), se modelaron procesos de fractura dinámica en rocas, producto de terremotos ([Dalguer et al, 2003](#)), impacto en hormigón armado ([Riera, 1980; 1984](#)), procesos de fractura en hormigón y hormigón armado ([Riera e Iturrioz, 1998](#)), análisis de comportamiento dinámico del hormigón

(Hentz et al, 2004), simulación del comportamiento de suelos frente a cargas explosivas (Iturrioz y Riera, 2001), simulación de propagación dinámica de fisuras (Spellmeyer et al, 2001), problemas de impacto en materiales compuestos poliméricos y fenómenos de fractura por impacto en polímeros (Barrios D'Ambra et al, 2002 y 2003).

## 3.4 Modelos para hormigón adecuados para programas de elementos finitos en general

### 3.4.1 Introducción

Básicamente, los modelos continuos que se usan en programas de elementos finitos pueden subdividirse en modelos elásticos no lineales, modelos elasto-plásticos, modelos viscoplásticos y modelos de daño. A la vez, es posible encontrar formulaciones acopladas de ellos, como daño y plasticidad, o daño y viscoplasticidad.

Los modelos elásticos no lineales por lo general están basados en la hiperelasticidad, donde las relaciones tensión-deformación se derivan a partir de un potencial elástico, o bien, en la hipoelasticidad, caracterizada por una formulación incremental de estas ecuaciones. El término “elástico” se refiere a la reversibilidad de estas ecuaciones.

Los modelos de elasto-plasticidad resultan atractivos para la modelación constitutiva. Está comprobado que la teoría de plasticidad, desarrollada inicialmente para metales, puede aplicarse con éxito en el hormigón (Chen, 1982). Esta teoría provee una base flexible y confiable para la descripción del comportamiento no lineal, incluyendo la dependencia del camino de carga, endurecimiento y ablandamiento. La forma más utilizada de esta teoría es la del flujo de plasticidad formulada en el espacio de tensiones. Esta formulación será descrita en detalle en el capítulo 3.4.4. Algunos enfoques alternativos incluyen la formulación en el espacio de las deformaciones (Pekau y Liu, 1992), la teoría de plasticidad de deformación (Feenstra, 1993), la teoría endocrónica (Valanis, 1999), y la hipoplasticidad (Kolymbas, 1991).

En las teorías de plasticidad, la deformación comúnmente se descompone en una parte elástica y otra plástica. Además, en estas teorías se considera que la rigidez elástica se mantiene constante.

En las teorías basadas en el concepto de daño, como un proceso irreversible, es posible describir la degradación progresiva de la rigidez elástica. Los trabajos pioneros en el área del daño continuo fueron realizados por [Dougill \(1979\)](#) y [Kachanov \(1986\)](#). La versión más simple del modelo de daño isótropo presenta el tensor de daño de la rigidez como un producto escalar del tensor elástico inicial, es decir, que el daño está caracterizado por un solo parámetro escalar. Un modelo de daño isotrópico general debería incluir dos parámetros escalares correspondientes a dos constantes elásticas independientes ([Luccioni, 2003](#)). Las teorías más avanzadas consideran el carácter anisótropo del daño, introduciendo familias de vectores ([Krajcinovic & Fonseca, 1981](#)), un tensor de segundo orden ([Papa y Taliercia, 1996](#)), un tensor de cuarto orden ([Meyer y Peng, 1997](#)) o hasta tensores de octavo orden ([Simo y Ju, 1987](#); [Ju, 1990](#)).

Debido a que el comportamiento no lineal del hormigón es una combinación del daño y el deslizamiento plástico, existe la posibilidad de acoplar los modelos de plasticidad y daño.

Los modelos fenomenológicos de daño o plasticidad son capaces de describir correctamente el comportamiento del hormigón si una de las componentes principales de deformación es positiva (tracción) y, con mayor generalidad, en el caso de estados biaxiales. Sin embargo, la mayoría de estos modelos no son capaces de capturar los efectos de una importante compactación debido a dos dificultades: 1) El crecimiento de las deformaciones plásticas bajo un estado de carga hidrostático y rigidización del material. Esto se debe a que las funciones de carga para daño y plasticidad deben cerrarse sobre el eje hidrostático. 2) Dificultades teóricas de formulación que previenen el decrecimiento del daño, y por lo tanto un incremento en la rigidez elástica. Desde el punto de vista de la termodinámica de procesos irreversibles, el daño no puede decrecer en un sistema cerrado, a menos que aparezca otro mecanismo de disipación al mismo tiempo, con lo cual resulte en un incremento positivo (disminución del daño) en la disipación global ([Burlion et al, 2000](#)).

Algunos ejemplos de modelos utilizados para describir el comportamiento del hormigón, y otros materiales cohesivo friccionales, bajo cargas estáticas o de baja velocidad, son los modelos basados en la plasticidad de [Etse y Willam \(1994\)](#), y de plasticidad acoplada con daño, como los de [Burlion et al. 2000](#); [Luccioni y Rougier, 2005](#). De igual forma se pueden encontrar modelos viscoplásticos con daño acoplado ([Lorefice et al. 2008](#); [Ning et al. 2008](#)), modelos de daño viscoso ([Luege, 1999](#)), y otros donde se incluye, además, la viscoelasticidad

(González et al. 2007). Todas estas extensiones tienen como objetivo representar el efecto de la velocidad de deformación en la respuesta material. En este sentido, la teoría viscoplástica de Perzyna y la teoría de Duvaut Lions son ampliamente utilizadas en los algoritmos presentes en la bibliografía (Oller, 2001; Crisfield, 1997; Kojic y Bathe, 2005; Lubliner, 1990; Simo y Hughes, 1998; Carosio, 2001).

Para que los modelos elastoplásticos reproduzcan la respuesta bajo cargas explosivas de materiales cohesivo friccionales como el hormigón, es necesario que los mismos tengan capacidad para simular el comportamiento de estos materiales bajo confinamiento elevado, incluyendo deformaciones permanentes, compactación, incremento de rigidez debido a la compactación y daño debido a la fisuración progresiva en tracción. Por otro lado, debe incorporarse la dependencia del tiempo a través de una extensión viscoplástica o viscosa de daño o, por lo menos, en forma aproximada a través de un factor de amplificación dinámica.

Para poder simular correctamente la respuesta de un elemento de hormigón bajo cargas de tipo explosivo, además de los requerimientos propios del modelo antes descritos, es necesario, en general, contar con algún tipo de algoritmo para simular la pulverización o fractura del hormigón frente a las ondas de choque. En general, se utiliza para ello la técnica de erosión.

Por otro lado, como los fenómenos a modelar son fuertemente no lineales y ocurren en algunos milisegundos, es necesario trabajar con códigos de elementos finitos dinámicos explícitos para poder lograr la convergencia. En general los algoritmos de erosión se utilizan en códigos explícitos.

A continuación, se describen algunos modelos recientes adecuados para hormigón, en particular, el modelo de Luccioni y Rougier (2005), a partir del cual se desarrolla el modelo propuesto en esta tesis. En cada caso describen las capacidades de cada modelo y se señalan las dificultades que tienen para simular el comportamiento descrito en el Capítulo 2.

### 3.4.2 Modelos basados en el Modelo de Etse y Willam (1994) o Modelo extendido de Leon

El modelo planteado por Etse y Willam (1994) es un modelo de plasticidad basado en el criterio de falla de Leon (1935). Este modelo fue utilizado para simular el comportamiento del

hormigón bajo presiones de confinamiento moderado (Sfer et al. 2004) y ha sido extendido a fin de considerar efectos tiempo dependientes (Etse y Willam, 1999; Etse y Carosio, 1999), a través de una extensión viscoplástica.

La formulación del modelo está caracterizada por la definición de una única superficie de resistencia, con parámetros que controlan el endurecimiento y ablandamiento. Entre sus características más importantes se destacan el flujo no asociado volumétrico, endurecimiento isótropo en régimen pre-pico y ablandamiento isótropo basado en energía de fractura (Carosio, 2001). Recientemente, se han propuesto algunas modificaciones en el modelo a fin de considerar a la superficie de falla dependiente del nivel de prestación del hormigón (Folino et al, 2009) y a la superficie de fluencia con un cierre sobre el eje hidrostático (cap) (Folino y Etse, 2008).

La superficie de falla involucra la dependencia de los 3 invariantes de tensión y presenta una intersección con el eje hidrostático ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) en régimen de tracción. A su vez, como se observa en la figura 3.8, la superficie presenta una fuerte curvatura o variación de su tangente en el régimen correspondiente a tracción uniaxial, biaxial o triaxial con nulo o bajo confinamiento, y meridiano prácticamente recto en régimen de alto confinamiento.

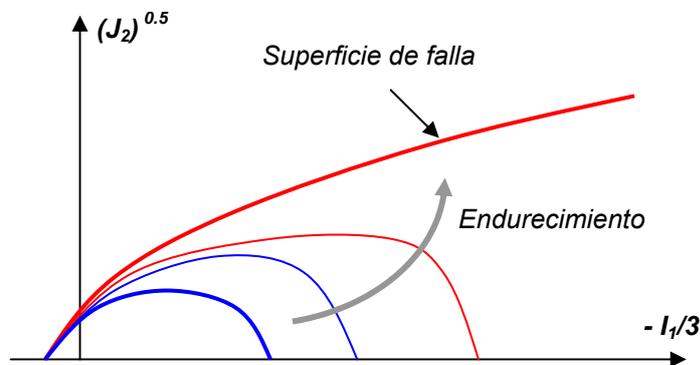


Figura 3.8 – Superficie de falla y superficies de fluencia del modelo extendido de León (Pivonka, 2001)

La superficie de fluencia del modelo tanto en régimen de pre pico como pos pico se define como:

$$F = \left[ \frac{(1-k)}{f_c'^2} \left( p + \frac{rR_3(\theta')}{\sqrt{6}} \right)^2 + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{rR_3(\theta')}{f_c'} \right]^2 + \frac{k^2 m}{f_c'} \left[ p + \frac{rR_3(\theta')}{\sqrt{6}} \right] - k^2 c = 0 \quad (3.3)$$

donde  $p$ ,  $r$  y  $\theta'$  son las coordenadas tensionales de Haigh-Westergaard definidas de la

forma:

$$p = \frac{I_1}{3} \quad ; \quad r = \sqrt{2J_2} \quad ; \quad \cos(3\theta') = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{(J_2)^{3/2}} \quad (3.4)$$

$J_2$  y  $J_3$  son el segundo y tercer invariante del tensor desviador de tensiones, respectivamente.

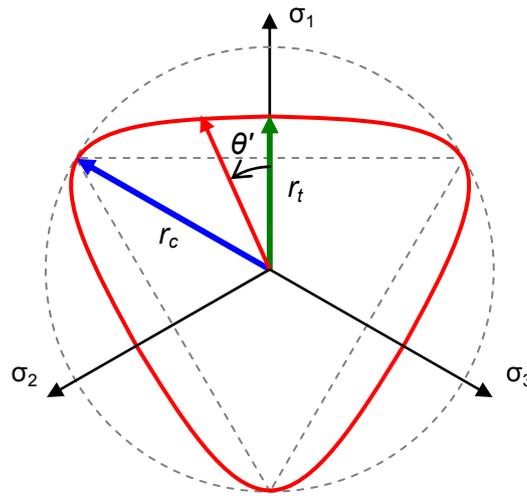


Figura 3.9 –Variación de la superficie de fluencia en el plano octaédrico

El radio vector  $R_3(\theta')$  describe la variación de la resistencia en el plano octaédrico, y se determina a través de la expresión presentada por [Willam y Warnke \(1975\)](#):

$$R_3(\theta') = \frac{2(1-\psi^2)\cos\theta' + (2\psi-1)\sqrt{4(1-\psi^2)\cos^2\theta' + 5\psi^2 - 4\psi}}{4(1-\psi^2)\cos^2\theta' + (1-2\psi)^2} \quad (3.5)$$

$$\text{con} \quad \psi = \frac{r_t}{r_c} \quad \text{y} \quad 0,5 \leq \psi \leq 1 \quad (3.6)$$

donde  $r_t$  y  $r_c$  son los radios octaédricos en los meridianos de tracción y compresión, respectivamente.

En la [figura 3.9](#) se muestra la variación de la superficie de fluencia en el plano octaédrico.

Los parámetros  $c$  y  $m$  son los parámetros de cohesión y fricción respectivamente, que se determinan a partir resultados empíricos.

En el régimen de endurecimiento, las sucesivas superficies de carga se generan al incrementarse el parámetro de endurecimiento  $k$  desde el valor inicial 0,1 hasta alcanzar la superficie de falla para  $k=1$ . El parámetro  $k$  depende de la deformación plástica equivalente por medio del factor de ductilidad plástica en endurecimiento  $\kappa_h$  definido como:

$$k = k(\kappa_h) = k_0 + (1 - k_0)\sqrt{\kappa_h(2 - \kappa_h)} \quad (3.7)$$

$$\dot{\kappa}_h = \frac{1}{x_p} \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.8)$$

donde  $\kappa_h$  es una medida de la deformación plástica equivalente escalada por la medida de la ductilidad en endurecimiento  $x_p$  que controla la respuesta del modelo en función del grado de confinamiento,  $\dot{\lambda}$  es el multiplicador Lagrangeano y  $G$  es la función de potencial plástico.

Durante la etapa de endurecimiento, los parámetros de cohesión  $c$  y fricción  $m$  permanecen constantes.

El proceso de ablandamiento se desarrolla para estados tensionales caracterizados por niveles de presión menores que la correspondiente al punto de transición entre fallas frágil y dúctil. El ablandamiento implica la degradación de  $c$  y  $m$ , basado en conceptos de energías de fractura. Estos incorporan una longitud característica en la relación  $\dot{\sigma} - \dot{\epsilon}$  que garantiza la objetividad de los resultados del MEF respecto del tamaño de la malla. La decohesión resultante del ablandamiento está descrita por medio del parámetro de ablandamiento  $\kappa_f$  que representa la variación del espaciamiento entre fisuras entre los modos de fractura I y II, de forma que

$$c = \frac{\sigma_t(\kappa_f)}{f_t'} = \exp\left(-5 \frac{\kappa_f}{u_r}\right) \quad (3.9)$$

donde  $\sigma_t$  es la tensión de adherencia,  $f_t'$  es la resistencia a tracción uniaxial y el parámetro  $\kappa_f$  es una medida de la deformación inelástica equivalente considerando sólo las componentes principales de tracción del tensor de deformaciones plásticas, es decir:

$$\dot{\kappa}_f = \frac{1}{x_f} \dot{\lambda} \left\langle \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle \quad (3.10)$$

En la que  $u_r$  es el desplazamiento de rotura para el modo I de fractura,  $\langle \cdot \rangle$  representa los paréntesis de Macaulay definidos como  $\langle x \rangle = 0.5(x + |x|)$ ,  $x_f$  es una medida del confinamiento, la relación entre las energías de fractura en modo I y II y la longitud característica.

A fin de ajustar el comportamiento volumétrico se introduce una regla de flujo no asociada. Para esto el flujo plástico se formula en base a una modificación volumétrica de la condición de fluencia.

$$G = \left[ \frac{(1-k)}{f_c'^2} \left( p + \frac{\rho R_3(\theta')}{\sqrt{6}} \right)^2 + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\rho R_3(\theta')}{f_c'} \right]^2 + \frac{k^2}{f_c'} \left[ m_Q + m \frac{\rho R_3(\theta')}{\sqrt{6}} \right] - k^2 c = 0 \quad (3.11)$$

donde el parámetro friccional  $m$  de la función de potencial se redefine en términos de la presión hidrostática  $p$ , de forma que  $m \rightarrow m_Q = m_Q(p)$ .

El modelo ha sido utilizado para describir el comportamiento del hormigón bajo estados de tracción triaxial y estados de compresión triaxial con confinamiento moderado (presiones de confinamiento de hasta 60 MPa) (Sfer y Carol, 2004) En este rango de presiones, el modelo permite simular adecuadamente los estados límite de tensión en ensayos triaxiales de compresión. Para estados de tracción triaxial presenta una respuesta poco adecuada en comparación con los resultados experimentales.

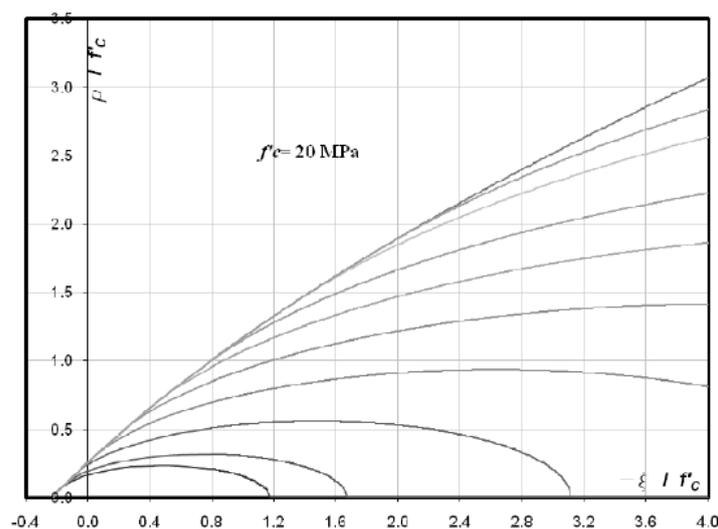


Figura 3.10 – Superficies de carga con “cap” (Folino y Etse, 2008)

La propuesta de [Folino et al \(2009\)](#) permite simular el comportamiento de hormigones de alta resistencia y la modificación con cap ([Folino y Etse, 2008](#)) permitiría considerar el endurecimiento de la superficie de fluencia para estados de confinamiento elevado. En la [figura 3.10](#) se muestra el efecto del cierre sobre el eje hidrostático (cap) en la superficie de fluencia inicial y en las distintas superficies de carga hasta la rotura.

La extensión viscoplástica del modelo está basada en la teoría de [Perzyna \(1966\)](#) ([Etse y Willam, 1999](#); [Etse y Carosio, 1999](#)). De acuerdo a esta teoría, la regla de evolución de la deformación viscoplástica se determina como:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \frac{\phi[F]}{\eta} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.12)$$

donde  $\eta$  es el parámetro de viscosidad,  $G$  es la función de potencial plástico, y  $\phi[F] = \left\langle \frac{F}{K} \right\rangle^N$  es la función de sobretensión, en la cual  $F$  es la función de fluencia y  $K$  es un parámetro que normaliza la función de sobretensión.

### 3.4.3 Modelo de Burlion, Gatuingt, Pijaudier-Cabot, Daudeville (2000)

Este modelo fue desarrollado para reproducir la respuesta del hormigón, en particular su comportamiento a tracción y proceso de compactación. El proceso de compactación se considera en el modelo como un colapso de vacíos, el cual produce deformaciones plásticas en el material, y, a la vez, un incremento del módulo volumétrico. El modelo está basado en la mecánica de materiales porosos, daño y plasticidad.

El modelo permite, por su formulación, el cierre sobre el eje hidrostático (cap) y, a la vez, considerar la variación de la rigidez elástica del material.

La degradación del módulo elástico depende de dos escalares de daño: una variable de daño a tracción  $d$ , y otra a compresión  $\delta$ , que son combinados de la siguiente manera:

$$D = d + \delta \quad (3.13)$$

Tanto el daño a tracción, como el daño a compresión, son variables internas (de estado) independientes ya que obedecen a mecanismos micromecánicos diferentes. En el caso de tracción, el daño está relacionado con el crecimiento y desarrollo de las microfisuras, mientras

que en el caso de compresión, más específicamente con estados de confinamiento, tiene que ver con el colapso de vacíos.

El daño a tracción está controlado por las deformaciones elásticas positivas, a través de la deformación elástica efectiva  $\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left( \langle \varepsilon_i^e \rangle_+ \right)^2}$ , con  $\langle \varepsilon_i^e \rangle_+$  que es la parte positiva de la deformación principal elástica  $\varepsilon_i^e$ .

En consecuencia, no se consideran deformaciones plásticas en el caso de daño a tracción.

La variable de daño  $d$  se define como:

$$d = 1 - \frac{\kappa_0(1 - A_t)}{\kappa} - \frac{A_t}{e^{[B_t(\kappa - \kappa_0)]}} \quad (3.14)$$

Donde  $\kappa_0$  y  $\kappa$  son los valores de daño inicial y actual (acumulado),  $A_t$  y  $B_t$  son parámetros que deben determinarse experimentalmente.

La variación de la rigidez del material debido al colapso de vacíos se considera acoplando el daño a compresión con la plasticidad.

La evolución de las deformaciones plásticas se define a través de la función de fluencia de Gurson modificada, y reglas de flujo asociado. La variación de la relación de vacíos dentro de la función de fluencia de Gurson está directamente relacionada al daño por compresión. Cuando éste decrece, se produce un incremento en la rigidez del material, y de esta forma, una disminución en el daño. Por lo tanto, la evolución del daño a compresión y la de la deformación plástica están totalmente acopladas.

La función de fluencia de Gurson se define como:

$$F_{NT}(\sigma_{ij}, \sigma_M, f^*) = \frac{3J_2}{2\sigma_M} + 2q_1 f^* \cosh\left(q_2 \frac{I_1}{2\sigma_M}\right) - \left[1 + (q_3 f^*)^2\right] = 0 \quad (3.15)$$

Donde  $I_1$  es el primer invariante del tensor de tensiones,  $J_2$  es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones,  $\sigma_M$  es la tensión de fluencia equivalente,  $q_1$ ,  $q_2$  y  $q_3$  son parámetros del modelo, y  $f^*$  es la porosidad del material (fracción volumétrica de vacíos).  $f^*$  crece con el desarrollo de los vacíos a tracción y disminuye con el cerramiento de los mismos para compresión triaxial. Asimismo, el modelo considera la porosidad  $f^*$  como variable de daño a

compresión:

$$\delta = f^* \quad (3.16)$$

En la [figura 3.11](#) puede observarse cómo evoluciona la superficie de fluencia cuando disminuye la porosidad.

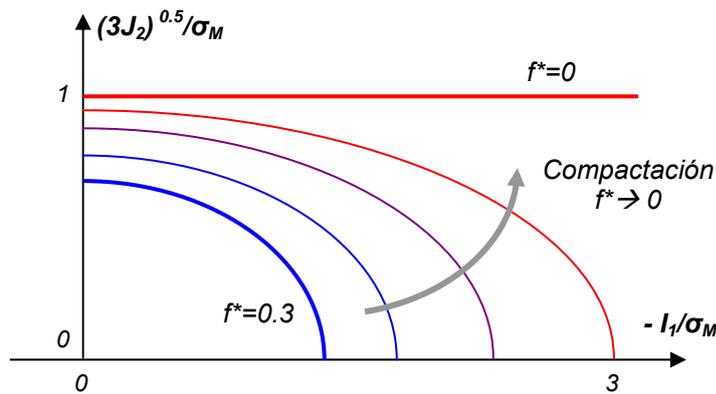


Figura 3.11 – Función de fluencia de Gurson modificada: Evolución con la disminución de la porosidad

Es importante destacar que la superficie de fluencia no interviene en la respuesta a tracción, donde, según el modelo, no se esperan deformaciones plásticas, y la no linealidad se debe únicamente a la evolución de la variable de daño por fisuración. La superficie de fluencia crece hasta llegar a un estado totalmente compactado ( $f^* \rightarrow 0$ ) tomando la forma de la superficie de Von Mises.

El parámetro  $D$  se aplica en forma global, con lo que la evolución de cada variable de daño es tal que  $0 \leq D \leq 1$ . Y, por lo tanto, la relación entre tensiones y deformaciones está dada por:

$$\sigma_{ij} = (1 - D) \left[ \lambda \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e \right] \quad (3.17)$$

donde  $\sigma_{ij}$  son las componentes de tensión,  $\lambda$  y  $\mu$  son los coeficientes de Lamé.

La identificación de los parámetros requiere la información de tres tipos de ensayos: un ensayo a tracción, y dos ensayos diferentes a compresión triaxial (o con confinamiento).

El modelo presenta un adecuado comportamiento en la simulación de ensayos de compresión hidrostática y edométricos, con presiones de confinamiento de hasta 1 GPa. También describe correctamente la respuesta a tracción, sin embargo, para estados de compresión uniaxial el modelo no presenta buenos resultados.

Otra limitación es que se trata de un modelo independiente del tiempo, es decir que no tiene en cuenta ningún tipo de efecto viscoso en el material ocasionado por el incremento de la velocidad de deformación. En el trabajo de [Burlion et al \(2000\)](#) pueden encontrarse simulaciones de ensayos dinámicos a compresión uniaxial (barra de Hopkinson) aunque sólo tienen como finalidad el análisis del efecto que tienen la compactación y el incremento de rigidez sobre la propagación de ondas en el material.

#### 3.4.4 Modelo de Luccioni & Rougier (2005)

El modelo es termodinámicamente consistente y está basado en las teorías de plasticidad generalizada y de daño isótropo. El mismo es una extensión del modelo de [Luccioni et al \(1996\)](#) a fin de reproducir el comportamiento del hormigón sometido a compresión triaxial.

El modelo resuelve simultáneamente el problema plástico, caracterizado por las deformaciones permanentes, con el de daño, caracterizado por la degradación de rigidez. Las condiciones de consistencia plástica y de daño se satisfacen simultáneamente en cada etapa de carga. De esta forma, utilizando variables de daño relacionadas con la disipación de energía en cada uno de los procesos, se logra una correcta disipación de energía del proceso global.

El uso de una función de segundo grado en las componentes del tensor de tensiones, obtenida a partir de una modificación del criterio de fluencia de Lubliner-Oller ([Oller et al, 1988](#)), para definir la superficie de límite elástico, permite ajustar la variación de la resistencia última con la presión hidrostática. La variable de endurecimiento permite reproducir la disipación de energía en compresión triaxial. La dilatación y ductilidad bajo altas presiones de confinamiento se logran introduciendo umbrales de daño cercanos a la resistencia última en compresión uniaxial.

El proceso plástico se describe a través de una generalización de la teoría de plasticidad clásica, a fin de tener en cuenta distintos aspectos del comportamiento de geomateriales. El

umbral elástico se define a través de una función de fluencia:

$$F^p(\sigma_{ij}, \kappa^p) = f(\sigma_{ij}) - K^p(\sigma_{ij}, \kappa^p) = 0 \quad (3.18)$$

donde  $f(\sigma_{ij})$  es la tensión equivalente,  $K^p(\sigma_{ij}, \kappa^p)$  es el umbral de fluencia equivalente y  $\kappa^p$  es la variable de endurecimiento plástico.

La función de fluencia se define como:

$$F^p = \frac{\sqrt{3J_2} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K^p(\sigma_{ij}, \kappa^p)} (1 - \alpha) I_1^2}{(1 - \alpha)(1 + \delta)} - K^p(\sigma_{ij}, \kappa^p) = 0 \quad (3.19)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  son constantes que determinan la forma de la función de fluencia.

$I_1$  es el primer invariante del tensor de tensiones,  $J_2$  es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones y  $\sigma_{\max}$  es la tensión principal mayor:  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma_{\max}$ , cuya expresión es la siguiente:

$$\sigma_{\max} = 2 \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{I_1}{3} \quad (3.20)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de similaridad o ángulo de Lode.

En el Anexo 3.1 se detalla el procedimiento utilizado para la determinación de los parámetros materiales intervinientes en la ecuación (3.19).

La evolución de las deformaciones plásticas se define a través de la siguiente regla de flujo:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\sigma_{mn}, \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.21)$$

donde  $\dot{\lambda}$  es el parámetro de consistencia plástico y  $G$  es la función de potencial plástico.

La variable de endurecimiento  $\kappa^p$  se obtiene normalizando la energía disipada en el

proceso plástico, variando desde 0 para el material original hasta 1 cuando se ha disipado plásticamente la máxima energía.

La evolución de la variable de endurecimiento plástico se define como:

$$\dot{\kappa}^p = \left[ \frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*p}} \right] \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^p = \dot{\lambda} h_{ij}^p \frac{\partial G(\sigma_{mn}, \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.22)$$

con

$$h_{ij}^p = \left[ \frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*p}} \right] \sigma_{ij} \quad (3.23)$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \quad \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_i + |\sigma_i|] \quad (3.24)$$

$\sigma_i$  son las tensiones principales

$$g_f^{*p} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{op}}{f^p(\sigma_{ij})} \right)^{1+J(-r)} \quad g_f^p \quad g_c^{*p} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{f^p(\sigma_{ij})} \right)^{1+J(-r)} \quad g_c^p \quad (3.25)$$

$$J(-r) = \begin{cases} 0 & r > 0 \\ 1 & r \leq 0 \end{cases}$$

$R^{op}$  es la relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial,  $g_f^p$  y  $g_c^p$  son las máximas densidades de energía disipadas por el proceso plástico en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

En el caso de un proceso termodinámico sin daño, estas energías pueden ser evaluadas como:

$$g_f^p = \frac{G_f}{l_c} \quad \text{y} \quad g_c^p = \frac{G_c}{l_c} \quad (3.26)$$

donde  $G_f$  y  $G_c$  son las energías de fractura y aplastamiento respectivamente y  $l_c$  es un parámetro externo (longitud característica) que depende del tamaño característico de la malla

de elementos finitos y se introduce para obtener objetividad de la respuesta del sólido respecto del tamaño de la malla de elementos finitos.

La definición original de la variable de endurecimiento plástico (Luccioni, 1996) está modificada a través de la incorporación de un exponente en los términos entre paréntesis de la ecuaciones (3.25). Dicha modificación permite el incremento de la disipación de energía bajo compresión biaxial o triaxial ( $r=0$ ) en correspondencia con los resultados experimentales.

El umbral de fluencia equivalente se determina como:

$$K(\sigma_{ij}, \kappa^p) = r \sigma_t(\kappa^p) + (1-r) \sigma_c(\kappa^p) \quad (3.27)$$

donde  $\sigma_t(\kappa^p)$  y  $\sigma_c(\kappa^p)$  representan la evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente.

Las condiciones de carga/descarga se derivan de las relaciones de Kuhn-Tucker formuladas para problemas con restricciones unilaterales:

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad F^p \leq 0 \quad \dot{\lambda} F^p = 0 \quad (3.28)$$

El umbral de daño se describe a través de una función de daño de la siguiente forma (Luccioni et al, 1996; Luccioni, 1993):

$$F^d = f^d(\sigma_{ij}) - K^d(\sigma_{ij}; \kappa^d) \leq 0 \quad (3.29)$$

donde  $f^d(\sigma_{ij})$  es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones  $K^d(\sigma_{ij}, \kappa^d)$  es el umbral de daño equivalente y  $\kappa^d$  es la variable de endurecimiento de daño.

La tensión equivalente  $f^d(\sigma_{ij})$  puede ser evaluada utilizando funciones conocidas de la teoría de la plasticidad (Tresca, Von-Mises, Mohr-Coulomb o Drucker-Prager) o cualquier otra función especialmente desarrollada para daño. Lo mismo que en el caso de la función de fluencia, para el caso del hormigón se deben utilizar funciones que tengan en cuenta la diferencia de comportamiento en tracción y compresión.

La variable de endurecimiento en daño varía entre 0, para el material virgen, a 1, para el material completamente dañado. Se obtiene normalizando la energía disipada por daño a la unidad.

$$\dot{\kappa}^d = \left[ \frac{r}{g_f^{*d}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*d}} \right] \Psi^o \dot{d} \quad (3.30)$$

$$g_f^{*d} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{od}}{f^d} \right)^{1+J(-r)} g_f^d \quad g_c^{*d} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{f^d} \right)^{1+J(-r)} g_c^d \quad (3.31)$$

$R^{od}$  es la relación entre los umbrales de daño en compresión uniaxial y tracción uniaxial,  $g_f^d$  y  $g_c^d$  son las máximas densidades de energía disipadas por daño en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

Luccioni y Rougier (2005) proponen la siguiente ecuación para el umbral de daño equivalente:

$$f^d(\sigma_{ij}, \kappa^d) = r \sigma_t(\kappa^d) + (1-r) \sigma_c(\kappa^d) \quad (3.32)$$

donde  $\sigma_t(\kappa^d)$  y  $\sigma_c(\kappa^d)$  representan la evolución de los umbrales de daño en ensayos de compresión y tracción uniaxial respectivamente.

Las condiciones de carga / descarga se derivan de las relaciones de Khun-Tucker y resultan análogas a las correspondientes al proceso plástico:

$$\dot{d} \geq 0 \quad F^d \leq 0 \quad \dot{F}^d = 0 \quad (3.33)$$

La evolución de las deformaciones plásticas y del daño se obtiene de la solución simultánea de las siguientes ecuaciones denominadas condiciones de consistencia del problema:

$$\begin{cases} \dot{F}^p = 0 \\ \dot{F}^d = 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

Las ecuaciones (3.34) son dos ecuaciones lineales en  $\dot{\lambda}$  y  $\dot{d}$  que pueden ser fácilmente resueltas.

La comparación de los resultados numéricos con los resultados experimentales de Sfer et

al (2004), para presiones de confinamiento moderadas y bajas (menores a 60 MPa), muestran un ajuste adecuado. Sin embargo, como se verá más adelante, es necesario extender este modelo para presiones hidrostáticas mayores. Además, se requiere un cierre sobre el eje hidrostático (cap) para reproducir el proceso plástico durante ensayos de compresión hidrostática.

El modelo es independiente del tiempo, por lo que, en el presente trabajo, se realiza la propuesta de una extensión viscoplástica a fin de considerar los efectos tiempo-dependientes en el material.

## 3.5 Modelos materiales implementados en hidrocódigos

### 3.5.1 Introducción

El importante desarrollo computacional producido en los últimos tiempos, permite en la actualidad la simulación numérica de situaciones cada vez más complejas, incluyendo la modelación de la explosión en el aire y su interacción con las estructuras en forma acoplada. Con estos fines, existe la posibilidad de utilizar hidrocódigos comerciales capaces de describir la respuesta dinámica no-lineal de estructuras en general. En general, los programas de elementos finitos se utilizan típicamente para problemas estáticos o dinámicos con cargas de baja velocidad cuando se trata de códigos implícitos. Existen también códigos de elementos finitos dinámicos explícitos para el tratamiento de problemas impulsivos con fuertes linealidades. Sin embargo, cuando se quiere modelar problemas dinámicos como explosiones o impacto, incluyendo las acciones, generalmente se requiere el uso de hidrocódigos.

En general, los programas de elementos finitos para análisis estructural están basados en el equilibrio de fuerzas empleando diferentes funciones de forma mediante una solución implícita o explícita en el tiempo, mientras que los hidrocódigos están basados en la resolución simultánea de las ecuaciones de equilibrio de masa, cantidad de movimiento y energía, a través de una integración explícita en el tiempo (Collins, 2002; Zukas, 2004; Gebbeken, 2010). A su vez, los hidrocódigos pueden utilizar métodos de elementos finitos, diferencias finitas, métodos de malla libre o combinaciones de los mismos.

Los hidrocódigos resuelven simultáneamente las siguientes ecuaciones:

- Conservación de masa:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.35)$$

- Conservación de cantidad de movimiento (ecuación de movimiento):

$$\frac{Dv_i}{Dt} = f_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (3.36)$$

- Conservación de energía:

$$\frac{DI}{Dt} = -\frac{p}{\rho} \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} s_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^d \quad (3.37)$$

- Ecuación de estado:

$$p = p(\rho, e) \quad (3.38)$$

- Modelo constitutivo:

$$\sigma_{ij} = g(\epsilon_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}^d, e, D) \quad (3.39)$$

donde  $\rho$  es la densidad del material,  $v_i$  es la velocidad,  $e$  es la energía interna específica,  $\sigma_{ij}$  es el tensor de tensiones, compuesto por una parte hidrostática, la presión  $p$  y una parte desviadora  $s_{ij}$ .  $f_i$  son las fuerzas externas por unidad de masa,  $\epsilon_{ij}$  es la deformación,  $\dot{\epsilon}_{ij}^d$  es la velocidad de deformación desviadora y  $D$  es el daño.

La ecuación de estado relaciona la presión con la densidad y la energía interna. Tiene en cuenta por lo tanto los efectos de la compresibilidad, esto es cambios en la densidad y procesos termodinámicos irreversibles como calentamiento por choque.

El modelo constitutivo relaciona la tensión con la deformación, la velocidad de deformación, la energía interna y el deterioro del material.

Para resolver problemas de ondas de choque en escalas de tiempo menores de microsegundos se requieren, además, esquemas de integración temporal explícitos. La descripción y la discretización pueden ser materiales (en coordenadas Lagrangeanas) cuando

involucran componentes sólidas con falla o daño o pueden ser espaciales (Eulerianas) en el caso de fluidos. El tratamiento de la interacción fluido-estructura en estos programas está todavía en etapa de desarrollo.

Entre los hidrocódigos comerciales más utilizados para analizar estructuras bajo cargas explosivas se pueden mencionar al AUTODYN y al LS-DYNA, ambos incluidos en los productos de dinámica explícita (Explicit Dynamics Solutions) desarrollados por la firma [ANSYS \(2009\)](#).

En esta sección se describen las características de los modelos más utilizados en la descripción del hormigón sometido a cargas explosivas o de impacto, así como los aspectos relacionados con la metodología de cálculo propia de estos programas.

### 3.5.2 Modelos materiales en hidrocódigos

Como en el caso de los programas de elementos finitos, cuando se utilizan hidrocódigos es fundamental la correcta elección y calibración del modelo constitutivo del material para obtener resultados válidos.

Debido a la presencia de altas velocidades de deformación y alta presión, los requerimientos básicos en el modelo material necesitan extenderse a fin de incluir endurecimiento con la presión y deformación además de su dependencia con la velocidad de deformación ([Lu, 2009](#)). Hasta la fecha, se han desarrollado numerosos modelos materiales para el hormigón y materiales frágiles similares. La aplicación de estos modelos requiere una serie de propiedades materiales y parámetros de modelo sin los cuales no pueden esperarse resultados realistas. Entonces, antes de que se efectúe cualquier simulación numérica, estas constantes deben ser determinadas a partir de resultados experimentales. Esto significa una tarea de gran complejidad, especialmente tratándose de materiales heterogéneos como el hormigón.

[Tu y Lu \(2009\)](#) realizan una revisión detallada de los modelos para materiales cohesivo-friccionales disponibles en hidrocódigos comerciales como el AUTODYN y LS-DYNA. Estos modelos comparten características similares como ser: endurecimiento con la presión y la deformación y dependencia de la velocidad de deformación. Sin embargo, por simplicidad algunos modelos adoptan hipótesis altamente restrictivas, y en consecuencia su aplicabilidad

está limitada a cierta clase de problemas. En casos en los que el estado de carga es demasiado complejo y no puede ser predefinido, son preferibles los modelos más robustos capaces de describir comportamientos variables del material bajo diferentes condiciones de carga.

Los hidrocódigos tratan en forma desacoplada la parte volumétrica y la parte desviadora de las relaciones constitutivas, a través de una Ecuación de Estado (EoS) y un modelo de resistencia respectivamente. De esta manera, la ecuación constitutiva general  $\sigma_{ij} = f(\epsilon_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}, e, D, X)$ , la cual describe las tensiones en función de la deformación  $\epsilon_{ij}$ , la velocidad de deformación  $\dot{\epsilon}_{ij}$ , la energía  $e$ , el daño  $D$  y otras variables internas  $X$ , se divide en dos ecuaciones constitutivas independientes como puede observarse en la [figura 3.12](#).

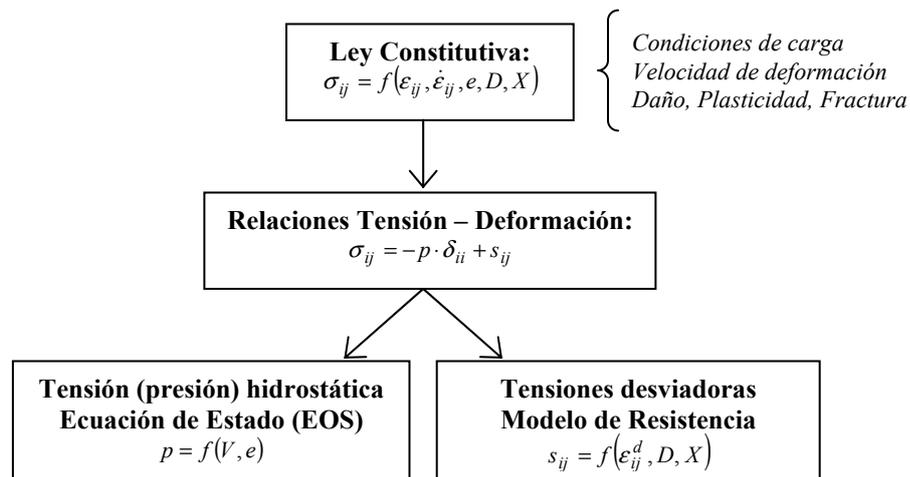


Figura 3.12 – Separación de la ley constitutiva dentro de un hidrocódigo (Gebben y Hartmann, 2010)

Por un lado, la respuesta volumétrica está gobernada por una ecuación de estado (EoS) que relaciona la presión hidrostática  $p$  con los valores de volumen  $V$  y energía específicos  $e$  (o temperatura). En la sección 3.5.3 se describen los distintos tipos de EoS y sus características.

Por otro lado, la parte desviadora se obtiene a partir de la definición del modelo de resistencia. En general este modelo se refiere a la definición de una superficie de fluencia en el espacio de tensiones. Dicha superficie, por lo general, se obtiene a través de la interpolación entre dos superficies básicas: La superficie de umbral fluencia (o fluencia inicial) y la superficie de resistencia máxima. En algunos modelos es posible definir, además,

una superficie de resistencia residual. Cada etapa determinada por estas superficies corresponde a un tipo de comportamiento material: En primer lugar, el comportamiento elástico hasta la superficie de fluencia inicial  $Y_{elast}$ , luego comportamiento inelástico con endurecimiento hasta la superficie de resistencia pico  $Y_{máx}$ , y finalmente un comportamiento inelástico con ablandamiento hasta la superficie residual  $Y_{res}$ . En la [figura 3.13](#) se presentan, en forma esquemática, las superficies de resistencia típicas de un hidrocódigo. Las coordenadas en la figura se determinan en función de los invariantes de tensión como

$$Y = \sqrt{3J_2} \text{ y } p = \frac{I_1}{3}.$$

Generalmente se utiliza una descripción Lagrangeana para simular el comportamiento de hormigón u otros materiales cohesivos friccionales. Cuando estos materiales están sometidos a cargas explosivas, experimentan pulverización y fractura que representan pérdidas de continuidad en el material que no pueden ser reproducidas por modelos continuos. Para subsanar este inconveniente en los hidrocódigos se suele utilizar la técnica de erosión. Esta técnica permite eliminar de la malla aquellos elementos que superan cierto criterio de deformación. Cuando la celda desaparece la masa del elemento puede eliminarse o concentrarse en los nodos de la celda que se comportan como masas libres. Si la masa se retiene se conserva la inercia y la continuidad espacial de la inercia pero la resistencia a compresión y la energía interna de la celda se pierden en cualquier caso.

Debe remarcarse que este es un procedimiento utilizado para solucionar el problema numérico causado por la excesiva distorsión de la malla y no para simular un fenómeno físico. La técnica de erosión debe ser utilizada con cuidado, ya que la eliminación de elementos del cálculo genera pérdidas de energía, de resistencia a compresión y, en algunos casos, de masa. En general se recomienda utilizar valores los más altos posibles y realizar estudios para ver la influencia que tiene el límite de erosión en los resultados para cada caso particular. En la sección 3.5.5 se presentan más detalles sobre los criterios de erosión utilizados en hidrocódigos.

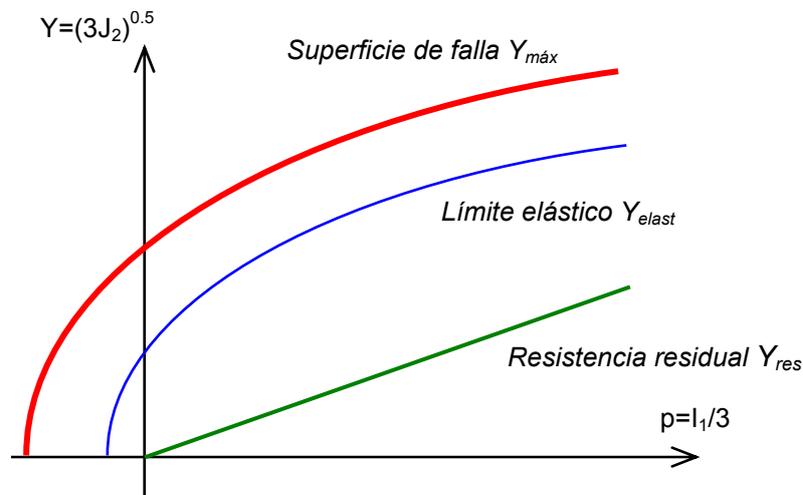


Figura 3.13 – Modelo (superficies) de resistencia

En los apartados siguientes se describen las ecuaciones de estado, los modelos de resistencia y de erosión más utilizados en la simulación de estructuras de hormigón sometidas a cargas explosivas o impacto. Muchos de estos modelos, que son modelos de continuo, se encuentran disponibles dentro de la librería de materiales de los programas LS-DYNA y AUTODYN (ANSYS, 2009). Finalmente, se presentan algunos modelos de meso-escala compatibles con hidrocódigos (Gebbeken y Hartmann 2010) y algunas características de la modelación con propiedades estocásticas, como alternativa a la utilización de los meso-modelos.

### 3.5.3 Ecuaciones de Estado (EoS) para materiales porosos

La definición del modelo material, en los hidrocódigos, requiere de ecuaciones que relacionen las tensiones con las deformaciones y la energía interna (o temperatura). A su vez, el tensor de tensiones puede separarse en una presión hidrostática uniforme (las tres componentes de tensión iguales) y un tensor desviador asociado con la resistencia al corte del material. Luego, la relación entre la presión hidrostática, la densidad (o volumen específico), y la energía específica (o temperatura) se conoce como Ecuación de Estado (EoS).

Durante las explosiones de contacto las presiones llegan al orden de los GPa, varios órdenes de magnitud mayores a la resistencia de los materiales (por ejemplo  $f_c = 35$  MPa para el hormigón normal). En este caso se requiere una descripción apropiada del material

mediante una ecuación de estado que vincule la presión, la densidad y la energía interna

La ecuación de estado puede ser determinada si se conocen las propiedades termodinámicas del material y en principio no debería requerir de datos dinámicos. Sin embargo, en la práctica, la única forma práctica de obtener información acerca del comportamiento del material a altas velocidades de deformación es llevando a cabo ensayos experimentales bien caracterizados. Es importante reconocer que, debido a que la EoS se necesita para el uso en el cálculo numérico, se adopta una forma analítica a fin de facilitar la solución. Dicha expresión analítica es, a lo sumo, una aproximación de la relación real o verdadera. En algunos casos, la ecuación de estado puede determinarse como una serie de valores tabulados (definición por tramos), entre los cuales se considera una interpolación lineal.

El material se compacta hasta su valor de densidad correspondiente al estado sólido, aún para tensiones relativamente bajas. Sin embargo, debido a que el cambio de volumen es importante, una gran cantidad de energía es absorbida durante el proceso de compactación.

Un esquema de la forma típica que tiene la Ecuación de Estado (EoS) para materiales porosos se muestra en la [figura 3.14](#). Los materiales porosos con una densidad inicial  $\rho_0$  comienzan a deformarse plásticamente (se compactan) a partir de una determinada presión hidrostática, conocida como límite elástico de Hugoniot  $p_{HEL}$ , con una densidad  $\rho_{crush}$ , hasta alcanzar el estado sólido (o totalmente compactado) para una presión  $p_{comp}$  y densidad  $\rho_{solid}$ .

El camino de descarga y recarga, antes de alcanzar la máxima compactación, se considera elástico lineal, y está determinado por la velocidad de propagación del sonido (volumétrica) del material.

De esta forma, para el proceso de compactación, puede realizarse una interpolación entre los valores de velocidad de propagación del sonido para el material poroso  $c_{por}$  y el material en estado sólido  $c_{gr}$ .

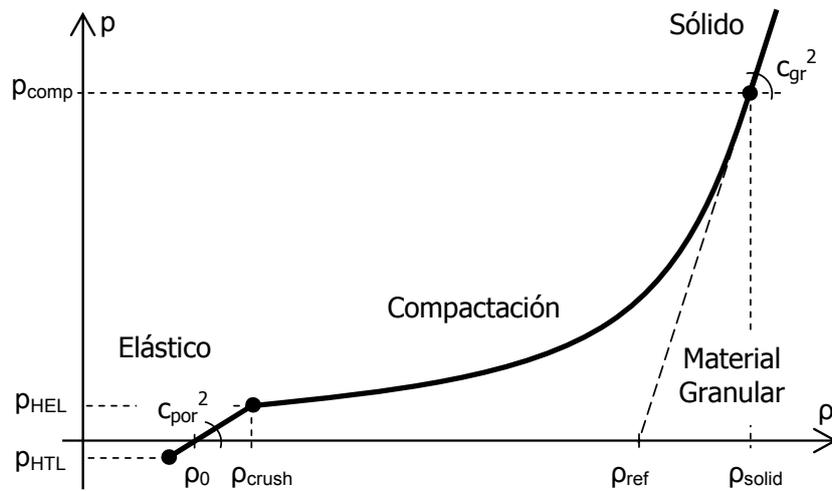


Figura 3.14 – Ecuación de Estado (EoS)

La velocidad de propagación volumétrica del sonido  $c_v$ , en un sólido elástico isótropo puede ser definida como (Zukas, 2004):

$$c_v = \sqrt{c_L^2 + \frac{4}{3}c_T^2} \quad (3.40)$$

donde  $c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  es la velocidad de propagación longitudinal y  $c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$  es la velocidad de propagación transversal, siendo  $E$  el módulo elástico longitudinal,  $G$  el módulo de corte y  $\rho$  la densidad del material.

Durante el proceso de compactación, una importante cantidad de energía es absorbida, y por lo tanto, este efecto debe ser modelado adecuadamente. Debido a esta gran capacidad para absorber energía durante la compactación, los materiales porosos son muy efectivos en la atenuación de presiones debidas a explosiones e impactos.

Algunas de las ecuaciones de estado que permiten describir materiales frágiles porosos como el hormigón, son: EoS de tramos lineales (piecewise-linear porous), EoS de compactación y EoS p-alfa.

Estas ecuaciones están basadas en la forma de EoS de Mie-Gruneisen, cuya expresión es

$$p = p_r(V) + \frac{\Gamma(V)}{V} [e - e_r(V)] \quad (3.41)$$

donde  $p_r(V)$  y  $e_r(V)$  son funciones conocidas a partir de referencias experimentales.  $\Gamma$  es conocido como Gamma de Gruneisen y también es función del volumen.

$$\Gamma = V \left( \frac{\partial p}{\partial e} \right)_V \quad (3.42)$$

El uso de un camino de compactación fijo es equivalente a utilizar la ecuación de Mie Gruneisen suponiendo para el Gamma de Gruneisen un valor igual a cero. Esto desprecia el incremento de presión debido a la absorción de energía, lo cual es significativo en sólidos porosos. Este caso debe aplicarse entonces cuando el incremento de energía es pequeño, ya sea porque los niveles de tensión son bajos en relación a la presión para la cual el material llega a compactarse totalmente, o porque la porosidad inicial del material es baja.

En general, existen dos caminos para formular matemáticamente el comportamiento volumétrico del material. El primero es mediante una función multi-lineal construida a partir de una serie de valores  $p$ - $\rho$ , los cuales incluyen implícitamente la variable de energía. La segunda formulación es la conocida ecuación de estado  $p$ - $\alpha$ , desarrollada por [Herrmann \(1969\)](#). En ambos casos, las formulaciones están basadas en resultados experimentales.

Tanto la EoS de tramos lineales como la EoS de compactación tienen buenos resultados para bajos niveles de presión hidrostática. La EoS  $p$ - $\alpha$  permite extender la descripción del comportamiento volumétrico del material para un rango mayor de presiones.

En la [figura 3.15 \(Riedel et al 2010\)](#) se presenta un panorama de las propiedades de compresión dinámica del hormigón convencional (CC) y del hormigón de alto desempeño (HPC). El diagrama abarca desde ondas acústicas hasta fuertes ondas de choque. Presenta la relación entre la tensión de compresión y la deformación y entre la velocidad de choque  $U_s$  y la velocidad de las partículas  $u_p$ . El diagrama muestra la caída de las velocidades de fase entre 50 y 300 m/s lo cual está asociado con la compactación dinámica de los poros del hormigón. Las ondas de compresión de mayor amplitud anularán este importante mecanismo de disipación de energía resultando en un aumento de pendiente y acumulación de ondas de choque. Cuando  $U_s$  sobrepasa la velocidad de las ondas acústicas ocurren violentos choques. Para la descripción de estos fenómenos se requieren ecuaciones de estado no lineales como la  $p$ - $\alpha$ .

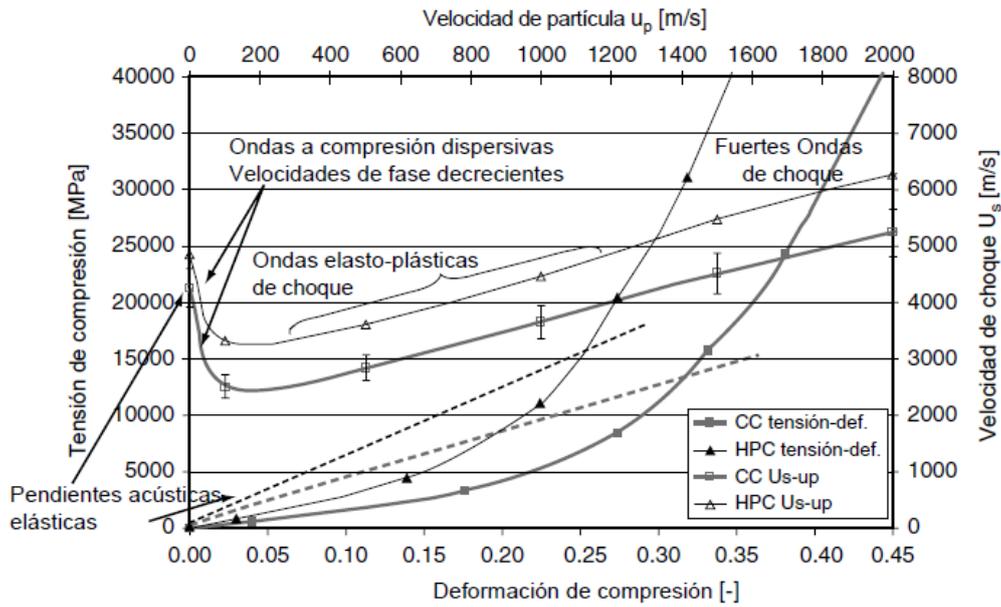


Figura 3.15 – Hormigón convencional y hormigón de alto desempeño (Riedel et al, 2010)

Se define la función de compactación

$$\alpha(p) = \frac{V}{V_s} \quad (3.43)$$

donde  $V_s$  es el volumen específico del material sólido.

La ecuación de estado  $p$ - $\alpha$  se obtiene a partir de una extensión, a través de la función  $\alpha(p)$ , de la ecuación de estado de un material sólido (totalmente compactado)  $p=f(V,e)$ , en donde se reemplaza el volumen específico  $V$  por  $\frac{V}{\alpha(p)} = V_s$  lo cual equivale a decir que la ecuación de estado se aplica a la parte sólida del material.

$$p = f\left(\frac{V}{\alpha(p)}, e\right) \quad (3.44)$$

Esta expresión original luego fue modificada por [Carroll & Holt \(1972\)](#), quienes encontraron un mejor ajuste con los resultados experimentales con:

$$p = \frac{1}{\alpha(p)} f\left(\frac{V}{\alpha(p)}, e\right) \quad (3.45)$$

Con el objeto de asegurar que el proceso de compactación comience en  $p_{HEL}$  y termine en

$p_{comp}$  (presión para una compactación total), la función  $\alpha(p)$  debe cumplir dos condiciones:

Debe valer  $\alpha(p) = \rho_{solid} / \rho_{crush}$  para una presión  $p = p_{HEL}$ , y debe valer 1 cuando  $p = p_{comp}$ .

Donde  $\rho_{solid}$  y  $p_{comp}$  son la densidad y la presión hidrostática correspondientes al material en estado sólido (totalmente compactado), y  $\rho_{crush}$  y  $p_{HEL}$  son la densidad y la presión hidrostática en el límite elástico hidrostático (HEL). (Ver [figura 3.14](#))

En consecuencia,

$$\alpha(p) = 1 + (\alpha_p - 1) \left( \frac{p_{comp} - p}{p_{comp} - p_{HEL}} \right)^N \quad (3.46)$$

donde el exponente  $N$  determina la forma de la curva.

Si bien, en teoría es posible utilizar cualquier formulación matemática para  $p = f(V, e)$ , una expresión bastante acertada, en cuanto al ajuste con resultados experimentales, está dada por la función de forma polinómica,

$$\begin{aligned} p &= A_1 \mu + A_1 \mu^2 + A_1 \mu^3 + (B_0 + B_1 \mu) \rho_0 e & p \geq 0 \\ p &= T_1 \mu + T_2 \mu^2 + B_0 \rho_0 e & p < 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

donde  $A_i$ ,  $B_i$  y  $T_i$  son coeficientes y

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 = \frac{V_0}{V} - 1 \quad (3.48)$$

donde  $\rho_0$  y  $V_0$  son los valores iniciales de densidad y volumen específico, respectivamente.

La ecuación polinómica es una forma general para la EoS de Mie Gruneisen, y surge de adoptar:

$$\Gamma(V) = \frac{B_0 + B_1 \mu}{1 + \mu} \quad (3.49)$$

En el trabajo de [Gebben y Hartmann \(2010\)](#), descrito en la sección 3.5.7, puede encontrarse una descripción de las ecuaciones de estado para materiales porosos, así como una novedosa metodología para definir la ecuación de estado a partir de parámetros materiales, aplicando la teoría de mezclas.

### 3.5.4 Modelos de resistencia

Para determinar la parte desviadora de la respuesta del material es necesario definir un modelo de resistencia. En los siguientes apartados se describen algunos de los modelos de resistencia más utilizados que se encuentran disponibles en los programas comerciales como LS-DYNA y AUTODYN (ANSYS, 2009). En el trabajo de Tu y Lu (2009) puede encontrarse, además, una descripción de otros modelos para materiales granulares. En las secciones siguientes sólo serán detallados los modelos que permiten simular el comportamiento del hormigón con estados de confinamiento elevado y, en algunos casos, altas velocidades de deformación. Adicionalmente se presenta un modelo reciente para hormigón propuesto por Hartmann et al (2010), el cual no está disponible aún en los hidrocódigos comerciales.

#### 3.5.4.1 Modelo de endurecimiento cinemático con cierre (cap)

Este modelo está incluido en la librería de materiales del módulo LS-DYNA en ANSYS (2009). La implementación de este modelo extendido de cierre (cap) con dos invariantes, está basada en las formulaciones de Simo et al. (1988) y Sandler & Rubin (1979). En este modelo, se realiza una extensión de la teoría de cap con dos invariantes para incluir endurecimiento cinemático no lineal.

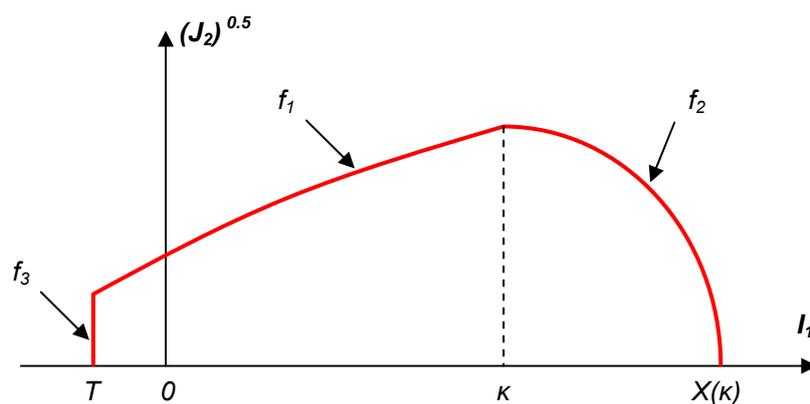


Figura 3.16 – Superficies utilizadas en el modelo de endurecimiento cinemático con cap

El modelo adopta tres superficies incluyendo una superficie envolvente de falla ( $f_1$ ), una superficie de cierre (cap) ( $f_2$ ), y una superficie de corte (cutoff) ( $f_3$ ), como se muestra en la figura 3.16.

La superficie de falla está definida como:

$$f_1 = \sqrt{3 J_2} - \min[F_e(I_1), T_{mises}] \quad (3.50)$$

donde

$$F_e(I_1) = \alpha - \gamma e^{(-\beta I_1)} + \theta I_1 \quad (3.51)$$

$$T_{mises} \equiv |X(\kappa) - L(\kappa)| \quad (3.52)$$

En la ecuación (3.51),  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , y  $\theta$ , son parámetros constantes que deben determinarse a partir de ensayos experimentales. En la ecuación (3.52),  $X(\kappa)$  indica la intersección de la superficie de cierre (cap) con el eje  $I_1$ .

$$X(\kappa) = \kappa + R F_e(I_1) \quad (3.53)$$

donde  $R$  es un parámetro de proporcionalidad, y  $L(\kappa)$  se determina como:

$$L(\kappa) = \langle \kappa \rangle = \begin{cases} \kappa & \kappa > 0 \\ 0 & \kappa \leq 0 \end{cases} \quad (3.54)$$

El parámetro  $\kappa$  controla el proceso de endurecimiento y está relacionado con la deformación volumétrica plástica  $\varepsilon_v^p$  a través de la siguiente ley de endurecimiento:

$$\varepsilon_v^p = W \left\{ 1 - e^{[-D(X(\kappa) - X_0)]} \right\} \quad (3.55)$$

$\kappa$  puede interpretarse geoméricamente como el valor de  $I_1$  donde la superficie cap intersecta a la superficie de falla (ver [figura 3.16](#)),  $X_0$  es el valor inicial de  $X(\kappa)$ ,  $D$  y  $W$  son parámetros que deben calibrarse en función de datos experimentales. Cabe aclarar que la superficie de falla permanece fija y no endurece a menos que exista endurecimiento cinemático.

La superficie de cierre (cap) se define como:

$$f_2 = \sqrt{3 J_2} - F_c(I_1, \kappa) \quad (3.56)$$

$$\text{con} \quad F_c(I_1, \kappa) \equiv \frac{1}{R} \sqrt{[X(\kappa) - L(\kappa)]^2 - [I_1 - L(\kappa)]^2} \quad (3.57)$$

La tercera superficie ( $f_3$ ) es una superficie de corte a tracción, y está dada por:

$$f_3 = T - I_1 \quad (3.58)$$

donde  $T$  es un parámetro material definido en función de valores experimentales, que determina la máxima tensión de tracción hidrostática que puede resistir el material.

Con la definición de las superficies anteriores, el modelo utiliza un criterio de flujo asociado y la regla de [Koiter \(1953\)](#) en las intersecciones de las superficies para describir el flujo plástico del material. Esta metodología permite controlar la magnitud de la dilatación producida por las fuerzas de corte, mientras que en otros modelos, la dilatación por corte crece libremente con la tensión cortante, lo cual puede producir una dilatación mayor que la observada experimentalmente.

Una de las mayores limitaciones del modelo es que la formulación de las superficies de falla genera una sección transversal circular en el plano desviador, mientras que los datos experimentales indican que para materiales frágiles, la forma de la sección en el plano desviador es triangular para presiones bajas y solo se aproxima a la sección circular para estados de altas presiones. Esto puede causar un comportamiento irreal cuando el modelo se utiliza en condiciones de carga complejas. Adicionalmente, el modelo *cap* no es capaz de predecir adecuadamente el ablandamiento del hormigón y tampoco puede representar satisfactoriamente la reducción en la dilatación por efecto del confinamiento debido a la utilización de un flujo asociado ([Yonten et al, 2005](#)).

#### 3.5.4.2 Modelo K&C (Concrete damage model) (Malvar et al, 2000)

Este modelo fue desarrollado por [Malvar et al \(1994, 1996, 1997, 2000\)](#) e implementado en el programa DYNA3D ([Whirley y Hallquist, 1991](#)). Actualmente, el modelo está disponible en el módulo LS-DYNA del programa [ANSYS \(2009\)](#).

Además de su amplitud en cuanto a la cobertura de factores de importancia en los comportamientos dinámicos del hormigón, en las últimas versiones del modelo, se han tratado satisfactoriamente distintos temas pendientes ([Noble et al, 2005](#)).

El modelo K&C define tres superficies independientes de resistencia: la superficie de fluencia inicial, una superficie de falla máxima y una superficie residual. En su formulación

considera los tres invariantes de tensión ( $I_1$ ,  $J_2$  y  $J_3$ ). La superficie de carga luego de producida la fluencia y la superficie post-falla se definen por interpolación entre las respectivas superficies. El comportamiento no lineal está controlado por un factor de escala definido por una función de daño, la cual toma diferentes formas para tracción y compresión. En el trabajo de [Noble et al \(2005\)](#) puede encontrarse una descripción detallada de la formulación del modelo, así como una guía para la obtención de los parámetros necesarios para su calibración.

Las superficies de carga están expresadas en forma general como:

$$Y = \sqrt{3 J_2} = f(p, J_2, J_3) \quad (3.59)$$

donde  $Y$  es la diferencia de tensiones principales y  $p$  es la presión hidrostática.

$$f(p, J_2, J_3) = Y^c \cdot R_3(\theta') \quad (3.60)$$

donde  $Y^c$  representa la curva que forma la superficie en el meridiano de compresión y  $R_3(\theta')$  describe la variación de la resistencia en el plano octaédrico y se define a través de la ecuación (3.5), en forma idéntica al modelo Extendido de Leon descrito en la sección 3.4.2.

Las superficies de fluencia inicial  $Y_{elast}$ , la superficie de falla o resistencia máxima  $Y_{máx}$  y la superficie de resistencia residual  $Y_{res}$  se definen como:

$$Y_{elast} = a_{0y} + \frac{p}{a_{1y} + a_{2y} p} \quad (3.61)$$

$$Y_{máx} = a_0 + \frac{p}{a_1 + a_2 p} \quad (3.62)$$

$$Y_{res} = a_{0f} + \frac{p}{a_{1f} + a_{2f} p} \quad (3.63)$$

donde los ocho parámetros  $a_{0y}$ ,  $a_{1y}$ ,  $a_{2y}$ ,  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_{0f}$ ,  $a_{1f}$ , y  $a_{2f}$  deben determinarse a partir de una serie adecuada de datos experimentales.

La superficie de falla puede considerarse dependiente de la velocidad de deformación a través de factores de amplificación dinámicos a tracción y compresión, de la siguiente forma:

$$Y_{m\acute{a}x}^d = r_f \cdot Y_{m\acute{a}x} \quad (3.64)$$

donde  $r_f$  es el factor de amplificación correspondiente para estados de tracción  $\left(p < \frac{f_t}{3}\right)$  y compresión  $\left(p > \frac{f'_c}{3}\right)$ , donde  $f_t$  y  $f'_c$  son las resistencias cuasiestáticas a tracción y compresión uniaxial, respectivamente. Los valores de  $r_f$  se consideran en el modelo a través de una tabla de valores, en la cual se ingresan los factores de amplificación para distintas velocidades de deformación. Los valores intermedios se obtienen por interpolación.

Con la especificación de las tres superficies de resistencia, las superficies de carga que representan el endurecimiento en deformación luego de la fluencia se definen como:

$$Y_L = \eta Y_{m\acute{a}x} + (1 - \eta)Y_{elast} \quad (3.65)$$

Las superficies post-falla, denotadas por  $Y_{pf}$  se definen en forma similar, interpolando entre la superficie de resistencia máxima y la superficie residual:

$$Y_{pf} = \eta Y_{m\acute{a}x} + (1 - \eta)Y_{res} \quad (3.66)$$

La variable  $\eta$  que aparece en las ecuaciones (3.65) y (3.66) se denomina factor de escala de fluencia y se determina a través de la función de daño  $\lambda$

$$\lambda = \begin{cases} \int_0^{\bar{\epsilon}_p} \frac{d\bar{\epsilon}_p}{(1 + p/f_t)^{b_1}} & p \geq 0 \\ \int_0^{\bar{\epsilon}_p} \frac{d\bar{\epsilon}_p}{(1 + p/f_t)^{b_2}} & p < 0 \end{cases} \quad (3.67)$$

donde  $f_t$  es la resistencia a tracción cuasi-estática,  $d\bar{\epsilon}_p$  es el incremento de deformación plástica efectiva,  $d\bar{\epsilon}_p = \sqrt{\frac{2}{3} d\epsilon_{ij}^p d\epsilon_{ij}^p}$ , con  $d\epsilon_{ij}^p$  tensor incremental de deformación plástica,  $b_1$  y  $b_2$  son parámetros predefinidos que controlan el proceso de daño.

Es de destacar que la función de daño tiene diferentes definiciones para compresión ( $p \geq 0$ ) y tracción ( $p < 0$ ) a fin de considerar las distintas evoluciones del daño en cada caso. La evolución del factor de escala de fluencia  $\eta$  sigue una tendencia general: varía entre 0 y 1

cuando el estado de tensiones avanza desde la superficie de falla hasta la superficie residual.

En la práctica, la función  $\eta(\lambda)$  se considera como una curva compuesta por tramos lineales (piece-wise linear curve) y cuyos puntos de control deben estar predefinidos. Esta función es un factor crucial en la forma general de la rama de ablandamiento.

De acuerdo al trabajo de [Noble et al \(2005\)](#) algunos parámetros necesarios en la calibración del modelo dependen del tamaño de malla utilizado en la modelación.

[Crawford y Magallanes \(2011\)](#) presentan resultados obtenidos con el modelo K&C en ensayos de compresión uniaxial y triaxial, con presiones de confinamiento hasta 400 MPa. El modelo presenta buenos resultados en el caso uniaxial, sin embargo para los casos de compresión triaxial se observan algunas diferencias respecto de los datos experimentales. Para presiones de confinamiento elevadas (mayores a 100 MPa), la tensión máxima alcanzada en los resultados numéricos es inferior a los valores experimentales.

### 3.5.4.3 Modelo JH (Johnson & Holmquist, 1994)

El modelo JH considera al material como elástico lineal hasta que alcanza un cierto criterio de falla. El daño se acumula hasta el instante de falla total y luego el material presenta un estado residual.

Las superficies de resistencia post-falla se calculan reduciendo el valor de la cohesión de la superficie de falla inicial.

La superficie de falla inicial se define como:

$$\begin{aligned}
 Y &= f_c \left[ A + B \left( \frac{p}{f_c} \right)^N \right] (1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) & Y > SMAX \\
 Y &= SMAX & Y \leq SMAX
 \end{aligned}
 \tag{3.68}$$

donde  $Y = \sqrt{3J_2}$  y  $p = \frac{I_1}{3}$  es la presión hidrostática,  $I_1$  es el primer invariante del tensor de tensiones,  $J_2$  es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones y  $f_c$  la resistencia a compresión uniaxial del hormigón,  $\dot{\epsilon}^*$  es la velocidad de deformación plástica normalizada respecto de una velocidad de deformación de referencia, la cual es igual a  $1 \text{ s}^{-1}$ .  $A$ ,  $B$ ,  $N$  y  $C$  son constantes materiales y  $SMAX$  es la resistencia máxima.

El modelo JH es independiente del tercer invariante  $J_3$ , lo cual implica una limitación del modelo en relación a la capacidad de representar adecuadamente el estado tensional en el plano octaédrico.

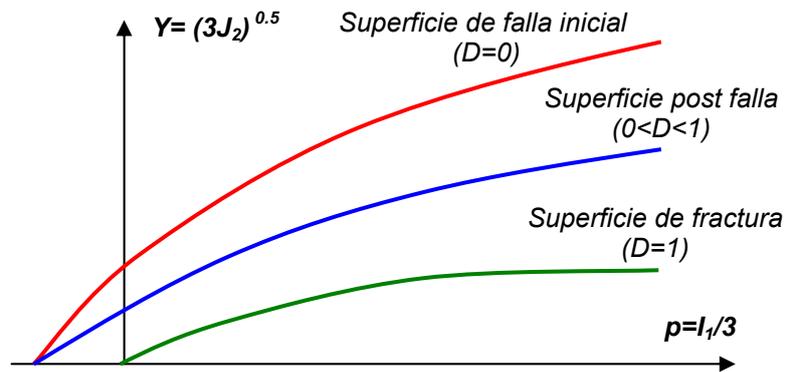


Figura 3.17 – Superficies de resistencia en el modelo JH

Las superficies de carga post-falla  $Y_{pf}$  se obtienen con la siguiente expresión:

$$Y_{pf} = f_c \left[ A(1-D) + B \left( \frac{p}{f_c} \right)^N \right] (1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) \quad (3.69)$$

donde  $D$  es un índice que representa el daño del material en un rango entre 0 y 1:

$$D = \int_0^{\epsilon_p} \frac{d\epsilon_p}{\epsilon_p^f \left( \frac{p}{f_c} \right)} \quad (3.70)$$

y  $d\epsilon_p = d\bar{\epsilon}_p + d\mu_p$ , con  $d\bar{\epsilon}_p$  igual al incremento de deformación plástica equivalente y  $d\mu_p$  el incremento de deformación plástica volumétrica.

Las distintas superficies de carga están representadas esquemáticamente en la [figura 3.17](#).

La inclusión de la deformación plástica volumétrica permite reflejar la pérdida de cohesión del hormigón durante el proceso de compactación, contribuyendo al daño global.

$\varepsilon_p^f\left(\frac{p}{f_c}\right)$  es la deformación plástica de fractura dependiente de la presión y está definida como:

$$\varepsilon_p^f\left(\frac{p}{f_c}\right) = \frac{c_1}{f_c} (p + f_t)^{c_2} \quad \text{para } \varepsilon_p^f \geq \varepsilon_{p-min}^f \quad (3.71)$$

$$\varepsilon_p^f\left(\frac{p}{f_c}\right) = \varepsilon_{p-min}^f \quad \text{para } \varepsilon_p^f < \varepsilon_{p-min}^f \quad (3.72)$$

donde  $f_t$  es la resistencia a tracción uniaxial del hormigón. Las constantes  $c_1$  y  $c_2$  son parámetros materiales de daño que deben calibrarse a partir de datos experimentales.

La consideración de un valor de corte (cutoff) tan simple ( $\varepsilon_p^f$ ) para la deformación de fractura podría ser discutible. La intención original de utilizar  $\varepsilon_p^f$  fue la de prevenir que el hormigón se fracture para una onda de tracción de baja magnitud. Sin embargo, puede ser muy difícil determinar un valor tal para  $\varepsilon_p^f$  que permita representar adecuadamente el comportamiento del hormigón para presiones inferiores a  $f_c/3$ . En este sentido, debería existir una diferenciación entre las deformaciones de fractura a tracción y a compresión (Tu y Lu, 2009).

Como puede observarse en la ecuación (3.68), el efecto de la velocidad de deformación en la resistencia del material se modela expandiendo la superficie de resistencia con el factor  $(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*)$  para un mismo valor de presión. Esta forma de incremento para la resistencia, sin embargo, dificulta en cierta manera la determinación de la constante  $C$ , ya que los datos experimentales de incremento de resistencia habitualmente corresponden a un camino de carga en sentido radial, es decir, para un valor de  $p$  variable. Además, en este modelo, el incremento de resistencia por la velocidad de deformación es el mismo para tracción y para compresión. Los resultados experimentales presentados en el capítulo 2 permiten comprobar la notable diferencia de la amplificación dinámica entre compresión y tracción.

El modelo JH ha sido utilizado por Owen et al (2007) en la simulación de elementos cerámicos sometidos a impacto. El modelo presenta una importante variabilidad en la profundidad de penetración en función del valor adoptado para el parámetro  $c_1$  en la ecuación (3.71). Asimismo, de acuerdo a los autores, es necesario realizar numerosos procesos de

remallado a fin de obtener una respuesta adecuada.

### 3.5.4.4 Modelo GR (Gebbeken & Ruppert, 2000)

El modelo GR es una extensión del modelo JH con varias mejoras y algunas características adicionales. Una de las mejoras es la inclusión del tercer invariante en la definición de las superficies de carga. En consecuencia, se emplea una expresión diferente para la superficie de fluencia:

$$\frac{\sqrt{2J_2}}{f_c \sqrt{3}} = a \left[ \frac{b - \left(\frac{p}{f_c}\right)}{c - \left(\frac{p}{f_c}\right)} \right]^d \quad (3.73)$$

donde  $p=I_1/3$  es la presión hidrostática,  $f_c$  es la resistencia a compresión uniaxial,  $b$  representa la tensión límite de tracción hidrostática,  $a$  denota el límite superior para  $J_2$  cuando la presión hidrostática tiende a un valor infinito,  $d$  es un parámetro de ajuste que permite controlar la forma de la superficie de fluencia, y  $c$  es una variable que incluye la influencia del tercer invariante:

$$c = r_t \left[ \cos\left(\frac{3}{2}\theta'\right) \right]^{1.5} + r_c \left[ \sin\left(\frac{3}{2}\theta'\right) \right]^{2.0} \quad (3.74)$$

donde  $\theta'$  es el ángulo de Lode y  $r_t$  y  $r_c$  son los radios octaédricos de tracción y de compresión, respectivamente. El ángulo  $\theta'$  es igual a cero para el meridiano de tracción, y vale  $\pi/6$  para el meridiano de compresión.

La definición de la superficie de fluencia, dada por la ecuación (3.73), permite una determinación más directa de los parámetros involucrados. Además, las superficies de fluencia son suaves a lo largo de todo el rango de presiones, lo cual representa un gran contraste respecto del corte plano abrupto en el modelo JH, el cual produce que la función no sea derivable en la intersección.

El incremento de resistencia por la velocidad de deformación es reformulado de forma tal que puede tenerse en cuenta el daño material, mientras que la magnitud de este factor de

incremento está limitada para altas velocidades de deformación. A tal fin, se emplea una función hiperbólica:

$$DIF = f_c^{din} / f_c = W_y \left\{ \tanh \left[ 0.4 \left( \log \dot{\epsilon}^* - 2.0 \right) \right] \left( \frac{F_m}{W_y} - 1.0 \right) + 1.0 \right\} \quad (3.75)$$

donde  $F_m$  es el valor límite para el factor de incremento dinámico cuando la velocidad de deformación tiende a infinito, y las variables  $F_m$  y  $W_y$  son funciones del índice de daño  $D$ . Un estudio estadístico indica que  $F_m$  toma un valor de 3.40 para el material no dañado y de 3.20 para el material totalmente fracturado, mientras que  $W_y$  varía entre 2.20 y 1.83 (Tu y Lu, 2009).

En el modelo GR, el daño del hormigón debido a la compactación volumétrica ( $D_2$ ) se define en términos de la deformación volumétrica total  $\mu_{por}$  como:

$$D_2 = \int_0^{\mu_{por}(t)} \gamma \left( \mu_{por}(t) / \mu_{gran} \right)^{\gamma-1} \frac{d\mu_{por}(t)}{\mu_{gran}} \quad (3.76)$$

donde  $\mu_{gran}$  y  $\mu_{por}$  son las deformaciones volumétricas correspondientes al material granular totalmente compactado y al material poroso actual, respectivamente.  $\gamma$  es un parámetro material independiente. El daño global  $D$  es una combinación de  $D_1$  y  $D_2$ :

$$D = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} \leq 1.0 \quad (3.77)$$

y  $D_1$  se determina en forma idéntica que en el modelo JH, a través de la ecuación (3.69), con  $d\epsilon_p = d\bar{\epsilon}_p$ , donde  $d\bar{\epsilon}_p$  es el incremento de deformación plástica efectiva.

A partir del parámetro de daño  $D$  se calculan los parámetros  $a$  y  $b$  de la ecuación (3.72) como:

$$a = (1-D)a_0 + D a_1 \quad ; \quad b = (1-D)b_0 + D b_1 \quad (3.78)$$

Los subíndices 0 y 1, en los parámetros  $a$  y  $b$ , se refieren al material sin daño y totalmente dañado, respectivamente.

Gebbeken y Ruppert (2000) presentan la comparación de resultados numéricos y experimentales en el ensayo de una placa de hormigón sometida a una explosión de contacto. Se observa una respuesta favorable del modelo en cuanto al modo de falla y los estados de

tensión observados en la placa. Los autores observan, además, la necesidad de profundizar en el estudio de los criterios límite adoptados para el comportamiento a tracción.

### 3.5.4.5 Modelo HPG (Hartmann, Pietzsch & Gebbeken, 2010)

El modelo HPG combina enfoques existentes de diferentes modelos materiales con nuevas propuestas para el incremento de resistencia dinámico, el daño y degradación del material. El modelo está basado en el comportamiento estático del material y extendido al rango dinámico. Se describen las formulaciones para la superficie de fluencia, el endurecimiento plástico y la dependencia a la velocidad, daño y degradación. Este modelo está validado con ensayos de explosión de contacto y ensayos de impacto con proyectiles de grueso calibre.

La formulación de la superficie de rotura (estática)  $Y_{m\acute{a}x}$  en el espacio de tensiones parte del conocimiento de la resistencias uniaxiales a compresión  $f_c$ , a tracción  $f_t$  y a corte  $f_s$ . Estos estados de tensión característicos se ubican en distintos meridianos de la superficie de rotura. Con el objeto de proyectar los estados tensionales sobre el meridiano curvo, es necesario describir la formulación de la superficie en el plano desviador. Para el modelo se aplica la función  $R_3(\theta')$  desarrollada por [Willam y Warnke \(1975\)](#) dada por la ecuación (3.5).

El meridiano de compresión ( $\theta'=60^\circ$ ) de la superficie de rotura está definido por una función potencial como:

$$Y_{m\acute{a}x}^{\theta'=60^\circ} = \left( A_{trans} + M p^{*E} \right) f_c \quad (3.79)$$

donde  $p^*$  representa la presión hidrostática normalizada respecto de la resistencia a compresión uniaxial  $f_c$ . Esta normalización se realiza a fin de obtener los parámetros  $M$  y  $E$  de una amplia serie de datos experimentales para hormigones de distintas resistencias.

El parámetro  $A_{trans}$  puede determinarse con la siguiente expresión:

$$A_{trans} = 1 - M \left( \frac{1}{3} \right)^E \quad (3.80)$$

Esta condición permite obtener la resistencia a compresión uniaxial para  $p = 1/3 f_c$

Sin embargo, la ecuación (3.79) representa con poca precisión los resultados

experimentales para bajas presiones ( $p < 1/3 f_c$ ). A fin de superar esta limitación, el modelo incorpora una formulación por tramos lineales (piecewise) en este rango de presiones.

Finalmente, la superficie de fluencia en el plano desviador se obtiene como:

$$Y_{m\acute{a}x} = Y_{m\acute{a}x}^{\theta'=60^\circ} R_3(\theta') \quad (3.81)$$

La sensibilidad a la velocidad de deformación se tiene en cuenta a través de una amplificación dinámica de la superficie de fluencia, mediante factores de incremento dinámico (DIF) para compresión y tracción. En términos de la mecánica de continuo, la forma correcta de realizar la amplificación de la superficie de fluencia es en forma radial, al igual que en el modelo K&C (Malvar et al, 1997). El modelo HPG considera una amplificación radial, multiplicando la resistencia uniaxial  $f_c$  en la ecuación (3.78) por la función de amplificación dinámica (DIF) correspondiente.

En este modelo se proponen nuevas expresiones para los DIF, con el fin de alcanzar un mejor ajuste con los resultados experimentales. El DIF a compresión se define como:

$$CDIF = \frac{f_{c,din}}{f_{c,est}} = 0.5 \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{0.13} + 0.90 \quad \text{con } \dot{\epsilon}_0 = 1s^{-1} \quad (3.82)$$

En el caso de la resistencia a tracción, el incremento es mayor al caso de compresión. La resistencia dinámica a tracción puede ser hasta 8 veces la resistencia estática. En el modelo, este comportamiento se define con dos funciones logarítmicas lineales por tramos:

$$TDIF = \frac{f_{t,din}}{f_{t,est}} = 0.13 \log \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) + 1.78 \quad \text{con } \dot{\epsilon} \leq 2s^{-1} \quad (3.83)$$

$$TDIF = \frac{f_{t,din}}{f_{t,est}} = 1.45 \ln \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] + 0.23 \quad \text{con } \dot{\epsilon} > 2s^{-1} \quad (3.84)$$

donde  $\dot{\epsilon}_0 = 1s^{-1}$ , es el valor de la velocidad de deformación de referencia.

El modelo HPG considera el endurecimiento por deformación (plástica) cuando las tensiones superan el límite elástico, definido a través de una superficie de umbral de fluencia  $Y_{el}$ . Cuando esto ocurre, se producen las deformaciones plásticas y la superficie de límite elástico se agranda hasta coincidir con la superficie de rotura  $Y_{max}$ . Luego, a medida que se

incrementa la carga, se produce daño y ablandamiento.

El endurecimiento (agrandamiento) de la superficie de límite elástico está controlado por un factor  $f_{hard}$  que representa el máximo cociente entre la tensión efectiva  $\sigma_{ef}(t)$  y la tensión efectiva máxima (de rotura)  $\sigma_{ef}^{max}(t)$ , para el tiempo  $t$ .

$$f_{hard} = \max \left[ \frac{\sigma_{ef}(t)}{\sigma_{ef}^{max}(t)} \right] \quad \text{con} \quad \frac{2}{3} \leq f_{hard} \leq 1 \quad (3.85)$$

De esta forma, la superficie de límite elástico se define como:

$$Y_{el} = f_{hard} Y_{max} \quad (3.86)$$

Para el cálculo de las deformaciones plásticas durante el proceso de endurecimiento se utiliza flujo asociado, para presiones bajas, y el criterio de von Mises para presiones elevadas. Esto se debe a que, para presiones hidrostáticas bajas ( $p < fc / 3$ ), y especialmente para el caso de tracción hidrostática, el criterio de von Mises puede conducir a errores significativos. De acuerdo a [Hartmann et al \(2010\)](#), la dirección del flujo plástico en el plano desviador no tiene mucha influencia en los resultados numéricos.

Respecto al proceso de daño, el modelo HPG tiene una formulación separada para el daño debido al corte  $D_{shear}$  y el daño debido a la compactación volumétrica  $D_{comp}$ . Además, la formulación tiene las siguientes características: a) Comportamiento diferente a fractura para estados de compresión y tracción. b) Incremento de la ductilidad a tracción debido a cargas de pre-compresión.

El daño por corte está basado en el modelo de [Johnson y Holmquist \(1994\)](#) el cual considera un valor límite de deformación plástica. Este valor límite depende de la presión hidrostática, de la velocidad de deformación y de la carga de pre-compresión.

El daño por compactación sigue la propuesta de Ruppert ([Gebbeken y Ruppert, 2000](#)), y se determina como el cociente entre la densidad máxima actual del material y la densidad del hormigón totalmente compactado.

Estos dos índices de daño se combinan en un sólo índice  $D$ .

El modelo ha sido utilizado en la simulación de ensayos de explosión en contacto sobre

placas cuadradas de hormigón de 2m de lado y espesores entre 20 y 45 cm, y de un ensayo de impacto de alta velocidad en cilindros de hormigón de 1.83m de diámetro y 1.22m de largo. A partir de la comparación entre resultados numéricos y experimentales, para el ensayo de explosión sobre placas, se observa una buena respuesta en la predicción del diámetro del cráter formado en la cara en contacto con la explosión. En cuanto a la simulación de la zona de desprendimiento (spalling) en la cara opuesta, los autores indican que el modelo permite predecir favorablemente el diámetro de la misma, sin embargo se observan diferencias importantes en la determinación de la profundidad de dicha zona.

En los ensayos de impacto, se observa que el modelo presenta una adecuada predicción de la profundidad de penetración para velocidades de impacto inferiores a 314 m/s. Sin embargo, para velocidades superiores se observan diferencias superiores al 12% respecto de los resultados experimentales.

#### 3.5.4.6 Modelo RHT (Riedel, Hiermaier & Thoma, 1999)

El modelo RHT surge como un mejoramiento del modelo JH (descrito en la sección 3.5.4.3) con la introducción de varias características nuevas. En este modelo, se consideran el endurecimiento de deformación y la dependencia del tercer invariante. Se incorpora una superficie de resistencia residual independiente para simular el ablandamiento del material y la resistencia a tracción hidrostática se considera dependiente de la velocidad de deformación.

En la [figura 3.18](#) se muestra esquemáticamente la forma de las distintas superficies de resistencia en el modelo RHT: la superficie de falla o resistencia máxima  $Y_{m\acute{a}x}$ , la superficie de fluencia inicial o límite elástico  $Y_{elast}$ , y la superficie de resistencia residual  $Y_{res}$ .

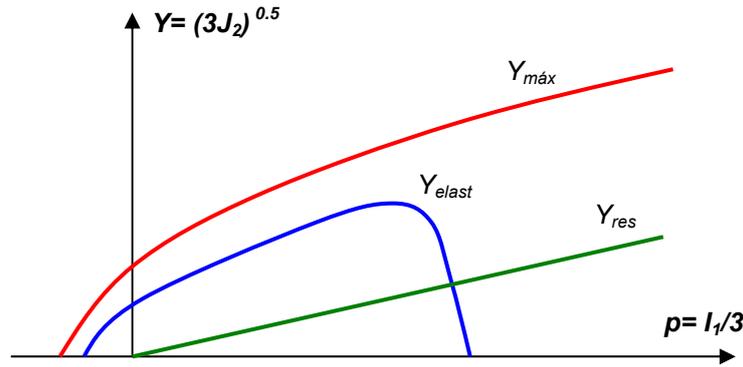


Figura 3.18 – Superficies de resistencia en el modelo RHT

La superficie de resistencia máxima se define como:

$$Y_{m\acute{a}x} = \sqrt{3J_2} = f_c A \left( \frac{I_1}{3f_c} - \frac{f_t}{f_c} F_{rate}(\dot{\epsilon}) \right)^N F_{rate}(\dot{\epsilon}) R_3(\theta') \quad (3.87)$$

donde  $f_c$  es la resistencia a compresión uniaxial;  $A$  y  $N$  son parámetros materiales constantes;  $f_t$  es la resistencia a tracción uniaxial;  $F_{rate}(\dot{\epsilon})$  representa el factor de incremento dinámico (DIF) como una función de la velocidad de deformación  $\dot{\epsilon}$ .

La función  $R_3(\theta')$  permite definir la forma de la superficie en el plano octaédrico, a través del ángulo de Lode  $\theta'$  y puede evaluarse en forma idéntica al modelo K&C a partir de la ecuación (3.5). Adicionalmente, el modelo RHT considera una modificación en la relación entre radios octaédricos a tracción y compresión  $\psi = \frac{r_t}{r_c}$ , a fin de considerar la variación en la forma de la superficie de fluencia en el plano desviador para distintos niveles de presión hidrostática. A tal efecto, esta relación se redefine en función del primer invariante del tensor de tensiones como:

$$\psi = \frac{r_{t0}}{r_{c0}} + 0.0105 \cdot \frac{I_1}{3} \quad \text{y} \quad 0,5 \leq \psi \leq 1 \quad (3.88)$$

donde  $r_{t0}$  y  $r_{c0}$  son los radios octaédricos a tracción y compresión, respectivamente, para  $I_1=0$ .

La [figura 3.9](#) muestra la forma típica de superficie de fluencia en el plano desviador. En el

hormigón se puede observar que la intersección de la superficie de resistencia máxima con el plano desviador pasa de una forma triangular para bajas presiones (material frágil) a una forma circular para altas presiones (material dúctil) (Tu y Lu, 2009).

Como se observa en la ecuación (3.87), el modelo RHT considera la dependencia de la velocidad de deformación a través de una doble amplificación dinámica a través del factor  $F_{rate}(\dot{\epsilon})$ . La metodología de incremento dinámico adoptada por el modelo puede describirse de la siguiente forma: La resistencia a tracción hidrostática (o presión de cutoff a tracción) primero se incrementa con un factor igual al DIF para convertirse en  $F_{rate}f_t$ , y la superficie de falla entonces migra a lo largo del eje hidrostático de presiones hasta este nuevo valor de presión de corte (“cutoff”) de tracción, y finalmente la superficie de falla desplazada se expande con un factor  $F_{rate}$ .

Matemáticamente, considerando la superficie de falla original  $Y_{orig}$  sin incremento dinámico ( $F_{rate} = 1$ ), definida como:

$$Y_{orig} = f_c A \left( \frac{I_1}{3f_c} - \frac{f_t}{f_c} \right)^N R_3(\theta) \quad (3.89)$$

el proceso de incremento debido a la velocidad de deformación puede expresarse como:

$$Y_{m\acute{a}x}(I_1, \theta, \dot{\epsilon}) = F_{rate}^{N+1} Y_{orig} \quad (3.90)$$

De la ecuación (3.90) puede observarse que el método de incremento de resistencia utilizado en el modelo RHT es diferente al enfoque más racional de incremento radial implementado en el modelo K&C (Concrete Damage Model). El método de incremento radial usa la siguiente expresión:

$$Y_{m\acute{a}x}(I_1, \theta, \dot{\epsilon}) = F_{rate} Y_{orig} \quad (3.91)$$

Comparando ambas expresiones, dado un mismo factor  $F_{rate}$ , el efecto de la velocidad de deformación en el modelo RHT está sobreestimado por un factor en el orden de  $F_{rate}^N$ . Esto puede representar un problema en la simulación de procesos dinámicos que involucren altas velocidades de deformación.

En el modelo RHT, se incorpora una superficie de resistencia elástica para tener en cuenta

el endurecimiento del material. Esta superficie se obtiene escalando la superficie de falla en la dirección radial:

$$Y_{elast} = Y_{m\acute{a}x} F_{elast} F_{cap}(p) \quad (3.92)$$

donde el factor de escala  $F_{elast}$  es la relación entre la resistencia elástica y la resistencia de falla a lo largo de un camino radial a tracción  $f_t^{elast}$  o compresión  $f_c^{elast}$ , según corresponda.

$$F_{elast} = \begin{cases} \frac{f_t^{elast}}{f_t} & p < f_t/3 \\ \frac{f_c^{elast}}{f_c} & p > f_c/3 \end{cases} \quad (3.93)$$

El hormigón inicia el comportamiento inelástico bajo compresión para aproximadamente un 30-50% y en tracción para un 50-80% de las respectivas resistencias máximas. Se puede considerar que, para valores intermedios de presión ( $f_t/3 < p < f_c/3$ ),  $F_{elast}$  varía linealmente entre los valores asociados a tracción y compresión uniaxial.

La función  $F_{cap}$  permite cerrar la superficie de fluencia sobre el eje hidrostático para altas presiones, y está definida como:

$$F_{cap} = \begin{cases} 1 & p \leq p_u \\ \sqrt{1 - \left(\frac{p - p_u}{p_0 - p_u}\right)^2} & p_u < p < p_0 \\ 0 & p \geq p_0 \end{cases} \quad (3.94)$$

donde  $p_0$  y  $p_u$  son los límites de presión hidrostática entre los cuales actúa la función de cierre.

Por otro lado, con el objeto de describir la resistencia del material totalmente colapsado, se introduce en el modelo una superficie de resistencia residual independiente, la cual se expresa en una forma exponencial:

$$Y_{res} = 0.5 B \left(\frac{I_1}{3f_c}\right)^M \left[ \text{signo}\left(\frac{I_1}{3f_c}\right) + 1 \right] \quad (3.95)$$

donde  $B$  y  $M$  son parámetros materiales constantes, y la función signo se define como:

$$\text{signo}\left(\frac{I_1}{3f_c}\right) = \begin{cases} 1 & I_1 > 0 \\ 0 & I_1 = 0 \\ -1 & I_1 < 0 \end{cases} \quad (3.96)$$

Es de destacar que para presiones hidrostáticas de tracción, la resistencia residual desviadora desaparece hacia una falla total; pero si existe una presión de confinamiento, el material conserva un cierto nivel de resistencia al corte debido a la fricción entre las partículas.

Las superficies de carga más allá del límite elástico se obtienen por interpolación entre la superficie de fluencia  $Y_{elast}$  y la de falla  $Y_{máx}$ .

$$Y = Y_{elast} + \frac{\varepsilon_{pl}}{\varepsilon_{pl-pico}} (Y_{máx} - Y_{elast}) \quad (3.97)$$

La determinación de las deformaciones plásticas equivalentes  $\varepsilon_{pl}$  y  $\varepsilon_{pl-pico}$  se muestra en la [figura 3.19](#).

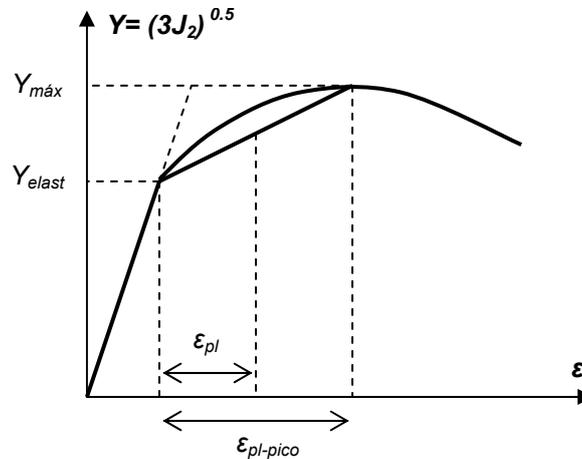


Figura 3.19 – Esquema de endurecimiento por deformación en el modelo RHT.

De la misma forma, las superficies de carga post-falla  $Y_{pf}$ , en el proceso de ablandamiento, se determinan por interpolación entre la superficie de falla y la superficie residual a través de un índice de daño:

$$Y_{pf} = D Y_{res} + (1 - D) Y_{máx} \quad (3.98)$$

donde  $D$  tiene la misma definición que  $D_I$  en el modelo GR y JH descritos en la sección 3.5.4.4 y 3.5.4.3, respectivamente.

Comparando el índice  $D$  del modelo RHT con la variable  $\eta$  del modelo K&C (descrito en la sección 3.5.4.2), puede observarse que se logra el mismo efecto.

Por otro lado, en comparación con el modelo JH, descrito en la sección 3.5.4.3, la contribución de la deformación volumétrica plástica en el daño parecer estar ignorada en el desarrollo del modelo RHT.

En el trabajo de [Tu y Lu \(2009\)](#) se resaltan varios aspectos de este modelo que requieren ser rectificados, como por ejemplo: la incorporación de daño volumétrico, una amplificación dinámica más realista y una definición de la resistencia residual dependiente del tercer invariante. Por defecto, la resistencia residual está considerada independiente del ángulo de Lode, lo que puede devenir en un endurecimiento luego de que se ha alcanzado la resistencia última. Adicionalmente, [Tu y Lu \(2009\)](#) observan que los parámetros por defecto deben ser modificados a fin de obtener curvas de ablandamiento más pronunciadas en los ensayos de tracción uniaxial y biaxial. En un trabajo más reciente, [Tu y Lu \(2010\)](#) presentan las siguientes modificaciones en el modelo: a) Superficie de resistencia residual dependiente del ángulo de Lode, b) Relación entre radios octaédricos a tracción y compresión dependiente de la presión hidrostática, c) Modificación del factor de incremento dinámico (DIF) a tracción, d) Consideración de un modelo bi-lineal de ablandamiento basado en la energía de fractura. Los autores emplean el modelo en la simulación de ensayos de impacto (perforación y penetración) sobre elementos cilíndricos de hormigón. La comparación de estas simulaciones con los resultados experimentales, muestran que el modelo modificado permite una mejor predicción del daño y de parámetros como la profundidad de penetración, la velocidad de entrada y salida del proyectil, y las dimensiones del cráter.

### 3.5.5 Criterios de erosión

#### 3.5.5.1 Introducción

Las cargas explosivas producen ondas de choque de gran intensidad, y cuando dicha explosión se produce en contacto o cerca de un material sólido, las ondas generadas pueden producir la fractura o la desintegración del material. Este efecto de desintegración es conocido como efecto brisance. A su vez, en las explosiones producidas en el aire, las ondas de presión pueden ocasionar la fractura de estructuras de hormigón o mampostería. Tanto el efecto brisance como la fractura tienen como resultado la generación de discontinuidades en el material. Con el objeto de describir este tipo de efectos con hidrocódigos, puede utilizarse una técnica de erosión, la cual permite remover del cálculo aquellas celdas que han alcanzado un cierto criterio predefinido.

A pesar de que los hidrocódigos pueden calcular tanto con procesadores Lagrangeanos como Eulerianos, muchas veces se definen los materiales usando mallas Lagrangeanas, aún siendo evidente que estos materiales estarán sometidos a grandes distorsiones produciendo un movimiento abrupto de la malla Lagrange ([ANSYS, 2009](#)). Aunque la función de erosión no representa una propiedad material o un fenómeno físico, provee una manera útil de simular el desprendimiento del hormigón y permite reproducir en forma más realista del comportamiento bajo cargas explosivas. El proceso de erosión está caracterizado por una separación física del elemento sólido erosionado del resto de la malla ([Wu et al, 2011](#)). A pesar que la erosión de elementos asociada con la falla total del mismo tiene la apariencia de una erosión física del material, es, de hecho, una técnica numérica utilizada a los fines de extender el proceso de cálculo. Sin el proceso de erosión, los elementos excesivamente dañados conducirían a intervalos (pasos) de tiempo muy pequeños en la simulación, resultando en el incremento del número de ciclos computacionales con un avance mínimo en la simulación. Por otro lado, los elementos lagrangeanos con gran distorsión tienen la tendencia a bloquearse, induciendo deformaciones poco realistas en la malla computacional ([Zukas, 2004](#)).

Las funciones de erosión permiten remover estas celdas Lagrangeanas del cálculo cuando se alcanza un cierto criterio predefinido. Cuando una celda es removida, la masa incluida dentro de dicha celda puede ser descartada o, de lo contrario, distribuida en los nodos de las esquinas de dicho elemento. Si se conserva la masa, se mantienen la inercia y la continuidad

espacial de la inercia. Sin embargo, la resistencia a compresión y la energía interna del material dentro del elemento se pierden tanto si se conserva o no la masa (ANSYS, 2009).

Es importante remarcar que en general, a pesar que la erosión puede ser usada para modelar la erosión real del material, no se trata realmente de la modelación de un fenómeno físico, sino una solución numérica para los problemas asociados a las distorsiones excesivas de la malla (ANSYS, 2009).

La erosión ocasiona la pérdida de energía interna, resistencia y, en algunos casos, de masa. Por lo tanto, la adopción de los límites de erosión debe ser realizada de tal forma que las celdas no sean removidas (erosionadas) hasta que hayan sufrido deformaciones importantes y sus resistencias a compresión y/o masas no puedan afectar los resultados globales (ANSYS, 2009).

En general, debido a la falta de evidencia experimental, es recomendable efectuar simulaciones con límites de erosión variables a fin de evaluar el efecto de este límite en los resultados numéricos y utilizar valores tan elevados como sea posible.

Se presenta en esta sección un resumen de distintos criterios y límites de erosión utilizados en la simulación del hormigón que pueden encontrarse en trabajos recientes. Adicionalmente, se presentan otras técnicas propuestas con el objeto de evitar el uso de criterios de erosión.

Finalmente, se completa esta sección con algunos comentarios sobre la gran dispersión en los valores utilizados para los límites de erosión encontrados en la bibliografía.

### 3.5.5.2 Criterios y límites de erosión utilizados por distintos autores

En la [Tabla 3.1](#) se resumen los criterios y límites de erosión utilizados en trabajos recientes por distintos investigadores para la simulación del hormigón y hormigón armado.

Problema	Material	Criterio	Límite	Programa	Tamaño de malla	Referencia
Explosión	H-24MPa	Tensión principal	0.15	LS-DYNA	50mm	<a href="#">Shi, 2010</a>
Explosión	H-24MPa	Deformación de corte	0.9	LS-DYNA	50mm	<a href="#">Shi, 2010</a>
Explosión	H-35MPa	Def. Geométrica Instantánea	2	AUTODYN	12x12x6mm 6x6x6mm	<a href="#">Nyström, 2011</a>
Explosión	H-40MPa	Máxima deformación	0.1	LS-DYNA	50mm	<a href="#">Wu, 2011</a>
Explosión	M-48MPa A-150MPa	Daño a tracción	0.9	LS-DYNA	2mm	<a href="#">Zhou, 2009</a>
Explosión	H-60MPa	Tensión de tracción	5MPa	LS-DYNA	6.25-100mm	<a href="#">Tang, 2010</a>
Explosión	H-60MPa	Deformación principal	0.1	LS-DYNA	6.25-100mm	<a href="#">Tang, 2010</a>
Impacto	H(M+A)	Def. Geométrica Instantánea	0.05 (M) 0.03 (A)	AUTODYN	0.5x0.5mm	<a href="#">Hao, 2010</a>
Impacto	H-25MPa	Def. Geométrica Instantánea	2.5	AUTODYN	2.5mm	<a href="#">Beppu, 2008</a>
Carga dinámica	H-30MPa	-	-	LS-DYNA	-	<a href="#">Song, 2011</a>
Impacto	H-33.8MPa	Def. Geométrica Instantánea	1.5	AUTODYN	5mm	<a href="#">Nyström, 2011</a>
Carga dinámica	H-35MPa	Deformación principal	0.002	LS-DYNA AUTODYN	6-8mm	<a href="#">Tu, 2009</a>
Impacto	H-37.7MPa	Def. Geométrica Instantánea	2	AUTODYN	0.2mm	<a href="#">Riedel, 2009</a>
Impacto	H-40MPa	Def. Geométrica Instantánea	1.5	-	-	<a href="#">Tu, 2009</a>
Impacto	H-48MPa	Deformación de falla	-1 (C) 0.5 (T)	LS-DYNA	2mm	<a href="#">Islam, 2011</a>
Impacto	H- 48 y 140MPa	Deformación de falla	1	LS-DYNA	-	<a href="#">Islam, 2011</a>

Referencias: H: Hormigón; M: Mortero; A: Agregado; C: Compresión; T: Tracción

Tabla 3.1 – Distintos criterios y límites de erosión utilizados en trabajos recientes

### 3.5.5.3 Criterios de erosión y procedimientos alternativos

Los distintos criterios de erosión disponibles en los hidrocódigos pueden clasificarse de acuerdo al tipo de variable utilizada en el control de la erosión: deformación, tensión, daño, falla, paso de tiempo, y otros.

#### **Criterios de erosión basados en deformaciones:** (ANSYS, 2009)

- *Deformación geométrica instantánea:*

La erosión comienza cuando se alcanza un límite de deformación geométrica instantánea.

$$\varepsilon_{eff} \geq (\varepsilon_{eff})_{lim} \quad (3.99)$$

$$\varepsilon_{eff} = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) + 5(\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1\varepsilon_3 + \varepsilon_2\varepsilon_3) - 3(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{13}^2)} \quad (3.100)$$

Este criterio representa un límite en deformación efectiva, como una especie de norma cuadrática del tensor de deformaciones. La deformación geométrica instantánea puede crecer o decrecer con la carga o la descarga, pero una vez que un elemento ha sido erosionado, éste no puede recuperarse. Este criterio es independiente del signo de la deformación. En este sentido, a primera vista, parece ser de utilidad para metales pero no adecuado para modelar la respuesta de materiales friccionales caracterizados por una gran diferencia entre el comportamiento a tracción y compresión. No obstante, este criterio ha sido utilizado satisfactoriamente por diferentes autores para modelar el hormigón y hormigón reforzado con fibras bajo cargas explosivas (Nyström y Gylltoft, 2009) y cargas de impacto (Hao et al, 2010; Beppu et al, 2008; Nyström y Gylltoft, 2011; Riedel et al, 2009; Tu y Lu, 2010; Islam et al, 2011). Algunos de estos autores distinguen entre límites a tracción y compresión (Nyström y Gylltoft, 2009; Hao et al, 2010; Nyström y Gylltoft, 2011; Riedel et al, 2009; Islam et al 2011), sin embargo no está claro cómo se definen, a tal fin, las deformaciones efectivas a tracción y a compresión. Los valores límite utilizados para compresión son siempre mayores que los límites para tracción. En algunos casos sólo está limitada la

deformación efectiva a compresión y, en muchos casos, los límites de erosión utilizados para compresión son varios órdenes mayores que la deformación de falla a compresión para cargas dinámicas elevadas. En consecuencia, los elementos de hormigón se erosionan mucho tiempo después de producida la falla.

- *Máxima deformación principal:*

La erosión comienza cuando se alcanza un límite de máxima deformación principal.

$$\varepsilon_1 \geq (\varepsilon_1)_{\text{lim}} \quad (3.101)$$

La deformación máxima puede incrementarse o decrecer con la carga y descarga pero, como en el caso anterior, una vez que el elemento ha sido erosionado, el mismo no puede ser recuperado. Comúnmente se trata de un límite en deformación a tracción. Cuando se aplica a materiales frágiles como el hormigón puede ser interpretado físicamente como un límite en la apertura de fisura. Puede representar la falla a tracción y el desprendimiento (spalling) del hormigón bajo cargas explosivas o de impacto, sin embargo pareciera teóricamente poco apropiado para representar el efecto brisance o la erosión bajo tensiones elevadas de compresión.

Este criterio ha sido utilizado favorablemente por distintos autores para representar la erosión en el hormigón bajo cargas explosivas (Shi et al, 2010; Wu et al, 2011; Tang y Hao, 2010), cargas dinámicas de alta velocidad (Tu y Lu, 2009), y hormigón reforzado con fibras sometido a impacto (Wang et al 2010). Los valores utilizados para el límite de erosión a tracción son considerablemente menores que aquellos usados para la deformación geométrica instantánea, y se asemejan al límite de deformación para el hormigón a tracción.

Xu y Lu (2006) definen la erosión a través de un límite de deformación a tracción, determinado a partir del límite de deformación a tracción estática considerando una amplificación dinámica bajo cargas explosivas y los efectos del confinamiento y la armadura de refuerzo. Utilizando este enfoque, los autores obtienen una buena representación del fenómeno de desprendimiento en placas de hormigón armado. Sin embargo, establecen que criterios de erosión más robustos podrían conducir a resultados de mayor precisión.

- *Máxima deformación de corte:*

La erosión comienza cuando se alcanza un límite de máxima deformación por corte.

$$\gamma_1 \geq (\gamma_1)_{\text{lim}} \quad (3.102)$$

Al igual que en los límites de erosión anteriores, la deformación máxima de corte puede crecer o reducirse con la carga y descarga, pero una vez que el elemento ha sido erosionado, este se elimina del proceso de cálculo y no puede ser recuperado. Este criterio puede ser interpretado físicamente como una falla por corte, como la obtenida en elementos de hormigón sometidos a explosiones de contacto o cargas explosivas cercanas, o bien en placas de hormigón sometidas a perforación por impacto. En todos estos casos, la falla de los elementos de hormigón está caracterizada por una falla localizada de corte, la cual se produce antes de que las cargas se transmitan a los apoyos y se inicie la respuesta estructural. La estimación de la máxima deformación de corte como límite de erosión a partir de las propiedades del hormigón no es directa.

Distintos autores han utilizado este criterio para definir la erosión en hormigón (Shi et al, 2010) y hormigón reforzado con fibras (Wang et al, 2009) bajo cargas explosivas e impacto. Asimismo, ha sido utilizado para describir la erosión producida por impacto de proyectil (Islam et al, 2011; Wang et al, 2010; Teng et al, 2008) e impacto de baja velocidad (Farnam et al, 2010) en placas de hormigón reforzado con fibras.

- *Deformación geométrica incremental:*

La erosión comienza cuando se alcanza un valor límite en la deformación geométrica incremental.

$$\bar{\epsilon}_{eff} \geq (\bar{\epsilon}_{eff})_{\text{lim}} \quad (3.103)$$

$$\bar{\epsilon}_{eff} = \int \dot{\epsilon}_{eff}^p dt \quad \dot{\epsilon}_{eff} = \frac{2}{3} \sqrt{\dot{\epsilon}_{xx}^2 + \dot{\epsilon}_{yy}^2 + \dot{\epsilon}_{zz}^2 + \dot{\epsilon}_{xy}^2 + \dot{\epsilon}_{xz}^2 + \dot{\epsilon}_{yz}^2} \quad (3.104)$$

A pesar que se encuentra disponible en programas comerciales, este criterio parece

ser poco consistente desde el punto de vista físico con la erosión del hormigón bajo cargas explosivas o de impacto. En general, los criterios de falla, daño y plasticidad para hormigón, no pueden representarse a través de deformaciones o tensiones incrementales. En la bibliografía no se ha encontrado ningún trabajo donde se utilice este tipo de erosión.

- *Deformación plástica efectiva:*

La erosión comienza cuando se alcanza un límite de deformación plástica efectiva.

$$\varepsilon_{eff}^p \geq (\varepsilon_{eff}^p)_{lim} \quad (3.105)$$

$$\varepsilon_{eff}^p = \int \dot{\varepsilon}_{eff}^p dt \quad \dot{\varepsilon}_{eff}^p = \frac{\sqrt{3J_2} - \sigma_y}{3G} \quad (3.106)$$

donde  $J_2$  es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones,  $\sigma_y$  es la tensión de fluencia uniaxial y  $G$  es el módulo de corte.

Este criterio está basado en la plasticidad con la ventaja de que la deformación plástica es irreversible y puede interpretarse físicamente como una deformación no recuperable. La ecuación (3.106) define un flujo plástico  $J_2$ , utilizado normalmente en los hidrocódigos donde las respuestas volumétrica y desviadora están desacopladas. Sin embargo, es posible utilizar un flujo plástico de mayor complejidad. A pesar de que tiene un mayor fundamento físico, no se han encontrado referencias del uso de este tipo de erosión para hormigón bajo impacto o cargas explosivas.

La independencia del tamaño de malla debería ser verificada cuando se usan criterios de erosión basados en deformaciones en combinación con el método de elementos finitos.

**Criterios de erosión basados en tensiones:** ([ANSYS, 2009](#))

- *Presión hidrostática:*

La erosión comienza cuando se alcanza un valor mínimo de presión hidrostática

(valores positivos para compresión)

$$p \leq p_{\text{lim}} \quad (3.107)$$

Cuando se utiliza este criterio en tracción, es similar al corte a tracción (“tension cutoff”) en la plasticidad clásica o al límite de tracción hidrostática. No han sido encontradas referencias del uso de este límite de erosión.

- *Tensión principal:*

La erosión comienza cuando se alcanza un valor máximo de la tensión principal.

$$\sigma_1 \geq (\sigma_1)_{\text{lim}} \quad (3.108)$$

Este criterio puede ser interpretado físicamente como un límite en las tensiones de tracción y los valores del límite de tensión puede determinarse a partir de la resistencia a tracción del hormigón, teniendo en cuenta la amplificación dinámica por efecto de las altas velocidades de deformación.

Este criterio ha sido utilizado para modelar el hormigón (Tang y Hao 2010) y hormigón reforzado con fibras (Wang et al, 2009) bajo cargas explosivas, y hormigón reforzado con fibras sometido a impacto (Wang et al, 2010; Teng, 2008).

- *Tensión efectiva:*

La erosión comienza cuando la tensión efectiva alcanza un valor límite.

$$\sigma_{\text{eff}} \geq (\sigma_{\text{eff}})_{\text{lim}} \quad (3.109)$$

$$\sigma_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{2}{3} \sigma_{ij} \sigma_{ij}} \quad (3.110)$$

Este es un criterio basado en  $J_2$  típico de materiales metálicos. Si bien se encuentra disponible en los hidrocódigos, no es adecuado para materiales friccionales como el hormigón.

### **Criterios de erosión basados en otras variables: (ANSYS, 2009)**

- *Daño:*

La erosión comienza cuando se alcanza un valor límite en la variable de daño.

$$D \geq (D)_{\text{lim}} \quad (3.111)$$

Este criterio parece ser adecuado y con fundamento físico. El daño utilizado como un indicador de erosión se trata de una variable siempre creciente, generalmente asociada con la degradación de la rigidez. Sin embargo, este tipo de criterios están fuertemente relacionados al modelo constitutivo utilizado para hormigón. Debe utilizarse un modelo que considere el daño y, dependiendo de los tipos de modelos de daño, pueden encontrarse distintas definiciones de la variable de daño y su evolución.

Zhou et al (2009) utiliza un criterio de daño a tracción para modelar el hormigón bajo cargas explosivas a través de un enfoque micromecánico. Por otro lado, Coughlin et al (2010) usa un criterio de daño para simular la erosión en hormigón reforzado con fibras bajo cargas de impacto.

- *Falla:*

La erosión comienza luego de la falla del elemento. Por ejemplo, cuando se alcanza el criterio de Tuler-Butcher (LS-DYNA, 2003).

$$\int_0^t [\max(0, \sigma_1 - \sigma_o)]^2 dt \geq K_f \quad (3.112)$$

donde  $\sigma_o$  es un umbral de tensión predefinido y  $K_f$  es el impulso de tensión cuando se produce la falla.

- *Paso de tiempo:*

La erosión comienza cuando se alcanza un valor mínimo en el paso de tiempo.

$$\Delta t \leq \Delta t_{\text{lim}} \quad (3.113)$$

Este tipo de criterio no tiene un significado físico y parece arbitrario en el caso de elementos de hormigón bajo cargas explosivas o de impacto.

En el trabajo de Wang et al (2009) se presenta una técnica para evitar el uso de la erosión basada en la mecánica del daño continuo y en la mecánica de desarrollo de micro-fisuras. El proceso de fragmentación se modela de acuerdo al inicio y propagación de fisuras, los cuales dependen de los niveles de daño en el material. Por otro lado, Riedel et al (2010) detiene la

simulación cuando se ha producido el daño pero aún el material dañado se encuentra en su lugar. Las celdas extremadamente dañadas se eliminan en la visualización del problema mostrando el mismo aspecto que el logrado con criterios de erosión y evitando simulaciones demasiado largas.

#### 3.5.5.4 Observaciones

En general, la utilización de distintos límites de erosión conduce a la obtención de diferentes soluciones. En el Apéndice A se describe la determinación de la curva de fragilidad para un nivel de carga extremo (colapso) a partir del estudio numérico de muros de mampostería sometidos a explosiones y considerando la incertidumbre en la definición del límite de erosión. La importante variabilidad observada en los resultados obtenidos muestra la importancia y la necesidad de profundizar en el estudio de los criterios y límites de erosión. Estos resultados pueden ser extrapolados al hormigón.

Los programas comerciales comúnmente recomiendan la calibración a partir de resultados experimentales y la utilización de límites de erosión tan elevados como sea posible. No obstante, está claro que siguiendo sólo estas premisas no es posible modelar la erosión real del hormigón.

Se han utilizado numerosos criterios para simular diferentes tipos de elementos de hormigón bajo explosiones o impacto. Adicionalmente, algunos autores utilizan simultáneamente, dos criterios de erosión, de tal forma que el primero que se alcanza activa el proceso de erosión.

Es difícil establecer cual es el criterio más adecuado a partir del resumen de resultados presentados en la [Tabla 3.1](#). Pueden tomarse como recomendaciones generales los comentarios efectuados en la sección 3.5.5.3. El estudio efectuado por [Luccioni y Aráoz \(2011\)](#), muestra que los criterios de erosión deben ser adecuados al fenómeno físico de erosión que se intenta modelar.

Por lo general, todos los autores calibran los límites de erosión a fin de reproducir resultados experimentales que corresponden a diferentes problemas físicos: explosiones de contacto, cercanas y distantes, así como impacto de proyectiles, impacto de baja velocidad, etc. Estos trabajos muestran buenos resultados para los problemas simulados. La mayoría de

los criterios están basados en límites en deformaciones. Los valores límite utilizados por los distintos autores son muy diferentes entre sí, aún para propiedades materiales y tamaños de malla similares.

A pesar de su simplicidad, los criterios de erosión basados en deformaciones pueden ser relacionados con mayor facilidad al fenómeno físico que ocurre en el hormigón bajo cargas explosivas o de impacto. Los resultados numéricos obtenidos dependen del límite de erosión utilizado. En este sentido, el límite de erosión no es independiente del tamaño de malla, con lo cual no puede considerarse estrictamente como una propiedad del material. Al considerar criterios de erosión basados en deformaciones, se introduce otro tipo de dependencia del tamaño de malla en la solución numérica. En consecuencia, es necesario profundizar el estudio en este tema a fin de reducir la gran dispersión observada, tanto en los criterios como en los límites de erosión, y establecer adecuadamente la relación entre el límite de erosión y el tamaño de malla utilizado (Luccioni y Aráoz, 2011).

### 3.5.6 Modelos de meso-escala compatibles con hidrocódigos

La metodología seguida en la modelación de meso-escala consiste en definir distintas zonas de la malla, que representan al mortero (pasta de cemento, poros y agregados finos) y a los agregados (partículas de diámetro mayor a 1 o 2 mm), suponiendo para cada parte propiedades homogéneas.

Algunos investigadores (Lu et al, 2010) consideran además un subgrupo que corresponde a la zona de transición (“interface transition zone”, ITZ) entre el mortero y los agregados. Para la modelación de esta zona pueden tomarse dos alternativas: una mediante la utilización de los elementos cohesivos clásicos de interfaz sin espesor, y la otra usando una capa de elementos sólidos equivalentes. Según Lu et al (2010), la utilización de la capa equivalente para la zona de transición permite obtener resultados más consistentes y estables. Para los elementos pertenecientes a esta zona, considerando que la resistencia real de la capa de transición es aproximadamente la mitad de la resistencia del mortero, y que la capa equivalente abarca parcialmente al mortero adyacente a la zona de transición real, es razonable asignarle a la misma, una resistencia nominal de alrededor del 75% de la resistencia del mortero.

En general, los diferentes autores dan distintas alternativas para la distribución de los agregados. Akers (2004) representa los agregados con elementos cúbicos uniformemente distribuidos mientras que Riedel (2008) y Dupray (2009) utilizan distribuciones aleatorias para la ubicación y diámetros de los agregados, verificando la posible superposición (overlapping) de los mismos y separaciones (gap) mínimas. Lu et al (2010) además adoptan las partículas de agregados con formas aleatorias de polígonos. Esta metodología se conoce en general como “take and place” y, además de la verificación de una posible superposición, se determinan los diámetros a partir de una curva granulométrica preestablecida.

Una vez definidas las zonas de las mallas que corresponden a cada componente, se asigna a cada una las propiedades materiales correspondientes a través de sus modelos constitutivos. Dupray (2009) utiliza, tanto para el mortero como para los agregados, el modelo explícito PRM (Rouquand, 1996) de daño y plasticidad acoplados que reproduce el efecto de daño unilateral para bajas presiones de confinamiento y el efecto de compactación no lineal y plasticidad para alto confinamiento. En los trabajos de Riedel et al (2008) y Gebbeken et al (2010), se aplica el modelo de mesoescala a través del hidrocódigo comercial AUTODYN. Para ello, los autores definen, en cada componente, un criterio de resistencia y una ecuación de estado, con el fin de evaluar el comportamiento desviador y volumétrico respectivamente. Se utilizan la ecuación de estado de Mie-Grueneisen para la descripción de los agregados, y la ecuación “p- $\alpha$ ” propuesta por Herrmann para la simulación del mortero.

A fin de obtener los parámetros materiales, necesarios para la descripción del comportamiento material dentro de la ecuación de estado, se descompone la pasta de cemento (mortero) en sub-componentes y se considera la contribución de cada uno de ellos a través de una regla de mezcla.

Una forma simple de estimar las propiedades materiales para las ecuaciones de estado, correspondientes a impacto o explosiones, es la regla de mezcla de Hugoniot. Esta regla se basa en fracciones de masa (o de peso) y está definida como:

$$P_{mezcla} = \sum m_i \cdot P_i \quad (3.114)$$

donde  $P_{mezcla}$  es la variable de estado de la mezcla, y  $m_i$  y  $P_i$  son las fracciones por unidad de masa y las variables de estado de cada sub-componente, respectivamente.

Sin embargo, de acuerdo a Gebbeken y Hartmann (2010), esta regla no es adecuada en

todos los casos debido a que un material con elevada densidad puede dominar el comportamiento del material compuesto aunque sólo comprenda un porcentaje pequeño del volumen. Dependiendo de las diferencias de densidad, esto puede llevar a estimaciones significativamente incorrectas. Por este motivo, se utiliza, en general, una regla de mezcla en proporciones volumétricas como la que se describe en la ecuación (3.115).

$$P_{mezcla} = \sum f_i \cdot P_i \quad (3.115)$$

donde  $f_i$  son las fracciones volumétricas de cada sub-componente.

Algunos ejemplos del uso de la teoría de mezcla en la determinación de las propiedades de materiales heterogéneos son las expresiones de Voigt y Reuss dadas por las ecuaciones (3.116) y (3.117), respectivamente. Éstas expresiones permiten determinar el módulo volumétrico  $K$  y el módulo de corte  $G$  siguiendo distintas hipótesis simplificadoras.

$$K_V = f_1 K_1 + f_2 K_2 \quad G_V = f_1 G_1 + f_2 G_2 \quad (3.116)$$

$$\frac{1}{K_R} = \frac{f_1}{K_1} + \frac{f_2}{K_2} \quad \frac{1}{G_R} = \frac{f_1}{K_1} + \frac{f_2}{K_2} \quad (3.117)$$

$$K_R \leq K \leq K_V \quad G_R \leq G \leq G_V \quad (3.118)$$

Los límites de Voigt se basan en una distribución uniforme de deformaciones, mientras que los de Reuss suponen una tensión uniforme. Si bien ambos casos se tratan de simplificaciones importantes, está demostrado, a través del cálculo de la energía de deformación, que el módulo homogéneo  $K$  o  $G$  de la mezcla debe estar comprendido entre ambos límites (Hill, 1963). Mediante el uso de principios variacionales para la distribución de tensiones y deformaciones, es posible acotar aún más estos límites (Hashin et al, 1962).

Los agregados pueden ser modelados como elásticos lineales dado que tienen una resistencia considerablemente mayor al mortero. Esta simplificación es aceptable hasta un cierto límite según la velocidad de deformación. Para altas velocidades de deformación (superiores a los 100/s), es adecuado modelar los agregados a través de un modelo no lineal.

Riedel (2008) considera un modelo elasto perfectamente plástico (Von Mises) para describir la respuesta desviadora de los agregados y el mortero mientras que Gebbeken (2010) propone la utilización del modelo Drucker Prager por tramos (piecewise) para los agregados y

el modelo RHT para la matriz de cemento. En forma similar, [Lu \(2010\)](#) utiliza el programa LS-DYNA, y adopta el modelo K&C (“Concrete Damage Model”) para la descripción del mortero y la zona de transición.

El uso de las simulaciones de mesoescala permite validar los parámetros materiales utilizados en simulaciones de macroescala. [Amieur et al \(1993\)](#) emplea esta metodología para analizar las propiedades macroscópicas efectivas en probetas heterogéneas de hormigón sometidas a cargas estáticas, y [Gebben y Hartmann \(2010\)](#) comparan las respuestas de modelos de meso y macroescala en ensayos dinámicos de impacto y explosiones. De acuerdo a estas comparaciones, los últimos autores establecen que la determinación de la ecuación de estado para el hormigón, a partir de los meso-modelos, presenta un ajuste adecuado hasta una presión hidrostática de 10 GPa. Para niveles superiores de presión, los resultados de las simulaciones en escala macroscópica se alejan de los resultados obtenidos con los meso-modelos. Las razones de estas diferencias aún no han sido explicadas y requieren de futuras investigaciones.

### 3.5.7 Modelación con propiedades materiales estocásticas

En general, cuando se usa un modelo de elementos finitos es necesario incorporar una conversión “elemento-partícula” o, simplemente, un esquema de erosión para tratar con el problema de distorsión de malla. En el caso de la erosión, la elección de un límite apropiado de erosión es un tema de gran dificultad, y un cierto criterio sólo es aplicable para condiciones estructurales y de carga específicas. Por otro lado, una excesiva erosión de elementos en el caso de grandes explosiones podría significar la obtención de resultados poco realistas.

Una de las formas que han sido estudiadas para tratar la erosión excesiva de elementos es emplear una distribución no-homogénea de las propiedades materiales ([Lu et al 2007](#)). Dicha consideración está justificada además en un aspecto físico cuando el tamaño de la malla está en el orden del tamaño nominal de los agregados. Como alternativa al modelo de mesoescala, la heterogeneidad material se alcanza dividiendo los elementos en algunos sub-grupos materiales. La proporción de elementos que caen dentro de cada subgrupo y las propiedades materiales características para cada uno pueden determinarse de acuerdo a una distribución probabilística predefinida, como lo es la distribución de resistencia del hormigón. La

ubicación de elementos individuales dentro de los subgrupos puede realizarse con un muestreo aleatorio (random).

De esta forma puede modelarse un grupo de baja resistencia que representaría las uniones débiles en el mortero, mientras que un grupo de mayor resistencia representaría a los agregados. Así también, los límites de erosión pueden variar en cada subgrupo.

Con esta metodología se alcanza una considerable mejora en la descripción de la fractura del hormigón y en la dispersión de los fragmentos.

El esquema de aleatoriedad material es similar en apariencia a los efectos esenciales de un modelo de mesoescala, y su procedimiento de implementación es considerablemente más sencillo comparado con el modelo a mesoescala real. Esto permite incluir la heterogeneidad material en problemas a gran escala en el caso en que dicha heterogeneidad tenga un rol de importancia.

### 3.6 Comentarios finales

En este capítulo se ha realizado una revisión de las distintas metodologías utilizadas en la simulación del hormigón, haciendo referencia a las distintas escalas de modelación, las metodologías de aproximación y las combinaciones posibles entre ellas.

En general, puede decirse que, en una escala macroscópica o fenomenológica, la utilización de un esquema basado en elementos finitos en el marco de un hidrocódigo, representa una opción atractiva para modelar estructuras sometidas a acciones dinámicas como impacto o explosiones. Sin embargo, el uso de criterios de erosión, como remedio numérico para las distorsiones excesivas en la malla, aún debe ser estudiado en profundidad, como lo demuestra el análisis de trabajos recientes en el tema. De este análisis surge que, tanto los criterios como los límites de erosión utilizados por los distintos autores, presentan una gran dispersión. A su vez, los criterios en general deben adecuarse al fenómeno físico de erosión que se intenta modelar. Por otro lado, los límites de erosión deben calibrarse en función de resultados experimentales y no son independientes del tamaño de malla, con lo cual no puede considerarse como una propiedad material en sentido estricto.

Los modelos materiales para hormigón, adecuados para programas de elementos finitos en general, están basados en la mecánica del continuo y en teorías de plasticidad y daño, o

combinaciones de las mismas. Algunos de estos modelos presentan, a su vez, extensiones viscoplásticas que permiten tener en cuenta los efectos tiempo dependientes en el material. En la mayoría de los casos, dicha extensión se basa en la teoría viscoplástica de Perzyna. Por otro lado, de acuerdo a las observaciones experimentales detalladas en el Capítulo 2, es necesaria la definición de superficies de fluencia que presenten un cierre sobre el eje hidrostático de presiones, así como adecuadas reglas de endurecimiento, con el objeto de representar adecuadamente el comportamiento del hormigón en ensayos de compresión triaxial con niveles elevados de confinamiento.

Por otra parte, los modelos materiales implementados en hidrocódigos requieren la definición de una ecuación de estado para describir la parte volumétrica de la respuesta, y de modelos de resistencia para la parte desviadora. La definición de la ecuación de estado no es directa, y los modelos de resistencia, en general, parten de la definición de distintas superficies de carga. Estas superficies permiten determinar el estado tensional por interpolación entre ellas, y a su vez pueden ser modificadas con factores de amplificación dinámicos a fin de tener en cuenta los efectos de la velocidad de deformación. En la mayoría de los casos, tienen en cuenta la degradación de rigidez a través de índices de daño que combinan efectos a tracción y compresión. Para el proceso plástico, el flujo puede considerarse asociado para bajas presiones y von Mises para altas presiones, lo cual permite una buena correlación entre los resultados numéricos y experimentales. Las formulaciones de los procesos de endurecimiento, ablandamiento y daño en estos modelos surgen, en su mayoría, de aproximaciones de tipo empírico basadas en resultados experimentales, y carecen por lo general de bases termodinámicas consistentes.

En cuanto a la respuesta dinámica, ya sea a través de una extensión viscoplástica o de la utilización de factores de amplificación, algunos de los modelos presentados permiten considerar los efectos de la velocidad de deformación. Sin embargo, para estados de compresión dinámica, no se ha observado en los modelos una valoración crítica del efecto de confinamiento inercial lateral descrito en el Capítulo 2.

En todos los casos, es fundamental la correcta definición del criterio de potencial plástico, a fin de describir adecuadamente el proceso plástico para estados de presión hidrostática y la transición entre los procesos de compactación y dilatación observados experimentalmente en régimen de alto confinamiento.

Finalmente, se puede concluir que los modelos disponibles con un planteo termodinámicamente consistente, son incapaces de considerar simultáneamente, y en su totalidad, los efectos principales del comportamiento del hormigón bajo cargas explosivas, como el efecto del confinamiento elevado, la transición entre los procesos de compactación y dilatancia, y la amplificación dinámica de la resistencia.

## ANEXO 3.1

### Determinación de parámetros materiales en el modelo de Luccioni & Rougier

#### A3.1.1 Introducción

El modelo de partida incluye varios parámetros ya que está concebido como un modelo general que puede ser calibrado para distintos tipos de materiales, a través de la definición apropiada de los valores de dichos parámetros. Pueden encontrarse algunas guías sobre la obtención de estos parámetros, para el caso del hormigón, en el trabajo de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#).

Básicamente, para definir completamente el modelo constitutivo para un material dado, es necesario especificar inicialmente las siguientes funciones:

- a) Función de fluencia: Puede utilizarse la función de fluencia propuesta por [Luccioni y Rougier \(2005\)](#).
- b) Función de potencial plástico: Puede utilizarse la misma función de fluencia (flujo asociado).
- c) Función de daño: Para describir el daño debido al cambio en la estructura porosa del hormigón por efecto del confinamiento elevado, puede utilizarse el criterio de Von Mises.

Los datos materiales necesarios para definir, tanto la función de fluencia como la función de potencial plástico se describen en el apartado siguiente.

### A3.1.2 Determinación de parámetros materiales

En la definición de la función de fluencia presentada en la sección 3.4.4:

$$F^p = \frac{\sqrt{3J_2} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K^p (\sigma_{ij}, \kappa^p)} (1-\alpha) I_1^2}{(1-\alpha)(1+\delta)} - K^p (\sigma_{ij}, \kappa^p) = 0 \quad (\text{A3.1.1})$$

aparecen 5 parámetros:  $K^p$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$ . Para la determinación de los mismos, es necesario conocer:

- El módulo de elasticidad  $E$  y el coeficiente de Poisson: Ambos parámetros pueden ser obtenidos a partir del ensayo de compresión uniaxial. No obstante, en caso de no disponer de dicho ensayo, pueden utilizarse varias expresiones empíricas para la estimación del módulo elástico en función de la resistencia a compresión  $f'_c$ . Por ejemplo, es posible usar la expresión propuesta por [Ahmad y Shah \(1982\)](#):

$$E = 3950 \sqrt{f'_c} \text{ [MPa]} \quad (\text{A3.1.2})$$

El coeficiente de Poisson para el hormigón normalmente toma un valor entre 0.15 y 0.22 ([Chen, 1982](#); [Kupfer et al, 1969](#); [Tasuji et al, 1978](#)), siendo menor para tensiones de tracción que para tensiones de compresión. Como valor aproximado puede tomarse 0.20 ([Oller, 1998](#))

- La resistencia a compresión uniaxial del hormigón  $f'_c$ , cuyo valor depende del tipo de hormigón.

- El límite elástico a compresión: Este límite puede obtenerse de la curva tensión-deformación en el ensayo de compresión uniaxial. A pesar que el límite elástico corresponde aproximadamente al 0.30-0.40  $f'_c$  ([Kupfer et al, 1969](#)), a los fines prácticos, puede suponerse que el comportamiento es elástico hasta el nivel de discontinuidad ([Tasuji et al, 1978](#)), el cual representa el comienzo de la microfisuración más importante. Para ensayos de compresión uniaxial, esta discontinuidad está definida como el punto en el cual el coeficiente de Poisson comienza a incrementarse, lo cual se produce para aproximadamente un 75% de la resistencia última  $f'_c$  ([Oller, 1998](#)).

- La variable de daño plástico  $k^p$ : Puede obtenerse de la curva tensión-deformación en el

ensayo de compresión uniaxial, y puede tomar valores entre 0.10 y 0.20.

- La relación  $R^0$  entre la resistencia a compresión uniaxial  $f'_c$  y la resistencia a tracción uniaxial  $f'_t$ .

$$R^0 = f'_c / f'_t \quad (\text{A3.1.3})$$

De acuerdo a resultados experimentales (Kupfer et al, 1969), el valor de  $R^0$  puede aproximarse a 10 para hormigones convencionales.

- La relación  $R_{bc}$  entre la resistencia a compresión equibiaxial  $f_{bc}$  y la resistencia a compresión uniaxial  $f'_c$ .

$$R_{bc} = f_{bc} / f'_c \quad (\text{A3.1.4})$$

- El punto  $(I_1, J_2)$  máximo a partir de ensayos de compresión con confinamiento, por donde debe pasar el meridiano de compresión máxima.

El parámetro  $\alpha$  es el encargado de ajustar la función de discontinuidad inicial en la zona de compresión, con el fin de obtener la relación deseada entre la resistencia a compresión uniaxial  $f'_c$  y la resistencia equibiaxial  $f_{cb}$  (ver figura A3.1.1).

Sustituyendo en la ecuación (A3.1.1) un estado de compresión plano y simétrico dado por  $\sigma_1 = 0 = \sigma_{\max}$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{cb}$  y operando algebraicamente, se obtiene:

$$\alpha = \frac{R_{bc} + 4\delta.R_{bc}^2 - (1 + \delta)}{2R_{bc} + 4\delta.R_{bc}^2 - (1 + \delta)} \quad (\text{A3.1.5})$$

donde  $R_{cb}$  representa la relación entre las resistencias de compresión equibiaxial y uniaxial para el límite de discontinuidad inicial donde la variable de daño plástico  $\kappa^p = 0$ . Según estudios experimentales (Kupfer et al, 1969), dicha relación oscila entre 1.10 y 1.16.

El parámetro  $\beta$  permite tener en cuenta la relación entre los umbrales de discontinuidad en tracción y compresión. Conocido  $\alpha$ , y sustituyendo para un estado de tracción simple  $\sigma_1 = f_t$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  en la ecuación (A3.1.1), se tiene (ver figura A3.1.1):

$$(f_t + \alpha f_t + \beta f_t + K(1 - \alpha)f_t^2) = \sigma_c(\kappa^p) \cdot (1 - \alpha)(1 + \delta) \quad (\text{A3.1.6})$$

con lo que resulta finalmente la expresión del parámetro  $\beta$ :

$$\beta = R^0(1 - \alpha)(1 + \delta) - \frac{\delta}{R^0}(1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (\text{A3.1.7})$$

donde  $R^0$  representa la relación entre la resistencia uniaxial a compresión y tracción cuando se alcanza el primer límite de discontinuidad, es decir cuando  $\kappa^p = 0$ .

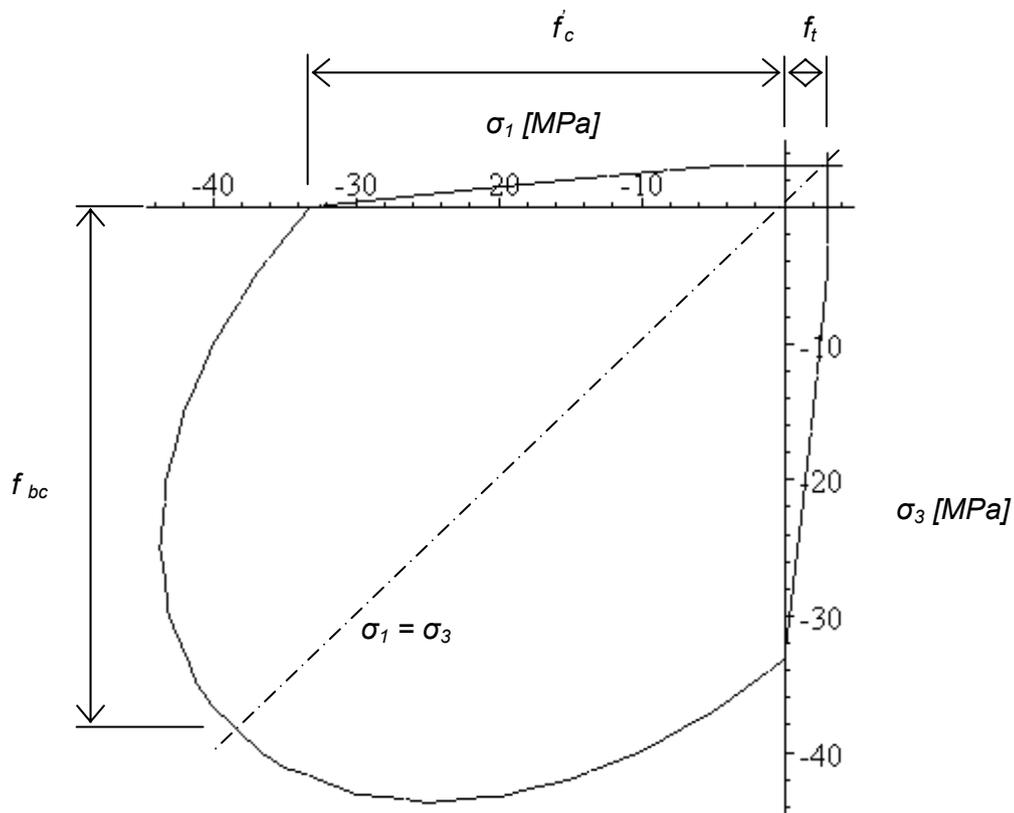


Figura A3.1.1 – Función de fluencia. Plano  $\sigma_2 = 0$ ; para hormigón tipo H30 según ensayos de Sfer (2002)

El parámetro  $\gamma$  es función de la relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión  $r_{oct}^{\max}$  y aparece solamente para estados de compresión triaxial, es decir cuando  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma^{\max} \leq 0$ .

Designando con *M.T.* y *M.C.* los meridianos a tracción y compresión, de la superficie de fluencia plástica, respectivamente, y expresando la tensión máxima, como:

$$\theta = \frac{-\pi}{6} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{1}{3}(I_1 + 2\sqrt{3J_2}) \text{ Para M.T.} \quad (\text{A3.1.8})$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{1}{3}(I_1 + \sqrt{3J_2}) \text{ Para M.C.} \quad (\text{A3.1.9})$$

Sustituyendo éstas expresiones en la ecuación (A3.1.1), con  $\sigma_{\max} < 0$ , resultan las siguientes ecuaciones que describen meridianos curvos de tracción y compresión:

$$(2\gamma+3)\sqrt{3J_2} + (\gamma+3\alpha)I_1 + 3\frac{\delta}{\sigma_{co}}(1-\alpha)I_1^2 = 3\sigma_o(\kappa^p).(1-\alpha)(1+\delta) \quad (\text{M.T.}) \quad (\text{A3.1.10})$$

$$(\gamma+3)\sqrt{3J_2} + (\gamma+3\alpha)I_1 + 3\frac{\delta}{\sigma_{co}}(1-\alpha)I_1^2 = 3\sigma_o(\kappa^p).(1-\alpha)(1+\delta) \quad (\text{M.C.}) \quad (\text{A3.1.11})$$

Considerando la relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión  $r_{oct}^{\max}$ , en el plano octaédrico  $I_1 = 0$ , de las ecuaciones (A3.1.10) y (A3.1.11) se obtiene:

$$r_{oct}^{\max} = \frac{\rho_T}{\rho_C} = \frac{(\sqrt{2J_2})_T}{(\sqrt{2J_2})_C} = \frac{(\sqrt{J_2})_T}{(\sqrt{J_2})_C} = \frac{3\sigma_o(\kappa^p)(1-\alpha)(1+\delta)}{(2\gamma+3)\sqrt{3}} = \frac{(\gamma+3)}{(2\gamma+3)} \quad (\text{A3.1.12})$$

y finalmente:

$$\gamma = \frac{3(1-r_{oct}^{\max})}{2r_{oct}^{\max} - 1} \quad (\text{A3.1.13})$$

Los ensayos experimentales muestran que  $r_{oct}^{\max}$  tiende a una constante que oscila alrededor de 0.65, de donde se obtendría un valor de  $\gamma = 3.5$ .

Este criterio de fluencia mantiene la relación máxima entre radios octaédricos constante

durante todo el proceso inelástico, y está comprendida entre  $0.5 \leq r_{oct}^{max} \leq 1.0$  según sean las constantes de ajuste que se utilizan.

La figura A3.1.2 muestra la forma del límite elástico en los planos octaédricos correspondientes a distintas tensiones octaédricas. El mismo está representado por una curva convexa con tres esquinas correspondientes a los tres planos meridianos de compresión.

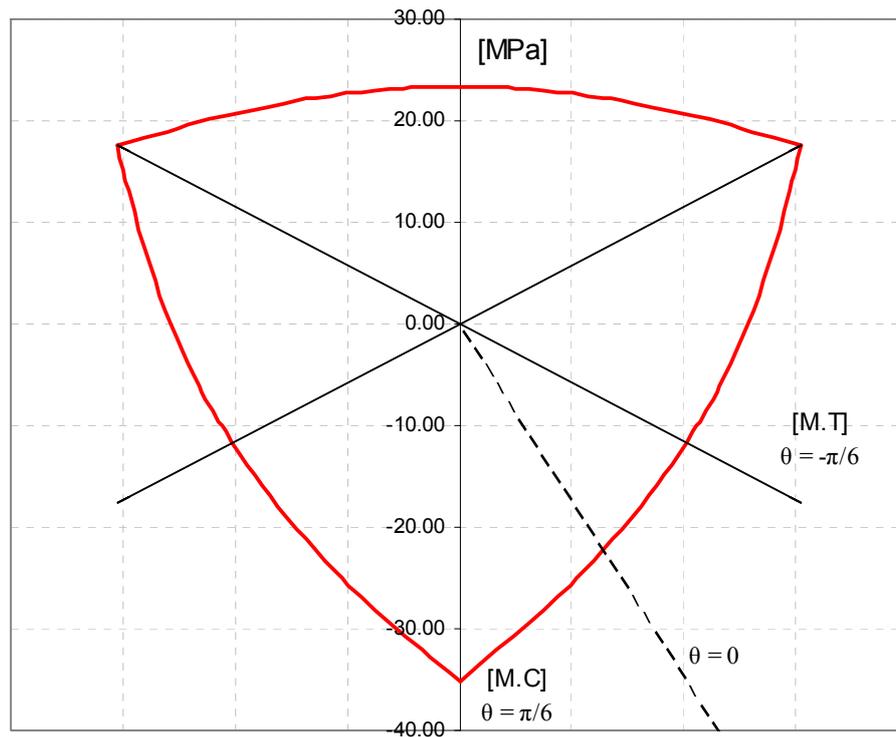


Figura A3.1.2 – Función de fluencia. Plano octaédrico para hormigón tipo H30 según ensayos de Sfer (2002)  $I_1 = \text{constante} = -50 \text{ MPa}$ .

El parámetro  $\delta$  está relacionado con la curvatura de los meridianos, y se obtiene haciendo pasar el meridiano de compresión por un punto correspondiente a un ensayo de compresión con confinamiento.

Para dicho ensayo:

$$J_2 = \frac{(p_h - \sigma_{cu})^2}{3}, \quad I_1 = \sigma_{cu} + 2p_h \quad (\text{A3.1.14})$$

donde  $p_h$  y  $\sigma_{cu}$  representan la presión de confinamiento del ensayo y el valor de

resistencia última a compresión uniaxial correspondiente a dicho confinamiento. Si se obliga al meridiano de compresión de la función de fluencia definido en ecuación (A3.1.11) a pasar por el punto correspondiente y se tiene en cuenta la expresión del parámetro  $\alpha$  dada en la ecuación (A3.1.5), se puede obtener el valor de  $\delta$  como sigue:

$$\delta = - \frac{(\sqrt{3J_2} + \gamma\sigma_{\max})(2R_{bc} - 1) + I_1(R_{bc} - 1) - f'_c R_{bc}}{(\sqrt{3J_2} + I_1 + \gamma\sigma_{\max})(4R_{bc}^2 - 1) + \left(\frac{I_1^2}{f'_c} - f'_c\right) \cdot R_{bc}} \quad (\text{A3.1.15})$$

donde  $f'_c$  es el valor de resistencia última o resistencia pico y el valor de  $\sigma_{\max}$  coincide con la presión de confinamiento. Es conveniente que el ajuste se realice para el valor de la resistencia última y no para el umbral de fluencia pues por lo general es más simple obtener información sobre la variación de la resistencia última en función de la presión de confinamiento. La definición del umbral de fluencia por lo general es más dudosa.

## Capítulo 4

### Modelo propuesto

#### 4.1 Introducción

El modelo propuesto en esta tesis consiste en una modificación y extensión del modelo de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#) con el objeto de describir más adecuadamente las principales características de la respuesta del hormigón sometido a cargas impulsivas: Efecto del confinamiento elevado, compactación bajo presiones hidrostáticas elevadas, transición entre los procesos de compactación y dilatancia observada en ensayos de compresión triaxial, así como amplificación dinámica de la resistencia (a tracción y a compresión) y de la energía de deformación por efecto de la velocidad de deformación.

Se proponen entonces las siguientes modificaciones en el modelo de plasticidad y daño de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#):

- Incorporación de una función tipo “*cap*” a fin de lograr el cierre de la superficie de fluencia sobre el eje hidrostático de presiones.
- Introducción de una nueva variable interna relacionada con el proceso de compactación.
- Definición de reglas de endurecimiento isótropo y no isótropo con el propósito de considerar distintas posibilidades en la evolución de la superficie de carga, de acuerdo a las diferentes combinaciones de tensiones posibles.
- Extensión viscoplástica a fin de considerar los efectos de la velocidad de deformación, a partir del análisis cuantitativo de efectos inerciales sobre elementos sometidos a ensayos dinámicos de tracción y compresión uniaxial.

- Definición de un criterio de potencial adecuado para describir la transición entre los procesos de compactación y dilatación en el material.

## 4.2 Hipótesis y características más importantes del modelo

La formulación del modelo se basa en las siguientes hipótesis:

- Pequeñas deformaciones.
- Material en estado seco: Como fuera descrito en el punto 2.3, la respuesta cuasiestática del hormigón bajo cargas de compresión triaxial con alto confinamiento se ve afectada sensiblemente cuando el contenido de humedad es superior al 50%, es decir, en hormigones parcial o totalmente saturados. En estos casos, las resistencias obtenidas son menores que en ensayos de hormigón con poca o sin humedad y las diferencias se hacen más notables a medida que crece el nivel de confinamiento ([Vu et al, 2009](#)).
- Procesos isotérmicos. Si bien las explosiones y las cargas de impacto producen elevaciones de temperaturas importantes, el modelo desarrollado en esta tesis no considera los efectos de la variación de temperatura en las propiedades mecánicas del hormigón ni el acoplamiento termomecánico. La extensión del modelo para tener en cuenta estos efectos puede hacerse de manera directa con un enfoque similar al utilizado por [Luccioni et al \(2003\)](#).
- Material continuo e isótropo. A los efectos de la modelación de elementos estructurales bajo cargas explosivas el hormigón puede ser considerado como un material aproximadamente homogéneo e isótropo y simulado mediante un modelo de continuo
- Elasticidad lineal: Se supone que en el rango elástico el comportamiento del hormigón es lineal, es decir las propiedades elásticas se mantienen constantes.
- Material elastoplástico. La teoría de plasticidad puede ser usada como un marco matemático para describir el comportamiento inelástico del hormigón, originado principalmente por la microfisuración, crecimiento y propagación de fisuras
- El daño macroscópico direccional (fisura) proviene de un comportamiento

macroscópico adireccional de los puntos situados en una cierta zona del sólido, de modo que la fisura o fractura queda definida por el lugar geométrico de los puntos isotrópamente dañados (Oller, 2001)

- Para régimen de alto confinamiento, la degradación de las propiedades elásticas del material puede considerarse despreciable, por lo que en el modelo no se tiene en cuenta el proceso de daño para dichos estados de carga (Poinard et al, 2010). La extensión para considerar daño acoplado con plasticidad independiente del tiempo puede hacerse siguiendo un enfoque similar al seguido por Luccioni et al (1996). Dicho enfoque es un enfoque general que acopla plasticidad con daño. En particular se puede utilizar como modelo elastoplástico el definido en esta tesis.

El modelo propuesto es un modelo fenomenológico termodinámicamente consistente y deriva de una generalización de la teoría clásica de la plasticidad (Oller, 1988; Lubliner, 1989) que permite tener en cuenta distintos aspectos del comportamiento del hormigón bajo cargas dinámicas de tipo impulsivo, las cuales producen confinamiento elevado. Por otro lado, la extensión viscoplástica está basada en la teoría de Perzyna (1966).

La sensibilidad del material debida a la velocidad de deformación, como un efecto de tipo viscoso, se manifiesta especialmente bajo tensiones de tracción. Por ello, en el modelo propuesto se considera el efecto viscoso en forma diferenciada para estados tensionales que involucran tensiones de tracción y de compresión, con el objeto de representar adecuadamente la amplificación dinámica en cada caso.

La formulación del modelo propuesto es dependiente de los tres invariantes de tensión y permite la consideración de distintas resistencias del hormigón.

El modelo incluye reglas de endurecimiento y ablandamiento tanto isotrópico como no isotrópico, que involucran conceptos de la mecánica de fractura, incorporando una longitud característica para garantizar la objetividad de la respuesta en los procesos de ablandamiento.

Otra modificación respecto del modelo de partida, es que se incorpora una variable interna adicional relacionada con la compactación inelástica, ya que para procesos de compresión con confinamiento elevado no es posible controlar todos los fenómenos que tienen lugar durante el proceso de endurecimiento, mediante una única variable escalar.

Finalmente, el modelo propuesto permite representar la transición entre los procesos de compactación y dilatación, a través de la definición de un flujo plástico no asociado.

## 4.3 Modelo de plasticidad

En esta sección se presenta el modelo de plasticidad propuesto, en el cual se incorpora una función de cierre sobre el eje hidrostático. Se describen las bases termodinámicas del modelo, así como la formulación de la superficie de fluencia, las variables internas, las funciones de endurecimiento y la superficie de potencial plástico.

### 4.3.1 Bases termodinámicas

El modelo propuesto está basado en la hipótesis de elasticidad desacoplada (Green y Naghdi, 1964; Lubliner, 1990) según la cual la densidad de energía libre de Helmholtz por unidad de volumen total  $\psi$  se puede suponer formada por dos partes independientes: una parte elástica  $\psi^e$  y una parte plástica  $\psi^p$ , correspondientes a los procesos elástico y plástico respectivamente.

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e, \kappa^p, \boldsymbol{\varepsilon}_v^p) = \psi^e(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e) + \psi^p(\alpha_i) \quad (4.1)$$

donde  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e$  es el tensor de deformaciones elásticas y  $\alpha_i$  representa en forma general un conjunto de variables internas plásticas.

Para pequeñas deformaciones, la parte elástica de la densidad de energía libre puede escribirse mediante una expresión cuadrática como:

$$\psi^e(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e) = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e C_{ijkl} \boldsymbol{\varepsilon}_{kl}^e) \quad (4.2)$$

donde  $C_{ijkl}$  es el tensor constitutivo elástico.

El modelo de partida (Luccioni et al 2005) está basado en una única variable interna, la variable de endurecimiento plástico. Se puede demostrar que la utilización de una única variable interna plástica basada en el trabajo plástico que no distingue entre el comportamiento volumétrico y el desviador, no permite describir adecuadamente el

endurecimiento no isótropo que experimentan los materiales cohesivo friccionales bajo caminos de carga no proporcionales que alcanzan valores elevados de la presión hidrostática. Por esta razón, en esta tesis se incorpora una nueva variable, la deformación volumétrica plástica, para representar apropiadamente la evolución de las tensiones y deformaciones bajo estados tensionales que involucran confinamiento elevado. La parte plástica de la energía libre se escribe entonces como:

$$\psi^p(\alpha_i) = \psi^p(\kappa^p, \varepsilon_v^p) \quad (4.3)$$

Donde  $\kappa^p$  es la variable de daño plástico que en el modelo de [Luccioni et al \(1996\)](#) representaba el endurecimiento plástico isótropo del material. Sin embargo, con las modificaciones introducidas luego en [Luccioni y Rougier \(2005\)](#), la evolución de esa variable da lugar a una evolución no isótropa de la superficie de fluencia.

$\varepsilon_v^p$  es la deformación volumétrica plástica que controla el endurecimiento plástico no isótropo debido a la compactación del material.

Tanto  $\kappa^p$  como  $\varepsilon_v^p$  representan variables internas del modelo que permiten reproducir en forma aproximada los fenómenos subyacentes que dan lugar al comportamiento observado en ensayos con confinamiento.

La desigualdad de Clausius Duhem se escribe como:

$$\Xi = -\dot{\psi} - \eta\dot{\theta} + \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{\theta} q_i \nabla \theta \geq 0 \quad (4.4)$$

Donde  $\Xi$  es la disipación por unidad de volumen,  $\theta$  es una medida de la temperatura,  $\eta$  la entropía por unidad de volumen y  $q_i$  el flujo de calor a través de la superficie externa.

Teniendo en cuenta las ecuaciones (4.1) y (4.2) y la descomposición aditiva de las deformaciones  $\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p$  en una parte elástica  $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$  y una plástica  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ , resulta

$$\Xi = \left( \sigma_{ij} - \frac{\partial \psi^e}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \right) \dot{\varepsilon}_{ij}^e - \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \eta \right) \dot{\theta} - \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \frac{\partial \psi^p}{\partial \kappa^p} \dot{\kappa}^p - \frac{\partial \psi^p}{\partial \varepsilon_v^p} \dot{\varepsilon}_v^p \geq 0 \quad (4.5)$$

Como  $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$  y  $\dot{\theta}$  representan variaciones temporales arbitrarias de las variables libres, una

condición suficiente para garantizar el cumplimiento de la desigualdad de Clausius – Duhem, para un dado estado termodinámico es que sus multiplicadores sean idénticamente nulos, esto es

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} - \frac{\partial \psi^e}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = 0 &\Rightarrow \sigma_{ij} = \frac{\partial \psi^e}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p) \\ \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \eta = 0 &\Rightarrow \eta = -\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde  $\varepsilon_{ij}$  y  $\varepsilon_{ij}^p$  son los tensores de deformación total y plástica respectivamente. La primera de las ecuaciones (4.6) representa la ecuación constitutiva secante.

Adicionalmente, para procesos termomecánicos desacoplados, la disipación mecánica debe satisfacer la primera desigualdad de Clausius-Planck de tal forma que:

$$\Xi_m^p = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \frac{\partial \psi^p}{\partial \kappa^p} \dot{\kappa}^p - \frac{\partial \psi^p}{\partial \varepsilon_v^p} \dot{\varepsilon}_v^p \geq 0 \quad (4.7)$$

$$\Xi_m^p = Y_i \dot{X}_i \geq 0 \quad (4.8)$$

donde  $\{Y\} = \left\{ \begin{array}{c} \sigma_{ij} \\ -\frac{\partial \psi^p}{\partial \kappa^p} \\ -\frac{\partial \psi^p}{\partial \varepsilon_v^p} \end{array} \right\}$  representan las fuerzas termodinámicas conjugadas o variables

complementarias de la deformación plástica  $\varepsilon_{ij}^p$  y de las variables internas  $\kappa^p$  y  $\varepsilon_v^p$  respectivamente que pueden agruparse como

$$\{X\} = \left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_{ij}^p \\ \kappa^p \\ \varepsilon_v^p \end{array} \right\} \quad (4.9)$$

Se acepta que el campo de disipación de la ecuación (4.8) puede ser escrito por medio de una función convexa de tipo  $D(\dot{X}_i) \geq 0$  que sólo depende de las variables internas y de las variables termodinámicas de estado en un dado instantes. Se puede definir un pseudopotencial de disipación (Maugin, 1992) como la siguiente función convexa:

$$\varphi(\dot{X}_i) = \int_0^t D(t, \dot{X}_i) \frac{dt}{t} \quad (4.10)$$

Usando esta definición, el pseudopotencial complementario puede obtenerse como la transformada de Legendre Fenchel del potencial definido en la ecuación (4.10):

$$\varphi^* = \max_{\dot{\varepsilon}_{ij}^p, \dot{\kappa}^p, \dot{\varepsilon}_v^p} \{Y_i \dot{X}_i - \varphi(\dot{X}_i)\} \quad (4.11)$$

Esta es la función indicadora de un espacio convexo  $L$  en el espacio complementario que permite obtener la evolución de las variables internas mediante las siguientes reglas de normalidad:

$$\dot{X}_i = \lambda \frac{\partial \varphi^*}{\partial Y_i} \quad \text{con } \lambda \geq 0 \forall Y_i \in \partial L \quad (4.12)$$

$$\dot{X}_i = 0 \quad \forall Y_i \in L \quad (4.13)$$

### 4.3.2 Función de fluencia

Tanto para condiciones de carga cuasiestáticas como dinámicas, la respuesta del hormigón se ve influenciada por los niveles de confinamiento en el material. La resistencia crece con la presión hidrostática pero la variación no es lineal, sobre todo para altas presiones de confinamiento. Más aún, se puede producir compactación plástica bajo estados hidrostáticos. Por este motivo, en esta tesis se define el umbral elástico a través de una función de fluencia con meridianos curvos y que además se cierra sobre el eje hidrostático de presiones ([Aráoz y Luccioni, 2008, 2011](#)).

$$F(\sigma_{ij}; \kappa^p, \varepsilon_v^p) = \sqrt{3J_2} + F_{cap} \left[ \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^p)} (1-\alpha) I_1^2 - K(\kappa^p) (1-\alpha)(1+\delta) \right] = 0 \quad (4.14)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  son parámetros materiales que determinan la forma de la función de fluencia.  $I_1$  es el primer invariante del tensor de tensiones,  $J_2$  es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones,  $K(\kappa^p)$  representa la evolución del umbral de fluencia

equivalente y  $\sigma_{\max}$  es la tensión principal mayor:  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma_{\max}$ , cuya expresión es la siguiente:

$$\sigma_{\max} = 2 \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{I_1}{3} \quad (4.15)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de similaridad o ángulo de Lode:

$$\operatorname{sen}(3\theta) = \frac{3\sqrt{3} J_3}{2(J_2)^{3/2}} \quad (4.16)$$

y  $J_3$  es el tercer invariante del tensor desviador de tensiones.

La determinación de los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  se realiza de igual forma que en el modelo de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#), y se encuentra detallada en el Anexo 3.1. En el Anexo 4.2 se listan todos los parámetros del modelo propuesto y se describe la obtención de las nuevas funciones incorporadas al modelo.

La función  $F_{cap}$  permite el cierre sobre el eje hidrostático, y depende de la deformación volumétrica plástica  $\varepsilon_v^p$ . La expresión para  $F_{cap}$  tiene la siguiente forma:

$$F_{cap} = \begin{cases} 1 & I_1 \geq I_u(\varepsilon_v^p) \\ 1 - \left( \frac{I_u(\varepsilon_v^p) - I_1}{I_0(\varepsilon_v^p) - I_u(\varepsilon_v^p)} \right)^2 & I_1 < I_u(\varepsilon_v^p) \end{cases} \quad (4.17)$$

$I_0(\varepsilon_v^p)$  corresponde al valor de  $I_1$  donde la función de fluencia corta al eje hidrostático, e  $I_u(\varepsilon_v^p)$  es el valor de  $I_1$  para el cual la curva de fluencia en el meridiano de compresión se aparta de la curva original ([Luccioni y Rougier, 2005](#)). Esto puede observarse en la [figura 4.1](#).

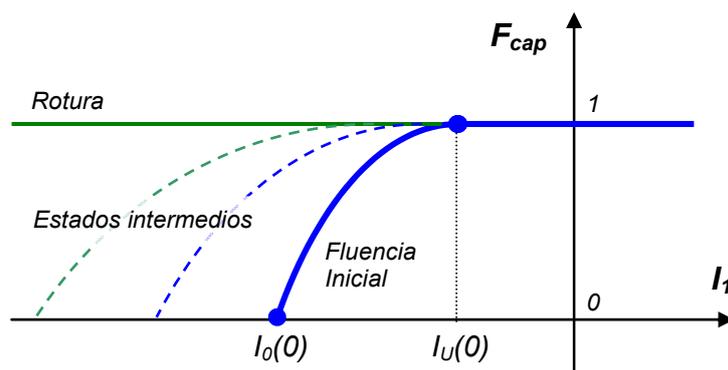


Figura 4.1 – Función  $F_{cap}$

En la [figura 4.1](#) se presenta esquemáticamente la función de cierre  $F_{cap}$  y su evolución a medida que se incrementa la presión hidrostática de compresión, suponiendo que el límite  $I_u$  se mantiene constante.

En la [figura 4.2](#) se puede observar el efecto de la función  $F_{cap}$  sobre la superficie de fluencia original. A través de la utilización de dicha función es posible lograr un mejor ajuste en relación a los resultados experimentales, cuando el material está sometido a un confinamiento elevado. La superficie de fluencia inicial, por efecto la función  $cap$  se cierra sobre el eje hidrostático, permitiendo reproducir los umbrales de fluencia observados experimentalmente en ensayos de compresión con distinto confinamiento. Esta superficie evoluciona con el proceso de compactación (endurecimiento), y dependiendo del camino de carga, puede alcanzar la superficie de falla. La superficie de falla coincide con la del modelo de meridianos curvos de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#). Las curvas en la [figura 4.2](#) corresponden a los datos del modelo detallados en la [Tabla 4.1](#), para un hormigón tipo H40 ([Vu et al 2009](#)).

La superficie de fluencia en el modelo de partida cambia su tamaño con la variación de una única variable de endurecimiento plástico  $\kappa^P$ . Esto es válido para estados tensionales de tracción o de compresión con bajas presiones de confinamiento. A fin de representar correctamente la respuesta del hormigón en ensayos de compresión triaxial con niveles de confinamiento elevado, el modelo propuesto considera que la superficie de fluencia es capaz, además, de cambiar de forma sobre el eje hidrostático dependiendo del camino de carga. Esto se tiene en cuenta a través de la evolución de la función  $F_{cap}$ , cuyos límites  $I_o$  e  $I_u$  dependen de una nueva variable interna directamente relacionada con el proceso de compactación, la

deformación volumétrica plástica  $\varepsilon_v^p$ . En la sección 4.3.3 se presentan más detalles sobre las variables internas, mientras que en el apartado 4.3.5 se describen las leyes de endurecimiento consideradas en el modelo.

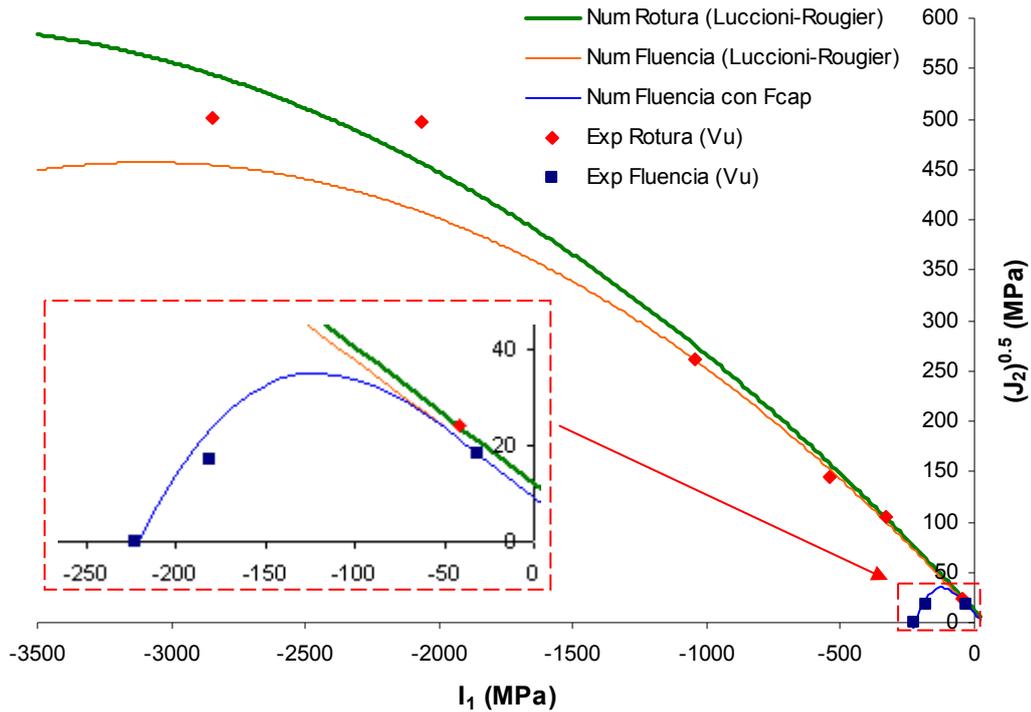


Figura 4.2 – Superficie de fluencia modificada para confinamiento elevado. Datos experimentales de Vu et al (2009) para un hormigón H-40

Parámetro		
Constantes que definen la superficie de fluencia: (Luccioni-Rougier (2005))		$\alpha = 0.1361$ $\beta = 7.5469$ $\delta = 0.0052$ $\gamma = 2.2$
Tensión máxima (según datos experimentales):	$\sigma_{max}$	650 MPa
Valores iniciales de los límites de $F_{cap}$ :	$I_u(0)$	-40 MPa
	$I_o(0)$	-220 MPa

Tabla 4.1 – Parámetros utilizados en el modelo Luccioni-Rougier y el modelo con  $F_{cap}$  propuesto.

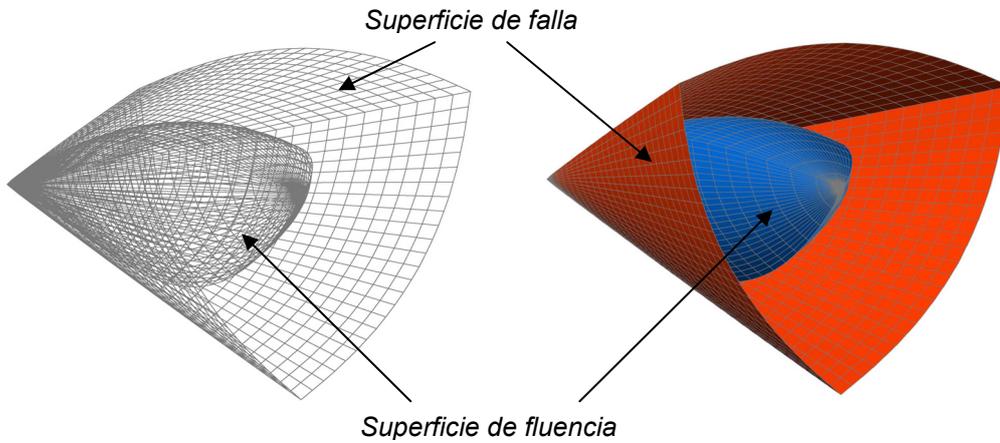


Figura 4.3 – Superficies de falla y de fluencia inicial ( $\kappa^p = \varepsilon^p = 0$ ) en el modelo propuesto

En la [figura 4.3](#) puede observarse un esquema tridimensional de las superficies de falla y de fluencia inicial para el modelo propuesto.

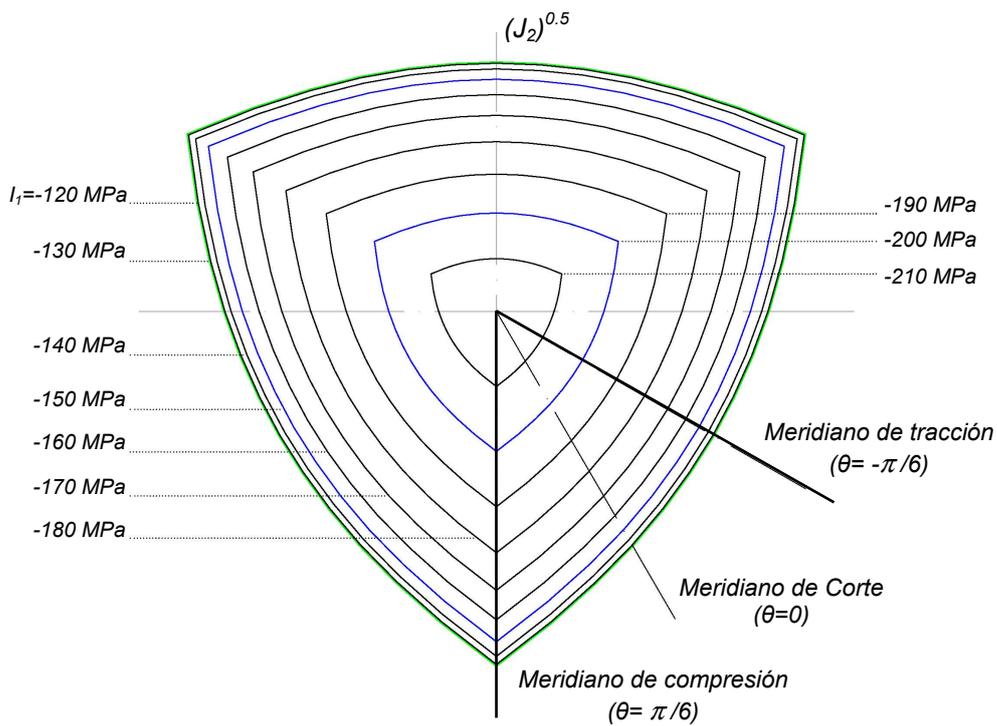


Figura 4.4 – Forma de la superficie de fluencia inicial en el plano octaédrico para distintos valores de  $I_1$

Las modificaciones introducidas, a través de la función  $F_{cap}$ , no cambian la forma general de la superficie en el plano octaédrico. En la [figura 4.4](#) se muestran las secciones en dicho

plano para distintos valores de  $I_1$  (primer invariante del tensor de tensiones), en el rango de presiones donde está aplicado el cierre (*cap*). Se observa en las figuras 4.3 y 4.4 que el efecto de  $F_{cap}$  corresponde a un cierre gradual de la superficie sobre el eje hidrostático.

En la figura 4.4 se observa, además, que la forma de la superficie de fluencia en el plano octaédrico se mantiene constante para los distintos niveles de presión hidrostática. Esto representa una diferencia respecto del modelo RHT (Riedel et al, 1999), en el cual la forma de la intersección de la superficie de fluencia con planos octaédricos varía en función de la presión hidrostática. Para las sollicitaciones consideradas en este trabajo, esta característica del modelo no representa una limitación, ya que las trayectorias de tensiones de compresión se encuentran sobre los meridianos de compresión, los cuales están apropiadamente definidos para los distintos niveles de confinamiento. Sin embargo, se plantea a futuro la necesidad de profundizar en el estudio de este tema especialmente para estados tensionales donde se combinan tensiones de tracción y compresión.

En la figura 4.5 se muestra la forma de la superficie de fluencia en el plano principal  $\sigma_2=0$ . Puede observarse que se mantiene la forma de la función original de Luccioni y Rougier (2005) (ver figura A3.1.1).

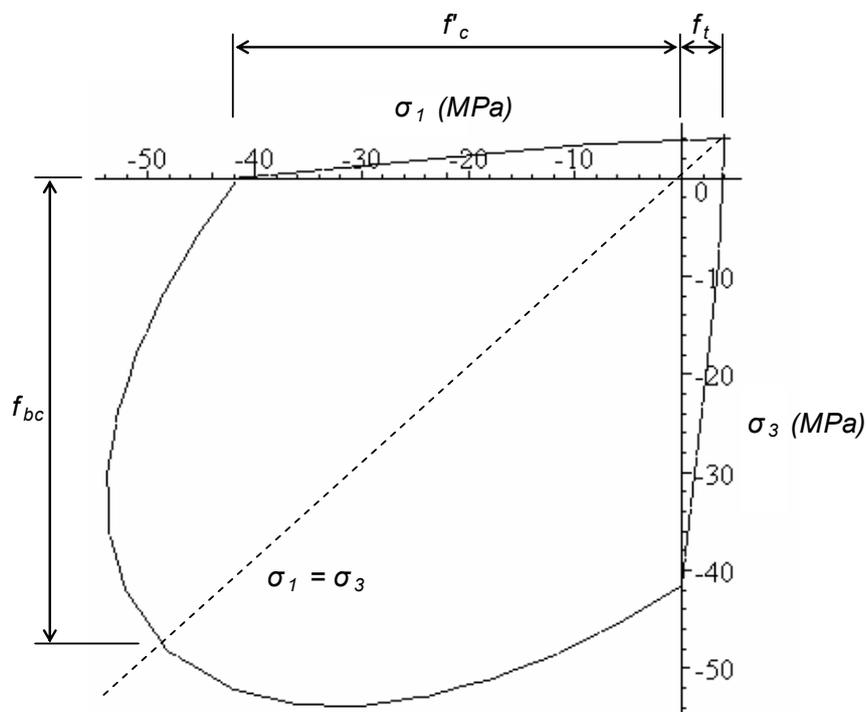


Figura 4.5 – Función de fluencia. Plano  $\sigma_2=0$ ; para hormigón tipo H40 (Vu et al, 2009)

### 4.3.3 Flujo plástico

Como en la teoría incremental de la plasticidad clásica, la regla de evolución de las deformaciones plásticas tiene la siguiente forma:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\sigma_{mn}; \kappa^p, \varepsilon_v^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.18)$$

donde  $\dot{\lambda}$  es el parámetro de consistencia plástico y  $G(\sigma_{mn}; \kappa^p, \varepsilon_v^p)$  es la función de potencial plástico. En caso de flujo asociado se considera  $G(\sigma_{mn}; \kappa^p, \varepsilon_v^p) = F(\sigma_{mn}; \kappa^p, \varepsilon_v^p)$ .

La regla de flujo (4.18) muestra la importancia de definir apropiadamente la función de potencial a fin de reproducir en forma adecuada los fenómenos de compactación y dilatación observados experimentalmente

La utilización de flujo asociado a la superficie de fluencia da lugar a la aparición de dilatación plástica (aumento de volumen inelástico) en régimen de bajo confinamiento. Esto concuerda con las observaciones experimentales en hormigón, para ensayos de tracción y compresión uniaxial, así como en ensayos de compresión triaxial con bajas presiones de confinamiento. Para presiones mayores, y en función del camino de carga, el hormigón presenta deformaciones predominantemente de compactación, es decir, que el flujo plástico volumétrico debe orientarse en sentido contrario. Esto también concuerda, aproximadamente, con la dirección de la normal a la superficie de fluencia para elevadas presiones hidrostáticas (ver [figura 4.2](#)). Sin embargo, en ensayos de compresión triaxial las deformaciones volumétricas alcanzan un valor mínimo en función del confinamiento, y luego comienzan un proceso de dilatación. Para lograr esta transición, así como la correcta descripción del flujo plástico para niveles de confinamiento elevado, es necesario considerar un criterio de flujo no asociado. En la sección 4.3.6 se describen más detalles de cómo se controla la dirección del flujo plástico a través de una adecuada definición de la evolución de la función de potencial plástico  $G$ .

### 4.3.4 Variables internas

Para describir el cambio de tamaño de la superficie de fluencia es suficiente definir una variable de endurecimiento escalar  $\kappa^p$  dependiente de las deformaciones inelásticas a través de una medida escalar de las mismas. Para representar el comportamiento descrito en el apartado 4.1 no se puede trabajar con endurecimiento isótropo y una única variable interna, sino que hace falta controlar en forma independiente la evolución del “cap” dado por la función  $F_{cap}$ . Para ello, se trabaja con dos variables de endurecimiento plástico, que están vinculadas a las deformaciones plásticas pero pueden variar de manera distinta según la evolución del proceso de deformaciones permanentes. Las variables de endurecimiento utilizadas son: una variable de endurecimiento plástico isótropo, relacionada con el trabajo plástico y la deformación volumétrica plástica. Esto representa una forma indirecta de distinguir el efecto de las deformaciones inelásticas desviadoras de las volumétricas.

Para la variable de endurecimiento plástico isótropo se usa una regla de evolución con la siguiente forma general:

$$\dot{\kappa}^p = H_{ij}(\sigma_{mn}, \kappa^p) \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (4.19)$$

que, considerando la ecuación (4.18), queda definida de la siguiente forma:

$$\dot{\kappa}^p = H_{ij}(\sigma_{mn}, \kappa^p) \dot{\lambda} \frac{\partial G(\sigma_{mn}, \kappa^p, \epsilon_v^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.20)$$

$\kappa^p$  se obtiene normalizando la energía disipada en el proceso viscoplástico a la unidad. Varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando se ha disipado plásticamente la totalidad de la energía que el material es capaz de disipar de esta forma. Se propone para la misma la siguiente regla de evolución que tiene en cuenta el comportamiento diferenciado en tracción y compresión. Mediante esta extensión propuesta se puede simular adecuadamente la disipación de energía en compresión triaxial del hormigón que representa una extensión de la regla de evolución del modelo de partida (Luccioni et al. 1996; Luccioni y Rougier 2005),

$$\dot{\kappa}^p = \left[ \frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*p}} \right] \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (4.21)$$

Resulta entonces

$$H(\sigma_{mn}, \kappa^p)_{ij} = \left[ \frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*p}} \right] \sigma_{ij} \quad (4.22)$$

donde:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \quad \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_i + |\sigma_i|] \quad (4.23)$$

$\sigma_i$  son las tensiones principales

$$g_f^{*p} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{op}}{f^p(\sigma_{ij}) \cdot F_{cap}^2} \right)^{1+J(-r)} g_f^p \quad g_c^{*p} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{f^p(\sigma_{ij}) \cdot F_{cap}^2} \right)^{1+J(-r)} g_c^p \quad (4.24)$$

$$J(-r) = \begin{cases} 0 & r > 0 \\ 1 & r \leq 0 \end{cases}$$

$R^{op}$  es la relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial,  $g_f^p$  y  $g_c^p$  son las máximas densidades de energía disipadas por el proceso plástico en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

En ausencia de daño, estas energías pueden ser evaluadas como:

$$g_f^p = \frac{G_f}{l_c} \quad \text{y} \quad g_c^p = \frac{G_c}{l_c} \quad (4.25)$$

donde  $G_f$  y  $G_c$  son las energías de fractura y aplastamiento respectivamente y  $l_c$  es un parámetro externo (longitud característica) que depende del tamaño característico de la malla de elementos finitos y se introduce para obtener objetividad de la respuesta del sólido respecto del tamaño de la malla.

La nueva variable de endurecimiento plástico introducida es la deformación volumétrica

plástica  $\varepsilon_v^p$  que se calcula directamente a partir del tensor de deformaciones plásticas como:

$$\varepsilon_v^p = \varepsilon_{ii}^p \quad (4.26)$$

Y su regla de evolución puede definirse a partir de la regla de flujo (ecuación (4.18)) como:

$$\dot{\varepsilon}_v^p = \dot{\varepsilon}_{ii}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ii}} \quad (4.27)$$

### 4.3.5 Endurecimiento plástico

La simulación del comportamiento del hormigón bajo confinamiento elevado requiere una apropiada definición de la función de endurecimiento. En la [figura 4.6](#) se representan esquemáticamente los procesos de endurecimiento para distintos caminos de carga.

La evolución de la superficie de fluencia controlada por la variable de endurecimiento plástico  $\kappa^p$ , representa un crecimiento de la superficie de fluencia en dirección desviadora e hidrostática, como se indica en la [figura 4.6a](#). Este tipo de endurecimiento se presenta para estados de tensión predominantemente desviadores o con bajo confinamiento en los que la deformación plástica volumétrica es no negativa (dilatancia).

Para procesos de compresión con altas presiones de confinamiento, se produce compactación inelástica que determina la evolución de la función  $F_{cap}$ . Ello produce un cambio de forma (evolución del *cap*) y de tamaño de la superficie de fluencia, principalmente sobre el eje de presiones hidrostáticas. Este tipo de endurecimiento ha sido indicado esquemáticamente en la [figura.4.6b](#). La intersección de la superficie de fluencia con el plano desviador se va cerrando gradualmente.

La nueva variable interna introducida en el modelo, la deformación volumétrica plástica  $\varepsilon_v^p$  permite controlar la evolución de  $F_{cap}$  y tiene importancia para estados de confinamiento elevado. Se puede comprobar que para niveles altos de confinamiento, la resistencia última depende casi exclusivamente de la evolución de la deformación volumétrica plástica  $\varepsilon_v^p$ , y la influencia de la variable  $\kappa^p$  es prácticamente despreciable.

Debe aclararse que la [figura 4.6](#) representa sólo de un esquema de los procesos de endurecimiento, ya que para la mayoría de los procesos de carga, las dos variables de endurecimiento crecen simultáneamente.

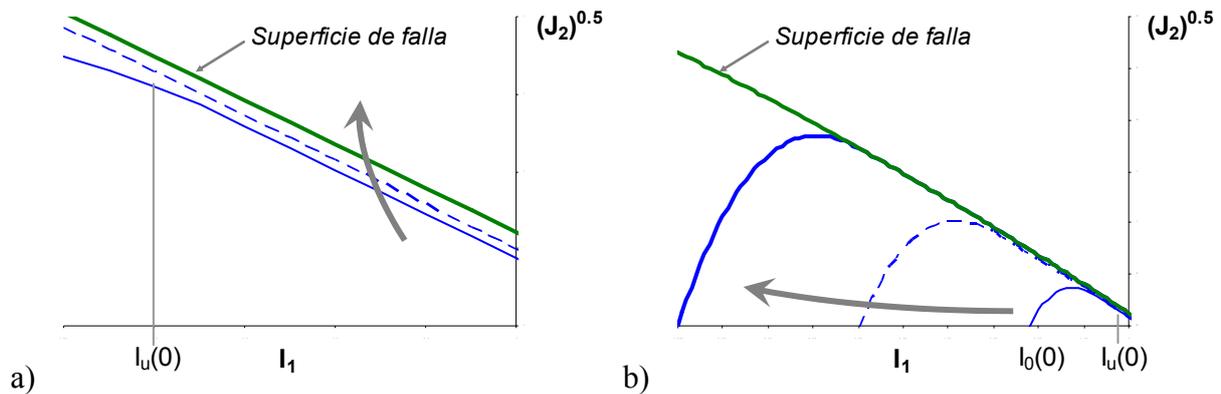


Figura 4.6 – Evolución de la superficie de fluencia para distintos caminos de carga:

a) Confinamiento bajo o moderado y b) Confinamiento elevado

Para definir el endurecimiento plástico controlado por la variable  $\kappa^p$  se propone la siguiente regla de evolución para el umbral de fluencia equivalente, que constituye una extensión de la usada por [Luccioni y Rougier \(2005\)](#) para el caso en que se incluye un *cap* en la función de fluencia:

$$K(\sigma_{ij}, \kappa^p) = [r \sigma_t(\kappa^p) + (1-r) \sigma_c(\kappa^p)] \cdot F_{cap} \quad (4.28)$$

donde  $\sigma_t(\kappa^p)$  y  $\sigma_c(\kappa^p)$  representan la evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial estáticos respectivamente.

El endurecimiento no isótropo del *cap* está determinado por la evolución de los límites  $I_0(\varepsilon_v^p)$  e  $I_u(\varepsilon_v^p)$  de la función  $F_{cap}$ , indicados en la [figura 4.1](#). Estos límites deben ser definidos adecuadamente para representar adecuadamente el endurecimiento durante los procesos de compactación y de dilatancia.

En la [figura 4.7](#), se presenta un esquema de la respuesta de un material cohesivo friccional en un ensayo triaxial donde se aplica una presión hidrostática y luego se incrementa la tensión de compresión en la dirección axial, obteniendo un estado desviador de tensiones. Se

observa que, durante el proceso desviador, el material se compacta hasta un determinado punto donde comienza el proceso de dilatancia. Dicho punto corresponde a la intersección con una curva envolvente de deformaciones volumétricas mínimas (o de máxima compactación) que puede determinarse en función de resultados experimentales.

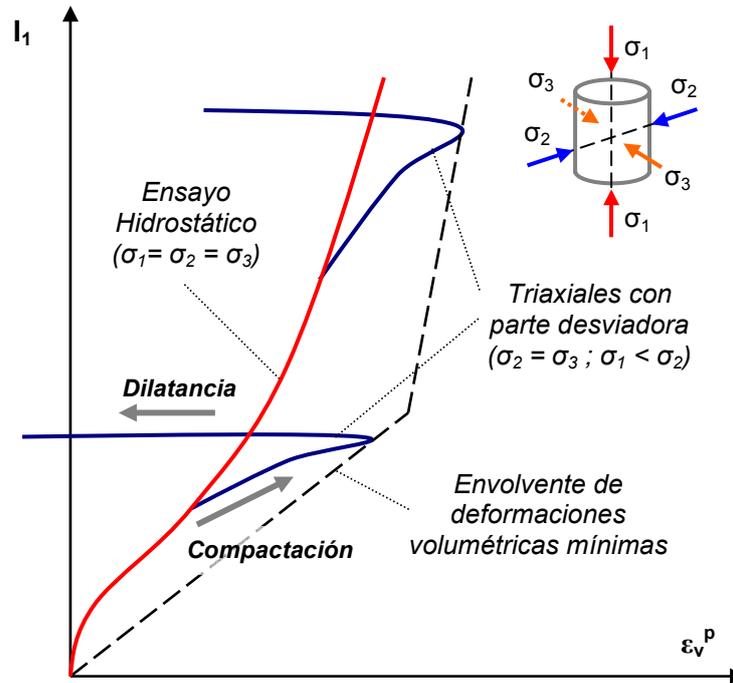


Figura 4.7 – Esquema de transición entre compactación y dilatancia en ensayos de compresión triaxial

El modelo propuesto considera esta transición a través de un control de dilatancia, que consiste en comparar la deformación volumétrica plástica (en cada paso) con el valor mínimo posible para ese estado tensional ( $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ ). Los escasos resultados experimentales disponibles (Gabet et al, 2008) muestran que esta curva envolvente coincide aproximadamente con la variación de las deformaciones plásticas respecto de  $I_1$  para el ensayo edométrico.

Cuando es alcanzada la deformación volumétrica plástica mínima  $\epsilon_{v,\min}^p$ , la evolución de los límites  $I_0$  e  $I_u$  se modifican, tanto para la superficie de fluencia como para la superficie potencial, a fin de continuar con el proceso de endurecimiento en dilatancia.

En el esquema de la figura 4.7, se observa que a partir de cierto valor (de máxima

compactación), las deformaciones volumétricas tienden a crecer (dilatancia), sin embargo el material continua en proceso de endurecimiento.

Para la definición de la evolución de  $I_0$  e  $I_u$  durante el proceso de compactación, se utilizan los resultados del ensayo de compresión hidrostática.

Para el ensayo puramente hidrostático ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ), el límite  $I_0(\varepsilon_v^p)$  representa la evolución del primer invariante de tensiones ( $I_1 = 3 p = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ ) en función de la deformación volumétrica plástica. Esto presenta una analogía directa con el concepto de Ecuación de Estado (EoS) descrito en el capítulo 3.5. La evolución de  $I_0(\varepsilon_v^p)$  para el ensayo hidrostático se denota  $I_0^{Hidro}(\varepsilon_v^p)$  y puede obtenerse a partir de la curva experimental de deformaciones volumétricas, descontando las componentes elásticas, como se muestra en la [figura 4.8](#).

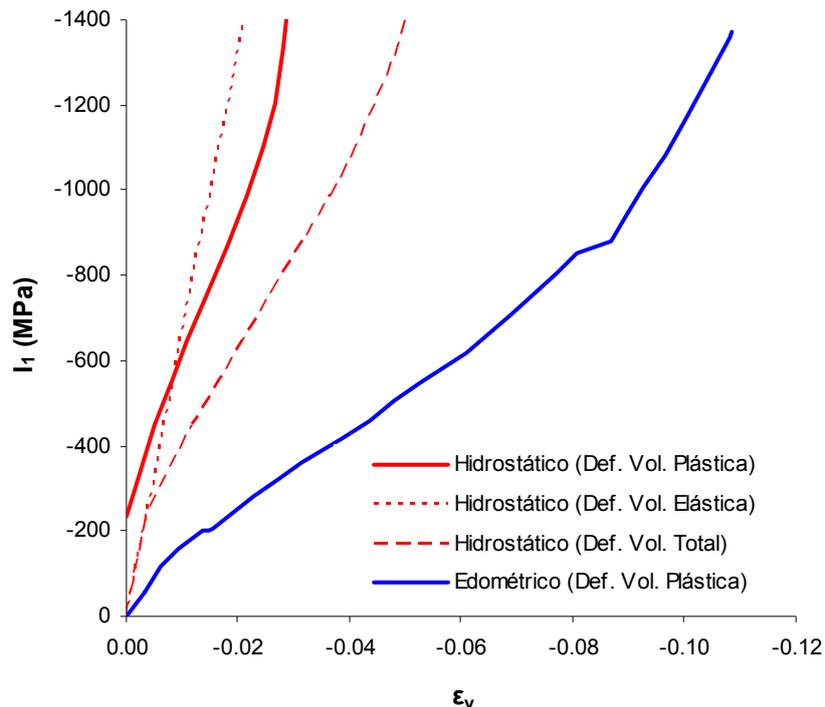


Figura 4.8 – Variación de  $I_1$  en ensayo hidrostático (Buzaud, 1998) y edométrico (Gatuingt, 1999)

Para extender esta regla de evolución a otros tipos de camino de carga se observa lo que

ocurre bajo distintos caminos de carga que involucran presiones hidrostáticas de compresión.

En el caso de compresión triaxial la evolución de  $I_0$  e  $I_u$  a partir de ensayos hidrostáticos permite describir adecuadamente la evolución del *cap* de la superficie de fluencia.

Sin embargo se observa que esta definición no es adecuada para definir la evolución del *cap* de la superficie de fluencia en un ensayo edométrico. Esto puede deducirse claramente de la marcada diferencia que existe entre las curvas de respuesta  $I_1(\varepsilon_v^p)$  de los ensayos de compresión hidrostática y edométrica (ver [figura 4.8](#)). En el ensayo edométrico las deformaciones axiales representan la totalidad de la deformación volumétrica, ya que las componentes de deformación laterales son nulas.

Se observa que, en este caso:

$$I_0^{Edo}(\varepsilon_v^p) \leq I_0^{Hidro}\left(\frac{\varepsilon_v^p}{3}\right) \quad (4.29)$$

En base a esta observación, se propone la siguiente expresión aproximada, de acuerdo al número de componentes no nulas de deformación,  $n_n$  de tal forma que:

$$I_0(\varepsilon_v^p) = I_0^{Hidro}\left(\frac{\varepsilon_v^p}{4 - n_n}\right) \quad (4.30)$$

La disponibilidad de ensayos experimentales en el rango de presiones analizadas es bastante limitada. La propuesta de la ecuación (4.30) puede ser mejorada, en función de la comparación con resultados experimentales que presenten otros caminos de carga.

Para completar la definición de la función  $F_{cap}$  es necesario definir, además, el límite  $I_u(\varepsilon_v^p)$ .

Se observa que en el ensayo edométrico el material plastifica muy tempranamente y se considera que este límite se mantiene fijo en su valor inicial  $I_u(\varepsilon_v^p = 0)$ . En otros casos, como ensayos de compresión triaxial con distinto confinamiento, este límite puede desplazarse. Dicho desplazamiento permite lograr un crecimiento gradual de la superficie a medida que crecen las tensiones desviadoras, durante el proceso de compactación.

Se propone entonces la siguiente expresión aproximada para definir la evolución de  $I_u(\varepsilon_v^p)$

$$I_u(\epsilon_v^p) = I_0^{Hidro} \left( \epsilon_v^p \left( \frac{n_n - 1}{2n_n} \right) \right) \quad (4.31)$$

El proceso de dilatación comienza cuando la deformación volumétrica  $\epsilon_v^p$  alcanza el valor de la deformación volumétrica mínima  $\epsilon_{v,\min}^p$ , determinada a partir del control de dilatación en función del nivel de confinamiento presente en el material. La transición entre compactación y dilatación es muy pronunciada, y el punto de la curva donde se produce la misma depende del nivel de confinamiento presente en el material. En consecuencia, los límites  $I_0$  e  $I_u$  deben definir adecuadamente ese cambio a fin de continuar con el incremento de tensión observado experimentalmente (ver [figura 2.4](#)).

Se propone la siguiente expresión de evolución de  $I_0$  en el proceso de dilatación:

$$I_0(\epsilon_v^p) = I_0(\epsilon_{v,\min}^p) \left[ 1 - \xi \sqrt{1 - \left( \frac{\epsilon_v^p}{\epsilon_{v,\min}^p} \right)^2} \right] \quad (4.32)$$

donde  $\xi = \left( \frac{p_{\max} - p_{dilat}}{p_{dilat}} \right)$  representa la diferencia proporcional entre la presión hidrostática máxima  $p_{\max}$  que puede ser alcanzada en el ensayo triaxial, y la presión para la cual se produce la dilatación  $p_{dilat} = \frac{I_0(\epsilon_{v,\min}^p)}{3}$ . De acuerdo a los resultados experimentales en la [figura 2.4](#), esta diferencia se incrementa con el nivel de confinamiento, sin embargo, a los fines prácticos, puede considerarse un valor promedio  $\xi = 0.10$ .

En este caso, se considera que el límite  $I_u$  permanece fijo y toma el valor alcanzado para la deformación volumétrica plástica mínima, es decir,

$$I_u(\epsilon_v^p) = I_u(\epsilon_{v,\min}^p) \quad (4.33)$$

En la [Tabla 4.2](#) se resumen las ecuaciones de evolución de  $I_0$  e  $I_u$  para la superficie de fluencia.

La definición de los límites de  $F_{cap}$  para la transición entre los procesos de compactación y dilatación no es suficiente, adicionalmente es necesario definir una superficie de potencial plástico que permita orientar el flujo plástico de manera adecuada. La descripción de la

función de potencial plástico se presenta en el apartado siguiente.

### 4.3.6 Control de compactación/dilatancia

La simulación del comportamiento del hormigón bajo confinamiento elevado requiere además una apropiada definición de la dirección del flujo de deformaciones plásticas. En particular, los ensayos de compresión triaxial presentan un comportamiento de transición entre compactación y dilatancia, dependiendo del nivel de confinamiento alcanzado, para lo cual es necesario incorporar en el modelo un control de dilatancia. De acuerdo a [Hartmann et al \(2010\)](#), la dirección del flujo plástico en el plano desviador no tiene mucha influencia en los resultados numéricos para niveles elevados de confinamiento.

Mediante el control de dilatancia se establece el punto de transición a partir del cual se modifican las reglas de endurecimiento no isótropo, para los proceso de compactación o dilatancia según corresponda

Para la superficie de potencial se propone una expresión idéntica a la propuesta para la superficie de fluencia:

$$G = \frac{\frac{\sqrt{3J_2}}{G_{cap}(I_1, \epsilon_v^p)} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^P)} (1-\alpha) I_1^2}{K(\kappa^P) \cdot (1-\alpha) \cdot (1+\delta)} - 1 = 0 \quad (4.34)$$

La única diferencia respecto de la ecuación (4.14) radica en la utilización de una nueva función de cierre  $G_{cap}$ , que se define como:

$$G_{cap} = \begin{cases} 1 & I_1 \geq I_u^G(\epsilon_v^p) \\ 1 - \left( \frac{I_u^G(\epsilon_v^p) - I_1}{I_0^G(\epsilon_v^p) - I_u^G(\epsilon_v^p)} \right)^2 & I_1 < I_u^G(\epsilon_v^p) \end{cases} \quad (4.35)$$

La ecuación (4.35) es similar a la expresión (4.17) para  $F_{cap}$ , sin embargo los límites  $I_0^G(\epsilon_v^p)$  e  $I_u^G(\epsilon_v^p)$  permiten establecer adecuadamente la dirección del flujo plástico para las distintas etapas de carga y niveles de confinamiento.

Para bajas presiones de confinamiento, donde  $G_{cap}=F_{cap}=1$ , se obtiene flujo asociado y la superficie de fluencia corresponde a la del modelo original de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#).

Para altas presiones de confinamiento, la adecuada definición del límite  $I_u^G(\epsilon_v^p)$  permite orientar el flujo volumétrico plástico de tal forma de obtener, según corresponda, incrementos de deformación volumétrica negativos en el caso de compactación o positivos en el caso de dilatación.

Durante el proceso de compactación, el límite  $I_u$  puede considerarse constante  $I_u^G(\epsilon_v^p) = f_c$  e  $I_0^G(\epsilon_v^p) = I_0(\epsilon_v^p)$ , es decir que, en el eje hidrostático de presiones, se desplaza en forma idéntica a la superficie de fluencia.

En el caso de dilatación, puede adoptarse  $I_0^G(\epsilon_v^p) \rightarrow (-\infty)$ , lo cual es equivalente a considerar la superficie de potencial plástico sin *cap*.

En la [Tabla 4.2](#) se resumen las consideraciones de  $I_0$  e  $I_u$  para la superficie de fluencia y la superficie de potencial plástico, según corresponda a compactación o dilatación.

	$F_{cap}$		$G_{cap}$	
	$I_0(\epsilon_v^p)$	$I_u(\epsilon_v^p)$	$I_0^G(\epsilon_v^p)$	$I_u^G(\epsilon_v^p)$
<i>Compac.</i>	$I_0^{Hidro}\left(\frac{\epsilon_v^p}{4-n_n}\right)$	$I_u(\epsilon_v^p) = I_0^{Hidro}\left(\epsilon_v^p\left(\frac{n_n-1}{2n_n}\right)\right)$	$I_0(\epsilon_v^p)$	$f_c$
<i>Dilat.</i>	$I_0^{Hidro}(\epsilon_{v,\min}^p) \left[ 1 - \xi \sqrt{1 - \left(\frac{\epsilon_v^p}{\epsilon_{v,\min}^p}\right)^2} \right]$	$I_u(\epsilon_{v,\min}^p)$	$(-\infty)$	

Tabla 4.2 – Límites en  $F_{cap}$  y  $G_{cap}$  para procesos de compactación y dilatación

### 4.3.7 Condiciones de carga/descarga

Las condiciones de carga/descarga se derivan de las relaciones de Kuhn-Tucker formuladas para problemas con restricciones unilaterales:

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad F \leq 0 \quad \dot{\lambda} F = 0 \quad (4.36)$$

La evolución de las deformaciones permanentes se obtiene a partir de la solución de la ecuación (4.37), llamada *condición de consistencia* del problema.

$$\dot{F} = 0 \quad (4.37)$$

### 4.3.8 Módulo elástico tangente

La ley constitutiva secante, dada por la ecuación (4.6), satisface la desigualdad de Clausius-Planck. Considerando la variación temporal de dicha ecuación, se obtiene:

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}^e = C_{ijkl} (\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}_{kl}^p) \quad (4.38)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}^e = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}^p \quad (4.39)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - C_{ijtu} \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{tu}} \quad (4.40)$$

$\dot{\lambda}$  puede obtenerse a partir del desarrollo de la ecuación (4.37), y teniendo en cuenta la forma de la función de fluencia definida en ecuación (4.14).

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \kappa^p} \dot{\kappa}^p + \frac{\partial F}{\partial \epsilon_v^p} \dot{\epsilon}_v^p = 0 \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}^p + \frac{\partial F}{\partial \kappa^p} \dot{\kappa}^p + \frac{\partial F}{\partial \epsilon_v^p} \dot{\epsilon}_v^p = 0 \quad (4.42)$$

luego, reemplazando (4.18) y (4.20) se obtiene:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{\partial F}{\partial \kappa^p} H(\sigma_{mn}, \kappa^p)_{ij} \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial \epsilon_v^p} \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ii}} = 0 \quad (4.43)$$

A partir de esta expresión puede obtenerse el parámetro de consistencia plástica como:

$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}}{-\frac{\partial F}{\partial \kappa^p} H(\sigma_{mn}, \kappa^p)_{ij} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{\partial F}{\partial \epsilon_v^p} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ii}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}}} \quad (4.44)$$

Reemplazando  $\dot{\lambda}$  en la ecuación (4.40) se tiene:

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - \frac{C_{ijtu} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{tu}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnkl} \dot{\epsilon}_{kl}}{-\frac{\partial F}{\partial \kappa^p} H(\sigma_{vw}, \kappa^p)_{rs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} - \frac{\partial F}{\partial \epsilon_v^p} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rr}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{rs}} C_{rsvw} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{vw}}} \quad (4.45)$$

La ecuación (4.45) se puede escribir como:

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}^T \dot{\epsilon}_{kl} \quad (4.46)$$

donde  $C_{ijkl}^T$  es el tensor elastoplástico que resulta:

$$C_{ijkl}^T = C_{ijkl} - \frac{C_{ijtu} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{tu}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnkl}}{-\frac{\partial F}{\partial \kappa^p} H(\sigma_{vw}, \kappa^p)_{rs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} - \frac{\partial F}{\partial \epsilon_v^p} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rr}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{rs}} C_{rsvw} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{vw}}} \quad (4.47)$$

## 4.4 Extensión viscoplástica

Para tener en cuenta el efecto de la velocidad de deformación en la respuesta se realiza una extensión viscoplástica del modelo de plasticidad a través de la teoría de [Perzyna \(1966\)](#), en la cual, al igual que la teoría de flujo de la plasticidad, se define una región del espacio de tensiones dentro del cual el material permanece elástico.

La regla de evolución de la deformación plástica definida en ecuación (4.18) se reemplaza por la siguiente regla de evolución de la deformación viscoplástica

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \frac{\phi[F(\sigma_{ij}, \kappa^{vp}, \epsilon_v^{vp})]}{\eta} \frac{\partial G(\sigma_{mn}, \kappa^{vp}, \epsilon_v^{vp})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.48)$$

donde  $\eta$  es el parámetro de viscosidad,  $G(\sigma_{mn}, \kappa^{vp}, \varepsilon_v^{vp})$  es la función de potencial plástico (ecuación (4.34)), y  $\phi[F(\sigma_{ij}, \kappa^{vp}, \varepsilon_v^p)]$  es la función de sobretensión que toma la siguiente forma:

$$\phi[F(\sigma_{ij}, \kappa^{vp}, \varepsilon_v^p)] = \langle F(\sigma_{ij}, \kappa^{vp}, \varepsilon_v^p) \rangle^N \quad (4.49)$$

los paréntesis de Macaulay se definen como  $\langle x \rangle = 0.5(x + |x|)$ ;

$F$  es la función de fluencia;  $\kappa^{vp}$  representa la variable interna de endurecimiento viscoplastico,  $\varepsilon_v^p$  es la deformación volumétrica viscoplastica.

El exponente  $N$  y el coeficiente de viscosidad  $\eta$  son parámetros materiales que dependen del estado tensional (tracción o compresión) a fin de representar adecuadamente el comportamiento material del hormigón para altas velocidades de deformación. En la sección 4.4.1 se trata este tema con más detalle.

Al igual que en la teoría de plasticidad, la dirección del flujo viscoplastico se define a través del gradiente del potencial viscoplastico  $G(\sigma_{ij}, \kappa^{vp}, \varepsilon_v^{vp})$ ; y en caso de optar por flujo asociado se considera  $F(\sigma_{ij}, \kappa^{vp}, \varepsilon_v^p) = G(\sigma_{ij}, \kappa^{vp}, \varepsilon_v^{vp})$ .

Teniendo en cuenta la función de fluencia, se presentan las siguientes condiciones de carga y descarga:

- Carga–Descarga elástica:  $F < 0$
- Carga viscoplastica:  $F \geq 0$

Por lo tanto, no existe restricción en la magnitud de  $F$ , y el proceso viscoplastico tiene lugar en el exterior del dominio elástico.

En consecuencia, esta teoría no tiene condición de consistencia y no existe operador tangente. Sólo al considerar incrementos finitos de tiempo en el contexto de una integración implícita del proceso viscoplastico es posible obtener un operador tangente algorítmico. Este tema se trata con más detalle en el Anexo 4.1.

#### 4.4.1 Parámetros viscoplásticos

Los parámetros incorporados al modelo a partir de la extensión viscoplástica son el coeficiente de viscosidad  $\eta$  y el exponente  $N$  de la función de sobretensión.

El orden de magnitud del coeficiente de viscosidad se puede estimar a través de la siguiente expresión (Le Nard y Baillo, 2000):

$$\eta_c = \frac{l\sqrt{E\rho}}{2f_y} \quad (4.50)$$

donde  $l$  es la longitud característica utilizada en el modelo, en general dependiente del tamaño máximo del agregado;  $E$  es el módulo de Young,  $\rho$  es la densidad y  $f_y$  la tensión correspondiente al límite elástico del hormigón.

Tanto el coeficiente de viscosidad  $\eta$  como el exponente  $N$  son parámetros que se deben ajustar en base comparaciones con resultados experimentales, para una determinación más precisa. El proceso de calibración del modelo se describe más adelante, en el capítulo 5.3.

El efecto de la velocidad de deformación en el hormigón está representado principalmente como un incremento dinámico de resistencia. Como fuera descrito en el capítulo 2, el incremento dinámico aparente en ensayos uniaxiales a tracción es mayor que en los ensayos a compresión. En los ensayos dinámicos a compresión, por efecto de las fuerzas inerciales laterales, existe un efecto de confinamiento que produce un incremento aparente de resistencia a nivel estructural. En el capítulo 5 se realiza un análisis cuantitativo del efecto de estas fuerzas inerciales, a fin de discriminar el efecto dinámico estructural de aquel relacionado con las propiedades viscosas del material.

A fin de plantear el modelo en un marco general que permita la configuración para distintos casos, se proponen expresiones generales para la obtención de los parámetros viscoplásticos para distintos estados de carga. A partir de los valores calibrados a tracción uniaxial ( $\eta_t$  y  $N_t$ ) y compresión uniaxial ( $\eta_c$  y  $N_c$ ), luego se interpolan utilizando la función  $r(\sigma_i)$ , que tiene en cuenta el signo de las tensiones principales (ver ecuación (4.23)).

Los parámetros quedan determinados con las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\eta &= r \eta_t + (1-r) \eta_c \\ N &= r N_t + (1-r) N_c\end{aligned}\tag{4.51}$$

Como caso particular, cuando  $\eta \rightarrow 0$ , la ecuación (4.48) corresponde al caso invíscido. Esto puede observarse en la [figura 4.9](#) donde se presentan las curvas Tensión-Deformación para un ensayo de compresión uniaxial considerando distintos valores de  $\eta_c$ . A medida que se reduce el coeficiente de viscosidad, la respuesta se aproxima al caso elastoplástico cuasiestático. Por lo tanto, de acuerdo a la ecuación (4.51), el modelo permite considerar los efectos de viscosidad material en forma separada para tracción y compresión, e incluso despreciar los efectos tiempo dependientes cuando  $\eta \rightarrow 0$ .

Debe tenerse en cuenta que, desde el punto de vista de la implementación numérica, a medida que  $\eta \rightarrow 0$  el problema se vuelve mal condicionado. Esto origina dificultades en el proceso de cálculo que han motivado el desarrollo de distintos algoritmos de integración, los cuales obtienen la solución tiempo dependiente en función de la solución invíscida del problema ([Simo y Hughes, 1998](#)).

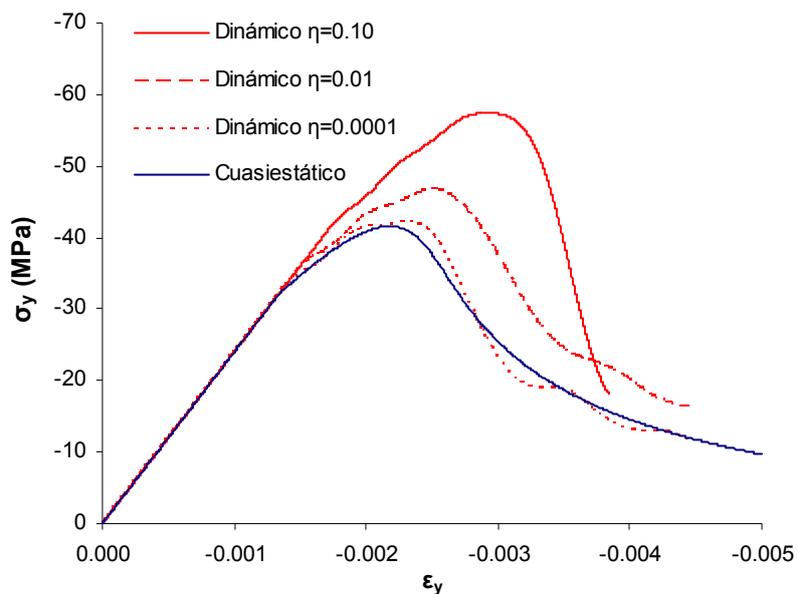


Figura 4.9 – Curvas tensión-deformación en ensayo de compresión uniaxial para distintos valores de  $\eta_c$

#### 4.4.2 Energías de deformación

Existen en la bibliografía diversos trabajos experimentales donde se verifica la influencia de la velocidad de deformación en el valor de la energía de deformación (Shuler et al. 2006, Zhang et al. 2009). A partir de esos resultados experimentales se han propuesto distintas expresiones analíticas que permiten predecir los valores de esta energía en función de la velocidad de deformación.

Para la extensión viscoplástica, se considera en las ecuaciones (4.25) que las energías de aplastamiento  $G_c$  y de fractura  $G_f$ , dependen de la velocidad de deformación.

A tal efecto, se proponen las expresiones detalladas en el Anexo 4.2 (Aráoz y Luccioni, 2009), las cuales surgen de las propuestas de Luege (1999) y Ngo et al (2009). Las ecuaciones correspondientes a la energía de fractura han sido modificadas en esta tesis en función de los resultados experimentales disponibles. Cabe destacar que, en todos los casos, se parte de las expresiones recomendadas por el CEB-FIP (1990).

## ANEXO 4.1

### Implementación numérica del modelo propuesto

#### A4.1.1 Introducción

Se presenta en esta sección la implementación numérica del modelo propuesto. En primer lugar, se desarrolla el método de retorno mapeado y se presenta el algoritmo de integración para el caso del modelo elastoplástico. Luego se describe el procedimiento seguido para la integración numérica del modelo viscoplástico. Se presenta, además, el algoritmo propuesto para la implementación del modelo viscoplástico en un programa de elementos finitos dinámico, y la expresión resultante del tensor tangente consistente.

#### A4.1.2 Método de integración de tensiones (Retorno mapeado)

En esta tesis se aplica el método de retorno mapeado ([Luccioni, 1993](#)) para la integración de la ecuación constitutiva elastoplástica. Este método tiene la ventaja, frente a otros, de que se formula sólo en términos de la función de fluencia, la normal a la misma, la dirección de flujo plástico y el módulo elástico tangente, sin necesidad de recurrir a sus gradientes, y presenta una tasa de convergencia cuadrática. Fue presentado por [De Borst \(1986\)](#) y deducido por [Ortiz y Simo \(1986\)](#) a partir de una descomposición aditiva de la tensión en una parte elástica y otra parte plástica y difiere de otros algoritmos de retorno mapeado en la forma en que las tensiones, predecidas elásticamente, son relajadas.

En primer lugar, se integran las ecuaciones elásticas para obtener un predictor elástico que es tomado como condición inicial para las ecuaciones plásticas. Estas últimas definen un corrector plástico mediante el cual las tensiones obtenidas elásticamente son relajadas hasta una superficie de fluencia adecuadamente actualizada en forma iterativa. Es un algoritmo

eficiente y capaz de trabajar con modelos muy generales.

Para computar el camino de retorno se usa el siguiente procedimiento: En cada iteración se linealiza la función de fluencia alrededor de los valores actuales de las variables de estado:

$$(\sigma_{ij})_{n-1}, (\kappa^p)_{n-1}, (\varepsilon_v^p)_{n-1}.$$

$$\begin{aligned} F(\sigma_{ij}, \kappa^p, \varepsilon_v^p)_n &= F(\sigma_{ij}, \kappa^p, \varepsilon_v^p)_{n-1} + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \right\}_{n-1} [(\sigma_{kl})_n - (\sigma_{kl})_{n-1}] + \\ &+ \left\{ \frac{\partial F}{\partial \kappa^p} \right\}_{n-1} [(\kappa^p)_n - (\kappa^p)_{n-1}] + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_v^p} \right\}_{n-1} [(\varepsilon_v^p)_n - (\varepsilon_v^p)_{n-1}] \end{aligned} \quad (\text{A4.1.1})$$

Además:

$$(\sigma_{ij})_n = (\sigma_{ij}^0)_n - \Delta\lambda_n C_{ijkl} \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} \right)_{n-1} \quad (\text{A4.1.2})$$

$$(\kappa^p)_n = (\kappa^p)_{n-1} + \Delta\lambda_n (H_{ij})_{n-1} \quad (\text{A4.1.3})$$

$$(\varepsilon_v^p)_n = (\varepsilon_v^p)_{n-1} + \Delta\lambda_n \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ii}} \right)_{n-1} \quad (\text{A4.1.4})$$

Reemplazando en la ecuación (A4.1.1) y haciendo:

$$F_n = F(\sigma_{ij}, \kappa^p, \varepsilon_v^p)_n = 0 \quad (\text{A4.1.5})$$

Se obtiene:

$$\Delta\lambda_n^k = \frac{F(\sigma_{ij}, \kappa^p, \varepsilon_v^p)_{n-1}}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \right\}_{n-1} C_{ijkl} \left\{ \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} \right\}_{n-1} - \left\{ \frac{\partial F}{\partial \kappa^p} \right\}_{n-1} (H_{ij})_{n-1} - \left\{ \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_v^p} \right\}_{n-1} \left\{ \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ii}} \right\}_{n-1}} \quad (\text{A4.1.6})$$

Sustituyendo este valor de  $\Delta\lambda_n$  en las ecuaciones anteriores se obtienen los valores de  $(\sigma_{ij})_n$ ,  $(\kappa^p)_n$  y  $(\varepsilon_v^p)_n$ . Las condiciones iniciales para este procedimiento son las dadas por el predictor elástico. La iteración se realiza hasta lograr la convergencia. En el apartado siguiente se presenta el algoritmo de cálculo desarrollado para el modelo de plasticidad propuesto.

### A4.1.3 Algoritmo de integración para el caso elastoplástico

En esta sección se detalla el algoritmo de retorno mapeado utilizado para la integración numérica del modelo elastoplástico.

#### I – DATOS

Incremento de deformación:  $(\Delta \varepsilon_{ij})_n$

Deformación total actualizada:  $(\varepsilon_{ij})_n = (\varepsilon_{ij})_{n-1} + (\Delta \varepsilon_{ij})_n$

Tensión y variables internas en el paso anterior:  $(\sigma_{ij})_{n-1}, (\kappa^p)_{n-1}, (\varepsilon_v^p)_{n-1}$

#### II – PREDICTOR ELÁSTICO

$k = 0$

Deformación plástica:  $(\varepsilon_{ij}^p)_n^0 = (\varepsilon_{ij}^p)_{n-1}^0$

Deformación elástica:  $(\varepsilon_{ij}^e)_n^0 = (\varepsilon_{ij})_n - (\varepsilon_{ij}^p)_n^0$

Predictor de tensión:  $(\sigma_{ij})_n^0 = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl}^e)_n^0$

Variables internas:  $(\kappa^p)_n^0 = (\kappa^p)_{n-1}^0 \quad (\varepsilon_v^p)_n^0 = (\varepsilon_v^p)_{n-1}^0$

#### III – INTEGRACIÓN DE LA ECUACIÓN CONSTITUTIVA

##### 1. Valor inicial de la función de fluencia:

$$[F(\sigma_{ij}; \kappa^p, \varepsilon_v^p)]_n^0 = \left[ \frac{\frac{\sqrt{3J_2}}{F_{cap}(I_1, \varepsilon_v^p)} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^p)} (1 - \alpha) I_1^2}{K(\kappa^p) \cdot (1 - \alpha) \cdot (1 + \delta)} - 1 \right]_n^0$$

##### 2. Proceso iterativo:

(Sólo ingresa al lazo en el caso de comportamiento plástico)

Repetir mientras  $[F(\sigma_{ij}, \kappa^p, \varepsilon_v^p)]_n^k \geq 0$  y  $k < k_{\max}$

$$k = k + 1$$

Cálculo de incremento de la variable de consistencia plástica

$$\Delta \lambda_n^k = \left[ \frac{F(\sigma_{ij}, \kappa^p, \varepsilon_v^p)}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{\partial F}{\partial \kappa^p} H_{ij} - \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ii}}} \right]_n^{k-1}$$

Actualización de la deformación plástica  $(\varepsilon_{ij}^p)_n^k = (\varepsilon_{ij}^p)_n^{k-1} + \Delta \lambda_n^k \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \right)_n^{k-1}$

Actualización de la tensión  $(\sigma_{ij})_n^k = C_{ijkl} [(\varepsilon_{kl})_n - (\varepsilon_{kl}^p)_n^k]$

Actualización de variables internas  $(\kappa^p)_n^k = (\kappa^p)_n^{k-1} + \Delta \lambda_n^k (H_{ij})_n^k$

$$(\varepsilon_v^p)_n^k = (\varepsilon_v^p)_n^{k-1} + \Delta \lambda_n^k \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ii}} \right)_n^{k-1}$$

Función de fluencia

$$[F(\sigma_{ij}; \kappa^p, \varepsilon_v^p)]_n^k = \left[ \frac{\frac{\sqrt{3J_2}}{F_{cap}(I_1, \varepsilon_v^p)} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^p)} (1-\alpha) I_1^2}{K(\kappa^p) \cdot (1-\alpha) \cdot (1+\delta)} - 1 \right]_n^k$$

Si  $k \geq k_{\max}$   $\rightarrow$  Pare: “No hay convergencia”

#### 4 – Convergencia Plástica o Comportamiento Elástico

i) Actualización de deformación plástica  $(\varepsilon_{ij}^p)_n = (\varepsilon_{ij}^p)_n^k$

ii) Actualización de tensión  $(\sigma_{ij})_n = (\sigma_{ij})_n^k$

iii) Actualización de variables internas:  $(\kappa^p)_n = (\kappa^p)_n^k$   $(\varepsilon_v^p)_n = (\varepsilon_v^p)_n^k$

iv) FIN

#### A4.1.4 Integración numérica del modelo viscoplástico

Se utiliza el método de Euler implícito para la integración numérica del modelo viscoplástico desarrollado.

Linealizando la regla de flujo viscoplástica, presentada en el capítulo 4.3, el tensor de deformaciones viscoplásticas en el tiempo  $t+\Delta t$  resulta:

$$(\varepsilon_{ij}^{vp})^{t+\Delta t} = (\varepsilon_{ij}^{vp})^t + (\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp})^{t+\Delta t} \Delta t \quad \rightarrow \quad \Delta \varepsilon_{ij}^{vp} = (\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp})^{t+\Delta t} \Delta t \quad (\text{A4.1.7})$$

por lo tanto,

$$\Delta \varepsilon_{ij}^{vp} = \frac{\phi(\mathbf{F})^{t+\Delta t}}{\eta} \left. \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \right|^{t+\Delta t} \Delta t \quad (\text{A4.1.8})$$

Se considera el vector de variables internas  $\alpha_i = \{\kappa^p; \varepsilon_v^p\}$ , con  $i=1,2$ .

Las formas incrementales de la relación Tensión-Deformación y las tasas de variables internas son:

$$\Delta \sigma_{ij} = C_{ijmn} (\Delta \varepsilon_{mn} - \Delta \varepsilon_{mn}^{vp}) = C_{ijmn} \left( \Delta \varepsilon_{mn} - \frac{\phi(\mathbf{F})^{t+\Delta t}}{\eta} \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} \right)^{t+\Delta t} \Delta t \right) \quad (\text{A4.1.9})$$

$$\Delta \kappa^p = h^{t+\Delta t} \frac{\phi(\mathbf{F})^{t+\Delta t}}{\eta} \Delta t \quad (\text{A4.1.10})$$

$$\Delta \varepsilon_v^p = \frac{\phi(\mathbf{F})^{t+\Delta t}}{\eta} \left. \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ii}} \right|^{t+\Delta t} \Delta t \quad (\text{A4.1.11})$$

Los incrementos de variables internas pueden expresarse en forma vectorial de la siguiente forma:

$$\Delta \alpha_i = \{\Delta \kappa^p; \Delta \varepsilon_v^p\} \quad (\text{A4.1.12})$$

La ausencia de condiciones naturales de convergencia en el caso de la viscoplasticidad clásica obliga a la búsqueda de criterios alternativos. Tradicionalmente, estos planteos se basan en residuos de tensiones y variables de estado para formulaciones materiales que

incluyen endurecimiento-ablandamiento (Carosio, 2001).

A partir de las ecuaciones (A4.1.9), (A4.1.10) y (A4.1.11) pueden obtenerse los residuos en tensión y variables internas:

$$\Phi \sigma_{ij} = \Delta \sigma_{ij} - \Delta \tilde{\sigma}_{ij} + \frac{\phi(F)\Delta t}{\eta} C_{ijmn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} \quad (\text{A4.1.13})$$

$$\Phi \kappa^P = \Delta \kappa^P - h \frac{\phi(F)\Delta t}{\eta} \quad (\text{A4.1.14})$$

$$\Phi \varepsilon_v^P = \Delta \varepsilon_v^P - \frac{\phi(F)\Delta t}{\eta} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ii}} \quad (\text{A4.1.15})$$

donde  $\Delta \tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijmn} \Delta \varepsilon_{mn}$  es el predictor elástico del incremento de tensión.

Agrupando los residuos de variables internas en el vector  $\Phi \alpha_i = \{\Phi \kappa^P; \Phi \varepsilon_v^P\}$ , y aproximando el valor de  $\Phi \sigma_{ij}$  y  $\Phi \alpha_i$  por medio de una expansión en serie de Taylor limitada al primer término, e imponiendo la condición de residuo nulo en la k-ésima iteración, resulta:

$${}^k \Phi \sigma_{ij} = {}^{k-1} \Phi \sigma_{ij} + \left( \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \sigma_{mn}} \right)^{k-1} d\Delta \sigma_{mn} + \left( \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \alpha_m} \right)^{k-1} d\Delta \alpha_m = 0 \quad (\text{A4.1.16})$$

$${}^k \Phi \alpha_m = {}^{k-1} \Phi \alpha_m + \left( \frac{\partial \Phi \alpha_m}{\partial \sigma_{ij}} \right)^{k-1} d\Delta \sigma_{ij} + \left( \frac{\partial \Phi \alpha_m}{\partial \alpha_n} \right)^{k-1} d\Delta \alpha_n = 0 \quad (\text{A4.1.17})$$

Las derivadas de los residuos respecto a los incrementos de tensión y variables internas, resultan de aplicar la regla de derivación en cadena a las ecuaciones (A4.1.13), (A4.1.14) y (A4.1.15).

Despejando  ${}^k d\Delta \alpha_m$  de la ecuación (A4.1.17) se obtiene:

$${}^k d\Delta \alpha_n = - \left( \frac{\partial \Phi \alpha_m}{\partial \alpha_n} \right)^{k-1} \left[ {}^{k-1} \Phi \alpha_m + \left( \frac{\partial \Phi \alpha_m}{\partial \sigma_{ij}} \right)^{k-1} d\Delta \sigma_{ij} \right] \quad (\text{A4.1.18})$$

y luego reemplazando en la ecuación (A4.1.16),

$$\begin{aligned}
 & {}^{k-1}\Phi\sigma_{ij} + \left(\frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\sigma_{kl}}\right) {}^k d\Delta\sigma_{kl} + \\
 & - \left(\frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\alpha_n}\right) {}^{k-1}\left(\frac{\partial\Phi\alpha_m}{\partial\alpha_n}\right)^{-1} \left[ {}^{k-1}\Phi\alpha_m + \left(\frac{\partial\Phi\alpha_m}{\partial\sigma_{kl}}\right) {}^k d\Delta\sigma_{kl} \right] = 0
 \end{aligned} \tag{A4.1.19}$$

puede obtenerse una expresión explícita para  ${}^k d\Delta\sigma_{kl}$ :

$$\begin{aligned}
 {}^k d\Delta\sigma_{kl} = & \left[ \frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\sigma_{kl}} - \frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\alpha_n} \left(\frac{\partial\Phi\alpha_m}{\partial\alpha_n}\right)^{-1} \frac{\partial\Phi\alpha_m}{\partial\sigma_{kl}} \right]^{-1} : \\
 & {}^{k-1} \left[ -\Phi\sigma_{ij} + \frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\alpha_n} \left(\frac{\partial\Phi\alpha_m}{\partial\alpha_n}\right)^{-1} \Phi\alpha_m \right]
 \end{aligned} \tag{A4.1.20}$$

Una vez determinados  ${}^k d\Delta\sigma_{ij}$  y  ${}^k d\Delta\alpha_i$  se calculan los incrementos  ${}^k\Delta\sigma_{ij}$  y  ${}^k\Delta\alpha_i$  de la siguiente forma:

$${}^k\Delta\sigma_{ij} = {}^{k-1}\Delta\sigma_{ij} + {}^k d\Delta\sigma_{ij} \tag{A4.1.21}$$

$${}^k\Delta\alpha_i = {}^{k-1}\Delta\alpha_i + {}^k d\Delta\alpha_i \tag{A4.1.22}$$

y se corrigen los valores de tensión y variables internas, respectivamente:

$${}^k\sigma_{ij} = {}^{k-1}\sigma_{ij} + {}^k d\Delta\sigma_{ij} \tag{A4.1.23}$$

$${}^k\kappa^p = {}^{k-1}\kappa^p + {}^k d\Delta\alpha_1 \tag{A4.1.24}$$

$${}^k\varepsilon_v^p = {}^{k-1}\varepsilon_v^p + {}^k d\Delta\alpha_2 \tag{A4.1.25}$$

Luego se debe verificar la convergencia y, si es necesario, se realiza una nueva iteración, o bien se termina el proceso iterativo actualizando los valores de tensión y variable de estado con los últimos valores corregidos. En el algoritmo propuesto, la verificación del estado tensional se da en la misma condición de convergencia, ya que si el estado tensional corresponde al comportamiento elástico se tiene:  $F \leq 0 \rightarrow \langle\phi(F)\rangle = 0 \rightarrow \Phi\sigma_{ij} = \mathbf{0}$ ,

$\Phi \kappa^p = 0$  y  $\Phi \varepsilon_v^p = 0$ ; y por lo tanto, se actualizarán las tensiones y variables internas con los valores correspondientes al predictor elástico.

### A4.1.5 Algoritmo propuesto para el modelo viscoplástico

A continuación se presenta esquemáticamente el algoritmo correspondiente al modelo viscoplástico propuesto. El mismo ha sido implementado en un programa de elementos finitos 2D dinámico no lineal.

#### I – DATOS

Incremento de carga-deformación en el intervalo  $\Delta t$ :  $\Delta \varepsilon_{ij}^{t+\Delta t}$

Tensión y variables internas en el instante anterior  $t$ :  $\sigma_{ij}^t, (\kappa^p)^t, (\varepsilon_v^p)^t$

#### II – PREDICTOR ELÁSTICO

$k = 0$

Predictor de tensión:  ${}^k \Delta \sigma_{ij} = \Delta \tilde{\sigma}_{ij}^{t+\Delta t} = C_{ijkl} \Delta \varepsilon_{ij}^{t+\Delta t} \rightarrow {}^k \sigma_{ij} = \tilde{\sigma}_{ij}^{t+\Delta t} = \sigma_{ij}^t + \Delta \tilde{\sigma}_{ij}^{t+\Delta t}$

Predictores de variables internas:  ${}^k \Delta \kappa^p = 0 \rightarrow {}^k (\kappa^p) = (\tilde{\kappa}^p)^{t+\Delta t} = (\tilde{\kappa}^p)^t$

${}^k \Delta \varepsilon_v^p = 0 \rightarrow {}^k (\varepsilon_v^p) = (\tilde{\varepsilon}_v^p)^{t+\Delta t} = (\tilde{\varepsilon}_v^p)^t$

#### III – INTEGRACIÓN NUMÉRICA (siempre en el instante $t+\Delta t$ )

##### 1. Cálculo de Residuos y Norma (Inicial)

- Función de Fluencia y de sobretensión (correspondientes a la iteración “i”):

$${}^k [F(\sigma_{ij}; \kappa^p, \varepsilon_v^p)] = \left[ \frac{\frac{\sqrt{3J_2}}{F_{cap}(I_1, \varepsilon_v^p)} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^p)} (1-\alpha) I_1^2}{K(\kappa^p) \cdot (1-\alpha) \cdot (1+\delta)} - 1 \right]$$

$${}^k \phi [F(\sigma_{ij}, \kappa^p, \varepsilon_v^p)] = \langle F(\sigma_{ij}, \kappa^p, \varepsilon_v^p) \rangle^N$$

- Residuos:

$${}^k \Phi \sigma_{ij} = {}^k \Delta \sigma_{ij} - \Delta \tilde{\sigma}_{ij} + \left[ \frac{\phi(F)\Delta t}{\eta} C_{ijkl} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} \right]$$

$${}^k \Phi \kappa^p = \left[ \Delta \kappa^p - h \frac{\phi(F)\Delta t}{\eta} \right]$$

$${}^k \Phi \varepsilon_v^p = \left[ \Delta \varepsilon_v^p - \frac{\phi(F)\Delta t}{\eta} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ii}} \right]$$

- Norma para verificar convergencia: 
$$N = \sqrt{\left( \frac{\| {}^k \Phi \sigma_{ij} \|}{\| {}^k \sigma_{ij} \|} \right)^2 + ({}^k \Phi \kappa^p)^2 + ({}^k \Phi \varepsilon_v^p)^2}$$

## 2. Proceso Iterativo:

(Sólo ingresa al lazo si hay COMPORTAMIENTO VISCOPLÁSTICO)

### - Condición de convergencia y estado tensional

Repetir Mientras  $N > \text{Tolerancia}$  y  $k < k_{\text{máx}}$

- Actualizar contador:  $k = k + 1$

- Variaciones incrementales en tensión y variable de estado:

$${}^k d\Delta \sigma_{kl} = \left[ \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \alpha_n} \left( \frac{\partial \Phi \alpha_m}{\partial \alpha_n} \right)^{-1} \frac{\partial \Phi \alpha_m}{\partial \sigma_{kl}} \right]^{-1} :$$

$${}^{k-1} \left[ -\Phi \sigma_{ij} + \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \alpha_n} \left( \frac{\partial \Phi \alpha_m}{\partial \alpha_n} \right)^{-1} \Phi \alpha_m \right]$$

$${}^k d\Delta \alpha_n = \left( \frac{\partial \Phi \alpha_m}{\partial \alpha_n} \right)^{-1} \left[ {}^{k-1} \Phi \alpha_m + \left( \frac{\partial \Phi \alpha_m}{\partial \sigma_{ij}} \right) {}^k d\Delta \sigma_{ij} \right]$$

- Corrección de Incrementos de tensión y variables internas:

$${}^k \Delta \sigma_{ij} = {}^{k-1} \Delta \sigma_{ij} + {}^k d\Delta \sigma_{ij} \quad ; \quad {}^k \Delta \alpha_i = {}^{k-1} \Delta \alpha_i + {}^k d\Delta \alpha_i$$

- Actualización de tensiones y variables internas:

$${}^k \sigma_{ij} = {}^{k-1} \sigma_{ij} + {}^k d\Delta \sigma_{ij} \quad ; \quad {}^k \kappa^p = {}^{k-1} \kappa^p + {}^k d\Delta \alpha_1 \quad ; \quad {}^k \varepsilon_v^p = {}^{k-1} \varepsilon_v^p + {}^k d\Delta \alpha_2$$

Si  $k \geq k_{\max}$   $\rightarrow$  Pare: “No hay convergencia”

### 3 – Convergencia Viscoplastica o Comportamiento Elástico

i) Actualización de tensión:  $\sigma_{ij}^{t+\Delta t} = {}^k \sigma_{ij}$

ii) Actualización de variables internas:  $(\kappa^p)^{t+\Delta t} = {}^k (\kappa^p)$

$$(\varepsilon_v^p)^{t+\Delta t} = {}^k (\varepsilon_v^p)$$

iii) FIN

## A4.1.6 Tensor tangente consistente

El operador tangente consistente está definido como:

$$C_{ijkl}^T = \frac{d\sigma_{ij}}{d\varepsilon_{kl}} \quad (A4.1.26)$$

Por lo tanto, dados los residuos en tensión y en variables internas (ver ecuaciones (A4.1.13), (A4.1.14) y (A4.1.15)), se determinan las derivadas de dichas expresiones en función de las deformaciones  $\varepsilon_{ij}$ :

$$\frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{mn}} + \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} \frac{d\sigma_{kl}}{d\varepsilon_{mn}} + \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \alpha_r} \frac{d\alpha_r}{d\varepsilon_{mn}} = 0 \quad (A4.1.27)$$

$$\frac{\partial \Phi \alpha_r}{\partial \sigma_{kl}} \frac{d\sigma_{kl}}{d\varepsilon_{mn}} + \frac{\partial \Phi \alpha_r}{\partial \alpha_s} \frac{d\alpha_s}{d\varepsilon_{mn}} = 0 \quad (A4.1.28)$$

Despejando  $\frac{d\alpha_s}{d\varepsilon_{mn}}$  de la ecuación (A4.1.28), resulta

$$\frac{d\alpha_s}{d\varepsilon_{mn}} = -\left(\frac{\partial\Phi\alpha_r}{\partial\alpha_s}\right)^{-1}\left(\frac{\partial\Phi\alpha_r}{\partial\sigma_{kl}}\frac{d\sigma_{kl}}{d\varepsilon_{mn}}\right) \quad (\text{A4.1.29})$$

y reemplazando en la ecuación (A4.1.27),

$$\frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\varepsilon_{mn}} + \frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\sigma_{kl}}\frac{d\sigma_{kl}}{d\varepsilon_{mn}} - \frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\alpha_s}\left(\frac{\partial\Phi\alpha_r}{\partial\alpha_s}\right)^{-1}\left(\frac{\partial\Phi\alpha_r}{\partial\sigma_{kl}}\frac{d\sigma_{kl}}{d\varepsilon_{mn}}\right) = 0 \quad (\text{A4.1.30})$$

se puede obtener el operador tangente consistente, el cual queda definido por la siguiente expresión:

$$C_{klmn}^T = \frac{d\sigma_{kl}}{d\varepsilon_{mn}} = -\left[\frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\sigma_{kl}} - \frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\alpha_s}\left(\frac{\partial\Phi\alpha_r}{\partial\alpha_s}\right)^{-1}\frac{\partial\Phi\alpha_r}{\partial\sigma_{kl}}\right]^{-1}\left[\frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\varepsilon_{mn}}\right] \quad (\text{A4.1.31})$$

con 
$$\frac{\partial\Phi\sigma_{ij}}{\partial\varepsilon_{mn}} = -C_{ijmn} \quad (\text{A4.1.32})$$

### A4.1.7 Derivada de la función de fluencia

Para la función de fluencia definida como:

$$F(\sigma_{ij}; \kappa^p, \varepsilon_v^p) = \frac{\frac{\sqrt{3J_2}}{F_{cap}(I_1, \varepsilon_v^p)} + \alpha I_1 + \beta\langle\sigma_{\max}\rangle - \gamma\langle-\sigma_{\max}\rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^p)}(1-\alpha)I_1^2}{K(\kappa^p).(1-\alpha).(1+\delta)} - 1 \quad (\text{A4.1.33})$$

La derivada tiene la siguiente forma:

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}\dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial F}{\partial\kappa^p}\dot{\kappa}^p + \frac{\partial F}{\partial\varepsilon_v^p}\dot{\varepsilon}_v^p = 0 \quad (\text{A4.1.34})$$

a) Cálculo de  $\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}$

En general,  $\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}$  se expresa como:

$$\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}} = C_1 f_{ij}^1 + C_2 f_{ij}^2 + C_3 f_{ij}^3 \quad (\text{A4.1.35})$$

con:

$$f_{ij}^1 = \frac{\partial I_1}{\partial \sigma_{ij}} \quad f_{ij}^2 = \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \sigma_{ij}} \quad f_{ij}^3 = \frac{\partial J_3}{\partial \sigma_{ij}} \quad (\text{A4.1.36})$$

donde  $I_1$  es el primer invariante del tensor de tensiones,  $J_2$  el segundo invariante del tensor desviador de tensiones, y  $J_3$  el tercer invariante del tensor desviador de tensiones.

$C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  se calculan como:

$$C_1 = \frac{\partial F}{\partial I_1} \quad C_2 = \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}} - \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\tan(3\theta)}{\sqrt{J_2}} \quad C_3 = -\frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\sqrt{3}}{2 \cos(3\theta)} \frac{1}{(J_2)^{3/2}} \quad (\text{A4.1.37})$$

donde  $\theta$  es el ángulo de similaridad de Lode.

b) Cálculo de  $\frac{\partial F}{\partial \kappa^p}$

$$\frac{\partial F}{\partial \kappa^p} = \frac{\partial F}{\partial K(\kappa^p)} \frac{\partial K(\kappa^p)}{\partial \kappa^p} \quad (\text{A4.1.38})$$

c) Cálculo de  $\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_v^p}$

$$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_v^p} = \frac{\partial F}{\partial F_{cap}} \frac{\partial F_{cap}}{\partial \varepsilon_v^p} \quad (\text{A4.1.39})$$

## ANEXO 4.2

### Determinación de parámetros materiales en el modelo propuesto

#### A4.2.1 Introducción

El modelo propuesto considera los mismos parámetros materiales definidos en el Anexo 3.1 para el modelo de partida (Luccioni y Rougier, 2005). Adicionalmente, incorpora dos funciones tipo *cap*, y una función envolvente de máxima compactación.

Para definir completamente el modelo constitutivo para un material dado, es necesario especificar inicialmente las siguientes funciones:

a) Función de fluencia: Puede utilizarse la función de fluencia propuesta en apartado 4.3.2.

$$F = \frac{\frac{\sqrt{3J_2}}{F_{cap}(I_1, \varepsilon_v^p)} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^p)}(1-\alpha)I_1^2}{K(\kappa^p).(1-\alpha).(1+\delta)} - 1 = 0 \quad (\text{A4.2.1})$$

b) Función de potencial plástico: Puede utilizarse la función de potencial propuesta en el apartado 4.3.6 (Flujo no asociado).

$$G = \frac{\frac{\sqrt{3J_2}}{G_{cap}(I_1, \varepsilon_v^p)} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^p)}(1-\alpha)I_1^2}{K(\kappa^p).(1-\alpha).(1+\delta)} - 1 = 0 \quad (\text{A4.2.2})$$

Los datos materiales necesarios para definir, tanto la función de fluencia como la función de potencial plástico se describen en el apartado siguiente.

## A4.2.2 Determinación de parámetros materiales

En la definición de las funciones (A4.2.1 y A4.2.2) aparecen 4 parámetros:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$ .

La determinación de estos parámetros se realiza de igual forma que en el Anexo 3.1. Para ello es necesario conocer:

- El módulo de elasticidad  $E$  y el coeficiente de Poisson
- La resistencia a compresión uniaxial del hormigón  $f'_c$ .
- El límite elástico a compresión.
- La variable de daño plástico  $k^p$ .
- La relación entre la resistencia a compresión uniaxial y la resistencia a tracción uniaxial:

$$R^0 = f'_c / f_t \quad (\text{A4.2.3})$$

- La relación entre la resistencia a compresión equibiaxial  $f_{bc}$  y la resistencia a compresión uniaxial  $f'_c$ :

$$R_{bc} = f_{bc} / f'_c \quad (\text{A4.2.4})$$

- El punto correspondiente a ensayos de compresión con confinamiento ( $I_1, J_2$ ), por donde debe pasar el meridiano de compresión máxima (Ver [figura A4.2.1](#)).
- La relación entre los radios octaédricos máximos a tracción y compresión, en el plano octaédrico correspondiente a  $I_1 = 0$ :

$$r_{oct}^{\max} = r_t / r_c \quad (\text{A4.2.5})$$

El parámetro  $\alpha$  es el encargado de ajustar la función de discontinuidad inicial en la zona de compresión, con el fin de obtener la relación deseada entre la resistencia a compresión uniaxial  $f'_c$  y la resistencia equibiaxial  $f_{cb}$  (ver [figura 4.5](#)). Este parámetro se calcula como:

$$\alpha = \frac{R_{bc} + 4\delta.R_{bc}^2 - (1 + \delta)}{2R_{bc} + 4\delta.R_{bc}^2 - (1 + \delta)} \quad (\text{A4.2.6})$$

donde  $R_{cb}$  representa la relación entre las resistencias de compresión equibiaxial y uniaxial para el límite de discontinuidad inicial donde la variable de daño plástico  $\kappa^p = 0$ .

El parámetro  $\beta$  permite tener en cuenta la relación entre los umbrales de discontinuidad en tracción y compresión, y puede determinarse como:

$$\beta = R^0(1 - \alpha)(1 + \delta) - \frac{\delta}{R^0}(1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (\text{A4.2.7})$$

donde  $R^0$  representa la relación entre la resistencia uniaxial a compresión y tracción cuando se alcanza el primer límite de discontinuidad, es decir cuando  $\kappa^p = 0$ .

El parámetro  $\gamma$  es función de la relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión  $r_{oct}^{\max}$  y aparece solamente para estados de compresión triaxial, es decir cuando  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma^{\max} \leq 0$ . Este parámetro puede calcularse como:

$$\gamma = \frac{3(1 - r_{oct}^{\max})}{2r_{oct}^{\max} - 1} \quad (\text{A4.2.8})$$

Al igual que en el modelo de partida, la forma del límite elástico propuesto en los planos octaédricos está representado por una curva convexa con tres esquinas, correspondientes a los tres planos meridianos de compresión (ver [figura 4.4](#)).

El parámetro  $\delta$  está relacionado con la curvatura de los meridianos, y se obtiene haciendo pasar el meridiano de compresión por un punto correspondiente a un ensayo de compresión con confinamiento.

Para dicho ensayo:

$$J_2 = \frac{(p_h - \sigma_{cu})^2}{3}, \quad I_1 = \sigma_{cu} + 2p_h \quad (\text{A4.2.9})$$

donde  $p_h$  y  $\sigma_{cu}$  representan la presión de confinamiento del ensayo y el valor de resistencia última a compresión correspondiente a dicho confinamiento (ver [figura A4.2.1](#)).

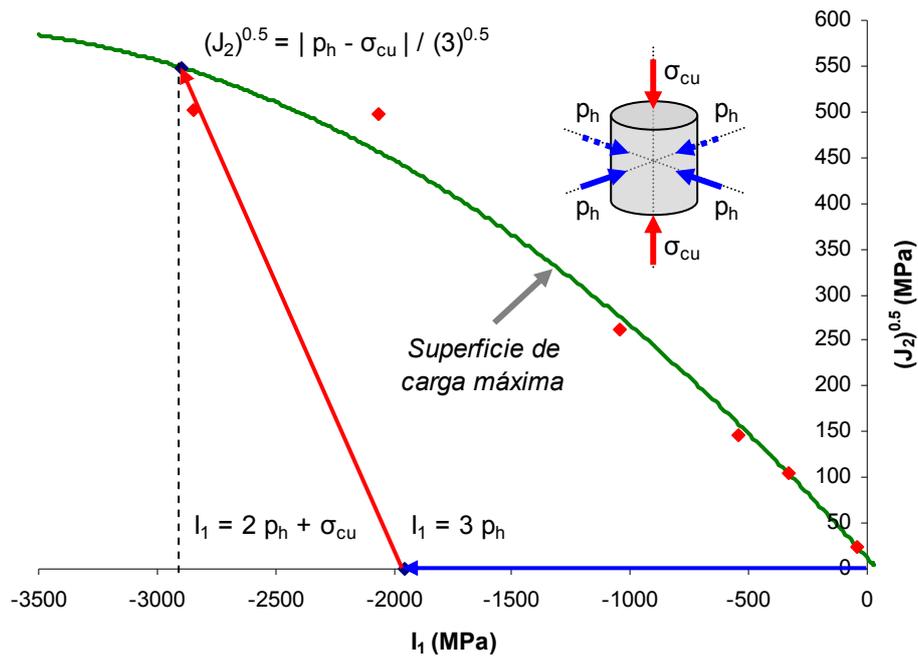


Figura A4.2.1 – Camino de carga en el plano meridiano de compresión

El valor de  $\delta$  se obtiene como:

$$\delta = - \frac{(\sqrt{3J_2} + \gamma\sigma_{\max})(2R_{bc} - 1) + I_1(R_{bc} - 1) - f'_c R_{bc}}{(\sqrt{3J_2} + I_1 + \gamma\sigma_{\max})(4R_{bc}^2 - 1) + \left(\frac{I_1^2}{f'_c} - f'_c\right) \cdot R_{bc}} \quad (A4.2.10)$$

donde  $f'_c$  es el valor de resistencia última o resistencia pico y el valor de  $\sigma_{\max}$  coincide con la presión de confinamiento.

### A4.2.3 Funciones adicionales

El modelo propuesto incorpora tres funciones adicionales respecto del modelo de partida. Estas funciones pueden calibrarse a partir de un ensayo de compresión hidrostática y de un ensayo edométrico.

- Función  $F_{cap}$ :

En el modelo propuesto se incorpora la función  $F_{cap}$  a fin de lograr el cierre de la superficie de fluencia sobre el eje hidrostático de presiones:

$$F_{cap} = \begin{cases} 1 & I_1 \geq I_u(\epsilon_v^p) \\ 1 - \left( \frac{I_u(\epsilon_v^p) - I_1}{I_0(\epsilon_v^p) - I_u(\epsilon_v^p)} \right)^2 & I_1 < I_u(\epsilon_v^p) \end{cases} \quad (A4.2.11)$$

Esta función puede desplazarse dependiendo de la evolución de las deformaciones volumétricas plásticas, y permite que la superficie de fluencia cambie de forma para régimen de alto confinamiento.

A fin de calibrar el modelo, es necesario definir la evolución de los límites  $I_0(\epsilon_v^p)$  e  $I_u(\epsilon_v^p)$ . Como fuera mencionado en la sección 4.3.5, estos límites pueden obtenerse a partir de la variación de  $I_1(\epsilon_v^p)$  en el ensayo de compresión hidrostática ( $p=\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$ ).

- Función  $G_{cap}$ :

La función  $G_{cap}$ , dada por la ecuación (4.35), permite el cierre de la superficie potencial plástico sobre el eje hidrostático, y requiere la definición de los límites  $I_0^G(\epsilon_v^p)$  e  $I_u^G(\epsilon_v^p)$ . Estos límites puede ser obtenidos, de acuerdo a lo mencionado en el apartado 4.3.6, a partir de la variación de  $I_1(\epsilon_v^p)$  en el ensayo de compresión hidrostática.

- Envolvente de deformaciones volumétricas mínimas o máxima compactación:

Finalmente, es necesario definir una curva envolvente de máxima compactación  $\epsilon_{v,\min}^p(I_1)$ .

De acuerdo a los resultados experimentales disponibles (Gabet et al, 2008), se puede considerar que esta curva coincide, aproximadamente, con la variación de las deformaciones plásticas respecto de  $I_1$  para el ensayo edométrico.

#### A4.2.4 Energía de Compactación o de Aplastamiento

En esta tesis se utilizan las mismas expresiones propuestas por Luege (1999) para la determinación de la energía de compactación en función de la velocidad de deformación. Dichas ecuaciones tienen como base las expresiones recomendadas por CEB-FIP (1990).

$$G_c = G_{c0} \left( \frac{f_{c0}}{f_{R0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} \right)^{1.026 \varphi \alpha_s} \quad \dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_{c0} \quad |\dot{\epsilon}_c| \leq 30s^{-1} \quad (A4.2.12)$$

$$G_c = \gamma_s^\varphi G_{c0} \left( \frac{f_{c0}}{f_{R0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} \right)^{\varphi/3} \quad |\dot{\epsilon}_c| > 30s^{-1} \quad (A4.2.13)$$

donde  $G_{c0}$  es la Energía de aplastamiento obtenida en un ensayo cuasi-estático,  $f_{c0}$  es la resistencia a compresión uniaxial cuasi-estática,  $f_{R0}$  es un valor base de resistencia (10 N/mm<sup>2</sup>),  $\dot{\epsilon}_c$  es la velocidad de deformación a compresión,  $\dot{\epsilon}_{c0}$  es una velocidad de deformación de referencia ( $3 \cdot 10^{-5} s^{-1}$ ), y  $\varphi$  es un parámetro a ajustar. Los coeficientes  $\gamma_s$  y  $\alpha_s$  se determinan a través de las ecuaciones (A2.1.3) del Anexo 2.1.

#### A4.2.5 Energía de Fractura

Se describen a continuación las expresiones para la energía de fractura en función de la velocidad de deformación propuestas por Luege (1999), con las modificaciones detalladas en Aráoz y Luccioni (2009). Dichas modificaciones surgen de considerar las expresiones de Ngo et al (2009), debido a que presentan un mejor ajuste con los resultados experimentales. Cabe destacar que, al igual que en el caso de la energía de aplastamiento, se parte de las expresiones recomendadas por el CEB-FIP (1990).

La energía de fractura en función de la velocidad de deformación puede determinarse como:

$$G_f = G_{f0} \left( \frac{f_{t0}}{f_{R0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\epsilon_t}{\epsilon_{t0}} \right)^{1.016 \varphi \delta_s} \quad \dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_{t0} \quad \dot{\epsilon}_t \leq 1s^{-1} \quad (A2.1.14)$$

$$G_f = \beta_s^\varphi G_{f0} \left( \frac{f_{t0}}{f_{R0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\epsilon_t}{\epsilon_{t0}} \right)^{\varphi/3} \quad \dot{\epsilon}_t > 1s^{-1} \quad (A2.1.15)$$

$$\text{con } \log \beta_s = 6 \delta_s - 2 \quad \text{y} \quad \delta_s = \frac{1}{8 + 8 \frac{f_{c0}}{f_{R0}}} \quad (\text{A2.1.16})$$

$$\dot{\epsilon}_t = r_e \bar{\dot{\epsilon}} \quad (\text{A2.1.17})$$

donde  $G_{f0}$  es la Energía de fractura obtenida en un ensayo cuasi-estático;  $f_{t0}$  es la resistencia a tracción uniaxial cuasi-estática;  $f_{c0}$  es la resistencia a compresión uniaxial cuasi-estática;  $f_{R0}$  es un valor base de resistencia ( $10 \text{ N/mm}^2$ ),  $\dot{\epsilon}_t$  es la velocidad de deformación equivalente a tracción,  $\bar{\dot{\epsilon}}_{t0}$  es una velocidad de deformación de referencia ( $1 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ ), y  $\varphi$  es un parámetro a ajustar.

En la [figura A4.2.2](#) se puede observar la variación de la energía de fractura según las expresiones (A2.1.14) y (A2.1.15) para distintos valores del parámetro  $\varphi$ , y su comparación con los resultados experimentales obtenidos por [Shuler et al. \(2006\)](#) para un hormigón tipo H-30.

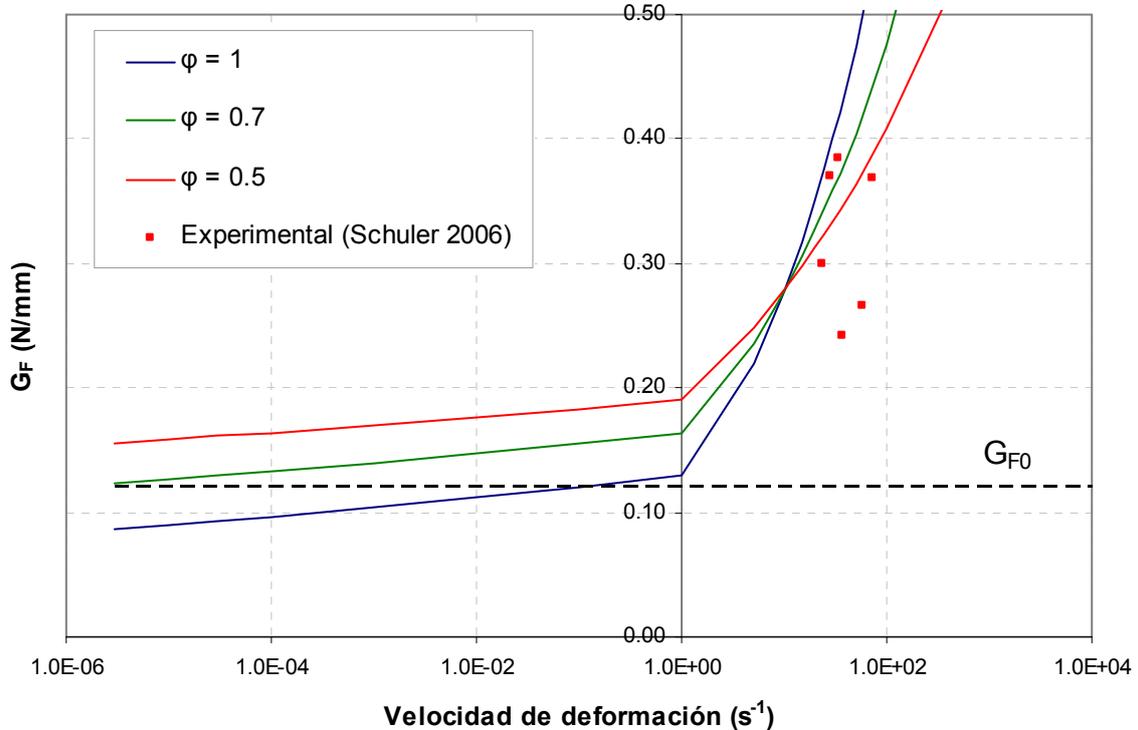


Figura A4.2.2 – Energía de fractura vs. Velocidad de deformación

## Capítulo 5

### Aplicaciones y comparaciones con resultados experimentales

#### 5.1 Introducción

El modelo propuesto se implementa en el programa PLCD2, desarrollado en el Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingeniería de la Universidad Politécnica de Cataluña. Se trata de un programa de elementos finitos 2D estático y dinámico, que permite resolver problemas no lineales de la mecánica de sólidos en pequeñas y grandes deformaciones, entre otras características.

En este capítulo se presentan estudios numéricos preliminares a fin de analizar distintos efectos relacionados a la modelación (tipo de elemento adoptado, refinamiento de malla, discretización temporal, dimensiones de la probeta y criterios de fluencia adoptados), así como la determinación de los parámetros viscoplásticos para el modelo propuesto.

Se presentan, además, los resultados obtenidos en la simulación de ensayos estáticos y dinámicos en probetas de hormigón, y se comparan con datos experimentales disponibles en la bibliografía. A los efectos de analizar la respuesta del hormigón bajo distintos caminos de carga, se reproducen, en primer lugar, ensayos cuasi-estáticos a tracción y compresión uniaxial, ensayos de tracción biaxial y ensayos de compresión triaxial con distintos niveles de confinamiento. También se presentan las simulaciones de ensayos de compresión hidrostática y ensayos edométricos. Por otro lado, se realizan ensayos dinámicos a compresión uniaxial, tracción uniaxial, compresión con confinamiento y, finalmente, ensayos dinámicos a flexión en vigas de hormigón. En todos los casos se detallan los parámetros materiales utilizados en el modelo, obtenidos a partir de datos experimentales. Adicionalmente, se realiza una

comparación con resultados obtenidos con el modelo RHT en el programa AUTODYN (ANSYS, 2009).

## 5.2 Estudios numéricos preliminares

Existen distintos factores que pueden influenciar el incremento de resistencia por efecto de la velocidad de deformación, como el tamaño del elemento ensayado, su geometría y relación de forma (Magnusson, 2007; Hao et al, 2010, Erzar et al, 2010).

Como fuera mencionado en la sección 2.4.2, el hormigón presenta un incremento aparente de resistencia a medida que aumenta la velocidad de deformación. Dicho incremento se observa en ensayos uniaxiales a tracción y compresión, y existen distintas hipótesis respecto a su origen. Algunos autores (Sercombe et al, 1998; Magnusson, 2007, Weerheijm et al, 2007; Ruiz et al, 2009) consideran que se debe a una sensibilidad propia del material a la velocidad de deformación, mientras que otros, en el caso de ensayos a compresión, atribuyen el incremento de resistencia a efectos friccionales (Mu et al, 2012) o bien de confinamiento inercial (Cotsovos, 2008; Schwer, 2009). Otros autores (Hao et al, 2010), a su vez, consideran una contribución mixta entre efectos viscosos y efectos inerciales.

El objetivo de los estudios preliminares que se presentan en este punto es evaluar la validez de la interpretación de los resultados obtenidos experimentalmente en ensayos dinámicos como representativos del comportamiento a nivel material. A fin de identificar el efecto de las fuerzas inerciales en la respuesta, en estos estudios preliminares se trabaja con el modelo elasto-plástico independiente del tiempo.

Se presentan los resultados obtenidos de simulaciones numéricas en probetas cilíndricas de hormigón, analizando separadamente los efectos de los parámetros propios de la modelación como el tipo de elemento, grado de discretización de la malla, discretización temporal, y criterio de fluencia adoptado; así como de aquellos parámetros relacionados a la física del ensayo como las dimensiones y forma de la probeta. Adicionalmente, se presenta la determinación de los parámetros viscoplásticos necesarios para la calibración del modelo propuesto.

En los casos dinámicos, se considera para la integración en el tiempo el método de Newmark (Oller, 2001), sin amortiguamiento. Para los parámetros de Newmark se adoptan

$\beta=0,25$  y  $\gamma=0,50$ . Los parámetros materiales utilizados en todos los casos corresponden a un hormigón tipo H40 (Vu et al 2009) y se detallan en la [Tabla 5.1](#).

Propiedad / Parámetro:		H40 <sup>(1)</sup>	H40 <sup>(2)</sup>	H70 <sup>(3)</sup>
Módulo de elasticidad:	$E$ (MPa)	24000	26000	39480
Coefficiente de Poisson:	$\nu$	0.13	0.21	0.2
Resistencia cuasi-estática a compresión:	$f_{c0}$ (MPa)	41.54	40.3	70
Tensión límite de fluencia a compresión:	$f_y$ (MPa)	32	32	50
Relación entre umbrales de fluencia en compresión y tracción $R_0$		10	10	20
Relación entre resistencia a compresión biaxial y uniaxial:	$R_{bc}$	1.16	1.16	1.16
Variable plástica en pico de tensión a compresión:	$\kappa^P$	0.12	0.12	0.12
Parámetro (relación de radios octaédricos)	$\gamma$	2.2	2.2	2.1
Punto de paso en compresión con confinamiento:	$p_h$ (MPa)	650	650	1000
	$\sigma_{cu}$ (MPa)	1600	1600	1450
Resistencia cuasi-estática a tracción:	$f_{t0}$ (MPa)	4.15	4.0	3.5
Energía de aplastamiento cuasi-estática:	$G_{c0}$ (MPa.m)	1.2 E-02	1.2 E-02	1.2 E-02
Energía de fractura cuasi-estática:	$G_{f0}$ (MPa.m)	1.2 E-04	1.2 E-04	1.2 E-04

<sup>(1)</sup> Vu et al (2009); <sup>(2)</sup> Poinard et al (2010); <sup>(3)</sup> Buzaud (1998), Gatuingt (1999), Forquin (2008)

Tabla 5.1 – Propiedades materiales para hormigón H40 y H70

La velocidad de deformación calculada en las simulaciones corresponde al valor promedio obtenido a partir de las velocidades de deformación de las caras de la probeta. Esto es:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{v}_a - \dot{v}_b}{L} \quad (5.1)$$

donde  $\dot{v}_a$  y  $\dot{v}_b$  son las velocidades de desplazamiento promedio de la cara superior e inferior, respectivamente, y  $L$  es la longitud o altura de la probeta. En todos los casos, se considera el apoyo inferior fijo, con lo cual  $\dot{v}_b = 0$ , y la velocidad de deformación es directamente:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{v}_a}{L} \quad (5.2)$$

A su vez, la tensión axial promedio se obtiene como:

$$\sigma_y = \frac{\sum Y_i}{A} \quad (5.3)$$

donde  $Y_i$  son las fuerzas verticales o reacciones en el apoyo inferior y  $A$  es el área de la sección transversal de la probeta.

### 5.2.1 Efecto del tipo de elemento utilizado

Comúnmente, para el estudio numérico de elementos sometidos a sollicitaciones estáticas (o cuasiestáticas) se utilizan elementos 2D con estado plano de tensión (EPT) o elementos con simetría axial (SA).

En el caso de cargas cuasiestáticas, dichos modelos numéricos conducen a resultados coincidentes. Sin embargo, si se trata de ensayos dinámicos, pueden aparecer fuerzas inerciales en tres direcciones. Dichas fuerzas sólo pueden ser consideradas si el problema se modela adecuadamente, esto es, en concordancia con la forma de la probeta utilizada en los ensayos experimentales.

Se considera, para estos estudios, una probeta cilíndrica de 100mm de diámetro y 50mm de altura. Se modela la mitad de la misma, a través de un elemento de 50mm de ancho y 50mm de altura, como se muestra en la [figura 5.1](#). Las condiciones de borde en el elemento son tales que, los desplazamientos horizontales sobre el eje de simetría y los desplazamientos verticales de los nodos inferiores (apoyo), están restringidos.

A los fines comparativos se considera el elemento con hipótesis de estado plano de tensión (EPT), o bien, simetría axial (SA), sometidos a cargas de tracción y compresión uniaxial tanto estáticos como dinámicos. Se aplica un desplazamiento  $\delta_y = \pm 0.1\text{mm}$  en los nodos del borde superior, con signo positivo para tracción y negativo para compresión. Para el ensayo dinámico, el desplazamiento es aplicado gradualmente, con una variación lineal en el tiempo, alcanzando su máximo valor para un tiempo de  $2 \cdot 10^{-5}$  s, con lo que se obtiene una velocidad de deformación promedio de 100/s.

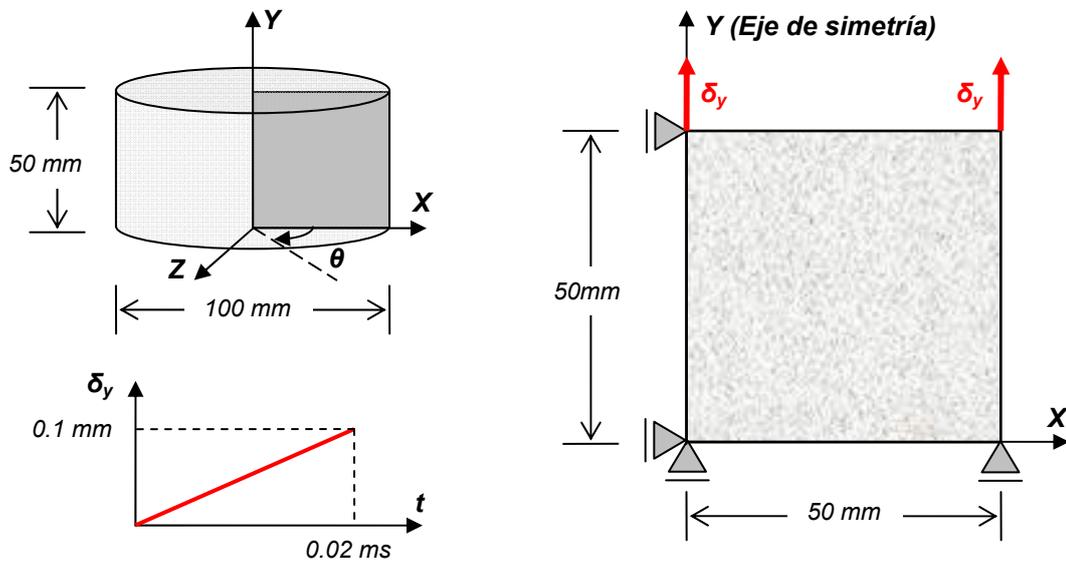


Figura 5.1 – Esquema de probeta cilíndrica y elemento considerado en la simulación numérica. Condiciones de borde y aplicación de desplazamiento impuesto

En el caso cuasiestático, las fuerzas inerciales son nulas, mientras que en el caso dinámico, aparecen fuerzas de inercia originadas por efecto de la velocidad de deformación.

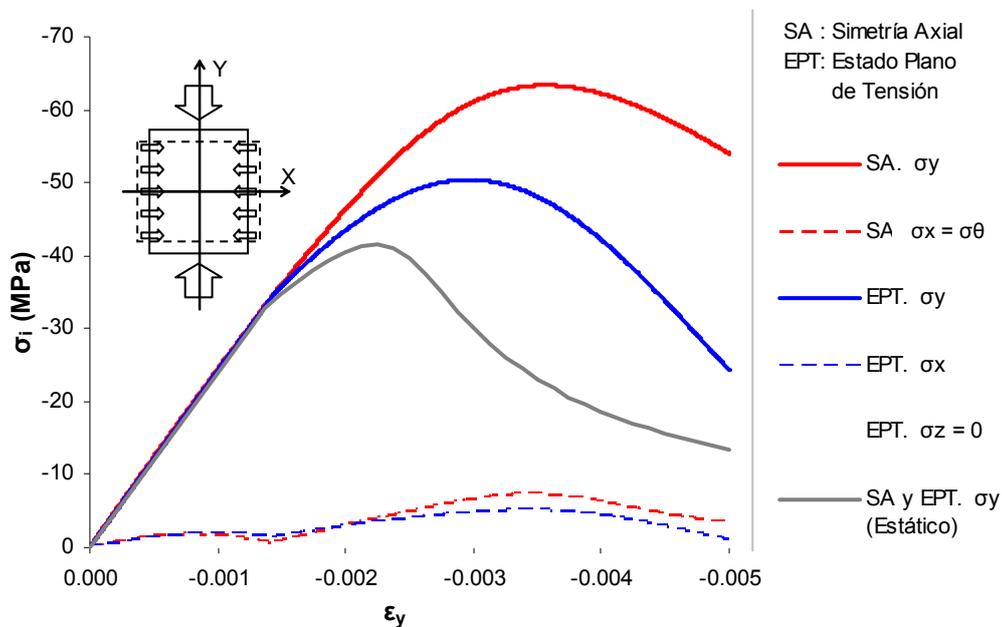


Figura 5.2 – Curvas Tensión-Deformación en elemento a compresión dinámica, con estado plano de tensión y con simetría axial, para una velocidad de deformación de 100/s

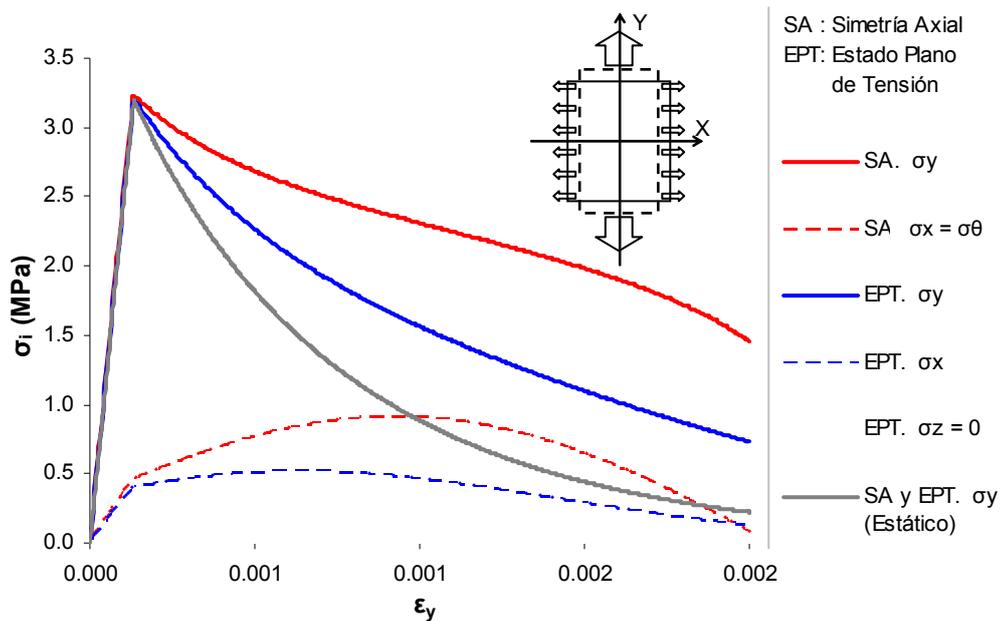


Figura 5.3 – Curvas Tensión-Deformación en elemento a tracción dinámica, con estado plano de tensión y con simetría axial, para una velocidad de deformación de 100/s

En las figuras 5.2 y 5.3 se pueden observar las curvas tensión-deformación obtenidas en ensayos dinámicos de compresión y tracción, respectivamente, según el tipo de elemento adoptado. Es evidente en la figura 5.2 que la tensión se incrementa debido al confinamiento lateral. Por otro lado, es claro también que la utilización de un elemento con estado plano de tensión conlleva a una subestimación del confinamiento lateral, debido a la hipótesis de nulidad de la tensión normal al plano ( $\sigma_z=0$ ).

En la figura 5.3 se observa que, tanto para el caso de estado plano de tensión como para simetría axial, la tensión máxima dinámica de tracción tiene el mismo valor que en el ensayo cuasiestático. En este caso, debido a que las tensiones laterales corresponden a tensiones de tracción, no hay un incremento de resistencia. En consecuencia, para incluir la sensibilidad del material a la velocidad de deformación, en el caso de tracción, se debe incorporar la extensión viscoplástica.

Considerando lo mencionado anteriormente, para reproducir ensayos sobre probetas cilíndricas se deben utilizar elementos con simetría axial.

## 5.2.2 Efecto de la discretización de la malla

Si bien el efecto de confinamiento inercial se manifiesta aún al utilizar un solo elemento en la modelación, se analiza la objetividad de la respuesta numérica respecto del tamaño de la malla. Para esto se considera el caso de una probeta cilíndrica de 100 mm de diámetro y 100 mm de altura, sometida a compresión uniaxial dinámica. Dadas las condiciones de simetría, se modela únicamente la mitad de la probeta, como se indica en la [figura 5.4](#). A su vez, se consideran distintas discretizaciones: 2 elementos de 50x50 mm, 8 elementos de 25x25 mm, 32 elementos de 12.5x12.5 mm y 50 elementos de 10x10 mm (ver [figura 5.4](#)).

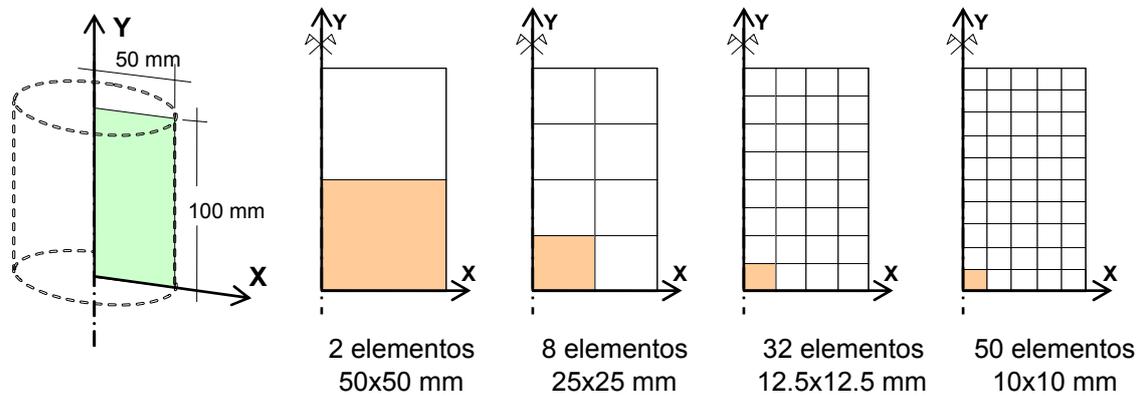


Figura 5.4 – Esquema de probeta cilíndrica y discretizaciones utilizadas

Se obtienen las curvas de tensión axial promedio en función del tiempo para las distintas discretizaciones y para velocidades de deformación de 10/s y 100/s. Para ello se considera un desplazamiento de  $\delta_y = -0.4\text{mm}$  aplicado en los nodos de la cara superior. Dicho desplazamiento se aplica linealmente en un tiempo de  $4.0 \times 10^{-4}\text{ s}$  y de  $4.0 \times 10^{-5}\text{ s}$ , obteniendo velocidades de deformación de 10/s y 100/s, respectivamente.

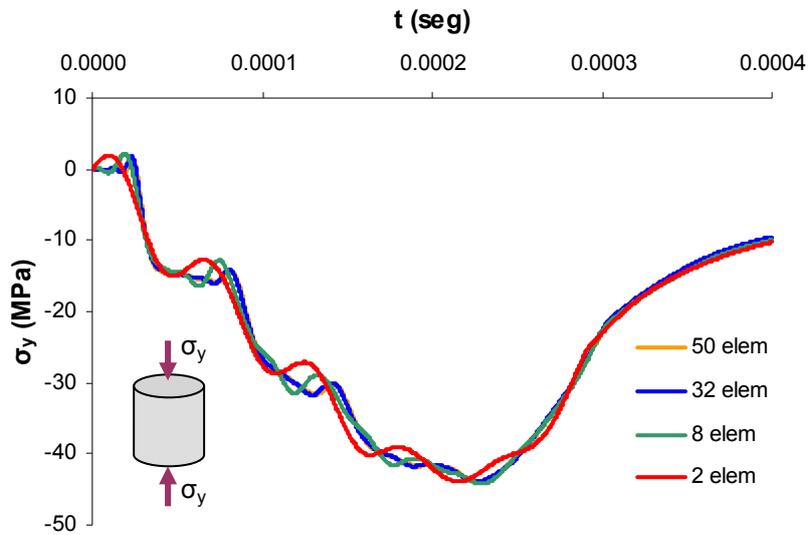


Figura 5.5 – Tensión axial promedio para distintas discretizaciones con una velocidad de deformación de 10/s

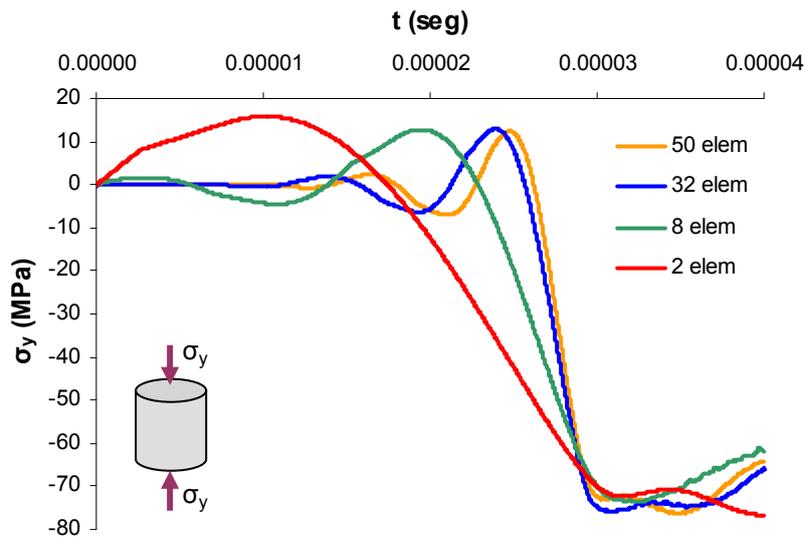


Figura 5.6 – Tensión axial promedio para distintas discretizaciones con una velocidad de deformación de 100/s

En las [figuras 5.5 y 5.6](#) se puede observar la variación de las tensiones longitudinales promedio en el tiempo para velocidades de deformación de 10/s y 100/s respectivamente. Las tensiones promedio se obtienen a partir de las reacciones de apoyo. Las tensiones máximas obtenidas para las distintas velocidades y discretizaciones se resumen en la [Tabla 5.2](#). Se puede apreciar que para ambas velocidades la respuesta tiende a converger a medida que se refina la malla. También se observa que, a mayor velocidad de deformación, se requieren

elementos más pequeños para poder lograr convergencia en la respuesta dinámica.

Velocidad de deformación	Número de elementos			
	2	8	32	50
10 /s	-43.86	-44.06	-43.86	-43.86
100 /s	-76.80	-77.80	-76.02	-76.21

Tabla 5.2 – Tensiones máximas en MPa obtenidas para distintas discretizaciones y velocidades de deformación

### 5.2.3 Efecto de la discretización temporal

Debido a la naturaleza dinámica del ensayo, la elección del paso de tiempo en el proceso numérico es esencial para registrar con precisión la variación temporal de las tensiones dentro de la probeta, y su valor está condicionado por la velocidad con la cual se propaga la onda de tensión. En un material elástico, la velocidad de propagación longitudinal  $v_L$  puede determinarse como:

$$v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5.4)$$

donde  $E$  y  $\rho$  son el módulo de elasticidad y la densidad del material, respectivamente.

En la [Tabla 5.3](#) se resumen los tiempos necesarios para recorrer cada elemento de la malla según la discretización utilizada, teniendo en cuenta que la velocidad de propagación de ondas elásticas longitudinales es, en este caso, igual a 3162.3 m/s.

Dimensiones del elemento (mm)	50x50	25x25	12.5x12.5	10x10
Tiempo necesario para recorrer el elemento $t_e$ (seg)	1.58 E-05	7.91 E-06	3.95 E-06	3.16 E-06

Tabla 5.3 – Tiempos necesarios para la propagación de onda según dimensiones del elemento

A fin de establecer el grado de influencia de la discretización temporal, se determinan las tensiones axiales promedio para una probeta sometida a una velocidad de deformación de 100/s, modelada con elementos de 25x25 mm y 12.5x12.5 mm, y considerando distintos pasos de tiempo  $\Delta t$  : 1.0 E-08; 2.5 E-08; 1.0 E-07 y 2.5 E-07.

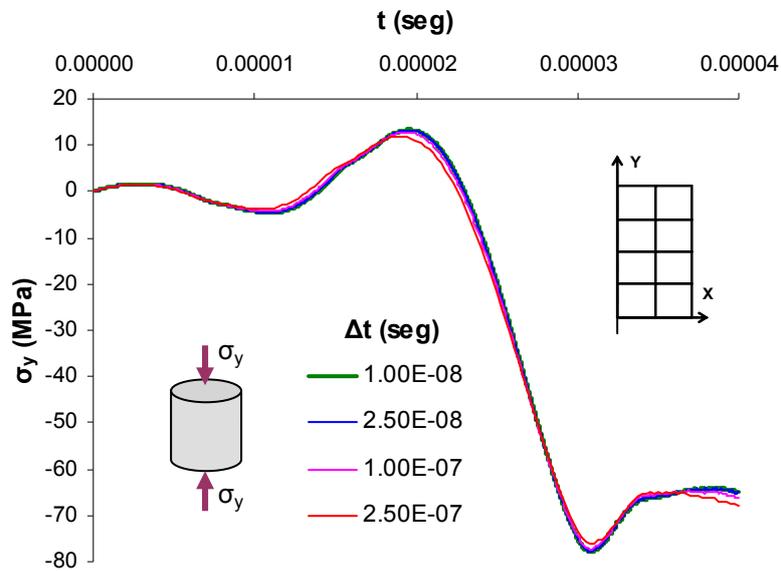


Figura 5.7 – Tensión axial promedio para malla de 8 elementos (25x25mm) con una velocidad de deformación de 100/s

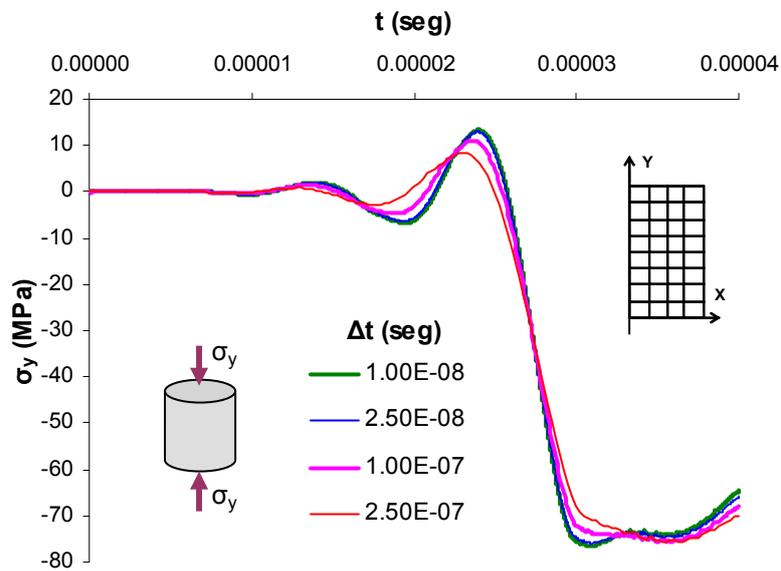


Figura 5.8 – Tensión axial promedio para malla de 32 elementos (12.5x12.5mm) con una velocidad de deformación de 100/s

Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 5.7 y 5.8, respectivamente, donde se puede observar que, cualquiera sea el grado de discretización de la malla, los resultados

convergen a medida que el paso de tiempo disminuye, sin embargo esto va en desmedro del costo computacional. El paso de tiempo para el cual convergen los resultados depende del tamaño del elemento. En base a los resultados presentados, se puede sugerir la siguiente relación entre el paso de tiempo  $\Delta t$  y el tiempo necesario para recorrer el elemento  $t_e$ :

$$\Delta t \leq \frac{t_e}{100} \quad (5.5)$$

## 5.2.4 Efecto de las dimensiones de la probeta

El efecto de confinamiento inercial aumenta con la cantidad de material (masa) que debe desplazarse radialmente por efecto Poisson. En consecuencia, el grado de confinamiento depende de las dimensiones y de la relación de aspecto de la probeta ensayada. En este punto se estudia numéricamente cómo influyen dichos parámetros geométricos en la respuesta a compresión dinámica.

En los apartados anteriores se pudo comprobar que, para la probeta de 100mm de diámetro y 100mm de altura, la solución converge cuando se utilizan elementos de 12.5x12.5mm, y pasos de tiempo de 2.5 E-08 segundos o menores. Para el estudio de probetas con otras dimensiones (siempre mayores o iguales a 100mm), se adopta el mismo elemento y paso de tiempo.

En la [figura 5.9](#) se presenta la variación en el tiempo de las tensiones obtenidas para probetas cilíndricas de distintas dimensiones con una velocidad de deformación de 100/s. Debido a que la tensión promedio, en cada caso, está determinada como la suma de las reacciones en la base dividida en el área de la probeta (ver ecuación 5.3), los valores máximos no se producen en el mismo instante de tiempo. Por lo tanto, cuanto más alta es la probeta, la onda requiere un mayor tiempo para llegar hasta el borde inferior.

Los valores de resistencia máxima obtenidos se resumen en la [Tabla 5.4](#). Puede observarse que, para altura constante, la resistencia final crece con el incremento del diámetro, por efecto del confinamiento inercial lateral. Si se comparan probetas de igual relación de aspecto se observa que las mismas presentan resistencias máximas similares. Es decir que la resistencia crece con la relación diámetro/altura.

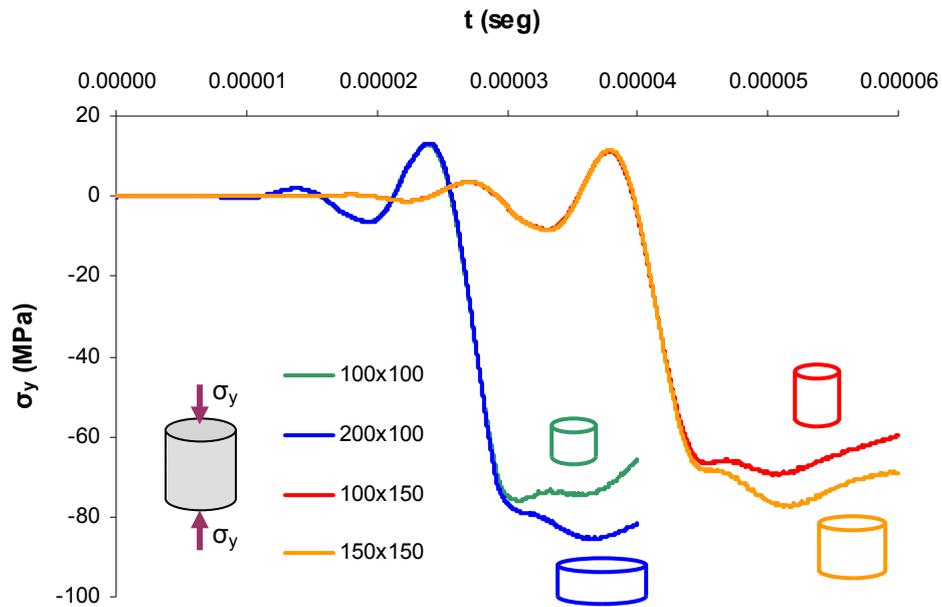


Figura 5.9 – Tensión axial promedio para distintas dimensiones de probeta con una velocidad de deformación de 100/s

Dimensiones de la probeta Diámetro (mm) x Altura (mm)	100x100	200x100	100x150	150x150
Relación de aspecto (Diámetro/Altura)	1	2	0.67	1
Tensión máxima (MPa)	75.92	85.66	69.60	71.69

Tabla 5.4 – Tensiones longitudinales máximas para distintas dimensiones de la probeta

En la [figura 5.10](#) se muestra la distribución de las tensiones axiales en la probeta para distintos instantes de tiempo. La tensión axial máxima se alcanza para un tiempo 3.09 E-05 s. Se observa, además, que las tensiones axiales no son uniformes a lo largo de la probeta como lo es en el caso estático. En el radio de la probeta se puede apreciar también la no uniformidad de las tensiones debido al efecto de confinamiento inercial lateral.

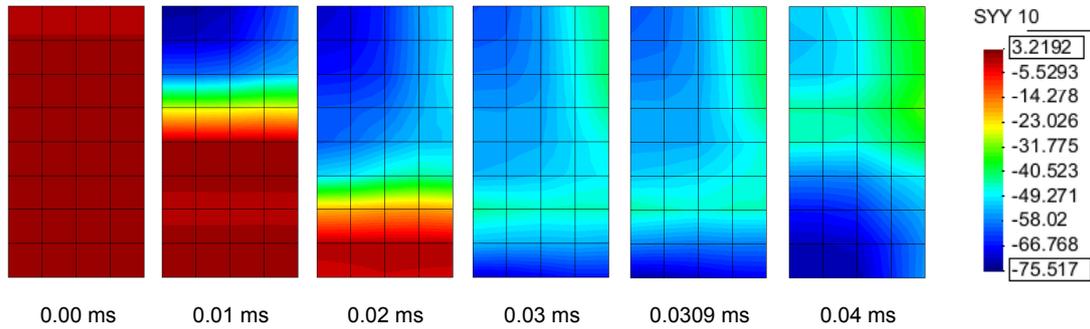


Figura 5.10 – Tensiones axiales en MPa en probeta de 100mm de diámetro x 100mm de altura con una velocidad de deformación de 100/s

Para los ensayos en probetas de 100mm y 200mm de diámetro por 100mm de altura, se analizan, además, las tensiones radiales en distintos puntos dentro de la probeta, con el objeto de verificar el nivel de confinamiento alcanzado.

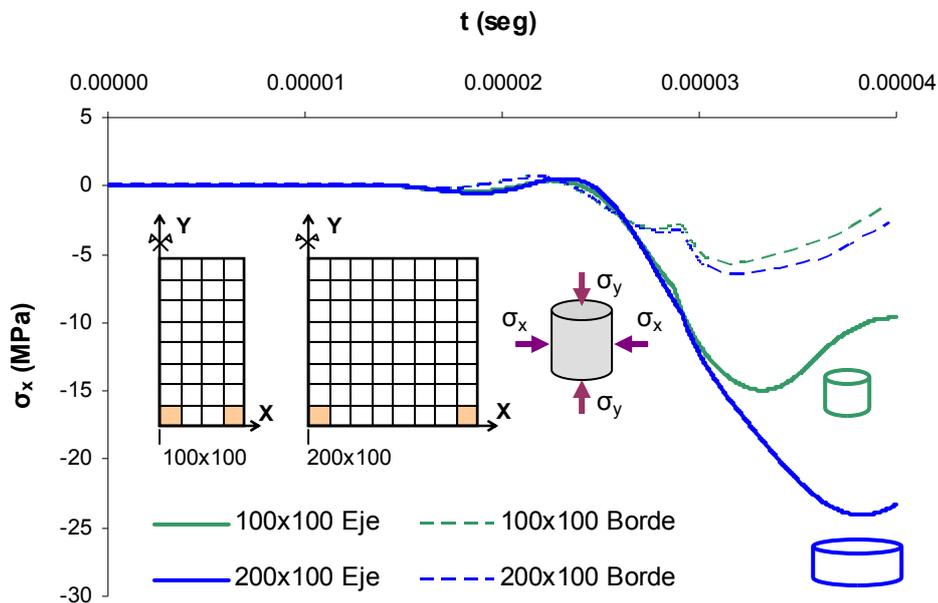


Figura 5.11 – Tensiones transversales en elementos ubicados hacia el eje de simetría o borde de la probeta para distintas dimensiones y con una velocidad de 100/s

En la figura 5.11 se muestran las tensiones transversales en dos elementos ubicados en el

borde inferior de la probeta. El primer elemento está situado junto el eje de simetría y el otro junto el borde libre. Los resultados se obtienen para una velocidad de deformación de 100/s y se utilizan dos dimensiones de probeta diferentes a fin de verificar los niveles de confinamiento en cada caso.

Se puede observar claramente que en ambas probetas las presiones transversales son mucho mayores en el centro de la probeta que en los bordes. Para la probeta de diámetro mayor (200mm) la presión transversal alcanzada es notablemente superior. A su vez, se observa que las diferencias entre las tensiones radiales en el centro y en el borde aumentan a medida que se incrementa el diámetro de la probeta.

En la [figura 5.12](#) se muestra la distribución de tensiones transversales en la probeta de 100mm de diámetro x 100mm de altura, para distintos instantes de tiempo. Al igual que en el caso de tensiones axiales, se evidencia la no uniformidad de tensiones transversales debido al efecto de propagación e interacción de ondas dentro del material. De acuerdo a la [figura 5.9](#), las tensiones transversales máximas en los elementos del borde inferior ubicados junto al eje de simetría y junto al borde libre, se produce para un tiempo de 3.32 E-05 s y 3.15 E-05 s respectivamente.

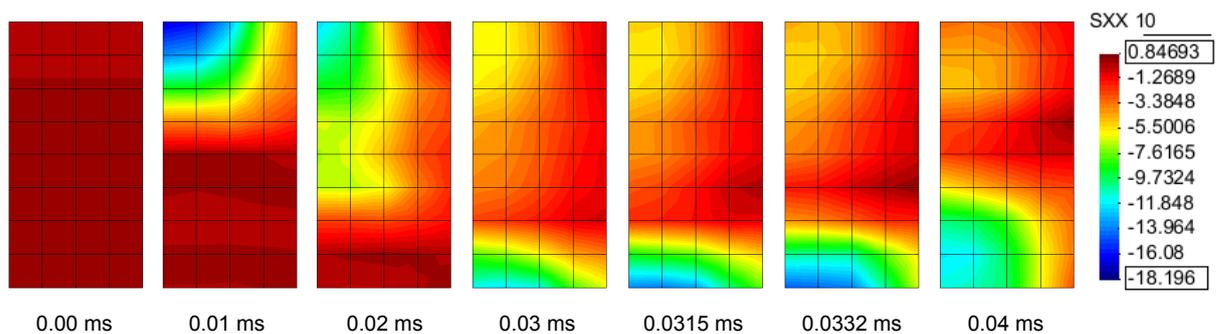


Figura 5.12 – Tensiones radiales en MPa en probeta de 100mm de diámetro x 100mm de altura con una velocidad de deformación de 100/s

### 5.2.5 Efecto del criterio de fluencia adoptado

La adopción de distintos criterios de fluencia en las simulaciones lleva a obtener diferentes respuestas del material. En particular, el elevado confinamiento originado para altas velocidades de deformación ( $>10/s$ ) requiere la utilización de criterios de fluencia que permitan un cierre sobre el eje hidrostático de presiones. Se comparan entonces los resultados obtenidos utilizando los criterios de plasticidad de Mohr Coulomb, Lubliner-Oller (Oller, 1998), Luccioni-Rougier (Luccioni, 2005) y el criterio propuesto con “cap”. En todos los casos se consideran probetas de 100mm de diámetro x 100mm de altura.

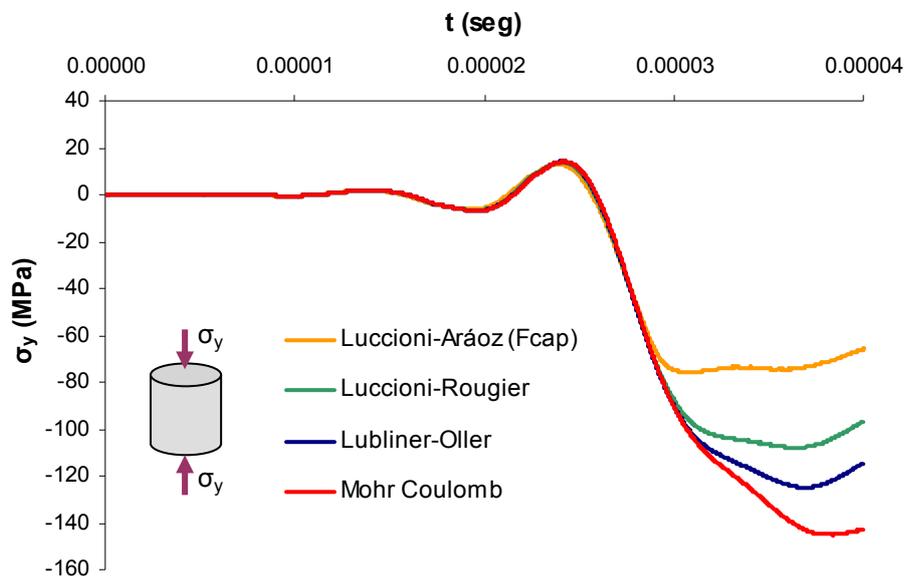


Figura 5.13 – Tensión axial promedio para distintos criterios de fluencia con una velocidad de deformación de 100/s

En la figura 5.13 puede observarse que la adopción de criterios de fluencia con meridianos de compresión rectos como Mohr Coulomb o Lubliner-Oller conduce a tensiones mayores en comparación con el criterio de meridianos curvos de Luccioni-Rougier. A su vez, con el criterio propuesto, se logra una reducción aún mayor por efecto del cierre (cap). En principio, la función *cap* no debería influir en ensayos uniaxiales de compresión, sin embargo, esto sólo ocurre en el caso cuasiestático. En el caso dinámico, aunque la carga sea uniaxial, el estado tensional resultante no lo es debido al confinamiento inercial. En consecuencia, las tensiones obtenidas con la superficie con *cap* son menores que para los otros casos ya que se reduce la superficie umbral de fluencia.

### 5.3 Determinación de parámetros viscoplásticos

De los estudios numéricos preliminares se observa que el efecto de confinamiento, originado por las fuerzas de inercia laterales, es responsable de gran parte del incremento de resistencia aparente bajo cargas dinámicas de compresión. Sin embargo, este incremento de resistencia no se verifica bajo cargas de tracción. Estas observaciones justifican la adopción de parámetros viscoplásticos  $N$  y  $\eta$  distintos para ambas sollicitaciones, como se propone en la ecuación (4.51).

La determinación de los parámetros viscoplásticos se realiza a partir de la calibración de resultados numéricos con resultados experimentales. Para ello se realizan simulaciones de ensayos dinámicos a tracción y compresión uniaxial, en probetas cilíndricas de 100mm de diámetro x 100 mm de altura. Dadas las condiciones de simetría, se modela la mitad de la probeta, para la cual se considera una malla formada por 32 elementos 2D de 12.5x12.5mm, de 4 nodos y 4 puntos de integración (de Gauss) con hipótesis de simetría axial.

Respecto a las condiciones de apoyo, se considera que los nodos que se encuentran sobre el eje de simetría de la probeta están restringidos transversalmente mientras que los nodos del borde inferior están restringidos verticalmente (ver [figura 5.4](#)). Estas condiciones de borde permiten únicamente la deformación radial de la probeta, con lo cual la existencia de tensiones en esa dirección se debe únicamente al efecto de las fuerzas inerciales. La aplicación de la carga se realiza imponiendo incrementos de desplazamiento en los nodos del borde superior, teniendo en cuenta distintos intervalos de tiempo, como se explica en el capítulo 5.2.1.

Las propiedades materiales adoptadas para las simulaciones corresponden a un hormigón tipo H40 ([Vu et al, 2009](#)) y se encuentran detalladas en la [Tabla 5.1](#).

Para el caso cuasi-estático, la velocidad de deformación se establece en 0.1 /s. A pesar de que esta velocidad de deformación es considerablemente superior al valor cuasi-estático comúnmente adoptado ( $10^{-4}$  /s), la amplificación dinámica se manifiesta para velocidades mayores a 0.1/s, con lo cual la realización de simulaciones con velocidades inferiores carecen de sentido ([Schwer, 2009](#)).

### 5.3.1 Tracción uniaxial

Se analizan las respuestas de una probeta sometida a tracción uniaxial, con velocidades de deformación entre  $0.01$  y  $500 \text{ s}^{-1}$ . Al igual que en las simulaciones realizadas en la sección 5.2, se consideran elementos 2D con hipótesis de simetría axial. La aplicación de desplazamientos en el borde superior de la probeta es gradual, con una variación lineal en el tiempo. A fin de calibrar el modelo, se utiliza el modelo viscoplástico propuesto con distintos valores para los parámetros viscoplásticos y se comparan con resultados experimentales. Los puntos experimentales corresponden a resultados obtenidos por diferentes investigadores para hormigones de distintas resistencias (Cotsovos, 2008). Dicha comparación se realiza en términos del factor de incremento dinámico de resistencia (TDIF), el cual puede expresarse como la relación entre la resistencia dinámica a una determinada velocidad de deformación y la resistencia a tracción uniaxial cuasiestática.

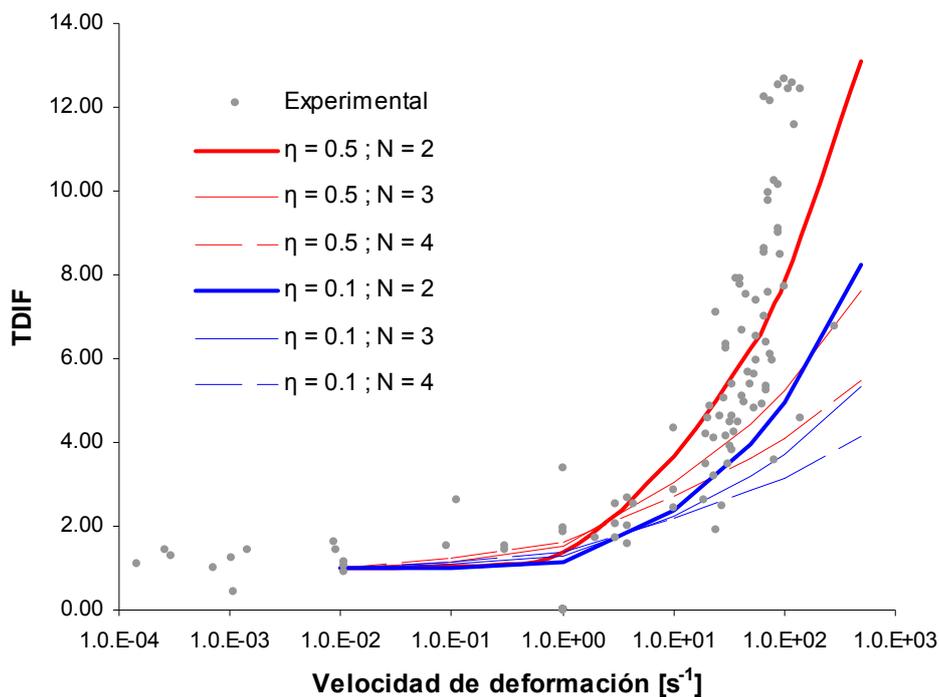


Figura 5.14 – TDIF. Calibración de parámetros viscoplásticos para tracción uniaxial  
Resultados experimentales en Cotsovos (2008)

En la [figura 5.14](#) se puede apreciar el factor de incremento de resistencia (TDIF) obtenido según los distintos casos. Se observa que la variación del coeficiente de viscosidad  $\eta$  implica un desplazamiento vertical de la curva, mientras que la variación del exponente  $N$  interviene en la pendiente de curva para velocidades de deformación elevadas. Efectuado el proceso de calibración, se determinan los valores para los parámetros viscoplásticos a tracción uniaxial:  $\eta_t = 0.5$  seg y  $N_t = 2.0$ .

Una vez calibrados los parámetros viscoplásticos, se obtienen las respuestas para distintas velocidades de deformación, utilizando la extensión viscoplástica propuesta. En la [figura 5.15](#) se puede apreciar la variación de las tensiones axiales de tracción en la probeta. Las tensiones axiales promedio se determinan como la suma de las reacciones en el borde inferior dividida en el área de la sección transversal de la probeta (ecuación 5.3).

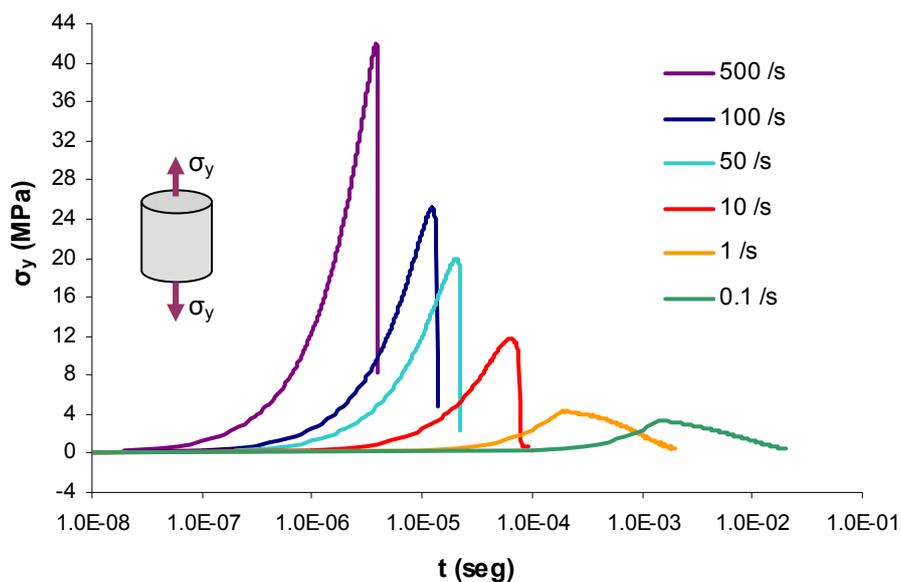


Figura 5.15 – Tensión axial promedio para distintas velocidades de deformación

Se observa en la [figura 5.14](#) que el modelo propuesto permite representar el incremento de resistencia debido a la velocidad de deformación para el caso de tracción uniaxial.

### 5.3.2 Compresión uniaxial

En esta sección se realizan las simulaciones de ensayos a compresión uniaxial dinámicos en probetas de hormigón sometidas a distintas velocidades de deformación entre 0.1/s y 100/s. Se consideran elementos 2D con hipótesis de simetría axial y se aplican desplazamientos en el borde superior de la probeta en forma gradual siguiendo una variación lineal en el tiempo

Como primera prueba se considera  $\eta=0.0001$  y  $N=1$ . De acuerdo a lo descrito en la sección 4.4.1, con estos valores el modelo presenta un comportamiento elasto-plástico o inviscido, con lo cual se desprecia la sensibilidad a la velocidad de deformación propia del material.

La comparación con los resultados experimentales se realiza en términos del factor de incremento dinámico (CDIF), el cual representa la relación entre la resistencia dinámica para una velocidad de deformación dada y la resistencia a compresión uniaxial cuasiestática.

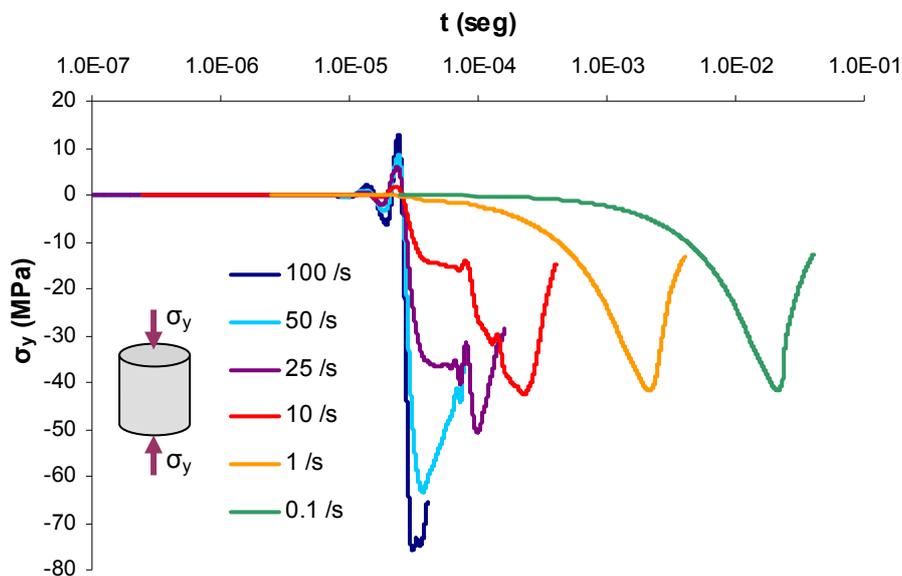


Figura 5.16 – Tensión axial promedio para distintas velocidades de deformación en una probeta de 100x100 mm

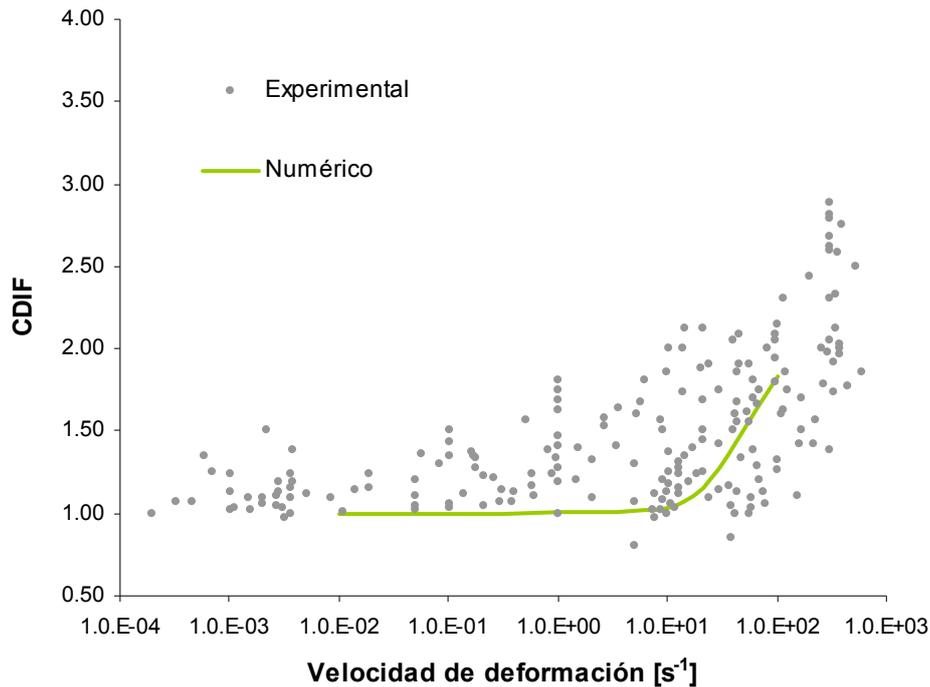


Figura 5.17 – CDIF. Comparación con resultados experimentales  
Resultados experimentales en Cotsovos (2008)

En la [figura 5.16](#) se presentan las curvas de tensiones axial promedio vs tiempo, obtenidas para las distintas velocidades de deformación. Estas tensiones se determinan como la suma de las reacciones en el borde inferior dividida en el área de la sección transversal de la probeta (ecuación 5.3). Se puede apreciar el incremento de la resistencia a medida que crecen las velocidades de deformación, por efecto del confinamiento inercial.

Se muestran, además, en la [figura 5.17](#) los correspondientes factores de amplificación dinámica (CDIF) obtenidos numéricamente, y se comparan los mismos con resultados experimentales. Los puntos experimentales corresponden a resultados obtenidos por diferentes investigadores para hormigones de distintas resistencias ([Cotsovos, 2008](#)). Puede observarse que el incremento de resistencia a compresión se produce para velocidades superiores a los 10/s. Asimismo, los valores numéricos reproducen correctamente los valores experimentales y confirman que los parámetros viscoplásticos utilizados son adecuados para estados de compresión.

## 5.4 Ensayos cuasi-estáticos

### Comparación con resultados experimentales

#### 5.4.1 Consideraciones generales

En esta sección se reproducen distintos ensayos cuasi estáticos a tracción uniaxial y biaxial, y a compresión uniaxial y triaxial. En el último caso, se consideran, además, distintos niveles de confinamiento. Adicionalmente, se efectúan ensayos de compresión hidrostática y ensayos edométricos en mortero y hormigón, a fin de verificar el comportamiento acoplado entre la respuesta desviadora y volumétrica. Los resultados obtenidos de las simulaciones se comparan con datos experimentales.

Para las simulaciones se adoptan elementos 2D de 4 nodos y 4 puntos de integración. En algunos casos, se considera axial simetría mientras que en otros casos se adoptan elementos con estado plano de tensión.

Propiedad / Parámetro:		H21 <sup>(1)</sup>	H30 <sup>(2)</sup>	H30 <sup>(3)</sup>
Módulo de elasticidad:	$E$ (MPa)	19580	22900	26600
Coefficiente de Poisson:	$\nu$	0.20	0.18	0.20
Resistencia cuasi-estática a compresión:	$f_{c0}$ (MPa)	22.06	29.5	32.8
Tensión límite de fluencia a compresión:	$f_y$ (MPa)	15	22.9	24
Relación entre umbrales de fluencia en compresión y tracción $R_0$		10	10	10
Relación entre resistencia a compresión biaxial y uniaxial:	$R_{bc}$	1.16	1.16	1.16
Variable plástica en pico de tensión a compresión:	$\kappa^P$	0.15	0.15	0.17
Parámetro (relación de radios octaédricos)	$\gamma$	2.2	2	2
Punto de paso en compresión con confinamiento:	$p_h$ (MPa)	13.79	60	60
	$\sigma_{cu}$ (MPa)	80	195	195
Resistencia cuasi-estática a tracción:	$f_{t0}$ (MPa)	2.76	2.65	2.5
Energía de aplastamiento cuasi-estática:	$G_{c0}$ (MPa.m)	6.0 E-02	1.3 E-02	1.2 E-02
Energía de fractura cuasi-estática:	$G_{f0}$ (MPa.m)	3.5 E-05	1.3 E-04	1.2 E-04

<sup>(1)</sup> Hurlbut (1985); <sup>(2)</sup> Kupfer et al (1969); <sup>(3)</sup> Sfer et al (2002)

Tabla 5.5 – Propiedades materiales para hormigón H21 y H30

### 5.4.2 Tracción uniaxial

Se reproduce a continuación el ensayo a tracción uniaxial sobre una probeta cilíndrica de hormigón tipo H21, efectuado por Hurlbut (1985). Las propiedades materiales para el hormigón se resumen en la Tabla 5.5. Las dimensiones de la probeta son 108mm de diámetro y 216mm de altura. Se modela la mitad de la probeta debido a su simetría geométrica y se considera un elemento con simetría axial. La aplicación de la carga se realiza a través de la imposición del desplazamiento en los nodos de la cara superior, como se muestra en la figura 5.18. En cuanto a las condiciones de apoyo, se restringen los desplazamientos horizontales sobre el eje de simetría (Y), y los verticales en la cara inferior del elemento.

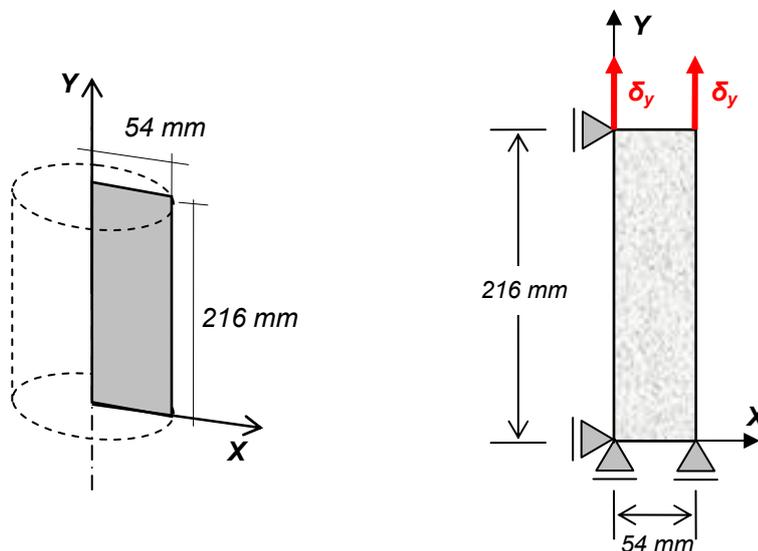


Figura 5.18 – Esquema de probeta cilíndrica y elemento considerado en la simulación numérica. Condiciones de borde y aplicación de desplazamiento impuesto

En la figura 5.19 se presenta la curva tensión-deformación axial obtenida numéricamente y su comparación con los resultados experimentales para el ensayo de tracción uniaxial. Se observa que el modelo reproduce adecuadamente el comportamiento del hormigón bajo este tipo de sollicitaciones.

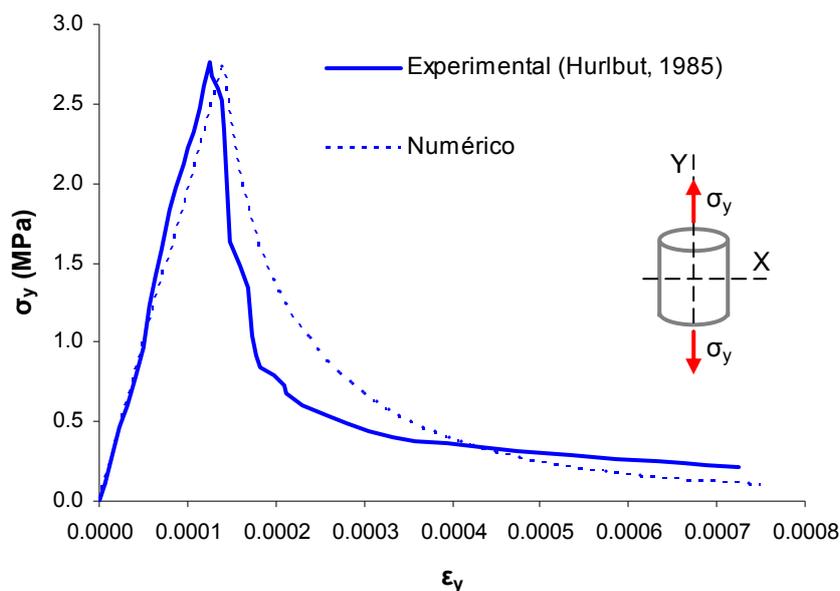


Figura 5.19 – Curva Tensión-Deformación para hormigón sometido a tracción uniaxial. Comparación con resultados experimentales (Hurlbut, 1985)

### 5.4.3 Tracción biaxial

En esta sección se reproducen distintos ensayos efectuados por [Kupfer et al \(1969\)](#) en probetas planas de hormigón, sometidas a tracción uniaxial, tracción biaxial simétrica y tracción biaxial con una relación entre tensiones principales de 1/0.55. Las dimensiones de las probetas son 20x20x5cm. Debido a las condiciones de simetría geométrica, se modela un cuarto de la probeta y se considera un elemento de 10x10x5cm con hipótesis de estado plano de tensión. Las condiciones de borde son tales que el desplazamiento horizontal está restringido en el eje de simetría  $Y$ , mientras que el desplazamiento vertical se restringe en los nodos ubicados sobre el eje  $X$ . Las cargas se aplican en los bordes libres en forma de cargas distribuidas. En la [figura 5.20](#) se muestra la probeta ensayada y el elemento utilizado en la modelación, así como las condiciones de apoyo y de aplicación de carga. Las propiedades materiales del hormigón utilizadas en el ensayo se resumen en la [Tabla 5.5](#).

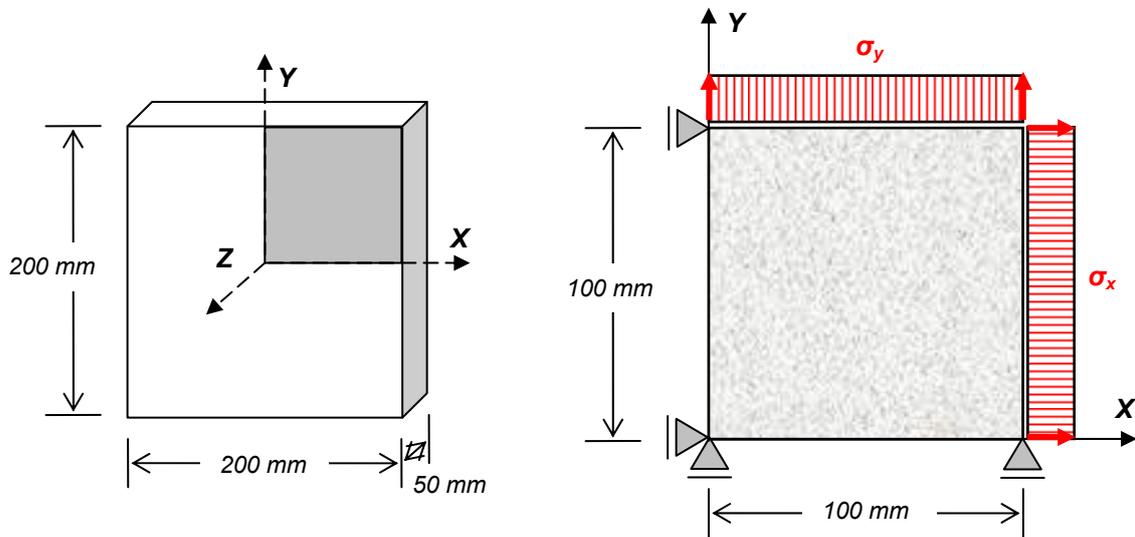


Figura 5.20 – Esquema de probeta plana y elemento considerado en la simulación numérica. Condiciones de borde y aplicación de desplazamiento impuesto

En la [figura 5.21](#) se presentan las curvas de tensión-deformación obtenidas en las direcciones principales para las distintas combinaciones de tensión. Se observa una adecuada respuesta del modelo en todos los casos.

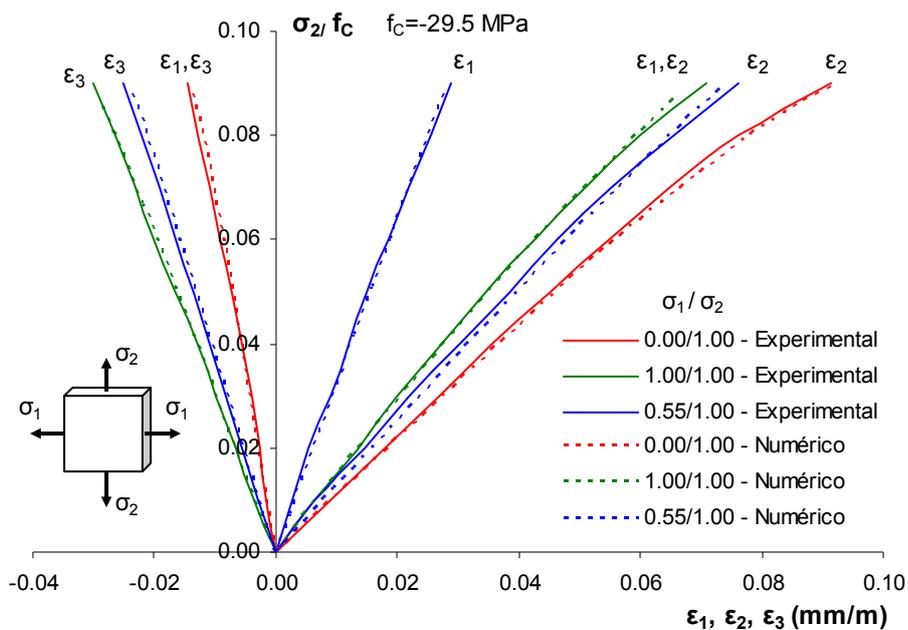


Figura 5.21 – Curvas Tensión-Deformación para hormigón bajo tracción biaxial. Comparación con resultados experimentales (Kupfer et al, 1969)

#### 5.4.4 Compresión uniaxial

Se utiliza el modelo propuesto para la simulación de ensayos a compresión uniaxial en probetas cilíndricas de hormigón de distintas resistencias (Hurlbut, 1985; Sfer et al, 2002; Vu et al, 2009).

Las dimensiones de la probeta son 108mm de diámetro y 216mm de altura en el ensayo de Hurlbut (1985); 150mm de diámetro y 300mm de altura en el ensayo de Sfer et al (2002); y 70mm de diámetro y 140mm de altura para el ensayo de Vu et al (2009).

En todas las simulaciones se modela sólo un cuarto de la probeta debido a las condiciones de simetría, y se considera un elemento con hipótesis de simetría axial.

La aplicación de carga se realiza en forma similar al ensayo de tracción uniaxial, con la diferencia que los desplazamientos impuestos en el borde superior se aplican en sentido contrario a fin de obtener tensiones de compresión.

Las propiedades materiales del hormigón tipo H21 (Hurlbut, 1985) y H30 (Sfer et al, 2002) se detallan en la Tabla 5.2 y las correspondientes al hormigón H40 (Vu et al; 2009) se resumen en la Tabla 5.1.

En la figura 5.22 se presentan las curvas tensión-deformación obtenidas para los distintas clases de hormigones, y se comparan con las curvas experimentales.

Para este ensayo, el modelo propuesto coincide con el modelo de Luccioni y Rougier (2005) y funciona adecuadamente. Las modificaciones introducidas a través de la función cap influyen en una zona de mayor confinamiento ( $p < f_c$  MPa).

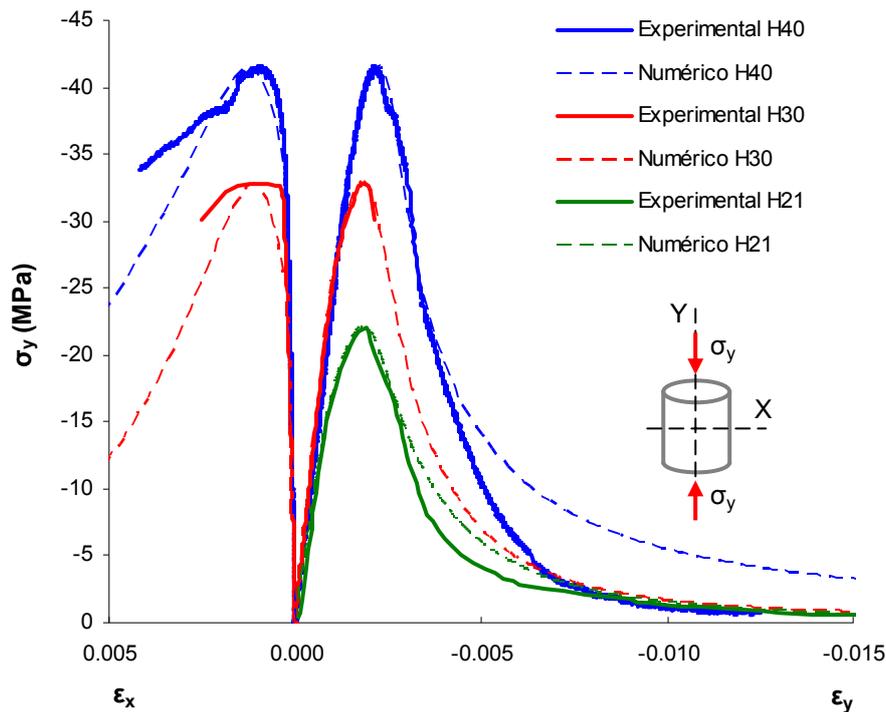


Figura 5.22 – Ensayo de compresión uniaxial en hormigón tipo H30 y H40. Comparación con resultados experimentales (Sfer et al, 2002; Vu et al, 2009)

### 5.4.5 Compresión triaxial

Se realiza la simulación de ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento entre 50 y 650 MPa (Vu et al 2009, Poinard 2010). Se consideran probetas cilíndricas cuyas dimensiones son: 70mm de diámetro y 140mm de altura. Dadas las condiciones de simetría, se modela la mitad de la probeta, considerando un elemento con simetría axial, de 35mm de radio y 140 mm de altura. La aplicación de la carga se realiza en dos etapas: En la primera se aplica una presión hidrostática  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_\theta$  hasta el nivel de confinamiento correspondiente, y en la segunda se mantiene el confinamiento lateral  $\sigma_x = \sigma_\theta$  y se incrementa la tensión axial  $\sigma_y$ , a fin de obtener tensiones desviadoras. En todos los casos se analizan las tensiones y deformaciones obtenidas en las direcciones principales, así como las presiones y deformaciones volumétricas.

Las propiedades del hormigón tipo H40 según los ensayos de Vu et al (2009) y Poinard et al (2010) se detallan en la Tabla 5.1

En la [figura 5.23](#) se pueden observar las curvas tensión deformación axial y radial obtenidas numéricamente para distintos niveles de confinamiento y su comparación con los resultados experimentales de [Vu et al. \(2009\)](#). Se incluyen además, las curvas obtenidas con un modelo elastoplástico con la superficie de fluencia de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#). Se observa que estas curvas se apartan de los resultados experimentales para altas presiones hidrostáticas. La consideración de la función de cierre (*cap*) permite obtener una adecuada respuesta para niveles de confinamiento elevado.

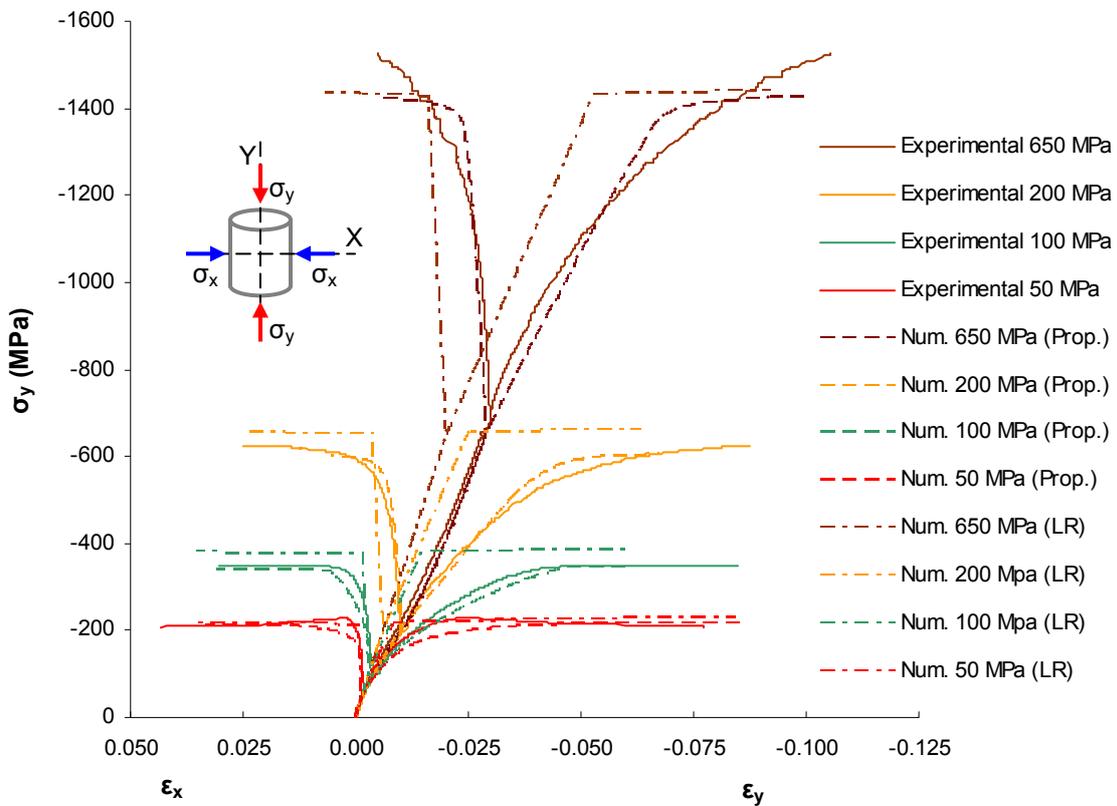


Figura 5.23 – Ensayos de compresión triaxial en hormigón tipo H40. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009) y modelo de Luccioni y Rougier (2005)

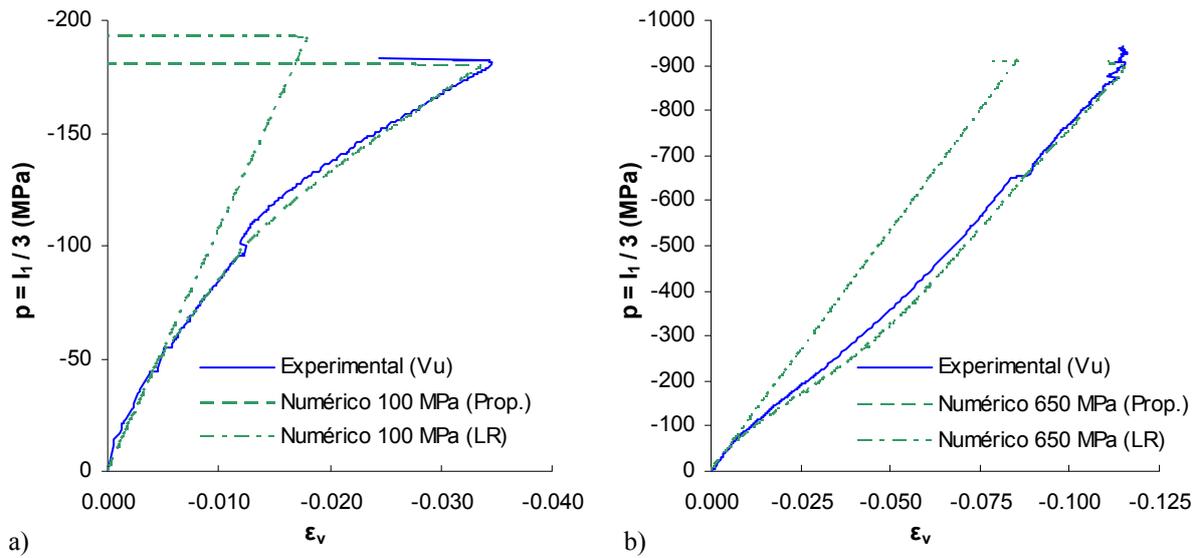


Figura 5.24 – Ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento: a) 100 MPa, b) 650 MPa. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009) y modelo de Luccioni y Rougier (2005)

En las figuras 5.24.a) y 5.24.b) se muestran las respuestas volumétricas para los ensayos con 100 MPa y 650 MPa de confinamiento, respectivamente.

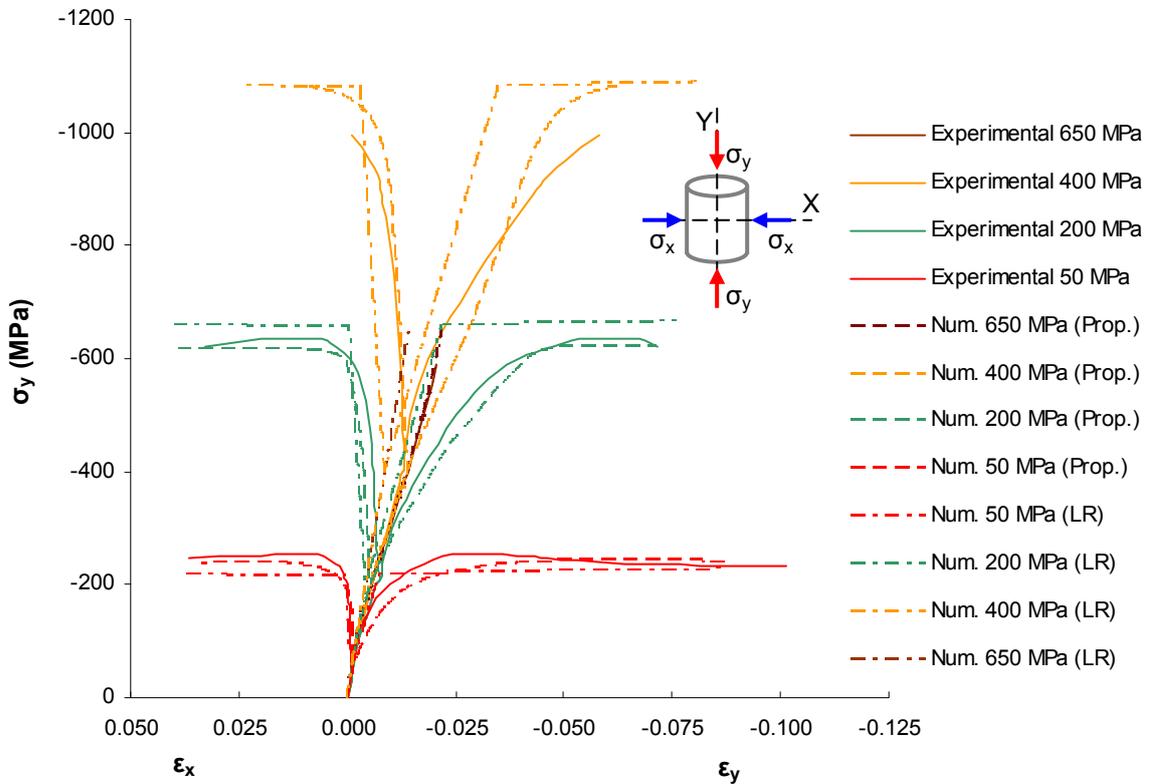


Figura 5.25 – Ensayos de compresión triaxial en hormigón tipo H40. Comparación con resultados experimentales (Poinard et al, 2010)

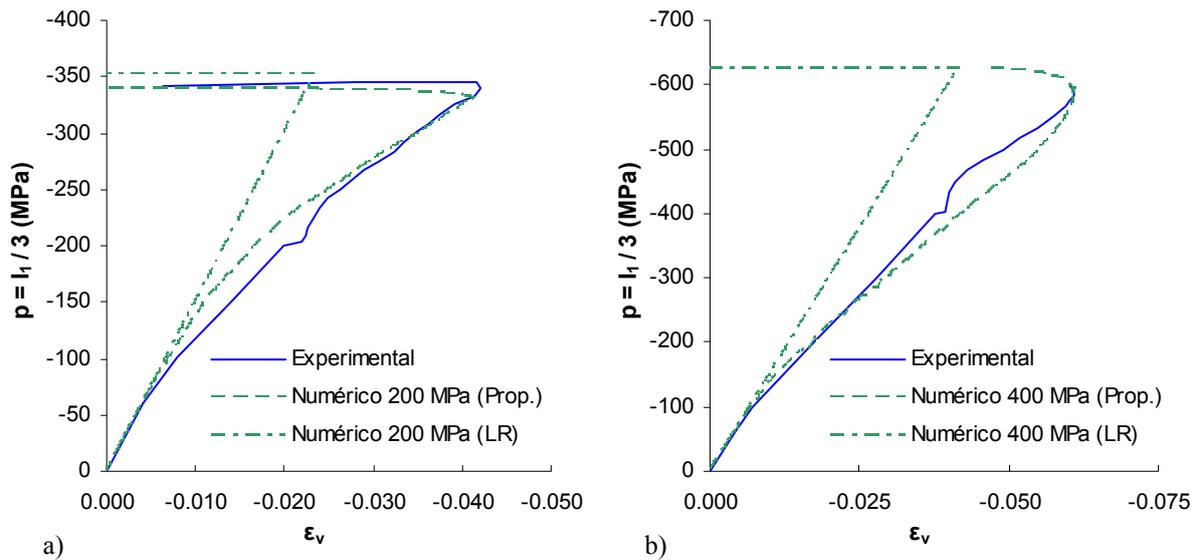


Figura 5.26 – Ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento: a) 200 MPa, b) 400 MPa Comparación con resultados experimentales (Poinard al, 2010)

En la [figura 5.25](#) se pueden observar las curvas tensión axial-deformación axial y transversal obtenidas ensayos de compresión con distintos niveles de confinamiento y su comparación con los resultados experimentales de [Poinard et al \(2010\)](#).

En las [figuras 5.26.a\)](#) y [5.26.b\)](#) se muestran las respuestas volumétricas para los ensayos con 200 MPa y 400 MPa de confinamiento, respectivamente.

En estos ensayos, las deformaciones volumétricas se reducen hasta alcanzar un valor mínimo (máxima compactación) a partir del cual comienza el proceso de dilatancia. La transición entre compactación y dilatancia es muy pronunciada, y el punto de la curva donde se produce la misma depende del nivel de confinamiento presente en el material. Durante la dilatancia, el material continúa en proceso de endurecimiento, hasta alcanzar un valor de tensión pico. Se puede apreciar en las [figuras 5.24](#) y [5.26](#) que el modelo permite representar la transición entre los procesos de compactación y dilatancia adecuadamente para los casos analizados. En estas figuras, las curvas correspondientes al criterio de fluencia de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#) presentan tensiones máximas similares al modelo propuesto, ya que en ambos casos, la superficie de resistencia máxima coincide. Sin embargo, se observa que las curvas de respuesta volumétrica obtenidas con el criterio de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#) se apartan notablemente de las curvas experimentales.

En todos los casos se puede observar el efecto de las modificaciones introducidas en el modelo de partida, las cuales permiten una mejor respuesta para presiones de confinamiento elevadas.

### 5.4.6 Compresión hidrostática y ensayo edométrico

Se realizan en este caso las simulaciones del ensayo hidrostático y el ensayo edométrico en mortero (Burlion et al, 2001), utilizando el modelo propuesto. Los ensayos se realizan en probetas cilíndricas de 50mm de diámetro y 100mm de altura, y se consideran las propiedades materiales detalladas en la Tabla 5.6 para el mortero. Dadas las condiciones de simetría se modela una mitad de la probeta, considerando un elemento de 25mm de diámetro y 100 mm de altura con hipótesis de axial simetría. Las condiciones de apoyo, para el caso hidrostático y para el ensayo edométrico, se muestran en la figura 5.27. La aplicación de carga en el ensayo hidrostático se realiza a través de una presión uniforme en los bordes libres de la probeta, mientras que en el ensayo edométrico se realiza a través de la imposición de desplazamientos en los nodos ubicados en el borde superior, como se indica en la figura 5.27.

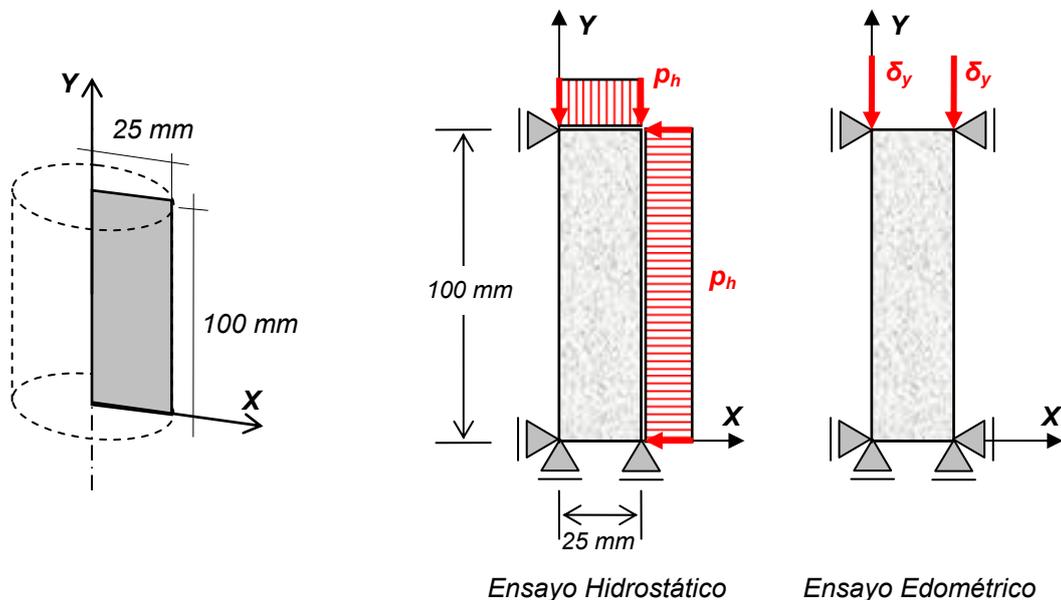


Figura 5.27 – Esquema de probeta cilíndrica y elemento considerado en la simulación numérica. Condiciones de borde y aplicación de desplazamiento impuesto

<b>Propiedad / Parámetro:</b>		
Módulo de elasticidad:	$E$ (MPa)	20000
Coefficiente de Poisson:	$\nu$	0.20
Resistencia cuasi-estática a compresión:	$f_{c0}$ (MPa)	45
Tensión límite de fluencia a compresión:	$f_y$ (MPa)	30
Relación entre umbrales de fluencia en compresión y tracción $R_0$		10
Relación entre resistencia a compresión biaxial y uniaxial:	$R_{bc}$	1.16
Variable plástica en pico de tensión a compresión:	$\kappa^P$	0.12
Parámetro (relación de radios octaédricos)	$\gamma$	2.1
Punto de paso en compresión con confinamiento:	$p_h$ (MPa) $\sigma_{cu}$ (MPa)	650 1600
Resistencia cuasi-estática a tracción:	$f_{t0}$ (MPa)	4.5
Energía de aplastamiento cuasi-estática:	$G_{c0}$ (MPa.m)	1.0 E-02
Energía de fractura cuasi-estática:	$G_{f0}$ (MPa.m)	1.2 E-04

Tabla 5.6 – Propiedades materiales para mortero (Burlion et al, 2001)

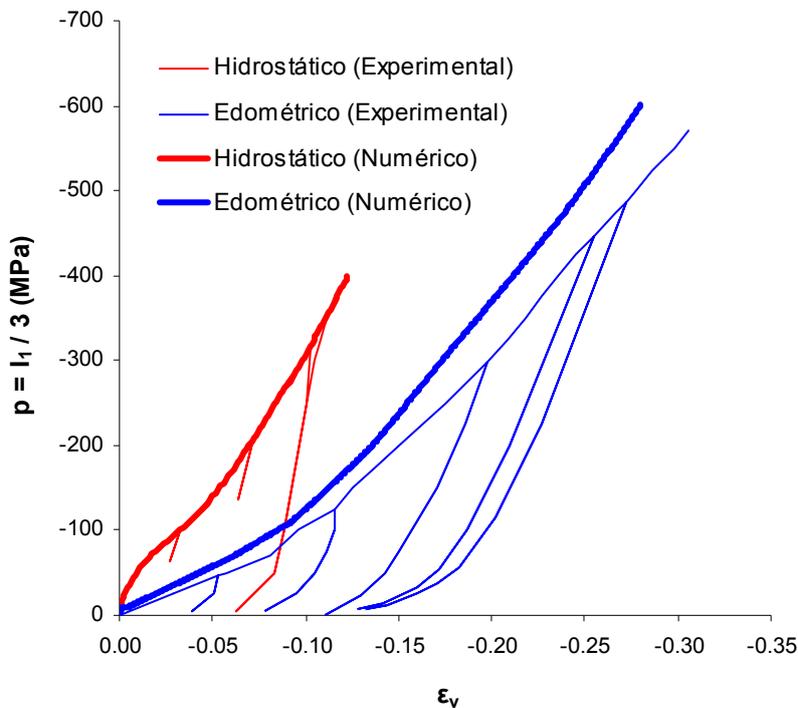


Figura 5.28 – Ensayo hidrostático y edométrico en mortero. Comparación con resultados experimentales (Burlion et al, 2001)

En la [figura 5.28](#) se puede observar que los resultados obtenidos se ajustan adecuadamente a los resultados experimentales en el caso del ensayo hidrostático. En el ensayo edométrico, las tensiones obtenidas con el modelo numérico son superiores a las observadas en la curva experimental. No obstante, estos resultados permiten confirmar que el modelo describe correctamente el acoplamiento que existe entre las respuestas volumétrica y desviadora, en materiales cohesivo-friccionales como el hormigón y el mortero.

Se reproduce además el ensayo de presión hidrostática de [Buzaud \(1998\)](#) y el ensayo edométrico de [Gatuingt \(1999\)](#) en probetas de hormigón de alta resistencia. Ambos ensayos corresponden un hormigón tipo H70, cuyas propiedades se detallan en la [Tabla 5.1](#).

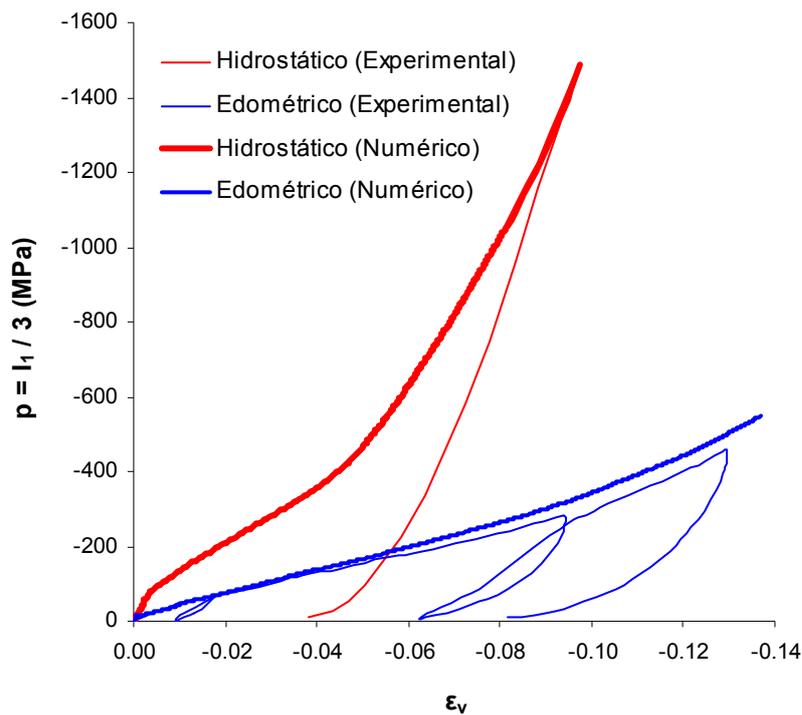


Figura 5.29 – Ensayo hidrostático (Buzaud, 1998) y edométrico (Gatuingt, 1999) en hormigón

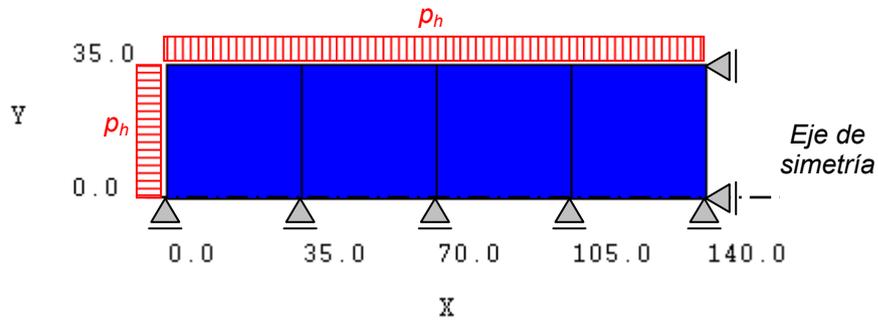
En la [figura 5.29](#) se muestran los resultados obtenidos y su comparación con los resultados experimentales. Se observa, al igual que en caso del mortero, una correcta respuesta del modelo para los estados de carga analizados.

Las curvas de respuesta al ensayo hidrostático y al ensayo edométrico presentan marcadas diferencias entre sí. Según estos resultados, es evidente el acoplamiento entre la parte desviadora y la componente hidrostática de la respuesta. En el ensayo edométrico se observa un proceso de compactación pronunciado debido a la posibilidad de reorganización de la estructura granular en el material, mientras que, en el ensayo hidrostático, las deformaciones volumétricas son menores ya que la estructura granular se mantiene y no es posible lograr una mayor compactación.

#### 5.4.7 Comparaciones con modelo RHT

En este punto se compara la respuesta de obtenida con el modelo propuesto con la obtenida a partir de un modelo de hormigón normalmente disponible en hidrocódigos para estados de compresión con elevado confinamiento en condiciones de carga cuasiestática. A tal efecto, se presentan los resultados obtenidos mediante la utilización del modelo RHT disponible en el hidrocódigo comercial AUTODYN (ANSYS, 2009). Se realiza la simulación de los ensayos de compresión triaxial con 100 MPa y 650 MPa de confinamiento, respectivamente (Vu et al, 2009). Para ello se adopta una probeta cilíndrica de 70mm de diámetro y 140mm de altura, y se modela la mitad de la misma debido a las condiciones de simetría. Se consideran 4 elementos 2D con simetría axial, como se indica en la figura 5.30. Para las condiciones de apoyo se considera que los desplazamientos verticales en el eje de simetría y los desplazamientos horizontales en el borde derecho están restringidos. La carga se aplica en dos etapas: la primera corresponde a la aplicación de presión hidrostática y en la segunda se imponen velocidades en los nodos del borde izquierdo. De esta forma, se generan tensiones desviadoras en la probeta. La aplicación de la carga es cuasiestática, con velocidades de deformación resultantes en el orden de  $0.00008\text{s}^{-1}$ . Se utiliza para el cálculo un procesador Lagrange (ANSYS, 2009).

1ra etapa de carga: Presión hidrostática



2da etapa de carga: Velocidad impuesta en borde izquierdo y confinamiento constante

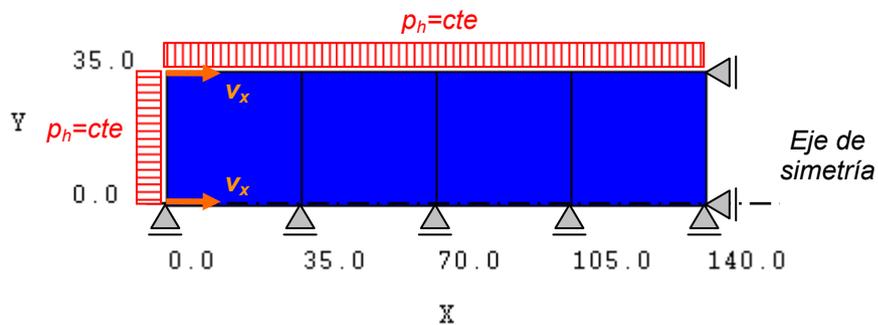


Figura 5.30 – Esquema de probeta cilíndrica y elementos considerados en la simulación numérica. Condiciones de borde y etapas de carga

En la [Tabla 5.7](#) se resumen los parámetros adoptados en el modelo RHT. Los mismos fueron calibrados con resultados experimentales para ajustar la forma de la superficie de falla en el plano meridiano de compresión. Se utiliza la EoS definida por defecto, que corresponde a la ecuación  $p-\alpha$  (ANSYS, 2009).

<b>Modelo de resistencia:</b>		
Módulo de Corte:	$G$ (GPa)	10.7
Resistencia cuasi-estática a compresión uniaxial: $f_c$ (MPa)		41.54
Relación de resistencias a tracción y compresión:	$f_t/f_c$	0.10
Relación de resistencias de corte y compresión:	$f_s/f_c$	0.18
Superficie de falla:	Constante: $A$	1.90
	Exponente: $N$	0.76
Relación de meridianos de tracción y compresión:	$Q_{2,0}$	0.7025
Exponentes para Función $F_{rate}$ : (Función de amplificación dinámica)	$\alpha$	0.0
	$\delta$	0.0
<b>Ecuación de Estado: <math>p-\alpha</math></b>		
Densidad de referencia:	$\rho_{ref}$ (g/cm <sup>3</sup> )	2.85
Densidad del material poroso:	$\rho_{por}$ (g/cm <sup>3</sup> )	2.314
Presión de compactación inicial:	$p_{HEL}$ (kPa)	2.33 E+04
Presión de compactación (material sólido):	$p_{solid}$ (kPa)	6.00 E+06
Exponente de compactación:	$N$	3.0
Ecuación de Estado (material sólido):		Polinómica
	Módulo volumétrico $A_1$ (kPa)	3.527 E+07
	Parámetro $A_2$ (kPa)	3.958 E+07
	Parámetro $A_3$ (kPa)	9.040 E+06
	Parámetro $B_0$	1.22
	Parámetro $B_1$	1.22
	Parámetro $T_1$ (kPa)	3.527 E+07
	Parámetro $T_2$ (kPa)	0.0

Tabla 5.7 – Parámetros adoptados en el modelo RHT para hormigón tipo H-40

De acuerdo a lo detallado en la sección 3.5.4.6, el modelo RHT considera la amplificación dinámica de la superficie de fluencia a través de la función  $F_{rate}$ , que depende de la velocidad de deformación  $\dot{\epsilon}$ :

$$F_{rate} = \begin{cases} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{30 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}} \right)^\alpha & (\text{Compresión}) \\ \left( \frac{\dot{\epsilon}}{3.0 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}} \right)^\delta & (\text{Tracción}) \end{cases} \quad (5.6)$$

donde  $\alpha$  y  $\delta$  son exponentes para compresión y tracción, respectivamente. Considerando los exponentes  $\alpha$  y  $\delta$  iguales a cero, se obtiene  $F_{rate}=1$ , es decir que se desprecia la amplificación de la superficie por efecto de la velocidad de deformación.

En la figura 5.31 se muestra la superficie de falla correspondiente al modelo RHT calibrado y la superficie de falla del modelo propuesto, ambas comparadas con los valores experimentales según ensayos de Vu et al (2009).

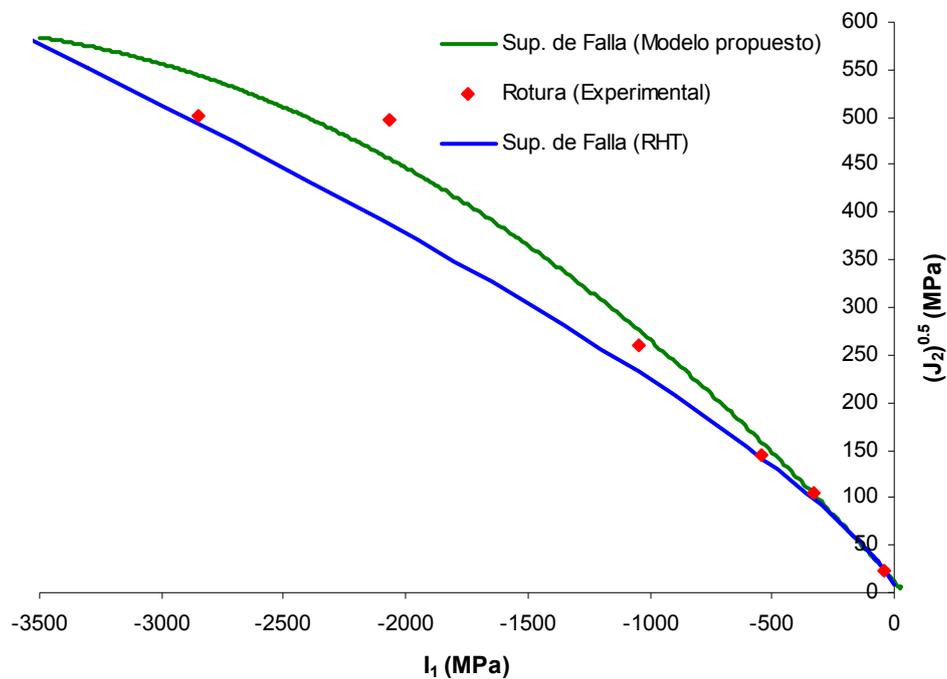


Figura 5.31 – Superficies de falla del modelo propuesto y del modelo RHT. Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)

En las figuras 5.14 y 5.15 se pueden observar los resultados obtenidos con el modelo RHT, en ensayos triaxiales con 100 MPa y 650 MPa de confinamiento, y su comparación con los resultados experimentales.

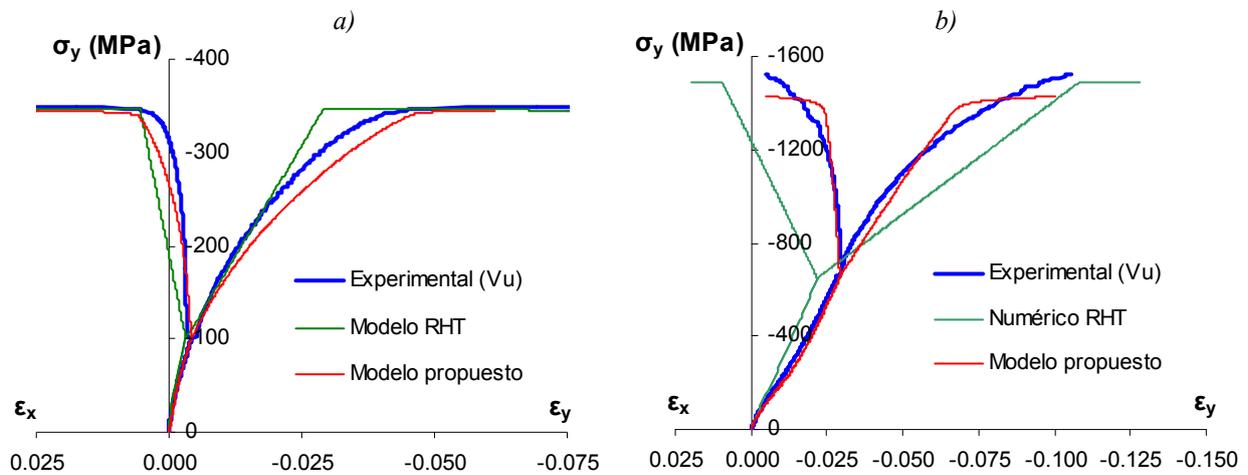


Figura 5.32 – Ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento: a) 100MPa y b) 650MPa Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)

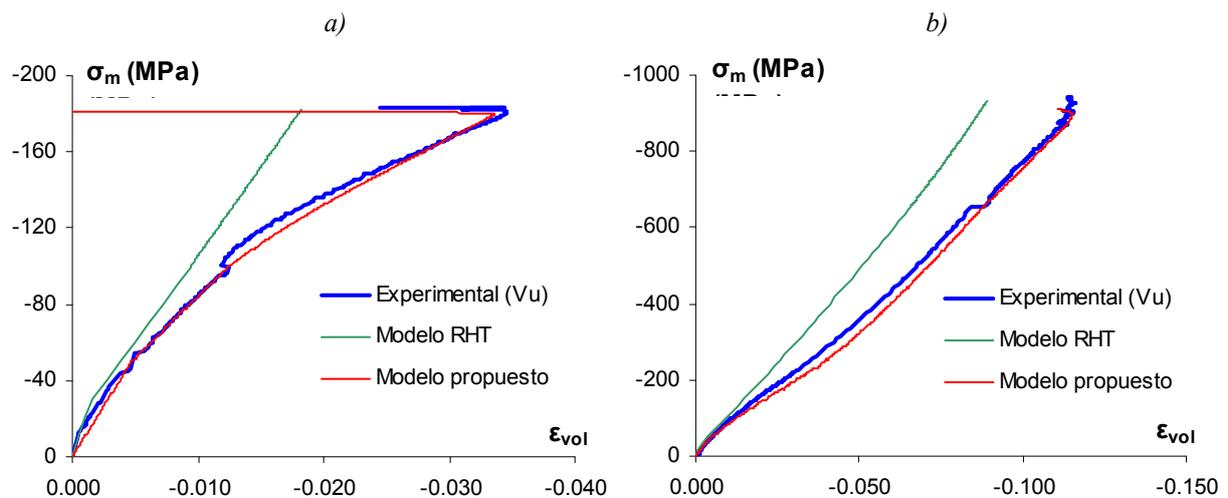


Figura 5.33 – Respuesta volumétrica en ensayos triaxiales con distinto confinamiento: a) 100 MPa y b) 650 MPa Comparación con resultados experimentales (Vu et al, 2009)

En la [figura 5.32](#) se observa que las tensiones pico alcanzadas con el modelo RHT se aproximan a los resultados experimentales, sin embargo, para presiones de confinamiento elevadas, las curvas tensión-deformación correspondientes se apartan de las curvas experimentales. En la [figura 5.33](#) se observa que el modelo no describe adecuadamente la respuesta volumétrica durante la etapa de carga hidrostática ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ), por lo tanto deben

modificarse los parámetros asignados por defecto en la EoS, a fin de obtener una mejor respuesta. Por otro lado, una vez alcanzada la tensión pico, se observa que el modelo no es capaz de reproducir el fenómeno de dilatancia. Esto se debe a que la superficie potencial utilizada por el programa, para altas presiones de confinamiento, corresponde al criterio de Von Mises, con lo cual no se consideran las componentes volumétricas en la determinación de las deformaciones plásticas en el modelo de resistencia. Las componentes volumétricas de deformación plástica se obtienen indirectamente a través de la Ecuación de Estado, en la cual sólo es posible un proceso de compactación a medida que crece la presión hidrostática.

## 5.5 Ensayos dinámicos

### Comparación con resultados experimentales

En esta sección se detallan las simulaciones de ensayos dinámicos realizados por distintos autores. En primer lugar se simulan ensayos de compresión uniaxial (Grote et al, 2001; Cazacu et al, 2001) mediante el uso de la barra de Hopkinson (Hopkinson, 1914; Davies, 1948; Kolsky, 1949). Se realiza una breve descripción del ensayo de la barra de Hopkinson y las hipótesis del mismo, con el fin de evaluar la validez de las tensiones y deformaciones obtenidas numéricamente y su comparación con los resultados experimentales.

Posteriormente se presentan las simulaciones de ensayos de compresión con confinamiento (Forquin et al, 2008) y, finalmente, se describen los ensayos a flexión con distintas velocidades de carga realizados por Zhang et al (2009).

#### 5.5.1 Barra de Hopkinson

La configuración del ensayo fue desarrollada por Kolsky (1949), siguiendo la idea original de Hopkinson (1914) y los estudios de Davies (1948). Con el transcurso de los años, esta técnica ha sido extendida para ensayos de tracción (Harding et al, 1960) y de torsión (Baker et al, 1966). Entre los trabajos más recientes sobre este tema pueden citarse los de Cazacu et al (2001), Grote et al (2001), Gatuingt et al (2002), Li et al (2003), Hentz et al (2004), Wu et al (2005), Zhang et al (2009), Li et al (2009), Kim et al (2010) para compresión, y los trabajos de Wu et al (2005), Weerheijm et al (2008), Lu et al (2011), y Rong et al (2012) para el caso de tracción.

El ensayo de la barra de Hopkinson o SHPB (“Split Hopkinson Pressure Bar”) consiste en dos barras metálicas alineadas de gran longitud y una probeta de pequeña longitud entre ellas, como se muestra en la [figura 5.34](#) (Hentz et al, 2004). Un proyectil impacta en el borde libre de la barra de entrada generando una onda de compresión incidente longitudinal  $\varepsilon_i(t)$ . Una vez que llega a la interfaz barra-probeta, dicha onda se divide en una onda reflejada  $\varepsilon_r(t)$  que vuelve por la barra de entrada, y una onda transmitida  $\varepsilon_t(t)$  que viaja por la barra de salida. Estas tres ondas se miden a través de puntos de control (“gauges”) los cuales están fijos en cada barra. La información obtenida por los “gauges” debe ser desfasada para determinar la variación en el tiempo de las tensiones, deformaciones y velocidades de deformación (Grote et al, 2001). Este proceso es complejo y requiere técnicas de corrección que permitan obtener una información precisa (Gary et al, 1996).

El análisis clásico del ensayo SHPB se sustenta en varias hipótesis (Hentz et al, 2004):

- La teoría de propagación unidimensional de ondas describe adecuadamente la propagación de las ondas a lo largo de las barras consideradas elásticas.
- Los campos de tensiones y deformaciones en el elemento se consideran uniformes en la dirección axial.
- La inercia de la probeta y el efecto friccional de la interfaz son despreciables.

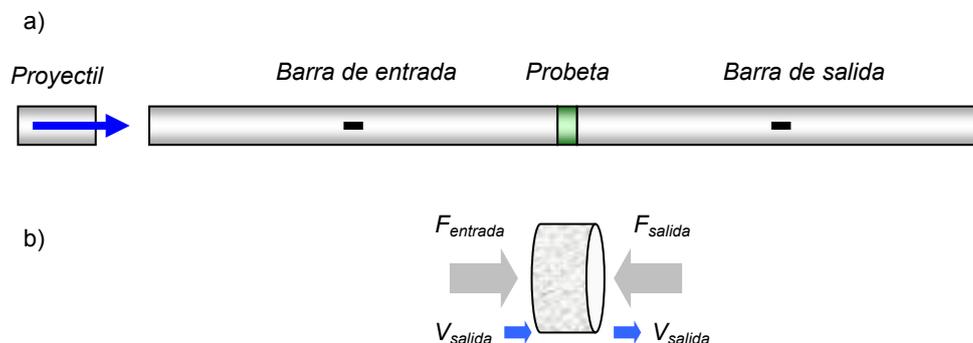


Figura 5.34 – Ensayo de la barra de Hopkinson (Hentz et al, 2004):  
a) Configuración del ensayo b) Fuerzas y velocidades resultantes en ambas caras de la probeta

El caso ideal es contar con elementos de pequeñas dimensiones, tanto en diámetro como en longitud, para evitar la dispersión radial en la propagación de ondas y alcanzar rápidamente un estado uniforme de tensiones. Sin embargo, los ensayos en hormigón requieren de diámetros mayores debido a la presencia de los agregados, lo cual incrementa la dispersión radial y hace necesaria la utilización de técnicas de corrección a fin de obtener información precisa en las caras del elemento (Gary et al, 1996). Por otro lado, el estudio del hormigón demanda el análisis del estado transitorio del elemento, así como de los efectos estructurales como la inercia y la fricción (Hentz et al, 2004). El efecto friccional entre las caras de la probeta y las barras puede jugar un rol significativo y llevar a un incremento aparente de resistencia (Bertholf et al, 1975).

Davies y Hunter (1963) sugieren que una relación de aspecto óptima es  $L/D = \sqrt[3]{\frac{3}{4}\nu}$ , donde  $\nu$  es el coeficiente de Poisson del material. En la mayoría de los casos esta condición resulta  $L/D \approx 0.5$  (Grote et al, 2001).

La velocidad de deformación y la tensión pueden obtenerse a partir de distintas expresiones. La forma más común se presenta en las ecuaciones (5.7), a partir de las velocidades ( $V_{entrada}$  y  $V_{salida}$ ) y las fuerzas ( $F_{entrada}$  y  $F_{salida}$ ) en ambas caras del elemento,

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_e(t) &= \frac{V_{salida}(t) - V_{entrada}(t)}{L_e} \\ \sigma_e(t) &= \frac{F_{entrada}(t) - F_{salida}(t)}{2S_e}\end{aligned}\tag{5.7}$$

donde  $L_e$  y  $S_e$  son la longitud y el área de la sección transversal del elemento, respectivamente (Hentz et al, 2004).

Por otro lado, Grote et al (2001) obtienen la tensión y la velocidad de deformación a partir de las ecuaciones (5.8),

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_e(t) &= \frac{-2c_b}{L_e} \epsilon_r(t) \\ \sigma_e(t) &= E_b \frac{A_b}{S_e} \epsilon_t(t)\end{aligned}\tag{5.8}$$

donde  $\epsilon_t(t)$  y  $\epsilon_r(t)$  denotan las amplitudes de las ondas de deformación transmitida y reflejada, respectivamente.  $E_b$ ,  $A_b$  y  $c_b$  son el módulo elástico, el área de la sección transversal

y la velocidad de propagación longitudinal de las barras.

Estas expresiones se corresponden con la hipótesis de propagación unidireccional de la onda de tensiones. Más adelante, en la sección 5.5.2 se analizan distintas alternativas en la medición de la velocidad de deformación y de la tensión a partir de resultados numéricos, con el fin de evaluar la validez de la comparación de éstos con los resultados experimentales.

### 5.5.2 Compresión uniaxial

Se simulan los ensayos realizados por Grote et al (2001) y Cazacu y Ross (2001). Las propiedades materiales y los parámetros utilizados en la modelación para cada caso, se muestran en la Tabla 5.8. En todos los casos, los ensayos se efectúan en probetas cilíndricas. Para las simulaciones se modela la mitad de la probeta, con elementos 2D de 4 nodos, con hipótesis de simetría axial. En la figura 5.35 se muestra un esquema de la probeta modelada, la discretización utilizada, así como las condiciones de apoyo y de aplicación de carga. En la Tabla 5.9 se resumen las dimensiones de las probetas y relaciones de aspecto correspondientes a cada caso. En el borde superior de la probeta se aplican desplazamientos impuestos, a fin de alcanzar las velocidades de deformación indicadas en cada ensayo. Se considera para la integración en el tiempo el método de Newmark (Oller, 2001), sin amortiguamiento. Para los parámetros de Newmark se adoptan  $\beta=0,25$  y  $\gamma=0,50$ .

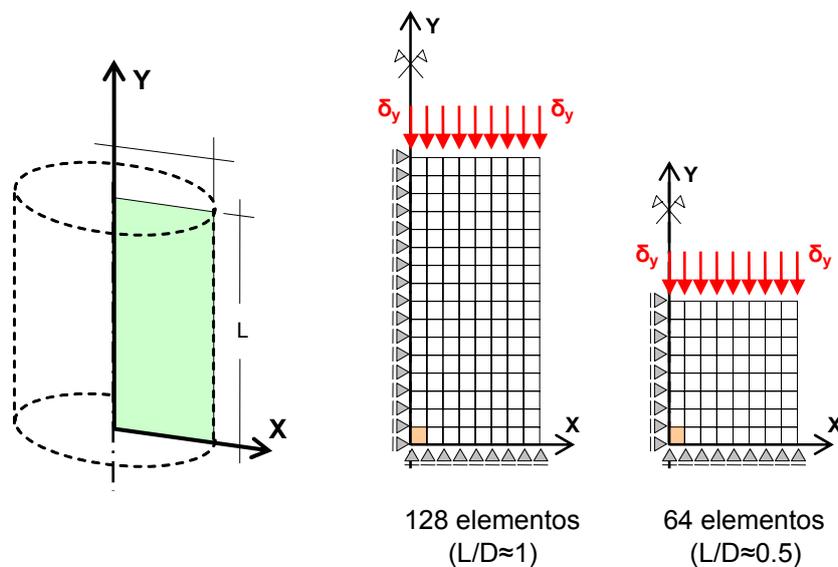


Figura 5.35 – Esquema de probeta cilíndrica y discretizaciones utilizadas según relación de aspecto L/D

Propiedad / Parámetro:		M46 <sup>(1)</sup>	H70 <sup>(2)</sup>
Módulo de elasticidad:	$E$ (MPa)	20000	30000
Coefficiente de Poisson:	$\nu$	0.2	0.2
Resistencia cuasi-estática a compresión:	$f_{c0}$ (MPa)	46	70
Tensión límite de fluencia a compresión:	$f_y$ (MPa)	34	50
Relación entre umbrales de fluencia en compresión y tracción $R_0$		10	10
Relación entre resistencia a compresión biaxial y uniaxial:	$R_{bc}$	1.16	1.16
Variable plástica en pico de tensión a compresión:	$\kappa^P$	0.12	0.12
Parámetro (relación de radios octaédricos)	$\gamma$	2.2	2.2
Punto de paso en compresión con confinamiento:	$p_h$ (MPa)	650	1000
	$\sigma_{cu}$ (MPa)	1600	1450
Resistencia cuasi-estática a tracción:	$f_{t0}$ (MPa)	3.4	7.0
Energía de aplastamiento cuasi-estática:	$G_{c0}$ (MPa.m)	1.0 E-02	1.2 E-02
Energía de fractura cuasi-estática:	$G_{f0}$ (MPa.m)	1.2 E-04	1.2 E-04

<sup>(1)</sup> Grote et al (2001); <sup>(2)</sup> Cazacu y Ross (2001)

Tabla 5.8 – Propiedades materiales para ensayos de compresión en mortero y hormigón

Ensayo	$\dot{\epsilon}$ s <sup>-1</sup>	D mm	L mm	L/D
Grote et al (2001)	290	11.9	11.7	0.98
	620	11.6	5.9	0.51
	1050	12	5.6	0.47
	1500	11.2	5.5	0.49
Cazacu y Ross (2001)	52	76	76	1

Tabla 5.9 – Dimensiones y relaciones de aspecto en ensayos de compresión uniaxial

Grote et al (2001) presentan curvas de tensión-deformación (axial) obtenidas a partir de ensayos en probetas de mortero ( $f^c = 46$  MPa), con distintas relaciones de aspecto  $L/D$  en un rango entre 0.5 y 1, aproximadamente. A su vez, las velocidades de deformación de estos ensayos están comprendidas entre 290 y 1500 /s.

En la [figura 5.36](#) se muestran los resultados obtenidos y su comparación con los experimentales. Se observa que el modelo es capaz de representar el incremento de resistencia por efecto de la velocidad de deformación y que las curvas tensión deformación se aproximan a las obtenidas experimentalmente para velocidades de hasta 1050/s.

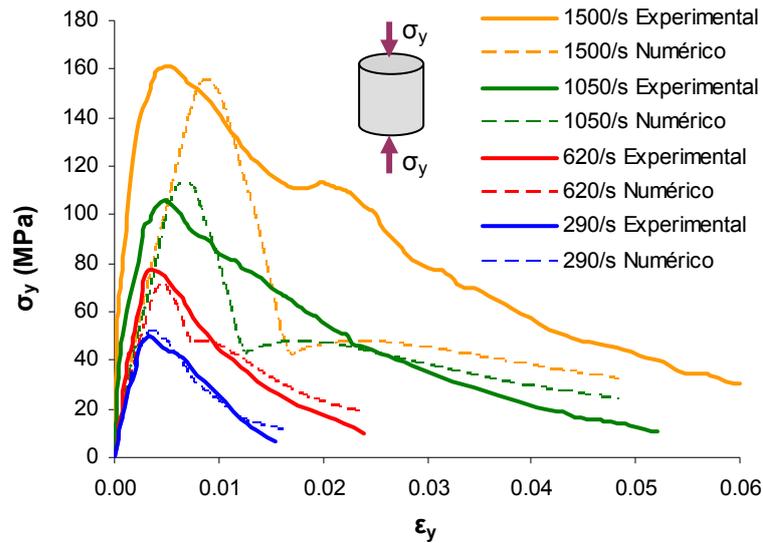


Figura 5.36 – Ensayo de compresión uniaxial con distintas velocidades de deformación (Grote et al, 2001)

Por otra parte, en la [figura 5.37](#) se comparan las curvas de tensión obtenidas según distintas metodologías, para velocidades de deformación de  $290\text{ s}^{-1}$  y  $1050\text{ s}^{-1}$ .

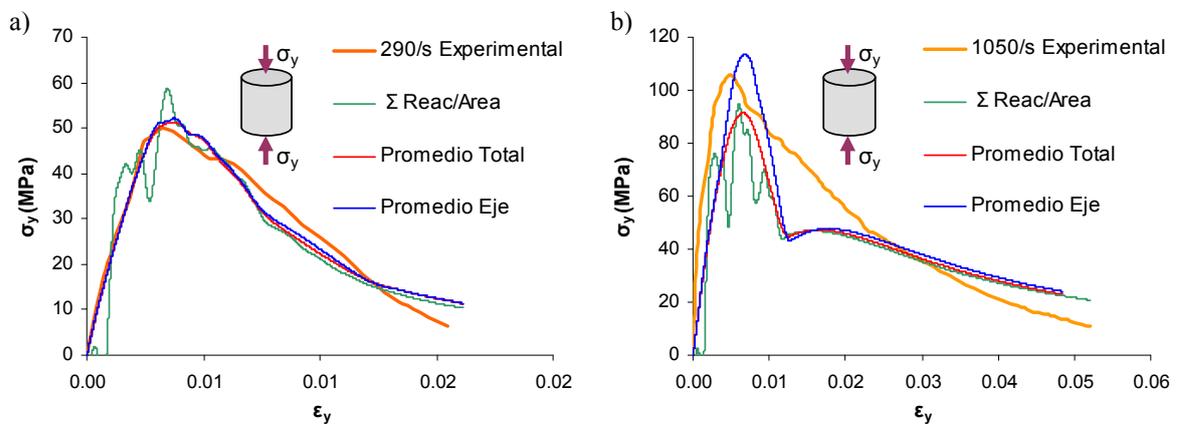


Figura 5.37 – Determinación de tensión promedio según distintos criterios para velocidades de deformación de a)  $290\text{ s}^{-1}$  y b)  $1050\text{ s}^{-1}$  (Grote et al, 2001)

Para la determinación de la tensión se analizan tres alternativas: En el primer caso se determina la tensión como la suma de las reacciones de apoyo dividida en el área de la sección transversal de la probeta. Luego se determina la tensión como un promedio de las tensiones medidas en todos los elementos que conforman la malla. Y finalmente, se calculan la tensión como el promedio de las tensiones en los elementos ubicados sobre el eje longitudinal de la probeta.

Es evidente que existen distintas curvas en función del criterio de medición adoptado, por lo que es necesario considerar aquel que presente mayor similitud a la metodología de medición experimental y analítica a fin de validar la comparación entre resultados numéricos y experimentales. Se verifica entonces que, para altas velocidades de deformación, las curvas obtenidas como el promedio de tensiones sobre el eje de la probeta permiten una mejor aproximación a las curvas experimentales. Esto se corresponde con la hipótesis de propagación unidireccional de ondas a partir de la cual están determinadas las curvas experimentales.

Por otra parte, [Cazacu y Ross \(2001\)](#) presentan curvas de tensión-deformación tanto axial como transversal, y curvas de tensión-deformación volumétrica para ensayos en probetas de hormigón de alta resistencia ( $f'_c = 70$  MPa) para una velocidad de deformación de  $52 \text{ s}^{-1}$ .

Los resultados obtenidos y su comparación con los datos experimentales se muestran en la [figura 5.38](#). Puede observarse que las deformaciones obtenidas numéricamente tanto axiales como transversales y, en consecuencia, también la respuesta volumétrica se ajustan favorablemente respecto de los valores experimentales.

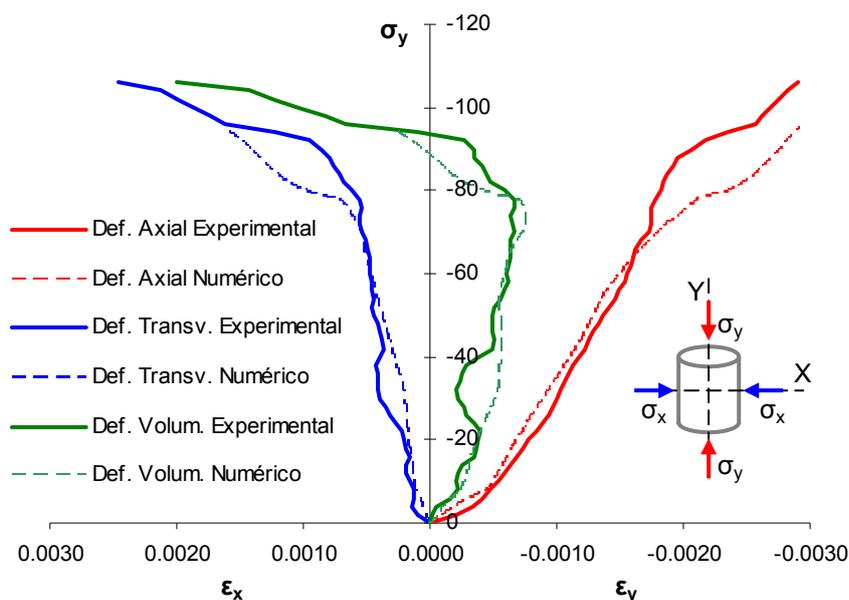


Figura 5.38 – Ensayo de compresión uniaxial en hormigón para una velocidad de deformación de  $52 \text{ s}^{-1}$  (Cazacu y Ross, 2001)

### 5.5.3 Compresión con confinamiento

Se reproducen en esta sección los ensayos de compresión con confinamiento pasivo, llevados a cabo por [Forquin et al \(2008\)](#) en probetas cilíndricas de hormigón. Las dimensiones de la probeta son 30mm de diámetro y 40mm de altura. Para las simulaciones se adopta la mitad de la probeta, y se consideran 32 elementos 2D de 4 nodos, con hipótesis de simetría axial. En la [figura 5.39](#) se observa un esquema de la probeta así como las condiciones de apoyo y de aplicación de carga. Se aplican desplazamientos impuestos en el borde superior de la probeta, a fin de alcanzar las velocidades de deformación indicadas en el ensayo (80, 141 y  $221 \text{ s}^{-1}$ ). Se considera para la integración en el tiempo el método de Newmark ([Oller, 2001](#)), sin amortiguamiento. Para los parámetros de Newmark se adoptan  $\beta=0,25$  y  $\gamma=0,50$ .

Las propiedades materiales del hormigón tipo H70, y los parámetros generales utilizados en la modelación, se resumen en la [Tabla 5.1](#).

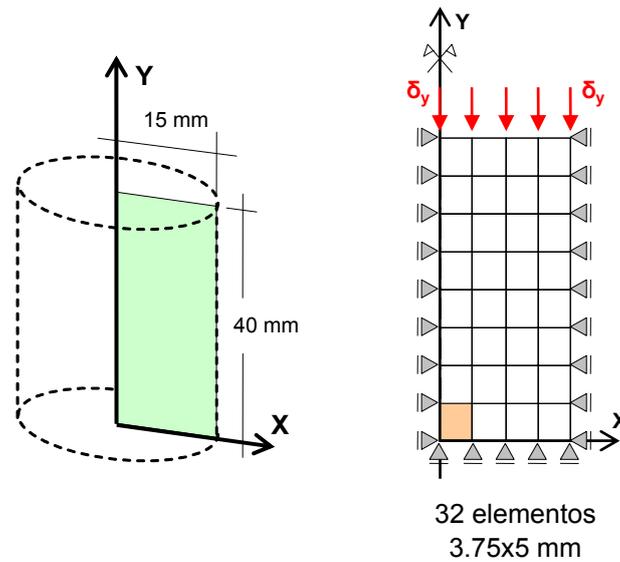


Figura 5.39 – Esquema de probeta cilíndrica y discretizaciones utilizadas

En la [figura 5.40](#) se muestra la variación de la deformación en el tiempo aplicada para cada caso, de acuerdo a los datos presentados en el trabajo de [Forquin \(2008\)](#).

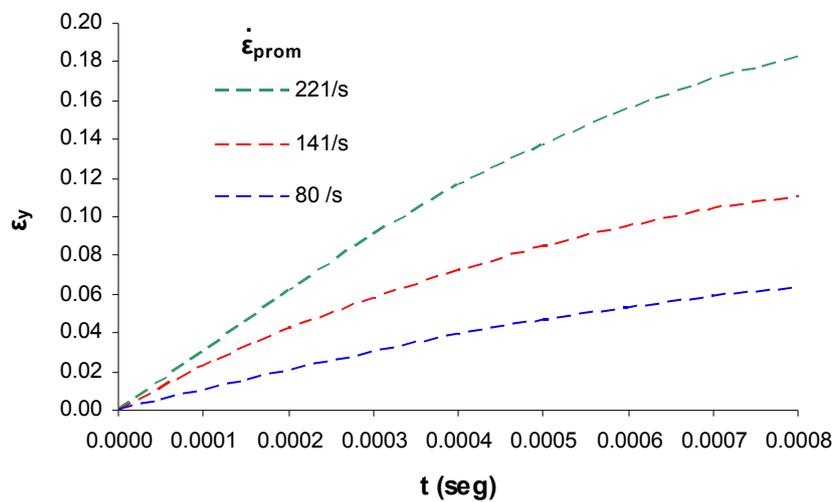


Figura 5.40 – Deformación vs Tiempo en ensayos de Forquin (2008) para distintas velocidades de deformación

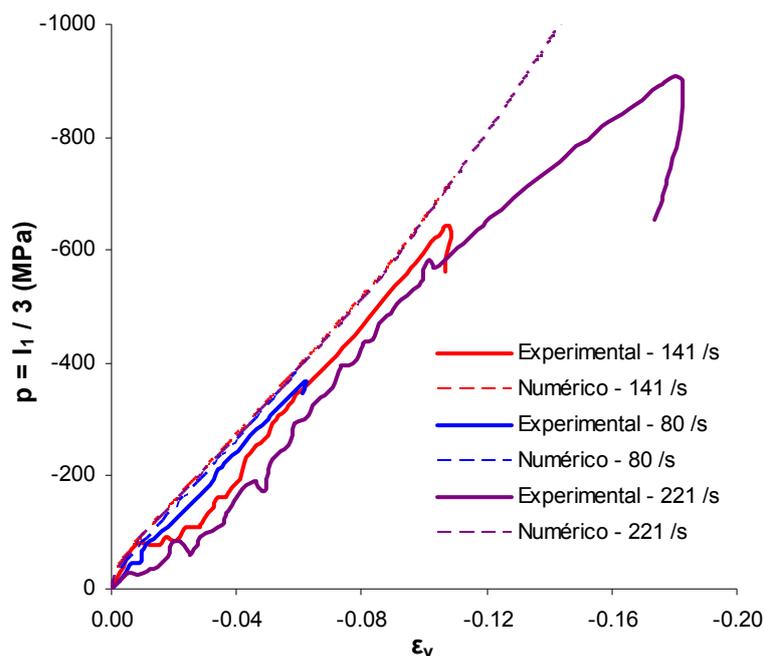


Figura 5.41 – Respuesta volumétrica en ensayos edométricos con distintas velocidades de deformación. Comparación con resultados de Forquin et al (2008)

En la [figura 5.41](#) se muestran las respuestas volumétricas obtenidas para las distintas velocidades de deformación. Se observa en general una respuesta apropiada del modelo en relación a las curvas experimentales para velocidades de deformación de hasta  $141 \text{ s}^{-1}$ . Para velocidades superiores se observa que la curva obtenida numéricamente se aleja de la experimental. Al igual que en el caso cuasiestático (ver [figura 5.29](#)), se puede observar que el modelo tiende a sobreestimar las tensiones, en relación a las observadas experimentalmente.

El comportamiento desviador se presenta en la [figura 5.42](#), donde se muestran las diferencias de tensiones principales ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) en función de la presión hidrostática, para distintas velocidades de deformación. Se observa que las diferencias de tensión en todos los casos llegan a ser mayores que los valores experimentales.

Adicionalmente, se reproducen ensayos dinámicos de compresión uniaxial (sin confinamiento) con velocidades de deformación de 80, 141 y  $221 \text{ s}^{-1}$ , y se consideran probetas de hormigón cuyas dimensiones y propiedades materiales son idénticas a las utilizadas para los ensayos edométricos.

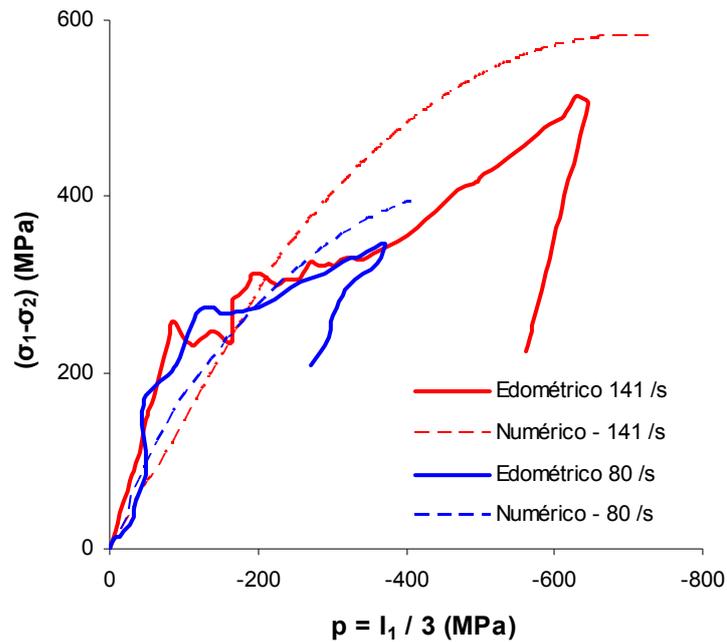


Figura 5.42 – Tensiones desviadoras en ensayos edométricos con distintas velocidades de deformación. Comparación con resultados de Forquin et al (2008)

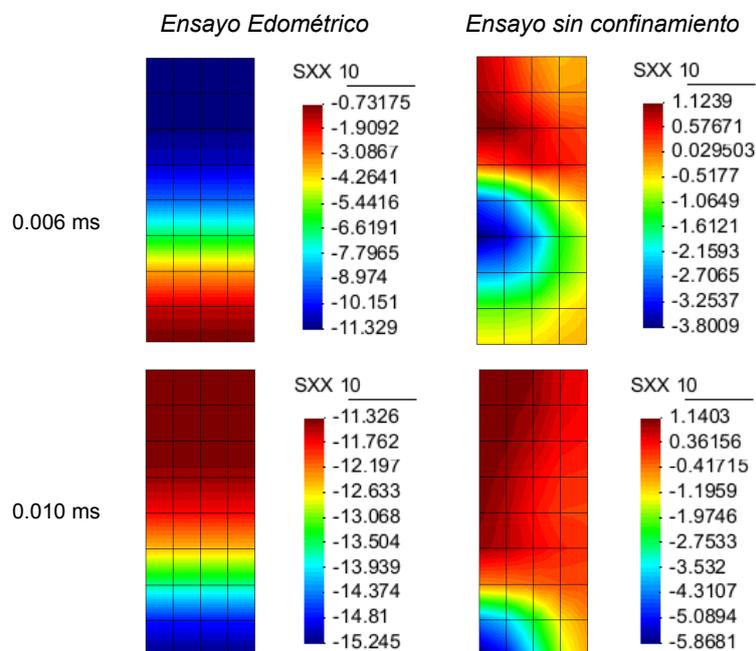


Figura 5.43 – Distribución de tensiones transversales en la probeta para distintos ensayos e instantes de tiempo con una velocidad de deformación de 80/s

En la [figura 5.43](#) se presentan las tensiones radiales obtenidas para distintos instantes de

tiempo para el ensayo edométrico y el ensayo no confinado, con una velocidad de deformación de 80/s. Es interesante destacar que, en el ensayo edométrico, la distribución de tensiones transversales en el interior de la probeta presenta una notable uniformidad, en contraposición a lo observado en los ensayos de compresión dinámica sin confinamiento (ver [figura 5.10](#)). Esto se debe a que, en el caso edométrico, el desplazamiento lateral se encuentra restringido, con lo cual los efectos inerciales son prácticamente despreciables.

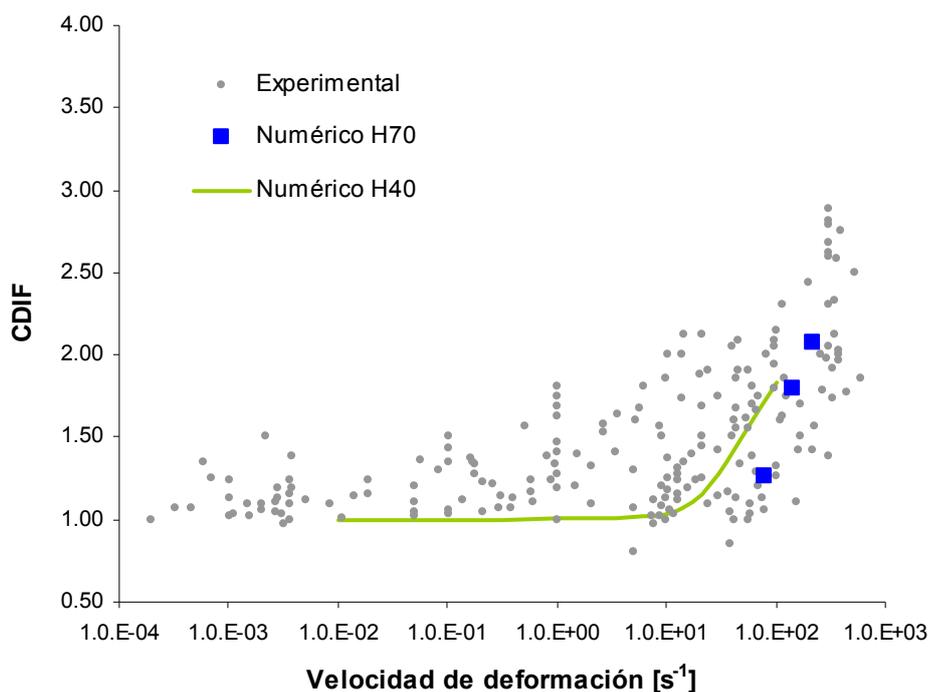


Figura 5.44 – CDIF obtenidos en ensayo sin confinamiento con distintas velocidades de deformación. Comparación con resultados experimentales (Cotsovos, 2008)

Por otro lado, en la [figura 5.44](#) se observan los valores obtenidos para el factor de incremento dinámico de resistencia (DIF) en los ensayos sin confinamiento con distintas velocidades de deformación. Estos resultados corresponden a un hormigón tipo H70 y se comparan con resultados experimentales obtenidos por diferentes investigadores ([Cotsovos, 2008](#)). Los valores obtenidos son menores a los resultados presentados en la sección 5.3.2 para hormigón H40 (ver [figura 5.17](#)). Esto podría indicar que el incremento de resistencia dinámica sería mayor para hormigones de menor resistencia, lo cual es semejante a lo presentado en la [figura A2.1.1](#) donde se muestra que las curvas DIF del [CEB-FIP \(1990\)](#) para H30 son mayores que para H70.

### 5.5.4 Flexión

Se describen a continuación los ensayos de [Zhang et al \(2009\)](#) realizados en vigas de hormigón de alta resistencia ( $f'c = 127$  MPa) de 40 cm de longitud y sección cuadrada de 10cm de lado. En la sección transversal ubicada en la mitad de su longitud, la viga presenta una entalla de 5 cm de altura con el fin de inducir el desarrollo de fisuras en dicho plano. Las dimensiones generales y la configuración del ensayo se muestran en la [figura 5.45](#).

[Zhang et al \(2009\)](#) efectúan ensayos dinámicos a flexión utilizando una prensa hidráulica, alcanzando velocidades de desplazamiento del punto de carga de:  $5.50 \cdot 10^{-4}$  mm/s, 0.55 mm/s y 17.4 mm/s. El ensayo para una velocidad de  $5.50 \cdot 10^{-4}$  mm/s se considera como cuasi-estático y sirve de referencia para determinar el incremento dinámico obtenido en los demás casos. Los autores presentan las curvas de carga aplicada vs flecha para los distintos casos. Estas curvas se muestran en la [figura 5.48](#) y se observa, al igual que en los casos de compresión y tracción dinámica, un incremento en la resistencia a medida que crece la velocidad de carga. En el trabajo de [Zhang et al \(2009\)](#) también se determina el incremento en la energía de fractura con la velocidad. Los valores de carga pico y de energía de fractura alcanzada para cada velocidad de carga se detallan en la [Tabla 5.10](#).

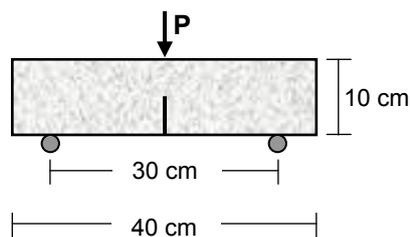


Figura 5.45 – Esquema de la viga y configuración del ensayo mediante prensa hidráulica (Zhang et al, 2009)

Para las simulaciones se utilizan elementos 2D con hipótesis de estado plano de tensión. En este caso se considera esta hipótesis debido a que son predominantes las tensiones de

tracción, por lo tanto no será determinante el efecto de las fuerzas de inercia en sentido transversal al plano de la viga. A su vez, se adopta el mallado que se observa en la [figura 5.46](#), cuyo tamaño máximo de elemento es igual a 1.2 cm. La aplicación de la carga se realiza imponiendo desplazamientos en los nodos centrales de la viga sobre la cara superior.

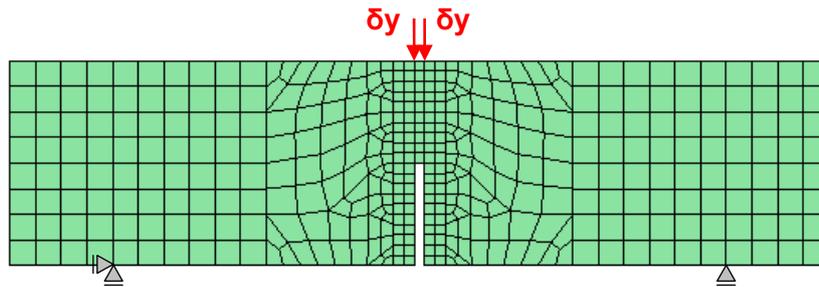


Figura 5.46 – Mallado y aplicación de carga en las simulaciones numéricas

Las propiedades materiales del hormigón y otros parámetros del modelo viscoplástico se detallan en la [Tabla 5.11](#).

Velocidad de carga $\dot{\delta}_y$ (mm/s)	Carga máxima $P$ (kN)	Energía de Fractura $G_f$ (N/m)
5.50E-04	5.33	148
5.50E-01	7.20	205
1.74E+01	8.22	226

Tabla 5.10 – Carga máxima y Energía de fractura para distintas velocidades de carga (Zhang et al, 2009)

<b>Propiedad / Parámetro:</b>		
Módulo de elasticidad:	$E$ (MPa)	43300
Coefficiente de Poisson:	$\nu$	0.20
Resistencia cuasi-estática a compresión:	$f_{c0}$ (MPa)	127
Tensión límite de fluencia a compresión:	$f_y$ (MPa)	94.5
Relación entre umbrales de fluencia en compresión y tracción $R_0$		15
Relación entre resistencia a compresión biaxial y uniaxial:	$R_{bc}$	1.16
Variable plástica en pico de tensión a compresión:	$\kappa^P$	0.12
Parámetro (relación de radios octaédricos)	$\gamma$	2.2
Punto de paso en compresión con confinamiento:	$p_h$ (MPa)	650
	$\sigma_{cu}$ (MPa)	1600
Resistencia cuasi-estática a tracción:	$f_{t0}$ (MPa)	6.3
Energía de aplastamiento cuasi-estática:	$G_{c0}$ (MPa m)	1.48 E-02
Energía de fractura cuasi-estática:	$G_{f0}$ (MPa m)	1.48 E-04
Parámetros viscoplásticos:	$\eta_t$ (ms) =	500.0
	$N_t$ =	2.0

Tabla 5.11 – Propiedades del hormigón y parámetros del modelo viscoplástico

En la [figura 5.47](#) pueden observarse las tensiones longitudinales obtenidas para las distintas velocidades de carga correspondientes al instante de carga pico. Se puede apreciar que a medida que se incrementa la velocidad las tensiones tanto de tracción como de compresión aumentan, y las tensiones de tracción superan el límite estático gracias a la extensión viscoplástica incorporada en el modelo. Por otro lado, se observa que la distribución de las tensiones cambia por efecto de las fuerzas de inercia al aumentar la velocidad de carga.

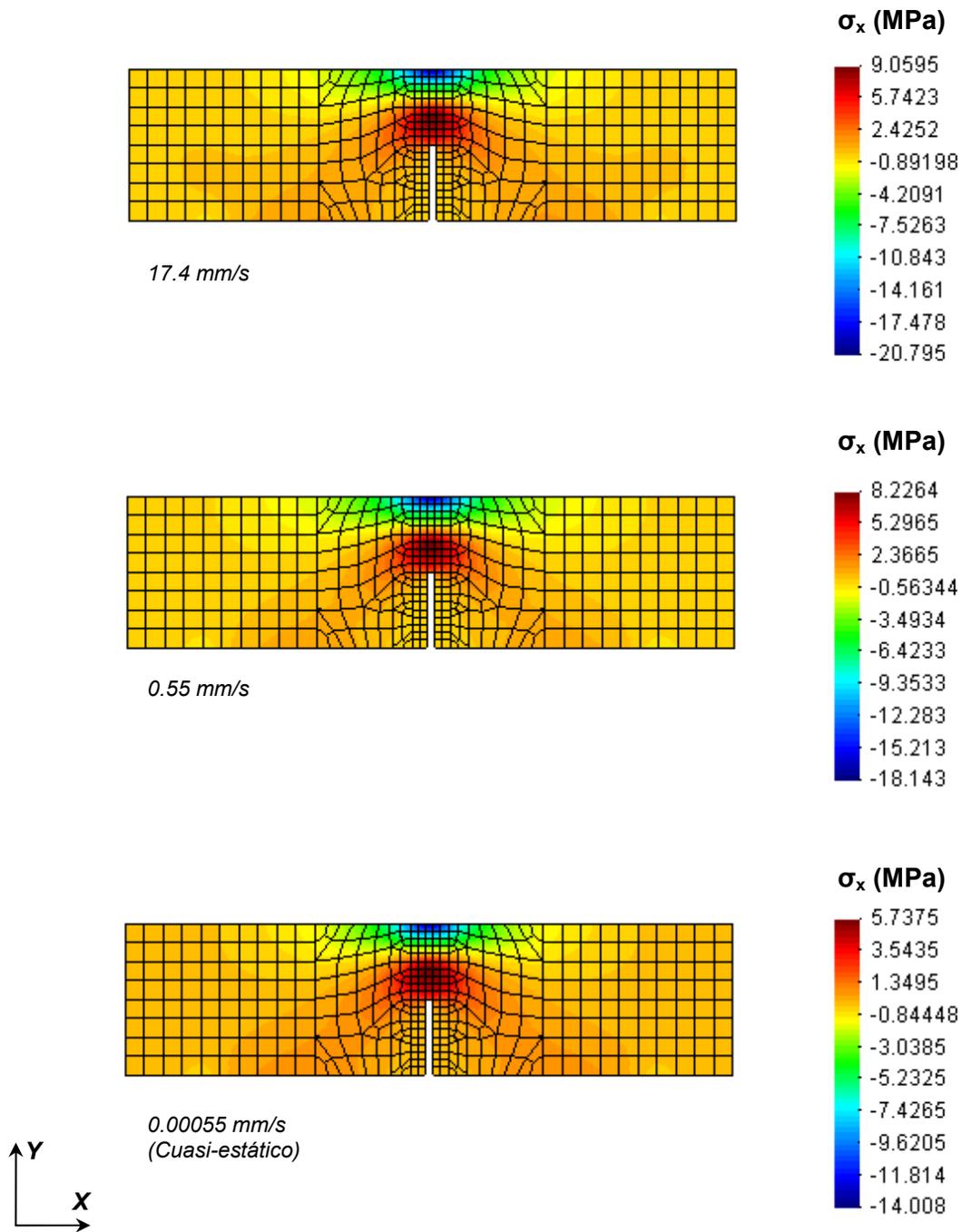


Figura 5.47 – Tensiones longitudinales en instante de carga máxima para distintas velocidades de carga

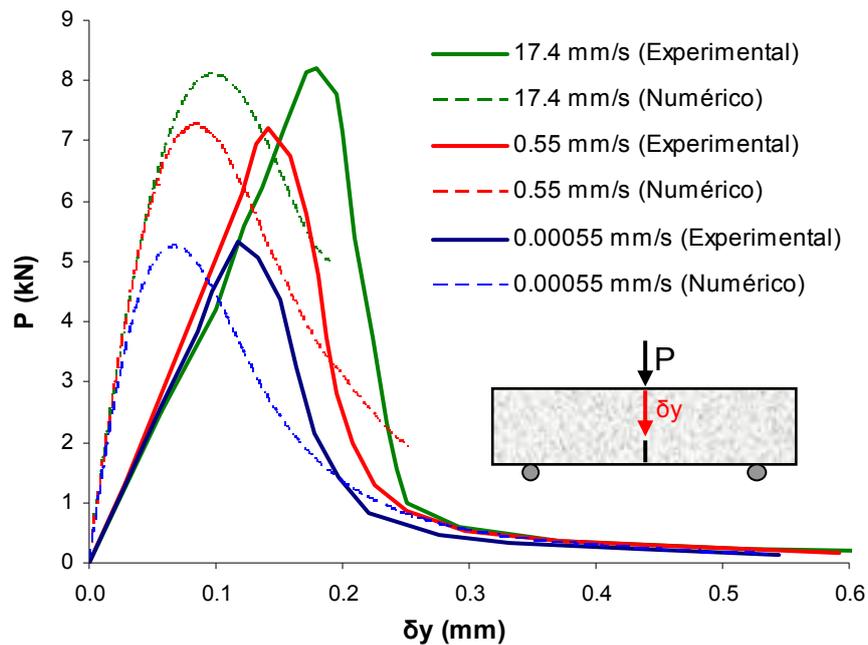


Figura 5.48 – Carga aplicada vs Desplazamiento del punto de aplicación de carga  
Comparación con resultados experimentales

Los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas se comparan con las curvas experimentales en la [figura 5.48](#). De esta comparación se observa que el modelo viscoplástico propuesto permite describir adecuadamente el incremento de resistencia en los ensayos de flexión dinámica para distintas velocidades de carga. Se observa además que las curvas experimentales presentan desplazamientos mayores que las numéricas, incluso durante la etapa elástica inicial, así como un proceso de ablandamiento más pronunciado. Estas diferencias podrían estar relacionadas a la metodología de medición utilizada experimentalmente, ya que en otros ensayos realizados sobre las mismas vigas la pendiente elástica coincide con la obtenida numéricamente.

## Capítulo 6

### Conclusiones y sugerencias para futuras investigaciones

#### 6.1 Desarrollos y aportes

En esta tesis se ha desarrollado un modelo constitutivo general para la simulación de materiales cohesivo-friccionales sometidos a cargas dinámicas de gran velocidad como explosiones o impacto. Para su calibración y comparación con resultados experimentales se ha considerado, en particular, la respuesta del hormigón debido a su amplia aplicación y a la disponibilidad de estudios previos.

Los desarrollos y aportes de esta tesis pueden resumirse en los siguientes puntos:

- La formulación de un modelo constitutivo elasto-plástico para hormigón basado en el modelo de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#), que incluye:
  1. Incorporación de una función tipo “*cap*” que permite el cierre de la superficie sobre el eje hidrostático de presiones.
  2. Introducción de una nueva variable interna relacionada con el proceso de compactación.
  3. Definición de reglas de endurecimiento isótropo y no isótropo que permiten considerar distintas posibilidades en la evolución de la superficie de carga, de acuerdo a diferentes combinaciones de tensiones.
  4. Definición de un criterio de potencial apto para describir la transición entre los procesos de compactación y dilatancia en el material.

- La extensión viscoplástica del modelo que permite considerar los efectos de la velocidad de deformación, en forma diferenciada para estados tensionales que involucran tensiones de tracción y de compresión.
- El desarrollo del esquema de integración numérica del modelo constitutivo propuesto, tanto para el caso plástico como para la extensión viscoplástica.
- La resolución de distintos ejemplos de verificación y de aplicación, tanto estáticos como dinámicos.

### Características del modelo:

- El modelo propuesto es termodinámicamente consistente.
- El tratamiento matemático es análogo al utilizado en los modelos de plasticidad clásicos.
- El modelo contempla los principales aspectos que caracterizan el comportamiento inelástico de materiales cohesivo-friccionales, tales como la respuesta diferenciada en función del camino de carga y la combinación de fenómenos de fisuración y aplastamiento a través de un tratamiento unificado.
- La evolución de las variables internas permiten un cambio de tamaño y de forma de la superficie de fluencia.
- Las reglas de endurecimiento dependen del camino de carga, y están controladas por dos variables internas: una variable de endurecimiento plástico isótropo y la deformación volumétrica plástica.
- La evolución de la superficie de fluencia sobre el eje hidrostático presenta una analogía directa con el concepto de ecuación de estado de los hidrocódigos.
- El endurecimiento controlado por la evolución de la función *cap* está definido a través de la variación del primer invariante de tensiones en función de la deformación volumétrica plástica para el ensayo de presión hidrostática, y de las componentes no nulas de deformación.
- El modelo incluye reglas de endurecimiento y ablandamiento tanto isótropo como no isótropo, que involucran conceptos de la mecánica de fractura, incorporando una

longitud característica que garantiza la objetividad de la respuesta en los procesos de ablandamiento.

- El modelo permite representar la transición entre los procesos de compactación y dilatación, a través de la definición de un flujo plástico no asociado.
- El modelo considera en forma unificada los efectos viscosos a partir de parámetros calibrados para tracción y compresión.

## 6.2 Conclusiones

De la formulación del modelo constitutivo propuesto puede concluirse lo siguiente:

- La utilización de una única variable interna plástica basada en el trabajo plástico que no distingue entre el comportamiento volumétrico y el desviador, no permite describir adecuadamente el endurecimiento no isótropo que experimentan los materiales cohesivos friccionales bajo caminos de carga no proporcionales que dan lugar a valores elevados de la presión hidrostática. Por esta razón se debe incorporar una nueva variable para representar apropiadamente la evolución de las tensiones y deformaciones bajo estados tensionales que involucran confinamiento elevado.
- Se debe utilizar flujo plástico no asociado a fin de describir la transición entre los procesos de compactación y dilatación observado en ensayos de compresión triaxial con presiones de confinamiento elevado.

De la implementación numérica del modelo se pueden mencionar las siguientes conclusiones:

- La implementación del modelo propuesto en un programa de elementos finitos es relativamente simple.
- La utilización de coeficientes de viscosidad próximos a cero permite obtener la respuesta invíscida.

El modelo desarrollado ha sido sometido a estudios numéricos preliminares con el objeto de evaluar su respuesta en distintas situaciones y calibrar los parámetros incorporados en la extensión viscoplástica. Asimismo, el modelo ha sido utilizado para reproducir distintos ensayos estáticos y dinámicos en probetas de hormigón.

De los estudios preliminares a nivel material se concluye que:

- La utilización de elementos con estado plano de tensión no es adecuada para los ensayos dinámicos a compresión en probetas cilíndricas ya que desprecian el efecto de confinamiento inercial.
- Los resultados obtenidos en ensayos dinámicos de compresión uniaxial, permiten confirmar que, tanto la resistencia como la energía de deformación, se incrementan por efecto de la velocidad de deformación
- A medida que crece la velocidad de deformación es necesario discretizar aún más la malla de elementos finitos para describir adecuadamente la respuesta dinámica.
- Se deben considerar pasos de tiempo más pequeños cuanto mayor sea la velocidad de deformación. A su vez, el paso de tiempo para el cual convergen los resultados depende del tamaño del elemento. En base a los resultados presentados, se sugiere la siguiente relación entre el paso de tiempo  $\Delta t$  y el tiempo necesario para recorrer el elemento  $t_e$  (mediante la propagación de una onda elástica):

$$\Delta t \leq \frac{t_e}{100}$$

- En base a los resultados obtenidos en ensayos dinámicos a tracción o compresión uniaxial sobre probetas de hormigón, se confirma que la distribución de tensiones tanto axiales como radiales no es uniforme. En particular, para el caso de compresión, el efecto de confinamiento inercial indica que el factor de incremento de resistencia dinámico (DIF) medido globalmente no está originado en el material sino principalmente en el efecto dinámico estructural. En consecuencia, el estado tensional resultante difiere en gran medida del estado para compresión uniaxial uniforme.

- La relación de aspecto influye en la respuesta dinámica para ensayos dinámicos de compresión uniaxial, donde las fuerzas inerciales generan un mayor confinamiento a medida que crece el diámetro de la probeta ensayada. Es decir que la resistencia crece con la relación diámetro/altura.
- La adopción de criterios de fluencia con meridianos de compresión rectos como Mohr Coulomb o Lubliner-Oller conduce a tensiones mayores en comparación con criterios de meridianos curvos. Con el criterio propuesto, se logra una reducción aún mayor por efecto del cierre (*cap*). En el caso dinámico, aunque la carga sea uniaxial, el estado tensional resultante no lo es debido al confinamiento inercial. En consecuencia, las tensiones obtenidas con la superficie con *cap* son menores que para los otros casos ya que se reduce la superficie umbral de fluencia.

De la calibración de los parámetros viscoplásticos se concluye que:

- El incremento de resistencia aparente debido a la velocidad de deformación en el caso de ensayos de compresión uniaxial está originado por un fenómeno de confinamiento inercial lateral, por lo que se podrían desprestigiar los efectos viscosos en este caso y considerar el coeficiente de viscosidad próximo a cero.
- Para el caso de tracción uniaxial dinámica, se debe utilizar la extensión viscoplástica de acuerdo a los parámetros calibrados.

De la simulación de ensayos cuasi-estáticos es posible concluir lo siguiente:

- El modelo es capaz de reproducir adecuadamente la respuesta del hormigón para distintas combinaciones de tensión y caminos de carga: Tracción uniaxial y biaxial, compresión uniaxial, compresión triaxial con presiones de confinamiento hasta 16 veces la resistencia a compresión uniaxial, compresión hidrostática y ensayo edométrico.
- En la simulación de ensayos edométricos el modelo tiende a sobreestimar las tensiones a medida que el material se compacta.

- El modelo describe correctamente los procesos de compactación y dilatación observados experimentalmente para los ensayos de compresión triaxial con distintas presiones de confinamiento.

De los ensayos dinámicos se mencionan las siguientes conclusiones:

- El modelo propuesto reproduce adecuadamente la respuesta volumétrica de probetas cilíndricas de hormigón sometidas a compresión dinámica sin confinamiento y con confinamiento pasivo.
- En los ensayos a compresión uniaxial en probetas de mortero se observa una buena respuesta del modelo de acuerdo a la comparación con resultados experimentales para velocidades de deformación entre 290 y 1500 s<sup>-1</sup>. En el ensayo de compresión uniaxial en probetas de hormigón para 52 s<sup>-1</sup> se pudo comprobar, además, que tanto las deformaciones axiales como las transversales y, en consecuencia, la respuesta volumétrica se pueden representar correctamente con el modelo propuesto.
- La comparación entre resultados experimentales y numéricos para los ensayos de barra de Hokpinson depende fuertemente de los criterios de medición de la tensión promedio en la probeta. De acuerdo a los análisis efectuados, la determinación de la tensión axial promedio como el promedio de tensiones en elementos ubicados sobre el eje de la probeta sería un criterio aceptable. Este criterio se corresponde, a su vez, con la hipótesis de propagación unidireccional de tensiones tomada como base en la obtención de curvas experimentales.
- En el ensayo edométrico, la distribución de tensiones transversales en el interior de la probeta presenta una notable uniformidad, en contraposición a lo observado en los ensayos de compresión dinámica sin confinamiento.
- Los resultados obtenidos para el factor de incremento de resistencia dinámico (DIF) en hormigones tipo H40 y H70, indicarían que el incremento de resistencia dinámico podría ser mayor para hormigones de menor resistencia, al igual que lo indicado por las curvas del [CEB-FIP \(1990\)](#).
- En los ensayos de flexión dinámica en vigas de hormigón de alta resistencia para velocidades entre 5.50 10<sup>-4</sup> mm/s y 17.4 mm/s, se puede apreciar que, a medida que

se incrementa la velocidad, las tensiones tanto de tracción como de compresión aumentan. Las tensiones de tracción superan el límite estático gracias a la extensión viscoplástica incorporada en el modelo. Por otro lado, la distribución de las tensiones cambia por efecto de las fuerzas de inercia al aumentar la velocidad de carga. Finalmente, el modelo viscoplástico propuesto permite describir adecuadamente el incremento de resistencia observado experimentalmente.

### 6.3 Sugerencias para futuras investigaciones

Durante el desarrollo de este trabajo han surgido como propuestas nuevas líneas de investigación tendientes a profundizar, mejorar o generalizar algunos aspectos del modelo propuesto. Se destacan las siguientes:

- Dado que el modelo presentado está orientado a ser un modelo de aplicación general, durante el desarrollo de los ejemplos de aplicación se hizo evidente la escasez de resultados experimentales relacionados al comportamiento del hormigón para estados de compresión triaxial con elevado confinamiento, ensayos hidrostáticos y ensayos edométricos. La disponibilidad de ensayos dinámicos es aún menor. Es necesario el desarrollo de metodologías de ensayo que permitan obtener resultados experimentales en base a mediciones controladas de deformaciones y tensiones. Asimismo, se deben realizar ensayos en hormigones de distintas resistencias y en otros tipos de materiales cohesivo-friccionales.
- Se debe estudiar la respuesta volumétrica del material en ensayos dinámicos y la influencia del camino de carga en la evolución de la superficie de carga, ya que esto último fue analizado teniendo en cuenta ensayos estáticos únicamente.
- En este trabajo, la parte elástica de la respuesta del material se ha considerado lineal. Es necesario profundizar en el estudio de la degradación de las propiedades elásticas para distintos niveles de confinamiento, ya que para procesos de compactación el material experimenta un incremento de rigidez.
- La extensión para considerar daño acoplado con plasticidad independiente del tiempo puede hacerse siguiendo un enfoque similar al seguido por [Luccioni et al \(1996\)](#). Dicho enfoque es un enfoque general que acopla plasticidad con daño.

- Estudiar la influencia del grado de saturación en el comportamiento dinámico y la presencia de agregados.
- Debería estudiarse con mayor profundidad el efecto de altas temperaturas en el hormigón. La extensión del modelo para tener en cuenta los efectos de la variación de temperatura puede hacerse de manera directa con un enfoque similar al utilizado por [Luccioni et al \(2003\)](#).
- La superficie de fluencia presenta aristas en el plano octaédrico lo cual puede conducir a problemas en la implementación del modelo debido a dicha discontinuidad. Para mejorar este aspecto se podría utilizar la propuesta de [William y Warnke \(1975\)](#), la cual permite definir la forma de la sección en dicho plano a través de la relación entre los radios octaédricos a tracción y compresión.
- Se plantea a futuro la necesidad de profundizar en el estudio del cambio de forma de la superficie en el plano octaédrico a medida que se incrementa la presión hidrostática, especialmente para estados tensionales donde se combinan tensiones de tracción y compresión.
- La regla de endurecimiento propuesta para la evolución de la superficie de fluencia en el eje hidrostático depende de la curva “presión hidrostática - deformación volumétrica” para el ensayo hidrostático y las componentes no nulas de deformación. Esta propuesta puede ser mejorada, en función de la comparación con resultados experimentales que presenten otros caminos de carga: Ensayos de compresión triaxial con aplicación de carga proporcional, ensayos edométricos, etc.

## Referencias

- Abou-Chakra Guéry A., Cormery F., Su K., Shao J.F. and Kondo D. A micromechanical model for the elasto-viscoplastic and damage behavior of a cohesive geomaterial. *Physics and Chemistry of the Earth*, 33: S416–S421, 2008.
- Ahmad S.H. and Shah S.P. Stress–strain curves of concrete confined by spiral reinforcement. *ACI Journal*, 79(6): 484–90. 1982.
- Akers S.A. and Phillips B.R. Concrete modeled as an inhomogeneous material: numerical simulations of contact detonation charges. *18th International symposium on the military aspects of blast and shock*, Oberjettenberg, 2004.
- Albertini C. and Montagnani M. Study of the true tensile stress-strain diagram of plain concrete with real size aggregate; need for and design of a large Hopkinson bar bundle. *Journal de Physique*, 4(C8): 113-118, 1994.
- ANSYS AUTODYN. Interactive Non-Linear Dynamic Analysis Software, Version 12, User's Manual. *SAS IP Inc.*, 2009.
- Aráoz G.F. and Luccioni B.M. Behaviour of masonry walls under blast loads. *XVI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus aplicaciones (ENIEF)*, 2007.
- Aráoz G.F. y Luccioni B.M. Curva de fragilidad para muro de mampostería bajo cargas explosivas a partir de simulaciones numéricas. *XX Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural*, 2008.
- Aráoz G.F. y Luccioni B.M. Modelo viscoplástico para materiales cohesivo-friccionales. *XVIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus aplicaciones (ENIEF)*, 2009.
- Arioz Omer. Effects of elevated temperatures on properties of concrete. *Fire Safety Journal*, 42: 516-522, 2007.
- Armieur M, Hazanov S, Huet C. Numerical and experimental study of size and boundary conditions effects on the apparent properties of specimens not having the representative volume. In: Huet C, editor. *Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, IFB. Micromechanics of concrete and cementitious composites*. Lausanne, 181–201. ISBN:2-88074-260-9, 1993.

- Attaway S.W., Heinstein M.W. and Swegle J.W. Coupling of smooth particle hydrodynamics with the finite element method. *Nuclear Eng. Design*, 150: 199-205, 1994.
- Baker W., Cox P., Westine P., Kulesz J. and Strehlow R. Explosion hazards and evaluation, *Elsevier*, New York, 1983.
- Baker WW, Yew CH. Strain rate effects in the propagation of torsional plastic waves. *Journal of Appl. Mech.*; 33:917-23, 1966.
- Barrios D'Ambra R., Iturrioz I., Fasce L.A., Frontini P.M. y Cisilino A.P. Utilización del método de los elementos discretos en la simulación numérica de ensayos de impacto para caracterización de materiales compuestos poliméricos. *Mecánica Computacional*, 21: 1121-1134, 2002.
- Barrios D'Ambra R., Iturrioz I., Fasce L.A., Frontini P.M. y Cisilino A.P. Simulación numérica del ensayo de impacto en probetas de polímeros utilizando el método de los elementos discretos"- CILAMCE, 2003.
- Bazant Z. and Kaxemi M. Determination of fracture energy, process zone length and brittleness number from size effect, with application to rock and concrete. *International Journal of Fracture*, 44: 111-131. 1990.
- Bazant Z. and Oh B. Microplane model for concrete fracture. *ASCE-EM*, 111:559-582, 1985.
- Bazant Z. and Prat P. Microplane model for brittle plastic materials. *ASCE-EM*, 114:1672-1702, 1988.
- Bazant Z.P., Bishop F.C. and Chang T.P., Confined compression tests of cement paste and concrete up to ksi, *ACI J.*33: 553-560, 1986.
- Beppu M., Miwa K., Itohb M., Katayama M. and Ohno T. Damage evaluation of concrete plates by high-velocity impact. *International Journal of Impact Engineering*, 35: 1419-1426, 2008.
- Bertholf L.D. y Karnes C.H. Two-dimensional analysis of the split Hopkinson pressure bar system. *Journal of Mech. Phys. Solids* ; 23(1):1-19, 1975.
- Bischoff P. and Perry S. Compressive behaviour of concrete at high strain rates. *Materials and Structures*, Vol. 24, p. 425-450, 1991.
- Booker P.M., Cargile J.D., Kistler B.L. and La Saponara V. Investigation on the response of segmented concrete targets to projectile impacts. *International Journal of Impact Engineering* 36: 929-939, 2009.
- Boyd S. D. Acceleration of a Plate Subject to Explosive Blast Loading - Trial Results. *Maritime Platforms Division Aeronautical and Maritime Research Laboratory DSTO-TN-0270*, 2000.

- Brackbill J.U. and Ruppel H.M. FLIP: A method for adaptively zoned, particle-in-cell calculations of fluid flows in two dimensions. *Journal of Computational Physics*, 65: 314-343. 1986.
- Braimah A. Blast load effects on structures (Lecture). *Canadian Explosives Research Laboratory*. Canada. 2000.
- Brara A., Camborde F., Klepaczko J.R. and Mariotti C. Experimental and numerical study of concrete at high strain rates in tension. *Mechanics of Material*, 33: 33-45. 2001.
- Brara, A. and Klepaczko J.R. Experimental characterization of concrete in dynamic tension. *Mechanics of Materials*, 38: 253–267, 2006.
- Brara, A. and Klepaczko J.R. Fracture energy of concrete at high loading rates in tension. *International Journal of Impact Engineering*, 34: 424–435, 2007.
- Burlion N. Compaction des betons: Elements de modelisation et caracterisation experimentale. Doctoral Thesis. *ENS de Cachan*. Cachan, France, 1997.
- Burlion N., Gatuingt F., Pijaudier-Cabot G. and Daudeville L., Compaction and tensile damage in concrete: constitutive modelling and application to dynamics, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 183: 291-308, 2000.
- Burlion N., Pijaudier-Cabot G., Dahan N., Experimental analysis of compaction of concrete and mortar, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 25: 1467-1486, 2001.
- Caballero A., Carol I and López CM. A meso-level approach to the 3d numerical analysis of cracking and fracture of concrete materials. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 29(12):979–991, 2006.
- Cadoni E., Labibes K., Berra M., Giangrasso M. and Albertini C. Influence of Aggregate Size on Strain-Rate Tensile Behavior of Concrete. *ACI materials journal*, 98(3): 220-223, 2001.
- Camborde F., Mariotti C. and Donzé F.V. Numerical study of rock and concrete behavior by discrete element modeling. *Computer Geotechnics*, 27: 225-247. 2000.
- Carroll M.M. and Holt A.C. Static and Dynamic Pore-Collapse relations for ductile porous materials. *Journal of Applied Physics*, 43: 1626-1635, 1972.
- Carosio A.N.A. Viscoplasticidad Continua y Consistente. Tesis Doctoral. *Universidad Nacional de Tucumán*, Argentina, 2001.
- Cazacu O. y Ross C.A. Experimental and theoretical investigation of concrete high-strain rate behavior. Dep. of Mechanical and Aerospace Eng. University of Florida. 2001

- CEB-FIP Model Code 1990. *Comité Euro-International du Béton, Redwood Books, Trowbridge, Wiltshire, UK, 1990.*
- Cervenka J, Červenka V. and Eligehausen R. Fracture-Plastic material model for concrete, Application to analysis of powder actuated anchors, Proc. *FRAMCOS*, 3: 1107-1116, 1998.
- Chen L., Fang Q. and Guo Z. Membrane action on RC structures subjected to static and blast loads. *PLA University of Science and Technology, China, IWSRIB, 2009.*
- Chen, W. Plasticity in reinforced concrete. *McGraw-Hill, London, England, 1982.*
- Chou C.S., Tseng C.Y., Smid J., Kuo J.T., and Hsiau S.S. Numerical simulation of flow patterns of disks in the asymmetric louvered-wall moving granular filter bed. *Powder Technology*, 110: 239-245, 2000.
- Clegg R.A., Sheridan A.J., Hayhurst C.J. and Francis N.J. The application of SPH Techniques in AUTODYN-2D to Kinetic energy penetrator impacts on multi-layered soil and concrete targets". *8th International Symposium on interaction and effects of munitions with structures*, Virginia, USA, 1997.
- Collins G.S. An introduction to hydrocode modelling. *Applied Modelling and Computation Group (AMCG). 2002.*
- Conley C.H., Leamy M., Choi Y. and Hurst H. Modeling Blast-Loaded FRP composite structures. *Department of Civil and Mechanical Engineering. United States Military Academy. West Point. 2001.*
- Cooper P., Explosives Engineering, *Wiley-VCH, New York, 1996.*
- Coughlin A.M., Musselman E.S., Schokker A.J. and Linzell D.G.. Behavior of portable fiber reinforced concrete vehicle barriers subject to blasts from contact charges. *International Journal of Impact Engineering*, 37: 521–529, 2010.
- Cosserat E. and Cosserat F. *Theorie des Corps Deformables; Herman et fils, Paris, 1909.*
- Cotsovos D.M. and Pavlovic M.N. Numerical investigation of concrete subjected to high rates of uniaxial tensile loading. *International Journal of Impact Engineering*, 35:319–335, 2008.
- Crawford J.E. and Magallanes J.M.. The effects of modeling choices on the response of structural components to blast effects. *International Journal of Protective Structures*, 2(2): 231-257, 2011.
- Crisfield M.A. *Non-Linear Finite Element Analysis of Solid and Structures. Vol 2., Cap 15. Pag. 182-185. Wiley. 1997.*

- Cundall P. A. A computer model for simulating progressive large scale movements in block rock systems. *Symposium International Society of Rock Mechanics*, Nancy, France. 1971.
- Cundall P.A. and Strack O.D.L. A distinct element model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29: 47-65, 1979.
- Cundall, P. Numerical modelling of jointed and faulted rock. In Rossmannith, H., editor, *Mechanics of jointed and faulted rock*. 1990.
- Cusatis G., Bazant Z.P. and Cedolin L. Confinement-shear lattice model for concrete damage in tension and compression: I. Theory. *Journal of Engineering Mechanics*, 129(12): 1439-1448, 2003.
- Cusatis G., Bazant Z.P. and Cedolin L. Confinement-shear lattice model for concrete damage in tension and compression: II. Computation and validation. *Journal of Engineering Mechanics*, 129(12): 1449-1458, 2003.
- D'Addetta, G., Kun, F., Ramm, E., and Herrmann, H. From solids to granulates-discrete element simulations of fracture and fragmentation processes in geomaterials. In Vermeer, P., Diebels, S., Ehlers, W., Herrmann, H., Luding, S., and Ramm, E., editors, Continuous and discontinuous modelling of cohesive-frictional materials, *Lecture notes in Physics*, volume 568, pages 231-258. Springer, Berlin. 2001.
- Dalguer A., Irikura K. and Riera J. D. Generations of new cracks accompanied by dynamic shear rupture propagation of the 2000 Tottori (Japan), Earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93: 2236-2252. 2003.
- Davies R.M. A critical study of the Hopkinson pressure bar. *Philos. Trans. R. Soc. London*; A240:375-457, 1948.
- Davies E.D.H. y Hunter S.C. The dynamic compression testing of solids by the method of the split Hopkinson pressure bar. *Journal of Mech. Phys. Solids*; 11:155, 1963.
- De Borst R. Integration of plasticity equations for singular yield functions, *Computers & Structures*, 26(5): 823-829, 1986.
- Demirel B. and Kelestemur O. Effect of elevated temperature on the mechanical properties of concrete produced with finely ground pumice and silica fume, *Fire Safety Journal*, 45: 385-391, 2010.
- Desai C. and Siridwardane H. Constitutive laws for engineering materials, with emphasis on geologic materials. *Prentice Hall*. 1984.
- Donzé F.V., Magnier S.A., Daudeville L., Mariotti C. and Davenne L. Numerical study of the compressive behavior of concrete at high strain rates. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 125(10): 1154-1163, 1999.

- Dougill, J. On stable progressively fracturing solids. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 27(4):423-437. 1979.
- Dupray F., Malecot Y., Daudeville L. and Buzaud E. A mesoscopic model for the behaviour of concrete under high confinement. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 33:1407–1423. 2009.
- Dvorkin, E., Cuitiño, A., and Gioia, G. Finite elements with displacement interpolated embedded localization lines insensitive to mesh size and distortions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 90:829-844. 1988.
- Edri I., Savir Z., Feldgun V.R., Karinsky Y.S and Yankelevsky D.Z. On blast pressure analysis due to a partially confined explosion: I. Experimental studies. *International Journal of Protective Structures*, 2(1): 1-20, 2011.
- Elliot CL, Mays GC, Smith PD. The protection of buildings against terrorism and disorder. *Proceedings of Institution of Civil Engineers: Structures & Buildings*, 94:287–97. 1992.
- Erzar B and Forquin P. An experimental method to determine the tensile strength of concrete at high rates of Strain. *Experimental Mechanics*, 2009.
- Erzar B., Forquin P., Pontiroli C. and Buzaud E. Influence of aggregate size and free water on the dynamic behaviour of concrete subjected to impact loading. *EPJ Web of Conferences* 6, 39007, *EDP Sciences*, 2010.
- Etse, G. and Willam, K. Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 120, 1983-2009, 1994.
- Etse G. and Willam K., Failure analysis of elastoviscoplastic material models. *Journal of Engineering Mechanics*, 125(1): 60-69, 1999.
- Etse G and Carosio A. Constitutive equation and numerical approaches in rate dependent material formulation, 6to Congreso Argentino de Mecánica Computacional. MECOM99, 1999.
- Farnam Y., Mohammadi S. and Shekarchi M. Experimental and numerical investigations of low velocity impact behaviour of high-performance fiber-reinforced cement based composite. *International Journal of Impact Engineering*, 37: 220–229, 2010.
- Feenstra, P. Computational aspects of biaxial stress in reinforced concrete. PhD thesis, Technical University Delft, Delft, The Netherlands. 1993.
- Feng P., Lu X.Z. and Ye L.P. Experimental research and finite element analysis of square concrete columns confined by FRP sheets under uniaxial compression. *Proc. 17<sup>th</sup> Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials* 71-76, 2002.

- Folino P., Etse G. and Will A. Performance dependent failure criterion for normal and high-strength concretes. *Journal of Engineering Mechanics*, 135: 1393, 2009.
- Folino P. y Etse G. Endurecimiento a través de superficies con capa dependientes del grado de presetación del hormigón. *ENIEF - Mecánica Computacional XXVII*: 909-925, 2008.
- Forquin P., Gary G. and Gatuingt F. A testing technique for concrete under confinement at high rates of strain. *International Journal of Impact Engineering* 35: 425–446, 2008.
- Gabet T., Malecot Y. and Daudeville L. Ultimate strength of plain concrete under extreme combined stresses: triaxial and proportional stress paths. *Laboratoire Sols, Solides, Structures*, France, 2006.
- Gabet T., Malecot Y. and Daudeville L. Triaxial behaviour of concrete under high stresses: Influence of the loading path on compaction and limit status. *Laboratoire Sols, Solides, Structures*, France, 2008.
- Galiev U. Experimental observations and discussion of counterintuitive behavior of plates and shallow shells subjected to blast loading. *International Journal of Impact Engineering*, 18: 783-802, 1996.
- Gary G. y Zhao H. Measurements of the dynamic behaviour of concrete under impact loading. *Proceedings of 2nd ISIE\_96*, Beijing, China, 1996.
- Gebbeken N. and Hartmann T. A New Methodology for the Assessment of the EoS Data of Concrete. *International Journal of Protective Structures*, Vol. 1, Num. 3, 299-317, 2010.
- Gebbeken N. and Ruppert M. A new material model for concrete in high-dynamic hydrocode simulations. *Arch. Appl. Mech.*, 70: 463–78, 2000.
- Gingold R.A and Monaghan J.J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 181:378, 1977.
- González J.M., Miquel Canet J., Oller, S., y Miró R. A viscoplastic constitutive model with strain rate variables for asphalt mixtures-numerical simulation. *Computational Materials Science* 38: 543–560, 2007.
- Goth H. and Sakai T. Numerical simulation of sheet flow as granular material. *Journal of Waterway Port Coast and Ocean Engineering*, 123: 329-336. 1997.
- Gram M. M., Clark A. J., Hegemier G. A., Seible F. Laboratory simulation of blast loading on building and bridge structures. *Structures under shock and impact IX*: 33-44, 2006.
- Green A. and Naghdi P. A general theory for an elastic-plastic continuum. *Arch. Rational Mech. Anal.* 18: 19-281, 1964.

- Grote D.L., Park S.W. and Zhou M. Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: I. experimental characterization. *International Journal of Impact Engineering*, 25: 869–886, 2001.
- Hao Y., Hao H. and Li Z. Numerical analysis of lateral inertial confinement effects on impact test of concrete compressive material properties. *International Journal of Protective Structures*, Vol. 1, N° 1, 145–167, 2010.
- Hao Y., Hao H. and Li Z-X. Confinement effects on impact test of concrete compressive material properties. *Int. Journal of Protective Structures*, Volume 1, Number 1, 2010.
- Hatano T. and Tsutsumi H. Dynamical compressive deformation and failure of concrete under earthquake load. *Reprints I WCEE*, Tokyo, Kyoto, 1960.
- Hao Y. and Hao H. Numerical evaluation of the influence of aggregates on concrete compressive strength at high strain rate. *International Journal of Protective Structures*, 2(2): 177-206, 2011.
- Harding J, Wood ED, Campbell JD. Tensile testing of material at impact rates of strain. *Journal of Mech. Eng. Sci.*; 2:88–96, 1960.
- Hartmann T., Pietzsch A. and Gebbeken N. A hydrocode material model for concrete. *International Journal of Protective Structures*. Vol. 1, N° 4, 443-468, 2010.
- Hashin Z, Shtrikman S. Note on a variational approach to the theory of composite elastic materials. *J Mech Phys Solids*, 10:S336–41, 1962.
- Hentz S., Donzé F.V. and Daudeville L. Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates. *Computers and Structures*, 82: 2509–2524, 2004.
- Herrmann W. Constitutive equations for ductile porous materials, *Journal of Applied Physics*, 40: 2490-2499, 1969.
- Hill R. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. *J Mech Phys Solids*, 11: 357–72, 1963.
- Hillerborg A., Modéer M. and Petersson P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6(6): 773-781, 1976.
- Hopkinson B. A method of measuring the pressure in the deformation of high explosives or by the impact of bullets. *Philos. Trans. R. Soc.*; A213:437–52, 1914.
- Hu Y., Wu C. and Lukaszewicz M. Characteristics of confined blast loading in unvented structures. *International Journal of Protective Structures*, 2(1): 21-44, 2011.

- Hudson J.L. Evaluation and Repair of Blast Damaged Reinforced Concrete Beams. *Structural Engineering and Engineering Materials*. University of Kansas Center for Research. SL Report 05-1, 2005.
- Hurlbut B. Experimental and computational investigation of strain-softening in concrete. Master's thesis, *University of Colorado*, 1985.
- Islam J., Liu Z. and Swaddiwudhipong S. Numerical study on concrete penetration/perforation under high velocity impact by ogive-nose steel projectile. *Computers and Concrete*, Vol. 8, No. 1, 111-123, 2011.
- Iturrioz I. y Riera J.D. Estudio numérico del efecto de explosivos sobre una superficie plana. *ENIEF XII, Mecánica Computacional*, 20: 422-429. Córdoba, Argentina, 2001.
- Jankowiak T. and Lodygowski T. Using of Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method for concrete application. *Computer Methods in Mechanics*, 2011.
- JianGuo N., HaiFeng L. and Lin S. Dynamic mechanical behavior and the constitutive model of concrete subjected to impact loadings. *Science in China Series G: Physics, Mechanics & Astronomy*, Vol 51 n°11: 1745-1760, 2008.
- Johansson M., Akesson M., Finite element study of Concrete-Filled Steel tubes using a new confinement-sensitive concrete compression model, *Department of Structural Engineering, Concrete Structures, Chalmers Univ. of Technology*, Sweden, 2000.
- Johnson, G.R. y Holmquist, T.J. An improved constitutive model for brittle materials. *High-pressure Science and Technology*. AIP Press: New York. 1994.
- Johnson G.R. and Beissel S.R. Normalized smoothing functions for SPH impact computations. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39: 2725–2741, 1996.
- Johnson, G.R. and Stryk, R.A. Conversion of 3D distorted elements into meshless particles during dynamic deformation. *International Journal of Impact Engineering*, 28(9): 947-966. 2003.
- Ju, J.W. Isotropic and anisotropic damage variables in continuum damage mechanics. *Engineering Mechanics*, 116: 2764-2770, 1990.
- Kachanov, L. Introduction to damage mechanics. *Mechanics of elastic stability*. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Boston, Lancaster, 1986.
- Kambouchev N. Analysis of blast mitigation strategies exploiting fluid-structure interaction. Ph.D. Thesis. *Massachusetts Institute of Technology*, 2007.
- Kambouchev N., Noels L. and Radovitzky R. Nonlinear compressibility effects in fluid-structure interaction and their implications on the air-blast loading of structures. *Journal of Applied Physics*, 100(6): 063519, 2006.

- Kim D.J., Sirijaroonchai K., El-Tawil S. y Naaman A. Numerical simulation of the Split Hopkinson Pressure Bar test technique for concrete under compression. *International Journal of Impact Engineering*, 37: 141–149, 2010.
- Kinney G. and Graham K. Explosive shocks in air (2nd Edition), *Springer-Verlag*, New York, 1985.
- Koiter WT. Stress–strain relations, uniqueness and variational theorems for elastic–plastic materials with a singular yield surface. *Q Appl Math*, 11: 350–4, 1953.
- Kolsky H. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading. *Proc. Phys. Soc.*; B62:676–700, 1949.
- Kojic M. y Bathe K-J. *Inelastic Analysis of Solids and Structures*. Cap 5.3. Pag 217-223. Springer. 2005.
- Kolymbas, D. An outline of hypoplasticity. *Archive of Applied Mechanics*, 61:143-151, 1991.
- Kosteski L. Aplicaciones del método de elementos discretos en mecánica de fractura estática y dinámica. Tesis doctoral. Universidad Nacional del Nordeste. Resistencia, 2008.
- Kupfer H., Hilsdorf H. and Rusch H. Behavior of concrete under biaxial stresses. *ACI Journal*, 66(8): 656–666, 1969.
- Krajcinovic D. and Fonseca G.U. The continuous damage theory of brittle materials. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 48: 809–824, 1981.
- Krauthammer T., Astarlioglu S., Blasko J., Soh T.B. and Ng P.H. Pressure–impulse diagrams for the behavior assessment of structural components. *International Journal of Impact Engineering*, 35: 771–783, 2008.
- Kwasniewski L. Nonlinear dynamic simulations of progressive collapse for a multistory building. *Engineering Structures* 32: 1223-1235, 2010.
- Kupfer H., Hilsdorf H. and Rusch H. Behavior of concrete under biaxial stresses. *ACI Journal*, 66(8): 656–666, 1969.
- Ladislav E.E. and Dutko M. Large scale fracturing and rock flow using Discrete Element Method, 2D application for block caving. *Numerical Methods in Continuum Mechanics*, Žilina, Slovak Republic, 2003.
- Lan S., Lok T-S and Heng L. Composite structural panels subjected to explosive loading. *Construction and Building Materials*, 19: 387–395, 2005.
- Le Nard, H. y Bailly P. Dynamic behaviour of concrete: the structural effects on compressive strength increase. *Mech. Cohes.-Frict. Mater.*, 5: 491-510, 2000.

- Leon A. Ueber die Scherfestigkeit des Betons. *Beton und Eisen*, 28: 461–474, 1935.
- Leon A. Ueber das Mass der Anstrengung bei Beton. *Ingenieur Archiv*, 4: 421–431, 1935.
- Li Q.M. y Meng H. About the dynamic strength enhancement of concrete-like materials in a split Hopkinson pressure bar test. *International Journal of Solids and Structures*, 40: 343–360, 2003.
- Li Q.M., Lu Y.B. y Meng H. Further investigation on the dynamic compressive strength enhancement of concrete-like materials based on SHPB tests. Part II: Numerical simulations. *International Journal of Impact Engineering*, 36: 1335–1345, 2009.
- Li, S. and Liu, W.K. Meshfree particle method, Springer Verlag, ISBN 3-540-22256-1. 2004.
- Lian Y.P., Zhang X., Zhou X. and Ma Z.T. A FEMP method and its application in modeling dynamic response of reinforced concrete subjected to impact loading. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 200: 1659–1670, 2011.
- Libersky, L.D, Petschek A.G., Carney T.C., Hipp J.R. and Allahdadi F.A. High strain lagrangian hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 109: 67-75, 1993.
- Lin C. J., Wei C. J., Iwai T., Hong C. W. and Greil P. Discrete Element Method (DEM) Simulation and Processing of Mo/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Granules in a Fluidizing Bed. Proceeding of the National Science Council of the Republic of China, 24: 394-404, 2000.
- Lorefice R., Etse, G. y Carol, I. Viscoplastic approach for rate-dependent failure analysis of concrete joints and interfaces. *International Journal of Solids and Structures*, 45: 2686–2705, 2008.
- LS-DYNA Keyword user's manual, Version 970. *Livermore Software Technology Corporation*, 2003.
- Lu X. and Hsu C., Behavior of high strength concrete with and without steel fiber reinforcement in triaxial compression, *Cement and Concrete Research*, 36: 1679–1685, 2006.
- Lu Y., Song Z.. and Tu Z. Analysis of dynamic response of concrete using a mesoscale model incorporating 3D effects. *International Journal of Protective Structures*, Vol. 1, Num. 2, 197-217, 2010.
- Lu Y., Tu Z. and Dong A. Modelling of concrete for localized impact/explosion effects. Report No. 2 for *NTU-DSTA Joint R&D Project on Integrated Explosion Modelling*, NTU, Singapore, 2007.
- Lu Y.B. y Li Q.M. About the dynamic uniaxial tensile strength of concrete-like materials. *International Journal of Impact Engineering*, 38: 171-180, 2011.

- Lu Y. and Tu Z. Numerical simulation of concrete fragmentation with a meso-scale approach, Proc., *ASEM'08*, Jeju, Korea, 2008.
- Lu Y. Modelling of concrete structures subjected to shock and blast loading: An overview and some recent studies. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol 32, No 2: 235-249, 2009.
- Lubliner L, Oliver J., Oller S. and Oñate E., A plastic damage model for concrete. *Int. J. Solids Struct*, 25(3): 299-326, 1989.
- Lubliner J. Plasticity Theory, *MacMillan*, New York, 1990.
- Luccioni B.M. Formulación de un modelo constitutivo para materiales ortótropos. Tesis Doctorado en Ingeniería. *Instituto de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán, Argentina*, 1993.
- Luccioni B.M. Mecánica del daño continuo. *Escuela de caminos, canales y puertos – CIMNE*. Barcelona, 2003.
- Luccioni B.M. and Aráoz G.F. Diagramas de Iso-daño para elementos estructurales bajo cargas explosivas. *XIX Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural*, 2006.
- Luccioni B. and Luege M. Concrete pavement slab under blast loads. *International Journal of Impact Engineering*, 32: 1248–1266, 2006.
- Luccioni B. and Oller S. A directional Damage Model. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 192: 1119 -1145, 2003.
- Luccioni B. and Rougier V., A plastic damage approach for confined concrete. *Computers and Structures*, 83: 2238-2256, 2005.
- Luccioni B., Oller S. and Danesi R., Coupled plastic damage model. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 129: 81-9, 1996.
- Luccioni B.M., Ambrosini R.D. and Danesi R.F. Analysis of building collapse under blast loads. *Engineering Structures*, 26: 63–71, 2004.
- Luccioni B.M., Ambrosini R.D. and Danesi R.F. Blast load assessment using hydrocodes. *Engineering Structures* 28: 1736–1744, 2006.
- Luccioni B.M., Figueroa M.I. and Danesi R.F. Thermo-mechanic model for concrete exposed to elevated temperatures. *Engineering Structures*, 25: 729–742, 2003.
- Lucy, L.B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, *Astronomical Journal*, 82:1013, 1977.
- Luege M. Simulación del comportamiento de materiales bajo cargas explosivas. Tesis de Maestría. *Universidad Nacional de Tucumán, Argentina*, 1999.

- Luege M., Luccioni B., Danesi R. Modelo de daño dependiente de la velocidad de deformación. *Rev. Int. de Mét. Num. para Cálculo y Diseño en Ing.*, 18(2): 411-431, 2002.
- Magnusson Johan. Structural Concrete Elements Subjected to Air Blast Loading. Licentiate Thesis. *TRITA-BKN. Bulletin 92*, ISSN 1103-4270, 2007.
- Malvar L.J., Crawford J.E., Wesevich J.W. and Simons D. A new concrete material model for DYNA3D. TM-94-14.3, report to the Defense Nuclear Agency. Glendale, CA: *Karagozian and Case Structural Engineers*; 1994.
- Malvar L.J., Crawford J.E., Wesevich J.W. and Simons D. A new concrete material model for DYNA3Dd Release II: shear dilation and directional rate enhancements. TM-96-2.1, report to the Defense Nuclear Agency. Glendale, CA: *Karagozian and Case Structural Engineers*; 1996.
- Malvar, L.J., Crawford, J.E. y Wesevich, J.W. A plasticity concrete material model for Dyna3D. *International Journal of Impact Engineering*, 19(9-10): 847-873, 1997.
- Malvar, L.J., Crawford, J.E. y Morril, K.B. K&C concrete material model Release III – Automated generation of material model input. *K&C Technical Report TR-99-24-BI*, 2000.
- Malvern L. Introduction to the mechanics of continuous medium. *Prentice Hall*, Englewood Cliffs, NJ. 1969.
- Marchand K.A., Stevens D.J., Crowder B. and Campbell T. Design of buildings to resist progressive collapse. UFC 4-023-03, *Department of Defense Progressive Collapse Guidance*, USA, 2005.
- Maugin G.A. The thermomechanics of plasticity and fracture. *Cambridge University Press*. 1992.
- Mazars J. and Millard A. Dynamic behavior of concrete and seismic engineering. *ISTE-WILEY*. 2009.
- Meyer, C. and Peng, X. A comprehensive description for damage of concrete subjected to complex loading. *Structural Engineering and Mechanics*, 5(6):679-689, 1997.
- Millington G. Elliot CL, Mays GC, Smith PD, editors. Discussion of ‘The protection of buildings against terrorism and disorder’. *Proceedings of Institution of Civil Engineers: Structures & Buildings*, 104:343–50, 1994.
- Mier J.G.M van. Fracture processes of concrete: Assessment of material parameters for fracture models. *CRC Press, Inc*. 1997.
- Morales-Alonso G., Cendón D.A., Gálvez F., Erice B. and Sánchez-Gálvez V. Blast response analysis of reinforced concrete slabs: Experimental procedure and numerical simulation. *Journal of Applied Mechanics*, Vol.: 78, Issue: 5, 2011.

- Mu Z.C., Dancygier A.N., Zhang W y Yankelevsky DZ. Revisiting the dynamic compressive behavior of concrete-like materials. *International Journal of Impact Engineering*, 2012.
- Mühlhaus, H., Sakaguchi, H., Moresi, L., and Fahey, M. Discrete and continuum modelling of granular materials. In Vermeer, P., Diebels, S., Ehlers, W., Herrmann, H., Luding, S., and Ramm, E., editors, *Continuous and discontinuous modelling of cohesive-frictional materials, Lecture notes in Physics*, volume 568, pages 185-204. Springer, Berlin, 2001.
- NAVFAC. Blast resistant structures. *Naval Facilities Engineering Command - Design Manual 2.08*, 1986.
- Neuberger A., Peles S. and Rittel D. Scaling the response of circular plates subjected to large and close-range spherical explosions. Part II: Buried charges. *International Journal of Impact Engineering* 34: 874–882, 2007.
- Ngo, D. and Scordelis, A. Finite element analysis of reinforced concrete beams. *Journal of the American Concrete Institute*, 64: 152-163, 1967.
- Ngo T. and Mendis P. Modelling the dynamic response and failure modes of reinforced concrete structures subjected to blast and impact loading. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol 32, No 2: 269-282, 2009.
- Ning J.G., Liu H.F. and Shang L. Dynamic mechanical behavior and the constitutive model of concrete subjected to impact loadings. *Science in China Series G: Physics, Mechanics & Astronomy*, 2008.
- Noble C., Kokko E., Darnell I., Dunn T., Hagler L. and Leininger L. Concrete model descriptions and summary of benchmark studies for blast effects simulations. *U.S Dep. of Energy & Lawrence Livermore National Laboratory*, UCRL-TR-215024, 2005.
- Nyström U. and Gylltoft K.. Numerical studies of the combined effects of blast and fragment loading. *International Journal of Impact Engineering* 36: 995–1005, 2009.
- Nyström U. and Gylltoft K. Comparative numerical studies of projectile impacts on plain and steel-fibre reinforced concrete. *Int. Journal of Impact Engineering*, 38: 95-105, 2011.
- Oesterle M.G., Hegemier G.A. and Morrill K.B. Response of concrete masonry walls to simulated blast loads. *Proceedings of the 2009 Structures Congress - Don't Mess with Structural Engineers: Expanding Our Role*, 1277-1286, 2009.
- Oh, Bohwan; Lee, Myung-Ho and Park, Sang-Joon. Experimental study of 60 MPa Concrete under triaxial stress, *Center for Concrete Corea*, 2007.
- Ohkubo K., Beppu M., Ohno T. and Satoh K. Experimental study on the effectiveness of fiber sheet reinforcement on the explosive-resistant performance of concrete plates. *International Journal of Impact Engineering* 35: 1702–1708, 2008.

- Ohtsu M, Uddin F., Tong W. and Murakami K. Dynamics of spall failure in fiber reinforced concrete due to blasting. *Construction and Building Materials* 21: 511–518, 2007.
- Oller S. Un modelo de daño continuo para materiales friccionales. Tesis de Doctorado. *Universitat Politècnica de Catalunya*. 1998.
- Oller S. Dinámica no lineal. *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería*, España, 2001.
- Oller S. Fractura Mecánica. Un enfoque global. 1ra Edición. *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería*, España, 2001.
- Oller S., Oñate E. and Miquel J. Simulation of an anisotropic elastic-plastic behaviour of materials by means of anisotropic formulation, 2<sup>nd</sup> U.S. National Congress on Computational Mechanics, Washington, U.S.A., 1993.
- Ortiz M and Simo J.C. An analysis of a new class of integration algorithms for elasto-plastic constitutive relations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 83: 353-366, 1986.
- Owen D.R.J., Cottrel M.G. and Yu L. Computational issues in the simulation of blast and impact problems: An industrial perspective. *Springer. Extreme Man-Made and Natural Hazards in Dynamics of Structures*, 3–35, 2007.
- Ozbolt, J. Numerical study of mixed-mode fracture in concrete structures. *In Proceedings of the IUTAM Symposium on Analytical and Computational Fracture Mechanics of Non-homogeneous Materials*. 2001.
- Papa, E. and Taliercia, A. Anisotropic damage model for the multiaxial static and fatigue behavior of plain concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 55(2):163-179, 1996.
- Pedersen R.R., Simone A. and Sluys L.J. An analysis of dynamic fracture in concrete with a continuum visco-elastic visco-plastic damage model. *Engineering Fracture Mechanics*, 75: 3782–3805, 2008.
- Pekau, O.A., Zhang Z.X. and Liu, G.T. Constitutive model for concrete in strain space. *Journal of Engineering Mechanics*, 118: 1907-1927. 1992.
- Perzyna P. Fundamental Problems in Viscoplasticity. *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 9, pp. 244-368, Academic Press, New York, 1966.
- Pierard O., Llorca J., Segurado J. and Doghri I. Micromechanics of particle-reinforced elasto-viscoplastic composites: Finite element simulations versus affine homogenization. *International Journal of Plasticity* ,23: 1041–1060, 2007.

- Pivonka P. Constitutive modeling of triaxially loaded concrete considering large compressive stresses: Application to pull-out tests of anchor bolts. Doctoral Thesis. *Institute of Strength of Materials. Vienna University of Technology*. 2001.
- Poinard C., Malecot Y. and Daudeville L. Damage of concrete in a very high stress state: Experimental investigation. *Materials and Structures* 43:15–29. 2010.
- Price C., Sherburn J.A., Nelson D., Slawson T. and Boone R.N. Evaluation of predictive methods for airblast propagation through an enclosed structure. *International Journal of Protective Structures*, 2(1): 71-82, 2011.
- Procházka P.P. Application of Discrete Element Methods to Fracture Mechanics of rock bursts. *Engineering Fracture Mechanics*, 71: 601-618, 2004.
- Punch S. Blast Design to prevent progressive collapse. *SEAOC Convention*. 1999.
- Rabczuk T. and Eibl J. Simulation of high velocity concrete fragmentation using SPH-MLSPH, *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 56: 1421-1444, 2003.
- Rabczuk T. and Eibl J. Modelling dynamic failure of concrete with meshfree methods. *International Journal of Impact Engineering*, 32: 1878–1897, 2006.
- Randles P.W. and Libersky L.D. Smoothed particle hydrodynamics: some recent improvements and applications, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 139: 375-408, 1996.
- Rashid Y.R. Analysis of prestressed concrete pressure vessels. *Nuclear Engineering and Design*, Vol 7 No 4, 1968.
- Remennikov A. M. and Kaewunruen S. Impact resistance of reinforced concrete columns: experimental studies and design considerations. *19th Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials*, 817-824, 2006.
- Riedel, W., Thoma, K. y Hiermaier, S. Numerical analysis using a new macroscopic concrete model for hydrocodes. *Proc. 9<sup>th</sup> Int. Symposium on Interaction of effects of Munitions with Structures*, 315-322, 1999.
- Riedel W., Wicklein M. and Thoma K. Shock properties of conventional and high strength concrete: Experimental and mesomechanical analysis. *International Journal of Impact Engineering*, 35: 155–171, 2008.
- Riedel W., Kawai N. and Kondo K-I. Numerical assessment for impact strength measurements in concrete materials. *International Journal of Impact Engineering*, 36: 283–293, 2009.

- Riedel W, Mayrhofer C., Thoma K. and Stolz A. Engineering and numerical tools for explosion protection of reinforced concrete. *International Journal of Protective Structures*, Volume 1, Number 1, 2010.
- Riera J.D. e Iturrioz I. Discrete element model for evaluating impact and impulsive response of reinforced concrete plates and shells subjected to impulsive loading. *Nuclear Engineering and Design*, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 179: 135-144, 1998.
- Riera J.D. A Critical reappraisal of nuclear power plant safety against accidental aircraft impact. *Nuclear Engineering and Design*, 57: 193-206, North Holland Publishing Company. 1980.
- Riera, J.D. Local Effects in Impact Problems on Concretes Structures, Proceedings, Conference on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants, Porto Alegre, Brasil, CPGEC/UFRGS, Porto Alegre V. III.:57-79, 1984.
- Riera J.D. and Iturrioz I. Size effects in the analysis of concrete or rock structures. *19th Int. Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 19)*. 2007.
- Rong Z. y Sun W. Experimental and numerical investigation on the dynamic tensile behavior of ultra-high performance cement based composites. *Construction and Building Materials*, 31: 168–173, 2012.
- Rots J. Strain softening analysis of concrete fracture specimens. Fracture toughness and fracture energy of concrete. Ed. by F.H. Wittan - Amsterdam, 1986.
- Rouquand A. An explicit damage model for dynamic concrete behaviour. Numerical simulations and comparisons with experimental results on reinforced concrete plates under blast loading. *International Conference on Structures Under Shock and Impact*, Italy, DOI: 10.2495/SUSI960301, 1996.
- Ruiz G., Zhang X.X., Tarifa M., Yu R. and Camara M. Fracture energy of high-strength concrete under different loading rates. *Anales de Mecánica de la Fractura* 26, Vol. 2. 2009.
- Sandler I.S and Rubin D. An algorithm and a modular subroutine for the cap model. *Int J Numer Anal Met*, 3: 173–86, 1979.
- Sawamoto Y., Tsubota H., Kasai Y., Kosjika N. and Morikawa H. Analytical studies on local damage to reinforced concrete structures under impact loading by Discrete Element Method. *Nuclear Engineering and Design*, 179: 157-177, 1998.
- Schenker A., Anteby I., Gal E., Kivity Y., Nizri E and Sadot O. Full-scale field tests of concrete slabs subjected to blast loads. *Int. Journal of Impact Eng.* 35: 184–198, 2008.
- Schuler, H., Mayrhofer, C. and Thoma K. Spall experiments for the measurement of the tensile strength and fracture energy of concrete at high strain rates. *International Journal of Impact Engineering*, 32: 1635–1650, 2006.

- Schwer, L. Strain rate induced strength enhancement in concrete: much ado about nothing? *International Workshop on Structures Response to Impact and Blast*, No. 5-1, 2009.
- Sercombe, J., Ulm F-J and Toutlemonde F. Viscous hardening plasticity for concrete in high rate dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics*, ASCE, Vol 124, No. 9: 1050-1057, 1998.
- Sfer D., Carol I., Gettu R., and Etse G. Experimental study of the triaxial behaviour of concrete. *Journal of Eng. Mech. ASCE*, volume 128 N° 2, pag 156-163, 2002.
- Sfer D. y Carol I. Efecto del confinamiento en las propiedades de fisura del hormigón. *XIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus aplicaciones (ENIEF)*, 2004.
- Shi Y., Hao H. and Li Z-X. Numerical derivation of pressure–impulse diagrams for prediction of RC column damage to blast loads. *International Journal of Impact Engineering* 35: 1213–1227, 2008.
- Shi Y., Li Z. and Hao H. Bond slip modelling and its effect on numerical analysis of blast-induced responses of RC columns. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol 32, No 2: 251-267, 2009.
- Shi Y., Li Z-X, Hao H. A new method for progressive collapse analysis of RC frames under blast loading. *Engineering Structures*, 32: 1691-1703, 2010.
- Shkolnik I.E. Influence of high strain rates on stress–strain relationship, strength and elastic modulus of concrete. *Cement & Concrete Composites* 30: 1000–1012, 2008.
- Simo, J.C. and Ju, J.W. Strain- and stress based continuum damage models - I. Formulation. *International Journal of Solids and Structures*, 23(7):821-840, 1987.
- Simo J.C., Ju J.W., Pister K.S. and Taylor R.L. An assessment of the cap model: consistent return algorithms and rate-dependent extensions. *J Eng Mech*, 114(2): 191–218, 1988.
- Simo, J.C., Oliver, J. and Armero, F. An analysis of strong discontinuities induced by strain-softening in rate-independent inelastic solids. *Computational Mechanics*, 12: 277-296, 1993.
- Simo J.C. y Hughes T.J.R. *Computational Inelasticity*. Springer. 1998.
- Silva P.F. and Lu B. Improving the blast resistance capacity of RC slabs with innovative composite materials. *Composites: Part B*, 38: 523–534, 2007.
- Sluys L. J. Wave propagation, localization and dispersion in softening solids. PH. D. Thesis, *Civil Engineering Department of Delft University of Technology*, 1992.
- Smith P.D. and Hetherington J.G. Blast and ballistic loading of structures, *Butterworth Heinemann Ltd*, Great Britain, 1994.
- Song Z. and Lu Y. Numerical simulation of concrete confined by transverse reinforcement. *Computers and Concrete*, Vol. 8, No. 1, 23-41, 23 Technical Note, 2011.

- Spellmeyer T., Barrios D'Ambra R., Iturrioz I. Simulación numérica de la propagación de fisuras en sólidos utilizando el método de los elementos discretos. ENIEF XII, *Mecánica Computacional*, 20: 506-513. Córdoba, 2001.
- Sulsky, D., Zhou, S.J. and Schreyer, H.L. Application of a particle-in-cell method to solid mechanics. *Computer Physics Communications*, 87: 236-252, 1995.
- Sulsky D. Application of a particle-in-cell method to solid mechanics. *Computer Physics Communications*. 96: 105-106, 1996.
- Tang E.K.C. and Hao H. Numerical simulation of a cable-stayed bridge response to blast loads, Part I: Model development and response calculations. *Engineering Structures*, 32: 3180-3192, 2010.
- Tano, R., Klisinski, M., and Olofsson, T. Stress locking in the inner softening band method: A study of the origin and how to reduce the effects. In de Borst, R., Bicanic, N., Mang, H., and Meschke, G., editors, *Computational Modelling of Concrete Structures*, Proceedings of the EURO-C 1998 Conference, volume 1, pages 329-335, Badgastein, Austria. Balkema, Rotterdam. 1998.
- Tanyildizi H. and Coskun A. Performance of lightweight concrete with silica fume after high temperature. *Construction and Building Materials*, 22: 2124–2129, 2008.
- Tao J-L., Qin L-B., Li K., Liu D., Jia B., Chen X-W. and Chen G. Experimental Investigation on Dynamic Compression Mechanical Performance of Concrete at High Temperature. *Southwest University of Science and Technology*, Mianyang, China. 2010.
- Tasuji E., Slate F. and Nilson A. Stress–strain response and fracture of concrete in biaxial loading. *ACI Journal*, 75(7): 306–12. 1978.
- Tavarez F.A and Plesha M.E. Discrete element method for modelling solid and particulate materials. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 70: 379–404, 2007.
- Truesdell C. and Noll W. Non-Linear field theories of mechanics. *Flügge Handbuch der Physik*, Eds. Springer Verlag, III/3, 1965.
- Tu Z. and Lu Y. Mesoscale modelling of concrete for static and dynamic response analysis Part 1: Model development and implementation. *Structural Engineering and Mechanics*, 37(2): 197-213, 2011.
- Tu Z. and Lu Y. Evaluation of typical concrete material models used in hydrocodes for high dynamic response simulations. *Int. Journal of Impact Engineering*, 36: 132–146, 2009.
- Tu Z. and Lu Y. Modifications of RHT material model for improved numerical simulation of dynamic response of concrete. *International Journal of Impact Engineering*, 37: 1072-1082, 2010.

- Unosson M. Constitutive equations for concrete materials subjected to high rate of loading. *Linköping Studies in Science and Technology*. Thesis No. 936. LIU-TEK-LIC-2002:09. Department of Mechanical Engineering. Division of Solid Mechanics. Linköpings universitet. Linköping, Sweden, 2002.
- Valanis K. Endochronic Plasticity in Historical Perspective. In Picu, R. and Krempl, E., editors, *Proceedings of the 4th International Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials*, pages 50-53, Troy, New York, USA. 1999.
- Vu, X.H.; Malecot, Y., Daudeville L. and Buzaud E. Experimental analysis of concrete behavior under high confinement: Effect of the saturation ratio. *International Journal of Solids and Structures* 46: 1105–1120. 2009.
- Wang Z.L., Konietzky H. and Huang R.Y. Elastic–plastic-hydrodynamic analysis of crater blasting in steel fiber reinforced concrete. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 52: 111–116, 2009.
- Watstein D. Effect of straining rate on the compressive strength and elastic properties of concrete. *J. American Concrete Institute*, 24(8): 729–44, 1953.
- William E.M., Akers S.E. and Reed P.A. Constitutive models for the triaxial behavior of concrete. Report N° ERDC/GSL TR-05-16, *Geotechnical and Structures Laboratory*, U.S. Army. 2005.
- Weerheijm J., Van Doormaal J.C.A.M. Tensile failure of concrete at high loading rates: New test data on strength and fracture energy from instrumented spalling tests. *International Journal of Impact Engineering* 34: 609–626, 2007.
- Weerheijm J., Vegt I. y Van Breugel K. Research developments and experimental data on dynamic concrete behaviour. *Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering*, The Netherlands, 765-773, 2008.
- Wells G. Discontinuous Modelling of Strain Localization and Failure. PhD thesis, TU Delft, Delft, The Netherlands. 2001.
- Whirley R.G. and Hallquist J.O., DYNA3D: A Nonlinear Explicit Three, Dimensional Finite Element Code for Solid and Structural Mechanics, User Manual, *Report UCRL-MA-107254*, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA, 1991.
- Willam K. and Warnke E. Constitutive models for the triaxial behavior of concrete. *Proceedings of the Int. Assoc. for Bridge and Structural Engineering*, 19: 1-30, 1975.
- Wittel F.K., Schulte-Fischedick J., Kun F., Kroplin B.H. and Frieb M. Discrete Element Simulation of Transverse Cracking During the Pyrolysis of Carbon Fibre Reinforced Plastics to Carbon/Carbon Composites. *Computational Materials Science*, 28: 1-15, 2003.

- Wriggers P. and Moftah SO. Mesoscale models for concrete: homogenization and damage behaviour. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42(7): 623–636, 2006.
- Wu H., Zhang Q., Huang F. and Jin Q. Experimental and numerical investigation on the dynamic tensile strength of concrete. *International Journal of Impact Engineering*, 32: 605–617, 2005.
- Wu K-C, Li B. and Tsai K-C. The effects of explosive mass ratio on residual compressive capacity of contact blast damaged composite columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 67: 602-612, 2011.
- Xu K and Lu Y., Numerical simulation study of spallation in reinforced concrete plates subjected to blast loading. *Computers and Structures*, 84: 431-438, 2006.
- Yonten K., Majid T.M., Marzougui D. and Eskandarian A. An assessment of constitutive models of concrete in the crashworthiness simulation of roadside safety structures. *Int. J. Crashworthiness*, 10(1): 5–19, 2005.
- Youssef M.A. and Moftah M. General stress–strain relationship for concrete at elevated temperatures. *Engineering and Structures*, 29: 2618-2634, 2007.
- Zhang M., Wu H.J., Li Q.M. y Huang F.L. Further investigation on the dynamic compressive strength enhancement of concrete-like materials based on split Hopkinson pressure bar tests. Part I: Experiments. *International Journal of Impact Engineering*. 36: 1327–1334, 2009.
- Zhang X.X., Ruiz, G., Yu, R.C. and Tarifa M. Fracture behaviour of high-strength concrete at a wide range of loading rates. *Int. Journal of Impact Engineering*, 36: 1204–1209, 2009.
- Zhou X.Q., Kuznetsov V.A., Hao H. and Waschl J. Numerical prediction of concrete slab response to blast loading. *Int. Journal of Impact Engineering*, 35: 1186–1200, 2008.
- Zhou X.Q. and Hao H. Mesoscale modelling and analysis of damage and fragmentation of concrete slab under contact detonation. *International Journal of Impact Engineering*, 36: 1315–1326, 2009.
- Zhu F. y LU G. A review of blast and impact of metallic and sandwich structures. *Electronic Journal of Structural Engineering (EJSE)*, Special Issue: Loading on Structures, 2007.
- Zineddin M. and Krauthammer T. Dynamic response and behavior of reinforced concrete slabs under impact loading. *Int. Journal of Impact Engineering*, 34: 1517–1534, 2007.
- Zukas J. Introduction to hydrocodes. *Studies in applied mechanics (Elsevier)* 49, 2004.

## APENDICE A

### Respuesta de muros sometidos a cargas explosivas

#### A.1 Introducción

En esta sección se presenta la simulación numérica de la acción de cargas explosivas de distinta magnitud sobre muros ubicados a distintas distancias de la explosión. Se consideran distintas condiciones de borde y la presencia de aberturas. Se utilizan cargas explosivas esféricas de 1 a 100 kg de TNT y el análisis se realiza mediante el programa AUTODYN (ANSYS, 2009).

Se adopta para definir el material de los muros las propiedades correspondientes a un hormigón de baja resistencia, equivalente a la mampostería.

Se estudian distintos criterios relacionados a la modelación en lo que respecta al grado de discretización y al tipo de zonificación (homogénea o fragmentada). La zonificación fragmentada permite, a su vez, definir cada material (ladrillo y mortero) por separado.

Se adopta el material mampostería para las simulaciones debido a que se trata de un material ampliamente utilizado como cerramiento en construcciones en general y se dispone de datos experimentales (Rougier y Luccioni, 2006) para su caracterización. Desde el punto de vista de la modelación, las simulaciones en mampostería permiten verificar la validez del uso de modelos de resistencia para hormigón modificando sus parámetros materiales, así como estudiar la respuesta con distintos tipos de zonificación.

Los modelos computacionales analizados están compuestos por un volumen de aire en donde se propaga la onda de presión y en el cual está inmerso el elemento estructural.

El análisis comienza con la modelación de la detonación y la propagación de la onda de

presión dentro del explosivo y en el aire en contacto con el explosivo. Este análisis se ejecuta en forma más detallada en una etapa previa en la cual se modela un explosivo esférico. Luego, los resultados de este primer análisis son mapeados al modelo tridimensional. A partir de este punto, se simula la propagación de la onda explosiva en el aire y su interacción con la pared.

Finalmente, a partir de las simulaciones efectuadas se realiza un estudio estadístico con el fin de obtener la curva de fragilidad utilizando como variable el límite de erosión del material.

## A.2 Modelación de la carga explosiva

La primera etapa en la simulación numérica se trata de la modelación bidimensional de la explosión. Para ello se consideran cargas esféricas de 1; 5; 10 y 100 kg de TNT inmersas en una esfera de aire de 1m de radio, como puede observarse en la [figura A.1](#)

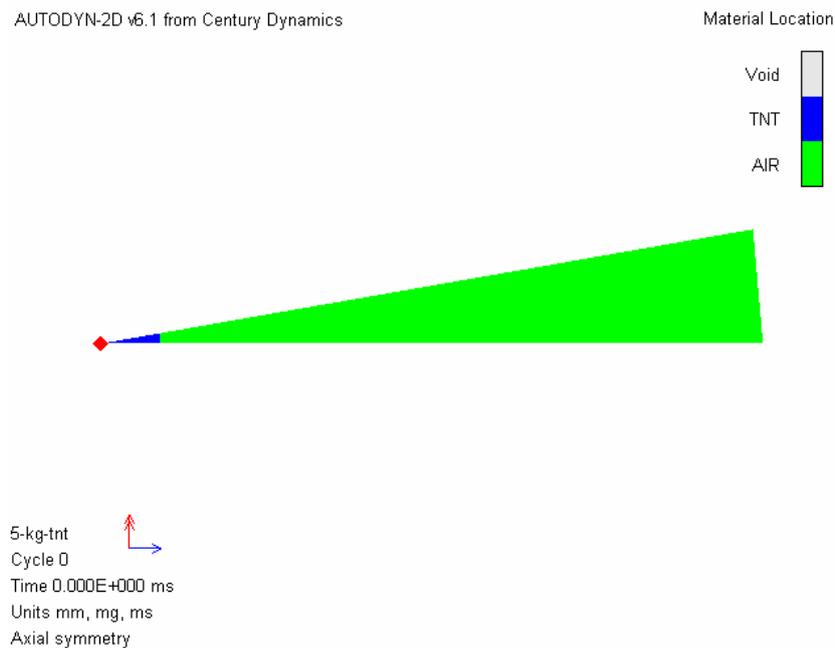


Figura A.1 – Detonación de 5 kg de TNT. Modelo 2D

Adoptando para el TNT una densidad de 1.63 g/cm<sup>3</sup>, los radios correspondientes a las distintas cargas se detallan en la [Tabla A.1](#).

Masa de explosivo (kg)	Radio de la esfera (mm)
100	245
10	114
5	90
1	53

Tabla A.1 – Radios utilizados para las distintas cargas de TNT

Para representar la fase de detonación de una explosión con un grado de precisión aceptable es recomendable tener por lo menos 10 celdas dentro de la carga de explosivo. En los casos de 100, 10 y 5kg se considera una subgrilla de 100 elementos mientras que para 1kg se consideran 200 elementos a lo largo del radio.

### A.3 Modelo 3D. Características y propiedades materiales

En la [figura A.2](#) se muestra el modelo 3D utilizado. La carga explosiva se ubica siempre en el centro de la sección, a distintas distancias del muro. Las dimensiones del volumen de aire son 3040mm de ancho, 3040mm de altura y 5000mm de largo. A su vez, se consideran en el mismo 2 discretizaciones o mallas:

Fina:  $dx = dy = 4 \text{ mm}$  ,  $dz = 5 \text{ mm}$

Gruesa:  $dx = dy = 8 \text{ mm}$  ,  $dz = 10 \text{ mm}$

Para modelar el aire se usa una subgrilla tridimensional con procesador Euler FCT (Euler de orden mayor) ([ANSYS, 2009](#)). El flujo del aire hacia fuera está permitido en todos los bordes excepto la cara inferior que corresponde al suelo en donde se supone que la onda de presión se refleja. En la parte inferior se modela un volumen adicional de 100mm de espesor que servirá como piso cuya finalidad será la de contener la eventual caída del muro o de sus partes. En todos los casos se tiene en cuenta el efecto de la aceleración de la gravedad  $g=0.00981 \text{ mm/ms}^2$ .

El muro de mampostería tiene una sección de 3040 x 3040 mm, 150 mm de espesor y se encuentra empotrado en todos sus bordes. Está compuesto por ladrillos comunes y se modela con elementos sólidos tridimensionales que se resuelven con un procesador Lagrange. Para

estudiar el comportamiento estructural de los muros, se analiza la propagación e interacción de la onda explosiva con los mismos. Para ello se utiliza un algoritmo de interacción entre los procesadores de Lagrange (muro) y Euler (aire).

Para la modelación del muro se consideran 2 tipos de zonificación:

- a) Placa homogénea (box)
- b) Muro fragmentado en ladrillos y mortero (fragment/brick) (ver [figura A.3](#))

El último caso presenta la posibilidad de adoptar diferentes propiedades para mortero y ladrillo. Además se considera para cada caso una discretización fina y otra gruesa en correspondencia con el mallado de aire utilizado.

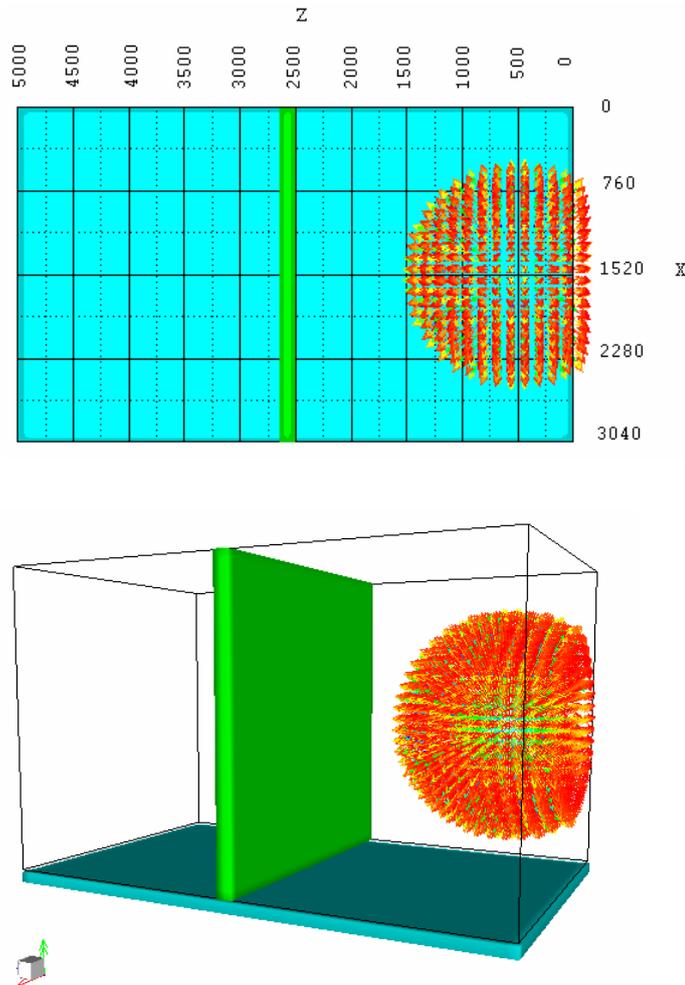


Figura A.2 – Vista superior y perspectiva del modelo 3D. Ubicación del muro y de la carga explosiva

Los niveles de discretización para el modelo homogéneo son los siguientes:

Fina:  $dx = dy = 4 \text{ mm}$  ,  $dz = 5 \text{ mm}$

Gruesa:  $dx = dy = 8 \text{ mm}$  ,  $dz = 7.5 \text{ mm}$

Las características utilizadas en el modelo fragmentado son:

Nº de ladrillos en x: 10  $dx = 286 \text{ mm}$  Nº de divisiones: 2 (malla gruesa), 6 (malla fina)

Nº de ladrillos en y: 34  $dy = 70 \text{ mm}$  Nº de divisiones: 1 (malla gruesa), 2 (malla fina)

Nº de ladrillos en z: 1  $dz = 150 \text{ mm}$  Nº de divisiones: 2 (malla gruesa), 3 (malla fina)

El espesor del mortero es de 20 mm. Estas dimensiones fueron adoptadas a fin coincidir con las dimensiones generales del modelo homogéneo.

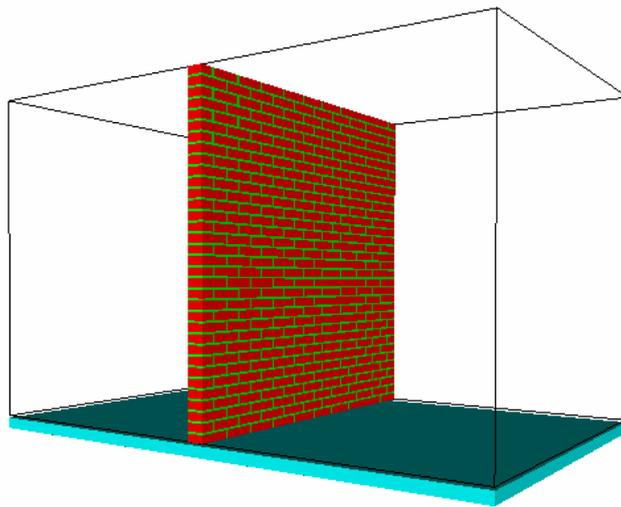


Figura A.3 – Modelo 3D del muro con zonificación fragmentada

Las propiedades adoptadas para el aire se detallan en la [Tabla A.2](#) Las propiedades del hormigón equivalente, del ladrillo y del mortero están detalladas en la [Tabla A.3](#).

<b>Propiedad / Parámetro:</b>		
Ecuación de Estado:		Gas Ideal
Exponente adiabático:	$\gamma$	1.4
Densidad de referencia:	$\rho_{ref}(\text{g/cm}^3)$	1.225E-03
Temperatura de referencia:	$T_{ref}(\text{°K})$	2.882E+02
Calor específico (C.V.):	$c_e (\text{J/kgK})$	7.173E+02

Tabla A.2 – Propiedades del aire

Propiedad / Parámetro:	Hormigón equivalente o mampostería	Ladrillo	Mortero
Ecuación de Estado:	Lineal	Lineal	Lineal
Densidad de referencia: $\rho_{ref}$ (g/cm <sup>3</sup> )	1.60	1.84	1.90
Módulo volumétrico: $K_{vol}$ (kPa):	651319	626190	777778
Modelo de Resistencia:	Drucker-Prager (tramos lineales)	Drucker-Prager (tramos lineales)	Drucker-Prager (tramos lineales)
Presión hidrostática: $p$	$p$ (kPa) $Y$ (kPa) -160.0    0.0 0.0    2250.0 1320.0    3960.0	$p$ (kPa) $Y$ (kPa) -260.0    0.0 0.0    1892.0 2762.0    8285.0	$p$ (kPa) $Y$ (kPa) -178.0    0.0 0.0    1600.0 1333.0    3960.0
Tensión límite elástico: $Y = \sqrt{J_2}$			
Módulo elástico transversal: $G$ (kPa)	595683	571739	583333
Criterio de falla:	Tensión principal	Tensión principal	Tensión principal
Tensión de falla: $\sigma_{1,lim}$ (kPa)	480	780	534
Criterio de erosión:	Def. Geom. Instantánea	Def. Geom. Instantánea	Def. Geom. Instantánea
Límite de erosión: $\varepsilon_{eff}$	0.2	0.2	0.2

Tabla A.3 – Propiedades materiales de hormigón equivalente, ladrillo y mortero

## A.4 Análisis de muros de hormigón pobre o mampostería

### A.4.1 Muros con mallado y tipo de zonificación diferentes

En este punto se analizan los modelos con zonificación homogénea (box) y fragmentada (brick) desarrollados a su vez con dos niveles de discretización diferentes. El volumen de aire se desactiva para un tiempo de 5ms, es decir que sólo se tiene en cuenta el impulso positivo. En las [figuras A.4](#) y [A.5](#) pueden observarse los modelos obtenidos en cada caso para 2m de distancia y 10 kg de TNT cuando se alcanzan los 100ms.

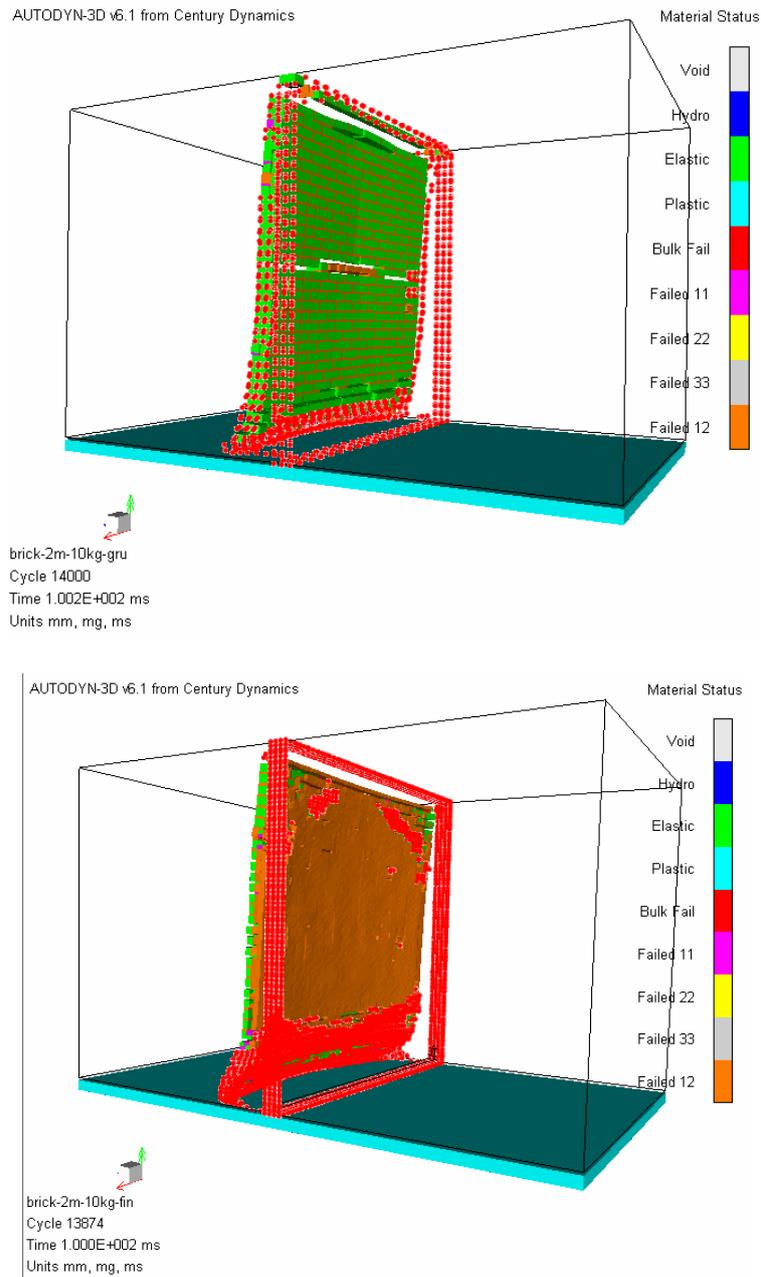


Figura A.4 – Modelos fragmentados para 10 kg de TNT a 2 m de distancia con malla gruesa y fina

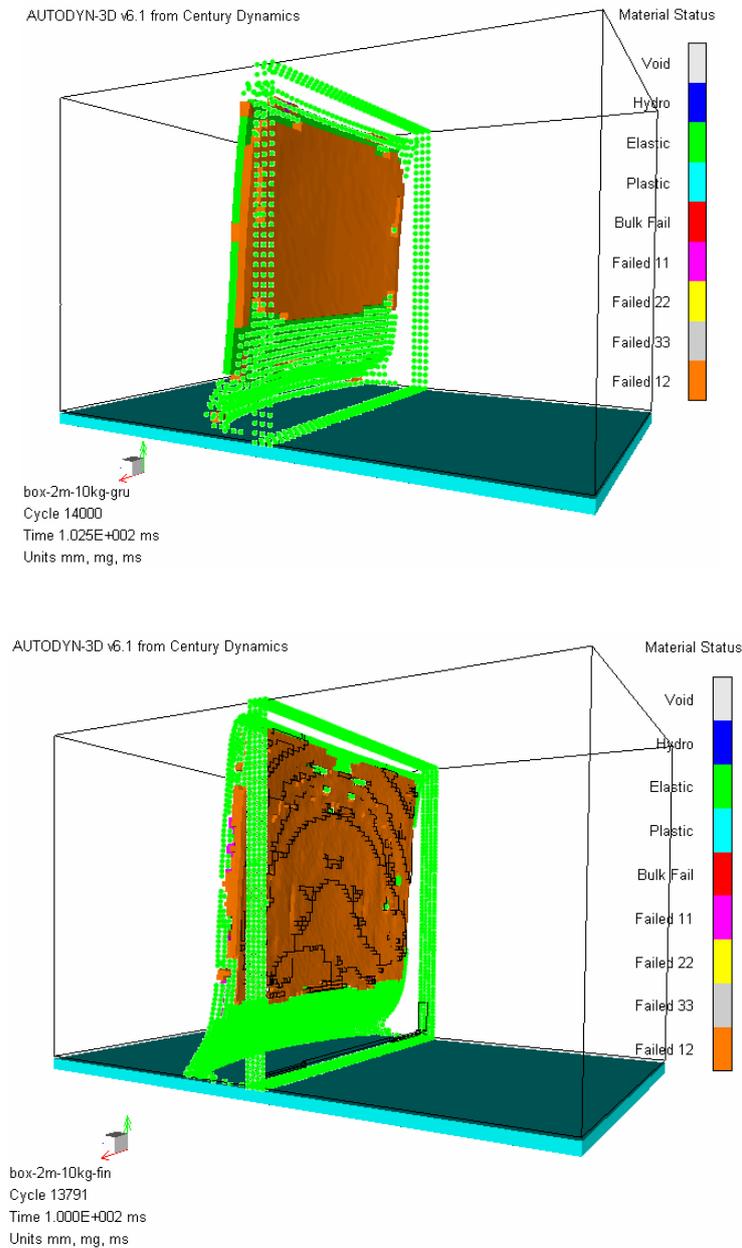


Figura A.5 – Modelos homogéneos para 10 kg de TNT a 2 m de distancia con malla gruesa y fina

Los puntos de color rojo en la [figura A.4](#) y los de color verde en la [figura A.5](#) representan nodos erosionados. Como puede observarse, cualitativamente los modelos se comportan de forma similar en cuanto al desplazamiento respecto a la posición inicial.

Para definir un parámetro más preciso en la determinación del daño se toma como parámetro de medida el trabajo plástico acumulado en el muro que tiene relación directa con

la energía disipada por deformación plástica. Sin embargo debe tenerse en cuenta que dicho trabajo no considera la parte erosionada del muro por lo que no es un parámetro objetivo para la medición del daño.

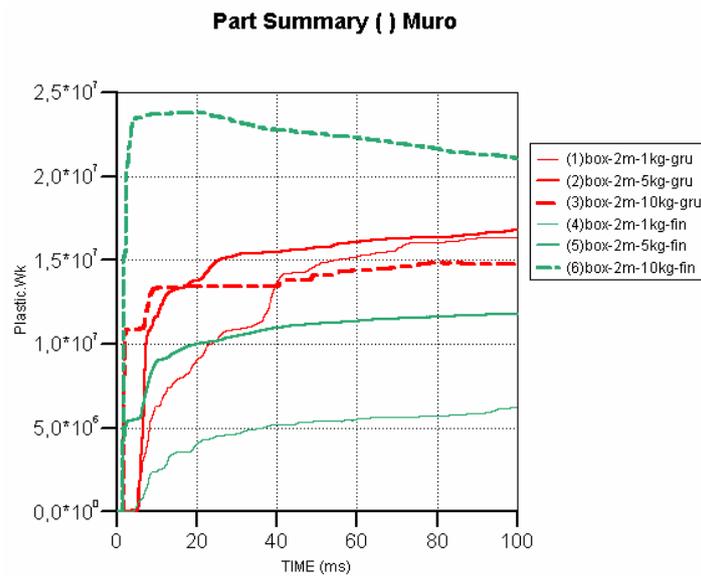


Figura A.6 – Trabajo plástico para modelo homogéneo

Al comparar las curvas de trabajo plástico en la [figura A.6](#), para las distintas cargas, se observa que el trabajo plástico disminuye a medida que la carga explosiva decrece lo cual indica un comportamiento correcto del modelo, sobretodo en el caso de malla fina. Sin embargo esta tendencia no se mantiene cuando se incrementa la distancia a la carga explosiva debido a que esta medida energética no incluye la deformación inelástica de los nodos erosionados. Es por ello que el trabajo plástico no puede ser utilizado como medida global del daño del muro.

A fin de tener una estimación del costo computacional en cada caso se detallan en la [Tabla A.4](#) los minutos necesarios de cómputo para alcanzar 100 ms en el proceso de propagación de la onda explosiva.

Masa de TNT	Modelo Homogéneo		Modelo Fragmentado	
	Malla fina	Malla gruesa	Malla fina	Malla gruesa
10 kg	400	70	450	85
5 kg	305	70	325	85
1 kg	280	80	335	75

Tabla A.4 –Tiempos de cómputo en minutos para distintos modelos y niveles de discretización

El tiempo promedio necesario para procesar los modelos con malla fina es 4,5 veces mayor al tiempo promedio para malla gruesa.

Los tiempos promedios necesarios para los modelos fragmentados superan en un 13% a los tiempos para modelos homogéneos.

Como se vio anteriormente, si se tiene en cuenta durante el proceso la fase negativa de la onda de presión (rarefacción) se observa en el muro un desplazamiento dirigido hacia la carga explosiva. En la [figura A.7](#) se muestran las posiciones de un muro de 30cm de espesor para distintos tiempos cuando no se desactiva el volumen de aire. El sentido de propagación de la onda explosiva es de derecha a izquierda en todos los casos. Se observa que hasta  $t = 19\text{ms}$ , el muro se desplaza alejándose de la carga, y luego comienza a acercarse. Este cambio en el desplazamiento es atribuible a la fase negativa de la onda de presión reflejada que llega a cambiar el signo del impulso reflejado sobre el muro.

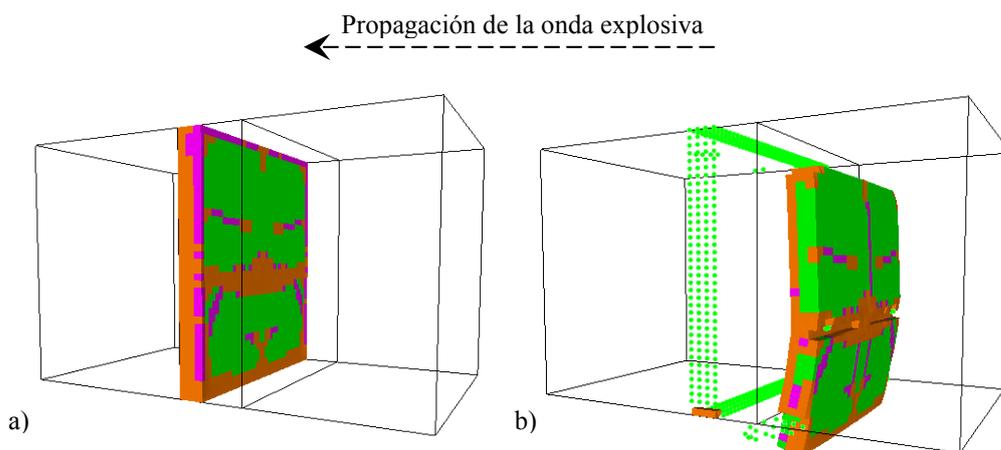


Figura A.7 – Posiciones del muro para distintos instantes de tiempo  
a)  $t=19$  ms, muro alejándose de la carga, b) Comportamiento contraintuitivo

La figura A.8.a muestra la onda de presión reflejada y el impulso para el modelo homogéneo de 10kg de TNT a 2m de distancia con malla gruesa. Se observa que los valores negativos de presión reflejada y la duración de la fase negativa son importantes y considerablemente mayores que los que pueden encontrarse en la bibliografía para presión incidente. Sin embargo, algunas curvas experimentales de variación de la presión reflejada en el tiempo como las presentadas por Alia y Souli (2005) en la figura A.8.b tienen aspectos similares.

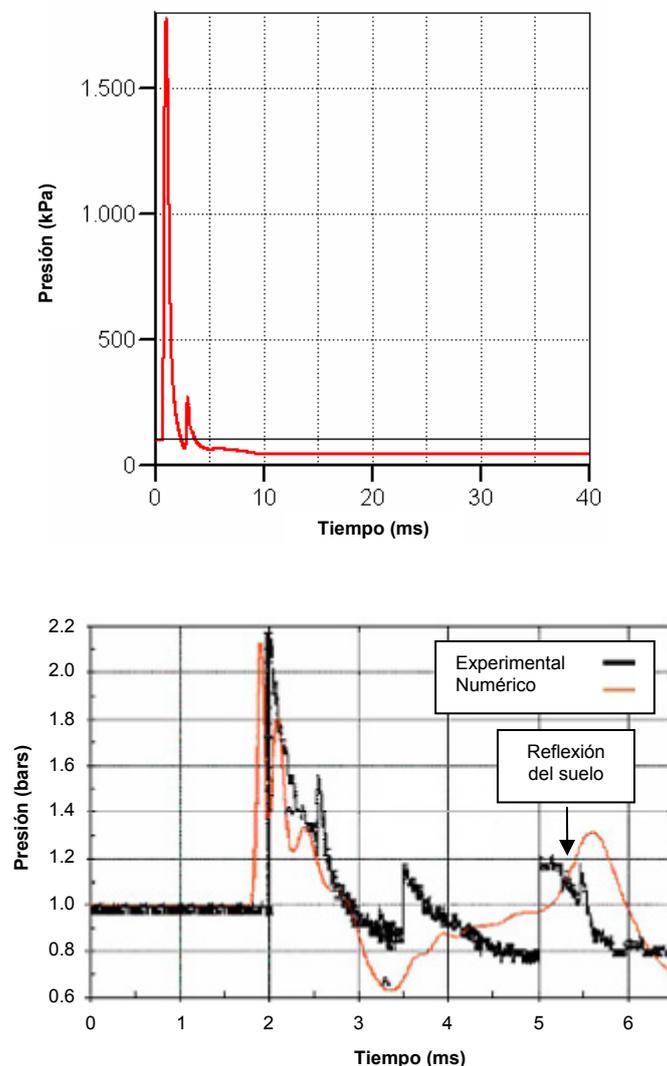


Figura A.8 – Historia de presión reflejada en el tiempo  
a) Modelo homogéneo de 10kg TNT a 2m de distancia con malla gruesa  
b) Presión medida en ensayo correspondiente a Alia y Souli (2005)

Este comportamiento contra-intuitivo se observa experimentalmente en ciertos casos y para determinadas condiciones (Galiev, 1996). En primer lugar el elemento estructural debe ser superficial o de espesor reducido. El tiempo de carga de la fase positiva no debe exceder significativamente a un cuarto del período fundamental de dicho elemento. La amplitud y forma de la onda explosiva, así como las características de interacción con la estructura y sus propiedades materiales tienen gran influencia en el comportamiento contra-intuitivo. En general las sobrepresiones  $p_s$  deben ser menores a 600 kPa. Dicho comportamiento puede resultar de una combinación de la recuperación elástica del material debida a la respuesta dinámica del mismo y la acción simultánea de la fase negativa de la onda de presión.

#### A.4.2 Muros con distintas condiciones de borde

Se analiza en esta sección la respuesta de muros cerrados con distintas condiciones de borde: 1, 2, 3 y 4 bordes empotrados como se indica en la figura A.9.

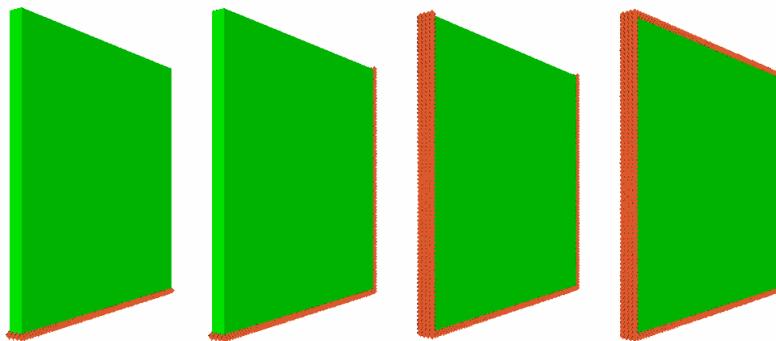


Figura A.9 – Muros cerrados con distintas condiciones de borde  
a) 1 Borde empotrado, b) 2 Bordes empotrados, c) 3 Bordes empotrados y d) 4 Bordes empotrados

Existe una importante cantidad de trabajos experimentales y teóricos realizados hasta la fecha que clasifican los modos de daño de las estructuras bajo cargas explosivas (Zhu y Lu, 2007), las estructuras analizadas con mayor frecuencia son vigas o placas empotradas metálicas y en general se observan tres modos principales de falla: (I) Gran deformación inelástica, (II) Desgarro (falla por tracción) en los apoyos y (III) Falla por corte transversal en los apoyos. El Modo I puede distinguirse por una gran deformación debida a la flexión. El

Modo II puede manifestar distintos grados de desprendimiento en el borde con un mayor o menor desplazamiento del punto medio de la placa. El Modo III está caracterizado por una deformación por flexión insignificante dado que la falla por corte se produce en los apoyos en una etapa inicial de la respuesta estructural.

Dentro de los resultados del presente trabajo no se evidencian grandes deformaciones inelásticas debido a la fragilidad del material, por lo cual se presentan otros modos de falla (frágiles) que se detallan a continuación y se ilustran en la [figura A.10](#).

- Modo I: Fisuración general.
- Modo II: Erosión parcial en bordes. Presencia de fisuras y quiebres.
- Modo III. Desprendimiento del muro aún en estado elástico.
- Modo IV. Desprendimiento del muro en estado plástico y/o desintegrado.

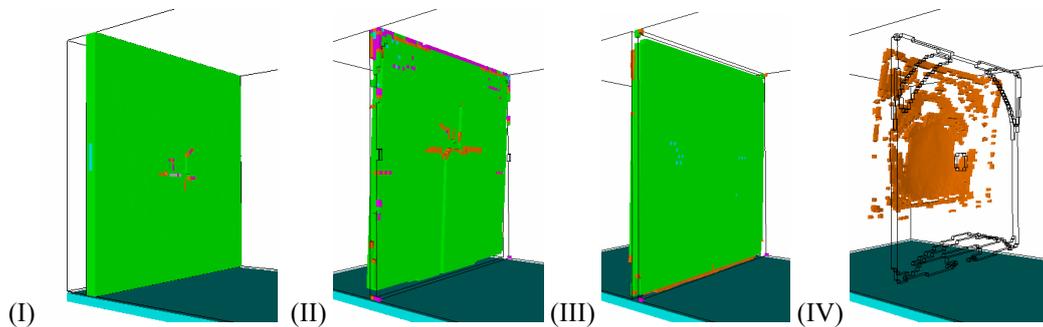


Figura A.10 – Modos de falla

Dadas las distintas condiciones de borde, se observan mayores diferencias en los Modos I y II ya que por efecto de las hipótesis de apoyo varían las direcciones de las fisuras en los muros. Esta situación puede observarse en la [figura A.11](#) donde se compara el daño obtenido en los distintos casos.

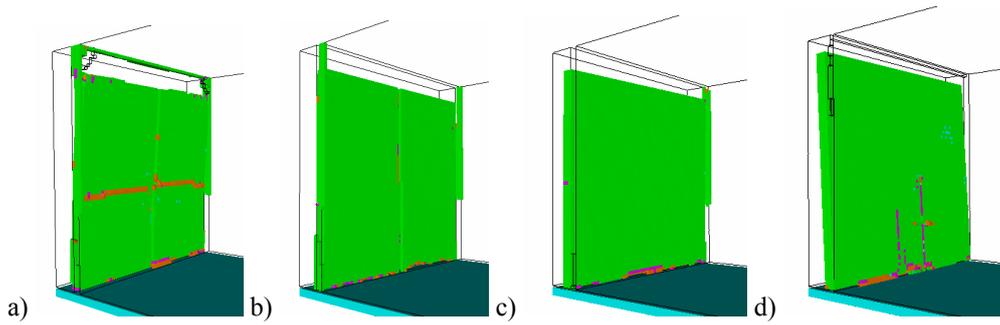


Figura A.11 – Distintas direcciones de fisuración por efecto de las condiciones de borde:  
Muro con: a) 4 bordes emp. b) 3 bordes emp. c) 2 bordes emp. y d) 1 borde empotrado

### A.4.3 Muros con distintas aberturas

En la [figura A.12](#) se pueden observar los modelos de muros con abertura utilizados. Se adoptan las siguientes dimensiones para las aberturas: puerta: 1,04 x 2,04m; ventana: 1,52 x 1,20m.

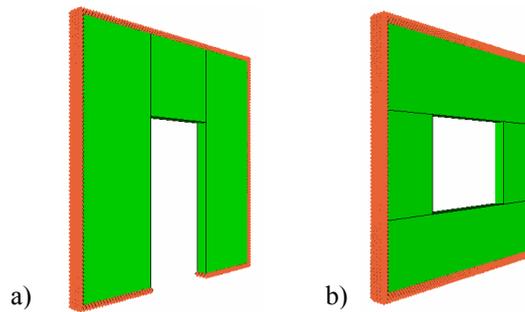


Figura A.12 – Muros con abertura para: a) Puerta, b) Ventana

Los muros con aberturas permiten el paso de la onda explosiva sufriendo, en general, menores daños, produciéndose, sin embargo, algunas fisuras debido a la concentración de tensiones en esquinas y centro de vanos. Esto se puede ver en la [figura A.13](#).

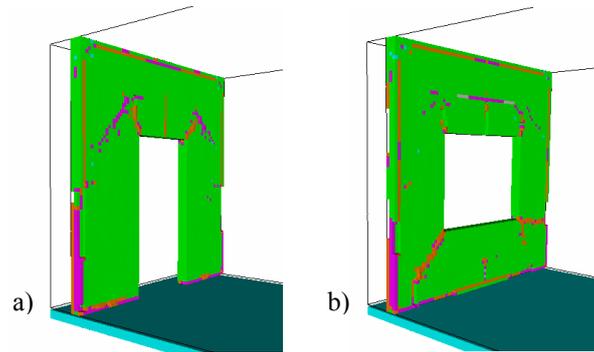


Figura A.13 – Muros con aberturas. Fisuración en esquinas y centros de vanos

## A.5 Curva de fragilidad a partir de simulaciones numéricas

A partir del estudio numérico realizado en muros sometidos a cargas explosivas, se elabora la curva de fragilidad correspondiente a un nivel de daño extremo (colapso), a fin de establecer el grado de influencia que tiene la variabilidad de los parámetros del material utilizado.

Las propiedades materiales utilizadas en las simulaciones están detalladas en la [Tabla A.3](#) y corresponden a mampostería u hormigón equivalente de baja resistencia.

### A.5.1 Variabilidad aleatoria

A fin de determinar numéricamente la influencia de las características del material en el modelo es necesario definir la variabilidad aleatoria de por lo menos uno de sus parámetros. Distintas experiencias realizadas indican que la variabilidad de parámetros mecánicos como la resistencia a la tracción o el módulo de elasticidad no evidencian mayores efectos en el comportamiento de los modelos, mientras que, el parámetro ‘límite de erosión’ tiene un alto grado de influencia, por lo cual puede considerarse como una variable aleatoria de relevancia.

El límite de erosión está dado por un valor de referencia de deformación que se establece a priori en la definición del material, y que luego es comparado durante el proceso de cálculo con la relación denominada ‘deformación geométrica instantánea’ (ver ecuación (3.100)).

[Luccioni et al \(2006\)](#) y [Xu et al \(2006\)](#) consideran un límite de erosión igual a 0.075 y

0.01, respectivamente, para modelos de hormigón armado. En estos trabajos, la deformación correspondiente a la tensión máxima, obtenida a partir de ensayos quasi-estáticos, es mayorada a fin de considerar, en primer lugar, el ablandamiento que sufre el material hasta la rotura. Posteriormente, es necesario tener en cuenta la amplificación dinámica originada por la alta velocidad en la aplicación de la carga; y una amplificación final debida al efecto de confinamiento de la armadura. En el trabajo de [Xu et al \(2006\)](#) se amplifica 5 veces la deformación correspondiente al pico de tensión para considerar el ablandamiento y luego, esta deformación se amplifica otras 5 veces por las características dinámicas de la carga. Es decir que, para ese caso, el límite de deformación dinámico es igual a 25 veces el límite de deformación en el pico de tensión para el ensayo quasi-estático.

Utilizando para el material los valores experimentales detallados en [Rougier y Luccioni \(2006\)](#) ( $\varepsilon_1 = 5,0 \cdot 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -7,0 \cdot 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{31} = 0$ ), se obtiene, según la ecuación (3.100) un límite de deformación en tensión máxima  $\varepsilon_{eff} = 2.8 \cdot 10^{-3}$ . Considerando que las mediciones fueron interrumpidas previas al instante de rotura se puede inferir que el límite de erosión (quasi-estático) será mayor debido al ablandamiento del material y por lo tanto se puede adoptar  $\varepsilon_{eff} = 1.0 \cdot 10^{-2}$ .

Dada la escasa información disponible en relación a la amplificación dinámica de la resistencia de la mampostería, se considera el valor de deformación quasi-estática como cota mínima del límite de erosión, Por otro lado, haciendo distintas comparaciones de los modelos analizados con los resultados presentados en la bibliografía ([Smith y Hetherington, 1994](#)) a través de las curvas de iso-daño, se establece que el valor esperado para el límite de erosión debe ser superior a 0,20. De esta forma, se considera como cota máxima de  $\varepsilon_{eff}$  un valor de 0,50; es decir que el rango de valores de  $X$  (límite de erosión) será:

$$0,01 \geq X \geq 0,50 \quad (\text{A.1})$$

Asumiendo una distribución log normal dada por la siguiente expresión<sup>6</sup> (REF):

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right] \quad x > 0 \quad (\text{A.2})$$

donde  $\mu_y$  y  $\sigma_y$  son la media y el desvío estándar de  $Y = \ln X$ , logaritmo natural del límite de

erosión; y admitiendo que el 95% de los valores estarán dentro del intervalo definido anteriormente, se puede determinar que  $\mu_y = -1.671$  y  $\sigma_y = 0,6$ .

En la [figura A.14](#) se muestra la función de distribución log normal.

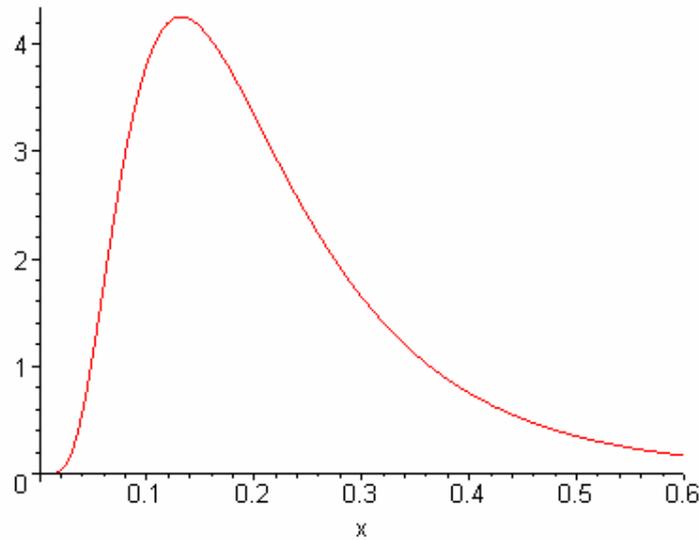


Figura A.14 – Función de distribución de probabilidad Log Normal

Las expresiones para determinar el valor esperado y el desvío estándar del límite de erosión son las siguientes:

$$\mu_x = \exp\left(\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}\right) \quad (\text{A.3})$$

$$\sigma_x = \sqrt{[\exp(\sigma_y^2) - 1] \cdot \exp(2\mu_y + \sigma_y^2)} \quad (\text{A.4})$$

Utilizando las ecuaciones (A.3) y (A.4) respectivamente se obtiene:

$$\mu_x = 0,224 \quad \sigma_x = 0,146 \quad (\text{A.5})$$

Integrando la expresión (A.2) es posible determinar la función de probabilidad  $F(x)$  que será utilizada para obtener los valores aleatorios del límite de erosión, los cuales se usarán luego en la simulación numérica. La representación gráfica de dicha función puede observarse en la [figura A.15](#).

La obtención de los valores aleatorios se realiza mediante una función RANDOM que devuelve un número aleatorio mayor o igual que 0 y menor que 1, distribuido uniformemente, con el cual se ingresa en las ordenadas de la curva de  $F(x)$  y se determina el valor correspondiente de  $X$  (límite de erosión). Los valores obtenidos se detallan en la [Tabla A.6](#).

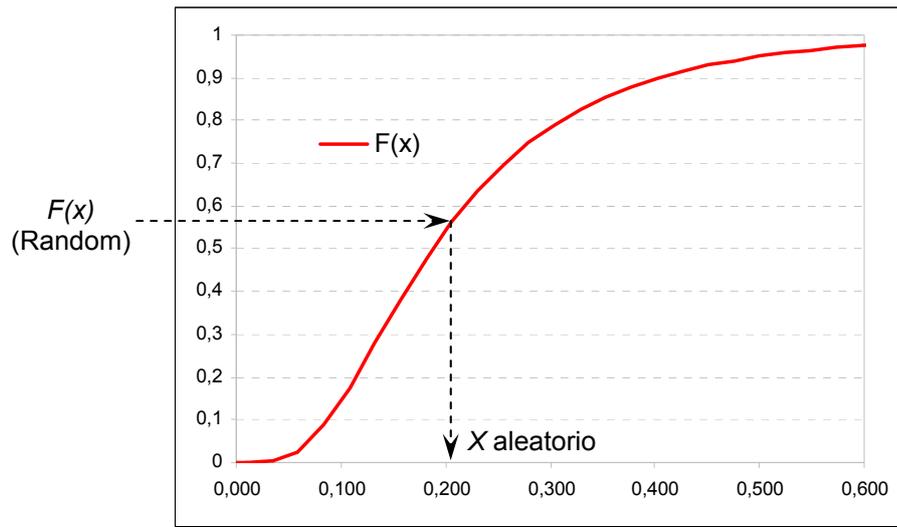


Figura A.15 – Función de probabilidad  $F(x)$

En cuanto a las incertidumbres en la aplicación de la carga, existen distintos parámetros que pueden considerarse aleatorios: las propiedades del aire donde se propaga la onda explosiva, la ubicación, masa y otras propiedades del explosivo propiamente dicho (potencia, velocidad del frente de onda, equivalencia en TNT, etc.) así como también las presiones que efectivamente inciden sobre el muro. En esta sección sólo se considera la aleatoriedad en las características materiales del muro, en particular el límite de erosión.

## A.5.2 Descripción general y elección del modelo numérico

El modelo utilizado en las simulaciones, al igual que en los apartados anteriores, consta de un volumen de aire donde se propaga la onda explosiva, en el cual está inmerso el muro. La carga explosiva se ubica en el centro de la sección transversal (ver [figura A.2](#)).

Las dimensiones generales y las condiciones de borde consideradas para el volumen de aire son idénticas a las detalladas en el punto A.3.

El muro de mampostería se encuentra empotrado en todos sus bordes y sus dimensiones son: 3,04 m de ancho, 3,04 m de altura y 0,15 m de espesor, considerando para el mismo una zonificación homogénea (box).

Tanto para el aire y como para el muro se adoptan elementos con las siguientes dimensiones:  $dx=dy=0.04m$ ,  $dz=0,05m$ .

Las cargas explosivas modeladas están entre 0,10 Kg TNT y 100 Kg TNT.

A fin de analizar la influencia de la variabilidad del límite de erosión es necesario determinar un modelo adecuado en relación al nivel de daño. Para ello es recomendable partir de un modelo en el cual se esperen 50% de colapsos. A tal efecto se tienen en cuenta los resultados obtenidos en el apartado A.4 ([Aráoz y Luccioni, 2008](#)) donde se determinaron distintos niveles de daño según la distancia escalada  $Z$  para un valor de límite de erosión constante igual a 0,20.

Los resultados mencionados se detallan en la [Tabla A.5](#). Tanto en los niveles III y IV hay desprendimiento o colapso del muro, por lo que el modelo adoptado de partida será el correspondiente a  $Z = 2,0$ , debido a que se encuentra próximo al nivel de daño moderado, en el cual el muro presenta erosión parcial de los bordes y fisuración general. Para  $Z = 2,0$  corresponde el modelo de muro a 2 m de distancia y 1 kg de TNT.

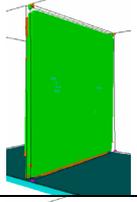
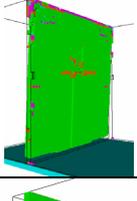
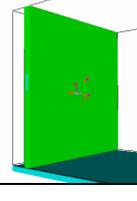
Z	Nivel de daño	Descripción	Detalle
0.43	IV	Destrucción total	
0.93	IV		
1.17	III	Severo	
2.00	III		
3.00	II	Moderado	
4.00	II		
4.76	I	Leve	
6.35	I		

Tabla A.5 – Niveles de daño obtenidos numéricamente para  $\varepsilon = 0,20$

Las simulaciones numéricas se realizan para cada valor de carga explosiva (o distancia escalada, ya que la ubicación no varía) con 10 valores distintos del límite de erosión obtenidos en forma aleatoria, los cuales se detallan en la [Tabla A.6](#).

Límite de Erosión	Carga explosiva [Kg TNT]						
	0,10	0,25	1	2	5	10	100
X <sub>1</sub>	0.19	0.27	0.11	0.5	0.38	0.34	0.40
X <sub>2</sub>	0.28	0.39	0.03	0.32	0.05	0.43	0.13
X <sub>3</sub>	0.33	0.21	0.20	0.45	0.22	0.17	0.26
X <sub>4</sub>	0.41	0.07	0.09	0.25	0.26	0.04	0.22
X <sub>5</sub>	0.16	0.30	0.54	0.19	0.53	0.54	0.18
X <sub>6</sub>	0.51	0.51	0.35	0.04	0.18	0.02	0.57
X <sub>7</sub>	0.38	0.03	0.12	0.13	0.12	0.16	0.12
X <sub>8</sub>	0.14	0.29	0.33	0.38	0.16	0.08	0.09
X <sub>9</sub>	0.24	0.20	0.15	0.21	0.06	0.28	0.19
X <sub>10</sub>	0.27	0.13	0.24	0.26	0.31	0.33	0.17

Tabla A.6 – Valores aleatorios del límite de erosión para cada carga explosiva

En la [figura A.16](#) se puede observar la influencia del límite de erosión en el estado de daño

para el caso de 1 kg de TNT. La [figura A.16.a](#) corresponde a un límite de erosión de 0,54 para el cual no se produce colapso del muro, simplemente daño en los bordes, representado por las zonas de color magenta. La [figura A.16.b](#) corresponde a un límite de erosión de 0,20 en el cual se evidencia el desprendimiento final del mismo (bordes totalmente erosionados).

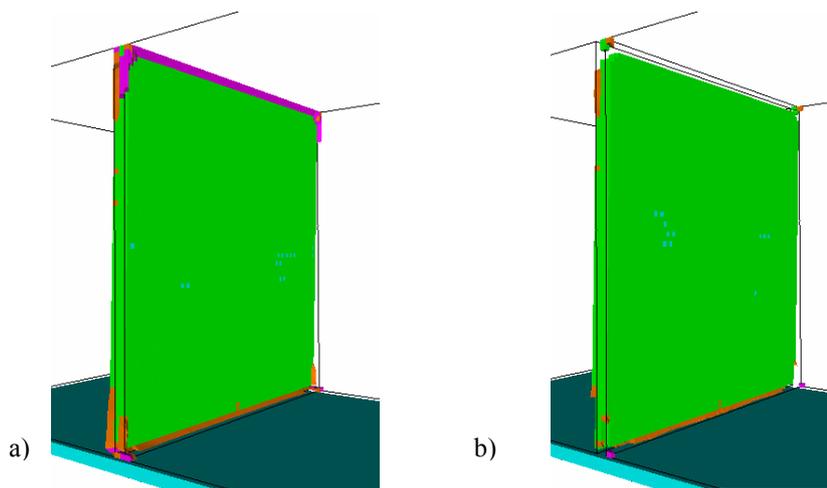


Figura A.16 – Niveles de daño: a) Modelo 1 kg TNT con  $X=0,54$ , b) Modelo 1 kg TNT con  $X=0,20$

### A.5.3 Curva de fragilidad

A partir de los resultados obtenidos en las simulaciones en función de los distintos límites de erosión adoptados, se cuentan los casos donde hubo o no colapso del muro. Luego se determina en cada valor de carga la probabilidad o frecuencia de colapsos  $f_c$  como el número de colapsos dividido en 10 casos estudiados. A modo de resumen se detallan en la [Tabla A.7](#) los resultados obtenidos en función de la distancia escalada.

Carga explosiva [Kg TNT]	Distancia escalada Z	Nº de Colapsos	Probabilidad de colapso $f_c$
0,10	4,31	0	0,00
0,25	3,17	1	0,10
1,00	2,00	9	0,90
2,00	1,59	10	1,00
5,00	1,17	10	1,00
10,00	0,93	10	1,00
100,00	0,43	10	1,00

Tabla A.7 – Número y frecuencia de colapsos producidos para distintos valores de Z

Finalmente, utilizando los valores de probabilidad de colapso se elabora la Curva de Fragilidad que se muestra en la [figura A.17](#), correspondiente a un muro de mampostería sometido a distintas cargas explosivas ubicadas a 2 m de distancia del mismo. Se observa que la variabilidad del límite de erosión tiene una gran influencia en la probabilidad de colapso para valores de Z entre 1,5 y 4,3 aproximadamente. Este intervalo abarca los niveles de daño II (Moderado) y III (Severo) descritos en la [Tabla A.5](#), que establecen los límites dentro de los cuales se produce el colapso en los modelos numéricos. La probabilidad de colapso es superior al 50% para valores de Z menores a 2,5.

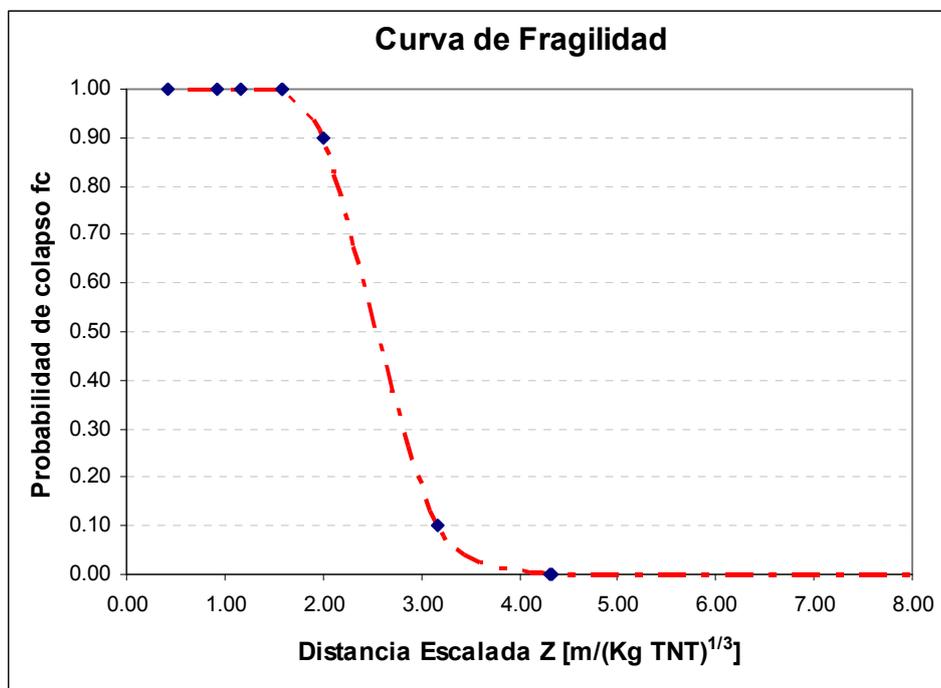


Figura A.17 – Curva de Fragilidad en función de la distancia escalada Z

## **A.6 Comentarios finales**

De los estudios realizados se puede concluir lo siguiente:

- Al dejar actuar la fase negativa de la onda, se observa un comportamiento contraintuitivo del muro, el cual se desplaza hacia la ubicación de la carga explosiva. La amplitud y forma de la onda explosiva, así como las características de interacción con la estructura y sus propiedades materiales tienen gran influencia en dicho comportamiento.
- Al comparar las curvas de trabajo plástico para las distintas cargas se observa que el trabajo plástico disminuye a medida que la carga explosiva decrece lo cual indica un comportamiento correcto del modelo. Sin embargo esta tendencia no se mantiene cuando se incrementa la distancia a la carga explosiva debido a que esta medida energética no incluye la deformación inelástica de los nodos erosionados. Es por ello que el trabajo plástico no puede ser utilizado como medida global del daño del muro.
- El tiempo promedio necesario para procesar los modelos con malla fina es 4,5 veces mayor al tiempo promedio para malla gruesa.
- Los tiempos promedios necesarios para los modelos fragmentados superan en un 13% a los tiempos para modelos homogéneos.
- En función de los resultados obtenidos en la simulación numérica de los muros se definen 4 modos de falla frágiles, los cuales difieren de los presentados en general para materiales metálicos cuyo comportamiento dúctil permite importantes deformaciones inelásticas. Dichos modos, a su vez, dependen en gran medida del criterio de erosión utilizado en el proceso numérico.
- La utilización de las curvas de fragilidad obtenidas a partir de métodos probabilísticos permite tener en cuenta las incertidumbres propias del material y de la acción aplicada a la estructura. En el presente trabajo sólo se tomaron en cuenta las incertidumbres del material por lo que es necesario realizar estudios idénticos sobre la aleatoriedad de la carga aplicada, tanto en las características de propagación de la onda explosiva como en los parámetros propios del explosivo.

- La implementación de herramientas numéricas presenta la ventaja de poder analizar el riesgo o la vulnerabilidad estructural sin necesidad de realizar ensayos reales, los cuales pueden representar un costo importante para su ejecución. Aún más, la obtención de curvas de fragilidad a partir de simulaciones numéricas permite predecir el riesgo de colapso de elementos estructurales y no estructurales sometidos a acciones extremas como la detonación de explosivos, excitaciones sísmicas, etc. sin la ocurrencia real de las mismas.
- La importante variabilidad observada en los resultados obtenidos hace necesaria la profundización en el estudio del límite de erosión a fin de acotar aún más el rango de valores posibles. Por otro lado, es recomendable la utilización de un número mayor de simulaciones con el objeto de definir en detalle la curva de fragilidad y, de esta forma, reproducir con mayor precisión la vulnerabilidad del muro bajo cargas explosivas.