

# **CONFINAMIENTO DE COLUMNAS DE HORMIGÓN CON MATERIALES COMPUESTOS**

**ING. VIVIANA CAROLINA ROUGIER**

**Director:  
DRA. BIBIANA MARÍA LUCCIONI**

**TESIS PRESENTADA COMO REQUERIMIENTO  
PARCIAL PARA ACCEDER AL GRADO ACADÉMICO DE  
MAGÍSTER EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL**

**Instituto de Estructuras  
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología  
Universidad Nacional de Tucumán  
San Miguel de Tucumán**

**Octubre 2003**

## **RESUMEN**

Existe un gran número de situaciones en las que es necesario incrementar la capacidad portante de estructuras en servicio, ya sea debido a un cambio de destino o porque se trata de estructuras que han sufrido daño o han demostrado no poseer seguridad frente a futuras cargas extremas como sismos. Los métodos más comunes para reforzar columnas de hormigón armado consisten en aumentar la sección de hormigón, realizar un encamisado de acero o confinar con láminas de material compuesto. Este último tipo de refuerzo tiene grandes ventajas debido a su alta resistencia, bajo peso, resistencia a la corrosión y facilidad de colocación. Además mejora la resistencia al corte y a la compresión y la ductilidad de la columna como resultado del confinamiento que ejerce sobre el núcleo de hormigón. La capacidad para cuantificar analítica o numéricamente la eficiencia de este sistema de refuerzo es bastante limitada sobre todo en lo que se refiere a la ductilidad.

En esta Tesis se desarrolla un modelo constitutivo que permite reproducir aproximadamente el comportamiento de elementos estructurales de hormigón armado sometidos a confinamiento lateral y permite evaluar el comportamiento de columnas y pilas de puentes de hormigón armado reparadas y/o reforzadas con compuestos de matriz polimérica reforzados con fibra (FRP). El modelo presentado es una modificación de un modelo de daño y plasticidad acoplados existente. Se proponen una nueva definición para la variable de endurecimiento plástico y una nueva superficie de fluencia con meridianos curvos. Ambas modificaciones permiten reproducir adecuadamente el comportamiento del hormigón en régimen de alto confinamiento.

La comparación de los resultados numéricos con resultados experimentales muestra la capacidad del modelo para simular el comportamiento del hormigón bajo estados triaxiales de

compresión como los que se presentan en las columnas confinadas con materiales compuestos.

## **ABSTRACT**

There are many situations in which it is necessary to increase the capacity of structures in use. This need maybe either for a change of use or because the structures have The most common methods for repair and retrofit of reinforced concrete columns are concrete jacketing, steel jacketing, and fibber wrapping. This last type of reinforcement has many advantages, as it offers a high strength, low-weight, and corrosion-resistant jacket with easy and rapid installation. The reinforcement with composite materials improves shear and compression strength and ductility as a result of the concrete core confinement. The present analytical and numerical ability to quantify the efficiency of fiber confinement is rather limited, especially with respect to ductility

A constitutive model that approximately reproduces the behaviour of structural concrete elements under confinement is developed in this Thesis. The model allows the assessment of concrete columns and bridge piles repaired and/or reinforced with fiber reinforced composites (FRP). The model presented is a modification of an existing coupled plastic-damage model. A new definition for the plastic hardening variable and a new yielding surface with curved meridians are proposed. Both improvements enable the adequate reproduction of concrete behaviour in high confinement conditions.

The comparison of numerical and experimental results show the model capacity to simulate the concrete behavior under triaxial compression conditions like the ones present in concrete columns confined with fiber reinforced composites.

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar quiero agradecer a mi directora de tesis, la Dra. Bibiana Luccioni, por su constante orientación y dedicación. Por su ejemplo de responsabilidad y aplicación al trabajo. Al Dr. Rodolfo Danesi por su apoyo y preocupación desde el comienzo de este magíster. A la Ing. Nélide Castría cuya ayuda económica hizo posible mi estadía en Tucumán el primer año de estudios. También por su afecto y calidez.

También quiero agradecer a la profesora Amelia Campos por su amistad y solidaridad.

A Oscar y Patricia Dip por su cariño y amistad.

A mis compañeros, Javier Ezeberry, Hernán Kunert, Mauricio Schmidt y Ahmed Guennam, con quienes compartí gratos momentos en el Instituto de Estructuras.

A los profesores del Instituto de Estructuras, por su calidad humana y excelencia profesional.

A María Teresa, Eduardo Batalla y Daniel Torielli por su cordialidad.

A la Universidad Tecnológica Nacional por brindarme el apoyo económico que hizo posible la continuación de estos estudios.

A los Dres. Juan Carlos Piter y Pablo Stefani de la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Concepción del Uruguay, Entre Ríos, por su aliento y apoyo desde la distancia.

A mi familia, y de manera muy especial a mi madre, por su incansable apoyo.

## ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1.....</b>	<b>1</b>
INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 INTRODUCCIÓN .....	1
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	2
1.3 IMPORTANCIA DEL TEMA.....	5
1.4 ANTECEDENTES.....	6
1.5 OBJETIVOS DE LA TESIS.....	7
1.5.1. Objetivo general .....	7
1.5.2. Objetivos particulares.....	8
1.6 CONTENIDOS.....	8
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>10</b>
COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS COMPRIMIDOS DE HORMIGÓN CONFINADOS CON MATERIALES COMPUESTOS.....	10
2.1 INTRODUCCIÓN .....	10
2.2 PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HORMIGÓN.....	10
2.2.1. Introducción .....	10
2.2.2. Tracción Uniaxial.....	11
2.2.3. Compresión uniaxial .....	12
2.2.4. Compresión biaxial .....	15

2.2.5. Compresión triaxial.....	16
2.3 CONFINAMIENTO CON TUBOS DE ACERO.....	20
2.3.1 Introducción.....	20
2.3.2. Comportamiento del hormigón confinado con tubos de acero.....	20
2.4.CONFINAMIENTO CON COMPUESTOS DE MATRIZ POLIMÉRICA REFORZADOS CON FIBRAS (FRP).....	23
2.4.1. Introducción.....	23
2.4.2. Concepto de materiales compuestos.....	23
2.4.3.Principales características mecánicas de los FRP utilizados para refuerzo.....	24
2.4.4. Comportamiento del hormigón confinado con Materiales Compuestos.....	27
2.4.5. Confinamiento con CFRP y GFRP. Modos de falla.....	34
2.4.6. Comparación entre el hormigón confinado con acero, con GFRP y CFRP.....	35
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>38</b>
ESTADO DEL ARTE. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA HORMIGÓN CONFINADO.....	38
3.1 INTRODUCCIÓN.....	38
3.2 MODELOS EMPÍRICOS O ANALÍTICOS.....	39
3.2.1. Introducción.....	39
3.2.2 Modelo de Fardis y Khalili.(1981).....	40
3.2.3 Modelo de Saadatmanesh et al.(1994).....	41
3.2.4 Modelo de Saaman et al.(1998).....	42
3.2.5 Modelo de Spoelstra y Monti (2000).....	44
3.3 MODELOS BASADOS EN LAS TEORÍAS DE ELASTICIDAD Y PLASTICIDAD.....	46
3.3.1. Introducción.....	46
3.3.2 Modelo de A. Mirmiran et al (2000).....	46
3.3.3 Modelo de T Balan ,M. Kwon y E. Spacone (2002).....	49
3.3.4 Modelo de A. Karabinis y T. Rousakis (2002).....	55
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>	<b>60</b>
MODELO CONSTITUTIVO PROPUESTO.....	60

4.1. INTRODUCCIÓN.....	60
4.2 MODELO DE DAÑO ACOPLADO CON PLÁSTICIDAD MODIFICADO (LUCCIONI ET AL.1996).....	61
4.2.1 Introducción.....	61
4.2.2 Bases termodinámicas.....	61
4.2.3 Proceso plástico.....	62
4.2.4. Proceso de daño.....	65
4.2.5. Plasticidad y daño acoplados.....	66
4.2.6. Función de Fluencia.....	67
<b>CAPÍTULO 5 .....</b>	<b>77</b>
EJEMPLOS DE APLICACIÓN Y COMPARACIÓN CON RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	77
5.1. INTRODUCCIÓN.....	77
5.2 CONFINAMIENTO ACTIVO Y PASIVO DE PROBETAS CILÍNDRICAS DE HORMIGÓN CARGADAS AXIALMENTE (Untiveros,2002).....	77
5.2.1 Ensayos de Compresión uniaxial (Untiveros, 2002).....	78
5.2.2 Hormigón confinado por presión hidrostática (Untiveros, 2002).....	80
5.2.3 Hormigón confinado con tubo de acero (Untiveros, 2002).....	83
5.2.4. Hormigón confinado con polímeros reforzados con fibra de carbono (Untiveros, 2002).....	86
5.3 HORMIGÓN SOMETIDO A COMPRESIÓN TRIAXIAL (Sfer, 2002).....	89
5.3.1 Ensayos de Compresión uniaxial.....	90
5.3.2 Hormigón confinado por presión hidrostática.....	91
5.4 HORMIGÓN CONFINADO CON POLÍMEROS REFORZADOS CON FIBRA DE VIDRIO ( Mirmiran y Shahawy, 1997).....	95
<b>CAPÍTULO 6.....</b>	<b>103</b>
CONCLUSIONES.....	103

6.1 INTRODUCCIÓN.....	103
6.2 CONCLUSIONES.....	103
6.3 SUGERENCIAS PARA TRABAJOS FUTUROS.....	105
<b>APÉNDICE I .....</b>	<b>106</b>
CRITERIO DE FLUENCIA DE LUBLINER- OLLER.....	106
A.I.1 INTRODUCCIÓN.....	106
A.I.2 FORMULACIÓN DEL CRITERIO.....	107
A.I.3.DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE AJUSTE EL CRITERIO.....	107
A.I.4 FORMA DE LA FUNCIÓN DE FLUENCIA.....	109
<b>APÉNDICE II .....</b>	<b>112</b>
MODELOS ELASTOPLÁSTICOS PARA MATERIALES	
ANISÓTROPAS.....	112
A.II.1 INTRODUCCIÓN.....	112
A.II.2 MODELO ELASTOPLÁSTICO .....	112
A.II.2.1 Introducción.....	112
A.II.2.2 Funciones de fluencia y potencial.....	113
A.II.2.3 Relación constitutiva secante.....	116
A.II.2.4 Regla de flujo. Evolución de las variables internas.....	117
A.II.2.5 Ecuación constitutiva tangente.....	118
<b>APÉNDICE III .....</b>	<b>119</b>
IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA DEL MODELO PRPUESTO.....	119
A.III.1 INTRODUCCIÓN.....	119
A.III.1.2 ALGORITMO PARA LA IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA DEL MODELO PROPUESTO.....	119
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>123</b>

## **INDICE DE FIGURAS**

Figura 1.1.	Mecanismo de confinamiento (De Lorenzis, 2001).....	4
Figura 2.1 .	Respuesta esquemática a tracción uniaxial del hormigón (Oller, 2001).....	12
Figura 2.2.	Respuesta esquemática a compresión uniaxial del hormigón (Oller, 2001).....	14
Figura 2.3.	Curvas tensión-deformación axial y transversal para dos hormigones con diferentes resistencias nominales (Untiveros, 2002).....	14
Figura 2.4.	Función experimental de Kupfer (Oller, 2001).....	15
Figura 2.5.	Modos de fallo para distintas combinaciones biaxiales de tensión (Oller,2001) .....	16
Figura 2.6.	Curvas tensión-deformación axial de un hormigón de resistencia normal sometido a compresión y confinado lateralmente con distintos niveles de presión hidrostática (Untiveros, 2002).....	17
Figura 2.7.	Curvas tensión-deformación axial de un hormigón de alta resistencia sometido	

	a compresión y confinado lateralmente con distintos niveles de presión hidrostática (Untiveros, 2002).....	18
Figura 2.8.	Curvas tensión-deformación axial y transversal de un hormigón sometido a compresión y confinado lateralmente con distintos niveles de presión hidrostática (Sfer, 2002).....	18
Figura 2.9.	Respuesta deformación volumétrica- deformación axial de un hormigón sin confinar y confinado con una presión hidrostática de 9 MPa.....	19
Figura 2.10.	Respuesta deformación volumétrica-tensión axial de un hormigón sin confinar y confinado con diferentes niveles de presión hidrostática (Sfer, 2002).....	20
Figura 2.11	Curvas tensión-deformación axial y transversal de un hormigón de baja resistencia confinado con tubo de acero (Untiveros, 2002).....	21
Figura 2.12	Curvas tensión-deformación axial y transversal de un hormigón de alta resistencia confinado con tubo de acero (Untiveros, 2002).....	21
Figura 2.13 .	Curva tensión axial-deformación volumétrica de un hormigón de baja resistencia confinado con tubo de acero (Untiveros, 2002).....	23
Figura 2.14.	Columna de edificio reparada con CFRP (International Technology Research Institute, EEUU,1998).....	28
Figura 2.15.	Pilar de puente reforzado con CFRP (International Technology Research Institute, EEUU, 1998).....	29
Figura 2.16.	Chimenea reparada con CFRP (International Technology Research Institute, EEUU, 1998).....	29
Figura 2.17.	Curvas experimentales tensión-deformación axial y transversal para	

hormigón confinado con tubos de compuestos reforzados con fibras de vidrio (GFRP) de diferente espesor (Mirmiran et al, 1997).....	30
Figura 2.18. Curvas experimentales tensión-deformación axial y transversal para hormigón confinado con tubos de compuestos reforzados con fibras de carbono(CFRP) de diferente espesor (Untiveros, 2002).....	31
Figura 2.19. Respuesta cíclica uniaxial del hormigón confinado con FRP (Mirmiran et al, 1997).....	32
Figura 2.20. Curvas de deformación volumétrica para hormigón confinado con tubos de compuestos reforzados con fibras de vidrio (GFRP)de diferente espesor. (Mirmiran et al, 1997).....	33
Figura 2.21. Curvas de dilatación para hormigón confinado con tubos de FRP de diferente espesor (Mirmiran et al, 1997).....	34
Figura 2.22. Modo de falla típico de una probeta confinada con CFRP (Shahawy, 2000).....	35
Figura 2.23. Modo de falla de una probeta confinada con GFRP (La Tegola, 1998).....	35
Figura 2.24. Curvas tensión axial- deformación axial y transversal de un hormigón de baja resistencia confinado con acero, CFRP y GFRP (Untiveros, 2002).....	36
Figura 2.25. Curvas tensión-deformación axial de un hormigón de alta resistencia confinado con diferentes espesores de GFRP y CFRP.....	37
Figura 3.1. Parámetros de modelo de Confinamiento de Saaman et al ( Saaman et al,1998) .....	43
Figura 3.2. Curva de Popovics-Saenz (propuesta por Balan et al 2001).....	51

Figura 3.3.	Superficie de falla última con un “cap model”.(Balan et al, 2001).....	53
Figura 3.4.	Respuesta numérica y experimental de un probeta de hormigón sometida a carga de compresión cíclica bajo una presión de confinamiento constante de 0.5 ksi ( 1ksi = 6.892 MPa).....	55
Figura 3.5.	Modelo que muestra la variación de parámetro de daño $\chi$ .....	58
Figura 4.1.	Curvas de resistencia para procesos de carga-descarga uniaxial (Oller,2001).....	63
Figura 4.2.	Ensayo de compresión con presión lateral de 30 MPa (Sfer, 2002) .....	65
Figura 4.3.	Criterio de fluencia propuesto y criterio de Lubliner-Oller (Oller et al, 1998) con meridianos rectos según el plano $\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_2 = 0$ .....	69
Figura 4.4.	Camino de carga en el plano meridiano de compresión para un ensayo de compresión confinado con presión hidrostática.....	71
Figura 4.5.	Criterio de fluencia propuesto y criterio de Lubliner-Oller con meridianos rectos según los planos octaédricos $\sigma_{oct}=0,-1,-8, -10$ y $-12$ MPa.....	73
Figura 4.6.	Criterio de fluencia propuesto y Criterio de fluencia de Lubliner-Oller según los meridianos de tracción y compresión máxima .....	73
Figura 4.7.	Meridiano de compresión máxima. Comparación con el meridiano recto y con valores experimentales (Untiveros, 2002).....	74
Figura 4.8.	Meridiano de compresión máxima. Comparación con el meridiano recto y con valores experimentales (Sfer, 2002).....	74

Figura 4.9. Umbral de fluencia y curva de carga máxima en el plano meridiano de compresión.....	76
Figura 5.1. Curvas tensión axial-deformación axial y transversal del hormigón H30 (Untiveros, 2002).....	79
Figura 5.2. Curvas tensión axial- deformación axial y transversal del hormigón H70 (Untiveros, 2002).....	80
Figura 5.3. Camino de carga en el plano meridiano de compresión. Superficie de carga última y umbral de fluencia.....	81
Figura 5.4. Curvas Tensión-Deformación axial del hormigón H30 confinado bajo diferentes presiones de confinamiento (Untiveros, 2002).....	82
Figura 5.5. Curvas Tensión-Deformación axial del hormigón H70 confinado bajo diferentes presiones de confinamiento (Untiveros, 2002).....	82
Figura 5.6. Curvas Tensión-Deformación axial del hormigón H30 confinado bajo diferentes presiones de confinamiento (Untiveros, 2002).....	83
Figura 5.7. Malla de elementos finitos y condiciones de carga utilizadas para resolver el confinamiento de los hormigones H30 y H70 con acero.....	85
Figura 5.8 Curva Tensión-Deformación axial del hormigón H30 confinado con tubo de acero de 4.5mm de espesor. Carga sobre núcleo de hormigón (Untiveros, 2002).....	85
Figura 5.9 Curva Tensión-Deformación axial del hormigón H70 confinado con tubo de	

	acero de 4.5mm de espesor. Carga sobre núcleo de hormigón (Untiveros, 2002).....	86
Figura 5.10.	Curvas tensión deformación axial, transversal y volumétrica del hormigón sin confinar (Untiveros, 2002).....	88
Figura 5.11.	Curvas tensión deformación axial, transversal y volumétrica del hormigón confinado con 3 capas de CFRP (Untiveros, 2002).....	88
Figura 5.12.	Curvas tensión deformación axial, transversal y volumétrica del hormigón confinado con 6 capas de CFRP (Untiveros, 2002).....	89
Figura 5.13.	Hormigón sometido a compresión uniaxial (Sfer, 2002).....	91
Figura 5.14.	Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 1.5 MPa (Sfer, 2002).....	92
Figura 5.15.	Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 4.5. MPa (Sfer, 2002).....	92
Figura 5.16.	Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 9 MPa (Sfer, 2002).....	93
Figura 5.17.	Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 30 MPa (Sfer, 2002).....	93
Figura 5.18.	Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 60 MPa (Sfer, 2002).....	94
Figura 5.19.	Hormigón sometido a compresión triaxial. . Presión Hidrostática 60 MPa. Resultados numéricos obtenidos con un modelo elastoplástico clásico (Sfer, 2002).....	95

Figura 5.20.	Curvas tensión deformación axial, transversal y volumétrica para el hormigón sin confinar ( Mirmiran y Shahawy, 1997).....	98
Figura 5.21.	Curvas tensión deformación axial, transversal y volumétrica para el hormigón confinado con 6 capas de GFRP ( Mirmiran y Shahawy, 1997).....	98
Figura 5.22.	Curvas tensión deformación axial, transversal y volumétrica para el hormigón confinado con 10 capas de GFRP ( Mirmiran y Shahawy, 1997).....	99
Figura 5.23.	Curvas tensión deformación axial, transversal y volumétrica para el hormigón confinado con 14 capas de GFRP ( Mirmiran y Shahawy, 1997).....	99
Figura 5.24.	Curvas de dilatación para el hormigón sin confinar ( Mirmiran y Shahawy, 1997).....	100
Figura 5.25.	Curvas de dilatación para el hormigón confinado con 6 capas de GFRP ( Mirmiran y Shahawy, 1997).....	100
Figura 5.26.	Curvas de dilatación para el hormigón confinado con 10 capas de GFRP (Mirmiran y Shahawy, 1997).....	101
Figura 5.27.	Curvas de dilatación para el hormigón confinado con 14 capas de GFRP (Mirmiran y Shahawy, 1997).....	101
Figura 5.28.	Respuesta cíclica uniaxial del hormigón confinado con FRP (Mirmiran y Shahawy, 1997).....	102
<b>Figura A.I.1.</b>	Criterio de Lubliner-Oller según los planos meridianos de compresión y tracción máxima.....	110
<b>Figura A.I.2.</b>	Criterio de Lubliner-Oller según el plano principal, $\sigma_1-\sigma_3, \sigma_2=0$ .....	110

**Figura A.I.3** Criterio de Lubliner-Oller según los planos octaédricos  $\sigma_{oct} = -1.8$  MPa.....111

**Figura A.II.1.** Relación entre los espacios anisótropo real e isótropo ficticio.....116

## **INDICE DE TABLAS**

**Tabla 2.1.** Propiedades de las fibras de carbono, vidrio y Kevlar 49 (Hull, 1982).....26

**Tabla 2.2.** Propiedades típicas de las resinas termoestables (epoxy y poliéster) y de los termoplásticos (polipropileno, nylon y policarbonato) (Hull, 1982).....26

**Tabla 2.3.** Comparación de algunas propiedades ingenieriles de los materiales compuestos (Hull, 1982).....27

**Tabla 5.1.** Propiedades mecánicas de los hormigones H30 y H70.....78

**Tabla 5.2.** Características mecánicas del acero.....84

**Tabla 5.3.** Propiedades mecánicas del hormigón H30F.....87

**Tabla 5.4.** Características mecánicas del CFRP.....87

<b>Tabla 5.5.</b> Propiedades mecánicas del hormigón H30.....	90
<b>Tabla 5.6.</b> Propiedades mecánicas del hormigón H30.....	96
<b>Tabla 5.7.</b> Características mecánicas del GFRP.....	96

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Abreviaturas

FRP : Compuestos de matriz polimérica reforzados con fibras.

GFRP : Polímero reforzado con fibras de vidrio.

CFRP : Polímero reforzado con fibras de carbono.

AFRP : Polímero reforzado con fibras de aramida.

### Letras Capitales Mayúsculas

$A_{ijkl}^s$  : Tensor de transformación del espacio de tensión

$A_{ijkl}^E$  : Tensor de transformación de espacios de deformaciones constitutivos en el espacio real.

$C_{ijkl}(d)$  : Tensor constitutivo secante afectado por el daño.

$C_{ijkl}^s$  : Tensor elástico secante de un material isótropo en el espacio real.

$C_{ijkl}^{\bar{s}}$  : Tensor elástico secante de un material isótropo en el espacio ficticio.

$C_{ijkl}^t$  : Tensor constitutivo elasto-plástico en el modelo de Karabinis y Rousakis.

$D$  : Diámetro del núcleo de hormigón.

$E_c$  : Módulo de elasticidad inicial del Hormigón en el modelo de Balan et al.

$E_f$  : Módulo de elasticidad del FRP.

$E_i$  : Módulo del material en la dirección  $i$  de ortotropía ( $i = 1,2,3$ ), en el modelo de Balan et al.

- $E_l$  : Módulo de confinamiento o módulo lateral.
- $E_0$  : Rigidez inicial en tracción para el modelo de Balan et al.
- $E_1$  : Parámetro del modelo de Saaman et al (1998).
- $E_2$  : Parámetro del modelo de Saaman et al (1998).
- $E_{co}$  : Módulo elástico inicial del hormigón.
- $E_{sec}$  : Módulo elástico secante en el modelo de Spoelstra y Monti.
- $E_{sec,u}$  : Módulo elástico secante último Spoelstra y Monti.
- $G$  : Función de Potencial plástico en el modelo de Mirmiran
- $G_f$  : Energía de fractura.
- $G_c$  : Energías de aplastamiento.
- $G_{ij}$  : Módulo de corte en el plano i-j en el modelo de Balan et al.
- $I_1$  : Primer invariante del tensor de tensiones.
- $I_1^p$  : Primer invariante de deformación plástica en el modelo de Karabinis y Rousakis
- $I_{2D}^p$  : Segundo invariante de la deformación desviadora en el modelo de Karabinis y Rousakis.
- $J_2$  : Segundo invariante del tensor desviador de tensiones.
- $J_{2D}$  : Segundo invariante del tensor desviador de tensiones en el modelo de Karabinis y Rousakis.
- $J_3$  : Tercer invariante del tensor desviador de tensiones.
- $K^p(\sigma_{ij}, \kappa^p)$  : Umbral de fluencia que evoluciona con el proceso plástico.
- $K^d(\sigma_{ij}, \kappa^d)$  : Umbral de daño equivalente.
- $K_\alpha$  : Valor inicial de cambio de la dilatancia del hormigón en el modelo de Karabinis y Rousakis
- $K_1$  : Módulo plástico inicial del hormigón en el modelo de Karabinis y Rousakis.
- $K_2$  : Pendiente post-pico de la curva tensión-deformación en compresión para el hormigón sin confinar en el modelo de Karabinis y Rousakis.
- $R^{op}$  : Relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial.
- $R^{od}$  : Relación entre los umbrales de daño en compresión uniaxial y tracción.

$R_{ijkl}$  : Tensor de rotación.

$S_{ij}$  : Tensión desviadora del modelo de Mirimiran.

$V_f$ : Fracción de volumen de fibras.

### **Letras Capitales Minúsculas**

$a_{ij}$  : Transformación ortogonal.

$c$  : Cohesión del hormigón.

$d$  : Variable de daño escalar.

$e$ : excentricidad de la superficie de falla en el modelo de Balan et al

$e_{i_{local}}$  : Vector unitario correspondiente a la  $i$ -ésima componente del sistema de referencia local.

$f_c$  : Resistencia a compresión del hormigón sin confinar.

$f_c$  : Tensión axial del hormigón confinado en el modelo de Saaman et al (1998).

$f_c$  : Resistencia a compresión uniaxial del hormigón en el modelo de Balan et al.

$f_j$  : Resistencia del encamisado de FRP en el modelo de Mirmiran.

$f_0$  : Tensión plástica de referencia del modelo de Saaman et al (1998).

$f_r$  : Presión de confinamiento ejercida por el FRP en el modelo de Saaman et al (1998).

$f_t$  : Resistencia a tracción uniaxial del hormigón en el modelo de Balan et al.  $f_{cc}$  : Resistencia a compresión del hormigón confinado en el modelo de Fardis y Khalili.

$f_{co}$  : Resistencia a compresión del hormigón sin confinar en el modelo de Fardis y Khalili.

$f_{ci}$  : Tensiones pico en el modelo de Balan et al.

$f_u$  : Resistencia última del hormigón

$f_y$  : Límite elástico en compresión uniaxial

$f^d(\sigma_{ij})$  : Tensión equivalente definida en el espacio de tensiones

$f^p(\sigma_{ij})$  : Tensión equivalente definida en el espacio de tensiones.

$f_{fu}$  : Resistencia última a tracción del compuesto en el modelo de Fardis y Khalili.

$f_{cc,Mander}$  : Resistencia pico del hormigón confinado dada por el modelo de Mander et al (De Lorenzis, 2001).

- $f_{cu}$  : Resistencia última del hormigón confinado dada por el modelo de Spoelstra y Monti.
- $f'_{cu}$  : Resistencia del hormigón confinado en el modelo de Mirmiran.
- $f_{jl}$  : Tensor de resistencia a fluencia correspondiente al sólido real.
- $\bar{f}_{ik}$  : Tensor de resistencia a fluencia correspondiente al sólido ficticio.
- $g_f^p$  : Máxima densidad de energía disipada en el proceso plástico en tracción uniaxial.
- $g_c^p$  : Máxima densidad de energía disipada por el proceso plástico compresión uniaxial.
- $g_f^d$  : Máxima densidad de energía disipada por daño en tracción uniaxial.
- $g_c^d$  : Máxima densidad de energía disipada por daño en compresión uniaxial.
- $k_1$  : Factor que mide la efectividad del confinamiento en el modelo de Mirmiran.
- $l_c$  : Parámetro externo que depende del tamaño característico de la malla de elementos finitos.
- $n$  : Número de capas de FRP.
- $n$  : Parámetro de forma de la curva en el modelo de Saaman et al (1998).
- $p$  : Presión lateral ejercida por el mecanismo de confinamiento.
- $p$  : Subíndice en el modelo de Karabinis y Rousakis que indica deformaciones irreversibles.
- $p_u$  : Presión lateral ejercida por el mecanismo de confinamiento en el modelo de Fardis y Khalili.
- $r(e, \varphi)$  : Radio polar definido por Menetrey y Willam en el modelo de Balan et al.
- $r_{oct}^{max}$  : Relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión
- $t$  : Espesor de cada capa de FRP.
- $t_j$  : Espesor del encamisado de FRP en el modelo de Mirmiran.

### **Letras Griegas**

- $\alpha$  : Constante adimensional que determina la forma de la función de fluencia de Lubliner-Oller.
- $\alpha^m$  : Conjunto de variables plásticas internas.
- $\alpha$  : Coeficiente de dilatación del hormigón en el modelo de Karabinis y Rousakis.
- $\alpha$  : Fragilidad del material en el modelo de Balan et al.
- $\alpha_0$  : Valor inicial del coeficiente de dilatación del modelo de Karabinis y Rousakis.

- $\alpha_u$  : Valor último del coeficiente de dilatación del modelo de Karabinis y Rousakis.
- $\beta$  : Constante adimensional que determina la forma de la función de fluencia de Lubliner-Oller.
- $\beta$  : Parámetro del modelo de Spoetra y Monti.
- $\beta$  : Constante material del modelo de Mirmiran.
- $\chi$  : Parámetro material del modelo de Karabinis y Rousakis.
- $\delta_{ij}$  : Tensor identidad.
- $\phi$  : Angulo de fricción interna en el modelo de Mirmiran.
- $\phi_f$  : Angulo de dilatancia en el modelo de Mirmiran.
- $\gamma$  : Constante adimensional que determina la forma de la función de fluencia de Lubliner-Oller.
- $\varphi$  : Angulo de Lode
- $\theta$  : Angulo de similaridad o ángulo de Lode en el modelo daño acoplado con plasticidad.
- $\theta$  : Parámetro de fricción en el modelo de Karabinis y Rousakis.
- $\bar{\theta}$  : Constante en el modelo de Karabinis y Rousakis.
- $\varepsilon_{ij}^e$  : Tensor de deformaciones elásticas.
- $\varepsilon_{ij}^p$  : Tensor de deformaciones plásticas.
- $\bar{\varepsilon}_{ij}^e$  : Tensor de deformaciones elásticas en el espacio ficticio.  $\varepsilon_c$  : Deformación axial del hormigón en el modelo de Fardis y Khalili.
- $\varepsilon_r$  : Deformación lateral del hormigón.
- $\varepsilon_t$  : Deformación uniaxial en tracción dada en el modelo de Balan et al.
- $\varepsilon_u$  : Deformación uniaxial en compresión dada en el modelo de Balan et al.
- $\varepsilon_v$  : Deformación volumétrica del hormigón.
- $\varepsilon_1$  : Deformación axial del hormigón.
- $\varepsilon_\theta$  : Deformación circunferencial del hormigón.
- $\varepsilon_{ci}$  : Deformación correspondiente a la tensión pico en el modelo de Balan et al.
- $\varepsilon_{co}$  : Deformación axial correspondiente a la tensión pico del hormigón sin confinar en el modelo de Fardis y Khalili.

$\varepsilon_{cc}$  : Deformación axial correspondiente a la tensión pico del hormigón confinado en el modelo de Fardis y Khalili.

$\varepsilon_{cc}$  : Deformación axial última del hormigón confinado, dada por el modelo de Spoelstra y Monti.

$\varepsilon_{cc,Mander}$  : Deformación pico del hormigón confinado, dada por el modelo de Mander et al.

$\varepsilon_{cc}$  : Deformación axial del hormigón confinado.

$\varepsilon_{cu}$  : Deformación última axial del hormigón confinado

$\varepsilon_{fu}$  : Deformación última en tensión del laminado de FRP.

$\kappa^p$  : Variable de endurecimiento isótropo en el modelo daño acoplado con plasticidad.

$\kappa^d$  : Variable de endurecimiento de daño.

$\kappa$  : Variable de endurecimiento plástico en el modelo de Karabinis y Rousakis.

$\dot{\lambda}$  : Factor de consistencia plástica.

$\mu$  : Coeficiente de dilatación del hormigón.

$\mu_{max}$  : Valor pico del coeficiente de dilatación.

$\nu$  : Coeficiente de Poisson.

$\nu_0$  : Coeficiente de Poisson inicial en el modelo de Balan et al.

$\nu_{ij}$  : Coeficiente de deformación transversal en el modelo de Balan et al.

$\nu_{ui}$  : Coeficiente de deformación transversal uniaxial en la dirección  $i$  en el modelo de Balan et al.

$\sigma_c$  : Tensión uniaxial a compresión

$\sigma_e$  : Tensión equivalente en el modelo de Mirmiran

$\sigma_i$  : Tensiones principales.

$\sigma_m$  : Tensión media

$\sigma_T$  : Tensión uniaxial de tracción

$\sigma_t(\kappa^p), \sigma_c(\kappa^p)$  : Evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente.

$\sigma_t(\kappa^d)$  y  $\sigma_c(\kappa^d)$  : Evolución de los umbrales de daño en ensayos de compresión y tracción uniaxial respectivamente.

$\sigma^{\max}$  : Tensión principal mayor en el criterio de fluencia de Lubliner- Oller.

$\sigma_{P_i}$  : Tensión principal en la dirección  $i$  en el modelo de Balan et al.

$\sigma_y$  : Umbral de fluencia en el modelo de Mirmiran.

$\sigma_{cb}$  : Resistencia equibiaxial a compresión.

$\sigma_{ij}$  : Tensor de tensiones en el espacio real.

$\bar{\sigma}_{ij}$  : Tensor de tensiones en el espacio ficticio.

$\sigma_1, \sigma_2$  y  $\sigma_3$  : Tensiones principales.

$\Psi$  : Energía libre del material bajo el estado real de tensiones.

$\Psi^o$  : Energía libre elástica del material no dañado.

$\Psi^e$  : Energía libre elástica.

$\Psi^p$  : Energía libre plástica.

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUCCIÓN**

### **1.1.INTRODUCCIÓN**

Durante su vida útil, las estructuras de hormigón armado pueden resultar expuestas a cargas mecánicas como así también a agentes agresivos químicos o térmicos que produzcan la degradación de sus propiedades mecánicas dando lugar a una consiguiente pérdida de seguridad que haga necesaria su reparación y/o refuerzo. En esos casos, resulta de suma utilidad disponer de una herramienta numérica que permita evaluar el comportamiento de distintos métodos de refuerzo y/o reparación y elegir el más adecuado.

En particular, los elementos sometidos a solicitaciones preponderantes de compresión, como columnas de hormigón armado y pilas de puentes, resultan de fundamental importancia para la seguridad de una estructura. Muchas veces, con el objeto de lograr incrementos de la capacidad de carga de las columnas, motivados ya sea por cambios en el destino de la estructura, o debido al daño producido en la misma por cargas excepcionales, se requiere mejorar la resistencia a flexión, la resistencia a corte, la capacidad de resistir cargas axiales o varias de ellas simultáneamente.

Entre los diversos métodos empleados en el refuerzo de elementos comprimidos, el encamisado con tubos de acero es un sistema ampliamente utilizado y de gran eficiencia. Sin embargo, a pesar de ello, este sistema de refuerzo tiene algunos inconvenientes tales como la baja resistencia a la corrosión del acero y su elevado peso.

Estas desventajas, motivaron el desarrollo de nuevos métodos para refuerzo de columnas y pilares de puentes deteriorados. La utilización de compuestos de matriz polimérica reforzados con fibras (FRP) surgió como una solución que ha dado muy buenos resultados. Generalmente, la adhesión de láminas de FRP a la superficie de una columna con las fibras en la dirección axial mejora la resistencia a flexión de la misma. La colocación de láminas de FRP en la dirección circunferencial, que debería hacerse juntamente con la axial, también es necesaria, pues incrementa la capacidad de deformación del hormigón y, por ende, mejora significativamente la eficiencia del refuerzo, como así también la resistencia al pandeo de las fibras axiales (Arya et al, 2002).

En los últimos años se han comenzado a difundir estos sistemas de refuerzo basados en láminas o tubos de materiales compuestos, por ejemplo fibras de carbono en una matriz de resina epoxi. Las propiedades favorables que poseen estos materiales, tales como buena resistencia a la corrosión, elevada relación resistencia -peso y durabilidad, los hacen muy efectivos para el refuerzo y/ o rehabilitación de elementos comprimidos de hormigón.

La principal dificultad que se encuentra al momento de diseñar refuerzos o reparaciones de estructuras con materiales compuestos es la falta de modelos constitutivos que permitan simular su comportamiento. Las técnicas analíticas convencionales para el estudio de materiales simples isótropos no resultan adecuadas para el análisis de refuerzos con materiales compuestos. Si bien en los años recientes se ha incrementado el estudio de estos temas, la información existente es limitada y la mayor parte de las investigaciones realizadas están basadas en trabajos experimentales.

## **1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA**

El hormigón, como todos los materiales friccionales, es sensible a la presión hidrostática. Ya a principios del siglo pasado, Considère (1906) reconoció los efectos beneficiosos que proporcionaban las tensiones laterales sobre la resistencia y ductilidad del hormigón. Luego, con el aumento del número de trabajos de investigación realizados sobre el tema, se aceptó el hecho de que cuando un elemento de hormigón cargado axialmente es impedido de dilatarse libremente en la dirección transversal, muestra un incremento en su resistencia y capacidad de deformación. Tal restricción, conocida con el nombre de confinamiento, ha sido tradicionalmente proporcionada a través de refuerzos transversales de acero en forma de espirales o aros circulares, normalmente denominados estribos o zunchos, o mediante el

encamisado de columnas de hormigón con tubos de acero.

El uso de columnas de hormigón con encamisado de acero data de comienzos del siglo pasado cuando algunos puentes y edificios en Inglaterra, Suiza y Bélgica fueron construidos usando este sistema.

Los beneficios de los tubos de acero incluyen rigidez y tensión elevadas, gran absorción de energía y mejora de la ductilidad y estabilidad. El tubo interactúa con el hormigón de tres formas: (1) confina el núcleo, por lo tanto mejora su resistencia y ductilidad; (2) le proporciona resistencia adicional al corte; y (3), dependiendo de la resistencia de la unión con el hormigón y de la rigidez del tubo en la dirección axial, el tubo desarrolla una leve acción de compuesto, que mejora también la resistencia a flexión del hormigón. El núcleo de hormigón, a su vez, previene el pandeo del tubo. Sin embargo, debido a que el acero es un material isótropo, su resistencia en la dirección axial y circunferencial no pueden ser desacopladas ni optimizadas. Además, debido a su elevado módulo de elasticidad, una gran proporción de las cargas axiales es tomada por el tubo, dando lugar al pandeo prematuro del mismo. Otro inconveniente es la separación parcial de los dos materiales, pues el mayor coeficiente de Poisson del tubo, retrasa la activación del mecanismo de confinamiento. Por otro lado, también puede producirse la corrosión del tubo (M. Shams y M. Saadeghvaziri, 1997), sobre todo en ambientes agresivos.

A los efectos de eliminar todos estos inconvenientes, se ha difundido e incluso incrementado en la última década, el uso de compuestos de matriz polimérica reforzados con fibras (FRP) como mecanismos de confinamiento. La primera aplicación de esta tecnología se realizó en Japón en chimeneas de hormigón (1987) y luego la técnica se extendió al refuerzo de columnas de hormigón (M. Mirmiran et al, 2000). Desde entonces, el método ha sido estudiado experimentalmente utilizando una gran variedad de fibras y diversidad de técnicas de fabricación.

La acción de confinamiento ejercida por las láminas de FRP sobre el hormigón es del tipo pasiva, es decir, es el resultado de la expansión lateral del hormigón bajo carga axial. En la medida que la tensión axial se incrementa, la correspondiente deformación lateral crece y el mecanismo de confinamiento desarrolla una tensión circunferencial balanceada por una presión radial uniforme que reacciona contra la expansión lateral del hormigón. Consecuentemente el mecanismo de confinamiento depende de dos factores, la tendencia del hormigón a dilatarse y la rigidez radial del medio confinante para restringir la dilatación.

Suponiendo compatibilidad de deformaciones entre el medio confinante y la superficie del hormigón, la deformación lateral  $\varepsilon_l$  del cilindro confinado se iguala a la deformación  $\varepsilon_f$  del compuesto (FRP). Considerando que el material trabaja elásticamente, la presión lateral  $p$  que actúa sobre el hormigón como resultado de la acción de confinamiento puede ser obtenida por equilibrio de fuerzas como se indica en la Ec. (1.1). Ver Figura 1.1.

$$p = E_l \varepsilon_l = E_l \varepsilon_f \quad (1.1)$$

donde  $E_l = \frac{2E_f n t}{D}$  llamado módulo de confinamiento o módulo lateral, es una medida de la rigidez del mecanismo de confinamiento.  $D$  es el diámetro del núcleo de hormigón,  $n$  es el número de capas de FRP,  $t$  el espesor de cada capa y  $E_f$  es el módulo de elasticidad del FRP.

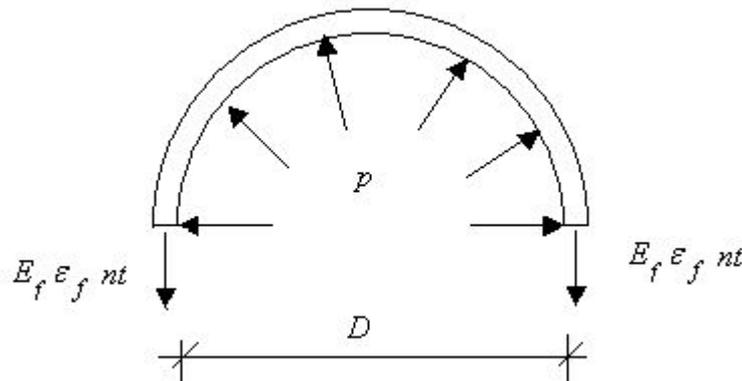


Figura 1.1. Mecanismo de confinamiento (De Lorenzis, 2001)

El valor máximo de la presión de confinamiento que el FRP puede ejercer se alcanza cuando la deformación circunferencial en el FRP llega al valor de su deformación última y la rotura de la fibra provoca la falla frágil del cilindro de hormigón.

$$p_u = E_l \varepsilon_{fu} = \frac{2f_{fu} n t}{D} \quad (1.2)$$

donde  $\varepsilon_{fu}$  es la deformación última del laminado de FRP y  $f_{fu}$  su resistencia última a tracción.

El confinamiento con acero está basado en el mismo mecanismo. Sin embargo, existe una

diferencia fundamental debido al comportamiento tensión-deformación del acero, el cual, luego de una fase inicial linealmente elástica exhibe una fase plástica. Por consiguiente, después de alcanzar el máximo valor correspondiente a la tensión de fluencia, la presión de confinamiento permanece constante. Otra diferencia es la gran rigidez del acero comparada con la del FRP (especialmente los polímeros reforzados con fibras de vidrio, GFRP).

El hormigón confinado con acero sigue aproximadamente una tendencia lineal antes de alcanzar la tensión pico, luego de la cual sigue una rama postpico gradualmente descendente, por lo tanto, la tensión última es más baja que la tensión pico. Cuando el acero fluye, se produce la degradación del hormigón, pues el acero ofrece rigidez cero a la dilatación lateral del hormigón.

El hormigón confinado con FRP muestra una respuesta bilineal distinta, con un pronunciado ablandamiento y una zona de transición en correspondencia con su resistencia a compresión uniaxial, después de la cual, la rigidez tangente se estabiliza en un valor constante hasta alcanzar la resistencia última. En consecuencia, el punto pico coincide con el último punto y ambos coinciden con la tensión de rotura del mecanismo de confinamiento de FRP. Sin embargo, muchos investigadores han notado que, en la mayoría de los casos, la deformación medida en el FRP cuando ocurre la ruptura, es más baja que la deformación última registrada en tracción uniaxial.

La respuesta siempre creciente está asociada a la ausencia de fluencia. La pérdida de rigidez ocurre a partir de un valor de resistencia coincidente con la resistencia pico a compresión del hormigón sin confinar y depende de la rigidez del FRP (M. Mirmiran et al, 1997), (De Lorenzis, 2001).

### **1.3 IMPORTANCIA DEL TEMA**

Cuando las columnas de edificios o pilares de puentes de hormigón armado son sometidos a cargas sísmicas, impactos o a ambientes químicos agresivos, se produce una rápida degradación del hormigón y de las armaduras de acero, dando lugar a una posible falla prematura de dichos elementos. Las cargas sísmicas pueden inducir grandes momentos y fuerzas laterales que se traducen en elevadas fuerzas de corte en las columnas. Dichas fuerzas son resistidas principalmente a través de la armadura transversal (zunchos o estribos de acero). Cuando este refuerzo es el adecuado, puede prevenir también la pérdida de adherencia de la armadura longitudinal y su pandeo. Pero cuando es mínimo, resultan elementos

estructurales con insuficiente resistencia al corte, poco o nada confiable capacidad para resistir flexión y baja resistencia en la unión fundación-columna. Se plantea entonces, la necesidad urgente de reparar estas deficiencias. El confinamiento lateral con encamisados de acero, y en los últimos años con materiales compuestos de matriz polimérica, ha demostrado ser muy eficiente por cuanto incrementa la resistencia y ductilidad de las columnas. Su éxito se debe al desarrollo de un estado triaxial de tensiones que confina y contiene al hormigón luego de su desintegración. El comportamiento de dichos elementos depende fundamentalmente de la interacción entre el hormigón confinado y el material de confinamiento.

El uso de polímeros reforzados con fibras como materiales de confinamiento de elementos comprimidos de hormigón se ha visto incrementado en los últimos años. Esta tendencia se debe al hecho de que estos materiales poseen ciertas características especiales y sus cualidades resultan totalmente diferentes a aquellas de los materiales isótropos normalmente utilizados con fines estructurales. Presentan una elevada relación resistencia-peso y rigidez-peso, son resistentes a la corrosión y su bajo peso y flexibilidad facilitan el transporte y la colocación. A todo ello se debe agregar que como consecuencia de su anisotropía, la respuesta estructural puede ser fácilmente optimizada.

La simulación numérica del mecanismo de confinamiento con FRP es compleja pues se debe contar con un modelo que permita reproducir satisfactoriamente el aumento de resistencia y ductilidad que experimenta el hormigón.

Ante la ausencia de modelos confiables, es común usar elevados coeficientes de seguridad que hacen de los materiales compuestos una solución poco económica. Tanto la industria en general que utiliza cada vez más estos materiales avanzados, como la ingeniería civil, que recurre en muchas ocasiones al uso de sistemas híbridos, requieren el desarrollo de herramientas de diseño apropiadas.

#### **1.4 ANTECEDENTES**

Cuando un elemento de hormigón es sometido a compresión con cualquier tipo de confinamiento lateral, se desarrolla en el mismo un estado de compresión triaxial que da lugar a un incremento en la resistencia y capacidad de deformación. La simulación de este comportamiento es compleja y, a pesar de numerosos esfuerzos de investigación, aún no se ha podido establecer una herramienta analítica que permita reproducir correctamente tal

comportamiento. Las primeras investigaciones intentaron extender los modelos analíticos usados para el acero al caso de confinamiento con FRP, pero muy pronto se vio que ello llevaba a obtener resultados imprecisos y a menudo poco conservativos. Esto se atribuye a la incapacidad de dichos modelos para estimar la dilatación del hormigón confinado.

Si bien en los años recientes se ha incrementado el estudio de estos temas, la información existente es limitada y la mayor parte de las investigaciones realizadas están basadas en trabajos experimentales. Existen en la literatura numerosos modelos basados en ecuaciones empíricas y semiempíricas, muchos de ellos originalmente desarrollados para refuerzo transversal de acero, que intentan reproducir el comportamiento del hormigón confinado con FRP. Sin embargo, se ha demostrado que el hormigón se comporta de manera muy diferente según el confinamiento se realice con materiales linealmente elásticos tales como los compuestos reforzados con fibras, o con materiales elastoplásticos, como el acero. La aplicación de los modelos para confinamiento con tubo de acero al hormigón reforzado con FRP conduce a una sobreestimación de la resistencia.

También existen algunos modelos basados en relaciones constitutivas donde la respuesta tensión-deformación es fuertemente dependiente de los resultados experimentales, y muy pocos modelos que usan la teoría de la plasticidad. La mayoría de los modelos elastoplásticos utilizados actualmente para hormigón no son capaces de simular correctamente este comportamiento, puesto que tienden a sobrestimar la resistencia última. Además algunos de ellos requieren numerosos parámetros que deben ser calibrados con resultados experimentales. Otros modelos sólo pueden aproximar la mejora en la resistencia a compresión, es decir el valor de la tensión pico de la curva tensión-deformación, pero son incapaces de reproducir la curva tensión-deformación axial y transversal, la respuesta volumétrica y degradación de la rigidez bajo carga cíclica.

## **1.5 OBJETIVOS DE LA TESIS**

### **1.5.1 Objetivo general**

El objetivo fundamental del trabajo propuesto consiste en el desarrollo de una herramienta numérica que permita evaluar satisfactoriamente el comportamiento de elementos comprimidos de hormigón confinados con materiales compuestos.

### **1.5.2 Objetivos particulares**

Para dar cumplimiento al objetivo general de esta Tesis se proponen los siguientes objetivos parciales:

1. Estudio del comportamiento mecánico del hormigón. Especialmente bajo tensiones triaxiales de compresión.
2. Estudio de los principales aspectos del comportamiento mecánico de los materiales compuestos.
3. Desarrollo de un modelo constitutivo para hormigón capaz de simular su comportamiento bajo altas presiones de confinamiento.
4. Puesta a punto de algoritmos numéricos en un programa de elementos finitos.
5. Aplicación a la simulación de elementos comprimidos de hormigón reforzados y/o reparados con tubos de acero y materiales compuestos. Comparación con resultados experimentales.

## **1.6 CONTENIDOS**

En esta Tesis se modifica un modelo de daño y plasticidad acoplado (Luccioni et al, 1996) ya existente, al cual se incorpora una nueva definición de la variable de endurecimiento plástico y una modificación del criterio de fluencia original (Oller et al, 1996). Ambas modificaciones permiten reproducir adecuadamente el comportamiento del hormigón bajo alto confinamiento.

Para simular el comportamiento de los materiales compuestos (FRP) se utiliza la teoría de materiales elastoplásticos anisótropos (Car, 2000).

En el Capítulo 1 se presentan una introducción al tema y su importancia, así como los objetivos de la Tesis y el contenido de la misma.

En el Capítulo 2 se describen las principales características del comportamiento mecánico del hormigón y de los materiales compuestos. Se incluye también una descripción del comportamiento de columnas de hormigón reforzadas con láminas de compuestos.

En el Capítulo 3 se hace una descripción sintética de los modelos existentes en la literatura para modelar el comportamiento del hormigón.

En el Capítulo 4 se desarrolla el modelo propuesto en esta Tesis para simular el comportamiento del hormigón bajo compresión triaxial.

En el Capítulo 5 se presentan algunos ejemplos de aplicación y su comparación con resultados experimentales que muestran la validez del modelo propuesto.

El Capítulo 6 contiene las conclusiones de las Tesis y recomendaciones para trabajos futuros.

La Tesis se completa con algunos apéndices que incluyen el criterio de fluencia original (Oller et al, 1996) al cual se le introdujeron modificaciones, el modelo elastoplástico utilizado para la simulación del comportamiento de los materiales compuestos y el algoritmo de integración de la ecuación constitutiva desarrollada.

## **CAPÍTULO 2**

### **COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS COMPRIMIDOS DE HORMIGÓN CONFINADOS CON MATERIALES COMPUESTOS**

#### **2.1 INTRODUCCIÓN**

Cuando un elemento de hormigón armado reparado y/o reforzado con compuestos de matriz polimérica reforzados con fibra (FRP) es sometido a compresión uniaxial, se genera en el hormigón un estado de compresión triaxial que incrementa su resistencia y ductilidad. Los ensayos experimentales indican que el hormigón exhibe un comportamiento no lineal en tensión deformación bajo estados de compresión triaxial.

En este capítulo se analiza, en primer lugar, el comportamiento mecánico del hormigón, particularmente bajo estados de compresión triaxial y se describe luego el comportamiento del mismo cuando es confinado con materiales compuestos. Se incluye también una breve síntesis del comportamiento que exhibe el hormigón cuando es confinado con tubos de acero.

#### **2.2 PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HORMIGÓN**

##### **2.2.1. Introducción**

El comportamiento mecánico del hormigón es complejo y está influenciado por distintos fenómenos que hacen que dicho comportamiento no pueda ser descrito completamente por las teorías constitutivas clásicas de la elasticidad y plasticidad, siendo necesario recurrir a hipótesis simplificativas.

Es bien sabido, que el comportamiento del hormigón está muy influenciado por la formación y desarrollo de microfisuras en el mortero y en la interfase entre mortero y agregado pétreo. Estos defectos se inician en la etapa de curado, y crecen en función del estado tensional que se desarrolla durante su vida útil. El fenómeno de microfisuración y deslizamiento entre partículas granulares conduce a un comportamiento altamente no lineal e inelástico, aún para pequeños niveles de tensión, que está caracterizado por un período elástico inicial, seguido de un comportamiento inelástico con endurecimiento y gradual pérdida de la rigidez (ablandamiento). Esta fisuración es la responsable del fenómeno de expansión de volumen inelástico, conocido con el nombre de dilatación (Oller, 2001).

El hormigón presenta, además, un comportamiento marcadamente diferenciado bajo tensiones de tracción y compresión. Bajo tracción el hormigón se fractura y pierde eventualmente su resistencia en forma completa. En compresión, la respuesta exhibe endurecimiento hasta el valor de tensión pico que depende del nivel de confinamiento lateral. En general el comportamiento post-pico depende también del nivel de confinamiento lateral. Para bajos niveles de confinamiento, la respuesta post-pico es de ablandamiento frágil. Para tensiones de confinamiento crecientes, dicha respuesta cambia progresivamente a un endurecimiento dúctil.

Se describe a continuación el comportamiento del hormigón bajo distintos estados de tensión.

### **2.2.2. Tracción Uniaxial**

Durante el proceso de carga en tracción uniaxial del hormigón se pueden distinguir tres estados de comportamiento ( ver Figura 2.1) :

- Estado I: Hasta tensiones menores al 60 % de la máxima resistencia a tracción, mantiene un comportamiento lineal elástico. El final de este período marca el límite elástico.
- Estado II : Por encima del límite elástico, comienza el crecimiento de las microfisuras (mayor desprendimiento del agregado pétreo), bajo un proceso de carga estable, que se mantiene hasta alcanzar el 75 % de la tensión pico. En este punto la propagación de algunas microfisuras se hace inestable, exhibiendo la curva tensión – deformación un comportamiento ligeramente no lineal hasta alcanzar el pico de tensiones.
- Estado III : El desarrollo de las fisuras se localiza en una zona pequeña del sólido y se inicia un proceso inestable con rápida propagación de las fisuras. Si la forma de medición

no es adecuada, sólo se registra una caída brusca de tensión, que hace pensar en un material más frágil de lo que es.

La relación entre las resistencias uniaxiales iniciales a compresión y tracción puede variar considerablemente entre  $10 \leq \frac{\sigma_C}{\sigma_T} \leq 20$ .

El módulo de elasticidad en tracción uniaxial es algo mayor que a compresión uniaxial, el coeficiente de Poisson algo más bajo, y la deformación en el pico de tensiones oscila entre 0.007 y 0.015 %. (Oller, 2001).

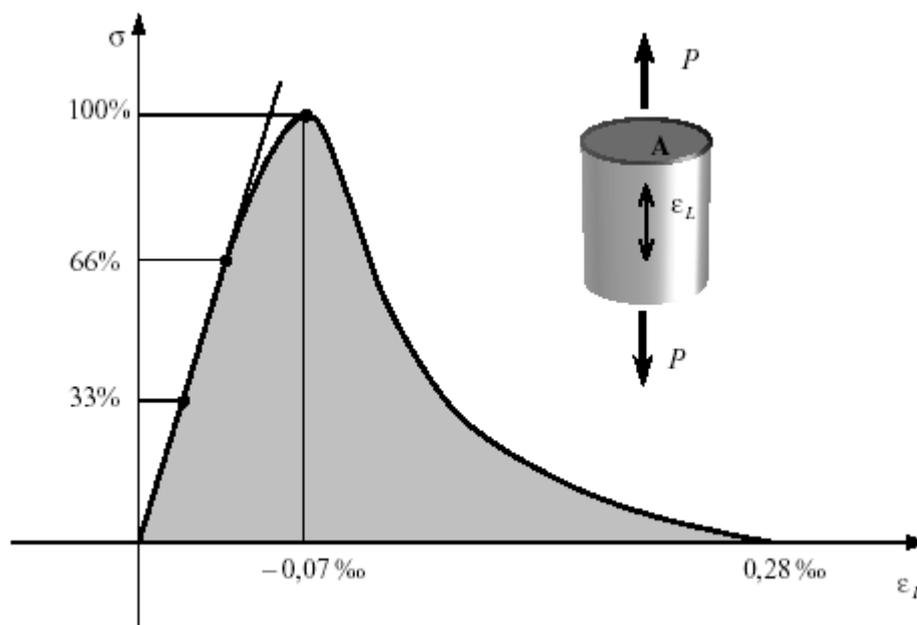


Figura 2.1 . Respuesta esquemática a tracción uniaxial del hormigón (Oller, 2001).

### **2.2.3. Compresión uniaxial**

Analizando el comportamiento volumétrico que exhibe el hormigón bajo compresión uniaxial, se pueden distinguir cinco estados de respuesta bien definidos durante el proceso de carga (ver Figura 2.2):

- Estado I : Período de acomodamiento, donde los poros tienden a cerrarse. Este período se caracteriza por una disminución de la deformación volumétrica manteniendo constante su rigidez.
- Estado II : Período elástico lineal, que se inicia a una tensión aproximada del 10 % de la máxima y se caracteriza por mantener constante la rigidez y el coeficiente de Poisson.

- Estado III: Período elástico no lineal, que se inicia a una tensión del 35 % de la máxima y se caracteriza por acumular deformaciones recuperables, cuyo crecimiento es mayor que las tensiones. Esto se debe a la presencia de un fenómeno de degradación de la rigidez.
- Estado IV: Período inelástico acompañado por un hinchamiento, que se inicia a una tensión del 75 % de la máxima. Se caracteriza por un aumento de las deformaciones inelásticas, mayor pérdida de la rigidez, incremento del coeficiente de Poisson (hinchamiento) y crecimiento de las microfisuras en la pasta de cemento, cuyo plano se orienta generalmente en forma normal a la deformación máxima positiva (estiramiento). En compresión uniaxial, estos planos se orientan paralelamente a la máxima tensión de compresión. Este estado de comportamiento, puede asociarse con un proceso plástico, siempre que se relacione el desarrollo de deformaciones permanentes con el fenómeno de microfisuración.
- Estado V : Período inelástico acompañado por un importante incremento de deformación y pérdida de la estabilidad bajo carga sostenida. Se inicia a una tensión del 95 % de la máxima. Se caracteriza porque, en algunos puntos, comienza un proceso de propagación inestable de fisuras. Para el estudio experimental del comportamiento posterior al pico de tensiones, es necesario realizar un ensayo con control de desplazamiento; situación que conduce a observar un ablandamiento en el material (pérdida de la tensión con incrementos de deformación). Además, inmediatamente después de superar la tensión pico, ocurre un fenómeno de disminución brusca del incremento de volumen, llegando rápidamente a producirse fuertes incrementos negativos de volumen. Con el inicio de este quinto estado, concluye el fenómeno de microfisuración para dar lugar a un fenómeno de fisuración macroscópica (macrofisuración).

Estos cinco estados aparecen siempre para cualquier hormigón, independientemente de su resistencia. Se encuentra además, que el pico de tensiones máximas ocurre siempre para deformaciones del  $-0.25\%$ . El módulo de Poisson oscila entre  $0.15 \leq \nu \leq 0.22$ . Esta relación se mantiene constante hasta el 75-80% de la tensión pico, incrementándose luego el coeficiente de Poisson aparente hasta valores próximos a  $\nu = 0.5$ . (Oller, 2001).

En la Figura 2.3 se pueden ver las curvas tensión-deformación para dos hormigones de diferente resistencia (Untiveros, 2002). La pendiente inicial de la curva tensión-deformación que representa la rigidez del material no dañado bajo compresión uniaxial, se incrementa con el incremento de la resistencia nominal a compresión. Al parecer, esta diferencia en la rigidez

inicial puede estar vinculada directamente a las diferencias en la estructura interna, fundamentalmente el grado de porosidad. Esto sugiere el concepto de una resistencia límite superior, asociada con una condición, virtual de porosidad nula (Pantazopoulou, 1995).

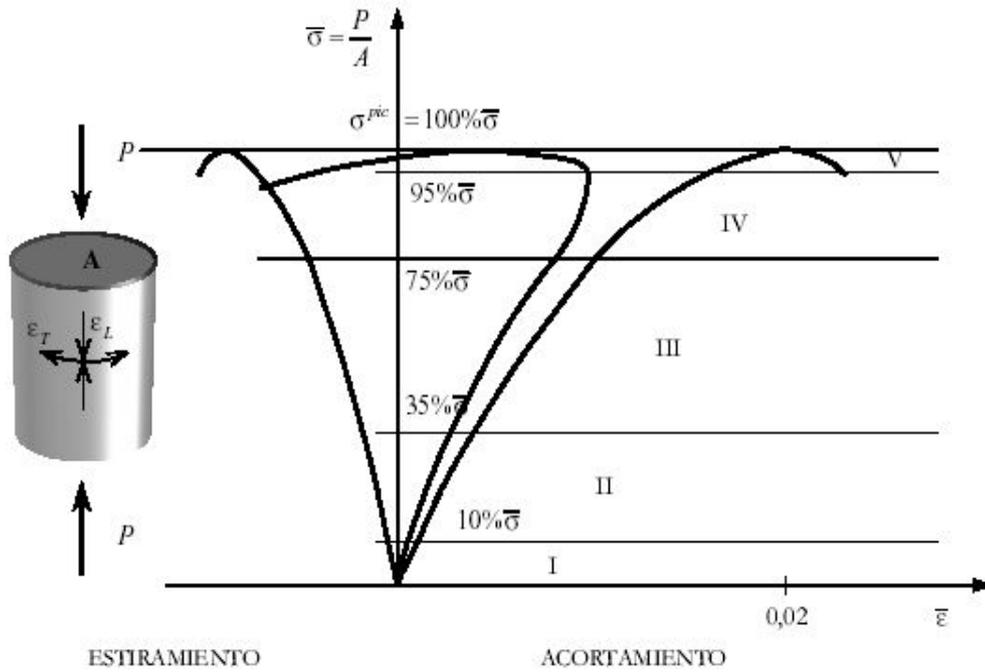


Figura 2.2. Respuesta esquemática a compresión uniaxial del hormigón (Oller, 2001).

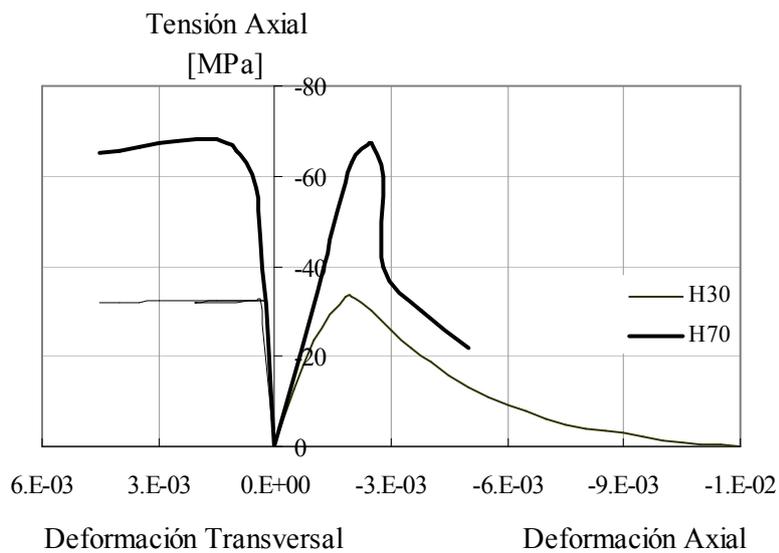


Figura 2.3. Curvas tensión-deformación axial y transversal para dos hormigones con diferentes resistencias nominales (Untiveros, 2002).

#### 2.2.4. Compresión biaxial

Para diferentes combinaciones biaxiales de tensiones, el hormigón exhibe propiedades distintas que las descritas para procesos uniaxiales de tracción o compresión (ver Figura 2.4). En lo que respecta a su resistencia máxima, se pueden observar incrementos del orden del 22-25 % para estados de compresión biaxial con una relación entre tensiones principales máximas y mínimas de 0.5 e incrementos del orden del 16 % para una relación entre tensiones principales máximas y mínimas de 1.0. Además, para estados de tracción-compresión, la resistencia decrece casi linealmente cuando la tensión de tracción crece. Para tracción biaxial, la resistencia es muy similar a la que se obtiene en tracción uniaxial.

Para compresión biaxial, el hormigón sufre un incremento de rigidez inicial, respecto de la respuesta en compresión uniaxial, que puede ser atribuido al efecto Poisson y un incremento de ductilidad en el pico de tensión, que indica que hay una reducción del daño interno. Hay también una disminución de volumen más marcada que para el proceso de compresión uniaxial.

Las fisuras se desarrollan en una dirección aproximadamente perpendicular a la máxima deformación de tracción, situación que puede ser comprobada en los modos de falla para distintas combinaciones posibles de tensión biaxial (ver Figura 2.5).

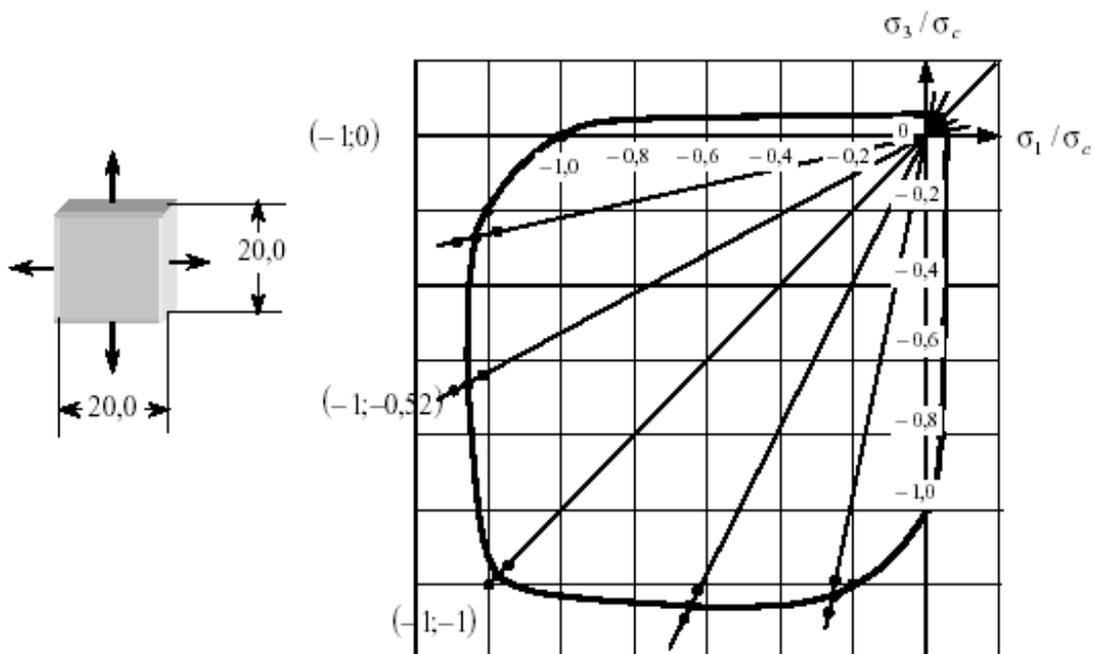


Figura 2.4. Función experimental de Kupfer (Oller, 2001).

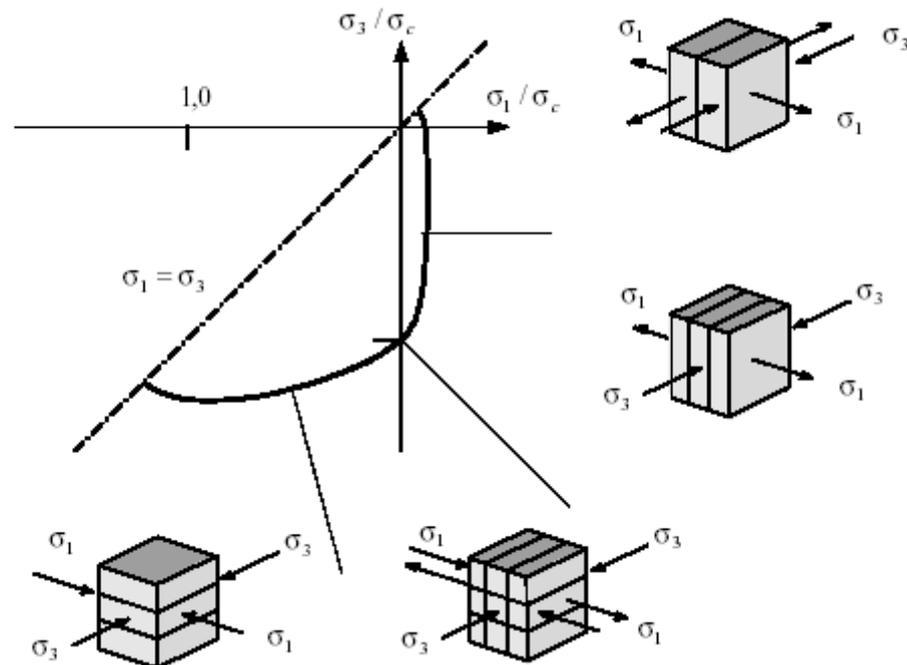


Figura 2.5. Modos de fallo para distintas combinaciones biaxiales de tensión (Oller, 2001).

### 2.2.5. Compresión triaxial

El hormigón confinado lateralmente, ya sea en forma activa o pasiva, y cargado axialmente se encuentra sometido a un estado de compresión triaxial. El confinamiento activo se caracteriza por mantener constante la presión de confinamiento. El confinamiento pasivo puede ser constante o variable a lo largo de la historia de la carga axial. La presión de confinamiento constante se genera cuando el material de confinamiento se comporta en forma plástica, tal es el caso de la armadura transversal de acero. La presión de confinamiento variable ocurre cuando el medio confinante tiene una rigidez considerable. Los materiales de matriz polimérica reforzados con fibra (FRP) y el acero transversal en estado elástico generan presiones de confinamiento variables (Harries y Carey, 2002).

Es sabido que cualquiera sea el tipo de confinamiento, demora la pérdida de rigidez y resistencia y además incrementa la deformabilidad del hormigón. Básicamente restringe la fisuración por compresión y corte, aumentando así la ductilidad del elemento estructural durante la rotura. Las Figuras 2.6 y 2.7 muestran las curvas tensión-deformación axial de ensayos de compresión de un hormigón de resistencia normal y de otro de alta resistencia, respectivamente, bajo diferentes presiones de confinamiento (confinamiento activo)

(Untiveros, 2002). En la Figura 2.8 se pueden ver las curvas tensión-deformación axial y transversal de otro hormigón de resistencia normal ensayado en las mismas condiciones que los hormigones de las Figuras 2.6 y 2.7, (Sfer, 2002). En general, se puede ver que, para niveles de confinamiento similares, la ganancia en resistencia y ductilidad es comparativamente mayor en el hormigón de baja resistencia. Las curvas muestran también que, dependiendo de la presión de confinamiento, el hormigón se puede comportar como un material casi frágil, plástico con ablandamiento o plástico con endurecimiento. Esto es debido, a que bajo tensiones de confinamiento más altas, la posibilidad de agrietamiento se reduce y el modo de falla cambia de la separación a la compactación de la pasta cementicia (Chen, 1982).

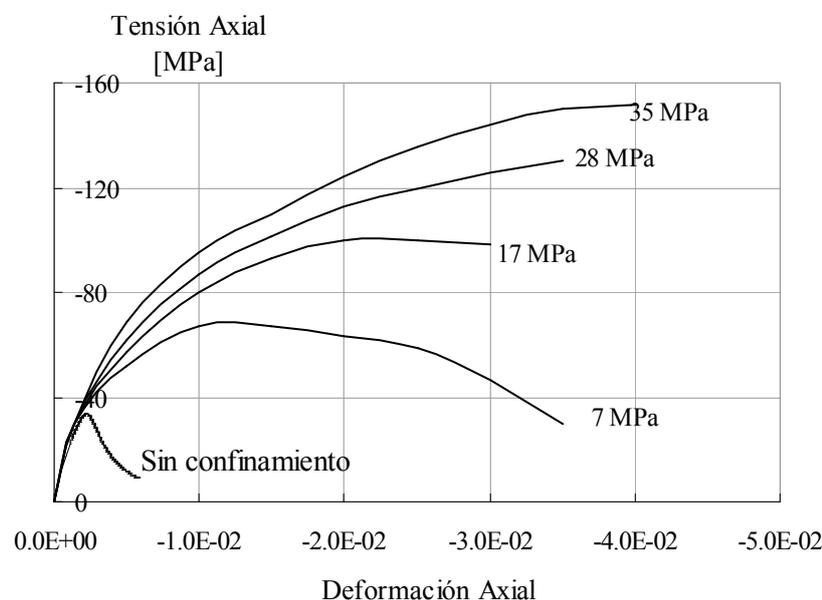


Figura 2.6. Curvas tensión-deformación axial de un hormigón de resistencia normal sometido a compresión y confinado lateralmente con distintos niveles de presión hidrostática (Untiveros, 2002).

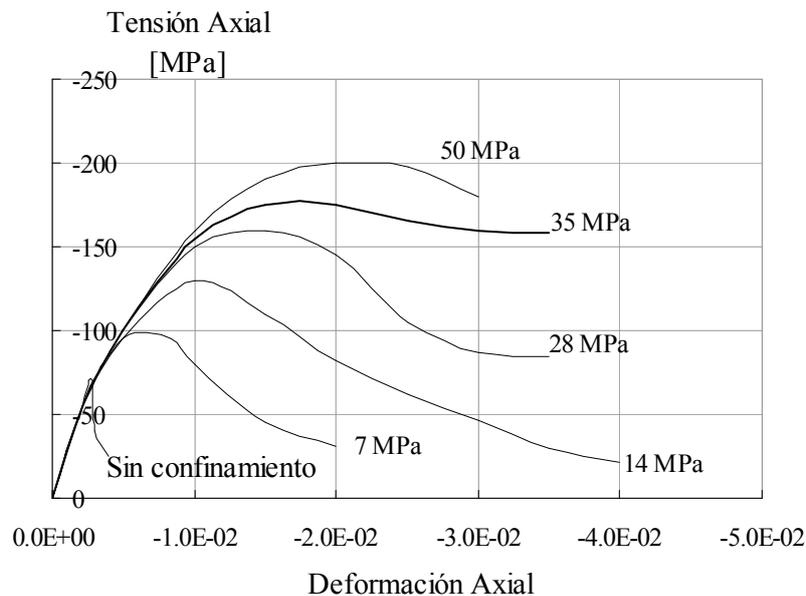


Figura 2.7. Curvas tensión-deformación axial de un hormigón de alta resistencia sometido a compresión y confinado lateralmente con distintos niveles de presión hidrostática (Untiveros, 2002).

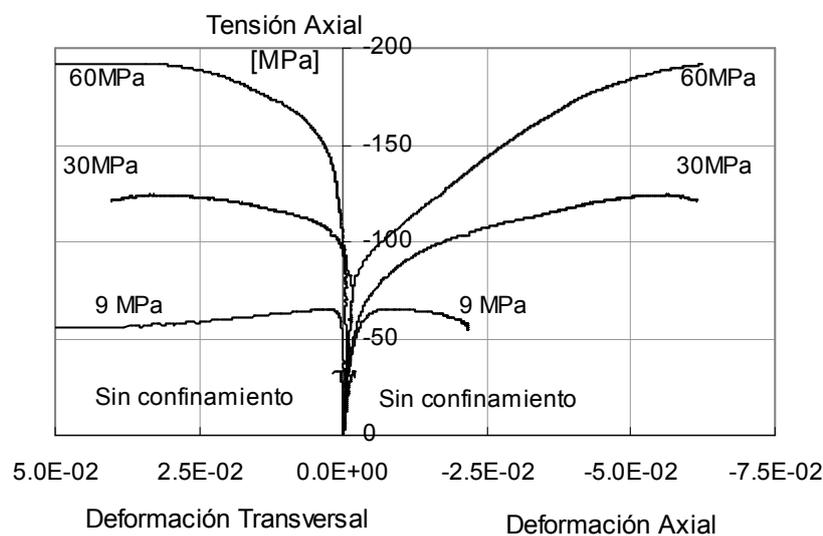


Figura 2.8. Curvas tensión-deformación axial y transversal de un hormigón sometido a compresión y confinado lateralmente con distintos niveles de presión hidrostática (Sfer, 2002).

La alta resistencia y deformabilidad desarrollada por el hormigón confinado implica simplemente un retraso en el comienzo de la propagación de fisuras. Evidentemente, el

confinamiento proporciona la restricción lateral cinemática necesaria que previene la dilatación volumétrica y mantiene los fragmentos de hormigón juntos. De esta manera, la rotura puede ser demorada o aún alterada al punto de parecerse a un flujo plástico. Estos se manifiesta claramente en la relación entre la deformación volumétrica  $\varepsilon_v$  y la deformación axial  $\varepsilon_1$  (Figura 2.9). La pendiente inicial de la curva que representa al hormigón sin confinar en una condición elástica ideal es  $(1-2\nu)$ . Pero, nuevamente, las curvas se desvían de esta línea. Sin embargo, la curva que representa al hormigón confinado lo hace en una forma mucho más suave que el hormigón sin confinar y alcanza un mínimo ( punto donde  $\varepsilon_v$  se revierte) a un nivel más alto de deformación axial. En ensayos bajo muy altas presiones de confinamiento, se ha observado que la curva  $\varepsilon_v - \varepsilon_1$ , puede no cruzar el eje  $\varepsilon_1$ , es decir que, en estos casos, la dilatación puede ser totalmente prevenida.

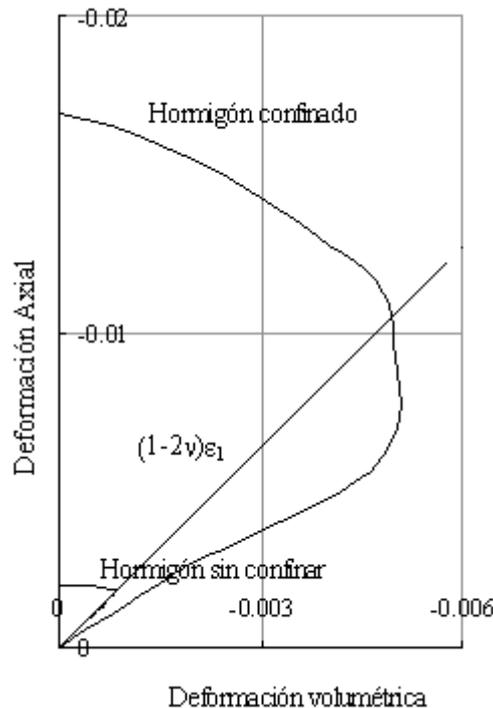


Figura 2.9. Respuesta volumétrica de un hormigón sin confinar y confinado con una presión hidrostática de 9 MPa (Sfer, 2002).

En la Figura 2.10 se puede ver que la expansión volumétrica es menos pronunciada a medida que el nivel de confinamiento lateral se incrementa. Este fenómeno está asociado con la restricción lateral impuesta por el mecanismo de confinamiento.

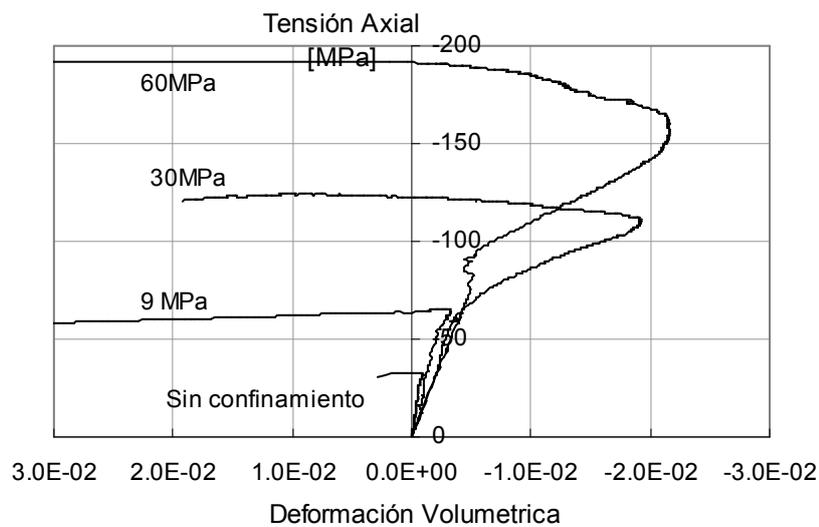


Figura 2.10. Respuesta volumétrica de un hormigón sin confinar y confinado con diferentes niveles de presión hidrostática (Sfer, 2002).

## **2.3. CONFINAMIENTO CON TUBOS DE ACERO**

### **2.3.1 Introducción**

En los últimos años se ha incrementado el empleo de columnas tubulares de acero rellenas de hormigón en aplicaciones estructurales, especialmente en regiones sísmicas. Esto se debe, en parte, a sus excelentes propiedades de resistencia sísmica, tales como alta resistencia, alta ductilidad y gran capacidad de absorción de energía. La mejora en las propiedades estructurales se debe a la acción combinada de los elementos constituyentes. El confinamiento generado por el acero mejora las propiedades mecánicas del hormigón, sometiéndolo a un estado triaxial de tensiones. Recíprocamente, el hormigón previene el pandeo del tubo de acero, incrementando la estabilidad y resistencia de la columna como un sistema (Shams y Saadeghvaziri, 1997).

### **2.3.2. Comportamiento del hormigón confinado con tubos de acero**

Las Figuras 2.11 y 2.12 muestran las curvas tensión- deformación axial y transversal de dos tipos de hormigón, de resistencia normal y de alta resistencia, sin confinar y confinados con tubos de acero de diferente espesor.

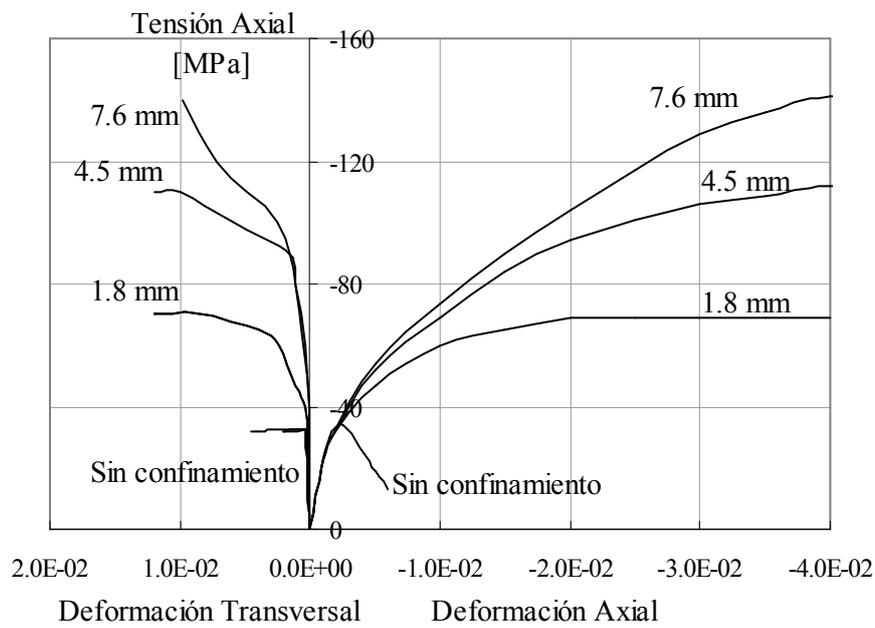


Figura 2.11. Curvas tensión-deformación axial y transversal de un hormigón de resistencia normal confinado con tubo de acero (Untiveros, 2002).

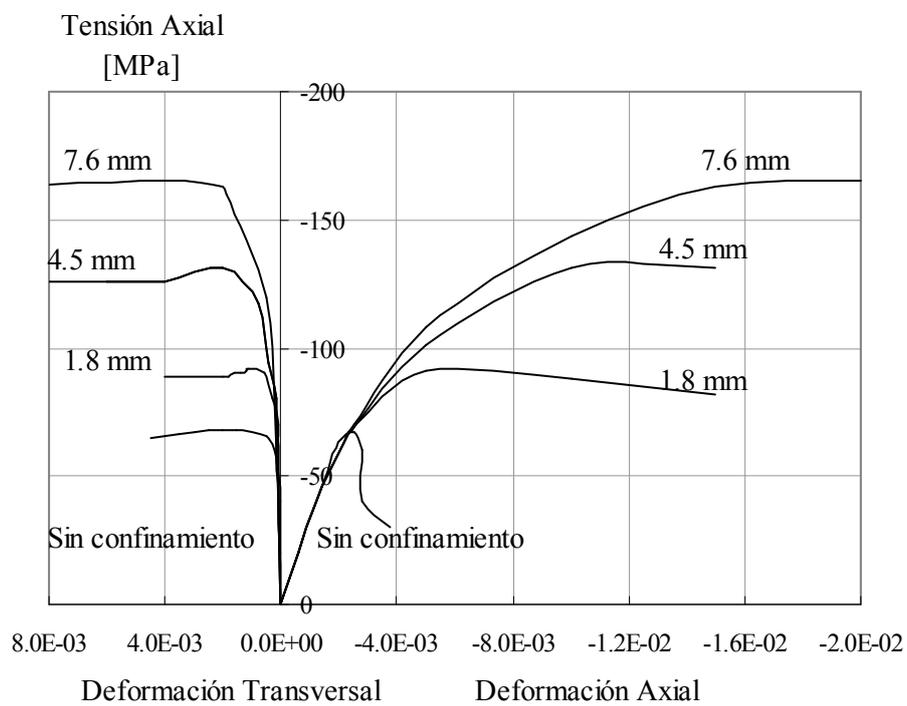


Figura 2.12. Curvas tensión-deformación axial y transversal de un hormigón de alta resistencia confinado con tubo de acero (Untiveros, 2002).

Según puede verse en dichas figuras, el confinamiento con tubo de acero, incrementa significativamente la capacidad de resistencia y deformación del hormigón, mejorando sustancialmente la ductilidad. Sin embargo, este efecto es más notorio en el hormigón de baja resistencia (Untiveros, 2002).

La mejora en las propiedades mecánicas del hormigón confinado con tubos de acero puede ser explicada en términos de la acción conjunta del tubo de acero y el núcleo de hormigón. En las primeras etapas de carga el coeficiente de Poisson del hormigón es más bajo que el del acero. Por lo tanto el tubo de acero no ejerce efecto de confinamiento sobre el núcleo de hormigón. A medida que se incrementa la deformación longitudinal, la expansión lateral del hormigón sin confinar se va haciendo gradualmente más grande que la del acero. Consecuentemente, se desarrolla una presión radial en la interfase acero-hormigón. En este estado, el núcleo de hormigón está sometido a un estado triaxial de tensiones y el tubo a tensiones biaxiales. A causa de la presencia de una tensión circunferencial ( es decir, estado biaxial de tensiones) el tubo de acero no puede soportar tensiones en la dirección normal, y se produce entonces una transferencia de carga del tubo al núcleo de hormigón. Por lo tanto, la carga correspondiente a este modo de falla puede ser considerablemente mayor que la suma separada de las cargas del acero y hormigón. El nivel de incremento en la carga causada por el efecto del confinamiento del tubo de acero sobre el núcleo de hormigón depende de varios factores, tales como, el espesor del tubo de acero, la relación de esbeltez y forma de la sección transversal. En el caso de columnas circulares el efecto de confinamiento es mayor que en columnas de sección cuadrada (Shams y Saadeghvaziri, 1997).

La Figura 2.13 muestra la curva tensión axial-deformación volumétrica de un hormigón de resistencia normal confinado con tubo de acero (Untiveros, 2002). Se puede ver una contracción de volumen casi constante hasta el punto donde el tubo de acero fluye. Después de este punto, las tensiones de confinamiento permanecen constantes y las deformaciones volumétricas se vuelven inestables, es decir, el volumen comienza a expandirse (Kwon y Spacone, 2001).

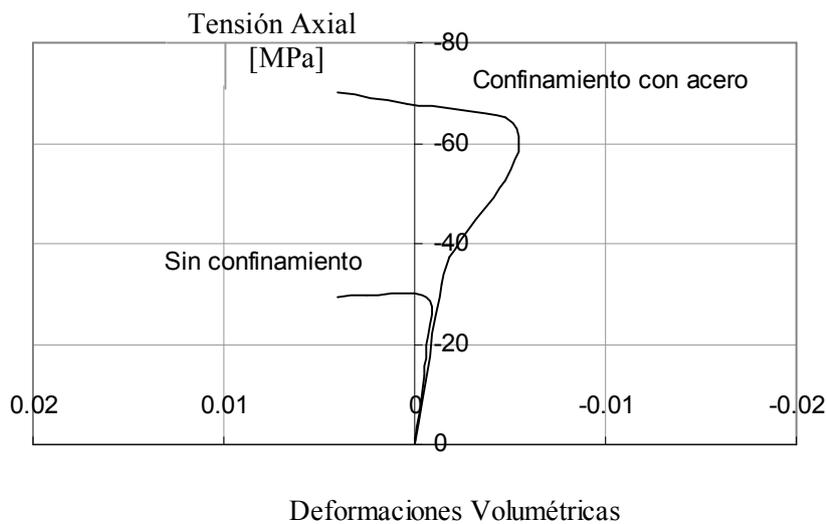


Figura 2.13. Curva tensión axial-deformación volumétrica de un hormigón de resistencia normal confinado con tubo de acero (Untiveros, 2002).

## **2.4 CONFINAMIENTO CON COMPUESTOS DE MATRIZ POLIMÉRICA REFORZADOS CON FIBRAS (FRP)**

### **2.4.1 Introducción**

En el presente la industria de la construcción y la ingeniería, en general, han empezado a conocer las bondades y ventajas de nuevos materiales estructurales de naturaleza sintética, provenientes de procesos químicos complicados; conocidos como materiales compuestos (FRP). En un principio, dichos materiales sólo eran usados como materiales decorativos o arquitectónicos, pasando luego a tener aplicaciones estructurales en construcción, en aeronáutica y posteriormente aplicaciones de reparación, tanto estructural como estética, llegando a ser conocidos estos materiales como compuestos estructurales ( Avilés, 2002).

La aplicación de los materiales compuestos como refuerzo lateral de elementos comprimidos de hormigón armado, dañados o deteriorados, ha resultado ser una solución altamente eficiente y su uso se ha visto incrementado en los últimos años.

### **2.4.2. Concepto de materiales compuestos**

Un compuesto estructural es un sistema material compuesto por dos o más fases en una escala macroscópica, cuyo comportamiento mecánico y propiedades están diseñados para ser superiores a aquellos que lo constituyen cuando actúan independientemente. Normalmente están constituidos por fibras inmersas en una matriz (Avilés, 2002).

Las fibras tienen resistencias y módulos elásticos muy altos. Son muy finas y usualmente muy frágiles. Los plásticos normalmente utilizados como matriz pueden ser dúctiles o frágiles pero generalmente tienen una resistencia considerable a los agentes químicos. De la combinación de fibras y resina se obtiene un material con resistencia y rigidez cercanas a las de la fibra y con la resistencia química del plástico (Hull, 1982).

Las propiedades de un material compuesto dependen de las propiedades, geometría, y distribución de los materiales componentes. Uno de los parámetros más importantes es la fracción en volumen de fibras en el material compuesto. La geometría y orientación del refuerzo afectan la anisotropía del sistema.

Los materiales compuestos presentan una muy favorable relación resistencia-peso y rigidez-peso, pueden operar en ambientes hostiles por grandes períodos de tiempo, son resistentes a la corrosión, térmicamente estables y resultan especialmente adecuados para estructuras en las que el peso constituye una variable fundamental en el proceso de diseño. No exhiben fluencia, sino que tienen un comportamiento lineal elástico hasta la rotura (Avilés, 2002).

En términos de inflamabilidad, la mayoría de las matrices poliméricas son combustibles. Algunas fibras, sin embargo, no son inflamables y permanecen intactas durante su exposición al fuego (Nanni y Bradford, 1995).

Con respecto a la durabilidad y el envejecimiento de estos materiales existen algunas incertidumbres que hacen necesaria la realización de más estudios que garanticen la integridad de los mismos al cabo de un largo período de utilización (Car, 2000).

#### **2.4.3. Principales características mecánicas de los FRP utilizados para refuerzo**

Para el refuerzo y/o reparación de elementos comprimidos de hormigón armado, columnas de edificios y pilas de puente, se utilizan comúnmente tres tipos de materiales poliméricos reforzados con fibras:

- GFRP: polímero reforzado con fibras de vidrio
- CFRP: polímero reforzado con fibras de carbono
- AFRP: polímero reforzado con fibras de aramida (fibras orgánicas)

Los materiales compuestos reforzados con fibras de vidrio tienen las siguientes características favorables: buena relación resistencia/peso, buena estabilidad dimensional, buena resistencia al calor, al frío, a la humedad y a la corrosión y buenas propiedades aislantes eléctricas. A diferencia de las fibras de carbono y aramida, las fibras de vidrio son

isótropas, de forma que, por ejemplo, el módulo de Young a lo largo del eje de la fibra es el mismo que transversalmente al eje. Esto es consecuencia directa de la estructura tridimensional de la red del vidrio (Avilés, 2002).

Las fibras de carbono de alta resistencia y alto módulo tienen un diámetro de 7 a 8  $\mu\text{m}$  y están formadas por pequeños cristales de grafito turbostrático (una de las formas alotrópicas del carbono) (Avilés, 2002).

El módulo de elasticidad de las fibras de carbono depende del grado de perfección de la orientación, la cual varía considerablemente con las condiciones y proceso de fabricación (Avilés, 2002).

Existen varias presentaciones de laminados de fibras de carbono, tales como fibras orientadas en forma unidireccional; fibras agrupadas en grupos de mechas, donde las mechas pueden orientarse en forma aleatoria, o pueden ordenarse como un tejido (Avilés, 2002).

El concepto de fibras orgánicas está basado teóricamente en la creación de fibras con una alta resistencia y alto módulo de elasticidad a partir de una perfecta alineación de polímeros durante el proceso de fabricación (Avilés, 2002).

Las fibras orgánicas más comunes en el mercado son las fibras de aramida, que es el nombre genérico de fibras de poliamida aromática. Las fibras de aramida fueron introducidas comercialmente en 1972 por Du Pont bajo el nombre comercial de Kevlar y en la actualidad hay dos tipos comerciales: Kevlar 29 y Kevlar 49. El Kevlar 29 tiene una densidad baja y alta resistencia aportada por las fibras de aramida, y está diseñado para aplicaciones como protección balística, cuerdas y cables. El Kevlar 49 tiene baja densidad, alta resistencia y módulo elástico y se utiliza en aplicaciones aeroespaciales, en marina, automoción y otras aplicaciones industriales (Avilés, 2002).

En la Tabla 2.1 se detallan algunas propiedades de las fibras de carbono, vidrio y Kevlar 49 a 20° C.

Las resinas o plásticos usados como matrices pueden ser resinas termoestables: resinas epoxi o poliéster, o termoplásticos: polipropileno, nylon o policarbonato. En los polímeros termoestables, las resinas líquidas, se convierten, por uniones químicas cruzadas, en sólidos duros y frágiles. Dichas uniones llevan a la formación de una red tridimensional fuertemente unida de cadenas de polímeros. Las resinas termoestables son isótropas.

Los termoplásticos, contrariamente a lo que ocurre con las resinas termoestables, no tienen enlaces cruzados. Obtienen su resistencia y rigidez de las propiedades inherentes a las unidades monoméricas y de su peso molecular muy elevado (Hull, 1982).

En la Tabla 2.2 se pueden ver algunas propiedades de las resinas termoestables y de los termoplásticos. Luego en la Tabla 2.3 se detallan las principales características mecánicas del conjunto resina-fibra para algunos compuestos típicos utilizados en refuerzo de columnas de hormigón.

Tabla 2.1. Propiedades de las fibras de carbono, vidrio y Kevlar 49 (Hull, 1982).

Propiedad	Unidades	Fibra de Carbono	Fibra de Vidrio	Kevlar 49
Diámetro	$\mu\text{m}$	7.6-8.6	8-14	11.9
Densidad	$10^3\text{kgm}^{-3}$	1.75	2.56	1.45
Módulo de Young	$\text{GNm}^{-2}$	250	76	125
Mód.perpendicular al eje de la fibra	$\text{GNm}^{-2}$	20	76	-
Resistencia a tracción	$\text{GNm}^{-2}$	2.7	1.4-2.5	2.8-3.6
Condut.térmica (// al eje de las fibras)	$\text{Wm}^{-1}\text{°C}^{-1}$	24	1.04	0.04

Tabla 2.2. Propiedades típicas de las resinas termoestables (epoxi y poliéster) y de los termoplásticos (polipropileno, nylon y policarbonato) (Hull, 1982).

Propiedad	Unidades	Resinas Epoxi	Resinas Poliéster	Poli-propileno	Nylon	Poli-carbonato
Densidad	$\text{Mg. m}^{-3}$	1.1 – 1.4	1.2-1.5	0.90	1.14	1.06-1.20
Módulo de Young	$\text{GNm}^{-2}$	3-6	2-4.5	1.0-1.4	1.4-2.8	2.2-2.4
Coef. Poisson		0.38-0.4	0.37-0.39	0.3	0.3	0.3
Resist. a compresión	$\text{MN m}^{-2}$	100-200	90-250	-	-	-
Resistencia a tracción	$\text{MN m}^{-2}$	35-100	40-90	-	-	-
Tensión de fluencia	$\text{MN m}^{-2}$	-	-	25-38	60-75	45-70
Conductividad térmica	$\text{Wm}^{-1}\text{°C}^{-1}$	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2
Temp. de distorsión	$\text{° C}$	50-300	50-110	-	-	-
Punto de fusión	$\text{° C}$			175	264	-

Tabla 2.3. Comparación de algunas propiedades ingenieriles de los materiales compuestos (Hull, 1982).

Material	Densidad Mg. m <sup>-3</sup>	Mód.de Young GNm <sup>-2</sup>	Resist.a tracción MN m <sup>-2</sup>	Elong. hasta la rotura (%)	Coef. de expansión térmica 10 <sup>-6</sup> °C <sup>-1</sup>	Resist. al calor (° C)
*Fibra de carbono- resina epoxi						
(i) paralelo a las fibras	1.62	220	1400	0.8	-0.2	260
(ii) perpendicular a las fibras	1.62	7	38	0.6	30	-
**Fibra de vidrio- resina poliéster						
(i) paralelo a las fibras	1.93	38	750	1.8	11	250
(ii) perpendicular a las fibras	1.93	10	22	0.2	-	-
***Fibra de vidrio- resina poliéster	1.55	8.5	110	2	25	230

Nota : \* laminado unidireccional, fracción de volumen de fibras  $V_f = 0.6$

\*\* laminado unidireccional, fracción de volumen de fibras  $V_f = 0.5$

\*\*\* distribución aleatoria de fibras, fracción de volumen de fibras  $V_f = 0.2$

#### 2.4.4. Comportamiento del hormigón confinado con Materiales Compuestos

Los materiales compuestos han demostrado ser muy eficientes cuando se aplican como refuerzo externo de columnas de hormigón, pilares de puentes o chimeneas. Dicho refuerzo generalmente se hace envolviendo el elemento estructural con capas de compuesto y adhiriéndolas mediante un sistema epoxy como se ilustra en las Figuras 2.14 , 2.15 y 2.16 (International Technology Research Institute, EEUU, 1998). Se ha probado que el zunchado con láminas de FRP alrededor del perímetro de columnas circulares y rectangulares de

hormigón armado, mejora su resistencia y ductilidad. También se ha comprobado que el confinamiento con FRP mejora el comportamiento de columnas sometidas a cargas sísmicas. En el caso de construcciones nuevas, se utilizan tubos de FRP que luego son llenados con el hormigón. En este último caso, se desarrolla una unión natural de pequeña magnitud cuando el hormigón fresco es colocado dentro del tubo. El tubo actúa como una camisa protectora para el núcleo de hormigón e incrementa la resistencia axial, deformación última y rigidez de la columna de hormigón. Pero a pesar de los resultados prometedores obtenidos en laboratorio, la construcción de pilas de puentes, columnas marinas y otras aplicaciones con tubos de FRP, no han tenido una implementación muy amplia debido al alto costo de estos materiales y las incertidumbres que existen sobre su comportamiento, especialmente en lo que hace a su durabilidad y mantenimiento a largo plazo (Toutanji, 2002).

Numerosas investigaciones experimentales han demostrado que los materiales compuestos pueden mejorar efectivamente la resistencia y ductilidad del hormigón así como también su capacidad de disipación de energía.



Figura 2.14. Columna de edificio reparada con CFRP (International Technology Research Institute, EEUU,1998).



Figura 2.15. Pilar de puente reforzado con AFRP (International Technology Research Institute, EEUU, 1998).

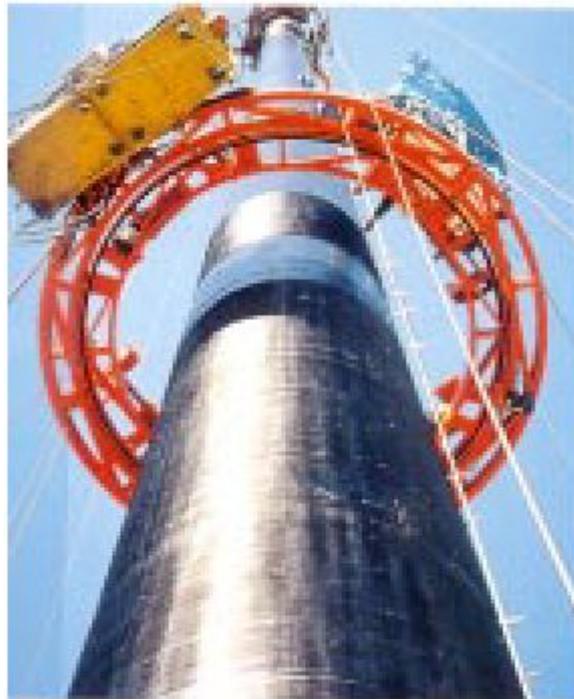


Figura 2.16. Chimenea reparada con CFRP (International Technology Research Institute, EEUU, 1998).

En las Figuras 2.17 y 2.18 se pueden ver las curvas tensión-deformación axial y transversal de columnas de hormigón confinadas con tubos de diferente espesor de compuestos reforzados con fibras de vidrio (GFRP) (Mirmiran y Shahawy,1997) y

compuestos reforzados con fibras de carbono(CFRP) (Untiveros, 2002), respectivamente. Dichas curvas reflejan una significativa mejora en la resistencia y ductilidad del hormigón conforme aumenta el número de capas de confinamiento y están formadas por tres regiones diferentes. En la primera, el comportamiento es similar al del hormigón sin confinar, es decir, la expansión lateral del núcleo de hormigón es insignificante. Con el crecimiento de las microfisuras, el volumen de hormigón comienza incrementarse provocando la activación del mecanismo de confinamiento. El tubo empieza, entonces, a ejercer presión lateral sobre el núcleo de hormigón y contrarresta la degradación del mismo, mostrando eventualmente una contracción volumétrica. Este punto es llamado por algunos autores (Mirmiran et al, 2000) punto de transición e indica un comportamiento pseudo plástico del hormigón confinado con FRP. Finalmente, se reconoce una tercera zona en la cual el tubo está completamente activo, y la rigidez se estabiliza alrededor de un valor constante. En esta región la respuesta depende principalmente de la rigidez del tubo, pues es de esperar que el núcleo de hormigón esté severamente dañado cerca del punto de transición (Mirmiran y Shahawy, 1997).

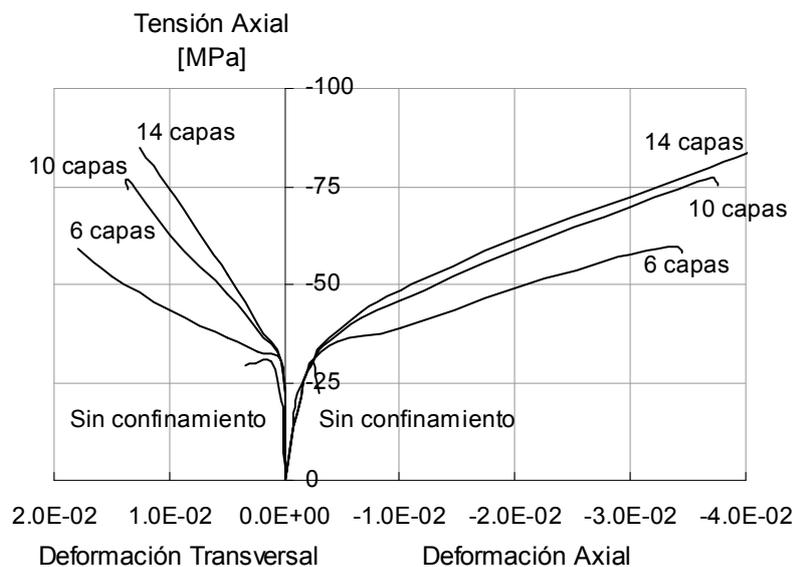


Figura 2.17. Curvas experimentales tensión-deformación axial y transversal para hormigón confinado con tubos de compuestos reforzados con fibras de vidrio (GFRP) de diferente espesor (Mirmiran y Shahawy, 1997).

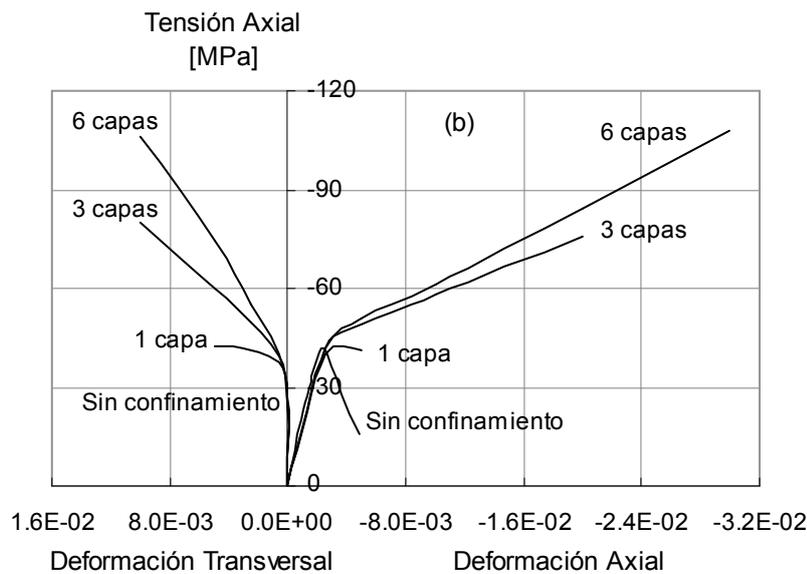


Figura 2.18. Curvas experimentales tensión-deformación axial y transversal para hormigón confinado con tubos de compuestos reforzados con fibras de carbono (CFRP) de diferente espesor (Untiveros, 2002).

A diferencia de lo que ocurre con el hormigón confinado mediante tubos de acero o armadura transversal en forma de zunchos, la respuesta del hormigón confinado con FRP es casi bilineal hasta el punto de falla, sin rama descendente. Esto se debe a que la presión de confinamiento crece continuamente con el incremento de la fuerza de compresión aplicada como consecuencia de que materiales compuestos reforzados con fibra exhiben un comportamiento lineal elástico hasta niveles de tensión mucho más elevados que el acero (Kwon y Spacone, 2002).

La Figura 2.19 muestra la respuesta cíclica de un hormigón confinado con FRP, correspondiente al grupo de probetas ensayadas por Mirmiran y Shahawy (1997). En el caso de hormigón confinado con FRP bajo carga cíclica, la curva cuasi estática tensión-deformación puede servir como una envolvente para el caso de carga cíclica. Mientras los lazos se vuelven más anchos más allá de la resistencia pico del hormigón sin confinar, la degradación de la rigidez no es tan marcada como en el caso del hormigón confinado con tubos de acero.

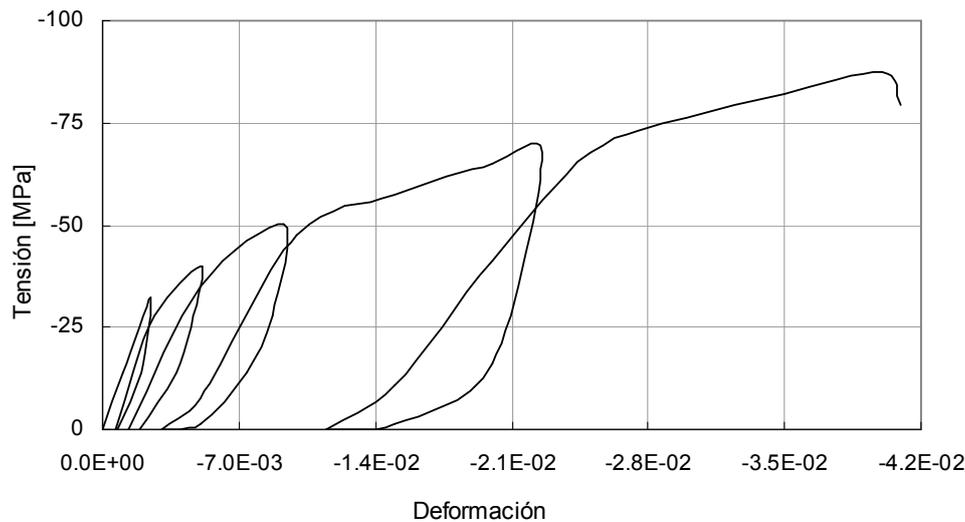


Figura 2.19. Respuesta cíclica uniaxial del hormigón confinado con FRP (Mirmiran y Shahawy, 1997).

Otro aspecto interesante de examinar y que hace único el comportamiento del hormigón confinado con FRP, es su respuesta volumétrica. La Figura 2.20 muestra las curvas tensión axial-deformación volumétrica de probetas de hormigón confinado con tubos de diferente espesor de GFRP (Mirmiran y Shahawy, 1997). Las deformaciones volumétricas se calculan de la siguiente manera:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_c + \varepsilon_r + \varepsilon_\theta = \varepsilon_c + 2\varepsilon_r \quad (2.1)$$

donde  $\varepsilon_c$  es deformación axial y  $\varepsilon_r = \varepsilon_\theta$  son las deformaciones lateral y circunferencial respectivamente. Es sabido que el hormigón sin confinar experimenta una reducción de volumen hasta alcanzar el 90 % de su máxima resistencia a compresión  $f_c$ , luego de lo cual la dirección del cambio volumétrico se revierte, dando lugar a una expansión inelástica de volumen o dilatación cerca de  $f_c$ , y una expansión inestable más allá de la resistencia pico.

Cuando el hormigón es confinado con FRP, si bien ocurre alguna expansión de volumen más allá de la tensión crítica del hormigón confinado, el incremento lineal de la tensión circunferencial del FRP contrarresta la expansión volumétrica y revierte su dirección. Por lo tanto, con un espesor adecuado de FRP, la expansión lateral del hormigón puede ser efectivamente contrarrestada.

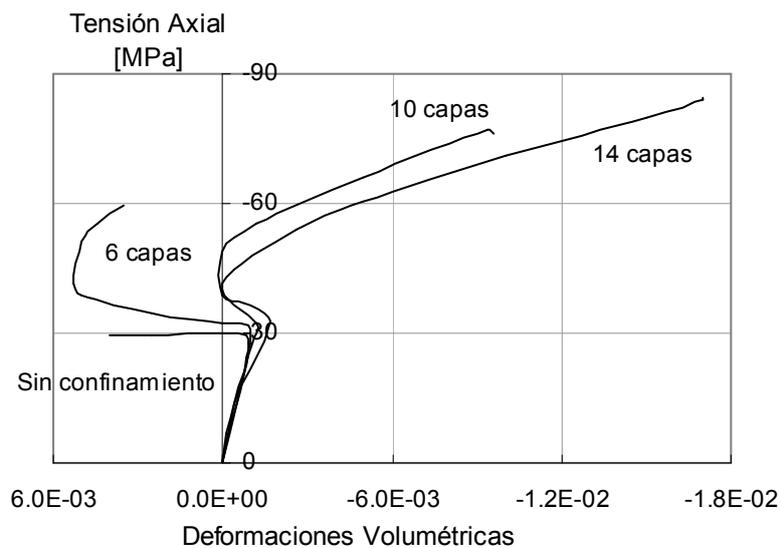


Figura 2.20. Curvas de deformación volumétrica para hormigón confinado con tubos de compuestos reforzados con fibras de vidrio (GFRP) de diferente espesor (Mirmiran y Shahawy, 1997).

Finalmente, se analiza la dilatación del hormigón confinado con materiales compuestos. Se define el coeficiente de dilatación  $\mu$  como la variación de las deformaciones laterales con respecto a las deformaciones axiales (Mirmiran et al, 1998):

$$\mu = -\frac{d\varepsilon_r}{d\varepsilon_l} \quad (2.2)$$

donde  $\varepsilon_l$  representa la deformación axial y  $\varepsilon_r$  la deformación lateral. En la Figura 2.21 se pueden ver la curva de dilatación del hormigón sin confinar y las curvas correspondientes al mismo hormigón confinado con tubos de GFRP de diferente espesor (Mirmiran y Shahawy, 1997). Estas últimas curvas están formadas por tres regiones, que generalmente se corresponden con aquellas ya explicadas para las curvas tensión-deformación axial y transversal. El valor inicial de  $\mu$  es igual al coeficiente de Poisson del hormigón sin confinar. Durante las primeras etapas de carga, cuando el hormigón se comporta elásticamente, este coeficiente de dilatación permanece constante. Luego, con el desarrollo de las microfisuras, la dilatación comienza a crecer. Para el caso del hormigón sin confinar, con el crecimiento y apertura de las fisuras, el coeficiente de dilatación se incrementa drásticamente y se vuelve inestable cerca de la resistencia pico. Para el hormigón confinado con FRP, el coeficiente de dilatación muestra un comportamiento totalmente diferente. Alcanza un valor pico  $\mu_{\max}$ .

después del cual decrece y, finalmente, se estabiliza en un valor asintótico (Samaan et al, 1998).

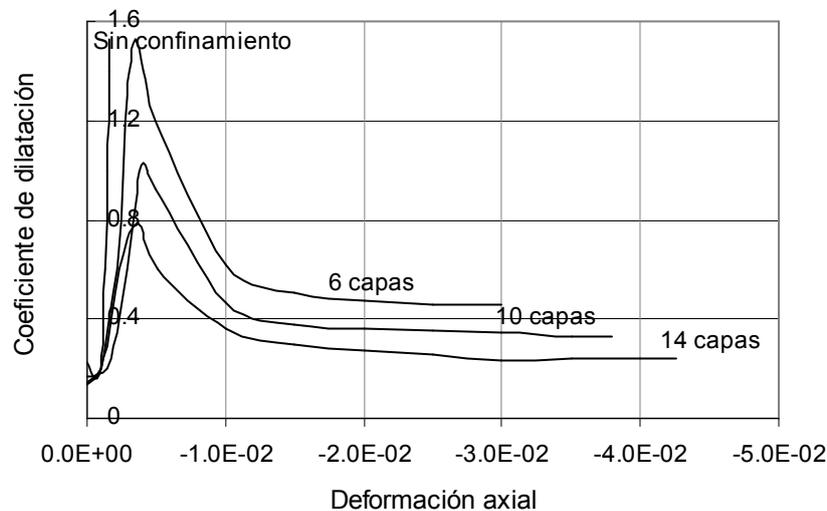


Figura 2.21. Curvas de dilatación para hormigón confinado con tubos de FRP de diferente espesor. (Mirmiran y Shahawy, 1997).

Los resultados experimentales de Mirmiran y Shahawy (1997) muestran que la dilatación pico y el valor último de la misma dependen de la rigidez del tubo de FRP y la resistencia del hormigón.

#### **2.4.5. Confinamiento con CFRP y GFRP. Modos de falla**

Ensayos experimentales realizados sobre probetas cilíndricas de hormigón confinadas con CFRP y GFRP (Untiveros, 2002), (Shahawy, 2000), revelan que el modo de falla está gobernado por la rotura del FRP y que la rotura de los FRP de vidrio es menos repentina y explosiva que la del FRP de carbono. En ambos casos, la rotura es predecible debido a los sonidos originados por el estallido inicial de las fibras indicando el inicio del agrietamiento del FRP. La Figura 2.22 muestra el modo de falla típico de una probeta confinada con CFRP, (Shahawy, 2000). En algunos casos la probeta permanece intacta, mientras que en otros el hormigón se desintegra o se quiebra en pedazos.

En la Figura 2.23 se puede ver el modo de falla de una probeta confinada con GFRP (La Tegola, 1998). La rotura típica de una probeta confinada con FRP de vidrio presenta macrogrietas y la probeta permanece relativamente íntegra.



Figura 2.22. Modo de falla típico de una probeta confinada con CFRP  
(Shahawy, 2000).



Figura 2.23. Modo de falla de una probeta confinada con GFRP  
(La Tegola, 1998).

#### **2.4.6. Comparación entre el hormigón confinado con acero, con GFRP y CFRP**

En la Figura 2.24 se muestran las curvas tensión axial-deformación axial y transversal de un hormigón de resistencia normal sin confinar y confinado con acero, con CFRP y con GFRP (Untiveros, 2002).

Como puede verse en la Figura 2.24, cualquiera sea el mecanismo de confinamiento, la capacidad de carga y deformación del hormigón se incrementan significativamente, mejorando su ductilidad. La diferencia fundamental que se observa entre el hormigón confinado con acero y con CFRP o GFRP, es que, en el primer caso, la curva tensión-

deformación axial, luego de alcanzar la resistencia pico, decae con una pendiente suave. En el caso del hormigón confinado con FRP, la curva crece continuamente.

Otra diferencia es que la acción de confinamiento creciente del FRP limita la deformación lateral del hormigón, demorando su degradación que es proporcional a dicha deformación. En el caso del confinamiento con acero, cuando éste fluye ofrece rigidez nula a la dilatación transversal del hormigón, ocurriendo entonces la degradación del mismo.

Para la respuesta tensión axial-deformación transversal, la pendiente de las curvas depende de la rigidez del mecanismo de confinamiento. Los tres medios confinantes, el acero y los FRP, comienzan con la misma pendiente, pero luego de la fluencia, la curva del acero decae con una pendiente suave y las deformaciones transversales resultan levemente mayores.

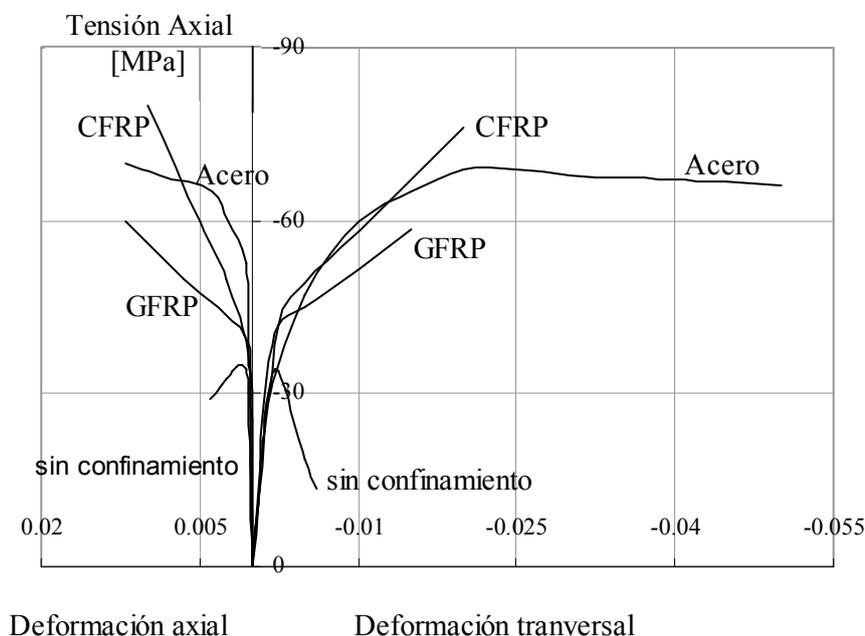


Figura 2.24. Curvas tensión axial- deformación axial y transversal de un hormigón de resistencia normal confinado con acero, CFRP y GFRP (Untiveros, 2002).

En el caso del hormigón confinado con FRP la influencia del confinamiento en la capacidad de carga es mayor para el hormigón confinado con FRP de carbono cuando se comparan el mismo número de capas. En cualquier caso el modo de falla es controlado por la rotura del FRP.

Los polímeros reforzados con fibras de carbono (CFRP) han resultado tener mejores características de durabilidad que los compuestos de fibra de vidrio y fibra aramida (GFRP y

AFRP). Por este motivo y por su relativamente alto módulo de elasticidad, los CFRP desarrollan una acción de confinamiento más alta (Karabinis y Rousakis, 2002).

En la Figura 2.25 se pueden ver las curvas tensión axial-deformación axial de un hormigón de alta resistencia confinado con diferente número de capas GFRP y CFRP (Untiveros, 2002). Se puede ver que, para igual número de capas de confinamiento, el CFRP proporciona un incremento mayor en la resistencia y ductilidad.

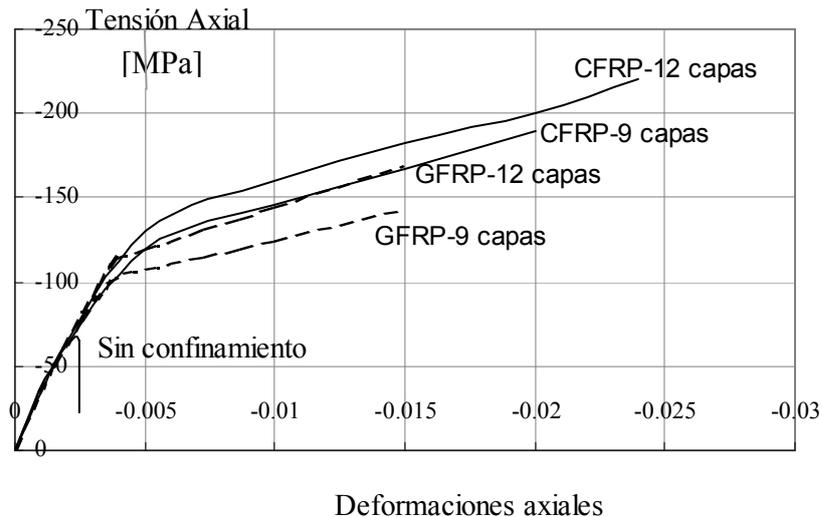


Figura 2.25 Curvas tensión-deformación axial de un hormigón de alta resistencia confinado con diferentes espesores de GFRP y CFRP (Untiveros, 2002).

## **CAPÍTULO 3**

### **ESTADO DEL ARTE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA HORMIGÓN CONFINADO**

#### **3.1. INTRODUCCIÓN**

Básicamente, la simulación del comportamiento del hormigón confinado se puede hacer utilizando modelos tridimensionales de hormigón y modelando por separado el confinamiento, cualquiera sea el material de que se trate, o en el otro extremo, con modelos unidimensionales de hormigón modificados para tener en cuenta el confinamiento. El primer tipo ha sido desarrollado generalmente dentro del marco de las teorías de elasticidad, plasticidad, viscoplasticidad y daño, mientras que el segundo tipo de modelos corresponde generalmente a modelos empíricos calibrados para cada caso particular de confinamiento.

Los modelos uni o bidimensionales semiempíricos son más sencillos pero tienen el inconveniente de que requieren demasiados parámetros, sólo son válidos para el tipo particular de confinamiento para el que han sido desarrollados y, generalmente, sólo logran reproducir la respuesta axial.

La mayoría de los modelos elastoplásticos utilizados actualmente para hormigón no son capaces de simular correctamente el comportamiento del hormigón bajo compresión triaxial, puesto que tienden a sobrestimar la resistencia última y la rigidez y subestimar la ductilidad.

La sobrestimación del valor de la resistencia última está relacionada con la adopción de funciones de fluencia de primer grado en las componentes del tensor de tensiones, mientras

que la subestimación de la energía disipada está asociada con la definición de la variable de endurecimiento plástico.

A continuación, se presenta un estado del arte de los modelos utilizados para simular el comportamiento de elementos comprimidos de hormigón confinados con materiales compuestos de matriz polimérica (FRP). En primer lugar, se hace una breve presentación de algunos modelos empíricos o analíticos y luego, con más detalle, se describen dos modelos recientes, basados en las teorías de elasticidad y plasticidad.

## **3.2 MODELOS EMPÍRICOS O ANALÍTICOS**

### **3.2.1. Introducción**

En este apartado se describen cuatro modelos basados en ecuaciones empíricas, dos de los cuales fueron formulados para reproducir el confinamiento del hormigón con acero y luego extendidos y adaptados al confinamiento con FRP. Los dos modelos restantes fueron inicialmente propuestos y ajustados para hormigón confinado con FRP.

Las formulaciones basadas en los modelos de hormigón confinado con acero pueden predecir una mejora en la resistencia del hormigón confinado en función de la presión de confinamiento, cuyo valor se supone constante durante toda la historia de carga e igual a la máxima presión de confinamiento ejercida por el FRP. Sin embargo, algunos autores objetan la hipótesis de presión de confinamiento constante que se realiza en estos modelos (Fardis y Khalili, (1998) y Spoelstra y Monti (1999)). Si bien esa suposición es válida en el caso de confinamiento con acero en la fase de fluencia, no se puede extender a los materiales compuestos que no exhiben fluencia y, por lo tanto, le aplican al núcleo de hormigón una presión continuamente creciente hasta que se rompen. En general, se ha coincidido en que los resultados obtenidos con dichos modelos son a menudo poco conservativos e inseguros.

Con respecto a los modelos formulados exclusivamente para el hormigón confinado con FRP, la mayoría de ellos son de naturaleza empírica y han sido calibrados con datos experimentales de sus propios autores.

Por último, se debe destacar que, en general, la mayoría de los modelos descritos sólo permiten predecir, en el mejor de los casos, una respuesta tensión-deformación en la dirección axial y eventualmente en la dirección transversal del conjunto, pero no dan información sobre lo que realmente ocurre en el núcleo de hormigón.

### 3.2.2 Modelo de Fardis y Khalili (1981)

Fardis y Khalili (De Lorenzis, 2001) formularon un modelo tensión-deformación hiperbólico para hormigones encamisados con FRP.

Se trata de un modelo desarrollado a partir de una fórmula empírica de Richart et al (1928) (De Lorenzis, 2001) y de una expresión no lineal de Newman y Newman (1972) (De Lorenzis, 2001) y adaptado para el caso de confinamiento con FRP, pues originalmente las formulaciones fueron pensadas para reproducir el confinamiento con acero donde se considera constante el valor de la presión lateral ejercida por el medio confinante (confinamiento activo).

Las expresiones propuestas son las siguientes:

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 1 + 4.1 \left( \frac{p_u}{f_{co}} \right) \quad (3.1)$$

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 1 + 3.7 \left( \frac{p_u}{f_{co}} \right)^{0.86} \quad (3.2)$$

donde

$$p_u = \left( \frac{2f_{fu}nt}{D} \right) \quad (3.3)$$

representa la máxima presión de confinamiento que puede ejercer el material compuesto antes de la ruptura, valor que en los modelos originales de Richart et al (1928) y Newman y Newman (1972) (De Lorenzis, 2001) se tomaba constante;  $f_{cc}$  es la resistencia a compresión del hormigón confinado,  $f_{co}$  la resistencia a compresión del hormigón sin confinar,  $D$  es el diámetro del núcleo de hormigón,  $f_{fu}$  la resistencia última a tracción del compuesto,  $n$  el número de capas de compuesto y  $t$  su espesor.

Para predecir la tensión y deformación pico, Fardis y Khalili (De Lorenzis, 2001) propusieron las siguientes expresiones:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} + 0.001 \frac{E_f nt}{f_{co} D} \quad (3.4)$$

$$f_c = \frac{E_{co} \varepsilon_c}{1 + \varepsilon_c \left( \frac{E_{co}}{f_{cc}} - \frac{1}{\varepsilon_{cc}} \right)} \quad (3.5)$$

donde  $\varepsilon_{co}$  es la deformación axial correspondiente a la tensión pico del hormigón sin confinar,  $\varepsilon_{cc}$  representa la deformación axial correspondiente a la tensión pico del hormigón confinado,  $E_{co}$  es el módulo elástico inicial del hormigón,  $\varepsilon_c$  la deformación axial del hormigón y  $E_f$  es el módulo de elasticidad del compuesto.

El modelo de Fardis y Khalili (De Lorenzis, 2001) fue propuesto tomando como base un número limitado de ensayos de probetas cilíndricas de hormigón confinadas con tejidos bidireccionales de FRP y cargadas axialmente. La ecuación (3.4) no se contrastó con resultados experimentales y fue calibrada con un valor empírico de  $\varepsilon_{co}$  igual a 0.002.

Nanni y Bradford (Nanni y Bradford, 1995) investigaron el comportamiento de probetas de hormigón confinadas con FRP con tres diferentes tipos de fibras, y encontraron que, si bien el modelo de Fardis y Khalili (De Lorenzis, 2001) podía predecir razonablemente bien la resistencia, subestimaba notablemente la deformación última.

### 3.2.3 Modelo de Saadatmanesh et al (1994)

Saadatmanesh et al (De Lorenzis, 2001) extendieron el modelo de Mander et al (De Lorenzis, 2001) propuesto para hormigón confinado con acero, al confinamiento con FRP. El modelo de Mander (De Lorenzis, 2001) propone una relación no lineal entre la resistencia del hormigón confinado y la presión de confinamiento basada en la superficie de resistencia última desarrollada por Elwi y Murray (De Lorenzis, 2001). La expresión para la resistencia a compresión con confinamiento es la siguiente:

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 2.254 \sqrt{1 + 7.94 \left( \frac{p}{f_{co}} \right)} - 2 \frac{p}{f_{co}} - 1.254 \quad (3.6)$$

La deformación correspondiente a la tensión pico del hormigón confinado está dada por:

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = 1 + 5 \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \quad (3.7)$$

Saadatmanesh et al. (De Lorenzis, 2001) aplicaron la ecuación (3.6) para el caso del hormigón confinado con FRP, usando para la presión de confinamiento  $p$  la ecuación (3.3). La expresión del modelo resulta la siguiente:

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 2.254 \sqrt{1 + 7.94 \left( \frac{2f_{fu}nt}{f_{co}D} \right)} - 4 \frac{f_{fu}nt}{f_{co}D} - 1.254 \quad (3.8)$$

Donde  $f_{cc}$ ,  $f_{co}$ ,  $f_{fu}$ ,  $n$ ,  $t$  y  $D$  tienen el mismo significado que en el modelo de Fardis y Khalili (De Lorenzis, 2001), descrito en el apartado anterior.

La deformación axial del hormigón confinado,  $\varepsilon_{cc}$ , correspondiente a la tensión pico es la misma que la del modelo de Mander (De Lorenzis, 2001), es decir, está dada por la ecuación (3.7), en tanto la deformación última  $\varepsilon_{cu}$  se determina mediante un balance de energía. En este sentido, ni Mander (De Lorenzis, 2001) ni Saadatmanesh et al (De Lorenzis, 2001) tuvieron en cuenta las evidencias experimentales que muestran que, para hormigones confinados con FRP, aquellos valores,  $\varepsilon_{cc}$  y  $\varepsilon_{cu}$ , son coincidentes.

Este modelo no fue contrastado por sus autores con ningún resultado experimental y sólo se utilizó para un estudio paramétrico.

### **3.2.4 Modelo de Saaman et al (1998)**

Samaan (Samaan et al, 1998) adoptaron y calibraron una relación tensión-deformación de cuatro parámetros de Richard y Abbott (De Lorenzis, 2001) para modelar la respuesta bilineal del hormigón confinado con FRP:

$$f_c = \frac{(E_1 - E_2)\varepsilon_c}{\left[ 1 + \left( \frac{(E_1 - E_2)\varepsilon_c}{f_0} \right)^n \right]^{1/n}} + E_2\varepsilon_c \quad (3.9)$$

Donde  $\varepsilon_c$  y  $f_c$  son la deformación y la tensión axial del hormigón respectivamente;  $E_1$  y  $E_2$  son la primera y segunda pendiente, respectivamente;  $f_0$  es la tensión plástica de referencia obtenida donde  $E_2$  se intercepta con el eje de tensiones; y  $n$  es el parámetro de forma de la curva que controla la curvatura en la zona de transición. La figura 3.1 muestra los parámetros básicos de esta expresión.

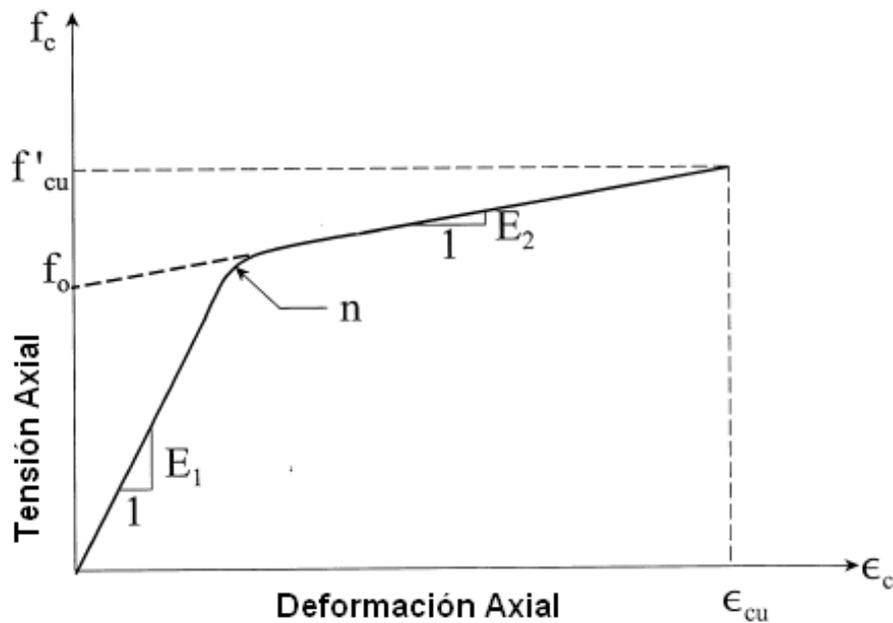


Figura 3.1. Parámetros de modelo de Confinamiento de Saaman et al ( Saaman et al,1998).

$E_1$  se toma igual al módulo secante del hormigón sin confinar:

$$E_1 = 3,950\sqrt{f_{co}} [MPa] \quad (3.10)$$

$E_2$  está relacionado con la rigidez del sistema de confinamiento y, en menor escala, con la resistencia del hormigón sin confinar, por la siguiente expresión:

$$E_2 = 245.61f_{co}^{0.2} + 1.3456\frac{E_f n t}{D} [MPa] \quad (3.11)$$

donde  $E_f$  es la rigidez efectiva del compuesto en la dirección radial. La tensión donde  $E_2$  intercepta al eje tensiones axiales,  $f_0$  está relacionada a la resistencia del hormigón sin confinar y la máxima presión de confinamiento provista por el FRP y su expresión es la siguiente:

$$f_o = 0.872f_{co} + 0.371f_r + 6.258 [MPa] \quad (3.12)$$

donde  $f_r$  es la presión de confinamiento ejercida por el compuesto.

El modelo no resulta muy sensible al parámetro de forma de la curva,  $n$ , tomándose un valor constante e igual a 1.5.

La tensión y deformación pico se determinan de la siguiente manera:

$$f_{cc} = f_{co} + 6.0 f_r^{0.7} [Mpa] \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_{cc} = \frac{f_{cc} - f_o}{E_2} \quad (3.14)$$

La ecuación (3.13) fue calibrada con resultados experimentales obtenidos por los autores sobre probetas de hormigón encamisadas con tubos de FRP. Las deformaciones radiales del tubo FRP registradas en el momento de producirse la falla son muy cercanas al valor de su deformación última y, por lo tanto, el modelo no puede incorporar el fenómeno de falla prematura. En este modelo, como en el de Fardis (De Lorenzis, 2001), la deformación axial pico  $\varepsilon_{cc}$ , depende, no sólo de la presión de confinamiento última, sino también de la rigidez del mecanismo de confinamiento.

Los autores extendieron el modelo a la evaluación de la respuesta tensión deformación transversal. Más detalles se pueden encontrar en (Saaman et al, 1998).

Como comentario final de este modelo, se puede decir que es un modelo de confinamiento simple, capaz de reproducir de manera satisfactoria la respuesta bilineal tensión-deformación axial y transversal del hormigón confinado con FRP. En particular, ha sido aplicado con buenos resultados al caso de columnas cargadas concéntricamente. Los parámetros del modelo están relacionados directamente con las propiedades del compuesto (FRP) y del núcleo de hormigón.

No se probó la capacidad del modelo para reproducir la respuesta volumétrica y la respuesta ante cargas cíclicas.

### **3.2.5 Modelo de Spoelstra y Monti (2000)**

Básicamente, este modelo aplica el modelo de Mander et al (De Lorenzis, 2001) para cada valor de la presión lateral ejercida por el FRP, relacionada por equilibrio y compatibilidad, a la deformación lateral del hormigón, sin ningún parámetro empírico de calibración.

Los ingredientes básicos del modelo de Spoelstra y Monti (De Lorenzis, 2001) son un modelo constitutivo para hormigón sin confinar bajo compresión uniaxial de Pantazopoulou y Mills (Pantazopoulou y Mills ,1995), y el modelo de confinamiento de Mander et al (De Lorenzis, 2001).

Reordenando las ecuaciones del modelo de Pantazopoulou y Mills (Pantazopoulou y Mills ,1995) se llega a la siguiente relación entre la deformación lateral y transversal:

$$\varepsilon_l(\varepsilon_c, p) = \left[ \frac{E_{co}\varepsilon_c - f(\varepsilon_c, p)}{2\beta f_c(\varepsilon_c, p)} \right] \quad (3.15)$$

La relación tensión-deformación completa del hormigón confinado se computa a través de un proceso iterativo: para cada deformación axial, la correspondiente deformación lateral y la tensión axial se determinan iterativamente con la ecuación (3.15) y las ecuaciones correspondientes al modelo de Mander (De Lorenzis, 2001).

Si bien la determinación de la curva tensión-deformación completa del hormigón confinado requiere un proceso iterativo, las expresiones para la tensión y deformación axial última que se obtienen del modelo pueden ser calculadas explícitamente de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{cc,Mander} \left[ \frac{E_{sec}(E_{co} - E_{sec,u})}{E_{sec,u}(E_{co} - E_{sec})} \right]^{1-E_{sec}/E_{co}} \quad (3.16)$$

$$f_{cu} = E_{sec,u} \varepsilon_{cu} \quad (3.17)$$

donde:

$$E_{sec} = \frac{f_{cc,Mander}}{\varepsilon_{cc,Mander}} \quad (3.18)$$

$$E_{sec,u} = \frac{E_{co}}{1 + 2\beta\varepsilon_{fu}} \quad (3.19)$$

En las ecuaciones previas,  $f_{cc,Mander}$  y  $\varepsilon_{cc,Mander}$  son la tensión y la deformación pico del hormigón confinado dadas por el modelo de Mander et al (De Lorenzis, 2001), ecuaciones (3.6 y (3.7).  $E_{co}$  es el módulo elástico inicial del hormigón,  $E_{sec}$  el módulo elástico secante,  $E_{sec,u}$  el módulo elástico secante último,  $\beta$  es un parámetro del modelo y  $\varepsilon_{fu}$  la deformación última en tensión del laminado de FRP.

Para una mejor formulación del modelo, los autores realizaron un análisis de regresión que proporciona expresiones aproximadas y fácilmente aplicables de la tensión y deformación última:

$$\frac{f_{cu}}{f_{co}} = 0.2 + 3\sqrt{\frac{p_u}{f_{co}}} \quad (3.20)$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = 2 + 1.25 \frac{E_{co}}{f_{co}} \varepsilon_{fu} \sqrt{\frac{p_u}{f_{co}}} \quad (3.21)$$

donde  $p_u$  es la presión de confinamiento última,  $f_{co}$  es la resistencia a compresión del hormigón sin confinar y  $\varepsilon_{co}$  es la deformación axial correspondiente a la tensión pico del hormigón sin confinar.

Como comentario de este modelo, se puede decir que aproxima satisfactoriamente la resistencia del hormigón confinado pero no así la deformación correspondiente a la tensión pico, valor que, por otra parte, ninguno de los modelos descritos hasta aquí es capaz de predecir satisfactoriamente.

Finalmente, una característica a destacar del presente modelo, que no la tienen los anteriores, es que puede predecir curvas tensión-deformación con una rama descendente y, también, una pérdida de resistencia con respecto al hormigón sin confinar, situación observada para bajos porcentajes volumétricos de FRP.

### **3.3 MODELOS BASADOS EN LAS TEORÍAS DE ELASTICIDAD Y PLASTICIDAD**

#### **3.3.1. Introducción**

En esta sección se describen tres modelos basados en la teoría de la elasticidad y plasticidad que intentan reproducir el comportamiento de elementos comprimidos de hormigón confinados con materiales compuestos (FRP). Sólo uno ellos realiza un tratamiento separado hormigón-FRP (Balan et al, 2002), es decir plantea un modelo para el hormigón y otro para el compuesto. Los otros dos modelos analizados, (Karabinis y Rousakis,2002) y (Mirmiran et al, 2000), modelan el sistema hormigón-FRP como un todo.

#### **3.3.2 Modelo de A. Mirmiran et al (2000)**

Mirmiran et al (Mirmiran et al 2000) desarrollan un modelo de elementos finitos no lineal con plasticidad no asociada de Drucker-Prager que permite reproducir el comportamiento del hormigón confinado con materiales compuestos (FRP).

Para un estado triaxial de tensiones en el hormigón, se define la siguiente tensión equivalente :

$$\sigma_e = 3\beta\sigma_m + \left[ \frac{1}{2} S_{ij} M_{ijkl} S_{kl} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.22)$$

Donde  $\sigma_m$  es la tensión media y  $S_{ij}$  la tensión desviadora y debido a la simetría el tensor  $M_{ijkl}$  puede representarse mediante la siguiente matriz:

$$[M]_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$I_{3 \times 3}$  es una matriz identidad y  $\beta$  es una constante material dada :

$$\beta = \frac{2 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3}(3 - \operatorname{sen} \phi)} \quad (3.24)$$

donde  $\phi$  es el ángulo de fricción interna. El umbral de fluencia se define como:

$$\sigma_y = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \operatorname{sen} \phi)} \quad (3.25)$$

donde  $c$  es la cohesión del material. Cuando la tensión equivalente  $\sigma_e$  alcanza el valor del umbral de fluencia  $\sigma_y$ , se desarrollan en el hormigón las deformaciones plásticas. La regla de flujo está dada por la siguiente ecuación:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \left\{ \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \right\} \quad (3.26)$$

donde  $d\lambda$  determina la cantidad de deformación plástica y  $G$  es el potencial plástico que determina la dirección del flujo plástico. Se define un ángulo de dilatancia  $\phi_f$  a los efectos de establecer la regla de flujo. Si  $\phi_f = \phi$ , el flujo es asociado, si  $\phi_f < \phi$ , el flujo se dice no asociado, y para  $\phi_f = 0$  no se desarrolla expansión volumétrica. La cohesión y el ángulo de fricción interna del hormigón están relacionados con su resistencia de la siguiente forma:

$$f_{co} = \frac{2c \cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \quad (3.27)$$

$$k_1 = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \quad (3.28)$$

donde  $f_{co}$  es la resistencia del hormigón sin confinar, y  $k_1$  un factor que mide la efectividad del confinamiento cuyo valor fue sugerido por primera vez por Richart et al (Mirmiran et al, 2000) a través de la siguiente relación lineal:

$$f'_{cu} = f'_{co} + k_1 f_r \quad (3.29)$$

donde  $f'_{cu}$  es la resistencia del hormigón confinado, y  $f_r$  la presión de confinamiento dada por:

$$f_r = \frac{2f_j t_j}{D} \quad (3.30)$$

donde  $f_j$  es la resistencia del encamisado,  $t_j$  su espesor y  $D$  el diámetro del núcleo de hormigón. Otros investigadores han sugerido expresiones no lineales para determinar la efectividad del confinamiento. Mander et al (Mirmiran et al, 2000) propusieron la siguiente relación para secciones circulares confinadas por estribos:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 2.254 \sqrt{1 + 7.94 \left( \frac{f_r}{f'_{co}} \right)} - 2 \frac{f_r}{f'_{co}} - 1.254 \quad (3.31)$$

donde  $f'_{cc}$  es la resistencia pico del hormigón confinado. Samaan et al. (Mirmiran et al, 2000) propusieron la siguiente relación para el hormigón confinado con FRP:

$$f'_{cu} = f'_{co} + 3.38 f_r^{0.7} \quad (3.32)$$

Una vez que se han determinado la resistencia del hormigón confinado  $f'_{cu}$  y la efectividad del confinamiento  $k_1$ , por alguno de los tres modelos citados más arriba (ecuaciones (3.29), (3.31) o (3.32)), se pueden calcular los parámetros del modelo de Drucker-Prager  $\phi$  y  $c$  usando las ecuaciones (3.27) y (3.28).

Independientemente del método usado para calcular los parámetros del modelo, es necesario, además, introducir el ángulo de dilatancia.

El modelo ha sido implementado en un programa de elementos finitos no lineal, donde el hormigón es tratado inicialmente como un material isótropo y homogéneo con diferentes resistencias en tracción y en compresión. El compuesto fue modelado como un material lineal elástico.

El modelo descrito puede ser calibrado satisfactoriamente para predecir la respuesta tensión-deformación axial del hormigón confinado con FRP. En cambio no puede ajustar, ni aún seguir la tendencia de la respuesta volumétrica obtenida experimentalmente. Ello se debe a que el modelo de Drucker-Prager da una respuesta elasto- plástica con una dilatancia constante. Para ajustar los resultados experimentales se requieren ángulos de dilatancia muy

pequeños lo cual no es coincidente con los resultados experimentales para cargas relativamente bajas. Adicionalmente, por tratarse de un modelo elastoplástico, la respuesta bajo ciclos de carga-descarga no muestra degradación de rigidez.

### 3.3.3 Modelo de T Balan, M. Kwon y E. Spacone (2002)

Este modelo constitutivo hipoelástico tridimensional basado en la elasticidad no lineal ha sido recientemente desarrollado por Balan (Balan et al, 2001). El modelo puede describir la respuesta cíclica del hormigón bajo carga proporcional y no proporcional. La ley está basada en el concepto de deformación uniaxial equivalente introducido por Darwin y Pecknold (Kwon y Spacone et al, 2002). El modelo original de Balan et al (Balan et al 2001) fue modificado a los efectos de incluir el acoplamiento entre las tensiones desviadoras y volumétricas siguiendo la definición del módulo de acoplamiento propuesto por Gerstle (Kwon y Spacone et al, 2002). Los ejes materiales de ortotropía se suponen paralelos a los ejes principales de tensión. Estos últimos no son coaxiales con los ejes principales de deformación.

La relación tensión-deformación incremental respecto a los ejes de ortotropía es:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^o d\varepsilon_{kl} \quad (3.33)$$

donde  $d\sigma_{ij}$  y  $d\varepsilon_{ij}$  son los incrementos de tensión y deformación respectivamente, y el tensor  $C_{ijkl}^o$  puede escribirse en forma de matriz como sigue (Balan et al, 2001):

$$C_0 = \frac{1}{\Omega} \begin{bmatrix} E_1(1-\nu_{23}\nu_{32}) & E_1(\nu_{21}+\nu_{23}\nu_{31}) & E_1(\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}) & 0 & 0 & 0 \\ E_2(\nu_{12}+\nu_{13}\nu_{32}) & E_2(1-\nu_{13}\nu_{31}) & E_2(\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31}) & 0 & 0 & 0 \\ E_3(\nu_{13}+\nu_{12}\nu_{23}) & E_3(\nu_{23}+\nu_{13}\nu_{21}) & E_3(1-\nu_{12}\nu_{21}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12}\Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23}\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{31}\Omega \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

donde  $\Omega = 1 - \nu_{21}\nu_{12} - \nu_{31}\nu_{13} - \nu_{32}\nu_{23} - \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{23}\nu_{13}$ ,  $\nu_{ij}$  es el coeficiente de deformación transversal en la dirección  $j$  provocado por la tensión en la dirección  $i$ ,

( $i, j = 1, 2, 3$ ),  $E_i$  es el módulo del material en la dirección  $i$  de ortotropía ( $i = 1, 2, 3$ ),  $G_{ij}$  es el módulo de corte en el plano  $i$ - $j$

La apertura de una fisura asimétrica conduce al uso de coeficientes de Poisson asimétricos, que se derivan de los requerimientos de simetría de la matriz de rigidez del material.

Como los módulos de corte  $G_{ij}$  ( $i,j = 1,2,3$ ) deben ser invariantes bajo cualquier transformación arbitraria de coordenadas, entonces resultan:

$$G_{ij} = \frac{E_i E_j}{E_i(1 + \nu_{ij}) + E_j(1 + \nu_{ji})} \quad (3.35)$$

Usando el concepto de deformación uniaxial equivalente propuesta por Darwin y Pecknold (Kwon y Spacone et al, 2002), la relación constitutiva tri –dimensional puede ser desacoplada en tres relaciones tensión-deformación uniaxiales independientes. La deformación uniaxial equivalente es una deformación ficticia con un significado material no preciso. Para un dado estado de tensiones principales  $\sigma_{P_i}$  las deformaciones uniaxiales equivalentes  $\varepsilon_{ui}$  son las deformaciones que inducirían el mismo estado de tensiones sobre curvas tensión-deformación uniaxiales equivalentes. Los parámetros del material que definen las curvas tensión-deformación uniaxial equivalentes dependen normalmente de un valor de tensión, cuyo concepto se desarrolla más adelante. Las deformaciones equivalentes uniaxiales se derivan de la ley incremental  $d\varepsilon_{ui} = \frac{d\sigma_{P_i}}{E_i}$  ( $i = 1,2,3$ ), donde  $E_i$  es el módulo del material. La deformación uniaxial equivalente total se define como la integral de las deformaciones incrementales  $d\varepsilon_{ui}$ .

A los efectos de obtener la tensión correspondiente a  $\varepsilon_{ui}$  se requiere una ley uniaxial para el hormigón. Kwon (Kwon y Spacone et al, 2002) propone la utilización de la curva de Popovics (Kwon y Spacone et al, 2002) hasta la tensión de compresión pico y la curva de Saenz (Kwon y Spacone et al, 2002) después del pico. La ley uniaxial propuesta se puede ver en la Figura 3.2 y se define mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma = f_c \frac{K(\varepsilon/\varepsilon_c)}{1 + A(\varepsilon/\varepsilon_c) + B(\varepsilon/\varepsilon_c)^2 + C(\varepsilon/\varepsilon_c)^3 + D(\varepsilon/\varepsilon_c)^r} \quad (3.36)$$

donde,  $K = E_0(\varepsilon_c / f_c)$ ;  $K_\varepsilon = \varepsilon_f / \varepsilon_c$ ;  $K_\sigma = f_c / f_r$ ;  $r = \frac{K}{(K-1)}$

Si  $(\varepsilon / \varepsilon_c) < 1$  se usa la curva de Popovic :

$$A = C + K - 2 ; B = 1 - 2C ;$$

$$C = K \frac{(K_\sigma - 1)}{(K_\varepsilon - 1)^2} - \frac{1}{K_\varepsilon} ; D = 0$$

Si  $(\varepsilon / \varepsilon_c) \geq 1$  se usa la curva de Saenz :

$$A = B = C = 0; \quad D = K - 1$$

$E_c$  es el módulo de elasticidad inicial,  $\varepsilon_u$  es la deformación uniaxial,  $f_c$  es la resistencia del material,  $\varepsilon_c$  la deformación uniaxial correspondiente a  $f_c$  y  $f_r$ ,  $\varepsilon_f$ , corresponden a un punto de control sobre la rama descendente de la curva tensión deformación.

En tracción se define una ecuación similar a la ecuación (3.36), con una rigidez inicial  $E_0$  y un punto pico  $\varepsilon_t$ ,  $f_t$ .

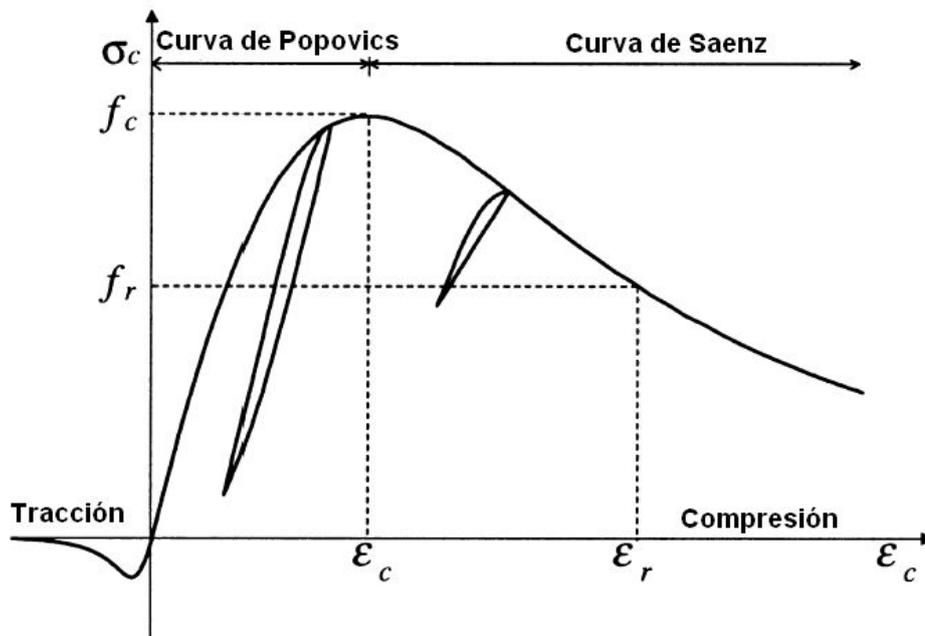


Figura 3.2. Curva de Popovics-Saenz (propuesta por Balan et al 2001).

### *Superficie última*

Las curvas tensión-deformación definidas por la ecuación (3.36) son funciones de las tensiones pico  $f_{ci}$  y de las correspondientes deformaciones  $\varepsilon_{ci}$ , donde el subíndice  $i$  indica las tres direcciones principales de tensión.  $f_{ci}$  y  $\varepsilon_{ci}$  están definidas por las dos superficies últimas en el espacio de tensiones principales y en el espacio de deformación uniaxial equivalente, respectivamente.

La superficie de tensión última define los valores de tensión última  $f_{c1}, f_{c2}, f_{c3}$  para un valor dado de tensión principal  $\sigma_{p1}/\sigma_{p2}/\sigma_{p3}$ . Estos últimos no son puntos de falla sino

combinaciones de valores de tensión máximos. Como superficie de tensión última del hormigón se usa una modificación del criterio de cinco parámetros de Willam y Warnke (Balan et al, 2001) que es una combinación del criterio tradicional de Rankine de máxima tensión y el criterio de resistencia de corte de Mohr Coulomb. La superficie de falla modificada se describe con la siguiente ecuación y puede verse en la Figura 3.3:

$$\tau_0^2 + A\left(\frac{\tau_0}{\sqrt{2}}r(e, \varphi) + \sigma_0\right) + B = 0 \quad (3.37)$$

donde  $r(e, \varphi)$  es el radio polar, definido por Menetrey y Willam (Balan et al, 2001):

$$r(e, \varphi) = \frac{a\eta^2 + b^2}{a\eta + b\sqrt{a(\eta^2 - 1) + b^2}} \quad (3.38)$$

y

$$A = \frac{f_c^2 - f_t^2}{9f_c}(2 + \alpha) \quad ; \quad B = -\frac{2f_c f_t}{9} \quad (3.39)$$

$\alpha(f_t / f_c)$  es la fragilidad del material,  $f_c$ ,  $f_t$  son las resistencias a compresión y tracción uniaxiales, respectivamente.

$$a = 1 - e^2 \quad ; \quad b = 2e - 1 \quad ; \quad \eta = 2\cos(\varphi) \quad (3.40)$$

$$\varphi = \frac{1}{3} \arccos\left[\left(3\sqrt{3}/2\right)\left(J_3 / (J_2)^{3/2}\right)\right] \quad (3.41)$$

donde  $\varphi$  es el ángulo de Lode (ángulo de orientación del punto de tensión en el plano desviador),  $J_2$  y  $J_3$  son el segundo y el tercer invariante del tensor desviador de tensión.  $e$  es la excentricidad que define cuánto se aleja la sección desviadora de la superficie de falla de una forma redondeada.

Una serie de ensayos realizados por el Comité Europeo del Hormigón (Comité Euro Internacional du Béton, 1983) muestran que la excentricidad para el hormigón debería estar entre  $0.5 \leq e \leq 0.6$ . Balan et al (Balan et al, 2001) proponen una única ecuación para  $e$ , expresada en términos de la fragilidad del material  $\alpha$  :

$$e = \frac{2 + \alpha}{4 - \alpha} \quad (3.42)$$

La ecuación (3.42) indica que  $\alpha$  debería ser mayor que cero para que la forma de la sección desviadora resulte suavizada, es decir, la resistencia a tracción debe ser mayor que cero. Cuando la  $\alpha$  es igual a 1, la excentricidad se convierte en la unidad y la sección desviadora pasa a ser un círculo, resultando una superficie de falla adecuada para los metales. Cuando  $\alpha$  es igual a 0.1,  $e$  es igual a 0.538, que es un valor cercano al propuesto por Menetrey y Willam (Balan et al, 2001).

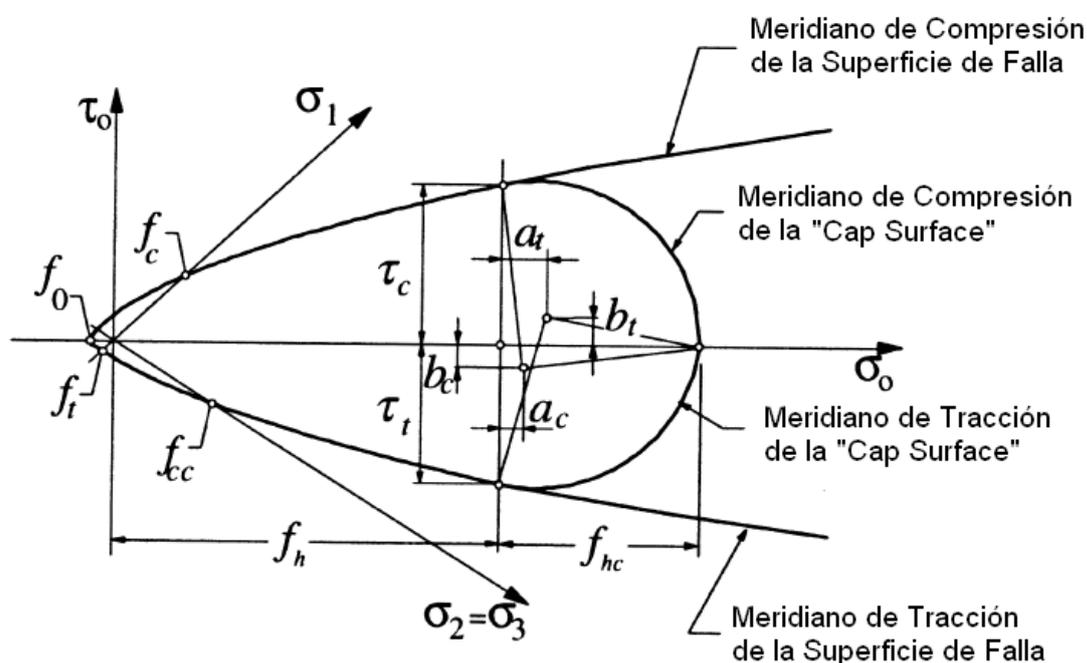


Figura 3.3. Superficie de falla última con un "cap model" (Balan et al, 2001).

### Coeficientes de Poisson

Balan et al (Balan et al, 2001) propusieron la siguiente expresión para definir los coeficientes de deformación transversales  $\nu_{ij}$

$$\nu_{ij} = \sqrt{\nu_{ui}\nu_{uj} \frac{E_i}{E_j}} \quad (3.43)$$

donde  $\nu_{ui}$  es el coeficiente de deformación transversal uniaxial en la dirección  $i$ .

La siguiente expresión es usada para definir  $\nu_{ui}$ :

$$\nu_{ui} = \nu_0 \left[ 1 + \frac{1}{K_v} \left( A_i \left( \frac{\varepsilon_{ui}}{\varepsilon_{ci}} \right) + B_i \left( \frac{\varepsilon_{ui}}{\varepsilon_{ci}} \right)^2 + C_i \left( \frac{\varepsilon_{ui}}{\varepsilon_{ci}} \right)^3 \right) \right] \quad (3.44)$$

donde  $\nu_0$  es el coeficiente de Poisson inicial, y

$$K = \frac{1}{2\nu_0} \quad ; \quad K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c} \quad ; \quad K_\alpha = \frac{f_c}{f_f} \quad ; \quad K_P = E_0 \frac{\varepsilon_c}{f_c} \quad (3.45)$$

$$A = C + K - 2 \quad ; \quad B = 1 - 2C \quad ; \quad C = K \frac{(K_\sigma - 1)}{(K_\varepsilon - 1)^2} - \frac{1}{K_\varepsilon} \quad (3.46)$$

El modelo fue validado en un programa de elementos finitos. Se utilizó para reproducir la respuesta al corte y el comportamiento de probetas de hormigón bajo diferentes mecanismos de confinamiento: acero y encamisados de FRP.

El acero fue modelado como un material elastoplástico perfecto y el FRP como un material isótropo, elastoplástico perfecto con una pequeña región plástica.

El modelo ajusta satisfactoriamente las curvas tensión-deformación axial y transversal obtenidas experimentalmente por otros investigadores, pero el mecanismo de confinamiento con FRP se activa antes de lo que reflejan los ensayos experimentales.

Las curvas de respuesta volumétrica y repuesta dilatancia en función de la deformación axial del modelo siguen la misma tendencia que las curvas experimentales pero no las pueden reproducir en forma precisa. Esta diferencia es más notoria en el caso de las probetas confinadas con FRP que en las confinadas con tubo de acero.

Con respecto a la respuesta del modelo ante cargas de compresión cíclicas bajo una presión lateral de confinamiento constante, se puede decir que el modelo ajusta satisfactoriamente la ductilidad de la respuesta de las probetas ensayadas, si bien la resistencia a compresión resulta incrementada con respecto a los valores experimentales.

En cuanto a la degradación de la rigidez, Figura 3.4, el modelo conduce a una degradación de la rigidez más marcada que la registrada experimentalmente.

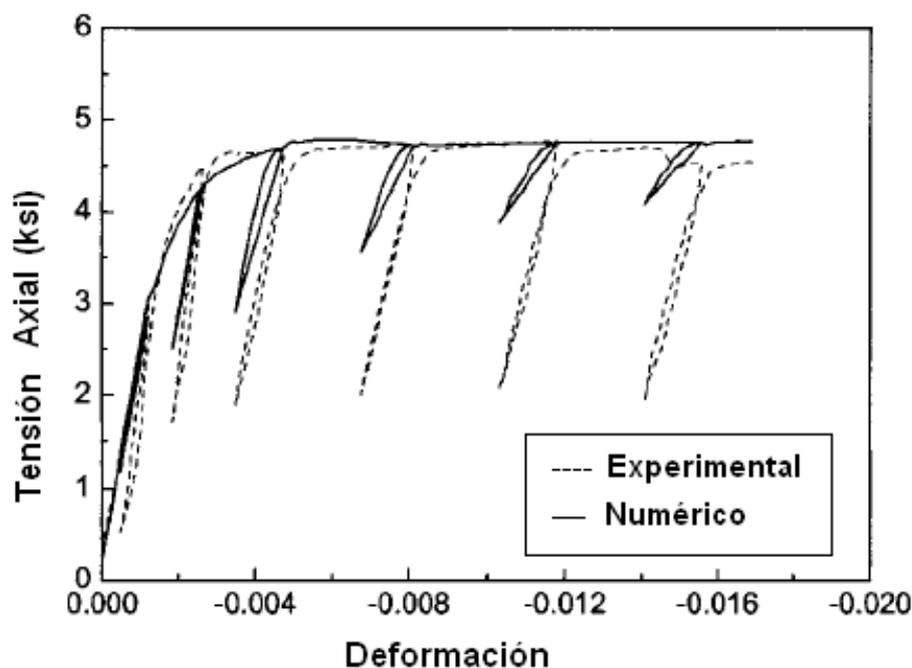


Figura 3.4. Respuesta numérica y experimental de un probeta de hormigón sometida a carga de compresión cíclica bajo una presión de confinamiento constante de 0.5 ksi. (1ksi = 6.892 MPa).

### 3.3.4 Modelo de A. Karabinis y T. Rousakis (2002)

Este modelo está basado en la teoría de la plasticidad y ha sido modificado y calibrado a los efectos de incorporar las características de dilatación del hormigón confinado con FRP, pues originalmente fue propuesto y aplicado a hormigones confinados con acero (Karabinis y Kiousis, 1996). El modelo permite obtener curvas tensión-deformación axial de columnas circulares de hormigón armado, cargadas axialmente y confinadas con FRP. Puede ser usado para hormigón confinado tanto con tubos como con láminas de FRP.

En este modelo se supone que el hormigón se comporta como un material elasto-plástico adoptándose una regla de flujo no asociativa. Ha sido desarrollado para describir tres características importantes del comportamiento del hormigón: 1) el incremento de la resistencia con el confinamiento; 2) el endurecimiento inicial, seguido de ablandamiento exhibido en la relación tensión-deformación; 3) la dilatación bajo compresión o corte como la mayoría de los materiales sensibles a la presión.

Se definen una función de fluencia  $F$ , una variable de endurecimiento plástico  $\kappa$ , y una función de potencial  $G$ . La expresión matemática para la función de fluencia  $F$  es la siguiente:

$$F = \sqrt{J_{2D}} + \theta J_1 - \kappa = 0, \quad (3.47)$$

donde  $J_{2D} = \frac{1}{6}([\sigma_1 - \sigma_2]^2 + [\sigma_2 - \sigma_3]^2 + [\sigma_3 - \sigma_1]^2)$  es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones,  $J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$  es el primer invariante del tensor de tensiones,  $\theta$  es un parámetro de fricción que expresa la sensibilidad del material a la presión hidrostática y  $\kappa$  es una función de endurecimiento-ablandamiento. Para definir  $\kappa$  se usa la trayectoria de deformación plástica:

$$\hat{\varepsilon} = \int \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (3.48)$$

donde el superíndice  $p$  indica deformaciones irreversibles. La expresión matemática para la variable de endurecimiento plástico  $\kappa$  se derivó de las siguientes observaciones experimentales registradas durante el incremento de la deformaciones plásticas: a) las tensiones se incrementan debido al endurecimiento; b) las tensiones disminuyen como consecuencia del daño; c) el valor del daño en el hormigón es inicialmente alto pero disminuye con el decrecimiento de las deformaciones. La expresión de  $\kappa$  resulta:

$$\kappa = \bar{\theta} \left( \frac{\bar{\varepsilon}}{\frac{1}{K_1} + \frac{\bar{\varepsilon}}{f_u - f_y}} - R(\sigma_3) K_2 \bar{\varepsilon} + f_y \right) \quad (3.49)$$

donde el primer término dentro del paréntesis es una función incremental asintótica que representa el endurecimiento, el segundo término refleja el daño, que depende del material y del confinamiento  $\sigma_3$ , y el tercer término es el límite elástico en compresión uniaxial.  $\bar{\theta}$  es una constante que permite hacer una interpretación uniaxial de la función de fluencia  $F$ :

$$\bar{\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \theta \quad (3.50)$$

$\bar{\varepsilon}$  es una función de  $\hat{\varepsilon}$ :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2\hat{\varepsilon}}{\alpha - 1} \quad (3.51)$$

y  $\alpha$  es la dilatación del hormigón sin confinar y se la puede interpretar como la pendiente del diagrama  $I_1^p - \sqrt{I_{2D}^p}$ , donde  $I_1^p$  es el primer invariante de deformación plástica e  $I_{2D}^p$  el segundo invariante de la deformación desviadora. Para un ensayo triaxial se puede ver:

$$d\varepsilon_3^p = \frac{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{3}}}{\frac{\alpha}{\sqrt{3}} - 2} d\varepsilon_1^p \quad (3.52)$$

donde  $\alpha$  es modelada mediante una relación asintótica:

$$\alpha = \alpha_0 - \frac{\varepsilon}{\frac{1}{K_\alpha} - \frac{\varepsilon}{\alpha_u - \alpha_0}} \quad (3.53)$$

donde  $\alpha_0$  y  $\alpha_u$  son los valores inicial y último de  $\alpha$  y  $K_\alpha$  es el valor inicial de cambio de  $\alpha$  como una función de  $\varepsilon$ .  $K_1$  el módulo plástico inicial,  $K_2$  es la pendiente post-pico de la curva tensión-deformación en compresión para el hormigón sin confinar y  $f_y$  es el límite elástico en compresión uniaxial ( igual a  $f_c / 4$ ). La resistencia última del hormigón  $f_u$  se expresa como:

$$f_u = f_y + (f_c - f_y) \frac{K_1}{(\sqrt{K_1} - \sqrt{K_2})^2} \quad (3.54)$$

Finalmente,  $R(\sigma_3)$  es la función de daño modelada por la ecuación:

$$R(\sigma_3) = e^{\chi\sigma_3} \quad (3.55)$$

donde la tasa de daño es controlada por la cantidad de confinamiento  $\sigma_3$  y el parámetro material  $\chi$ .

El porcentaje de daño es mayor en las primeras etapas de deformación y disminuye en el período de grandes deformaciones. Un modelo simple para  $\chi$ , desarrollado por los autores del modelo, puede verse en la Figura 3.5.

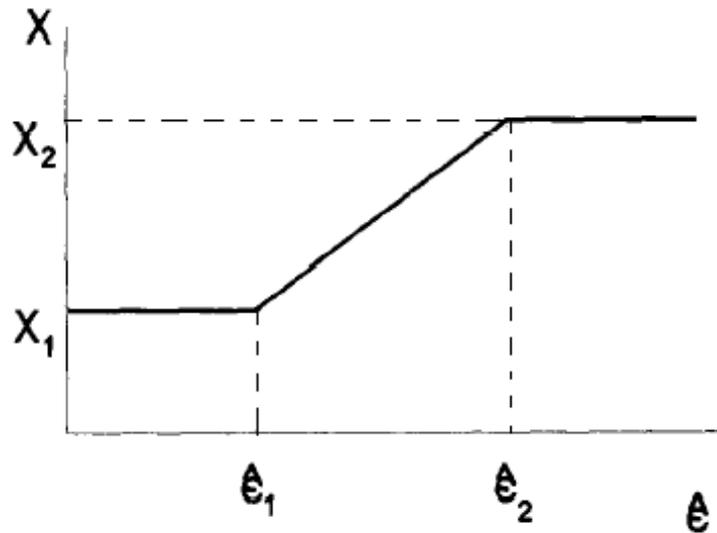


Figura 3.5. Modelo que muestra la variación de parámetro de daño  $\chi$ .

Los incrementos de deformación plástica están dados por la siguiente regla de flujo:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dG}{d\sigma_{ij}} \quad (3.56)$$

donde  $G$  es la función potencial:

$$G = \sqrt{I_{2D}} + \beta J_1 \quad (3.57)$$

$$\text{y } \beta = \frac{\alpha}{6}$$

La relación constitutiva elasto-plástica incremental está basada en la teoría de la plasticidad:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^t d\varepsilon_{kl} \quad (3.58)$$

donde el tensor constitutivo elasto-plástico  $C_{ijkl}^t$  está dada por:

$$C_{ijkl}^t = C_{ijkl} - \frac{C_{ijrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnlk}}{\frac{\partial F^T}{\partial \sigma_{mn}} C_{mntu} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{tu}} + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \sqrt{\frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}}}} \quad (3.59)$$

La integración de la ecuación (3.58) proporciona la relación tensión-deformación para el hormigón bajo cualquier carga arbitraria.

El comportamiento de la lámina de compuesto es lineal elástico hasta la rotura. Se supone que el material compuesto, actuando como mecanismo de confinamiento, desarrolla una

presión lateral creciente. Las tensiones que están directamente relacionadas con la rigidez del medio confinante y la respectiva expansión lateral del hormigón se calculan mediante un procedimiento iterativo. También se supone la compatibilidad de deformaciones entre la expansión del hormigón y el medio de confinamiento.

Para el hormigón confinado con FRP la deformación axial del hormigón al momento de producirse la rotura en compresión, se obtiene cuando la deformación lateral del mismo  $\varepsilon_l$  alcanza o iguala la deformación última del compuesto(FRP)  $\varepsilon_{ju}$ . De manera que, en caso de falla prematura del mecanismo de confinamiento, el modelo es incapaz de registrarlo.

En la descripción del modelo analítico, se usan 14 parámetros materiales para reproducir el comportamiento del hormigón:

- Dos parámetros elásticos: módulo de elasticidad  $E$  y coeficiente de Poisson  $\nu$
- Tres parámetros falla-fluencia:  $f_y$ ,  $f_c$  y  $\theta$
- Seis parámetros de endurecimiento:  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $\chi_1$ ,  $\chi_2$ ,  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$
- Tres parámetros de dilatación:  $\alpha_0$ ,  $\alpha_u$ ,  $K\alpha$

El parámetro de fricción  $\theta$  puede ser reemplazado por el ángulo de fricción interna  $\phi$  ya que están vinculados de la siguiente manera:

$$\theta = \frac{2 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3}(3 - \operatorname{sen} \phi)} \quad (3.60)$$

Los parámetros inelásticos del modelo se calibran usando resultados experimentales de probetas cilíndricas confinadas con FRP.

Como comentario final, se debe agregar que el modelo descrito ha sido contrastado con varios resultados experimentales y con tres modelos existentes en la literatura, y, si bien, reproduce con bastante aproximación el comportamiento bilineal del hormigón confinado con FRP, en lo que respecta a la respuesta tensión – deformación axial, sólo ha sido calibrado para un cierto rango de resistencias de hormigón.

## **CAPITULO 4**

### **MODELO CONSTITUTIVO PROPUESTO**

#### **4.1. INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se presenta un modelo constitutivo, obtenido de una modificación de un modelo existente que permite simular el comportamiento del hormigón sometido a altos niveles de confinamiento.

Como todos los geomateriales, el hormigón cuando es sometido a fuerzas mecánicas, exhibe un comportamiento no lineal caracterizado por el desarrollo de deformaciones permanentes y degradación de rigidez. La aparición de deformaciones permanentes puede asociarse al desarrollo de microfisuras, mientras que la degradación de rigidez se debe a cambios en la estructura porosa del hormigón. Las teorías de plasticidad y daño pueden utilizarse como marcos matemáticos para describir estos fenómenos.

En este capítulo se muestra la adaptación de un modelo de plasticidad y daño acoplados ya existente (Luccioni et al 1996) para poder simular el comportamiento del hormigón bajo estados triaxiales de compresión con altos niveles de confinamiento. El objetivo final de dicho modelo es reproducir el comportamiento de elementos estructurales de hormigón cargados axialmente y confinados lateralmente con polímeros reforzados con fibras (FRP). La extensión del modelo se logra modificando las expresiones de las variables de endurecimiento y adoptando una función de fluencia de segundo grado en las componentes del tensor de tensiones. Con dichas modificaciones se pueden obtener resultados numéricos más próximos a los valores experimentales para el tipo de sollicitación estudiado.

Se debe destacar que el modelo propuesto ha sido desarrollado para representar el comportamiento del hormigón bajo estados de compresión triaxial. Para la simulación de los polímeros reforzados con fibras (FRP) se utilizó un modelo de material elástico ortótropo con falla frágil con las propiedades del compuesto.

## 4.2 MODELO DE DAÑO ACOPLADO CON PLASTICIDAD MODIFICADO (Luccioni et al.1996)

### 4.2.1 Introducción

Este modelo resuelve simultáneamente el problema plástico, caracterizado por las deformaciones permanentes, con el de daño, caracterizado por la degradación de rigidez. Las condiciones de consistencia plástica y de daño se satisfacen simultáneamente en cada etapa de carga. De esta forma, utilizando variables de daño relacionadas con la disipación de energía en cada uno de los procesos, se logra una correcta disipación de energía del proceso global.

Es un modelo termodinámicamente consistente y deriva de una generalización de la teoría clásica de la plasticidad (Oller, 1988; Lubliner, 1989) y de la teoría de daño isótropo de Kachanov. Como marco matemático se usa la teoría de la plasticidad.

La adopción de una función de fluencia de segundo grado en las componentes del tensor de tensiones, obtenida a partir de una modificación del criterio de fluencia de Lubliner- Oller (Oller et al 1988), permite alcanzar valores de resistencia última muy próximos a los resultados obtenidos experimentalmente.

### 4.2.2 Bases termodinámicas

Este modelo está basado en la hipótesis de elasticidad desacoplada según la cual la densidad de energía libre total  $\Psi$  se puede suponer formada por dos partes independientes: una parte elástica  $\Psi^e$  y una parte plástica  $\Psi^p$ , correspondientes a los procesos elástico y plástico respectivamente.

$$\Psi(\varepsilon_{ij}^e, \kappa^p, d) = \Psi^e(\varepsilon_{ij}^e, d) + \Psi^p(\kappa^p) \quad (4.1)$$

donde  $\varepsilon_{ij}^e$  es el tensor de deformación elástica,  $\kappa^p$  es la variable de endurecimiento isótropo y  $d$  es la variable de daño escalar.

Para pequeñas deformaciones y problemas térmicamente estables, la parte elástica de la energía libre se escribe como una función cuadrática:

$$\Psi^e(\varepsilon_{ij}^e, d) = \frac{1}{2m_o} \left[ \varepsilon_{ij}^e C_{ijkl}(d) \varepsilon_{kl}^e \right] \quad (4.2)$$

Donde  $C_{ijkl}(d)$  es el tensor constitutivo secante afectado por el daño y  $d$  es la variable de daño escalar y  $\Psi^o$  representa la energía libre elástica del material no dañado. La variable de daño  $d$  varía siempre entre 0 para el material virgen y un valor máximo  $d_c$  correspondiente a la ruptura total, esto es  $0 \leq d \leq d_c$

La desigualdad de Clausius Duhem se satisface si la ecuación secante se escribe:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi^e}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = (1-d) \frac{\partial \Psi^o}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e = (1-d) C_{ijkl}^o \varepsilon_{kl}^e \quad C_{ijkl} = (1-d) C_{ijkl}^o \quad (4.3)$$

$$\sigma_{ij} = (1-d) \sigma_{ij}^o \quad \sigma_{ij}^o = C_{ijkl}^o \varepsilon_{kl}^e$$

Y la disipación mecánica resulta no negativa:

$$\dot{E}_m = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \frac{\partial \Psi^p}{\partial \kappa^p} \dot{\kappa}^p - \frac{\partial \Psi^e}{\partial d} \dot{d} \geq 0 \quad (4.4)$$

### 4.2.3 Proceso plástico

El proceso plástico se describe a partir de una generalización de la teoría de la plasticidad clásica que permite tener en cuenta algunos aspectos del comportamiento de geomateriales.

El límite del comportamiento elástico se establece mediante una función de fluencia que marca el comienzo de las deformaciones permanentes:

$$F^p(\sigma_{ij}; \kappa^p) = f^p(\sigma_{ij}) - K^p(\sigma_{ij}; \kappa^p) \leq 0 \quad (4.5)$$

donde  $f^p(\sigma_{ij})$  es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones que puede tomar la forma de cualquiera de las funciones de fluencia de la plasticidad clásica (Tresca, Von Mises, Mohr Coulomb, Drucker Prager, etc.), dependiendo del tipo de material modelado. Si se utiliza este modelo para hormigón se debe adoptar un criterio adecuado para materiales friccionales.

$K^p(\sigma_{ij}; \kappa^p)$  es el umbral de fluencia que evoluciona con el proceso plástico y  $\kappa^p$  es la variable de daño plástico o variable de endurecimiento isótropo.

Se definen las siguientes reglas de evolución para las deformaciones plásticas y la variable de daño plástico:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial G(\sigma_{mn}; \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.6)$$

donde  $\lambda$  es el factor de consistencia plástica,  $G$  la función de potencial.

La variable de endurecimiento plástico  $\kappa^p$  se obtiene normalizando la energía disipada en el proceso plástico a la unidad. La Figura 4.1 muestra esta normalización para procesos de tracción y compresión uniaxial en donde la variable  $\kappa^p$  se obtiene dividiendo la energía disipada por la energía total (área bajo la curva  $\sigma - \varepsilon^p$ ). Aparte  $\kappa^p$  varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando se ha disipado plásticamente la totalidad de la energía que el material es capaz de disipar de esta forma.

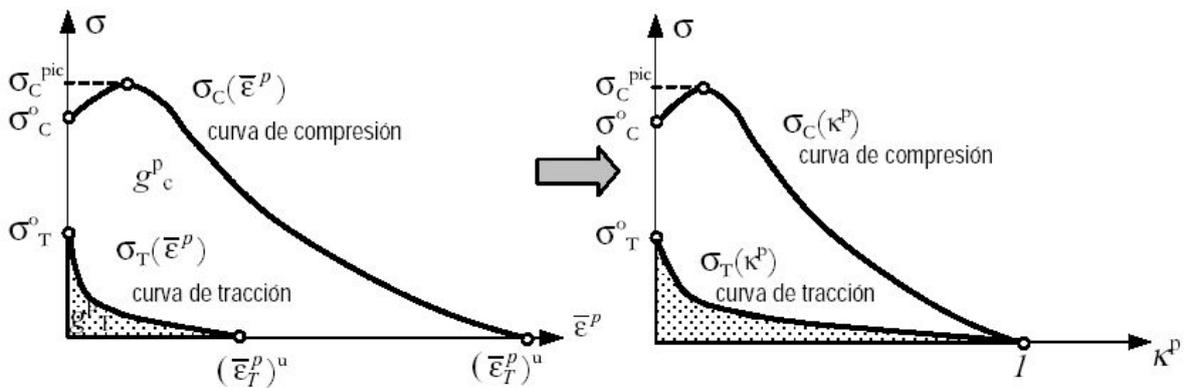


Figura 4.1. Curvas de resistencia para procesos de carga-descarga uniaxial (Oller, 2001).

Se propone para  $\kappa^p$  la siguiente regla de evolución, que tiene en cuenta el comportamiento diferenciado en tracción y compresión y permite simular adecuadamente la disipación de energía en compresión triaxial del hormigón:

$$\dot{\kappa}^p = \left[ \frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*p}} \right] \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (4.7)$$

Donde:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \quad \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_i + |\sigma_i|] \quad (4.8)$$

$\sigma_i$ : son las tensiones principales

$$g_f^{*p} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{op}}{f^p(\sigma_{ij})} \right)^2 g_f^p \quad g_c^{*p} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{f^p(\sigma_{ij})} \right)^2 g_c^p \quad (4.9)$$

$R^{op}$  es la relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial,  $g_f^p$  y  $g_c^p$  son las máximas densidades de energía disipadas por el proceso plástico en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

En el caso de un proceso termodinámico sin daño, estas energías pueden ser evaluadas como:

$$g_f^p = \frac{G_f}{l_c} \quad y \quad g_c^p = \frac{G_c}{l_c} \quad (4.10)$$

donde  $G_f$  y  $G_c$  son las energías de fractura y aplastamiento respectivamente y  $l_c$  es un parámetro externo que depende del tamaño característico de la malla de elementos finitos y se introduce para obtener objetividad de la respuesta del sólido respecto del tamaño de la malla.

En el modelo de daño y plasticidad acoplados original los factores entre corchetes en las ecuaciones (4.9) aparecían elevados a la primera potencia. La introducción del exponente 2 permite aumentar la capacidad de disipación de energía bajo estados triaxiales de tensión de acuerdo con los resultados experimentales. En la Figura 4.2 se ha representado un ensayo de compresión con confinamiento (Sfer, 2002), con la variable de endurecimiento original y la nueva, usándose en ambos casos un modelo elastoplástico de Mohr Coulomb con fricción variable.

Se propone la siguiente regla de evolución para el umbral de fluencia equivalente:

$$K^p(\sigma_{ij}, \kappa^p) = r R^{op} \sigma_t(\kappa^p) + (1-r) \sigma_c(\kappa^p) \quad (4.11)$$

Donde  $\sigma_t(\kappa^p)$  y  $\sigma_c(\kappa^p)$  representan la evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente y se han representado en la Figura 4.1.

Las condiciones de carga / descarga se derivan de las relaciones de Kuhn-Tucker formuladas para problemas con restricciones unilaterales:

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad F^p \leq 0 \quad \dot{\lambda} F^p = 0 \quad (4.12)$$

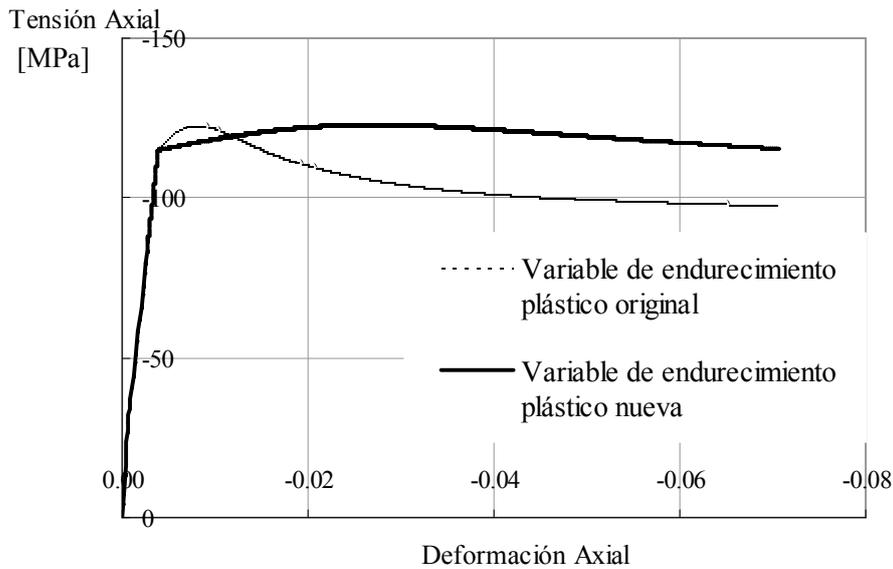


Figura 4.2. Ensayo de compresión con presión lateral de 30 MPa (Sfer, 2002).

#### 4.2.4 Proceso de daño

El umbral de daño se describe a través de una función de daño de la siguiente forma:

$$F^d = f^d(\sigma_{ij}) - K^d(\sigma_{ij}; \kappa^d) \leq 0 \quad (4.13)$$

donde  $f^d(\sigma_{ij})$  es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones  $K^d(\sigma_{ij}, \kappa^d)$  es el umbral de daño equivalente y  $\kappa^d$  es la variable de endurecimiento de daño.

La tensión equivalente  $f^d(\sigma_{ij})$  puede ser evaluada utilizando funciones conocidas de la teoría de la plasticidad (Tresca, Von-Mises, Mohr-Coulomb o Drucker-Prager) o cualquier otra función especialmente desarrollada para daño. Lo mismo que en el caso de la función de fluencia, para el caso del hormigón, se deben utilizar funciones que tengan en cuenta la diferencia de comportamiento en tracción y compresión.

La variable de endurecimiento en daño varía entre 0, para el material virgen, a 1, para el material completamente dañado. Se obtiene normalizando la energía disipada por daño a la unidad.

$$\dot{\kappa}^d = \left[ \frac{r}{g_f^{*d}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*d}} \right] \Psi^o \dot{d} \quad (4.14)$$

$$g_f^{*d} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{od}}{f^d} \right)^2 g_f^d \quad g_c^{*d} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{f^d} \right)^2 g_c^d \quad (4.15)$$

$R^{od}$  es la relación entre los umbrales de daño en compresión uniaxial y tracción uniaxial,  $g_f^d$  y  $g_c^d$  son las máximas densidades de energía disipadas por daño en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

En el modelo de daño y plasticidad acoplados original los factores entre corchetes en las ecuaciones (4.16) aparecían elevados a la primera potencia. La introducción del exponente 2 permite aumentar la capacidad de disipación de energía bajo estados triaxiales de tensión para ajustar mejor las curvas de respuesta a los resultados experimentales.

Se propone la siguiente ecuación para el umbral de daño equivalente:

$$K^d(\sigma_{ij}, \kappa^d) = r \sigma_t(\kappa^d) + (1-r) \sigma_c(\kappa^d) \quad (4.16)$$

donde  $\sigma_t(\kappa^d)$  y  $\sigma_c(\kappa^d)$  representan la evolución de los umbrales de daño en ensayos de compresión y tracción uniaxial respectivamente.

Las condiciones de carga / descarga se derivan de las relaciones de Khun-Tucker y resultan análogas a las correspondientes al proceso plástico:

$$\dot{d} \geq 0 \quad F^d \leq 0 \quad \dot{F}^d = 0 \quad (4.17)$$

#### 4.2.5 Plasticidad y daño acoplados

La evolución de las deformaciones plásticas y del daño se obtiene de la solución simultánea de las siguientes ecuaciones denominadas condiciones de consistencia de problema:

$$\begin{cases} \dot{F}^p = 0 \\ \dot{F}^d = 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Las ecuaciones (4.18) son dos ecuaciones lineales en  $\dot{\lambda}$  y  $\dot{d}$  que pueden ser fácilmente resueltas.

La ley constitutiva tangente puede obtenerse derivando la ecuación (4.3) e incorporando los valores de  $\dot{\lambda}$  y  $\dot{d}$  obtenidos de la solución simultánea de las ecuaciones (4.18) y resulta:

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}^t \dot{\epsilon}_{kl} \quad (4.19)$$

Donde:

$$C_{ijkl}^t = C_{ijkl}^e - \frac{C_{ijrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnkl}^s}{-\frac{\partial F}{\partial \alpha_p} (h_p)_{tu} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{tu}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}}} \quad (4.20)$$

$$C_{ijkl}^e = C_{ijkl} \frac{\sigma_{ij}^0 \left[ \frac{\partial F^d}{\partial \sigma_{tu}} \left( -\frac{\partial F^p}{\partial \kappa^p} (h_p)_{mn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} + \frac{\partial F^p}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} \right) - \left( \frac{\partial F^d}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} \right) \frac{\partial F^p}{\partial \sigma_{tu}} \right] C_{tu kl}}{\left( -\frac{\partial F^p}{\partial \kappa^p} (h_p)_{mn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} + \frac{\partial F^p}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} \right) \left( -\frac{\partial F^d}{\partial \kappa^d} h_{\kappa^d} + \frac{\partial F^d}{\partial \sigma_{tu}} \sigma_{tu}^0 \right) - \left( \frac{\partial F^p}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} \right) \frac{\partial F^p}{\partial \sigma_{tu}} \sigma_{tu}^0} \quad (4.21)$$

En el Apéndice I se describe el algoritmo de integración de la ecuación constitutiva utilizado para la implementación numérica del modelo desarrollado en un programa de elementos finitos no lineal.

#### 4.2.6 Función de Fluencia

El criterio de fluencia propuesto con el objeto de reproducir el comportamiento del hormigón bajo compresión triaxial es una modificación del criterio de fluencia de Lubliner-Oller (Oller et al, 1998) con meridianos rectos. Este último criterio, que se describe en el Apéndice II, utiliza funciones de fluencia homogéneas de primer grado en las componentes del tensor de tensiones, por lo cual no puede simular el comportamiento de los sólidos friccionales a elevadas presiones hidrostáticas, donde los resultados experimentales muestran que las curvas de fluencia en los planos meridianos se curvan hasta hacerse prácticamente paralelas al eje de presión hidrostática (W.Chen, 1982). Con el fin de ajustar mejor las observaciones experimentales, se propone la siguiente expresión para la función de fluencia, en la que se introduce un término de segundo grado en el primer invariantes del tensor de tensiones:

$$F^p = \sqrt{3J_2} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma^{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma^{\max} \rangle + \frac{\delta}{\sigma_c(\kappa^p)} (1-\alpha) I_1^2 - \sigma_c(\kappa^p) (1+\alpha)(1+\delta) \leq 0 \quad (4.22)$$

donde  $\alpha, \beta, \gamma$  y  $\delta$  son constantes que determinan la forma de la función de fluencia,  $I_1$  es el primer invariante del tensor de tensiones,  $J_2$  es el segundo invariante del tensor desviador de

tensiones ,  $\sigma^{m\acute{a}x}$  es la tensi3n principal mayor :  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma^{m\acute{a}x}$  , cuya expresi3n es la siguiente:

$$\sigma^{m\acute{a}x} = 2 \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{I_1}{3}. \quad (4.23)$$

donde  $\theta$  es el 3ngulo de similaridad o 3ngulo de Lode.

### Determinaci3n de los par3metros

En esta definici3n de la funci3n de fluencia aparecen 5 par3metros:  $\sigma_{cu}$  ,  $\alpha$  ,  $\beta$  ,  $\gamma$  y  $\delta$  .

Para la determinaci3n de los mismos es necesario conocer:

1. La resistencia a compresi3n uniaxial,  $\sigma_{co}$  .
2. La relaci3n entre las resistencias de compresi3n equibiaxial y uniaxial,  $R_{cb}$  .
3. La relaci3n que existe entre la resistencia uniaxial de compresi3n y tracci3n,  $R^0$  .
4. Punto correspondiente a resultados de compresi3n con confinamiento  $(J_2, I_1)$  , por donde se obliga a pasar al meridiano de compresi3n m3xima.

El par3metro  $\alpha$  es el encargado de ajustar la funci3n de discontinuidad inicial en la zona de compresi3n, con el fin de obtener la relaci3n deseada entre la resistencia a compresi3n uniaxial  $\sigma_{cb}$  y la resistencia equibiaxial  $\sigma_c$  . ( ver Figura 4.3).

Sustituyendo en la ecuaci3n (4.22) un estado de compresi3n plano y sim3trico  $\sigma_1 = 0 = \sigma^{m\acute{a}x}$  ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{cb}$  y operando algebraicamente, se obtiene:

$$\alpha = \frac{\sigma_{cb} + 4 \frac{\delta}{\sigma_c} \sigma_{cb}^2 - \sigma_c (1 + \delta)}{2\sigma_{cb} + 4 \frac{\delta}{\sigma_c} \sigma_{cb}^2 - \sigma_c (1 + \delta)} \quad (4.24)$$

resulta finalmente la expresi3n del par3metro  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{R_{cb} + 4\delta R_{cb}^2 - (1 + \delta)}{2R_{cb} + 4\delta R_{cb}^2 - (1 + \delta)} \quad (4.25)$$

donde  $R_{cb} = \sigma_{cb} / \sigma_c$  representa la relaci3n entre las resistencias de compresi3n equibiaxial y uniaxial. Seg3n estudios experimentales, dicha relaci3n oscila entre 1.10 y 1.16.

La Figura 4.3 muestra la forma que toma la intersección de la superficie de carga máxima con el plano  $\sigma_2 = 0$  para un hormigón de resistencia a la compresión  $\sigma_c = 30MPa$

El parámetro  $\beta$  permite tener en cuenta la relación entre las resistencias a tracción y compresión. Conocido  $\alpha$ , y sustituyendo para un estado de tracción simple  $\sigma_1 = \sigma_T$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  en la ecuación (4.22), se tiene (ver Figura 4.3):

$$(\sigma_T + \alpha\sigma_T + \beta\sigma_T + K(1-\alpha)\sigma_T^2) = \sigma_{co}(1-\alpha)(1 + K\sigma_{co}) \quad (4.26)$$

de donde resulta la expresión del parámetro  $\beta$ :

$$\beta = R^0(1-\alpha)(1+\delta) - \frac{\delta}{R^0}(1-\alpha) - (1+\alpha) \quad (4.27)$$

donde  $R^0$  representa la relación que existe entre la resistencia a compresión uniaxial y la resistencia a tracción uniaxial.

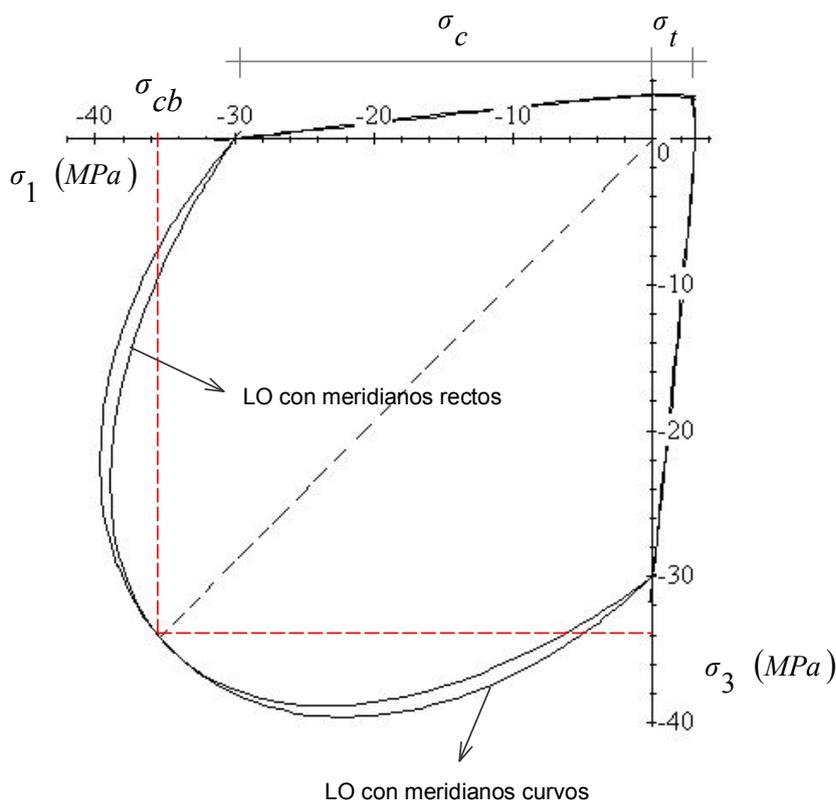


Figura.4.3. Criterio de fluencia propuesto y criterio de Lubliner-Oller (Oller et al, 1998) con meridianos rectos según el plano  $\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_2 = 0$ .

El parámetro  $\gamma$  es función de la relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión  $r_{oct}^{\max}$  y aparece solamente para estados de compresión triaxial, es decir, cuando  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma^{máx.} \leq 0$ .

Designando con *M.T.* y *M.C.* los meridianos a tracción y compresión, de la superficie de fluencia plástica, respectivamente, y expresando la tensión máxima, como:

$$\theta = \frac{-\pi}{6} \Rightarrow \sigma^{\max} = \frac{1}{3}(I_1 + 2\sqrt{3J_2}) \text{ Para M.T.} \quad (4.28)$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sigma^{\max} = \frac{1}{3}(I_1 + \sqrt{3J_2}) \text{ Para M.C.} \quad (4.29)$$

Sustituyendo éstas expresiones en la ecuación (4.22), con  $\sigma^{máx.} < 0$ , resultan las siguientes ecuaciones que describen meridianos curvos de tracción y compresión:

$$(2\gamma + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma + 3\alpha)I_1 + 3\frac{\delta}{\sigma_{co}}(1 - \alpha)I_1^2 = 3\sigma_{co}(1 - \alpha)(1 + \delta) \text{ M.T.} \quad (4.30)$$

$$(\gamma + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma + 3\alpha)I_1 + 3\frac{\delta}{\sigma_{co}}(1 - \alpha)I_1^2 = 3\sigma_{co}(1 - \alpha)(1 + \delta) \text{ M.C.} \quad (4.31)$$

Considerando la relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión  $r_{oct}^{\max}$ , en el plano octaédrico  $I_1 = 0$ , de las ecuaciones (4.30) y (4.31) se obtiene:

$$r_{oct}^{\max} = \frac{\rho_T}{\rho_C} = \frac{(\sqrt{2J_2})_T}{(\sqrt{2J_2})_C} = \frac{(\sqrt{J_2})_T}{(\sqrt{J_2})_C} = \frac{3\sigma_{co}(1 - \alpha)(1 + \delta)}{(2\gamma + 3)\sqrt{3}} = \frac{(\gamma + 3)}{(2\gamma + 3)} \quad (4.32)$$

$$\gamma = \frac{3(1 - r_{oct}^{\max})}{2r_{oct}^{\max} - 1} \quad (4.33)$$

Los ensayos experimentales muestran que  $r_{oct}^{\max}$  tiende a una constante que oscila alrededor de 0.65, de donde se obtendría un valor de  $\gamma = 3.5$ .

El criterio que se propone, mantiene la relación máxima entre radios octaédricos constante durante todo el proceso inelástico, y comprendida entre  $0.5 \leq r_{oct}^{\max} \leq 1.0$  según sean las constantes de ajuste que se utilizan.

El parámetro  $\delta$  está relacionado con la curvatura de los meridianos. Se obtiene haciendo

pasar el meridiano de compresión por un punto correspondiente a resultados de compresión con confinamiento, Figura 4.4.

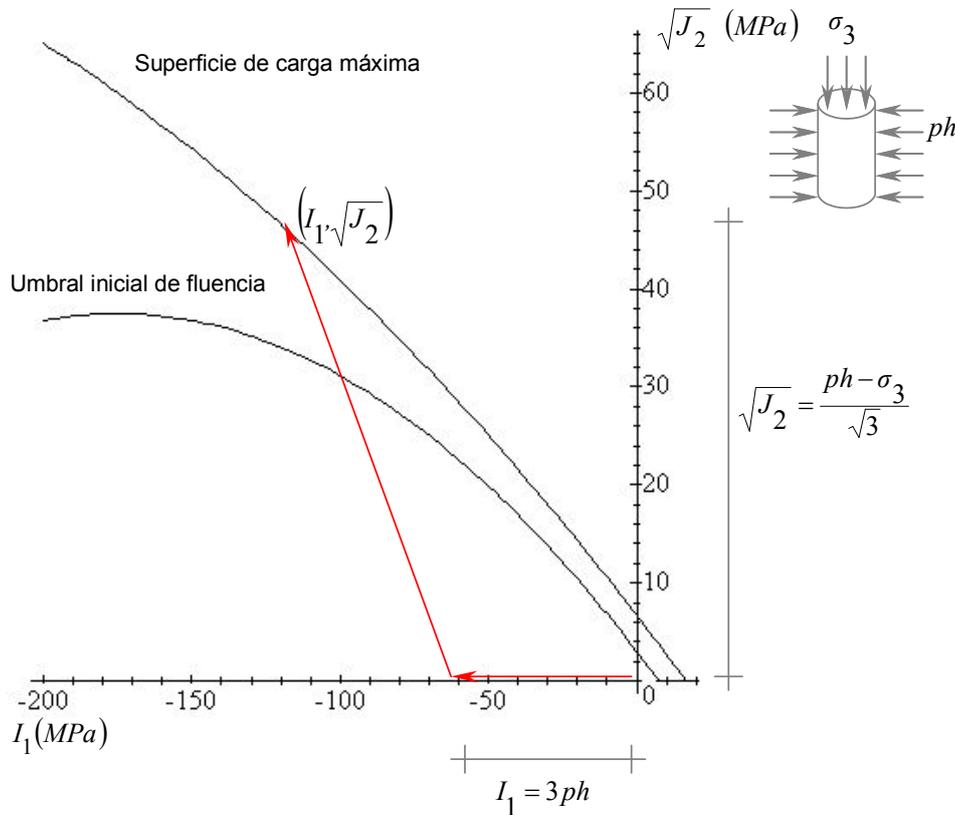


Figura 4.4. Camino de carga en el plano meridiano de compresión para un ensayo de compresión confinado con presión hidrostática.

Para dicho ensayo:

$$J_2 = \frac{(p_h - \sigma_3)^2}{3}, \quad I_1 = \sigma_3 + 2p_h, \quad \sigma^{\max} = \frac{1}{3}(I_1 + \sqrt{3J_2}) \quad (4.34)$$

y donde  $p_h$  y  $\sigma_3$  representan la presión de confinamiento del ensayo y el valor de resistencia última a compresión uniaxial correspondiente respectivamente. Si se obliga al meridiano de compresión de la función de fluencia definido en ecuación (4.31) a pasar por el punto correspondiente y se tiene en cuenta la expresión del parámetro  $\alpha$  dada en ec.(4.25), se puede obtener el valor de  $\delta$  como sigue:.

$$\delta = -\frac{\sqrt{3J_2}(2R_{cb}-1)+I_1(R_{cb}-1)+\gamma\sigma_{\max}(2R_{cb}-1)-\sigma_{cu}R_{cb}}{\sqrt{3J_2}(4R_{cb}^2-1)+I_1(4R_{cb}^2-1+\frac{R_{cb}}{\sigma_{cu}}I_1)+\gamma\sigma_{\max}(4R_{cb}^2-1)-\sigma_{cu}R_{cb}} \quad (4.35)$$

donde  $\sigma_{cu}$  es el valor de resistencia última o resistencia pico. Conviene realizar el ajuste para el valor de la resistencia última y no para el umbral de fluencia pues, por lo general, hay más información disponible, tanto experimental como empírica, sobre la variación de la resistencia última con la presión de confinamiento que sobre el cambio del umbral de fluencia. Esto se debe a que, por lo general, el umbral de fluencia es más difícil de identificar.

### Forma de la función de fluencia

En el plano octahédrico, la función de fluencia propuesta describe una curva con tres vértices, por donde pasan los tres meridianos de compresión máxima y donde presenta uno de los tipos de singularidad que produce una definición múltiple del vector normal a la superficie de fluencia  $f^p$ , ver Figura 4.5. Si se compara con el criterio de Lubliner-Oller con meridianos rectos (Oller et al, 1998), se observa que, para un cierto rango de valores de confinamiento, ambos criterios son prácticamente coincidentes, mientras que para valores muy bajos o muy altos de las presiones hidrostáticas, las trazas de uno y otro criterio se separan en forma notable. Para valores altos de confinamiento el criterio con meridianos rectos sobrestima la resistencia última, en tanto que el criterio propuesto permite obtener una estimación más satisfactoria de dicho valor.

En el plano principal  $(\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_2 = 0)$ , Figura 4.1, en la intersección con el octante de compresión total, al igual que el criterio de Lubliner Oller (Oller et al, 1998), la curva de fluencia correspondiente al criterio propuesto, presenta el otro tipo de singularidad que también produce definición múltiple del vector normal a la superficie.

La intersección de la superficie de carga con los planos meridianos de tracción y compresión máxima, representada en Figura 4.6, define dos parábolas de segundo orden que se abren en la dirección del eje hidrostático negativo y con una relación de radios octaédricos como la expresada en la ecuación (4.32). En la Figura 4.6 también se representan los meridianos de tracción y compresión máxima del criterio de Lubliner-Oller (Oller et al, 1998). Se puede ver que para valores de presión hidrostática intermedios ambos criterios coinciden, no así para presiones muy bajas o muy elevadas.

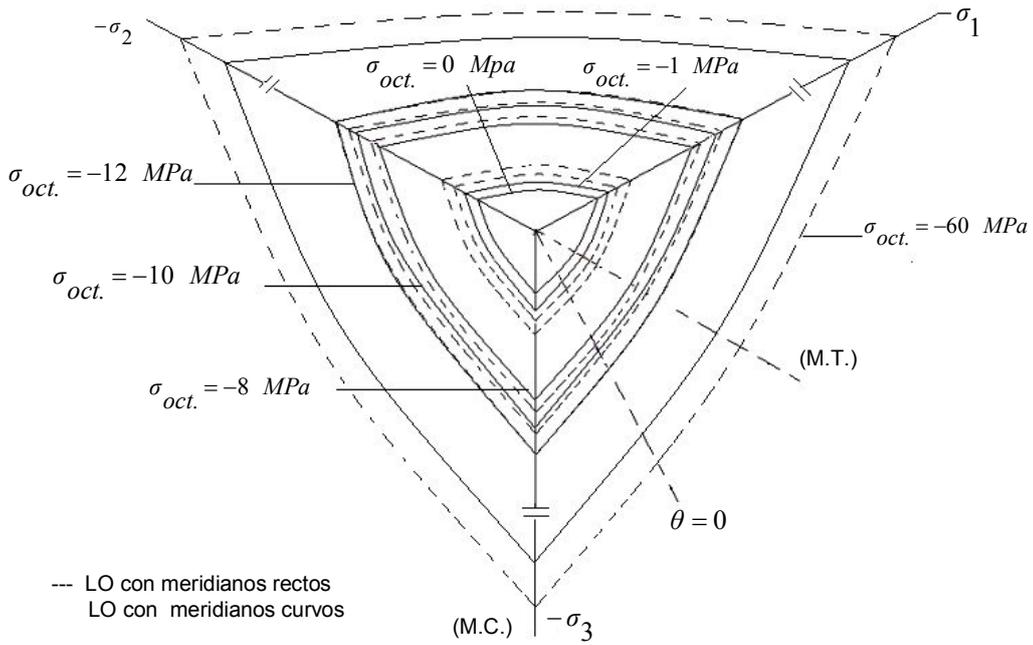


Figura 4.5. Criterio de fluencia propuesto y criterio de Lubliner-Oller con meridianos rectos según los planos octaédricos  $\sigma_{oct}=0,-1,-8,-10$  y  $-12$  MPa.

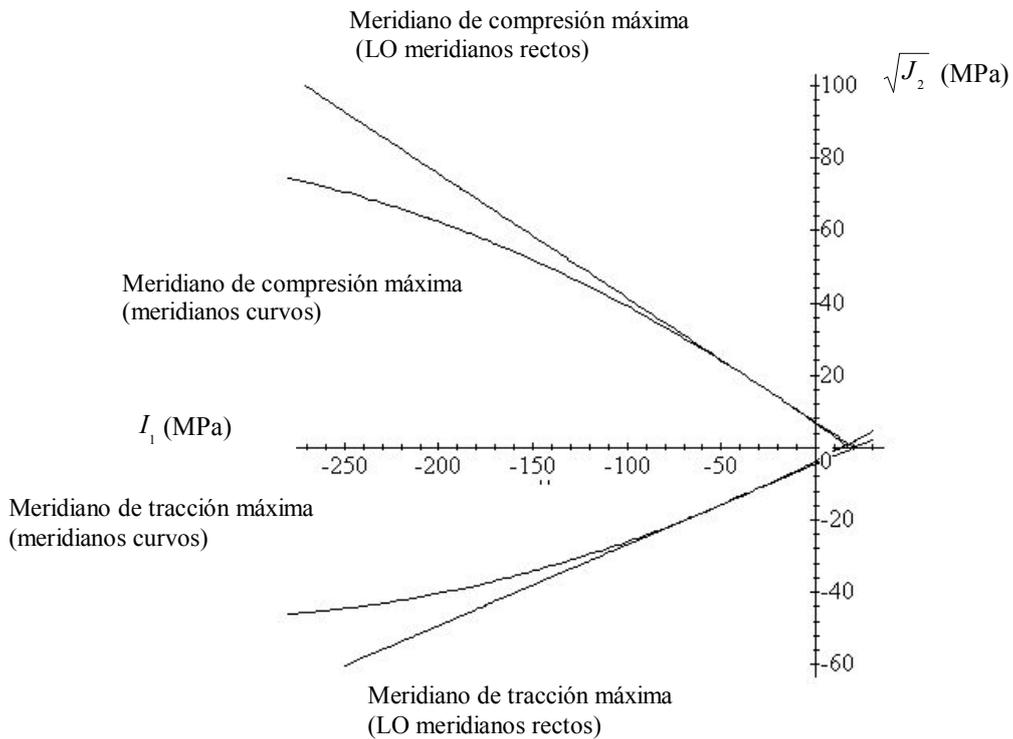


Figura 4.6. Criterio de fluencia propuesto y Criterio de fluencia de Lubliner-Oller (Oller et al, 1998) según los meridianos de tracción y compresión máxima.

Las Figuras 4.7 y 4.8 muestran el ajuste de los meridianos de compresión del criterio propuestos a dos conjuntos de ensayos de compresión triaxial (Untiveros, 2002), (Sfer, 2002).

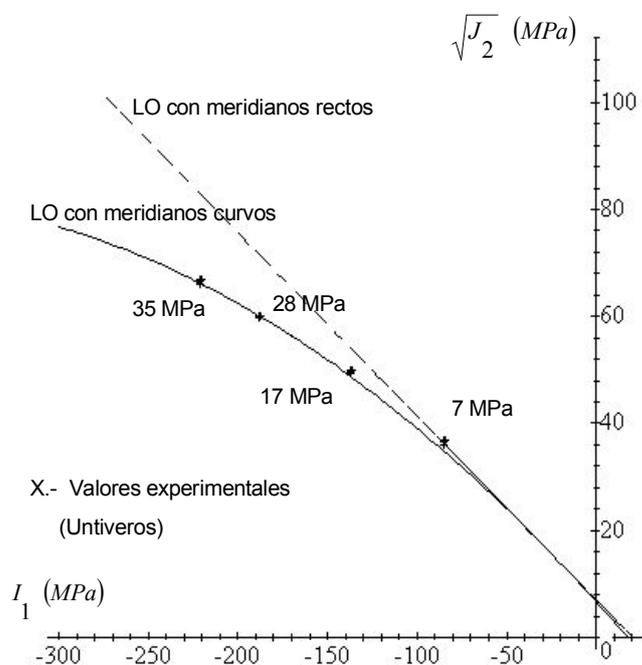


Figura 4.7. Meridiano de compresión máxima. Comparación con el meridiano recto y con valores experimentales (Untiveros, 2002).

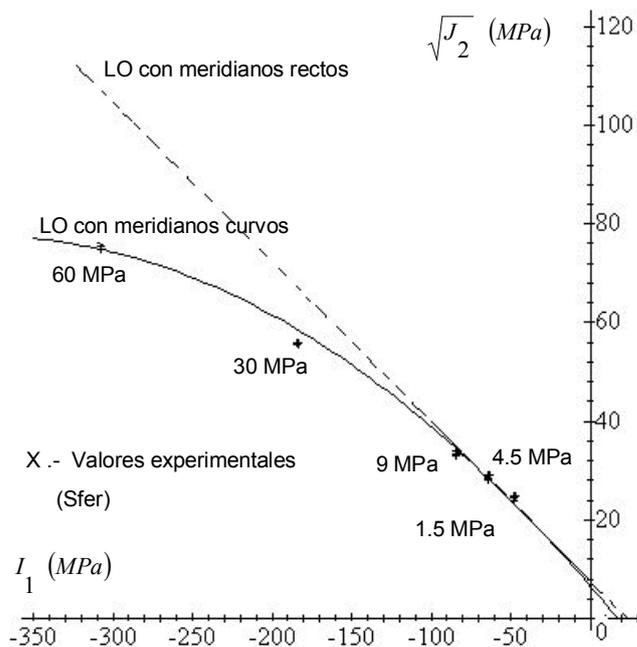


Figura 4.8. Meridiano de compresión máxima. Comparación con el meridiano recto y con valores experimentales (Sfer, 2002).

Se puede observar en los gráficos anteriores, que la predicción del criterio resulta muy satisfactoria, más aún teniendo en cuenta que no es posible hacer pasar una parábola de segundo grado por todos los puntos correspondientes a los resultados experimentales.

La Figura 4.9. muestra la forma que toma la curva que define el umbral de fluencia inicial y la correspondiente a la superficie que define la resistencia máxima en el plano meridiano de compresión. Si para definir la superficie umbral de fluencia se utiliza la ecuación (4.22), con el parámetro  $\delta$  calculado para la superficie de carga máxima, la curva de fluencia resulta más curvada que la curva de carga máxima. Esto representa un endurecimiento plástico no isótropo. A medida que aumenta la presión hidrostática, crece la diferencia entre la tensión de compresión correspondiente al umbral de fluencia y la tensión de compresión última. El criterio de Lubliner Oller original y todos los criterios con meridianos rectos, conducen a una diferencia constante entre el umbral de fluencia y la resistencia a compresión, independientemente de la presión de confinamiento. Los resultados experimentales descritos en el Capítulo 2 muestran que, a medida que crece la presión de confinamiento, el rango de comportamiento no lineal previo a la tensión última es mayor. Por esto el criterio con meridianos curvos y endurecimiento no isótropo permite obtener una representación más ajustada de los resultados experimentales para este tipo de ensayos.

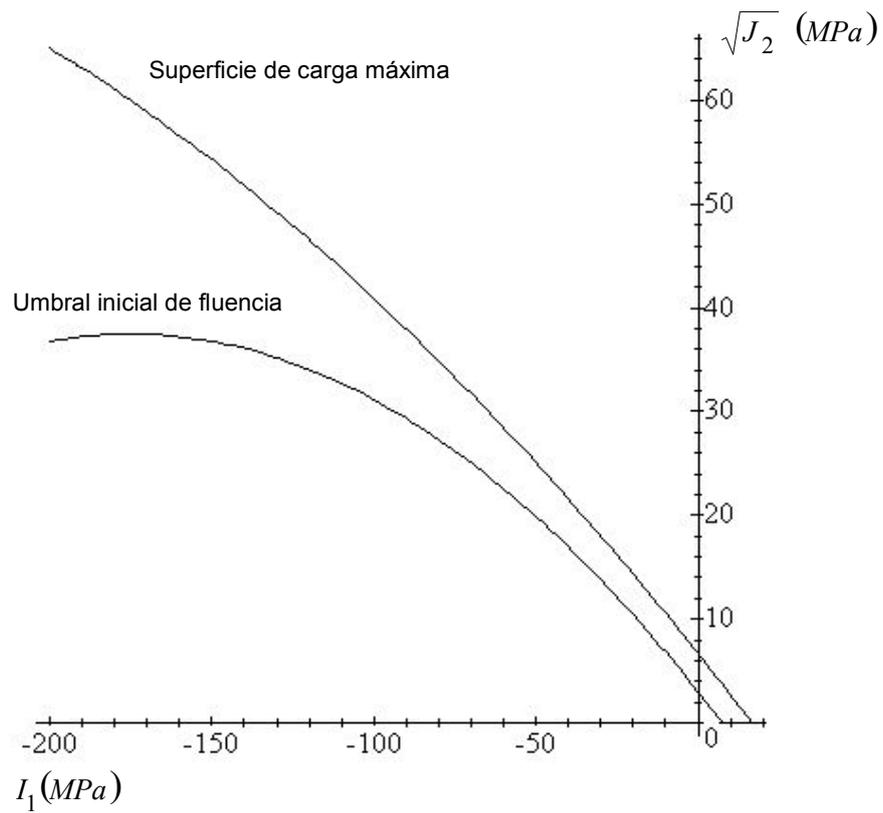
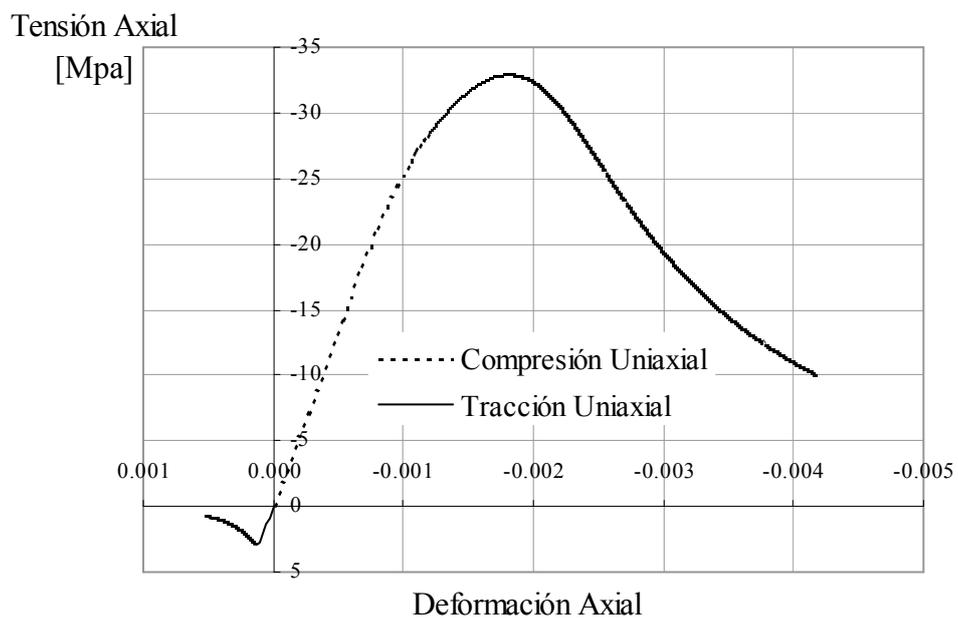


Figura 4.9. Umbral de fluencia y curva de carga máxima en el plano meridiano de compresión.



## **CAPÍTULO 5**

### **EJEMPLOS DE APLICACIÓN Y COMPARACIÓN CON RESULTADOS EXPERIMENTALES**

#### **5.1 INTRODUCCIÓN**

El modelo descrito en el Capítulo 4 fue implementado en un programa plano de elementos finitos no lineal. En el Apéndice III se resume el algoritmo de integración de la ecuación constitutiva.

Con el programa de elementos finitos se reprodujeron ensayos de probetas de hormigón ensayadas a compresión y a compresión triaxial, ensayos de compresión de probetas de hormigón confinadas con tubos de acero y ensayos de probetas de hormigón confinadas con láminas de material compuestos con fibras de carbono y fibras de vidrio.

Se presentan, a continuación, los resultados de estas simulaciones y su comparación con los resultados experimentales.

#### **5.2 CONFINAMIENTO ACTIVO Y PASIVO DE PROBETAS CILÍNDRICAS DE HORMIGÓN CARGADAS AXIALMENTE. (Untiveros 2002)**

En este punto se estudia el comportamiento de probetas cilíndricas de hormigón de 150mm x 300mm sometidas a diferentes niveles de presión hidrostática (confinamiento activo), probetas

confinadas con tubos de acero y probetas confinadas con polímeros reforzados con fibra de carbono (confinamiento pasivo), ensayadas en la Universidad Politécnica de Cataluña (Untiveros, 2002). Los resultados numéricos se contrastan en cada caso con los valores obtenidos experimentalmente.

### 5.2.1 Ensayos de Compresión uniaxial. (Untiveros, 2002)

Se estudia el comportamiento de dos tipos hormigón, de resistencias características 30 y 70 MPa, bajo compresión uniaxial. El hormigón se modela como un material elastoplástico con daño. Las propiedades mecánicas utilizadas para los hormigones hormigón H30 y H70 se resumen en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Propiedades mecánicas de los hormigones H30 y H70.

Propiedades		H30	H70
Módulo de Elasticidad, E (MPa)		23800	33700
Coeficiente de Poisson, $\nu$		0.25	0.25
Resistencia última a tracción, $\sigma_{ut}$ (MPa)		3	9
Resistencia última a compresión, $\sigma_{uc}$ (MPa)		32	67
Tensión umbral de fluencia, $\sigma_{fc}$ (MPa)		15	45
Relación de resistencias inicial, $R^P_0$		8	8
$R_{bc}$		1.16	1.16
$\gamma$		3.	3.
Compresión con confinamiento	$p_h$ (MPa)	35	50
	$\sigma_{ccu}$ (MPa)	151	200
Variable de endurecimiento plástico para la tensión pico, $\kappa^P_{comp}$		0.15	0.15
Energía de fractura, $G_f^P$ (MPa.m)		1.555E10	2.0E10
Energía de aplastamiento, $G_c^P$ (MPa.m)		1.555E8	2.0E8
Criterio de Potencial		Asociado	Asociado
Criterio de daño		Drucker-Prager	Drucker-Prager
Angulo de fricción para la función de daño		7°	7°
Tensión umbral inicio de daño, $\sigma^d_c$ (MPa)		30	65
Energía de fractura de daño, $G_d$ (MPa.m)		4.0E9	5.0E8

Debe observarse que, debido al umbral de daño utilizado, la degradación de rigidez sólo aparece manifiesta para estados de compresión triaxial.

La malla de elementos finitos y las condiciones de carga para los ensayos de compresión uniaxial de los dos tipos de hormigón, H30 y H70, se muestran en las Figuras 5.1 y 5.2

respectivamente. Se utilizó en ambos casos un solo elemento finito de axial simetría de 4 nodos y 2x2 puntos de integración de Gauss para representar un cuarto de probeta. En las mismas figuras se presentan las curvas tensión-deformación en axial y tensión axial-deformación transversal. Se puede observar un buen ajuste de los resultados experimentales para ambos tipos de hormigones. Se observa también un mejor ajuste en la dirección axial que en la dirección transversal.

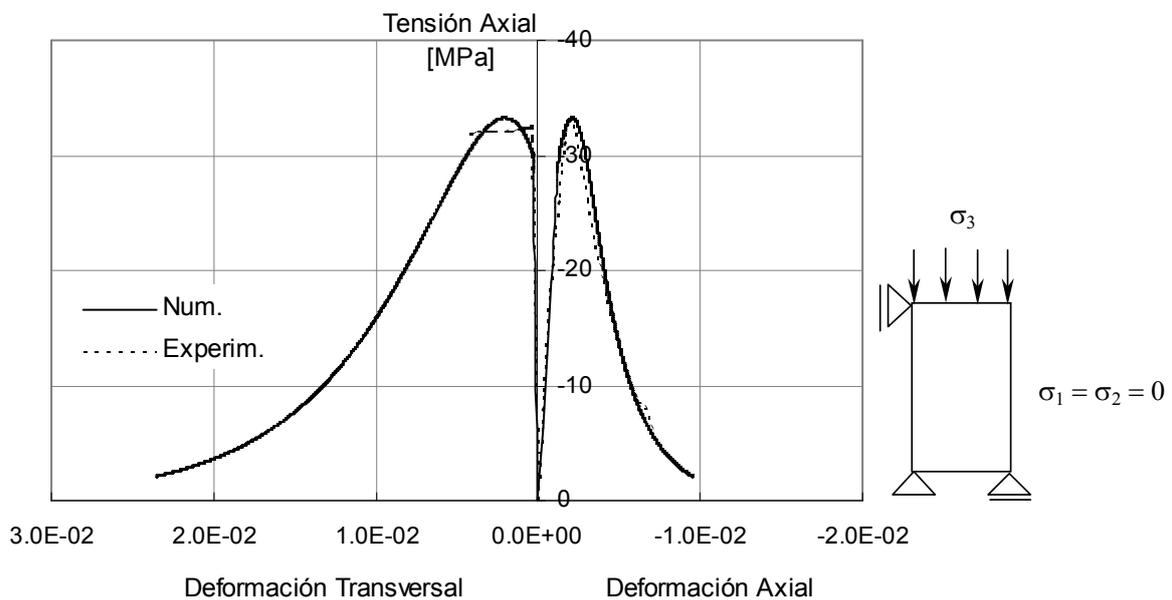


Figura 5.1. Curvas Tensión Axial-Deformación Axial y Transversal del hormigón H30 (Untiveros, 2002).

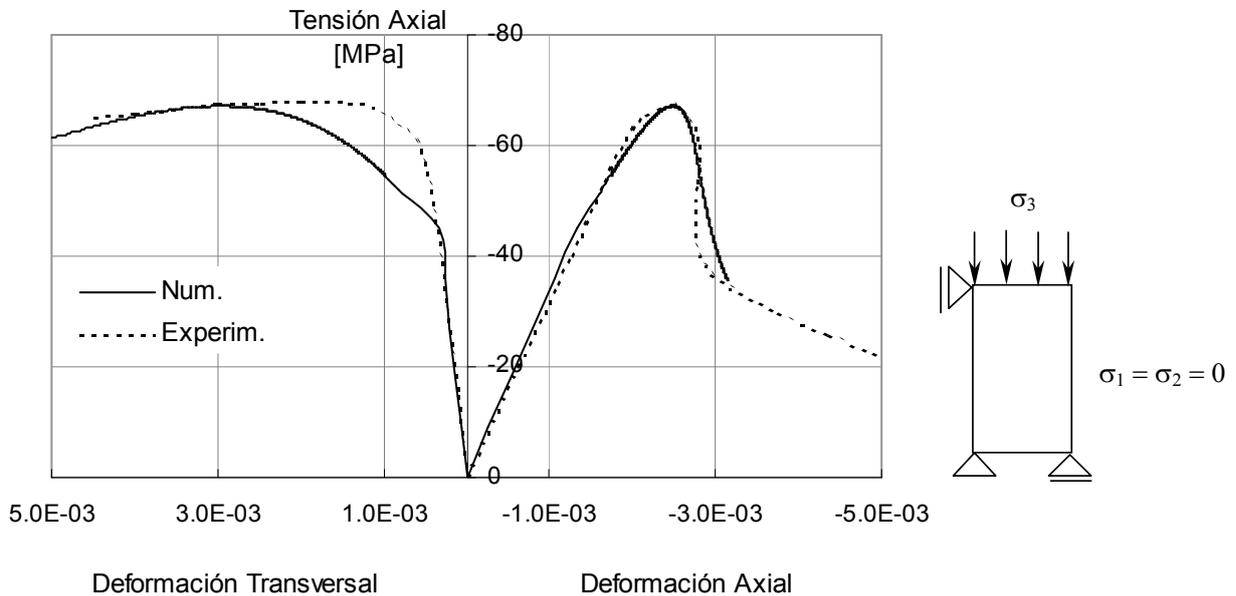


Figura 5.2. Curvas Tensión Axial- Deformación Axial y Transversal del hormigón H70 (Untiveros, 2002).

### 5.2.2 Hormigón confinado por presión hidrostática (Untiveros, 2002)

Este ejemplo se utiliza para probar la capacidad del modelo propuesto para reproducir el comportamiento de un material elastoplástico degradable como el hormigón sometido a altas presiones de confinamiento. Los tipos de hormigón y sus propiedades mecánicas son las mismas que las utilizadas en el ejemplo de compresión uniaxial. Las presiones de confinamiento son de 7, 17, 28 y 35 MPa para el H30 y de 7, 14, 28 y 50 MPa para el H70, (Untiveros, 2002).

Las probetas fueron sometidas primero a una dada presión hidrostática. La presión lateral se mantuvo luego constante, en tanto que la tensión axial se fue incrementando hasta la rotura. La Figura 5.3 muestra un camino de carga en el plano meridiano de compresión correspondiente a estos ensayos. En la misma figura se han representado también las curvas correspondientes al umbral inicial de fluencia y la superficie de carga máxima. Es claro que, debido a la forma de estas curvas, a medida que aumenta la presión de confinamiento, aumenta también la diferencia entre el umbral de fluencia y la tensión máxima en los ensayos de compresión correspondientes.

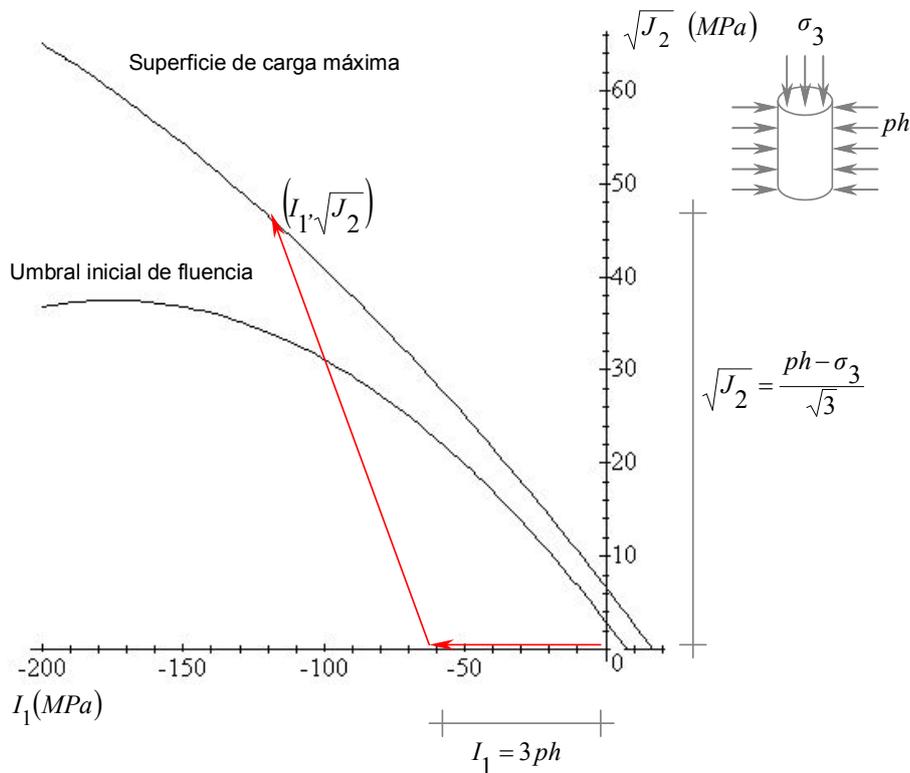


Figura 5.3. Camino de carga en el plano meridiano de compresión. Superficie de carga última y umbral de fluencia.

Las mallas de elementos finitos y las condiciones de carga, como así también las curvas tensión-deformación axial para los dos tipos de hormigón están indicadas en las Figuras 5.4 y 5.5. La comparación con los resultados experimentales muestra que el modelo permite reproducir satisfactoriamente la variación de la resistencia última y la ductilidad para altas presiones de confinamiento. La forma de la función de fluencia y el tipo de endurecimiento no isótropo indicado en la Figura 5.3, en combinación con la introducción del daño, dan como resultado una pérdida gradual de la rigidez tangente antes de alcanzar la resistencia máxima. Este tipo de respuesta no puede ser reproducido por modelos elastoplásticos clásicos con endurecimiento isótropo que muestran una respuesta elástica hasta valores de tensión muy cercanos a la tensión pico.

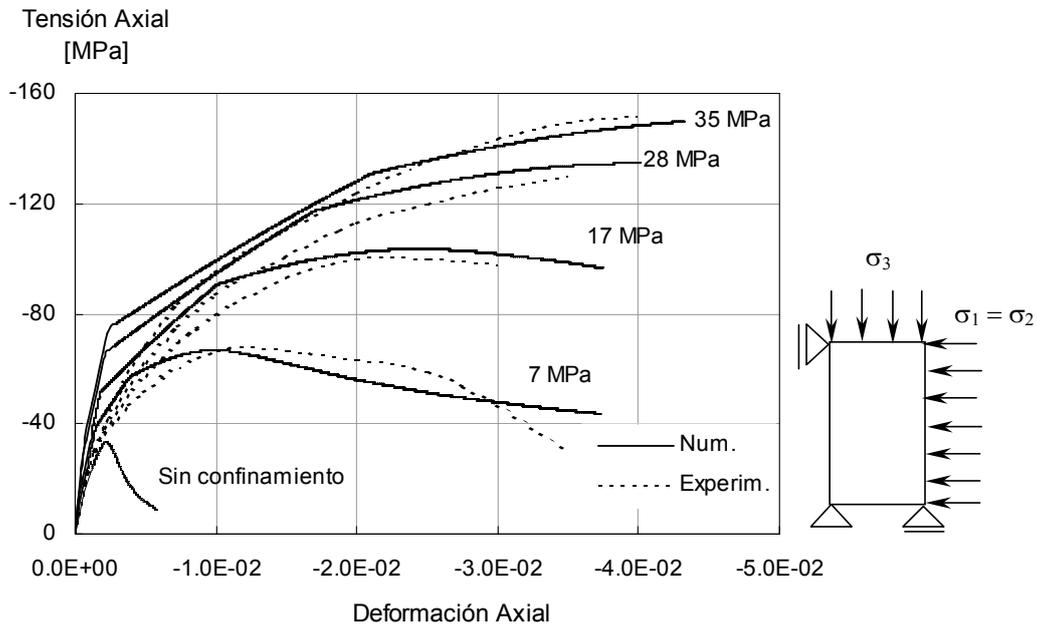


Figura 5.4. Curvas Tensión-Deformación Axial del hormigón H30 confinado bajo diferentes presiones de confinamiento (Untiveros, 2002).

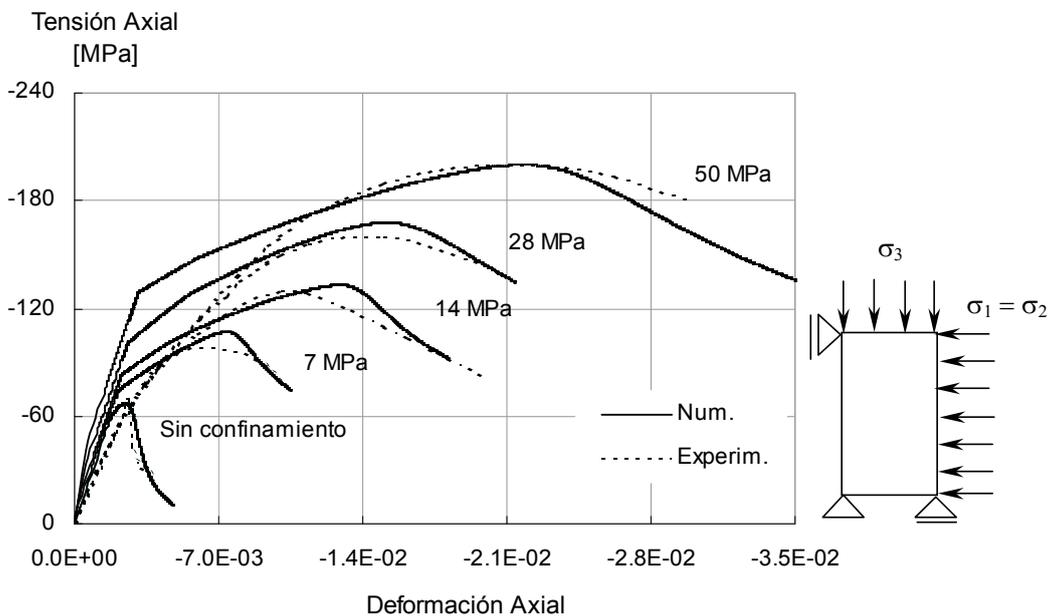


Figura 5.5. Curvas Tensión-Deformación Axial del hormigón H70 confinado bajo diferentes presiones de confinamiento (Untiveros, 2002).

Para mostrar lo dicho anteriormente con respecto a los modelos elastoplásticos clásicos, en la Figura 5.6, se representan nuevamente las curvas tensión axial-deformación axial para el hormigón H30 confinado con diferentes presiones hidrostáticas, pero en este caso obtenidas usando un modelo elastoplástico de fluencia de Mohr Coulomb al cual se le fue modificando la fricción interna en función de la presión hidrostática para lograr reproducir la resistencia última. Es clara la diferencia con la respuesta experimental en este caso.

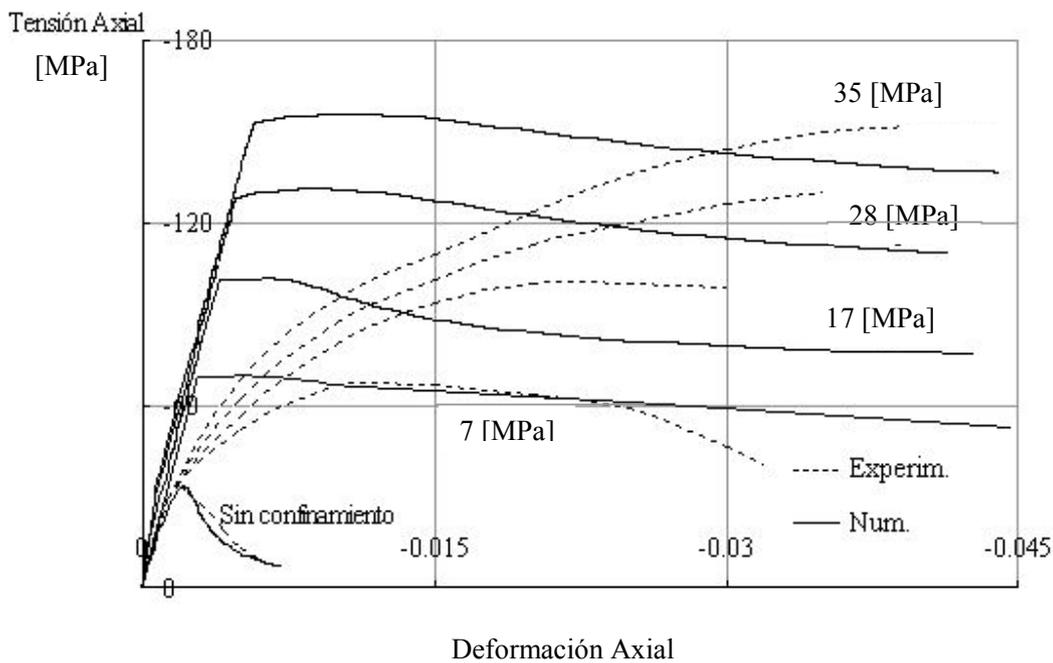


Figura 5.6. Curvas Tensión-Deformación Axial del hormigón H30 confinado bajo diferentes presiones de confinamiento (Untiveros, 2002).

### 5.2.3 Hormigón confinado con tubo de acero. (Untiveros, 2002)

En esta sección se presentan los resultados de la simulación del comportamiento de probetas cilíndricas de hormigón confinadas con tubos de acero. Se reproduce el comportamiento de dos tipos de hormigón cuyas propiedades mecánicas son las mismas que las resumidas en la Tabla 5.1. El espesor del tubo de acero es de 4.5 mm para los dos casos. En los ensayos experimentales la carga se aplicó de dos maneras diferentes, sobre toda la sección hormigón-acero y sobre el núcleo de hormigón, alcanzándose, en este último caso, mayores valores de carga.

El modo de falla de las probetas confinadas con aplicación de carga únicamente sobre el hormigón estuvo caracterizado por el pandeo local. En el caso de las probetas con aplicación de carga en toda la sección, el pandeo se presentó en uno de los extremos de la probeta (Untiveros, 2002).

La reproducción numérica se hizo solamente con la carga aplicada en el núcleo de hormigón usando el tubo de acero como restricción circunferencial. El acero se simuló como un material elasto perfectamente plástico con las características mecánicas indicadas en Tabla 5.2.

Tabla 5.2 : Características mecánicas del acero

Módulo de Elasticidad, E (MPa)	200000
Coefficiente de Poisson, $\nu$	0.3
Umbral de Fluencia, $\sigma_f$ (MPa)	355
Criterio de fluencia	Von Mises
Criterio de Potencial	Von Mises

En la Figura 5.7 se puede ver la malla de elementos finitos utilizada en ambos problemas y las condiciones de carga. En este caso se utilizaron mallas de 50 elementos finitos de axial simetría de 4 nodos y 2x2 puntos de integración de Gauss para modelar un cuarto de probeta. A los efectos de permitir el desplazamiento relativo se dispuso una capa muy delgada y flexible entre el núcleo de hormigón y el tubo de acero que representa la lubricación entre ambos.

Las curvas tensión-deformación axial obtenidas para los dos tipos de hormigón se presentan en las Figuras 5.8 y 5.9. Los resultados experimentales muestran que el hormigón se deforma axialmente más que el tubo de acero debido a la capa lubricante. Se ha demostrado que la resistencia máxima del hormigón confinado se alcanza cuando el tubo de acero entra en fluencia (Saaman et al, 1998). A partir de este punto, la presión de confinamiento comienza a ser constante y se produce una expansión de volumen. Las curvas tensión-deformación axial obtenidas experimentalmente muestran una aparente plasticidad al alcanzar la carga máxima. Los resultados obtenidos con el modelo para los dos tipos de hormigones muestran una buena predicción de los valores experimentales.

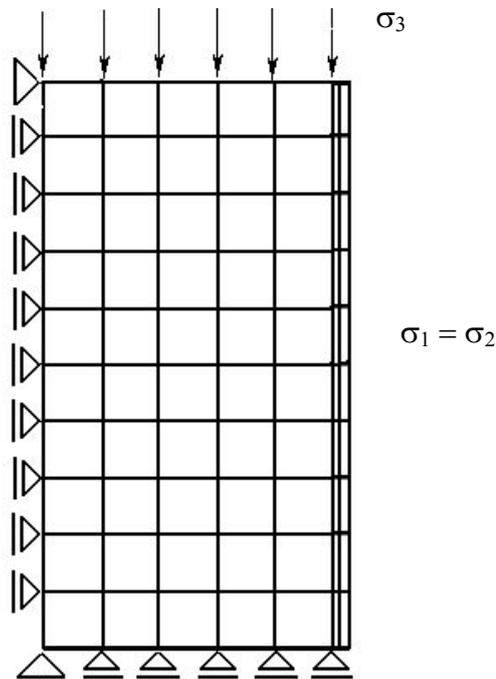


Figura 5.7. Malla de elementos finitos y condiciones de carga utilizadas para resolver el confinamiento de probetas de hormigones H30 y H70 con tubos de acero.

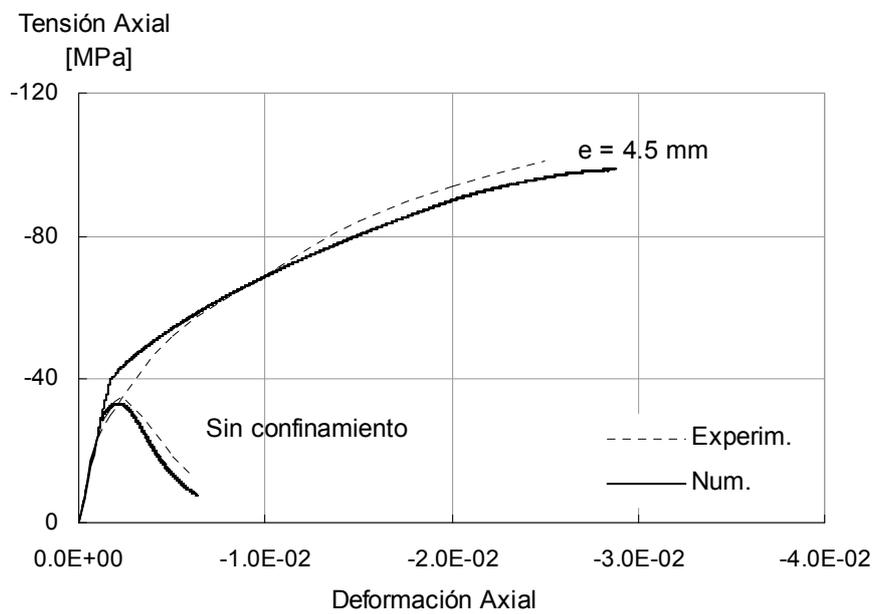


Figura 5.8 Curva Tensión-Deformación Axial del hormigón H30 confinado con tubo de acero. Carga sobre núcleo de hormigón (Untiveros, 2002).

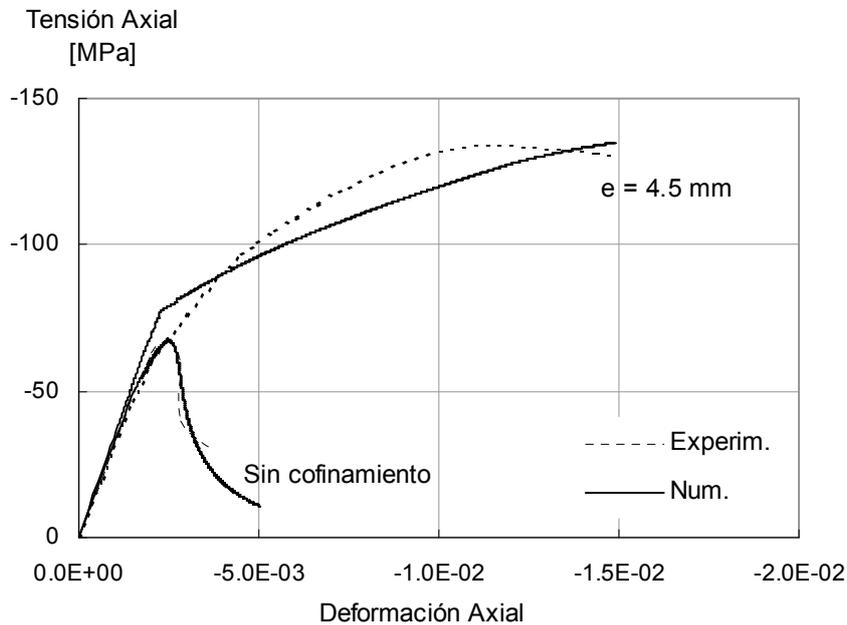


Figura 5.9 Curva Tensión-Deformación Axial del hormigón H70 confinado con tubo de acero. Carga sobre núcleo de hormigón (Untiveros, 2002).

#### **5.2.4 Hormigón confinado con polímeros reforzados con fibra de carbono. (Untiveros, 2002)**

Se simula, a continuación, el comportamiento de un hormigón de resistencia característica 30 Mpa (H30F) confinado con láminas de material compuesto reforzado con fibra de carbono y matriz de resina epoxi (Untiveros, 2002). Las probetas fueron confinadas mediante zunchado, con diferente número de capas de compuesto y luego ensayadas a compresión. Las propiedades del hormigón H30F, ligeramente diferentes a las de la Tabla 5.1, se resumen en la Tabla 5.3. El compuesto es modelado como un material elástico ortótropo frágil (Car, 2000) con las propiedades mecánicas presentadas en la Tabla 5.4. Se utilizan 3 y 6 capas de confinamiento de 0.117mm de espesor cada una, con las fibras dispuestas en la dirección circunferencial.

Tabla 5.3 : Propiedades mecánicas del hormigón H30F.

Propiedades		H30F
Módulo de Elasticidad, E (MPa)		25000
Coeficiente de Poisson, $\nu$		0.20
Resistencia última a tracción, $\sigma_{ut}$ (MPa)		4
Resistencia última a compresión, $\sigma_{uc}$ (MPa)		42
Tensión umbral de fluencia, $\sigma_{fc}$ (MPa)		25
Relación de resistencias inicial, $R^p_0$		7
$R_{bc}$		1.16
$\gamma$		3.
Compresión con confinamiento	$p_h$ (MPa)	30
	$\sigma_{ccu}$ (MPa)	160
Variable de endurecimiento plástico para la tensión pico, $\kappa^p_{comp}$		0.15
Energía de fractura, $G_f^p$ (MPa.m)		2.0E10
Energía de aplastamiento, $G_c^p$ (MPa.m)		1.0E8
Criterio de Potencial		Asociado
Criterio de daño		Drucker-Prager
Angulo de fricción para la función de daño		20°
Tensión umbral inicio de daño, $\sigma^d_c$ (MPa)		40
Energía de fractura de daño, $G_d$ (MPa.m)		4.0E10

Tabla 5.4: Características mecánicas del CFRP

Módulo de Elasticidad longitudinal, $E_l$ (MPa)	200000
Módulo de Elasticidad transversal, $E_t$ (MPa)	26100
Coeficiente de Poisson longitudinal-transversal, $\nu_{lt}$	0.26
Coeficiente de Poisson transversal-longitudinal, $\nu_{tl}$	0.037
Coeficiente de Poisson transversal-transversal, $\nu_{tt}$	0.35
Tensión última longitudinal, $\sigma^u_{long}$ (MPa)	2700
Tensión última transversal, $\sigma^u_t$ (MPa)	54

Las curvas tensión-deformación axial, transversal y volumétrica obtenidas para el hormigón sin confinar y para el hormigón confinado con tres y seis capas de CFRP, se contrastan con los resultados experimentales en las Figura 5.10, 5.11 y 5.12 .

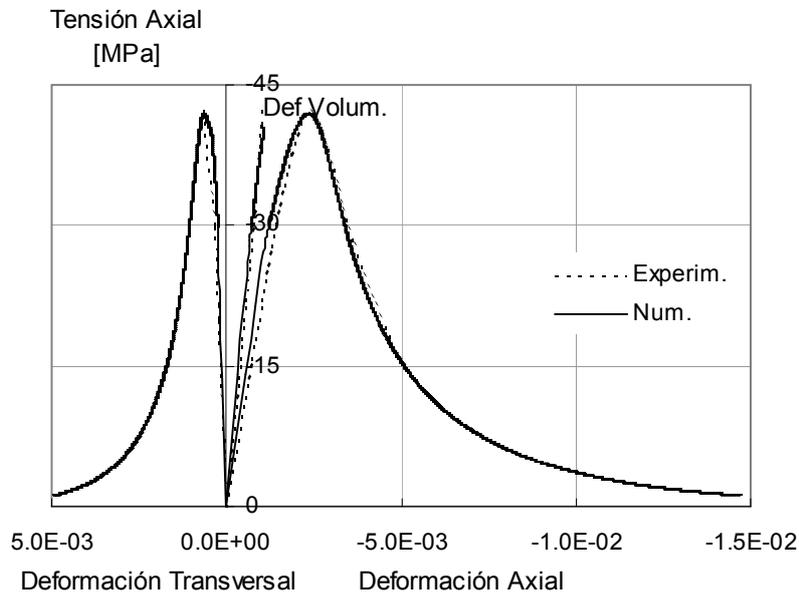


Figura 5.10. Curvas Tensión-Deformación Axial, Transversal y Volumétrica del hormigón sin confinar (Untiveros, 2002).

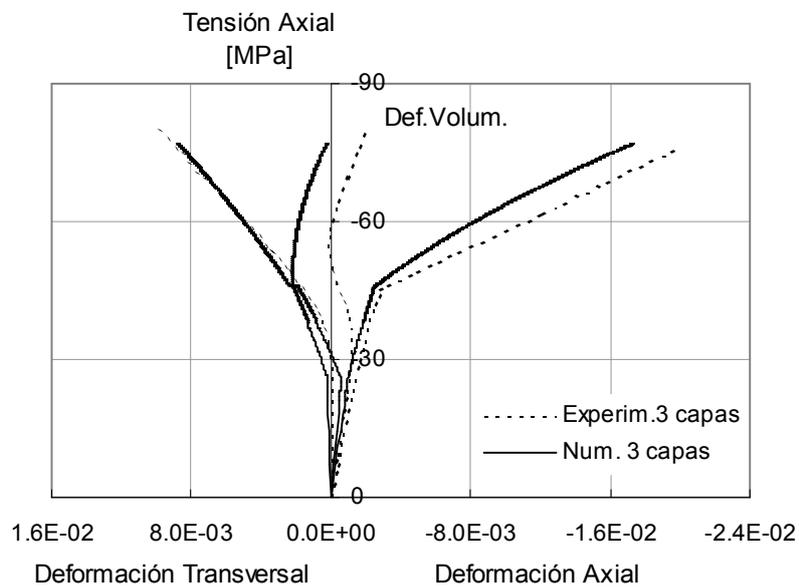


Figura 5.11. Curvas Tensión Deformación Axial, Transversal y Volumétrica del hormigón confinado con 3 capas de CFRP (Untiveros, 2002).

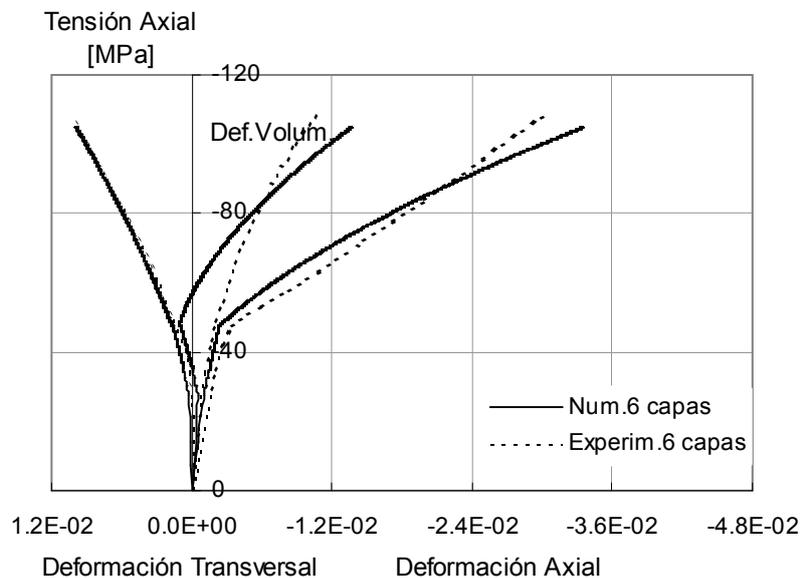


Figura 5.12. Curvas Tensión Deformación Axial, Transversal y Volumétrica del hormigón confinado con 6 capas de CFRP (Untiveros, 2002).

Como puede verse en los gráficos los valores numéricos ajustan razonablemente los resultados de los ensayos. Se han logrado reproducir muy satisfactoriamente las curvas tensión axial-deformación axial y transversal del hormigón sin confinar. Para el hormigón confinado con tres y seis capas de FRP, se observa un muy buen ajuste de la curva tensión axial-deformación transversal. Si bien no puede reproducirse exactamente la respuesta volumétrica, los resultados numéricos siguen la misma tendencia que los resultados experimentales.

### **5.3 HORMIGÓN SOMETIDO A COMPRESIÓN TRIAXIAL. (Sfer, 2002)**

En este ejemplo se simula el comportamiento de probetas cilíndricas de hormigón de 150 mm x 300 mm sometidas a diferentes niveles de presión hidrostática en célula triaxial y cargadas axialmente. Los resultados obtenidos con el modelo se contrastan luego con los valores experimentales.

En primer lugar, se comienza por reproducir el comportamiento del modelo bajo compresión uniaxial y luego se prosigue con los diferentes niveles de presión hidrostática.

### 5.3.1 Ensayos de Compresión uniaxial

El hormigón utilizado en los ensayos experimentales se diseñó para tener una resistencia característica de 30 MPa. Sus propiedades mecánicas se resumen en la Tabla 5.5.

Al igual que en el ejemplo 5.2.1, el hormigón se modela como un material elastoplástico con daño.

Debe observarse que, debido al umbral de daño utilizado, la degradación de rigidez sólo aparece manifiesta para estados de compresión triaxial.

Tabla 5.5 : Propiedades mecánicas del hormigón H30.

Propiedades		H30
Módulo de Elasticidad, E (MPa)		26600
Coeficiente de Poisson, $\nu$		0.2
Resistencia última a tracción, $\sigma_{ut}$ (MPa)		3.1
Resistencia última a compresión, $\sigma_{uc}$ (MPa)		32.8
Tensión umbral de fluencia, $\sigma_{fc}$ (MPa)		25
Relación de resistencias inicial, $R^p_0$		8
$R_{bc}$		1.16
$\gamma$		3.0
Compresión con confinamiento	$p_h$ (MPa)	60
	$\sigma_{ccu}$ (MPa)	190
Variable de endurecimiento plástico para la tensión pico, $\kappa^p_{comp}$		0.15
Energía de fractura, $G_f^p$ (MPa.m)		1.3E10
Energía de aplastamiento, $G_c^p$ (MPa.m)		1.3E8
Criterio de Potencial		Asociado
Criterio de daño		Drucker-Prager
Angulo de fricción para la función de daño		7°
Tensión umbral inicio de daño, $\sigma^d_c$ (MPa)		30
Energía de fractura de daño, $G_d$ (MPa.m)		4.0E10

La malla de elementos finitos y las condiciones de carga para los ensayos de compresión uniaxial se muestran en la Figura 5.13. Se utilizó un solo elemento finito de axial simetría de 4 nodos y 2x2 puntos de integración de Gauss para representar un cuarto de probeta. En la misma figura se presentan las curvas tensión-deformación en el plano y normal al plano. En general, se puede ver un ajuste bastante bueno de los resultados numéricos con los experimentales, no sólo en la dirección axial, sino también en la radial. También se puede ver en las curvas numéricas que la pendiente de la descarga es prácticamente paralela a la curva inicial, lo cual revela que no hay

prácticamente daño, tal cual se observa experimentalmente.

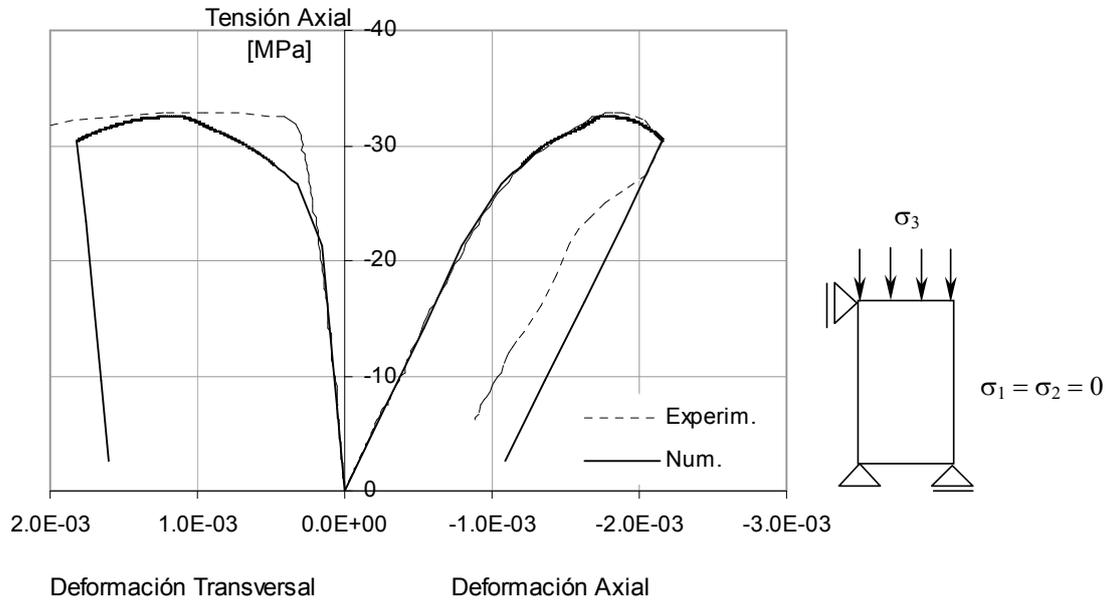


Figura 5.13. Hormigón sometido a compresión uniaxial (Sfer, 2002).

### 5.3.2 Hormigón confinado por presión hidrostática

En este ejemplo se reproduce el comportamiento a compresión del mismo hormigón, pero sometido presiones de confinamiento que varían entre 1.5 MPa y 60 MPa. Las presiones de confinamiento son de 1.5, 4.5, 9, 30 y 60 MPa. Las mallas de elementos finitos y las condiciones de carga, como así también las curvas tensión-deformación axial y radial para los diferentes valores de presión hidrostática, se muestran en las Figuras 5.14, 5.15, 5.16, 5.17, 5.18.

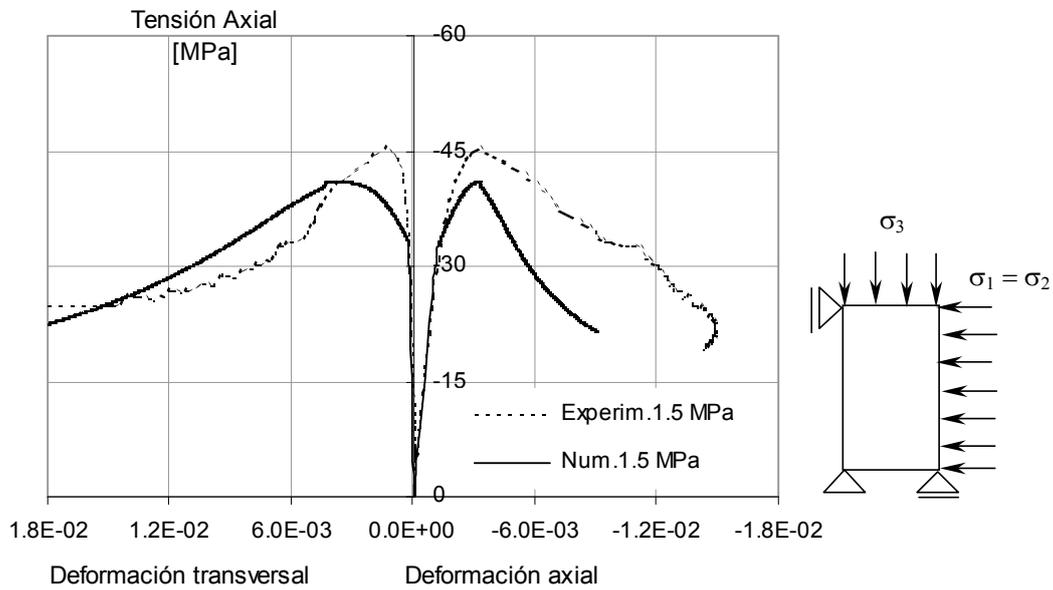


Figura 5.14. Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 1.5 MPa (Sfer, 2002).

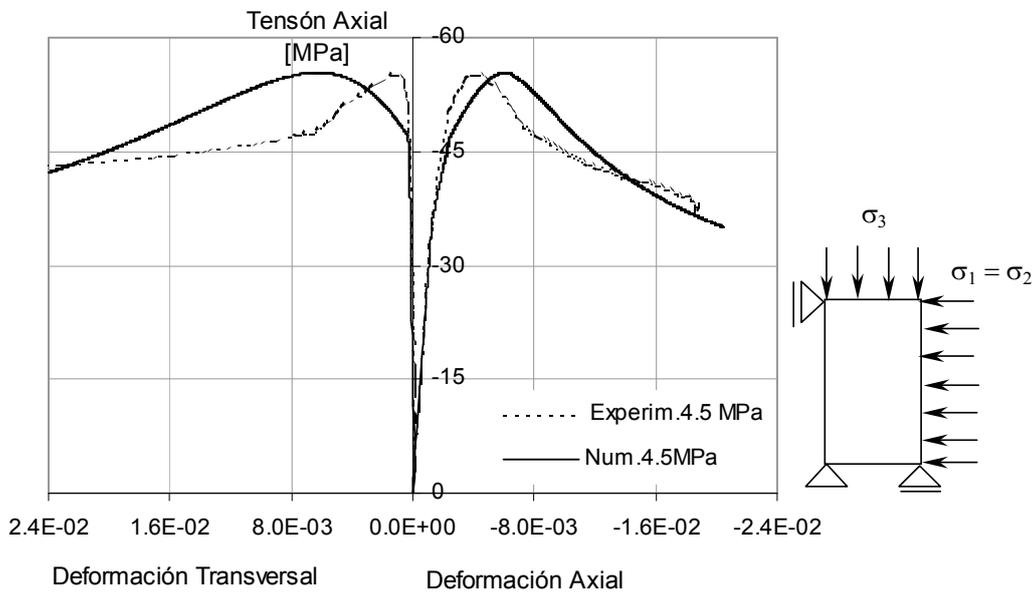


Figura 5.15. Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 4.5 MPa (Sfer, 2002).

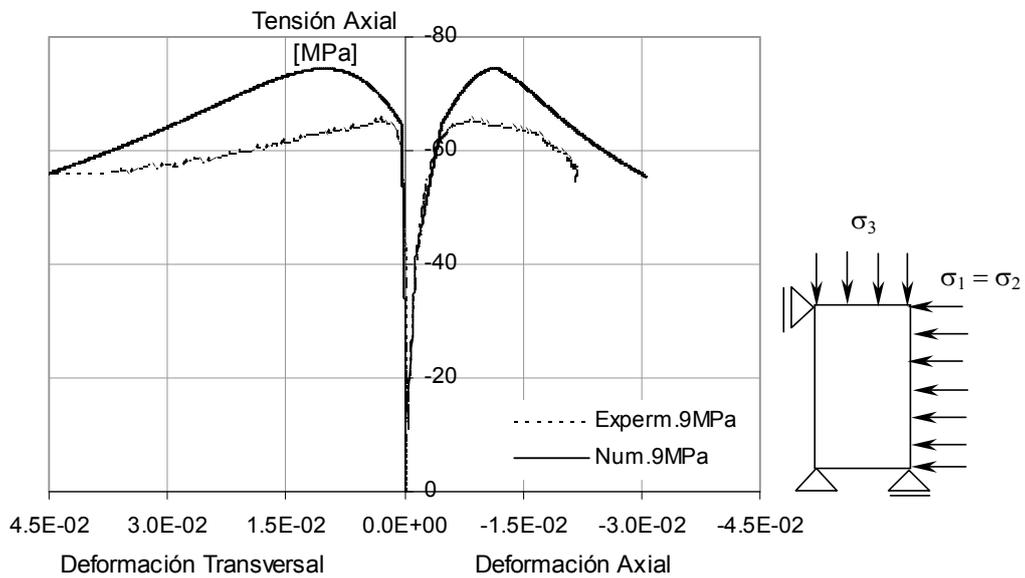


Figura 5.16. Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 9 MPa (Sfer, 2002).

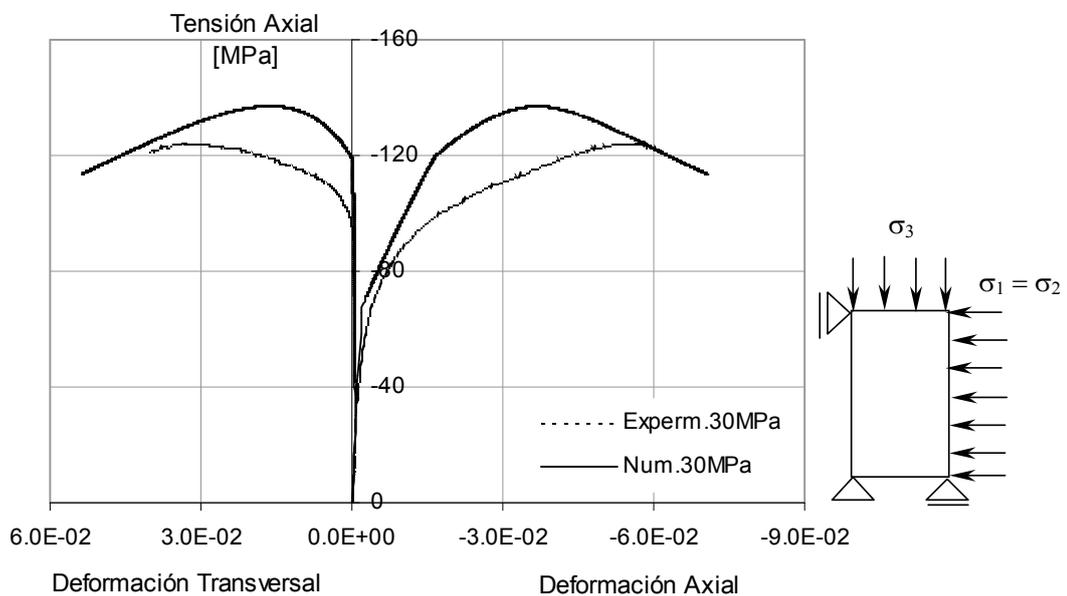


Figura 5.17. Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 30 MPa (Sfer, 2002).

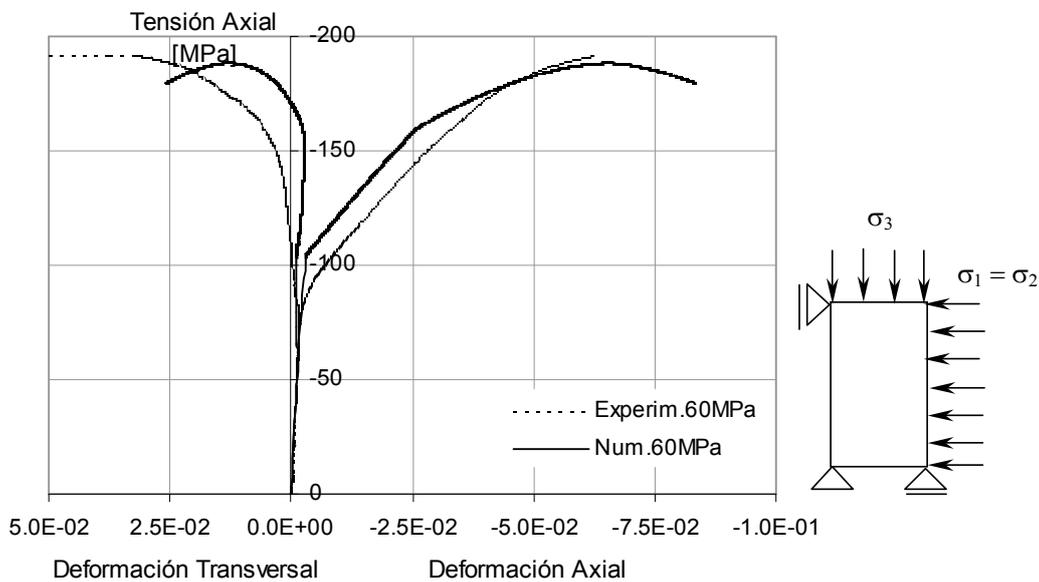


Figura 5.18. Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 60 MPa (Sfer, 2002).

En general, se logra un ajuste bastante bueno de los resultados experimentales, no sólo en la dirección axial, sino también en la radial. La introducción del daño antes del umbral de plasticidad para altas presiones de confinamiento da como resultado un comportamiento dúctil en la dirección axial sin efectos de dilatancia. Por otro lado, la forma de la función de fluencia y el tipo de endurecimiento definido (Figura 5.3) permiten lograr un aumento en la diferencia entre el umbral inicial de fluencia y la tensión última a medida que aumenta la presión de confinamiento. Además, la utilización de una función de potencial plástico con meridianos curvos da un flujo plástico con reducida componente volumétrica.

Se puede ver que para valores muy bajos de presión hidrostática el modelo propuesto subestima el valor de la tensión pico, mientras que para valores más altos de presión, en algunos casos, se obtiene un ajuste muy satisfactorio de los resultados y, en otros, hay una sobreestimación de la resistencia pico. Las diferencias observadas se deben al hecho de que la superficie plástica última se simula con una parábola de segundo grado que, no puede ajustar exactamente todos los resultados experimentales en un rango tan amplio de presiones hidrostáticas, que van desde 0 hasta dos veces la resistencia a compresión uniaxial del hormigón. Se podrían obtener resultados más exactos con polinomios de mayor grado. De todas formas,

debe destacarse que, tratándose de un rango tan amplio de presiones de confinamiento, la respuesta del modelo es satisfactoria, más aún si se compara con la respuesta obtenida con un modelo elastoplástico clásico con endurecimiento isótropo y fricción interna reducida para lograr reproducir el valor de resistencia.(Figura 5.19).

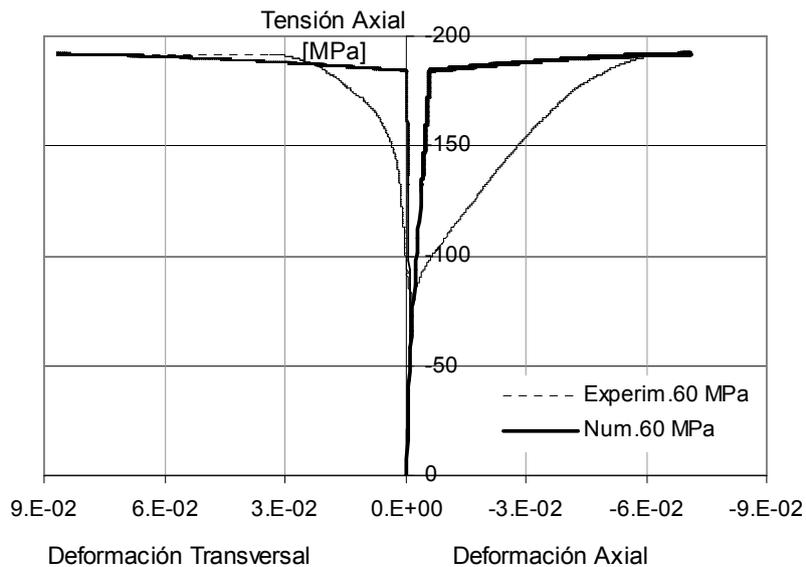


Figura 5.19. Hormigón sometido a compresión triaxial. Presión Hidrostática 60 MPa. Resultados numéricos obtenidos con un modelo elastoplástico clásico (Sfer, 2002).

Por último se puede agregar, que luego de finalizados los ensayos experimentales sobre las probetas se tomaron pequeñas muestras de los restos de los especímenes ensayados (probetas talladas) y se ensayaron a compresión simple. Los resultados obtenidos revelaron una reducción de la rigidez, lo cual estaría indicando la existencia de daño para altas presiones de confinamiento (Sfer, 2002).

#### **5.4 HORMIGÓN CONFINADO CON POLÍMEROS REFORZADOS CON FIBRA DE VIDRIO. (Mirmiran y Shahawy, 1997)**

En este ejemplo se reproduce el comportamiento de probetas cilíndricas de hormigón de 152.5 mm x 305 mm confinadas con tubos de un compuesto reforzado con fibras de vidrio (Mirmiran y Shahawy, 1997). Las propiedades mecánicas del hormigón se presentan en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6 : Propiedades mecánicas del hormigón H30.

Propiedades		H30
Módulo de Elasticidad, E (MPa)		23273
Coeficiente de Poisson, $\nu$		0.2
Resistencia última a tracción, $\sigma_{ut}$ (MPa)		3.0
Resistencia última a compresión, $\sigma_{uc}$ (MPa)		31
Tensión umbral de fluencia, $\sigma_{fc}$ (MPa)		28
Relación de resistencias inicial, $R^p_0$		4
$R_{bc}$		0.8
$\gamma$		3.0
Compresión con confinamiento	$p_h$ (MPa)	30
	$\sigma_{ccu}$ (MPa)	130
Variable de endurecimiento plástico para la tensión pico, $\kappa^p_{comp}$		0.15
Energía de fractura, $G_f^p$ (MPa.m)		0.5E10
Energía de aplastamiento, $G_c^p$ (MPa.m)		1.2E8
Criterio de Potencial		Asociado
Criterio de daño		Drucker-Prager
Angulo de fricción para la función de daño		10°
Tensión umbral inicio de daño, $\sigma^d_c$ (MPa)		28
Energía de fractura de daño, $G_d$ (MPa.m)		1.4E10

El confinamiento se realizó mediante tubos de material compuesto reforzado con fibras que consisten en un laminado de resina poliéster y fibras de vidrio (GFRP) dispuestas en ángulos  $\theta = \pm 15$ . Se ensayaron probetas con tubos de 6, 10 y 14 capas. Los espesores, resistencia y módulo en la dirección radial de los tubos de FRP, se resumen en la Tabla 5.7. El GFRP se modela como un material elastoplástico anisótropo (Car, 2000), con el modelo descrito en el Apéndice II.

Tabla 5.7: Características mecánicas del GFRP

Módulo de Elasticidad longitudinal, $E_l$ (MPa)	37233
Módulo de Elasticidad transversal, $E_t$ (MPa)	12400
Coeficiente de Poisson longitudinal-transversal, $\nu_{lt}$	0.26
Coeficiente de Poisson transversal-longitudinal, $\nu_{tl}$	0.1
Coeficiente de Poisson transversal-transversal, $\nu_{tt}$	0.29
Tensión última longitudinal, $\sigma^u_{long}$ (MPa)	524
Tensión última transversal, $\sigma^u_t$ (MPa)	10.5

Las curvas tensión-deformación axial, transversal y volumétrica obtenidas para el hormigón sin confinar y para el hormigón confinado con los tres tubos de GFRP, se contrastan con los resultados experimentales en las Figuras 5.20, 5.21, 5.22 y 5.23, respectivamente. Las curvas de deformación axial y transversal son bilineales. La primera pendiente corresponde, generalmente, al módulo de elasticidad del hormigón sin confinar. La segunda pendiente depende de la rigidez del compuesto y el punto de transición entre las dos pendientes corresponde a la resistencia pico del hormigón sin confinar. El punto de transición representa un comportamiento pseudo-plástico del hormigón confinado con FRP y es de esperarse que el núcleo de hormigón se encuentre severamente dañado en dicho punto o en sus proximidades. El compuesto provee entonces, una tensión radial que mantiene el núcleo de hormigón en su lugar, y retarda (o contrarresta) su tendencia a dilatarse. Los ensayos experimentales muestran que el modo de falla es determinado por la rotura del compuesto, el cual registra un comportamiento lineal elástico hasta la rotura, es decir, a diferencia del acero, no entra en fluencia. Se puede ver que el modelo propuesto reproduce muy bien este comportamiento. Las respuestas tensión-deformación axial y transversal obtenidas numéricamente aproximan muy satisfactoriamente los resultados experimentales obtenidos por Mirmiran y Shahawy (Mirmiran y Shahawy, 1997).

Con respecto a la respuesta volumétrica, aún cuando el núcleo de hormigón experimenta una expansión de volumen, una vez alcanzada la resistencia máxima del hormigón sin confinar, la tensión radial del FRP se incrementa linealmente, contrarresta la expansión de volumen y revierte su dirección. Por lo tanto queda claro, y ello se puede ver en los gráficos, que con un espesor adecuado o con un número suficiente de capas de FRP, la expansión lateral del hormigón puede ser efectivamente contrarrestada. El modelo propuesto, si bien no puede ajustar con precisión este comportamiento, si es capaz de seguir la misma tendencia. Es importante destacar, en este sentido, que los modelos elastoplásticos clásicos no pueden ni tan siquiera seguir dicha tendencia. Las diferencias observadas en el modelo propuesto se deben fundamentalmente a la diferencia en la deformación transversal que aparece multiplicada por un factor dos en la deformación volumétrica.

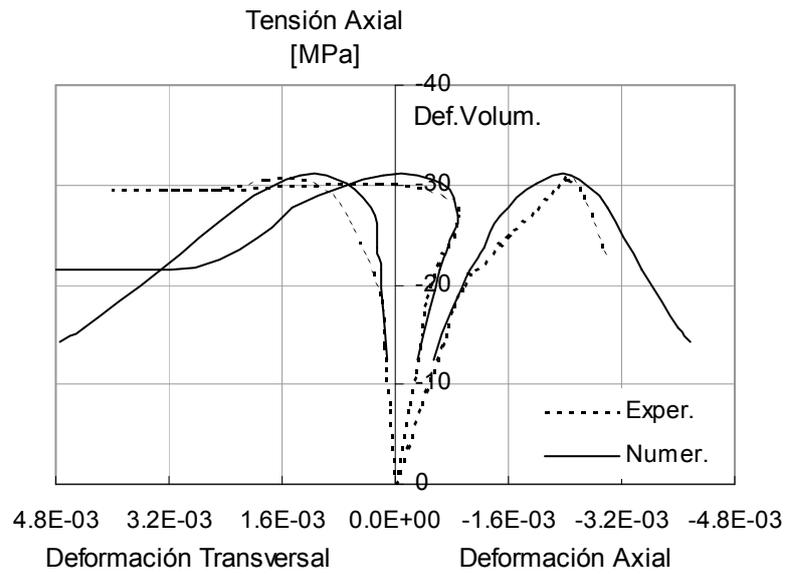


Figura 5.20. Curvas tensión-deformación axial, transversal y volumétrica para el hormigón sin confinar (Mirmiran y Shahawy, 1997).

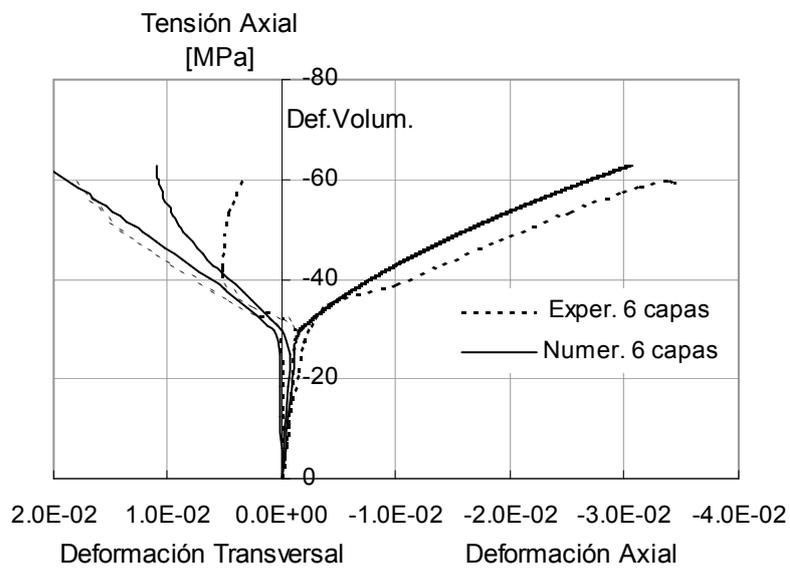


Figura 5.21. Curvas tensión-deformación axial, transversal y volumétrica para el hormigón confinado con 6 capas de GFRP (Mirmiran y Shahawy, 1997).

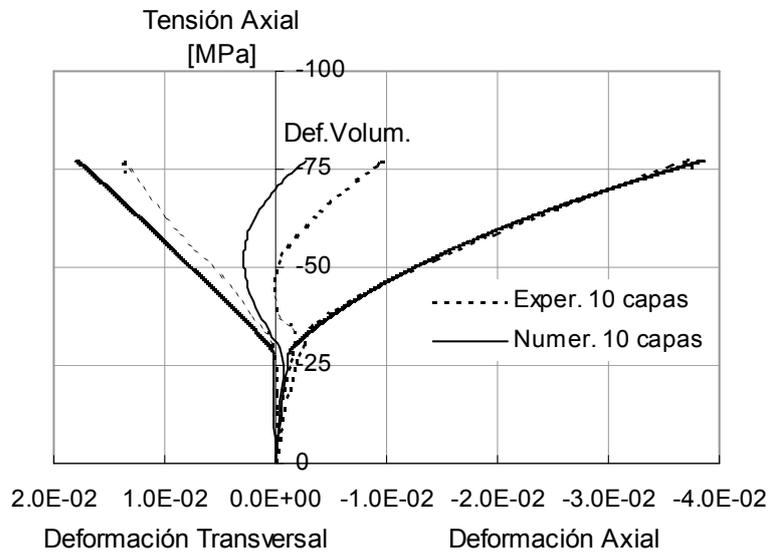


Figura 5.22. Curvas tensión-deformación axial, transversal y volumétrica para el hormigón confinado con 10 capas de GFRP (Mirmiran y Shahawy, 1997).

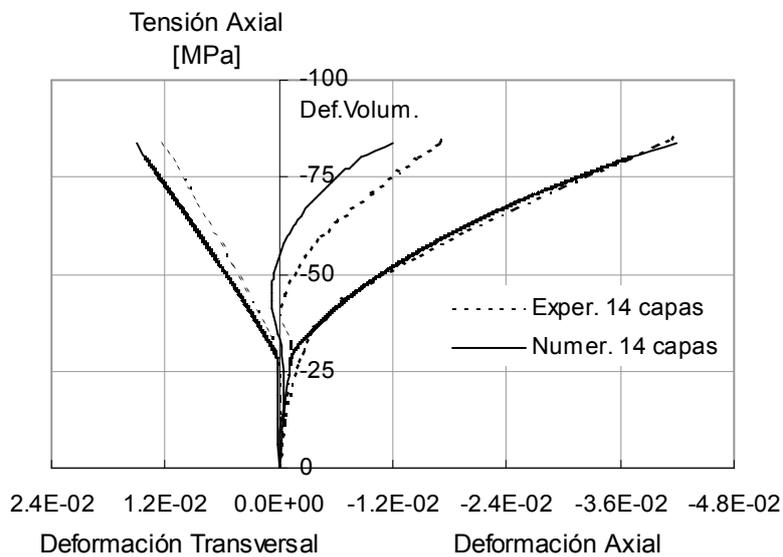


Figura 5.23. Curvas tensión deformación axial, transversal y volumétrica para el hormigón confinado con 14 capas de GFRP (Mirmiran y Shahawy, 1997).

En las Figura 5.24, 5.25, 5.26 y 5.27 se representan las curvas de dilatación, para el hormigón sin confinar y para el hormigón confinado con 6, 10 y 14 capas de FRP. El efecto de dilatación es revertido por el confinamiento y el coeficiente de dilatación alcanza un máximo, luego decrece y finalmente se estabiliza en un valor asintótico. Los modelos elastoplásticos clásicos no pueden de ninguna manera aproximar este comportamiento pues reproducen una respuesta elasto perfectamente plástica. Si bien el modelo propuesto no puede reproducir exactamente las curvas experimentales, si puede representar la misma tendencia, en todos los casos.

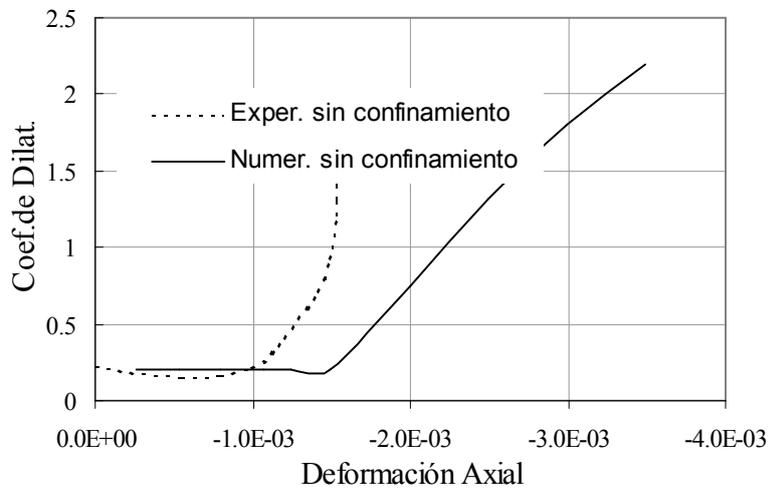


Figura 5.24. Curvas de dilatación para el hormigón sin confinar (Mirmiran y Shahawy, 1997).

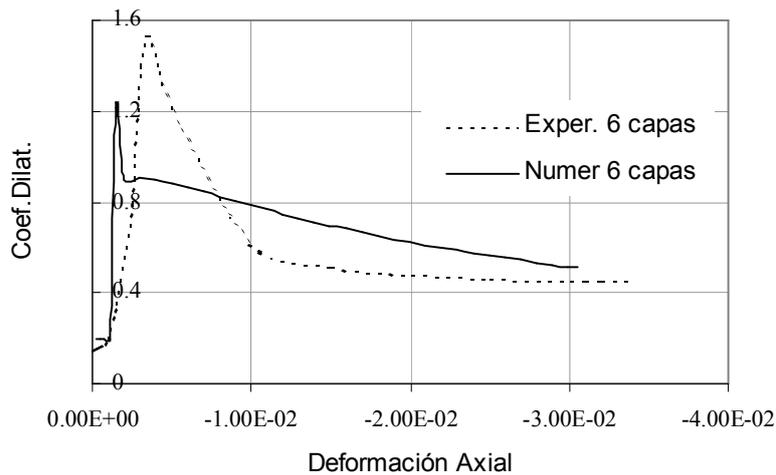


Figura 5.25. Curvas de dilatación para el hormigón confinado con 6 capas de GFRP (Mirmiran y Shahawy, 1997).

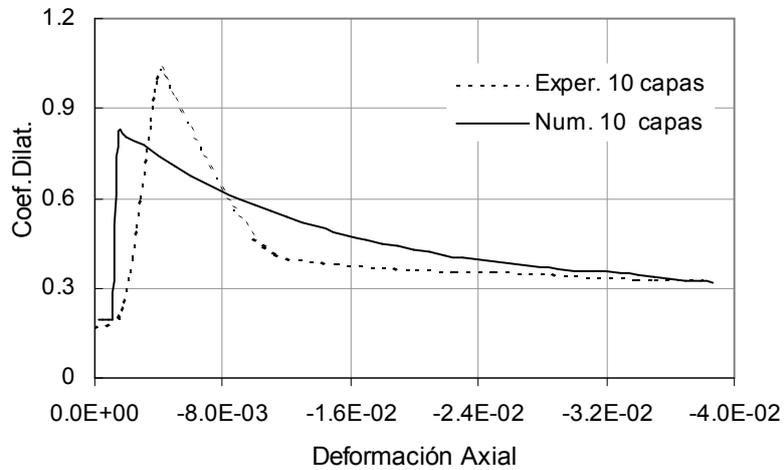


Figura 5.26. Curvas de dilatación para el hormigón confinado con 10 capas de GFRP (Mirmiran y Shahawy, 1997).

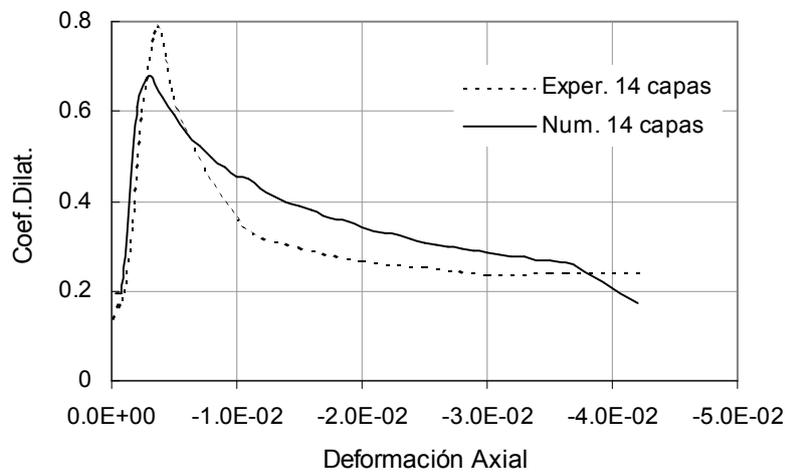


Figura 5.27. Curvas de dilatación para el hormigón confinado con 14 capas de GFRP (Mirmiran y Shahawy, 1997).

Para evaluar la degradación de la rigidez y comparar con los resultados experimentales se reproduce un ensayo de compresión cíclica de una de las probetas confinadas con un tubo de 14 capas de compuesto. La probeta fue sometida a cuatro ciclos de carga y descarga. La respuesta

tensión-deformación obtenida con el modelo propuesto, juntamente con los resultados experimentales, se presentan en la Figura 5.28. Aunque el modelo numérico no puede reproducir los lazos registrados en el ensayo ya que, por hipótesis, las descargas son elásticas, reproduce con muy buena precisión la degradación de la rigidez debida al daño. Estos resultados confirman la necesidad de incluir el daño en los modelos de hormigón, sobre todo cuando se intenta reproducir el comportamiento bajo estados de compresión triaxial.

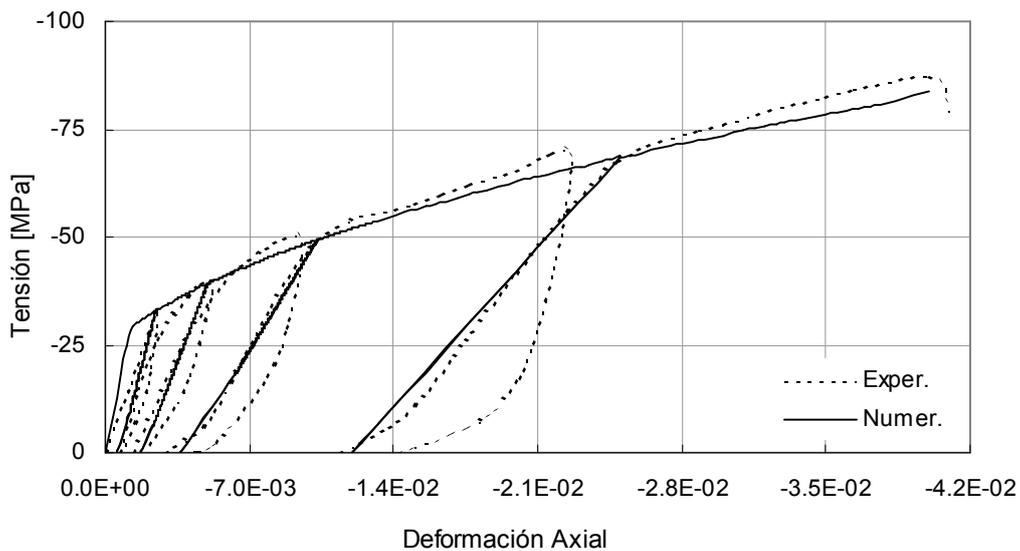


Figura 5.28. Respuesta cíclica uniaxial del hormigón confinado con FRP ( Mirmiran y Shahawy, 1997).

## **CAPÍTULO 6**

### **CONCLUSIONES**

#### **6.1 INTRODUCCIÓN**

En esta Tesis se propone una modificación a un modelo constitutivo ya existente a los efectos de reproducir el comportamiento del hormigón bajo diferentes condiciones de confinamiento (estado de compresión triaxial). El modelo logra reproducir el comportamiento de elementos estructurales de hormigón cargados axialmente y confinados lateralmente, en lo que respecta a la ganancia en resistencia y ductilidad. También permite estimar la degradación de la rigidez ante cargas cíclicas y la respuesta volumétrica del hormigón.

El desarrollo de la Tesis incluye el estudio del problema, la descripción del modelo, su implementación numérica y ejemplos de aplicación. De la misma, surgen las siguientes conclusiones, recomendaciones y sugerencias.

#### **6.2 CONCLUSIONES**

El modelo constitutivo de daño acoplado con plasticidad modificado que se presenta permite reproducir satisfactoriamente el comportamiento del hormigón sometido a confinamiento activo y pasivo.

La adecuada reproducción de la deformación transversal del hormigón en columnas confinadas con materiales compuestos tiene una importancia crucial para la evaluación de la eficiencia del sistema de refuerzo. Esto es debido a que el material compuesto se comporta

elásticamente y ejerce un efecto de confinamiento creciente hasta alcanzar su resistencia última en la dirección de confinamiento. Como el estado tensional de las láminas de material compuesto depende fundamentalmente de la deformación transversal del núcleo de hormigón, es indispensable poder evaluarla correctamente a los efectos de determinar la capacidad última de la columna reforzada.

Si bien el modelo tiene un número considerable de parámetros, la mayoría de ellos se obtienen de la curva tensión-deformación en compresión uniaxial o pueden ser obtenidos con fórmulas empíricas porque toman valores característicos vinculados con la resistencia a compresión. La incorporación del daño en el modelo exige tener alguna información adicional sobre la degradación de la rigidez que sólo puede ser obtenida de ensayos cíclicos pero también puede caracterizarse aproximadamente a partir de la calidad del hormigón.

La implementación numérica en un programa de elementos finitos es sencilla y se puede hacer con algoritmos del tipo Euler- Backward.

La respuesta obtenida con el modelo de daño acoplado con plasticidad se aproxima más a los resultados experimentales que la correspondiente a un modelo de plasticidad con la misma función de fluencia y variable de endurecimiento. La diferencia entre ambos modelos es más marcada en el caso de compresión triaxial.

La aparición de deformaciones permanentes puede asociarse al desarrollo de microfisuras, mientras que la degradación de rigidez se debe a cambios en la estructura porosa del hormigón. Existe evidencia experimental de que el hormigón experimenta degradación de rigidez bajo compresión triaxial. Esa degradación elástica es una de las manifestaciones del daño cuyo origen puede asociarse con la destrucción de su estructura porosa, por efecto de las altas presiones.

Por otro lado, en un ensayo de compresión con confinamiento, la asociación de la pérdida de rigidez tangente con el daño permite obtener una marcada no linealidad en la dirección axial sin dilatación para niveles de tensión inferiores al pico de resistencia. De esta forma, la consideración del daño permite reproducir adecuadamente, no sólo la degradación de rigidez, sino también la respuesta transversal y volumétrica del hormigón confinado.

La modificación de la variable de endurecimiento plástico propuesta permite reproducir adecuadamente la ductilidad del hormigón bajo estados de compresión triaxial.

La utilización de un criterio de fluencia de segundo grado en las componentes del tensor de tensiones da lugar a una superficie con meridianos curvos que permite aproximar mejor el

aumento de resistencia a compresión con la presión de confinamiento. La comparación con resultados experimentales muestra que esta función logra una aproximación razonable de la resistencia última a compresión para distintos valores de la presión de confinamiento en un rango bastante amplio.

La utilización de endurecimiento plástico no isótropo, con una curva inicial de fluencia más curvada que la superficie de carga última en el plano meridiano de compresión, permite lograr que, a medida que aumenta la presión hidrostática, crezca la diferencia entre la tensión de compresión correspondiente al umbral de fluencia y la tensión de compresión última en correspondencia con los resultados experimentales.

### **6.3. SUGERENCIAS PARA TRABAJOS FUTUROS**

- Resolver y ajustar otros tipos de ensayos: flexo-compresión, con armaduras.
- Verificar la capacidad del modelo para reproducir otras combinaciones de carga, como por ejemplo combinación de carga axial y cargas laterales cíclicas (sismos).
- Estudiar la influencia del sistema de carga en los resultados experimentales.
- Evaluar el comportamiento de otras secciones transversales, como la sección cuadrada y rectangular, ante diferentes mecanismo de confinamiento.
- Evaluar el efecto del confinamiento sobre elementos de estructuras reales, como columnas de edificios, pilares de puentes y chimeneas.
- Sistematizar el cálculo de los parámetros intervinientes en el modelo de hormigón.
- Estudiar el efecto del confinamiento cuando los FRP son dispuestos con fibras orientadas en otras direcciones.
- Realizar un estudio más detallado con modelos de compuestos que permitan diseñar el refuerzo más adecuado: tipos de materiales, volumen de fibra, orientación de las fibras, número de capas más apropiados.
- Estudiar las fallas de los materiales compuestos: despegue, delaminación, etc.
- Estudiar el efecto de la temperatura y envejecimiento en los materiales compuestos y en el adhesivo utilizado para lograr su fijación a las estructuras de hormigón.

## **APENDICE I:**

### **CRITERIO DE FLUENCIA DE LUBLINER- OLLER**

#### **A. I.1 INTRODUCCIÓN**

En este Apéndice se describe el criterio de fluencia de Lubliner-Oller (Oller et al, 1988) utilizado como punto de partida para el criterio con meridianos curvos descrito en esta tesis.

El criterio de Lubliner-Oller (Oller et al, 1988) utiliza una función de fluencia homogénea de primer grado en las componentes del tensor de tensiones, lo cual permite definir una función de endurecimiento plástico simple y con claro sentido físico, en este caso la cohesión  $c$ , tratada como una tensión escalada respecto a la tensión de compresión uniaxial  $\sigma_c$ . No obstante esta aparente ventaja, los criterios de fluencia con estas características no pueden simular el comportamiento de los sólidos friccionales a muy altas presiones hidrostáticas, para las cuales los resultados experimentales demuestran que la curva de fluencia en el plano meridiano de compresión se curvan hasta hacerse prácticamente paralela al eje de presión hidrostática.

### A.I.2 FORMULACIÓN DEL CRITERIO

La función de fluencia se expresa como:

$$F = F(\sigma, c) = \frac{1}{(1-\alpha)} (\sqrt{3}J_2 + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma^{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma^{\max} \rangle) - c = 0 \quad (\text{A.I.1})$$

donde  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$  son constantes adimensionales que determinan la forma de la función de fluencia,  $I_1$  es el primer invariante del tensor de tensiones,  $J_2$  es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones,  $\sigma^{\max}$  es la tensión principal mayor :

$$\sigma^{\max} = 2 \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{I_1}{3} \quad (\text{A.I.2})$$

y  $c$  es la función de cohesión o endurecimiento plástico. Para este criterio de fluencia el factor de proporcionalidad entre las funciones de cohesión, a compresión simple y la respectiva tensión uniaxial, es  $\aleph = 1$ .

Si en la ecuación (A.I.1) se hace  $\sigma^{\max} = 0$  ( estado de compresión biaxial:  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = 0$ ) este criterio toma la forma del criterio de Drucker- Prager en la zona de compresión total, salvo el valor de sus constantes de ajuste. Esto es:

$$F = F(\rho, \xi, c) = \rho + \alpha' \sqrt{6}\xi - \sqrt{2}K' = 0 \quad (\text{A.I.3})$$

donde: 
$$\alpha' = \frac{\alpha}{3}, \quad K' = \frac{(1-\alpha)}{\sqrt{3}} c$$

### A.I.3 DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE AJUSTE DEL CRITERIO

Parámetro  $\alpha$ : Este parámetro es el encargado de ajustar la función de discontinuidad inicial en la zona de compresión, con el fin de obtener la relación deseada entre la resistencia a compresión uniaxial  $\sigma_C$  y la resistencia equibiaxial  $\sigma_{cb}$ . Figura A.I.3.

Sustituyendo en la ecuación (A.I.1) un estado de compresión plano y simétrico  $\sigma_1 = 0 = \sigma^{\max}$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{cb}$  y operando algebraicamente, se obtiene:

$$\alpha = \frac{\frac{\sigma_{cb} - 1}{\sigma_c}}{2 \frac{\sigma_{cb} - 1}{\sigma_c}} \quad (\text{A.I.4})$$

donde  $\sigma_{cb}$  y  $\sigma_c$  representan las resistencias de compresión equibiaxial y uniaxial para el límite de discontinuidad inicial donde la variable de daño plástico  $\kappa^p = 0$ , respectivamente. Según estudios experimentales, la relación  $\frac{\sigma_{cb}}{\sigma_c}$  oscila entre 1.10 y 1.16, de donde se obtiene los valores de  $\alpha$  comprendidos entre 0.08 y 0.1212.

Parámetro  $\beta$ : permite tener en cuenta la relación entre los umbrales de discontinuidad en tracción y compresión. Conocido  $\alpha$ , y sustituyendo para un estado de tracción simple  $\sigma_1 = \sigma_T$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  en la ecuación (A.I.1), se tiene:

$$\beta = R^0(1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (\text{A.I.5})$$

donde  $R^0$  representa la relación que existe entre la resistencia uniaxial de compresión y tracción cuando se alcanza el primer límite de discontinuidad, para  $\kappa^p = 0$ . Según estudios experimentales sobre el comportamiento de hormigones, la relación  $R^0$  es del orden de 10.0, que junto a un valor de  $\alpha = 0.1212$ , da valores de  $\beta$  del orden de 7.66.

Parámetro  $\gamma$ : este parámetro es función de la relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión  $r_{oct}^{max}$  y aparece solamente para estados de compresión triaxial, es decir cuando  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma^{max} \leq 0$ .

Designando con M.T. y M.C. los meridianos a tracción y compresión, de la superficie de fluencia plástica, respectivamente, y expresando la tensión máxima, como:

$$\theta = \frac{-\pi}{6} \Rightarrow \sigma^{max} = \frac{1}{3} (I_1 + 2\sqrt{3J_2}) \quad \text{Para M.T.} \quad (\text{A.I.6})$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sigma^{max} = \frac{1}{3} (I_1 + \sqrt{3J_2}) \quad \text{Para M.C.} \quad (\text{A.I.7})$$

Sustituyendo éstas expresiones en la ecuación (A.I.1), con  $\sigma^{max} < 0$ , resultan las siguientes ecuaciones que describen meridianos curvos de tracción y compresión:

$$(2\gamma + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma + 3\alpha)I_1 = 3(1 - \alpha)c \text{ Para M.T.} \quad (\text{A.I.8})$$

$$(\gamma + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma + 3\alpha)I_1 = 3(1 - \alpha)c \text{ Para M.C.} \quad (\text{A.I.9})$$

Considerando la relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión  $r_{oct}^{\max}$ , en el plano octaédrico  $I_1 = 0$ , de las ecuaciones (A.I.7) y (A.I.8) se obtiene:

$$\frac{\rho_T}{\rho_C} = \frac{(\sqrt{2J_2})_T}{(\sqrt{2J_2})_C} = \frac{(\sqrt{J_2})_T}{(\sqrt{J_2})_C} = \frac{(2\gamma + 3)\sqrt{3}}{3(1 - \alpha)c} = \frac{(\gamma + 3)}{(2\gamma + 3)} \quad (\text{A.I.10})$$

$$\gamma = \frac{3(1 - r_{oct}^{\max})}{2r_{oct}^{\max} - 1} \quad (\text{A.I.11})$$

Los ensayos experimentales muestran que  $r_{oct}^{\max}$  tiende a una constante que oscila alrededor de 0.65, de donde se obtendría un valor de  $\gamma = 3.5$ .

El criterio descrito mantiene la relación máxima entre radios octaédricos constante durante todo el proceso inelástico, y comprendida entre  $0.5 \leq r_{oct}^{\max} \leq 1.0$  según sean las constantes de ajuste que se utilizan.

#### **A.I.4 FORMA DE LA FUNCIÓN DE FLUENCIA**

La función de fluencia describe una pirámide en el espacio de tensiones principales, o espacio de Westergard. Los meridianos de tracción máxima y compresión máxima, Figura A.I.1, son dos rectas con una relación de radios octaédricos como la expresada en la ecuación (A.I.10).

En el plano octahédrico, Figura A.I.2, la curva de fluencia tiene tres vértices por donde pasan los tres meridianos de compresión máxima y donde presenta uno de los tipos de singularidad que produce una definición múltiple del vector normal a la superficie de fluencia  $f$ .

Por último, en el plano principal,  $\sigma_1 - \sigma_3$ ,  $\sigma_2 = 0$ , Figura A.I.3, en la zona de compresión total presenta una función similar a la de Drucker-Prager, y en la intersección con el octante de compresión total, presenta el otro tipo de singularidad que también produce definición múltiple del vector normal a la superficie.

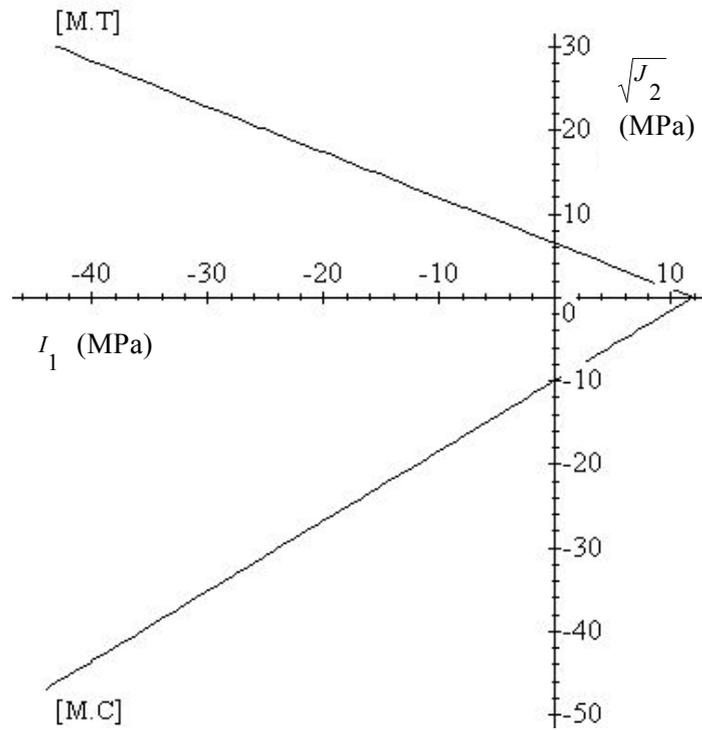


Figura A.I.1. Criterio de Lubliner-Oller según los planos meridianos de compresión y tracción

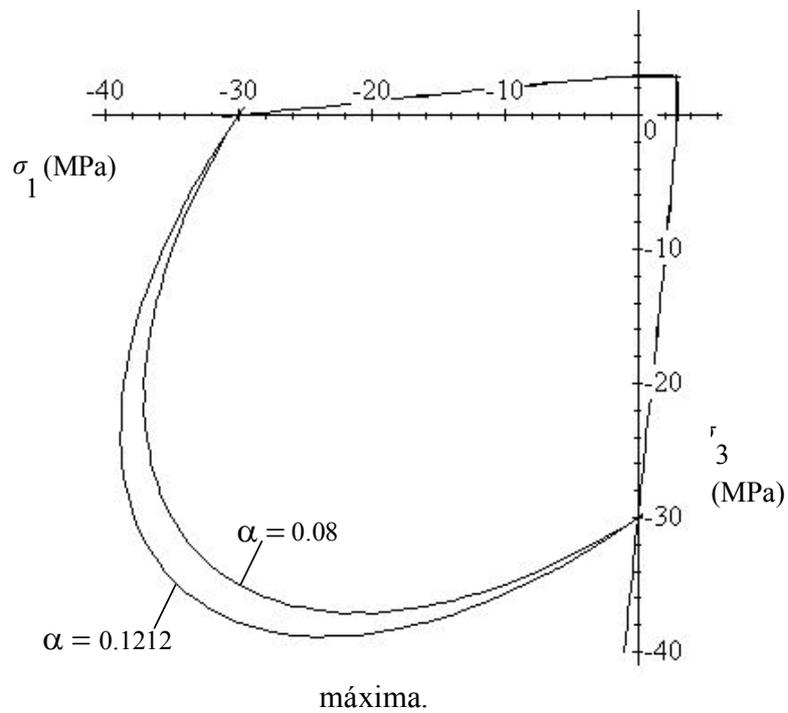


Figura A.I.2. Criterio de Lubliner-Oller según el plano principal,  $\sigma_1$ - $\sigma_3$ ,  $\sigma_2=0$ .

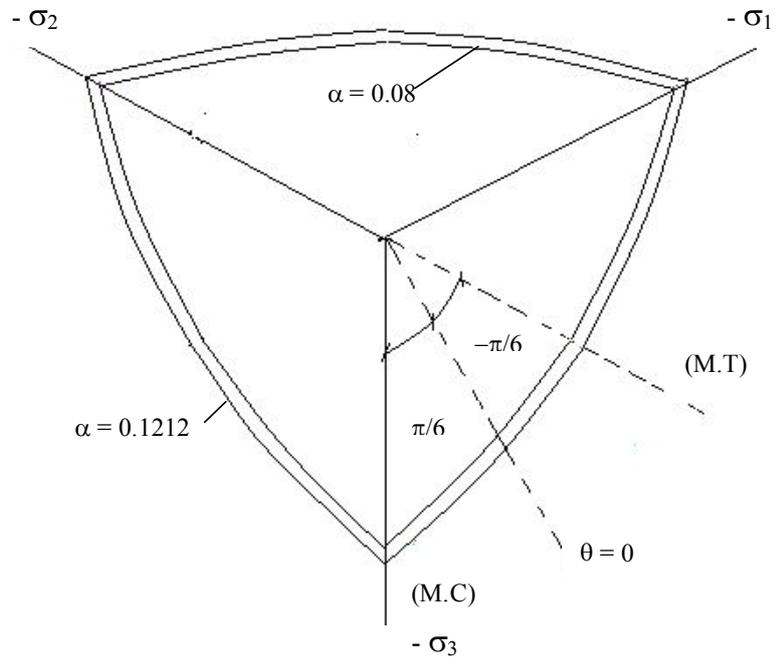


Figura A.I.3. Criterio de Lubliner-Oller según los planos octaédricos  $\sigma_{oct} = -1.8$  MPa.

## **APENDICE II**

### **MODELO ELASTOPLÁSTICO PARA MATERIALES ANISÓTROPOS**

#### **A.II.1 INTRODUCCIÓN**

En esta Tesis se simula el comportamiento de las láminas de material compuesto como materiales ortótropos homogéneos con propiedades mecánicas promedio obtenidas de ensayos de las láminas. Una forma alternativa de obtener el comportamiento sería utilizar un modelo de materiales compuestos, partiendo de las propiedades mecánicas de las fibras y de la matriz y de la proporción de fibras.

Para modelar el compuesto se utiliza el modelo elastoplástico para materiales ortótropos (Oller et al, 1995) que se describe en este Apéndice. Si bien las láminas de material compuesto se comportan como materiales elásticos con rotura frágil, se puede usar la teoría matemática de la plasticidad para describir el límite del comportamiento elástico y aproximar la falla frágil mediante un ablandamiento plástico con disipación muy reducida.

#### **A.II.2. MODELO ELASTOPLÁSTICO**

##### **A.II.2.1 Introducción**

Los modelos constitutivos desarrollados para la simulación del comportamiento de materiales simples isotropos no resultan apropiados para el análisis de materiales compuestos, fundamentalmente por la fuerte anisotropía de estos materiales.

Existen diversas formulaciones para materiales anisótropos que presentan una respuesta constitutiva no lineal, pero en general estas teorías se basan en formular funciones umbral de fluencia y potencial plástico anisótropas; lo que obliga a desarrollar nuevos procedimientos para integrar la ecuación constitutiva.

La formulación anisótropa (Oller et al, 1995) que se presenta en esta sección, llamada teoría isotropa mapeada para materiales no proporcionales, se basa en transportar, desde un espacio real anisótropo a otro espacio ficticio isotropo, todos los parámetros constitutivos del material y su estado de tensión y de deformación. Una vez allí, se utiliza un modelo constitutivo isotropo junto a todas las técnicas y procedimientos desarrollados para ecuaciones constitutivas isotropas. Los dos espacios, real y ficticio, están relacionados mediante dos tensores de transformación de cuarto orden, el tensor de mapeo de tensiones y el tensor de mapeo de deformaciones, que contienen toda la información sobre la anisotropía del material. Los parámetros materiales incluidos en estos tensores pueden ser adecuadamente definidos mediante ensayos experimentales.

El modelo formulado por Oller et al (Oller et al,1995) es termodinámicamente consistente y puede resolver problemas no lineales en pequeñas y grandes deformaciones.

### **A.II.2.2 Funciones de fluencia y potencial**

Se supone que las funciones de fluencia y potencial para un material isotropo están definidas, como:

$$\text{Función de fluencia: } F(\sigma_{ij}, \alpha^m) = 0 \quad (\text{A.II.1})$$

$$\text{Función Potencial: } G(S_{ij}, \alpha_s^m) = K \quad (\text{A.II.2})$$

donde  $\sigma_{ij}$  es el tensor de tensiones,  $\alpha^m$  un conjunto de variables plásticas internas y  $K$  una constante.

La condición de invarianza exige que:

$$F(a_{ip}a_{jq}\sigma_{pq}, \alpha) = F(\sigma_{ij}) \quad (\text{A.II.3})$$

$$G(a_{ip}a_{jq}\sigma_{pq}, \alpha) = G(\sigma_{ij}) \quad (\text{A.II.4})$$

Bajo cualquier transformación ortogonal  $a_{ij}$ , con la propiedad  $(a_{ik}a_{jk} = \delta_{ij})$ , donde  $\delta_{ij}$  es el tensor identidad. Naturalmente los materiales isotropos satisfacen la condición de invarianza, y ello puede ser fácilmente verificado escribiendo las ecuaciones (A.II.3) y (A.II.4) en

términos de los invariantes del tensor de tensiones  $I_1, I_2$  e  $I_3$  y de sus tensiones principales  $\sigma_1, \sigma_2$  y  $\sigma_3$ :

$$F = F[I_1(\sigma_{ij}), I_2(\sigma_{ij}), I_3(\sigma_{ij})] \quad (\text{A.II.5})$$

$$G = G[I_1(\sigma_{ij}), I_2(\sigma_{ij}), I_3(\sigma_{ij})] \quad (\text{A.II.6})$$

o en el caso de materiales con incompresibilidad:

$$F = F[J_2(\sigma_{ij}), J_3(\sigma_{ij})] \quad (\text{A.II.7})$$

$$G = G[J_2(\sigma_{ij}), J_3(\sigma_{ij})] \quad (\text{A.II.8})$$

Los procedimientos tradicionales para derivar las ecuaciones constitutivas para materiales elastoplásticos anisótropos están basados en la descripción de funciones de fluencia y potencial en términos de las propiedades características del material. El cumplimiento de la condición de invarianza en estos casos es complicado y no siempre posible. Un procedimiento para garantizar esta condición es definir las propiedades del sólido real anisótropo en términos de aquéllas correspondientes a un sólido isótropo ficticio. Esto se logra admitiendo que existe un espacio isótropo ficticio en el que el material se comporta como si fuera isótropo y relacionando las tensiones en los espacios real y ficticio mediante la siguiente transformación lineal:

$$\bar{\sigma}_{ij} = A_{ijkl}^s \sigma_{kl} \quad (\text{A.II.9})$$

donde  $\bar{\sigma}_{ij}$  y  $\sigma_{ij}$  son los tensores de tensión en los espacios ficticio y real respectivamente y  $A_{ijkl}^s$  es un tensor de cuarto orden, denominado tensor de transformación del espacio de tensión, que viene dado por:

$$A_{ijkl}^s = \bar{f}_{ik} \bar{f}_{jl}^{-1} \quad (\text{A.II.10})$$

donde  $\bar{f}_{ik}$  y  $f_{jl}$  son los tensores de resistencia a fluencia correspondientes al sólido ficticio y real respectivamente.

A los efectos de asegurar la no proporcionalidad entre la resistencia y el módulo elástico, se define la siguiente relación entre las deformaciones elásticas reales  $\varepsilon_{ij}^e$  y las ficticias  $\bar{\varepsilon}_{ij}^e$ :

$$\bar{\varepsilon}_{ij}^e = A_{ijkl}^E \varepsilon_{kl}^e \quad (\text{A.II.11})$$

Esta suposición implica la no unicidad de las deformaciones elásticas cuando se produce el cambio de espacio. En la ecuación (A.II.11)  $A_{ijkl}^E$  es un tensor material de cuarto orden, llamado tensor de transformación de espacios de deformaciones o de mapeo de deformaciones y cuya expresión se puede derivar de la ecuación (A.II.9) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{ij} &= A_{ijkl}^s \sigma_{kl} = A_{ijkl}^s C_{klmn}^s \varepsilon_{mn} & (A.II.12) \\ \bar{\sigma}_{ij} &= C_{ijkl}^{\bar{s}} \bar{\varepsilon}_{kl} = C_{ijkl}^{\bar{s}} A_{klmn}^E \varepsilon_{mn} \\ A_{ijkl}^s C_{klmn}^s &= C_{ijkl}^{\bar{s}} A_{klmn}^E \\ A_{rsmn}^E &= C_{ijrs}^{\bar{s}-1} A_{ijkl}^s C_{klmn}^s\end{aligned}$$

La última de las ecuaciones (A.II.12) permite derivar la relación entre los tensores constitutivos en el espacio real  $C_{ijkl}^s$  y en el espacio ficticio  $C_{ijkl}^{\bar{s}}$ . Esto es:

$$C_{rsmn}^s = A_{ijrs}^s{}^{-1} C_{ijkl}^{\bar{s}} A_{klmn}^E \quad (A.II.13)$$

$C_{ijkl}^{\bar{s}}$  es el tensor elástico secante de un material isótropo ficticio, mientras que  $C_{ijkl}^s$  es el tensor elástico secante del material.

$C_{ijkl}^s$  y  $f_{ij}$  están expresados en un sistema global de referencia. Los mismos se obtienen a partir de sus formas en los sistemas locales de referencia, de la siguiente manera:

$$C_{ijkl}^s = R_{irjs} [C_{rspq}^s]_{local} R_{kplq} \quad (A.II.14)$$

$$f_{ij} = R_{ikjl} [f_{kl}]_{local} \quad (A.II.15)$$

El tensor de rotación  $R_{ijkl}$  tiene en cuenta los ángulos entre las direcciones principales locales de anisotropía del material y las correspondientes al sistema global de referencia:

$$R_{ikjl} = r_{ik} r_{jl} \quad \text{con} \quad r_{ik} = \cos(e_{i_{global}}, e_{k_{local}}) \quad (A.II.16)$$

Donde  $e_{i_{local}}$  es el vector unitario correspondiente a la  $i$ -ésima componente del sistema de referencia local.

El mapeo expresado en la ecuación (A.II.9) altera la forma de la superficie de fluencia, como puede verse en la Figura (A.II.1).

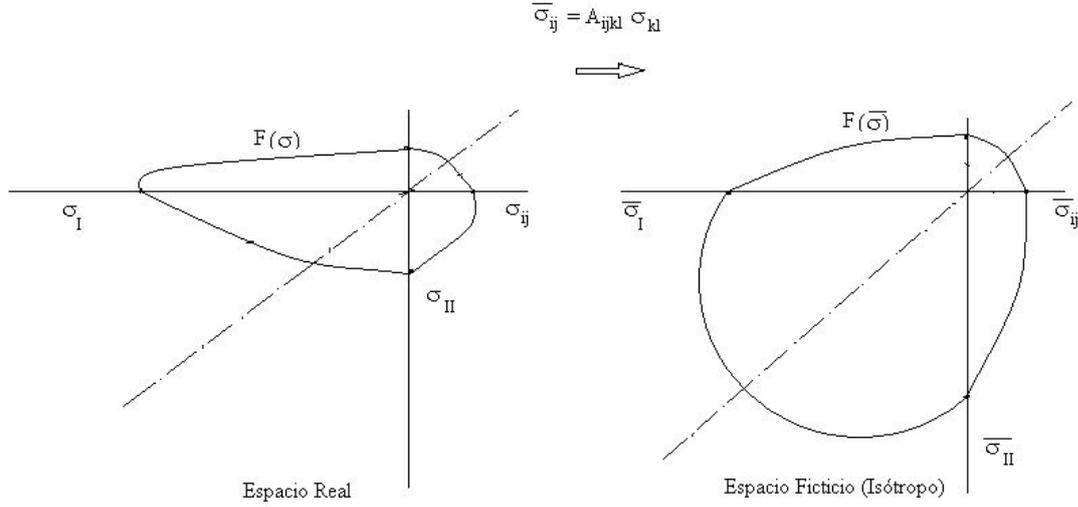


Figura A.II.1. Relación entre los espacios anisótropo real e isótropo ficticio.

Suponiendo que toda la información relativa a la anisotropía del material está contenida en el tensor  $A_{ijkl}^s$ , las funciones de fluencia y potencial plástico para el sólido anisótropo se definen de la siguiente manera:

$$\text{Función de fluencia: } F(\sigma_{ij}, \alpha^m) = F(\sigma_{ij}; A_{ijkl}^s; \alpha^m) = F(\bar{\sigma}_{ij}; \alpha^m) = 0 \quad (\text{A.II.17})$$

$$\text{Función Potencial: } G(\sigma_{ij}, \alpha^m) = G(\sigma_{ij}; A_{ijkl}^s; \alpha^m) = G(\bar{\sigma}_{ij}; \alpha^m) = K \quad (\text{A.II.18})$$

### A.II.2.3 Relación constitutiva secante

La primera ecuación constitutiva para un material anisótropo se obtiene a partir de plantear la disipación ocurrida en un proceso isotérmico elastoplástico en el espacio real anisótropo.

De la primera condición de Clausius-Planck se obtiene la siguiente expresión de la disipación mecánica:

$$\dot{E}_{mec} = \left( \sigma_{ij} - \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \right) \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \sum \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha^m} \dot{\alpha}^m \quad (\text{A.II.19})$$

donde  $\varepsilon_{ij}^e$  es la deformación elástica,  $\varepsilon_{ij}^p$  la deformación plástica del problema y  $\alpha^m$  un conjunto de variables internas.

Aplicando el método de Coleman a la ecuación (A.II.19), para garantizar la disipación positiva, la ecuación constitutiva secante se obtiene como:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi(\varepsilon_{ij}^e, \alpha^m)}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \quad (\text{A.II.20})$$

donde  $\Psi$  es la energía libre del material bajo el estado real de tensiones y se supone tiene la siguiente forma:

$$\Psi(\varepsilon_{ij}^e, \alpha^m) = \Psi(\varepsilon_{ij}^e) + \Psi^p(\alpha^m) = \left( \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^e C_{ijkl}^s \varepsilon_{kl}^e \right) + \Psi^p(\alpha^m) \quad (\text{A.II.21})$$

donde  $\Psi^e$  y  $\Psi^p$  denotan las contribuciones de energía libre elástica y plástica.

Sustituyendo la ecuación (A.II.13) en la ecuación (A.II.21), se puede escribir la energía libre en términos del tensor constitutivo  $C_{ijkl}^s$  para el material isótropo ideal:

$$\Psi(\varepsilon_{ij}^e, \alpha^m) = \left( \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^e \left( A_{ijpq}^s \bar{C}_{pqtu}^s A_{turs}^E \right) \varepsilon_{rs}^e \right) + \Psi^p(\alpha^m) \quad (\text{A.II.22})$$

Sustituyendo (A.II.22) en la ecuación (A.II.20) se obtiene la ecuación constitutiva secante en el espacio anisótropo real en términos del campo de tensiones en el espacio ideal isótropo ficticio:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi(\varepsilon_{ij}^e, \alpha^m)}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = \left[ A_{ijpq}^s \bar{C}_{pqtu}^s A_{turs}^E \right] \varepsilon_{rs}^e = A_{ijpq}^s \bar{C}_{pqtu}^s \bar{\varepsilon}_{tu}^e = A_{ijpq}^s \bar{\sigma}_{pq} \quad (\text{A.II.23})$$

donde  $\bar{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}^s \bar{\varepsilon}_{kj}^e$  son las tensiones en el espacio isótropo ficticio

#### **A.II.2.4 Regla de flujo. Evolución de las variables internas**

La regla de evolución de las variables internas  $\alpha^m$  se obtiene de las reglas de transformación (A.II.9) y (A.II.11) y de la definición de función de potencial plástico en el espacio isótropo ficticio (ecuación (A.II.18), de la siguiente forma:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} \frac{\partial \bar{G}}{\partial \bar{\sigma}_{kl}} \frac{\partial \bar{\sigma}_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} \frac{\partial \bar{G}}{\partial \bar{\sigma}_{kl}} A_{kl ij}^s = \dot{\varepsilon}_{kl}^p A_{kl ij}^s \quad \dot{\varepsilon}_{kl}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \bar{G}}{\partial \bar{\sigma}_{kl}} \quad (\text{A.II.24})$$

$$\dot{\alpha}^m = \dot{\lambda} h_{ij}^m \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} h_{ij}^m \frac{\partial \bar{G}}{\partial \bar{\sigma}_{kl}} \frac{\partial \bar{\sigma}_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} h_{ij}^m \frac{\partial \bar{G}}{\partial \bar{\sigma}_{kl}} A_{kl ij} = \dot{\lambda} \bar{h}_{kl}^m \frac{\partial \bar{G}}{\partial \bar{\sigma}_{kl}} = \dot{\alpha}^m$$

donde  $h_{ij}^m$  y  $\bar{h}_{ij}^m$  son las funciones tensoriales a ser determinadas según las aplicaciones del modelo plástico isótropo donde se recupera la transformación de tensiones.

### A.II.2.5 Ecuación constitutiva tangente

La forma tangente de la ecuación constitutiva se obtiene haciendo la derivada temporal de la expresión secante (A.II.23) :

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}^e} \dot{\varepsilon}_{kl}^e = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \bar{\sigma}_{mn}} \frac{\partial \bar{\sigma}_{mn}}{\partial \varepsilon_{kl}^e} \dot{\varepsilon}_{kl}^e = A_{ijkl}^{-1} \dot{\bar{\sigma}}_{kl} \quad (\text{A.II.29})$$

La ecuación (A.II.29) puede ser interpretada como una transformación lineal de la siguiente ecuación incremental definida en el espacio ficticio isótropo:

$$\dot{\bar{\sigma}}_{ij} = \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}^e} \dot{\varepsilon}_{kl}^e = \bar{C}_{ijkl}^s \dot{\varepsilon}_{kl}^e = \bar{C}_{ijkl}^s [\dot{\varepsilon}_{kl}^e - \dot{\varepsilon}_{kl}^p] \quad (\text{A.II.30})$$

La condición de consistencia plástica conduce a la siguiente forma tangente en el espacio ficticio:

$$\dot{\bar{\sigma}}_{ij} = \bar{C}_{ijkl}^t \dot{\varepsilon}_{kl}^e \quad (\text{A.II.31})$$

donde :

$$\bar{C}_{ijkl}^t = \bar{C}_{ijkl}^s - \frac{\bar{C}_{ijmn}^s \bar{R}_{mn} \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{pq}} \bar{C}_{pqkl}^s}{-\frac{\partial F}{\partial \alpha^m} \bar{h}_{tu}^m \bar{R}_{tu} + \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{tu}} \bar{C}_{tuvs}^s \bar{R}_{rs}} \quad (\text{A.II.32})$$

Combinando la ecuación (A.II.22) con la ecuación (A.II.20) se llega a la forma incremental tangente para el sólido anisótropo real.

## **APENDICE III**

### **IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA DEL MODELO PROPUESTO**

#### **A.III.1 INTRODUCCIÓN**

En este apéndice se describe la implementación numérica del modelo de daño y plasticidad acoplados modificado propuesto para reproducir el comportamiento del hormigón cargado axialmente y confinado lateralmente (estado triaxial de tensiones). El modelo fue implementado en un programa de elementos finitos plano no lineal.

#### **A.III.1.2 Algoritmo para la implementación numérica del modelo propuesto.**

La capacidad del modelo constitutivo para predecir el comportamiento del hormigón confinado no sólo depende del modelo sino también del algoritmo de integración numérica utilizado. La precisión con que se integran las ecuaciones constitutivas incide directamente en la precisión de los resultados.

Para este modelo las ecuaciones plásticas y de daño deben ser integradas simultáneamente. Se presenta, a continuación, el algoritmo de tipo Euler-Backward utilizado.

Entre dos configuraciones de equilibrio  $n$  y  $n-1$  las variables del problema se actualizan como sigue:

$$(\varepsilon_{ij}^p)_n = (\varepsilon_{ij}^p)_{n-1} + \Delta\lambda^n \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \right)_n \quad (\text{A.III.1})$$

$$d^n = d^{n-1} + \Delta d^n \quad (\text{A.III.2})$$

$$\left(\kappa^p\right)^n = \left(\kappa^p\right)^{n-1} + \Delta\lambda^n \left(H_k^p\right)^n \quad (\text{A.III.3})$$

$$\left(\kappa^d\right)^n = \left(\kappa^d\right)^{n-1} + \Delta d^n \left(H_k^d\right)^n \quad (\text{A.III.4})$$

$$\left(\sigma_{ij}\right)^n = (1 - d^n) C_{ijkl}^o \left[ \left(\varepsilon_{kl}\right)^n - \left(\varepsilon_{kl}^p\right)^n \right] \quad (\text{A.III.5})$$

Reemplazando en las ecuaciones (4.5) y (4.13) (Capítulo 4) correspondientes a las condiciones de fluencia y daño, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} H^p(\Delta\lambda_n, \Delta d_n) = F^p \left[ (\sigma_{ij})_n; (\alpha_k)_n \right] = 0 \\ H^d(\Delta\lambda_n, \Delta d_n) = F^d \left[ (\sigma_{ij})_n; (k^d)_n \right] = 0 \end{cases} \quad (\text{A.III.6})$$

Este sistema puede ser resuelto, por ejemplo, mediante el método de Newton Raphson, para encontrar la solución en forma iterativa:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\lambda^n \\ \Delta d^n \end{Bmatrix}_k = \begin{Bmatrix} \Delta\lambda^n \\ \Delta d^n \end{Bmatrix}_{k-1} - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial R^p}{\partial \Delta\lambda}\right)^n & \left(\frac{\partial R^p}{\partial \Delta d}\right)^n \\ \left(\frac{\partial R^d}{\partial \Delta\lambda}\right)^n & \left(\frac{\partial R^d}{\partial \Delta d}\right)^n \end{bmatrix}_{k-1}^{-1} \begin{Bmatrix} R^p(\Delta\lambda^n, \Delta d^n) \\ R^d(\Delta\lambda^n, \Delta d^n) \end{Bmatrix}_{k-1} \quad (\text{A.III.7})$$

Para obtener el tensor de rigidez tangente consistente se deriva la ecuación secante:

$$\begin{aligned} (d\sigma_{ij})^n = & -d(d^n) C_{ijkl}^o \left[ \left(\varepsilon_{kl}\right)^n - \left(\varepsilon_{kl}^p\right)^{n-1} - \Delta\lambda^n \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}}\right)^n \right] + \\ & + \left(C_{ijkl}\right)^n (d\varepsilon_{ij})^n - d\lambda \left(C_{ijkl}\right)^n \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}}\right)^n + \\ & - \Delta\lambda_n \left(C_{ijkl}\right)^n \left(\frac{\partial^2 G}{\partial \sigma_{kl} \partial \sigma_{pq}}\right)^n (d\sigma_{pq})^n \end{aligned} \quad (\text{A.III.8})$$

La ecuación (A.III.5) puede ser escrita como:

$$(d\sigma_{ij})^n = (C_{ijkl}^{e*})^n (d\varepsilon_{kl})^n - (C_{ijkl}^*)^n d\lambda^n \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{kl}} \right)^n \quad (\text{A.III.9})$$

Donde:

$$(C_{ijkl}^{e*})^n = \left[ \delta_{ip} \delta_{jq} + \Delta\lambda^n (C_{ijrs})^n \left( \frac{\partial^2 G}{\partial \sigma_{rs} \partial \sigma_{pq}} \right)^n \right]^{-1} (C_{pqkl}^e)^n \quad (\text{A.III.10})$$

$$(C_{ijkl}^*)^n = \left[ \delta_{ip} \delta_{jq} + \Delta\lambda^n (C_{ijrs})^n \left( \frac{\partial^2 G}{\partial \sigma_{rs} \partial \sigma_{pq}} \right)^n \right]^{-1} (C_{pqkl})^n \quad (\text{A.III.11})$$

El módulo tangente consistente resulta:

$$\left( \hat{C}_{ijkl} \right)^n = (C_{ijkl}^{e*})^n - \frac{(C_{ijpq}^*)^n \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{pq}} \right)^n \left( \frac{\partial F^p}{\partial \sigma_{rs}} \right)^n (C_{rskl}^{e*})^n}{-\left( \frac{\partial F^p}{\partial \kappa^p} \right)^n [(h_p)_{tu}]^n \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{tu}} \right)^n + \left( \frac{\partial F^p}{\partial \sigma_{pq}} \right)^n (C_{pqrs}^*)^n \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}} \right)^n} \quad (\text{A.III.12})$$

A continuación se esquematiza el algoritmo de integración de la ecuación constitutiva en cada punto de integración.

1) Obtención del incremento de desplazamiento para el paso "n" a partir de la ecuación de equilibrio escrita de acuerdo al esquema de elementos finitos:  $\Delta u_i^n$

2) Obtención del incremento de deformaciones y actualización de las deformaciones:

$$\Delta \varepsilon_{ij}^n = \frac{1}{2} (\Delta u_{i,j}^n + \Delta u_{j,i}^n)$$

$$\varepsilon_{ij}^n = \varepsilon_{ij}^{n-1} + \Delta \varepsilon_{ij}^n$$

3) Inicialización de variables para el predictor elástico

$$k = 0; \Delta \lambda_o^n = 0; \Delta d_o^n = 0; (\sigma_{ij})_{k-1}^n = (1 - d^{n-1}) C_{ijkl}^o [(\varepsilon_{ij})^n - (\varepsilon_{ij}^p)^{n-1}]$$

4) Actualización de las deformaciones plásticas:  $(\varepsilon_{ij}^p)_k^n = (\varepsilon_{ij})^{n-1} + \Delta \lambda_k^n \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \right)_{k-1}^n$

5) Actualización de la variable de daño:  $d_k^n = d^{n-1} + \Delta d_k^n$

6) Actualización de las tensiones:  $(\sigma_{ij})_k^n = (1 - d_k^n) C_{ijkl}^o [(\varepsilon_{kl})^n - (\varepsilon_{kl}^p)_k^n]$

7) Actualización de las variables de endurecimiento:

$$\left(\kappa^p\right)_k^n = \left(\kappa^p\right)^{n-1} + \Delta\lambda_k^n \left[ \left(h_{k^p}\right)_{ij} \frac{\partial G(\sigma_{mn}; \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}} \right]_k^n \quad \left(\kappa^d\right)_k^n = \left(\kappa^d\right)^{n-1} + \left[ \frac{r}{g_f^{*d}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*d}} \right]^n (\Psi^o)^n \Delta d_k^n$$

8) Verificación de la condición de fluencia y de daño

Si  $\left(R^p\right)_k^n \leq 0$  and  $\left(R^d\right)_k^n \leq 0$  vaya a (16)

9) Si  $\left(R^p\right)_k^n \geq 0$   $k=k+1$  vaya a (11)

10)  $\left(\partial R^p / \partial \Delta d\right)_k^n = 0$   $k=k+1$  vaya a (13)

11) Si  $\left(R^d\right)_k^n \geq 0$  vaya a (13)

12)  $\left(\partial R^d / \partial \Delta \lambda\right)_k^n = 0$

$$13) \Delta \lambda_k^n = \Delta \lambda_{k-1}^n - \frac{\left\langle R^p(\Delta \lambda_{k-1}^n, \Delta d_{k-1}^n) \right\rangle \left(\partial R^d / \partial \Delta d\right)_{k-1}^n - \left\langle R^d(\Delta \lambda_{k-1}^n, \Delta d_{k-1}^n) \right\rangle \left(\partial R^p / \partial \Delta d\right)_{k-1}^n}{\left(\partial R^p / \partial \Delta \lambda\right)_{k-1}^n \left(\partial R^d / \partial \Delta d\right)_{k-1}^n - \left(\partial R^d / \partial \Delta \lambda\right)_{k-1}^n \left(\partial R^p / \partial \Delta d\right)_{k-1}^n}$$

$$14) \Delta d_k^n = \Delta d_{k-1}^n - \frac{\left\langle R^d(\Delta \lambda_{k-1}^n, \Delta d_{k-1}^n) \right\rangle \left(\partial R^p / \partial \Delta \lambda\right)_{k-1}^n - \left\langle R^p(\Delta \lambda_{k-1}^n, \Delta d_{k-1}^n) \right\rangle \left(\partial R^d / \partial \Delta \lambda\right)_{k-1}^n}{\left(\partial R^p / \partial \Delta \lambda\right)_{k-1}^n \left(\partial R^d / \partial \Delta d\right)_{k-1}^n - \left(\partial R^d / \partial \Delta \lambda\right)_{k-1}^n \left(\partial R^p / \partial \Delta d\right)_{k-1}^n}$$

15) Vaya a (4)

16)

$$d^n = d_k^n ; (\sigma_{ij})^n = (\sigma_{ij})_k^n ; (\kappa^p)^n = (\kappa^p)_k^n ; (\kappa^d)^n = (\kappa^d)_k^n ; (\varepsilon_{ij}^p)^n = (\varepsilon_{ij}^p)_k^n$$

17) Cálculo del tensor de rigidez tangente  $\left(C_{ijkl}^t\right)^n$

18) Fin

## REFERENCIAS

- C. Arya, J. Clarke, E. Kay y P. O'Reagan, "*Design guidance for strengthening concrete structures using fiber composite materials: a review.*", Elsevier Science Ltd, Engineering Structures, 24 (2002) 889-900.
- G. Avilés, "Estudio experimental sobre el refuerzo a cortante de estructuras de hormigón armado mediante materiales compuestos", Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, (2002).
- T. Balan et al, "*A 3D Hypoplastic model for cyclic analysis of concrete structures*", Elsevier Science Ltd, Engineering Structures, 23 (2001) 333-342.
- G. Campione y N. Miraglia, "*Strength and Strain capacities of concrete compression members reinforced with FRP*", Cement and Concrete Composites, 25 (2003) 31-41.
- E. Car "*Modelo Constitutivo Continuo para el Estudio del Comportamiento Mecánico de los Materiales Compuestos*". Tesis Doctoral, Dpto. de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingeniería. Universidad Politécnica de Cataluña, España, (2000).
- W. Chen, "*Plasticity in reinforced Concrete*", Mc Graw Hill (1982).
- L. De Lorenzis, "*A comparative Study of Model on Confinement of Concrete Cylinders with FRP composites*", Tesis Doctoral, Department of Innovation Engineering, University of Lecce, Italy, (2001).
- K. Harries y S. Carey, "*Shape and gap effects on the behavior of variably confined concrete*", Elsevier Science Ltd., Cement and Concrete Research, 33 (2003), 881-890.
- D. Hull, "*An introduction to composite materials*", Cambridge Solid State Science Series, University of Cambridge, 1982.
- I. Karabinis y P. Kiousis, "*Effects of Confinement on Concrete Columns: Plasticity Approach*", ASCE, Journal of Structural Engineering, 120(9) (1994), 2747-2767.
- I. Karabinis y P. Kiousis, "*Plasticity Computations for the Design of Ductility of Circular Concrete Columns*", Elsevier Science Ltd, Computers & Structures, 60 (5) (1996), 825-835.

- I.Karabinis y T.Rousakis, “ *Concrete confined by FRP material: a plasticity approach*”, Elsevier Science Ltd, Engineering Structures, 24 (2002), 923-932.
- M.Kwon y E.Spacone, “ *Three-dimensional Finite Element Analyses of Reinforced Concrete Columns*”, Elsevier Science Ltd., Computers & Structures, 80(2002), 199-212.
- La Tegola y O. Manni, “ *Theoretical Model and Experimental Comparisons about the Mechanical Behavior of Concrete Columns Confined by FRP*”, Universidad de Lecce, Italia (1998).
- B.Luccioni, S. Oller y R. Danesi, “*Coupled plastic-damaged model*”, Elsevier Science Ltd, Computer Methods in applied mechanics and engineering, 129 (1996) “ *Nonlinear finite element modeling of concrete confined by fiber composites*”, Elsevier Science Ltd, Finite Elements, 81-89.
- A.Mirmiran y M.Shahawy, “ *Behavior of Concrete Columns Confined by Fiber Composites*”, ASCE, Journal of Structural Engineering, 123(5) (1997), 1795-1805.
- A.Mirmiran, K. Zagers y W. Yuan, “*Nonlinear finite element modeling of concrete confined by fiber composites*”, Elsevier Science Ltd. Finite Elements in Analysis and Design, 35 (2000), 79-96.
- A.Nanni y N.Bradford, “ *FRP jacketed concrete under uniaxial compression*”, Elsevier Science Ltd., Construction and Building Materials, 9(2) (1995), 115-124.
- S.Oller, S. Botello, J. Miquel y E. Oñate, “*An Anisotropic Elastoplastic Model Based On An Isotropic Formulation,*” Engineering Computations 12 , 246-262, (1995).
- S. Oller, J. Oliver, J. Lubliner y E. Oñate, “*Un Modelo Constitutivo de Daño Plástico para materiales Friccionales. Parte I: Variables fundamentales, Funciones de Fluencia y Potencial*”, Revista Internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería, 4, 397-428 (1988).
- S. Oller, “*Fractura mecánica. Un enfoque global*”, CIMNE, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España (2001).
- J. Pantazopoulou y R. Mills, “ *Microstructural Aspect of the Mechanical Response of Plain Concrete*”, ACI, Material Journal, 92(6) (1995), 605-616.
- J. Pantazopoulou, “ *Role of Expansion on Mechanical behavior of Concrete*”, ASCE, Journal of Structural Engineering, 121(12) (1995), 1795-1805.
- M. Samaan, A. Mirmiran y M. Shahawy, “*Model of Concrete Confined by Fiber Composites*”, ASCE, Journal of Structural Engineering, 124(9) (1998), 1025-1031.
- D. Sfer, I. Carol, R. Gettu, y G. Etse, “*Study of the Behavior of Concrete under Triaxial Compression*”, ASCE, Journal of Engineering Mechanics, 128(2) (2002), 156-163.
- M. Shahawy, A. Mirmiran y T. Beitelman, “*Tests and modeling of carbon-wrapped concrete columns*”, Elsevier Science Ltd., Composites Part B: engineering, 31 (2000), 471-480.
- M.Shams y M.Saadeghvaziri, “ *State of Art of Concrete-Filled Steel Tubular Columns*”, ACI Structural Journal, 94 (5) (1997), 558-571.

H. A. Toutanji, “*Stress-strain characteristics of concrete columns externally confined with advanced fiber composite sheets*”, ACI Materials Journal, vol. 96, pp. 397-404, 1999.

C. Untiveros, “*Estudio experimental del comportamiento del hormigón confinado sometido a compresión*”, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, (2002).