



## CÁLCULO III

### 1. OBJETIVOS

Que el alumno conozca y maneje las aplicaciones del cálculo diferencial de funciones vectoriales de variable vectorial, con fundamentos teóricos de análisis matemático.

Que el alumno conozca y maneje aplicaciones del cálculo integral de funciones reales en varias variables, con fundamentos teóricos de análisis matemático.

### 2. CONTENIDOS

#### 1) FUNCIÓN REAL DE N VARIABLES REALES

Funciones reales de n variables reales: representación gráfica, curvas de nivel y superficies de nivel. Conceptos topológicos. Límite, Continuidad, Derivadas Parciales: interpretación geométrica. Derivadas parciales sucesivas. Derivada direccional: interpretación geométrica.

#### 2) VECTORES Y CAMPOS VECTORIALES.

Funciones vectoriales: Límite, Continuidad y Derivada de funciones vectoriales. Curva parametrizada: recta tangente a una curva. Operaciones diferenciales con vectores: gradiente, divergencia.

#### 3) CÁLCULO DIFERENCIAL DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES.

Función real de variable vectorial diferenciable. Propiedades. Condición suficiente para la diferenciabilidad. Existencia del Plano tangente a una superficie  $z = f(x, y)$ . Teorema del valor medio del cálculo diferencial. Interpretación geométrica. Diferencial total. Función vectorial de variable vectorial diferenciable. Matriz Jacobiana  $f'(P_0)$ . Funciones compuestas. Regla de la cadena. Funciones implícitas. Teorema de la función implícita: para casos  $F(x, y) = 0$   $F(x, y, z) = 0$ . Plano tangente a una superficie definida implícitamente por la ecuación  $F(x, y, z) = 0$ .

#### 4) EXTREMOS DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES.

Máximos y mínimos de funciones reales de varias variables: Extremos absolutos y extremos relativos. Puntos críticos. Condiciones para la existencia de extremos relativos: Condición necesaria cuando existen las derivadas parciales, Condición suficiente.

#### 5) INTEGRALES DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES.

Integrales paramétricas. Regla de Leibniz. Integrales dobles. Teorema del valor medio del Cálculo Integral: demostración e interpretación geométrica. Teorema de cambio de variables. Aplicación: coordenadas polares. Integrales triples. Teorema de cambio de variables. Aplicación: coordenadas cilíndricas, coordenadas esféricas. Aplicaciones de las integrales múltiples: área de una región plana, volumen de un sólido, cálculo de masa, coordenadas de centro de masa, momento de inercia.



6) INTEGRALES CURVILÍNEAS.

Curvas regulares. Longitud de arco de curva. Integrales curvilíneas de funciones reales y de campos vectoriales. Aplicaciones de las Integrales curvilíneas: masa de un alambre, trabajo de una fuerza. Teorema de Gauss-Green.

7) INTEGRALES DE SUPERFICIE.

Superficies regulares. Área de superficie curva. Integrales de superficie de funciones reales y de campos vectoriales. Aplicaciones de las integrales de superficie: masa de una lámina, flujo de un vector. Teorema de Gauss-Ostrogradski.

3. **BIBLIOGRAFÍA**

- Amázigo J.C.-Rubinfeld I.A.: Cálculo avanzado con aplicaciones a la Ingeniería y la Física.- Ed. Mc.Graw-Hill- 1983.
- Demidovich B.: Problemas y Ejercicios de Análisis matemático- Ed. Paraninfo - 1974
- Williamson-Crowell-Trotter: Cálculo de Funciones Vectoriales. - Ed. Prentice Hall Internacional.- 1973.
- Claudio Pita Ruiz: Cálculo Vectorial –Ed. Prentice Hall .Primera edición en español.1995
- Louis Leithold: El Cálculo- 7 edición. Ed. Oxford University Press Mexico. 1998.

4. **METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA**

- Corresponde al segundo año del plan de estudios de todas las carreras de ingeniería y de la Licenciatura en Informática.
- Los alumnos deben conocer y manejar el cálculo diferencial e integral en una variable y los conceptos de geometría y de álgebra lineal de cursos previos.
- Se dicta en el primer cuatrimestre y se organiza de la siguiente forma: dos clases de teoría y una de práctica, por semana respectivamente. La asignatura se repite en el segundo cuatrimestre.

Clases teóricas:

Se definen conceptos, se enuncian teoremas algunos de los cuales son demostrados, se deducen interpretaciones geométricas y se dan ejemplos de aplicación.

Clases prácticas:

Los ejercicios propuestos para fijar y comprender los contenidos teóricos fueron seleccionados de diferentes libros y están organizados por “Trabajos Prácticos” numerados. El alumno puede acceder a ellos desde el sitio web de la cátedra <http://catedras.facet.unt.edu.ar/calculoi/iii/>

Se desarrollan en pizarrón algunos de los problemas propuestos en los enunciados de los Trabajos Prácticos, quedando el resto para ejercitación de los alumnos quienes pueden trabajar en forma grupal o individual y pueden hacer consultas, tanto en las clases como en el horario adicional para consultas. Los Trabajos Prácticos del Nº 1 al Nº 7 tratan sobre el Cálculo Diferencial y los Trabajos Prácticos del Nº 8 al Nº 11 sobre el Cálculo Integral.



**5. EVALUACIÓN**

- La materia no es promocional.
- Para regularizar se requiere aprobar dos evaluaciones parciales escritas con 4 o más. Cada evaluación parcial desaprobada tiene una posibilidad de recuperación al término del cuatrimestre.
- El examen final es oral o escrito, según la cantidad de inscriptos, y se evalúan tanto contenidos teóricos como ejercicios prácticos. Los exámenes libres son autorizados por el responsable de cátedra, de acuerdo con la reglamentación vigente.

**6. CARGA HORARIA**

- Teoría: 64 horas.
- Clase práctica: 32 horas.

**7. OTRA INFORMACIÓN**

La cátedra dispone de un sitio web, donde los alumnos tienen el programa de la materia, los reglamentos de cursado, cronograma, los horarios de clases de consultas y de clases. También pueden encontrar apuntes de teoría. Allí se actualizan las novedades del dictado.