

Universidad Nacional de Tucumán
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología
Departamento de Física

Laboratorio de Ionosfera, Atmósfera Neutra y Magnetosfera (LIANM)

Tesis de Licenciatura en Física

Efecto de las variaciones seculares del campo geomagnético en el ingreso de partículas cargadas a la atmósfera

Emanuel Shai COMEDI

Directora: Ana Georgina ELIAS
Marzo de 2021

Agradecimientos

Agradezco al Departamento de Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología de la Universidad Nacional de Tucumán, por el lugar que me brindó para realizar este trabajo de Tesis.

Agradezco y celebro que la Universidad sea pública y gratuita. Si no lo fuera, como es el caso en otros países, muy probablemente no podría haber realizado la carrera.

Al CIN, ya que el trabajo presente en esta Tesis fue realizado originalmente en el marco de la beca de Estímulos a las Vocaciones Científicas que me fue otorgada en el año 2018.

A mi directora Georgina Elías, por estar siempre presente, y por contagiar la enorme pasión que siente por lo que hace.

A Bruno Zossi por su constante colaboración, generosidad, y buena onda.

A lxs docentes del departamento de Física de la FACET-UNT que inspiran enseñando desde el corazón, aún en tiempos difíciles como estos.

A lxs docentes de la UNT que, luchando por sus derechos, también están enseñando.

A mi familia, que sencillamente es parte mía, que siempre me brindó amor y contención aún (y especialmente) en los momentos más duros.

A mis amigxs hermanxs, siempre presentes, por regalarme la alegría de crecer junto a ellxs.

A mis compañerxs animales no humanxs, que me acompañaron y me transmitieron paz durante tantas noches de estudio.

A la Popi, mi novia y compañera, ejemplo inspirador de perseverancia, coraje y fuerza, aunque no lo admita.

Resumen

El objetivo general de este trabajo de Tesis es estimar los efectos de las variaciones seculares del campo magnético principal de la Tierra sobre la precipitación de partículas cargadas provenientes del espacio exterior. Para esto se eligió la rigidez de corte, R_c , como indicador de cambios que se deberían esperar en el ingreso de estas partículas como consecuencia de las variaciones seculares del campo. La disminución general del campo geomagnético nos haría pensar en un aumento en el flujo de partículas debido a una consecuente disminución en R_c , pero dado que la variación del campo se compone de diversos procesos que actúan de manera diferente según la región del planeta, el patrón de variación espacial no es tan sencillo. El enfoque teórico y analítico de esta Tesis permite analizar separadamente el efecto de cada proceso de variación, y detectar que la rotación del eje dipolar es el principal responsable del patrón inhomogéneo de tendencias observado. En este patrón se destacan dos regiones de tendencias más intensas, una con valores positivos en la región norte del Océano Atlántico, y otra con valores negativos en la región sur del mismo océano, en concordancia con estimaciones más complejas basadas en trayectorias. El método aquí planteado permite además estimar R_c durante escenarios posibles de transición de polaridad magnética. Posibles usos de las expresiones analíticas de R_c surgen de su simplicidad y de la rapidez de su cálculo, ya que usar estimaciones basadas en trayectorias consumiría mucho tiempo, especialmente si se realizan varias modificaciones del campo.

Indice

Introducción	5
Capítulo 1. Variación del campo magnético de la Tierra en distintas escalas de tiempo y coordenadas geomagnéticas	7
1.1 Campo geomagnético	7
1.2 Desarrollo en armónicos esféricos del campo geomagnético	8
1.3 Interpretación de los armónicos esféricos	10
1.4 Variaciones del campo geomagnético	11
1.5 Variación secular	13
1.6 Jerk geomagnético	16
1.7 Inversión de polaridad	17
1.8 Variación geomagnética de origen externo	19
1.9 Modelo IGRF (International Geomagnetic Reference Field)	19
1.10 Coordenadas geográficas y coordenadas geomagnéticas CD y ED	20
1.10.1 Sistema de coordenadas geográfico	20
1.10.2 Coordenadas geomagnéticas para dipolo centrado, CD	21
1.10.3 Coordenadas geomagnéticas para dipolo excéntrico, ED	23
Capítulo 2. Partículas cargadas en el campo magnético de la Tierra	26
2.1 Ecuaciones generales	26
2.2 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético uniforme	27
2.3 Movimientos de deriva eléctrico	29
2.3.1 Deriva $E \times B$	29
2.3.2 Deriva de polarización	30
2.3.3 Derivas magnéticas	31
2.3.3.1 Deriva de gradiente	31
2.3.3.2 Deriva de curvatura	33
2.4 Invariantes adiabáticas	33
2.5 Espejo magnético	34
2.6 Partículas atrapadas	35
2.7 Teoría de Størmer: campo magnético dipolar	36
2.7.1 Rigidez de corte, R_c	39
2.8 Partículas cargadas que precipitan a la atmósfera de la Tierra	41
2.8.1 Rayos cósmicos	42
2.9 El Sol como fuente de variación del ingreso de partículas	45
Capítulo 3. Modificaciones en el acceso de partículas cargadas por variaciones en el campo geomagnético	49
3.1 Modelo para el caso de campo magnético dipolar	49
3.2 Estimación de R_c y su tendencia en el período 1900-2020 considerando campo magnético dipolar	50

3.3 Modelo para el caso de campo magnético con componentes dipolar y cuadrupolar	53
3.4 Estimación de Rc y su tendencia en el período 1900-2020 considerando campo magnético con componentes dipolar y cuadrupolar	57
3.5 Estimación de Rc considerando campo magnético cuadrupolar axial	59
3.6 Rc basada en trayectorias y su tendencia en el período 1900-2020	60
3.7 Comparación entre tendencias de Rc obtenidas a partir de fórmulas analíticas y de valores basados en trayectorias	62
Capítulo 4. Discusión y conclusiones	63
4.1 Análisis del patrón espacial de tendencias en Rc	63
4.2 Discusión	65
4.3 Conclusiones generales	66
4.4 Líneas futuras de investigación	67
Referencias	68

Introducción

El campo magnético terrestre ha estado disminuyendo a una velocidad promedio de ~5 a 7% por siglo al menos desde 1940, con observaciones indirectas sugiriendo que esta disminución data desde mucho antes. Esto llevó a pensar que se está produciendo una inversión o excursión. Pero también está la posibilidad de una recuperación sin la ocurrencia de eventos extremos (Panovska et al., 2018, 2019; Brown et al., 1917). En todo caso, se piensa que la intensidad del campo global continuará disminuyendo en el futuro cercano con cambios consecuentes y un debilitamiento del escudo magnético de nuestro planeta (Tarduno, 2018).

McIntyre et al. (2019) encontraron evidencia que sugiere que, a diferencia de Venus y Marte, la presencia de campo magnético en la Tierra ha ayudado a mantener agua líquida en su superficie, concluyendo por lo tanto que el magnetismo planetario puede tener un efecto significativo en el mantenimiento a largo plazo de la atmósfera y de agua líquida en exoplanetas rocosos. Sus resultados sugieren además que el magnetismo planetario es un factor importante cuando se priorizan observaciones de planetas potencialmente habitables.

La rigidez de corte (R_c) es un parámetro que representa una medida cuantitativa de este efecto de escudo, midiendo la energía mínima necesaria para que una partícula cargada proveniente del espacio exterior alcance una dada ubicación en la Tierra. Por consiguiente, es el parámetro que elegí analizar en este trabajo como un indicador de la medida en que partículas cargadas ingresan a la atmósfera. R_c puede obtenerse calculando las trayectorias de estas partículas en el campo magnético terrestre, pero aún en el caso simple de un campo dipolar axial puro esto requiere soluciones numéricas de ecuaciones diferenciales, las cuales son tan computacionalmente intensivas que aproximaciones analíticas son ventajosas para muchos propósitos. Størmer (1955) fue el primero en obtener una expresión analítica para R_c considerando el caso particular de un campo dipolar estacionario, que representa un ~80% del campo magnético terrestre actual, bajo el supuesto de que una partícula cargada incidente produce radiación electromagnética despreciable, de tal manera de que su energía se conserva. R_c depende de un valor crítico del momento generalizado de la componente azimutal, el cual, en el caso del campo dipolar, depende del momento dipolar y de la rigidez de la partícula cargada.

A pesar de las reconocidas ventajas que tienen los modelos computacionales modernos, una expresión analítica para describir la variación de R_c debido a la variación del campo geomagnético, buscando un modelo más realista que el dipolar puro para el campo, puede ser de utilidad fundamentalmente por dos motivos: (1) la rapidez de cálculo en comparación con los modelos computacionales complejos que se requieren para usuales estimaciones basadas en trayectorias, y (2) permite un mejor entendimiento del proceso físico detrás del fenómeno analizado. Se podría considerar que los modelos computacionales de tipo “caja negra” tienen un gran poder predictivo, mientras que las expresiones analíticas (que necesariamente son más sencillas) se ajustan menos a la realidad, pero tienen potencialmente un gran poder explicativo. Un modelo analítico y relativamente sencillo para estimar R_c , que es la propuesta de este

trabajo de Tesis, podría ser útil para ser incluido en modelos climáticos, o para evaluar las consecuencias de distintos posibles escenarios de inversiones geomagnéticas.

Jory (1956) extendió la expresión analítica de R_c para incluir la contribución axial cuadrupolar al campo geomagnético, pero asignó el mismo valor crítico al momento crítico generalizado, lo cual considero una aproximación que no fue justificada ni mencionada por el autor. De hecho, recientemente Tsareva (2019) analizó el caso de la superposición de campos axiales dipolares y cuadrupolares, señalando cómo obtener este momento crítico azimutal analíticamente, de lo cual se deduce que no coincide con el valor correspondiente al caso dipolar puro. Con un enfoque diferente, Urban (1965) también resolvió esta situación aplicando una condición matemática para el punto de ensilladura en curvas de nivel en un análogo geográfico, pero no resolvió explícitamente el caso de superposición.

El objetivo de la presente Tesis es evaluar analíticamente los cambios seculares de R_c como producto de los distintos cambios en esta escala de tiempo que se sabe que están sucediendo con el campo: disminución del momento dipolar, inclinación del eje dipolar, desplazamiento del dipolo equivalente, y aumento de las componentes multipolares, en base a planteos realizados por los trabajos de Tsareva (2019), Urban (1965) y Jory (1955).

Para evaluar la aplicabilidad del modelo propuesto para obtener R_c de manera analítica, se harán comparaciones con los resultados obtenidos con estimaciones basadas en trayectorias realizadas por Gvozdevsky et. al (2019).

Capítulo 1

Variación del campo magnético de la Tierra en distintas escalas de tiempo y coordenadas geomagnéticas

En los últimos años ha cobrado interés la investigación sobre los posibles impactos de las variaciones del campo magnético de la Tierra, o campo geomagnético, sobre el sistema terrestre, incluyendo la biosfera. En particular, estas variaciones afectan directamente características de la magnetosfera terrestre y de la ionosfera. Entre las últimas está la rigidez de corte como una medida del ingreso de partículas a la atmósfera terrestre, que es motivo de estudio de esta Tesis. En este capítulo se describe de manera general el campo geomagnético junto con sus principales variaciones y los sistemas de coordenadas que serán usados luego para obtener parte de los resultados.

1.1 Campo geomagnético

La ciencia del geomagnetismo se desarrolló lentamente. Los escritos más antiguos de navegación con brújulas fueron acreditados a los Chinos, aproximadamente 250 A.C. Cuando Gilbert publicó su primer libro sobre geomagnetismo en 1600, concluyó que la Tierra se comportaba como un gran imán. A principios de siglo XIX, Gauss introdujo mejores técnicas de observación del campo magnético y el método de armónicos esféricos para el análisis del campo geomagnético.

De acuerdo a estudios paleomagnéticos el campo magnético de la Tierra data de $\sim 3.7 \times 10^9$ años (edad de la Tierra = 4.5×10^9 años). Su valor en la actualidad es de ~ 60000 nT en los polos magnéticos, y ~ 25000 nT en el Ecuador. Este campo presenta variaciones en diversas escalas de tiempo, desde millones de años a segundos. Entre las variaciones de largo plazo, el cambio más drástico se produce durante la transición de polaridad, que es el período durante el cual se invierten los polos magnéticos (Glassmeier et al., 2009).

El origen del campo magnético de la Tierra puede explicarse mediante la teoría del dínamo que describe el proceso de un fluido conductor, que presenta movimientos de rotación y convección para mantener un campo magnético. El fluido conductor en el caso de la Tierra es hierro líquido en el núcleo externo, a unos 3000 km por debajo de la superficie terrestre.

El campo geomagnético es un campo vectorial que puede ser descrito en la superficie de la Tierra por sus tres componentes ortogonales X (en dirección norte-sur, positiva hacia el norte), Y (en dirección este-oeste, positiva hacia el este), Z (dirección vertical apuntando hacia el centro de la Tierra, positiva hacia abajo), como se grafica en la Figura 1.1.

La intensidad de este campo es $F = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2}$, y las componentes X e Y pueden combinarse para dar la componente horizontal $H = (X^2 + Y^2)^{1/2}$. La declinación, D, se define como el ángulo que forma H con el norte geográfico, y es positivo hacia el este. La inclinación, I, es el ángulo que forma F con H, y es positivo hacia abajo. De esta manera tenemos que: $H = F \cos(I)$ $\sin(I)$,

$X=H \cos(D)$, $Y=H \sin(D)$, y $Z=F \sin(I)$.

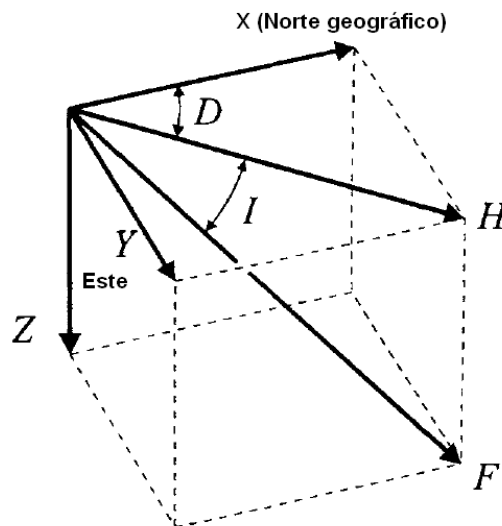


Figura 1.1 Sistema de coordenadas geomagnéticas donde se muestran las componentes ortogonales del campo geomagnético X, Y, Z, el campo total F, la componente horizontal H, la declinación D, y la inclinación I.

Se denomina campo geomagnético principal, o intrínseco, a la contribución magnética producida únicamente por el núcleo terrestre. Este campo se puede aproximar, a partir de la superficie de la Tierra, como un dipolo inclinado 11° con respecto al eje de rotación.

1.2 Desarrollo en armónicos esféricos del campo geomagnético

La expansión en armónicos esféricos del campo geomagnético es de utilidad para:

- * una descripción global de este campo (variación con la latitud y longitud),
- * la determinación de su variación con la altura (distancia respecto al centro de la Tierra), y
- * su separación en fuentes internas y externas, lo que permite localizar las distintas fuentes de este campo.

Para realizar el desarrollo, supondremos que solo existen cambios despreciables en los campos eléctricos y que la corriente que fluye a través del límite entre la Tierra y su atmósfera es relativamente insignificante.

Sea \mathbf{B} al vector de campo geomagnético, y V el potencial escalar de este campo, de manera que $\mathbf{B} = -\nabla V$ (por los supuestos considerados). La ecuación de Laplace de este potencial en coordenadas esféricas resulta

$$0 = \nabla^2 V$$

$$= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \quad (1.1)$$

donde r , θ , φ son las coordenadas esféricas correspondientes al radio, colatitud y azimut. Esta ecuación se puede resolver mediante separación de variables:

$$V(r, \theta, \varphi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\varphi) \quad (1.2)$$

La solución general de la ecuación de Laplace resulta

$$V(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n [A_{nm} r^n + B_{nm} r^{-(n+1)}] Y_n^m(\theta, \varphi) \quad (1.3)$$

donde A_{nm} y B_{nm} son constantes. $Y_n^m(\theta, \varphi)$ son armónicos de superficie de grado n y orden m , dados por

$$Y_n^m(\theta, \varphi) = \left[\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi (n+m)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_{n,m}(\cos \theta) e^{im\varphi} \quad (1.4)$$

$P_{n,m}(\cos \theta)$ se denominan polinomios asociados de Legendre y se calculan a través de la fórmula

$$P_{n,m}(\cos \theta) = \frac{1}{2^n n!} [1 - (\cos \theta)^2]^{\frac{m}{2}} \frac{d^{n+m}}{d(\cos \theta)^{n+m}} [(\cos \theta)^2 - 1]^m \quad (1.5)$$

Se denomina armónicos esféricos a los armónicos de superficie junto con la dependencia con r . Una propiedad de estos armónicos en geomagnetismo es, como ya se mencionó, que permite separar el aporte al campo proveniente de fuentes internas y de fuentes externas. Así, en la Ecuación (1.3) los coeficientes A_{nm} representan fuentes externas al interior de la Tierra y B_{nm} fuentes internas.

En geomagnetismo se emplean las funciones parcialmente normalizadas de Schmidt P_n^m en lugar de los polinomios asociados de Legendre. Ambos están relacionados por

$$P_n^m = P_{n,m} \quad \text{para } m = 0$$

$$P_n^m = \left[\frac{2(n-m)!}{(n+m)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_{n,m} \quad \text{para } m > 0 \quad (1.6)$$

Además, se normaliza r al radio de la Tierra a $a = 6371 \text{ km}$ (radio de una esfera con el mismo volumen de la Tierra) de manera que todos los coeficientes tengan la misma dimensión. El potencial escalar magnético por encima de la superficie de la Tierra ($r > a$) se escribe entonces (Chapman & Bartels, 1940)

$$V(r, \theta, \varphi) = a \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \left[C_n^m \left(\frac{r}{a} \right)^n + (1 - C_n^m) \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} \right] g_n^m \cos m\varphi \right. \\ \left. + \left[S_n^m \left(\frac{r}{a} \right)^n + (1 - S_n^m) \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} \right] h_n^m \sin m\varphi \right\} P_n^m(\cos \theta) \quad (1.7)$$

C_n^m y S_n^m indican la fracción del potencial asociado a fuentes de origen externo, es decir $r > a$, y por lo tanto son números positivos entre 0 y 1; mientras que $(1 - C_n^m)$ y $(1 - S_n^m)$ corresponden a la fracción del potencial asociado a fuentes de origen interno, es decir $r < a$. g_n^m y h_n^m se evalúan a partir de mediciones y se dan tradicionalmente en unidades de inducción magnética (nT), como lo hace la “International Association of Geomagnetism and Aeronomy”, IAGA, en el modelo “International Geomagnetic Reference Field”, IGRF, que describiremos más adelante.

Teniendo en cuenta la definición de las componentes del campo geomagnético, X corresponde a menos la componente θ , Y a la componente acimutal φ , y Z a menos la componente radial r ; y se estiman a partir de V de la siguiente manera

$$X = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}, \quad Y = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \quad Z = \frac{\partial V}{\partial r} \quad (1.8)$$

Al truncar las series en algún valor de n se puede determinar la importancia del aporte a V de los coeficientes que corresponden a fuentes internas versus a fuentes externas. Estos coeficientes varían en el tiempo debido a la variación de las corrientes ionosféricas y magnetosféricas, las corrientes inducidas en la corteza terrestre y en la parte superior del manto, así como de las corrientes en el núcleo de la Tierra. Sin embargo, si consideramos valores promediados sobre varios años, C_n^m y S_n^m resultan casi cero (Vestine, 1967; Merrill et al., 1996); y en este caso la Ecuación (1.7) se reduce a

$$V(r, \theta, \varphi) = a \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta) \quad (1.9)$$

Los coeficientes g_n^m y h_n^m se denominan coeficientes de Gauss (Chapman & Bartels, 1940) apropiados para los polinomios de Schmidt P_n^m . De la Ecuación (1.9) se deduce que el armónico de superficie para un dado r es una serie de Fourier para un θ dado y una serie asociada de Legendre para un dado φ .

1.3 Interpretación de los armónicos esféricos

Cada término de la Ecuación (1.9), reemplazando las funciones parcialmente normalizadas de Schmidt P_n^m por su ecuación correspondiente a cada n y m, se puede interpretar en función de una fuente equivalente en el centro de la Tierra; a pesar de que esto no es real ya que el campo geomagnético de origen interno está generado por el núcleo externo, y además debido a que no es posible prácticamente tener una corriente que genere de manera exacta el campo descrito por un único armónico.

El término correspondiente a g_1^0 es

$$g_1^0 P_1^0(\cos \theta) \frac{a^3}{r^2} = g_1^0 4\pi a^3 \frac{\cos \theta}{4\pi r^2} \quad (1.10)$$

que no es más que el potencial asociado a un dipolo geocéntrico de intensidad ($g_1^0 4\pi a^3$) orientado a lo largo del eje z. La magnitud de g_1^0 está relacionada entonces con la intensidad de un dipolo geocéntrico axial que apunta hacia abajo, dado que su valor experimental (como

veremos más adelante en la descripción del IGRF) es negativo.

Comenzando con $n=1$, el término correspondiente a g_1^1 es

$$g_1^1 4\pi a^3 \frac{\cos \varphi \sin \theta}{4\pi r^2} \quad (1.11)$$

Si llamamos γ al ángulo entre r y el eje x se puede deducir que $\cos(\gamma)=\cos(\varphi)\sin(\theta)$, y por lo tanto este término corresponde a un dipolo geocéntrico orientado en la dirección x . De manera similar el término correspondiente a h_1^1 es

$$h_1^1 4\pi a^3 \frac{\sin \varphi \sin \theta}{4\pi r^2} \quad (1.12)$$

y por consiguiente corresponde un dipolo geocéntrico orientado en la dirección y . La magnitud del dipolo geocéntrico p es, por lo tanto

$$p = 4\pi a^3 \sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2} \quad (1.13)$$

Y su dirección respecto al eje z , es decir el ángulo de inclinación del dipolo respecto a la vertical, estará dado por

$$\text{tg}^{-1} \left(\frac{\sqrt{(g_1^1)^2 + (h_1^1)^2}}{g_1^0} \right) \quad (1.14)$$

que en la actualidad es aproximadamente 11° . Las Ecuaciones (1.11) y (1.12) indican que el potencial del dipolo decae como r^{-2} , y por lo tanto su intensidad lo hace como r^{-3} .

De manera similar, los términos con $n=2$ representan un cuadrupolo geocéntrico cuyo potencial e intensidad decaen como r^{-3} y r^{-4} respectivamente, con $n=3$ representan un octupolo geocéntrico cuyo potencial e intensidad decaen como r^{-4} y r^{-5} respectivamente, y así siguiendo.

Los términos g_1^0 , g_1^1 y h_1^1 juntos representan el campo dipolar y los términos restantes representan en su conjunto el campo no-dipolar. Sin embargo, los términos cuadrupolares sumados a los dipolares dan combinados la aproximación de dipolo excéntrico que veremos más adelante.

En promedio los coeficientes multipolares decrecen rápidamente con el grado n , de manera que a pesar de que en teoría la serie de la Ecuación (1.9) es infinita, en la práctica se trunca en algún nivel de n relativamente bajo obteniéndose un ajuste razonable.

Las mediciones del campo geomagnético están limitadas por estar generadas en el núcleo, que está a una distancia de casi medio radio terrestre de los instrumentos que lo miden. Esto hace que no puedan detectarse variaciones de escalas muy pequeñas que disminuyen con la distancia y que además son apantalladas por la magnetización de la corteza terrestre.

1.4 Variaciones del campo geomagnético

El campo geomagnético presenta variaciones en distintas escalas de tiempo. Este campo, medido por una red de magnetómetros distribuidos en todo el mundo, es el resultado de una

mezcla de campos de origen externo en la magnetosfera y la ionosfera, y de origen interno en el núcleo y la corteza, que se pueden denominar campos primarios, y de campos secundarios en regiones de la Tierra que tiene conductividad eléctrica como los océanos, la litosfera y el manto, inducidos por la variación de los campos primarios.

El aporte externo al campo presenta variaciones de menor escala temporal que el campo interno, el cual varía muy lentamente (Merrill et al., 1996). Si se observara el campo en un punto dado por un período muy largo de tiempo se observarían variaciones en un amplísimo rango de escalas de tiempo, como se muestra de forma esquemática en el espectro de la Figura 1.2 (Lowe, 1988). Se observan escalas que van desde los millones de años, que corresponden a inversiones de polaridad, hasta segundos, que corresponden a pulsaciones. La zona donde la curva parece aplanarse, en $\sim 10^0$ años, marca la separación entre campo interno y externo. Las periodicidades mayores se deben a variaciones en el núcleo de la Tierra, y por lo tanto sus fuentes son internas, mientras que los períodos menores se deben a variaciones regulares en la ionosfera y la magnetosfera, en su mayoría de origen solar, es decir fuentes externas.

Hay cambios del campo debido a variaciones regulares en las corrientes ionosféricas con una periodicidad de 24 horas y que tienen una amplitud de unas decenas de nT, representando un $\sim 0.1\%$ de la intensidad total del campo terrestre. Los cambios debido a tormentas solares, por ejemplo, son en general irregulares en el tiempo y su magnitud no supera el 10% del valor del campo principal en casos de tormentas intensas.

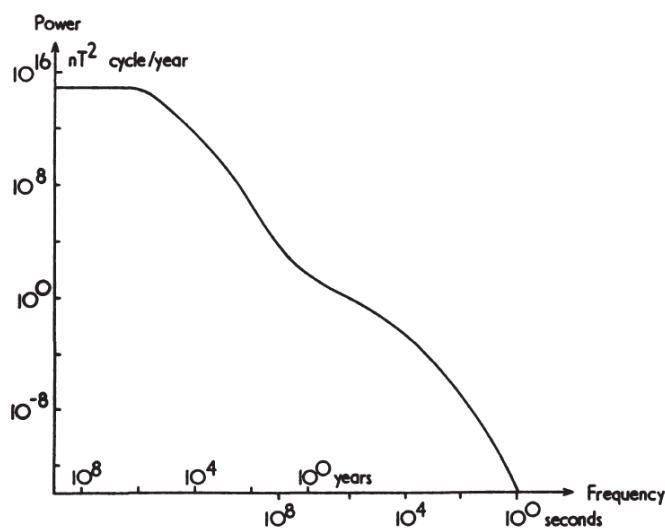


Figura 1.2 Esquema del espectro de potencia temporal continuo del campo geomagnético. En la abscisa se indica frecuencia y período. Debería además agregarse un espectro de líneas con picos en 1 día, 1 año, ~ 11 años, y sus respectivos armónicos que no se muestran en esta figura. (Fuente: Lowe, 1966)

La variación de origen externo puede eliminarse trabajando con promedios anuales de parámetros del campo geomagnético. Las variaciones de origen interno se clasifican generalmente en tres: variación secular, “jerk” geomagnético (o impulso geomagnético), e inversiones de polaridad.

1.5 Variación secular

La palabra secular viene del término latín "saeculum", y tiene dos acepciones: una civil y otra natural (Smith, 1875). El saeculum civil, de acuerdo a los etruscos, y adoptado luego por los romanos, indicaba un período de tiempo que contenía 110 años lunares (año lunar ~354 días). El saeculum natural expresaba el período más largo de vida humana, cuya duración estaba definida en libros de rituales etruscos. Sin embargo, se denomina "variación secular" a la variación lenta, en escalas de tiempo superior al año, del campo geomagnético principal debido a cambios en patrones de movimiento en el núcleo (Stacey & Davies, 2008). Más rigurosamente, la variación secular corresponde a la primera derivada temporal del campo principal.

En términos de valores raíz cuadrático medios (es decir promediados en la superficie de la Tierra), la parte dipolar, que en la actualidad es de ~42000 nT, ha estado decreciendo en promedio a 28 nT/año (~-7% por siglo), mientras que la parte no-dipolar, actualmente ~12000 nT, ha estado aumentando a 22 nT/año (~+18% por siglo) El campo total, cuyo valor medio es de ~44000 nT, decrece en promedio ~22 nT/año (~-5% por siglo). La Figura 1.3 muestra esta variación secular del campo total y, separadamente, la de sus componentes dipolar, por un lado, y no-dipolares por otro.

Como la mayor parte de la variación secular corresponde a las componentes multipolares, el patrón espacial de la variación secular del campo magnético de la Tierra es complejo. Esto puede apreciarse en las Figuras 1.4, 1.5 y 1.6 que muestran la distribución espacial de esta variación por año de F, D e I. Se observa entonces que, mientras que el campo principal está dominado por su naturaleza dipolar, la variación secular es claramente no-dipolar (Wardinski, 2007). El análisis de esta variación durante las últimas décadas puede ser descripta en función de cuatro procesos:

- * decrecimiento de la intensidad de la componente dipolar
- * deriva hacia el oeste del eje dipolar
- * cambios en la parte no-dipolar sin deriva
- * inclinación del dipolo

El decrecimiento de la parte dipolar se puede estimar a partir del modelo de armónicos esféricos desde principios del siglo XX, como se hizo en la Figura 1.3. Hay evidencias arqueomagnéticas que indican que esta disminución ha estado ocurriendo desde los últimos 2000 años, y si continúa decreciendo al ritmo de 7% por siglo, la intensidad de la componente dipolar llegará a cero en 1600 años. La deriva hacia el oeste consiste en el desplazamiento de algunas características del campo a una velocidad de ~0.2° por año hacia el oeste. Esta deriva es más intensa en la región del océano Atlántico que en la del Pacífico. Finalmente, hay también características del campo geomagnético que no se desplazan, sino que parecen crecer o disminuir permaneciendo fijas en el espacio.

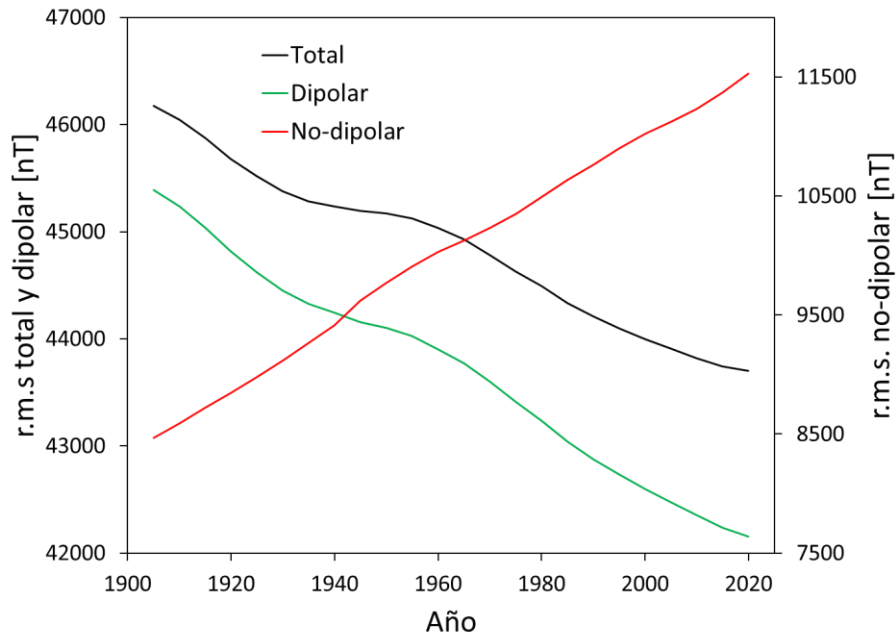


Figura 1.3 Variación secular del valor raíz cuadrático medio (r.m.s.) de la intensidad del campo geomagnético total (negro), de la componente dipolar (verde), y de las componentes no-dipolares, estimada a partir de los coeficientes de Gauss del IGRF-13.

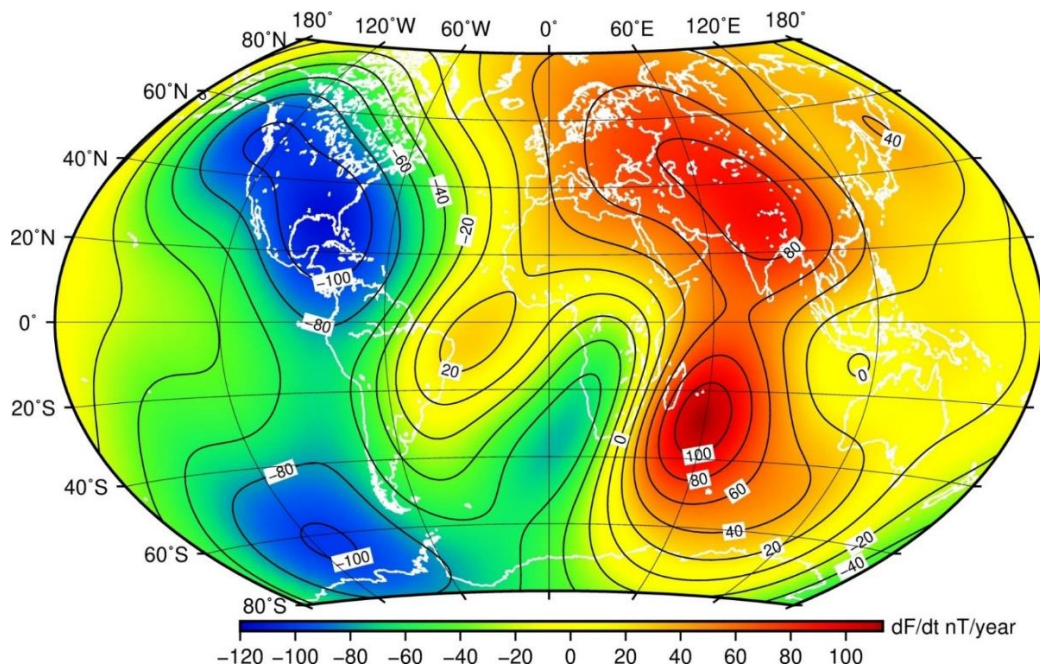


Figura 1.4 Mapa del cambio anual de la intensidad total del campo magnético principal F . Mapa desarrollado por la British Geological Survey (<http://www.geomag.bgs.ac.uk/research/modelling/IGRF.html>).

1.6 Jerk geomagnético

Un jerk (o impulso) geomagnético es un cambio abrupto en la tendencia de la variación secular de alguno de los elementos del campo geomagnético, por ejemplo, en X, Y o Z, es decir que corresponde a cambios en la segunda derivada del campo. Ocurren en escalas de tiempo del orden de unos cuantos años o menos y representan las variaciones más rápidas del campo de origen interno. Se observan en varios observatorios de manera que espacialmente a veces son de escala global y otras de escala regional. El primer jerk fue descubierto en 1969, y a partir de entonces se han detectado varios más.

La Figura 1.7 muestra la variación secular de Y en dos observatorios donde se señalan jerks geomagnéticos, es decir momentos en los cuales la pendiente de la variación secular cambia.

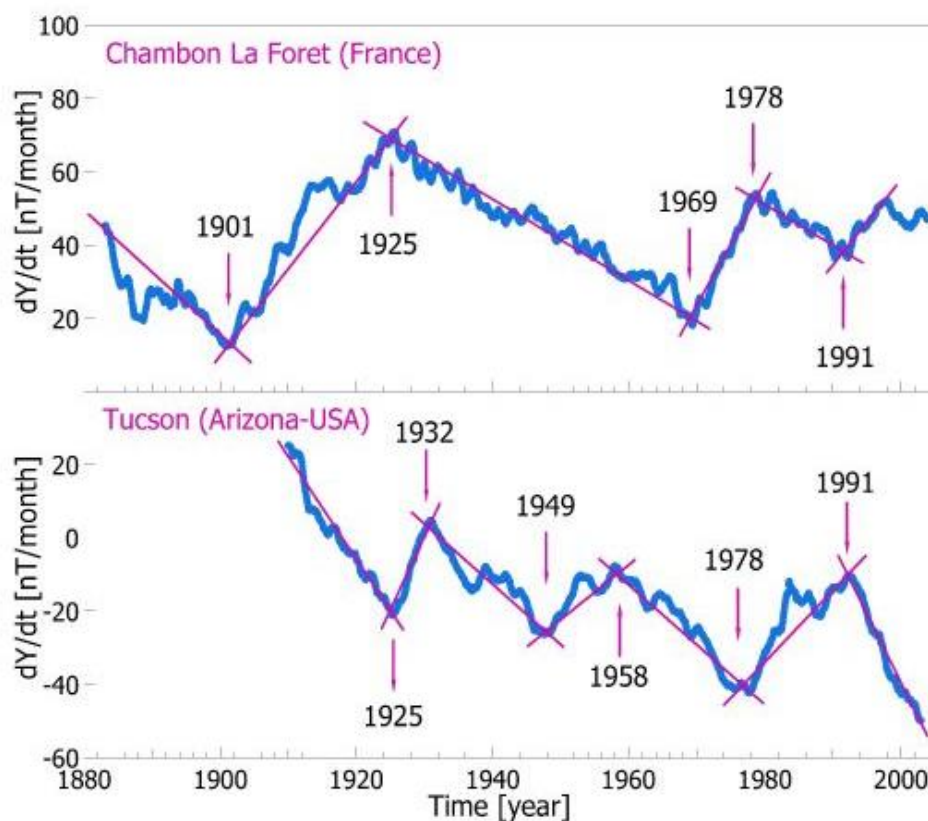


Figura 1.7 Variación secular (línea azul) de la componente Y del campo geomagnético medio en los observatorios de Chambon la Foret y Tucson. Las rectas (línea morada) trazan períodos de variación secular de pendiente constante. Los puntos de cambio de pendiente, señalados con flechas moradas, indican la ocurrencia de un jerk geomagnético. (Fuente: Instituto Nacional de Geofísica y Vulcanología, Roma, http://roma2.rm.ingv.it/en/themes/5/internal_origin_time_variations/19/geomagnetic_jerks)

1.7 Inversión de polaridad

Durante el pasado geológico la orientación del campo magnético interno de la Tierra ha variado enormemente presentando incluso inversiones de la polaridad (Jacobs, 1994; Glassmeier et al, 2009). Los períodos de cambio de polaridad son irregulares y van desde miles hasta millones de años.

Las transiciones de polaridad ocurren tan rápido en términos de escala de tiempo que es difícil encontrar rocas que preserven la variaciones del campo durante el proceso de transición. Sin embargo, hay características que pudieron establecerse durante las últimas décadas. Entre ellas, la intensidad total del campo geomagnético decrece miles de años antes de la inversión. Luego, el campo vectorial presenta un cambio de dirección mientras su intensidad permanece baja, y en particular el coeficiente g_1^0 , que corresponde al dipolo axial y que en la actualidad es el de mayor importancia, se hace nulo. Cuando la dirección del campo alcanza la polaridad opuesta, es decir comienza a crecer g_1^0 con signo opuesto al que tenía previamente, la intensidad del campo comienza a aumentar hacia sus valores normales. El proceso total tiene lugar durante unos pocos miles de años y varía para distintas inversiones (Mazaud, 2007). Se puede definir entonces una inversión como un cambio en el signo del coeficiente de Gauss g_1^0 que se observa a escala global y que es estable por un largo periodo de tiempo (>5000 años).

No se sabe con exactitud los procesos físicos que producen las inversiones, y además hay una aparente aleatoriedad en la longitud de los intervalos de una dada polaridad. Por este motivo, las inversiones se caracterizan estadísticamente. Datos paleomagnéticos indican que el tiempo que lleva una transición de polaridad es ~4000 a 10000 años, es decir un tiempo corto en términos geológicos.

Se definen a continuación algunos conceptos en esta área temática que serán de utilidad:

- * chron: (o chron geomagnético) período entre dos inversiones de polaridad magnética
- * subchron: chron de duración menor a 200 mil años
- * superchron: chron de duración mayor a 10 millones de años

El chron actual se denomina chron de Brunhes, que comenzó hace 0.78 Ma (millones de años atrás), y el anterior fue el chron de Matuyama (0.78-2.56 Ma). Como para tener una idea, estamos en la época denominada Holoceno (desde hace ~10.000 a), período Cuaternario (desde hace ~2.6 Ma), y era Cenozoica (desde hace ~66 Ma).

Durante un chron el campo magnético se aparta varias veces de su configuración dipolar, y cuando este apartamiento llega a cierta magnitud se lo denomina “excursión geomagnética”. Este fenómeno se caracteriza por volver a la polaridad del chron en el que ocurre, es decir que no se lleva a cabo una inversión, sino que el valor absoluto de g_1^0 decrece hasta llegar a un mínimo (sin llegar a cero), y empieza a crecer nuevamente, de tal manera que g_1^0 no cambia de signo.

Datos paleomagnéticos indican que durante la transición de polaridad la intensidad del campo puede reducirse al 10% de la intensidad normal. Hay especulaciones sobre la configuración de

este campo que van desde el decaimiento de g_1^0 y luego su crecimiento con sentido opuesto mientras se mantienen las componentes dipolares no-axiales, una rotación del dipolo sin que este varíe su intensidad, y una configuración puramente no-dipolar. Se podría pensar que la inversión de polaridad es un caso extremo de la variación secular. Sin embargo, es posible que ocurra por procesos que no sean comunes a los que intervienen en la variación secular.

En la Figura 1.8 se muestra un esquema de la secuencia de inversiones de polaridad geomagnética de los últimos 5.3 millones de años, donde se indican además de la sucesión de chrons, los subchrons ocurridos en cada uno de ellos.

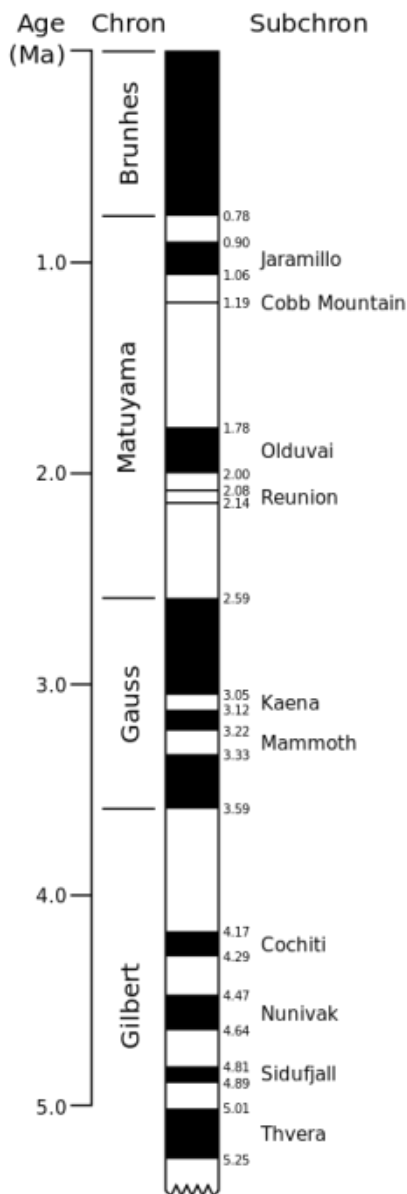


Figura 1.8 Detalle de la secuencia de inversiones de polaridad magnética durante los últimos 5.3 millones de años. El negro representa la polaridad normal (actual). (Fuente: <https://ingvambiente.com/2019/01/16/inversioni-campo-magnetico-terrestre/>)

1.8 Variación geomagnética de origen externo

Un tipo de variación de origen externo del campo geomagnético son las variaciones transitorias que se deben a corrientes eléctricas que circulan en la ionosfera. Esta región de la atmosfera comienza a partir de los ~50 km de altura, y está definida como la región atmosférica donde hay partículas cargadas en cantidad suficiente como para afectar ondas de radio. Las corrientes, que se observan durante periodos de actividad solar tranquila y perturbada, circulan en una delgada capa, entre los ~90 y ~150 km, llamada región dínamo, concéntrica con la superficie de la Tierra.

Las corrientes de períodos tranquilos se denominan Sq (por “Solar quiet”), y se deben al movimiento de partículas ionosféricas cargadas a través del campo geomagnético. Este movimiento es inducido por el calentamiento de la ionosfera por la radiación solar, lo que se denomina mareas térmicas, y por mareas gravitatorias solar y lunar. Esto resulta en corrientes fijas respecto del Sol, que consisten fundamentalmente en dos “vórtices” que fluyen a una altura alrededor de ~120 km en sentido anti-horario en el hemisferio norte, y horario en el hemisferio sur, centrados en ~30° de latitud.

A este sistema de corrientes Sq, se suma una angosta e intensa banda de corriente que circula también en la cara que da al Sol, a una altura entre los ~100 y 110 km sobre el ecuador magnético, que se denomina electrochorro ecuatorial, EEJ.

Las corrientes ionosféricas de períodos perturbados se denominan S_D, (por “Solar disturbed”) y se observan cuando hay actividad auroral en altas latitudes magnéticas. Durante una aurora se incrementa la conductividad ionosférica y por lo tanto flujos de corriente que circulan hacia el este y hacia el oeste, generando lo que se conoce como electrochorros aurorales. Las variaciones observadas en el campo geomagnético en este caso son del orden de algunos cientos de nT.

Existen también corrientes que circulan en la magnetosfera, que también generan campos magnéticos asociados y que se suman al campo total de la Tierra.

1.9 Modelo IGRF (International Geomagnetic Reference Field)

El IGRF (Thebault et al., 2015) es un modelo del campo magnético terrestre principal, $\mathbf{B}(r, \theta, \varphi, t)$, y su variación anual desarrollado por la IAGA (International Association of Geomagnetism and Aeronomy), y está basado en mediciones experimentales del campo.

El campo se define en función del potencial escalar V , donde $\mathbf{B} = -\nabla V$, y V se aproxima por una serie finita que resulta de la solución de la ecuación general de Laplace, $\nabla^2 V = 0$. V , cuya solución general está dada por la Ecuación (1.9), resulta cuando se trunca en $n=N$:

$$V(r, \theta, \varphi, t) = a \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} \left[g_n^m(t) \cos(m\varphi) + h_n^m(t) \sin(m\varphi) P_n^m(\cos\theta) \right] \quad (1.15)$$

Los coeficientes de Gauss g_n^m y h_n^m son funciones del tiempo, y el IGRF da valores para cada

uno cada 5 años entre 1900 y 2025, y se supone una dependencia lineal con el tiempo en el período de 5 años.

Las componentes del campo geomagnético en la dirección Norte, Este y radial (X, Y y Z) se obtienen a partir de la Ecuación (1.8) del gradiente de V en coordenadas polares, las que resultan

$$\begin{aligned} X(r, \theta, \varphi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \\ Y(r, \theta, \varphi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} (-m g_n^m \sin m\varphi + m h_n^m \cos m\varphi) P_n^m(\cos \theta) \\ Z(r, \theta, \varphi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n - (n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta) \end{aligned} \quad (1.16)$$

A partir de las Ecuaciones (1.16) la declinación D, la inclinación I, la componente horizontal H, y la intensidad total F se obtienen a partir de

$$H = \sqrt{X^2 + Y^2}, \quad F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}, \quad D = \arctg\left(\frac{Y}{X}\right), \quad I = \arctg\left(\frac{Z}{H}\right) \quad (1.17)$$

1.10 Coordenadas geográficas y coordenadas geomagnéticas CD y ED

Como estamos tratando con fenómenos geomagnéticos, claramente las variables θ y φ no pueden representar coordenadas geográficas. Sin embargo, en los lenguajes de programación típicos, las coordenadas incorporadas son las geográficas. Es importante entonces entender dónde vamos a ubicar el sistema de referencia (y luego el sistema de coordenadas) en la Tierra al analizar las ecuaciones desarrolladas en la presente tesis, y cómo pasar de coordenadas geográficas a las que decidamos usar.

1.10.1 Sistema de coordenadas geográfico

El eje X geográfico cartesiano apunta en la dirección del punto de intersección de latitud geográfica 0° y longitud geográfica 0° . El eje Y apunta en la dirección del punto de intersección de latitud geográfica 0° y longitud geográfica 90° . El eje z apunta en la dirección del polo norte geográfico. Las coordenadas polares esféricas geográficas (r, θ, λ) de un punto P en términos de las coordenadas cartesianas (x, y, z) se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} r &= (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \\ \theta &= \arctan\left(\frac{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}{z}\right) \\ \lambda &= \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned} \quad (1.18)$$

Notar que hemos hecho un cambio de notación, empleando ahora λ para el ángulo azimutal en lugar de φ .

Las coordenadas cartesianas en términos de las polares esféricas resultan

$$\begin{aligned} x &= r \sin\theta \cos\lambda \\ y &= r \sin\theta \sin\lambda \\ z &= r \cos\theta \end{aligned} \tag{1.19}$$

1.10.2 Coordenadas geomagnéticas para dipolo centrado, CD

La primera y más simple posibilidad, que es la que usa Størmer en su teoría como se verá más adelante, es el sistema de coordenadas de Dipolo Centrado (CD por sus siglas en Inglés). Las coordenadas cartesianas de CD x' , y' , z' y las polares esféricas r' , θ' , λ' están relacionadas entre sí de manera similar a las coordenadas geográficas correspondientes dadas por las Ecuaciones (1.19). Como el sistema de coordenadas geográfico y el CD tienen el origen en el centro de la Tierra, resulta $r = r'$.

Las coordenadas cartesianas geográficas de P son transformadas a coordenadas cartesianas de CD al aplicarle dos rotaciones sucesivas a los ejes cartesianos geográficos, como se esquematiza en la Figura 1.9.

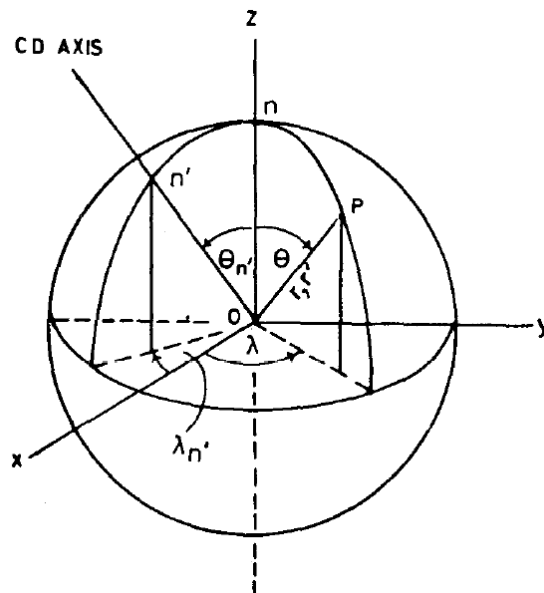


Figura 1.9 Sistema de coordenadas polares esféricas geográficas (r,θ,λ) y el sistema de coordenadas cartesianas (x,y,z) asociado. El origen de las coordenadas polares cartesianas y las CD coinciden en el centro de la Tierra O. La intersección de la parte norte del eje CD con la superficie de la Tierra determina el polo norte magnético del sistema CD, indicado por n' . n corresponde al polo geográfico y P es un punto genérico cualquiera. [Fuente: Ramana et al., (1998)]

La primera operación involucra una rotación de los ejes x e y con respecto al eje z por un ángulo de $-\lambda_{n'}$, que corresponde a la longitud geográfica del polo norte del CD n' , a x'' , y'' . La matriz de rotación para esta transformación está dada por

$$\begin{pmatrix} \cos \lambda_{n'} & \sin \lambda_{n'} & 0 \\ -\sin \lambda_{n'} & \cos \lambda_{n'} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La segunda transformación involucra una rotación de los ejes x'' , y'' , z'' (=z) con respecto al eje y'' por un ángulo $\theta_{n'}$, que corresponde a la colatitud de n' en coordenadas geográficas. La matriz de rotación para esta transformación es

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_{n'} & 0 & -\sin \theta_{n'} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_{n'} & 0 & \cos \theta_{n'} \end{pmatrix}$$

Las coordenadas cartesianas x', y', z' de P en términos de sus coordenadas geográficas cartesianas están dadas entonces por

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

Los elementos de esta matriz 3x3 son los cosenos directores de los ejes cartesianos de CD con respecto a los ejes geográficos cartesianos, y están dados por

$$\begin{aligned} l_1 &= \cos \theta_{n'} \cos \lambda_{n'}; & m_1 &= 0; & n_1 &= -\sin \theta_{n'} \\ l_2 &= -\sin \lambda_{n'}; & m_2 &= \cos \lambda_{n'}; & n_2 &= 0 \\ l_3 &= \cos \lambda_{n'} \sin \theta_{n'}; & m_3 &= \sin \theta_{n'} \sin \lambda_{n'}; & n_3 &= \cos \theta_{n'} \end{aligned} \quad (1.21)$$

Como se mencionó anteriormente, las coordenadas polares de CD se relacionan con las coordenadas cartesianas CD de igual forma que en el caso de las geográficas, es decir

$$r' = [(x')^2 + (y')^2 + (z')^2]^{\frac{1}{2}} = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\theta' = \arctan \left[\frac{\{(x')^{1/2} + (y')^{1/2}\}^{1/2}}{z'} \right]$$

(1.22)

$$\lambda' = \arctan \left(\frac{y'}{x'} \right)$$

La Figura 1.10 muestra una sección meridional de la Tierra donde se observan los polos norte y sur, geográfico y geomagnético, respectivamente (ambos diametralmente opuestos), el eje que une a los polos magnéticos que correspondería el eje del dipolo, y el ecuador geomagnético que corresponde a la intersección con la superficie de la Tierra con el plano perpendicular al eje del dipolo y que pasa por el centro de la Tierra.

En el mapa de la Figura 1.11 se muestran la latitud ($90-\theta'$) y la longitud (λ') geomagnéticas CD, superpuestas con la latitud y longitud geográficas.

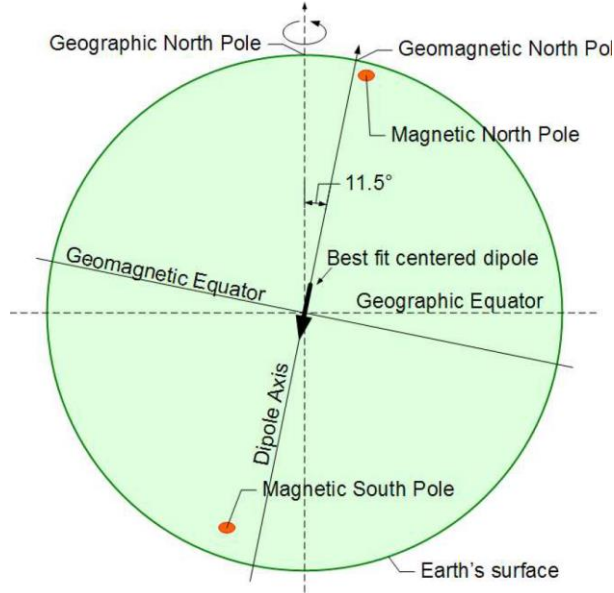


Figura 1.10 Plano meridional donde se indica el dipolo centrado (flecha negra), su eje inclinado 11.5° respecto del eje de rotación de la Tierra, los ecuadores geográfico (línea de trazos) y geomagnético (línea llena), y los polos norte y sur magnéticos (puntos rojos). [Fuente: Geomagnetism Tutorial, W.D. Reeve, 2015, <http://www.reeve.com/Documents/SAM/GeomagnetismTutorial.pdf>]

1.10.3 Coordenadas geomagnéticas para dipolo excéntrico, ED

Los ejes cartesianos del ED X , Y y Z son respectivamente paralelos a los ejes cartesianos del CD con el origen corrido desde el centro de la tierra O a la posición del ED. Las relaciones entre las coordenadas cartesianas y polares esféricas del ED son, nuevamente, iguales a las relaciones dadas para las coordenadas geográficas, es decir las Ecuaciones (1.19).

Las coordenadas cartesianas de ED se obtienen por traslación de los ejes cartesianos de CD desde el origen en el centro de la tierra O a la posición del dipolo excéntrico. La posición del ED se determina al encontrar sus coordenadas cartesianas $(r_0\eta, r_0\zeta, r_0\xi)$ donde r_0 es el radio promedio de la Tierra. Las cantidades adimensionales η, ζ, ξ se obtienen a partir del siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\eta = \frac{L_1 - g_1^0 E}{3B_0^2}, \quad \zeta = \frac{L_2 - h_1^1 E}{3B_0^2}, \quad \xi = \frac{L_0 - g_1^0 E}{3B_0^2} \quad (1.23)$$

donde L_1, L_2, L_0 y E están definidas por:

$$\begin{aligned} L_1 &= -g_1^1 g_2^0 + \sqrt{3}(g_1^0 g_2^1 + g_1^1 g_2^2 + h_1^1 h_2^2) \quad [(nT)^2] \\ L_2 &= -h_1^1 g_2^0 + \sqrt{3}(g_1^0 h_2^1 - h_1^1 g_2^2 + g_1^1 h_2^2) \quad [(nT)^2] \\ L_0 &= 2g_1^0 g_2^0 + \sqrt{3}(g_1^1 g_2^1 + h_1^1 h_2^1) \quad [(nT)^2] \\ E &= (L_0 g_1^0 + L_1 g_1^1 + L_2 h_1^1) / 4B_0^2 \quad [nT] \end{aligned} \quad (1.24)$$

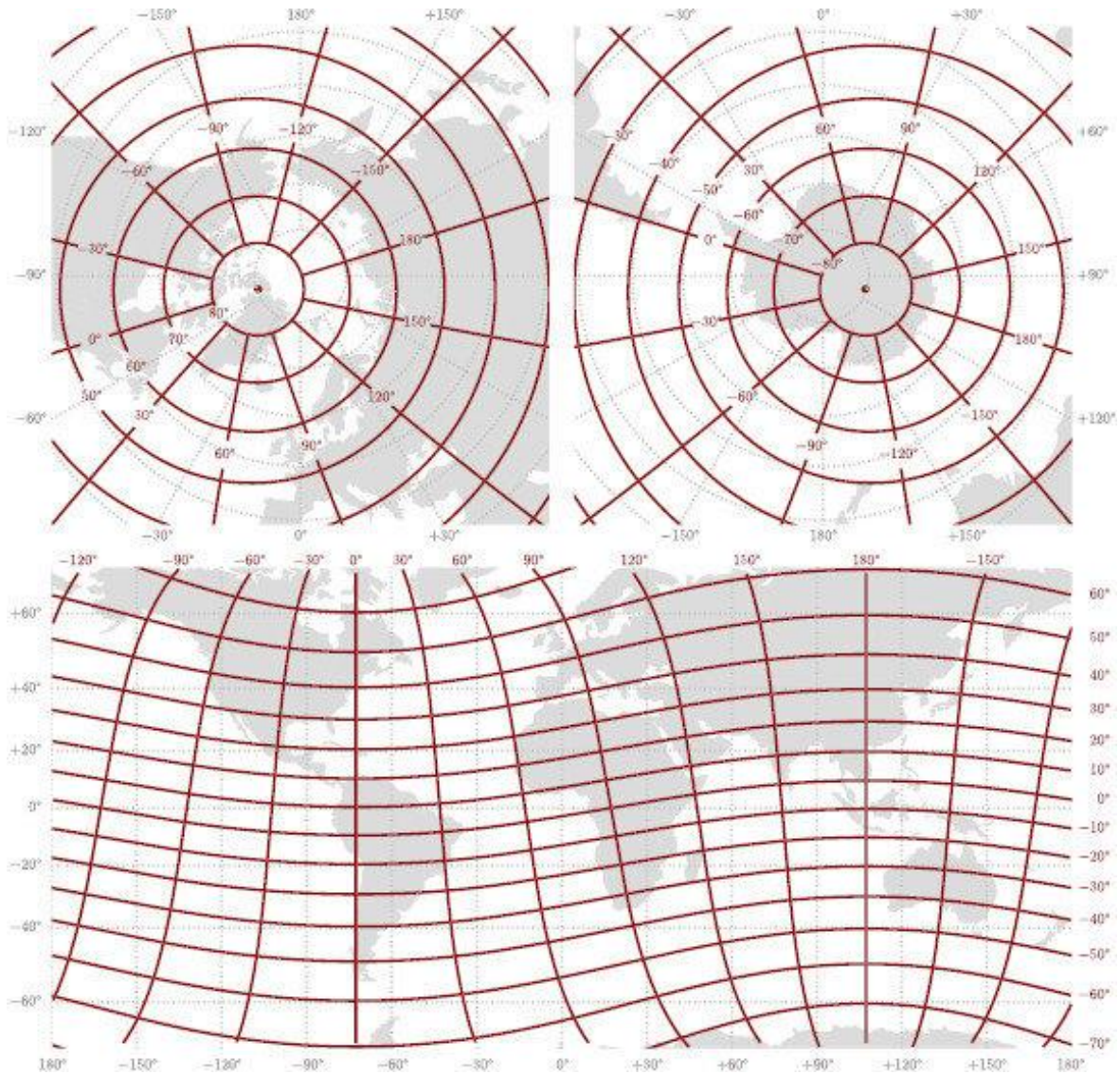


Figure 1.11 Mapa de coordenadas de dipolo centrado, CD (líneas llenas rojas, y coordenadas geográficas (líneas de trazo gris). [Fuente: Laundal & Richmond (2017)]

La distancia entre el centro de ED y el centro de la tierra O está dada por

$$r_E = d = (\eta^2 + \zeta^2 + \xi^2)^{1/2} r_0 \quad (1.25)$$

Las coordenadas cartesianas del ED correspondientes a un punto de coordenadas (x,y,z) en coordenadas cartesianas se obtienen de

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - r_0 \eta \\ y - r_0 \zeta \\ z - r_0 \xi \end{pmatrix} \quad (1.26)$$

A partir de estas se pueden estimar las coordenadas polares esféricas del ED, las que resultan

$$R = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Theta = \arctan \frac{[(X^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}}]}{Z} \quad (1.27)$$

$$\phi = \arctan \left(\frac{Y}{X} \right)$$

En el mapa de la Figura 1.12 se muestran la latitud ($90 - \Theta$) y la longitud (ϕ) geomagnéticas ED, superpuestas con la latitud y longitud geográficas.

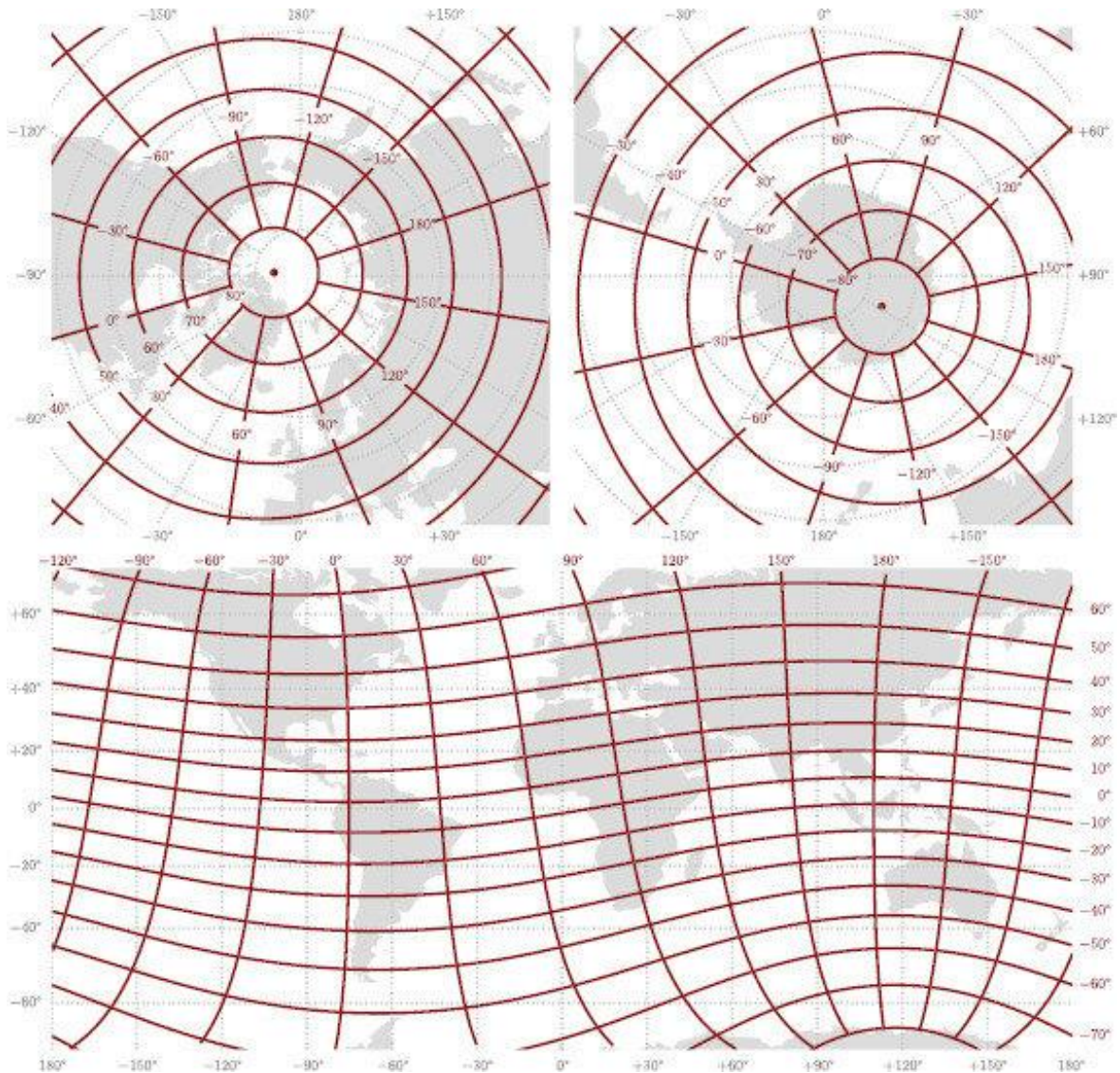


Figure 1.12 Mapa de coordenadas de dipolo excéntrico, ED (líneas llenas rojas, y coordenadas geográficas (líneas de trazo gris). [Fuente: Laundal & Richmond (2017)]

Capítulo 2

Partículas cargadas en el campo magnético de la Tierra

Las partículas cargadas que ingresan a la atmósfera terrestre lo hacen si es que cumplen ciertas condiciones para atravesar la región del espacio dominada por el campo magnético de la Tierra, el que precisamente actúa como un escudo protegiéndonos de estas partículas. Se describe en este Capítulo las nociones básicas sobre trayectoria de partículas en presencia de un campo magnético, la teoría de Størmer que permite determinar las condiciones necesarias para que estas partículas ingresen a la atmósfera luego de “vencer” el escudo del campo geomagnético, nociones básicas sobre rayos cósmicos y las fuentes de variación en el flujo de partículas cargadas en general. Se introduce también, a través de la teoría de Størmer, el concepto de rigidez de corte, R_c , que es el parámetro a través del cual se estimarán los efectos de las variaciones seculares del campo geomagnético en el ingreso de partículas cargadas a la atmósfera, motivo de esta Tesis.

2.1 Ecuaciones generales

Existe un acoplamiento entre las cargas eléctricas y los campos electromagnéticos. Las partículas cargadas en reposo son fuentes del campo electrostático \mathbf{E} , que da origen a la fuerza de Coulomb:

$$\mathbf{F}_C = q\mathbf{E} \quad (2.1)$$

Por otro lado, las partículas cargadas moviéndose con velocidad \mathbf{v} son elementos de corriente generando un campo magnético \mathbf{B} , lo cual da origen a la fuerza de Lorentz

$$\mathbf{F}_L = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.2)$$

El movimiento de las partículas cargadas es altamente influenciado por la presencia de campos electromagnéticos, y al mismo tiempo también son fuentes de los mismos campos. La relación entre los campos y las partículas es descrita por dos de las ecuaciones de Maxwell, que son las siguientes:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.4)$$

Donde \mathbf{j} es la densidad de corriente, y ϵ_0 y μ_0 son la permitividad y la susceptibilidad en el vacío, respectivamente.

Estas ecuaciones muestran que los campos eléctricos y magnéticos no son independientes, sino que están acoplados por sus variaciones temporales y espaciales. Las otras dos ecuaciones, que completan las ecuaciones de Maxwell, son:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.6)$$

La primera de estas expresiones indica que las líneas de campo magnético son siempre cerradas. La segunda muestra que la fuente del campo eléctrico es la densidad de carga espacial, ρ .

2.2 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético uniforme

La ecuación de movimiento de una partícula de carga q bajo la influencia de fuerzas de Coulomb, dada por la Ecuación (2.1), y de Lorentz, dada por la Ecuación (2.2), puede ser escrita como

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.7)$$

Donde m representa la masa de la partícula y \mathbf{v} es su velocidad. Ante la ausencia de un campo eléctrico, esta ecuación se reduce a

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.8)$$

Tomando el producto escalar de la Ecuación (2.8) con \mathbf{v} y notando que $\mathbf{v} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0$, se obtiene

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \mathbf{v} = \frac{d}{dt} \frac{mv^2}{2} = 0 \quad (2.9)$$

Esta ecuación muestra que tanto la energía cinética como la rapidez de la partícula son constantes. Un campo magnético constante, independientemente de su variación espacial, no cambia la energía cinética de la partícula.

Con un campo constante y uniforme a lo largo del eje z , $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{k}}$, se obtienen las componentes de \mathbf{v}

$$\begin{aligned} m\dot{v}_x &= qBv_y \\ m\dot{v}_y &= -qBv_x \\ m\dot{v}_z &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

La componente de la velocidad paralela al campo magnético es constante. Tomando la segunda derivada, se obtiene

$$\begin{aligned} \ddot{v}_x &= -\omega_g^2 v_x \\ \ddot{v}_y &= -\omega_g^2 v_y \end{aligned} \quad (2.11)$$

Donde ω_g es la *girofrecuencia* o *frecuencia de ciclotrón*, que tiene signos opuestos para cargas positivas y negativas, y está dada por

$$\omega_g = \frac{qB}{m} \quad (2.12)$$

Las Ecuaciones (2.11) son las ecuaciones de un oscilador armónico con soluciones de la forma

$$x - x_0 = r_L \sin \omega_g t, \quad y - y_0 = r_L \cos \omega_g t \quad (2.13)$$

Donde r_L es el *radio de Larmor* definido como

$$r_L = \frac{v_\perp}{|\omega_g|} = \frac{mv_\perp}{|q|B} \quad (2.14)$$

y $v_\perp = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$ es la rapidez constante en el plano perpendicular a \mathbf{B} .

Las componentes de la Ecuación (2.13) describen una órbita circular de una partícula alrededor del campo magnético, con su sentido de giro dependiente del signo de la carga (ver Figura 2.1). El centro de la órbita (x_0, y_0) se llama *centro guía*. La órbita circular de la partícula cargada representa una corriente circular y la dirección es tal que el campo magnético generado por la corriente circular es opuesto al campo externo. Este comportamiento se llama *efecto diamagnético*.

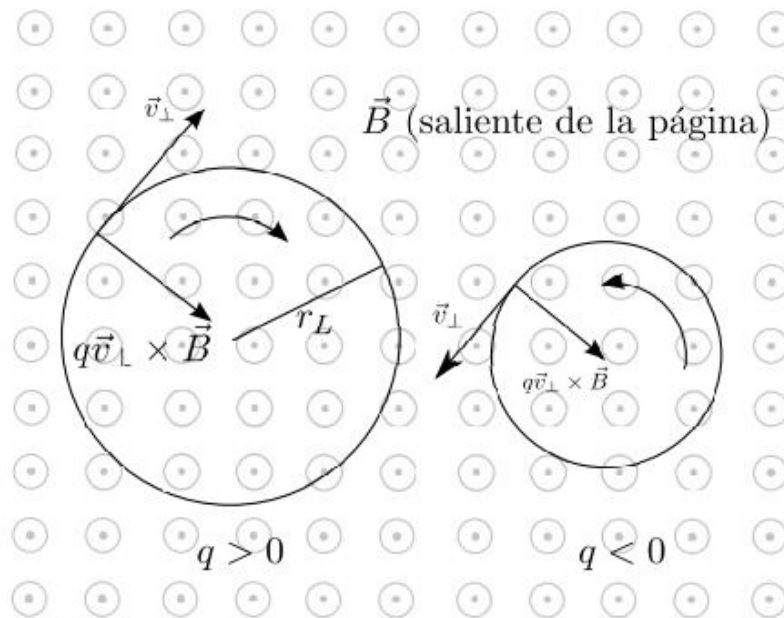


Figura 2.1 Trayectoria de partículas de carga q positiva (izquierda) y q negativa (derecha) con velocidad (v_\perp) perpendicular al campo magnético B .

Si existe una velocidad paralela no nula $v_\parallel \neq 0$, la trayectoria de la partícula es tridimensional y tiene forma de hélice, como se muestra en la Figura 2.2. El ángulo característico (*pitch angle*) de la hélice está definido como

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{v_\perp}{v_\parallel} \right) \quad (2.15)$$

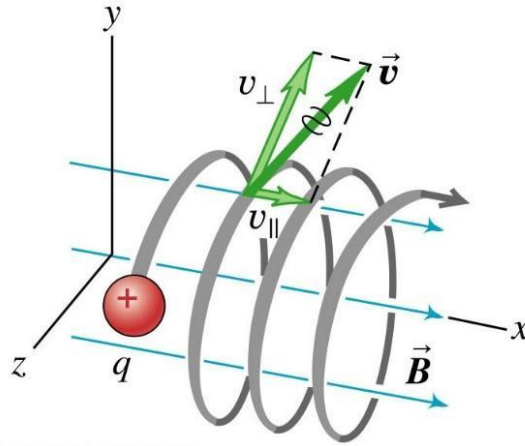


Figura 2.2 Trayectoria de una partícula de carga q con velocidad de componentes paralela y perpendicular al campo magnético \mathbf{B} , $v_{||}$ y v_{\perp} , respectivamente.

2.3 Movimientos de deriva eléctrica

Tomar en consideración el campo eléctrico resultará en un movimiento de deriva de la partícula, superpuesto a su movimiento giratorio. La naturaleza exacta de su *deriva eléctrica* dependerá de si el campo es electrostático o si es dependiente del tiempo, y de si es uniforme o varía espacialmente.

2.3.1 Deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$

Supongamos que se tiene un campo electrostático \mathbf{E} . Buscando soluciones a la ecuación 2.7, de nuevo podemos tratar las componentes perpendiculares y paralelas a \mathbf{B} por separado. La componente paralela

$$m\dot{v}_{||} = qE_{||} \quad (2.16)$$

Describe una aceleración a lo largo del campo magnético. Sin embargo, en plasmas geofísicos en general los campos eléctricos paralelos no pueden ser sostenidos durante períodos prolongados de tiempo, porque son cancelados inmediatamente por electrones, los cuales en general son extremadamente móviles a lo largo de líneas de campo magnético.

Suponiendo que la componente perpendicular del campo eléctrico es paralelo al eje x , $\mathbf{E}_{\perp} = E_x \hat{\mathbf{i}}$, las componentes perpendiculares de la Ecuación (2.7) son

$$\dot{v}_x = \omega_g v_y + \frac{q}{m} E_x \quad (2.17)$$

$$\dot{v}_y = -\omega_g v_x \quad (2.18)$$

Tomando la segunda derivada se tiene

$$\ddot{v}_x = -\omega_g^2 v_x \quad (2.19)$$

$$\ddot{v}_y = -\omega_g^2 \left(v_y + \frac{E_x}{B} \right) \quad (2.20)$$

La Ecuación (2.17) describe un giro, pero con una deriva superpuesta del centro guía en la dirección $-y$. La deriva del centro guía generalmente se llama deriva (drift) $E \times B$ y tiene la forma general

$$\mathbf{v}_E = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (2.21)$$

La deriva $E \times B$ es independiente del signo de la carga y por lo tanto los electrones e iones se mueven en la misma dirección y sentido, como muestra la figura 2.3.

Se observa además que un ion es acelerado en el sentido del campo eléctrico, y por lo tanto aumenta su giroradio. Pero es desacelerado durante la segunda mitad de su órbita de giro, ahora con giroradio decreciente. Los distintos giroradios cambian la posición del centro guía en la dirección de $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Los electrones son acelerados cuando se mueven de manera antiparalelo al campo eléctrico, por lo que aumenta su radio cuando se mueve en este sentido, y lo disminuye en la segunda mitad de su órbita.

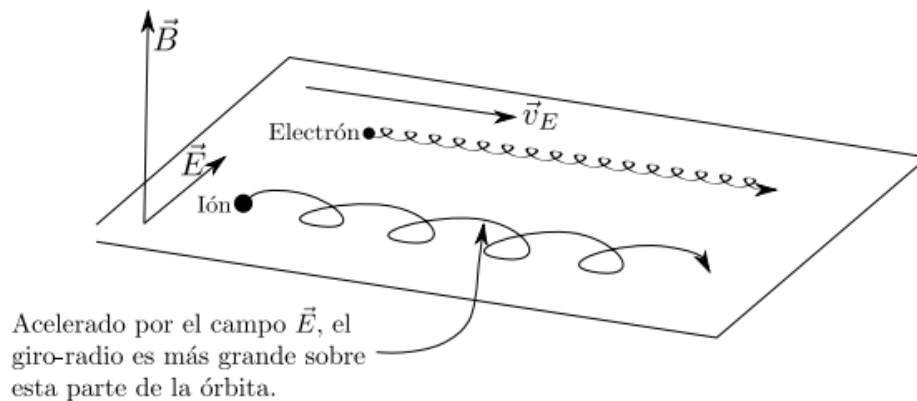


Figura 2.3 Trayectoria de un ion de carga positiva y de un electrón en presencia de campos B y E perpendiculares entre sí.

2.3.2 Deriva de polarización

Podríamos haber derivado la Ecuación (2.17) directamente de la Ecuación (2.7). Tomando el producto vectorial de ambos miembros de la Ecuación (2.8) con $\frac{\mathbf{B}}{B^2}$, obtenemos

$$\mathbf{v} - \frac{\mathbf{B}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})}{B^2} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} - \frac{m}{q} \frac{d\mathbf{v}}{dt} \times \frac{\mathbf{B}}{B^2} \quad (2.22)$$

Podemos reconocer el lado izquierdo como un vector de velocidad perpendicular y el primer término del lado derecho como la deriva $E \times B$. Promediando sobre el giroperíodo, y por lo tanto despreciando los cambios temporales del orden del giroperíodo o menores, nos permite tomar la velocidad perpendicular como la velocidad perpendicular de deriva, \mathbf{v}_d . Recordando que el campo magnético se supone constante, reescribimos

$$\mathbf{v}_d = \mathbf{v}_E - \frac{m}{qB^2} \frac{d}{dt} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.23)$$

Es decir

$$\mathbf{v}_d = \mathbf{v}_E + \frac{1}{\omega_g B} \frac{d\mathbf{E}_\perp}{dt} \quad (2.24)$$

La ecuación 2.24 describe la deriva de una partícula cargada en un campo magnético y eléctrico inhomogéneos, donde el campo eléctrico varía lentamente. El último término de esta ecuación se llama *deriva (o drift) de polarización*

$$\mathbf{v}_P = \frac{1}{\omega_g B} \frac{d\mathbf{E}_\perp}{dt} \quad (2.25)$$

Cabe destacar una diferencia importante entre la deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ y la deriva de polarización. La primera no depende de la carga ni de la masa de la partícula, y por lo tanto electrones, protones y iones pesados se mueven en la misma dirección perpendicularmente a \mathbf{B} y \mathbf{E} con la misma velocidad. La deriva de polarización por otro lado, aumenta proporcionalmente con la masa de la partícula. Tiene la dirección del campo eléctrico, pero en sentidos opuestos para electrones y iones, por lo que *genera una corriente de polarización*, que se da principalmente por el movimiento de los iones, ya que $m_i \gg m_e$.

2.3.3 Derivas magnéticas

Hasta aquí venimos suponiendo que el campo magnético es homogéneo, lo cual muchas veces no se cumple en la realidad. Un campo magnético típico tiene gradientes y muchas veces las líneas de campo son curvas. Esta inhomogeneidad del campo magnético lleva a una *deriva magnética* de las partículas cargadas. Las variaciones temporales de un campo magnético por sí mismas no pueden transferirle energía cinética a la partícula, porque la fuerza de Lorentz siempre es perpendicular a la velocidad de la partícula. Sin embargo, como $\partial \mathbf{B} / \partial t = -\nabla \times \mathbf{E}$, el campo eléctrico inhomogéneo asociado puede acelerar las partículas de la manera descrita en la sección anterior.

2.3.3.1 Deriva de gradiente

Supongamos que el campo magnético es débilmente inhomogéneo, por ejemplo, aumentando en la dirección vertical hacia arriba.

Como suponemos que la distancia típica de un gradiente de campo magnético es mucho más grande que el giroradio de la partícula, podemos hacer una expansión de Taylor del vector de campo magnético con respecto al centro guía de la partícula

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + (\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{B}_0 \quad (2.26)$$

Donde \mathbf{B}_0 es medido en el centro guía y \mathbf{r} es la distancia desde el centro guía. Insertando esta relación en la Ecuación (2.8), obtenemos

$$m \frac{dv}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) + q[\mathbf{v} \times (\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{B}_0] \quad (2.27)$$

Tomando en cuenta que estamos interesados en órdenes de magnitud de tiempo mucho mayores que el giroperíodo, se puede promediar sobre un giro. Se puede demostrar entonces que se llega a la siguiente expresión para la deriva de gradiente:

$$\mathbf{v}_{\nabla} = \frac{mv_{\perp}^2}{2qB^3} (\mathbf{B} \times \nabla B) \quad (2.28)$$

Mostrando que un gradiente de campo magnético conduce a una deriva de gradiente que es perpendicular tanto al campo como a su gradiente, como muestra la Figura 2.4.

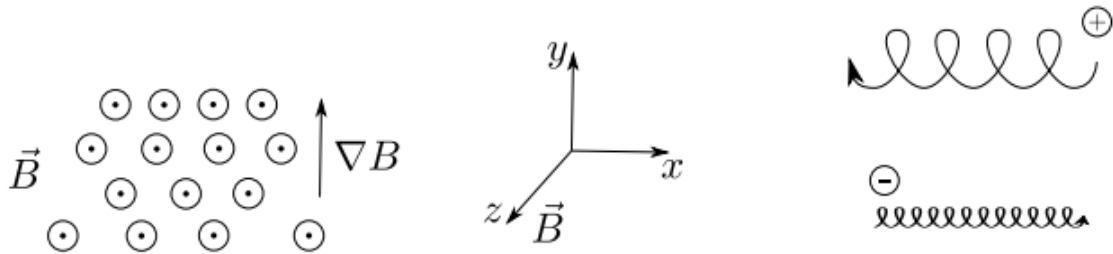


Figura 2.4 Panel izquierdo: Esquema de campo magnético perpendicular al plano de la hoja con gradiente en sentido vertical. Panel medio: Vista rotada del panel izquierdo que corresponde a la geometría del campo B con dirección z y gradiente en dirección y. Panel derecho: Trayectoria de una partícula de carga positiva y una de carga negativa, donde la masa de la primera partícula es mayor a la de la segunda, y la trayectoria es la resultante del giro alrededor de la línea de campo B (que se muestran en los paneles izquierdo y medio) y la deriva perpendicular a la dirección del gradiente de B, es decir en dirección x.

La Ecuación (2.28) muestra que los iones y los electrones derivan en sentidos opuestos y que además la velocidad de deriva de gradiente es proporcional a la “energía cinética perpendicular” de la partícula, $W_{\perp} = \frac{1}{2}mv_{\perp}^2$. Partículas más energéticas derivan más rápido, porque tienen giroradio mayor y por lo tanto experimenta en mayor medida la inhomogeneidad del campo.

Además, como sucedía con la deriva de polarización, como tienen sentidos opuestos el movimiento de los iones y de los electrones, la deriva de gradiente genera una *corriente de deriva de gradiente*.

Se define además el momento magnético μ

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B} = \frac{W_{\perp}}{B} \quad (2.29)$$

Que cobrará relevancia más adelante.

2.3.3.2 Deriva de curvatura

La deriva de gradiente es solo una componente de la deriva de la partícula en un campo magnético inhomogéneo. Cuando las líneas de campo están curvadas, aparece una *deriva de curvatura*. Debido a su velocidad paralela, las partículas experimentan una fuerza centrífuga

$$\mathbf{F}_R = mv_{\parallel}^2 \frac{\mathbf{R}_c}{R_c^2} \quad (2.30)$$

Donde \mathbf{R}_c es el radio local de curvatura. Se puede demostrar que esto conduce a la siguiente expresión para la deriva de curvatura:

$$\mathbf{v}_R = \frac{mv_{\parallel}^2}{q} \frac{\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}}{R_c^2 B^2} \quad (2.31)$$

La deriva de curvatura es proporcional a la “energía cinética paralela” de la partícula, y permanece perpendicular al campo magnético y a su curvatura, como se muestra en la Figura 2.5. Crea una corriente transversal, la *corriente de deriva de curvatura*, porque depende del signo de la carga.

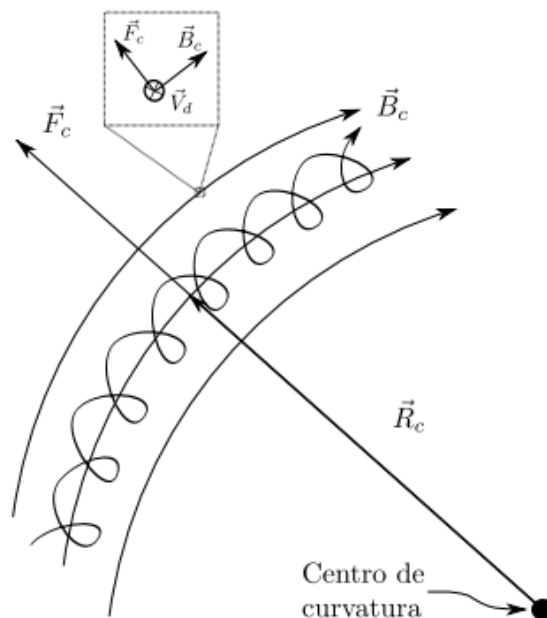


Figura 2.5 Esquema de la trayectoria de una partícula cargada bajo el efecto de un campo magnético \mathbf{B} , cuyas líneas presentan curvatura de radio local R_c , bajo el efecto de una fuerza centrífuga F_c que resulta de la componente de la velocidad paralela a las líneas de campo magnético y a la curvatura de las mismas.

2.4 Invariantes adiabáticas

En la sección anterior mencionamos el momento magnético $\mu = W_{\perp}/B$ de una partícula. Esta cantidad generalmente es tratada como una constante característica de la partícula. Veremos

que se trata de una *invariante adiabática*. Las invariantes adiabáticas no son constantes absolutas como la energía total o el momento total, sino que pueden cambiar con el espacio y el tiempo. Su esencia es, sin embargo, que cambian muy lentamente en comparación con algunas periodicidades típicas del movimiento de la partícula.

Para partículas en campos electromagnéticos, las invariantes adiabáticas están asociadas con cada tipo de movimiento que la partícula puede presentar. El momento magnético, μ , está asociado con el giro con respecto al campo magnético, la invariante longitudinal, J , con el movimiento longitudinal a lo largo del campo magnético, y la tercera invariante, Φ , con la deriva perpendicular. Demostraciones de la naturaleza de invariantes adiabáticas de estas magnitudes se pueden encontrar en Basic Space Plasma Physics de Baumjohann & Treumann (1997).

2.5 Espejo magnético

Sigamos el centro guía de una partícula moviéndose a lo largo de un campo magnético inhomogéneo considerando su momento magnético

$$\mu = \frac{mv^2 \sin^2 \alpha}{2B} \quad (2.32)$$

Donde se ha reemplazado v_{\perp} por $v \sin \alpha$, usando el ángulo característico de la hélice (*pitch angle*) definido por la Ecuación (2.15).

Como el momento magnético es invariante y la energía total es una constante de movimiento, solo α puede cambiar cuando el campo magnético aumente o disminuya a lo largo de la trayectoria del centro guía. La Ecuación (2.32) también muestra que los ángulos característicos de una partícula en distintas posiciones están directamente relacionados con las intensidades de los campos magnéticos en aquellas posiciones de acuerdo a

$$\frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2 \alpha_1} = \frac{B_2}{B_1} \quad (2.33)$$

En un campo magnético de geometría convergente, una partícula moviéndose hacia regiones con campos más intensos aumentará su ángulo característico y, por lo tanto, aumentará su energía cinética transversal W_{\perp} a expensas de su energía paralela W_{\parallel} . Si le llamamos B_m a un punto a lo largo de la línea de campo donde el ángulo llega a ser $\alpha = 90^\circ$, la partícula es reflejada desde este *punto espejo*, como muestra el esquema de la Figura 2.6.

Aquí, toda la energía de la partícula está en W_{\perp} y la partícula no puede penetrar más lejos, pero es empujada hacia atrás por la componente paralela de la fuerza de gradiente, la llamada *fuerza de espejo*, $-\mu \nabla_{\parallel} B$. En un campo dipolar, donde hay líneas de campo convergente en ambos lados, una partícula puede rebotar sucesivamente entre sus dos puntos espejo y estar *atrapada*.

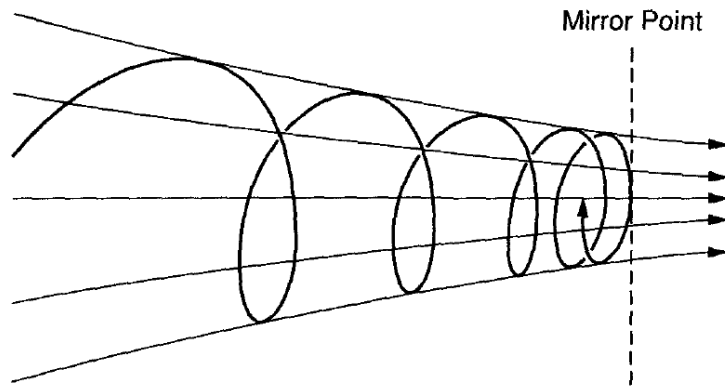


Figura 2.6 Esquema de la trayectoria de una partícula cargada y reflexión en el punto espejo (mirror point) en un campo magnético convergente.

2.6 Partículas atrapadas

Un campo magnético dipolar tiene un mínimo de intensidad en el ecuador y líneas de campo convergentes en ambos hemisferios. Como expliqué anteriormente, en tal configuración las partículas serán atrapadas y rebotarán sucesivamente entre los puntos espejo del hemisferio norte y sur. En el caso del campo geomagnético, que puede ser aproximado a un campo dipolar dentro de aproximadamente $6R_T$, estas poblaciones atrapadas son las partículas cargadas en los *cinturones de radiación*, también denominados *cinturones de Van Allen* (Van Allen et al., 1958; Li & Hudson, 2019). Energías típicas de los iones en esta región varían entre 3 y 300keV, mientras que los electrones tienen energías de aproximadamente un orden de magnitud menor.

Las partículas no giran y rebotan únicamente, sino que sufren una lenta deriva azimutal. Esta deriva es un efecto del gradiente y de la curvatura del campo magnético dipolar, y tiene sentido opuesto para iones y electrones. Estos tres movimientos, giro alrededor de las líneas de campo, rebote entre los puntos espejo en una línea de campo dada, y deriva alrededor de la Tierra, se esquematizan en la Figura 2.7.

Por lo desarrollado hasta aquí en el presente capítulo, está claro que el estudio del movimiento de partículas cargadas en campos se vuelve sumamente complicado aún para los casos más simples (campos sencillos, caso no relativista), por lo que es evidente que no sería una elección conveniente estudiar analíticamente el ingreso de partículas cargadas bajo este marco teórico. Se presenta entonces la necesidad de una teoría que permita predecir, en función del campo geomagnético, en qué partes de la tierra se espera que ingresen partículas de un dado rango de energías. Tal teoría es la teoría de Størmer (Størmer, 1955), que se desarrolla a continuación.

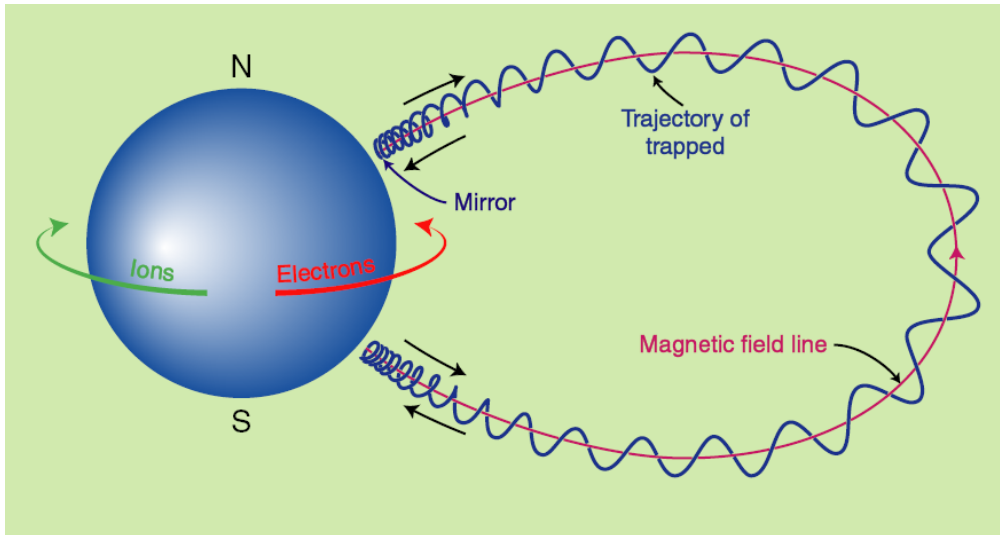


Figura 2.7 Esquema de los tres movimientos de una partícula cargada atrapada en un campo dipolar.

2.7 Teoría de Størmer: campo magnético dipolar

En primera aproximación el campo geomagnético puede ser representado por un dipolo de momento magnético M ubicado en el centro de la Tierra, como se muestra en la Figura 2.8. Obsérvese que el polo sur del dipolo apunta en la dirección $+Z$. Sea P la posición de una partícula cuando cruza el plano meridiano de coordenadas (r, λ, ω) (notar el cambio de notación con el capítulo anterior) y $\mathbf{v}(r, t)$ la velocidad instantánea de la partícula en el instante t cuando cruza ese plano meridiano en el punto P . Notar que las coordenadas esféricas polares que se usarán a continuación, en vez de considerar la colatitud, considera la latitud λ .

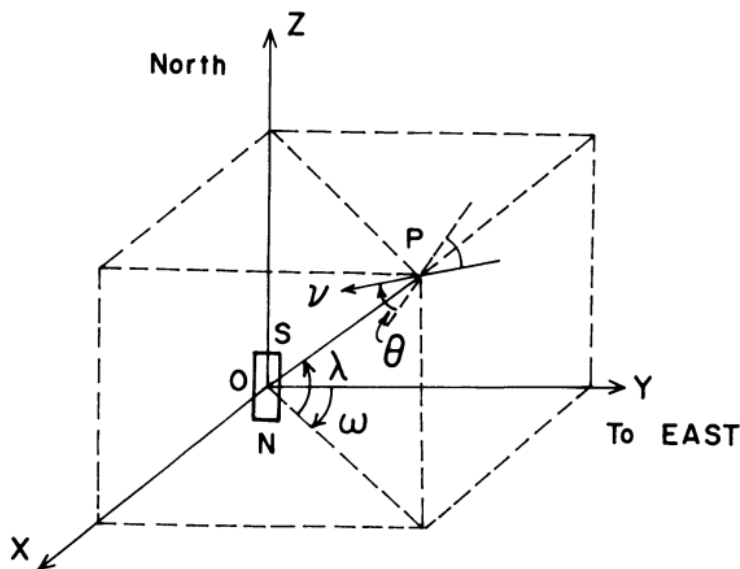


Figura 2.8 Sistema de coordenadas usado en la teoría de Størmer. [Fuente: Biswas (2000)]

Las coordenadas del punto P corresponden entonces a: r , que indica la distancia radial OP; λ que indica la latitud de P medida desde el plano ecuatorial; y ω que indica la longitud de P medida desde el este hacia el oeste. El ángulo entre el vector velocidad \mathbf{v} , y su proyección sobre el plano meridiano es θ , el cual es positivo cuando la partícula cruza el plano meridiano de este a oeste.

El Lagrangiano de una partícula relativista cargada en un campo electromagnético está dado por

$$L = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} + (e/c) \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{v} - e\phi \quad (2.34)$$

Donde m_0 es la masa en reposo de la partícula con velocidad $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$, c la rapidez de la luz en el vacío, e la carga del electrón, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ el potencial vectorial magnético del campo presente y $\phi(\mathbf{r}, t)$ el potencial escalar eléctrico (para la derivación de esta ecuación ver Goldstein, 1980; Jackson, 1999). Las ecuaciones de movimiento de la partícula cargada están dadas entonces por las ecuaciones de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (2.35)$$

Størmer resolvió este problema para el caso del campo dipolar, en el cual el potencial escalar es cero, es decir $\phi=0$, y el potencial vectorial tiene solo componente acimutal dada por

$$A_\omega = \frac{M \cos \lambda}{r^2} \quad (2.36)$$

Por lo tanto, L dado por la Ecuación (2.34) resulta

$$L = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{e}{c} A_\omega v_\omega \quad (2.37)$$

Considerando la forma del potencial vectorial magnético dada por la Ec. (2.36), las componentes r y λ del momento canónico generalizado P_r y P_λ son iguales al momento tradicional p_r y p_λ , pero esto no es cierto en el caso de la componente ω del momento canónico generalizado, P_ω . Considerando que \mathbf{v} tiene componentes $v_r = dr/dt = \dot{r}$, $v_\lambda = r d\lambda/dt = r\dot{\lambda}$ y $v_\omega = r \cos \lambda d\omega/dt = r \cos \lambda \dot{\omega}$, es decir

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\lambda}^2 + (r \cos \lambda)^2 \dot{\omega}^2 \quad (2.38)$$

se tiene que

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}} = -\frac{m_0 (r \cos \lambda)^2 \dot{\omega}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{e}{c} A_\omega r \cos \lambda \quad (2.39)$$

Por lo tanto

$$P_\omega = \frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}} = m r^2 (\cos \lambda)^2 \dot{\omega} + \frac{e}{c} A_\omega r \cos \lambda = p_\omega + \frac{e}{c} A_\omega r \cos \lambda \quad (2.40)$$

donde $m = m_0 / [1 - (v/c)^2]^{1/2}$.

Por tener este campo simetría axial, L no depende explícitamente de ω . La Ecuación (2.35) particularizada para esta coordenada resulta

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \omega} = 0 \quad (2.41)$$

donde se tiene $\partial L / \partial \omega = 0$. Reemplazando además A_ω por la Ecuación (2.36) se obtiene

$$\frac{d}{dt} \left[m r^2 (\cos \lambda)^2 \dot{\omega} + \frac{e M (\cos \lambda)^2}{r} \right] = 0 \quad (2.42)$$

Esto implica

$$m r^2 (\cos \lambda)^2 \dot{\omega} + \frac{e M (\cos \lambda)^2}{r} = \text{constante} \quad (2.43)$$

Dividiendo en $p = mv$ ambos miembros y notando que al ser p una constante el segundo miembro sigue siendo constante, se tiene

$$r^2 (\cos \lambda)^2 \frac{\dot{\omega}}{v} + \frac{e M (\cos \lambda)^2}{p r} = \text{constante} \quad (2.44)$$

Notando que $r \cos \lambda \dot{\omega} / v$ no es otra cosa que el cociente de la componente ω de v sobre v , es decir que es igual al seno del ángulo entre ellas, es decir $\sin \theta$, la Ecuación (2.44) resulta

$$r \cos \lambda \sin \theta + \frac{e M (\cos \lambda)^2}{p r} = \text{constante} \quad (2.45)$$

Størmer (1955) introduce una unidad de longitud combinando el momento magnético del campo y la rigidez de la partícula cargada, que se conoce como unidad de Størmer, y que simplifica enormemente los cálculos. Esta unidad, a la que denominamos C , está dada por

$$C^2 = \frac{M}{p c / e} = \frac{e M}{p c} = (\text{unidades de longitud})^2 \quad (2.46)$$

El significado físico de C es el siguiente: cuando una partícula de rigidez $R = \frac{p c}{e} = \frac{m v c}{e}$ se mueve en una órbita circular estable en el plano ecuatorial de la Tierra, el radio de esta órbita es igual a C .

Se puede ahora normalizar, o “re-escalar”, r poniéndola en unidades de C dividiendo ambos miembros en C , es decir en $\sqrt{e M / p c}$, con lo que resultaría

$$r \cos \lambda \sin \theta + \frac{(\cos \lambda)^2}{r} = \frac{\text{constante}}{\sqrt{e M / p c}} \quad (2.47)$$

donde ahora r (a pesar de conservar la misma notación) está en unidades de C .

Llamando al segundo miembro de la Ecuación (2.47), -2γ , es decir

$$-2\gamma \equiv \frac{\text{constante}}{\sqrt{e M / p c}} \quad (2.48)$$

se tiene que

$$r \cos \lambda \sin \theta + \frac{(\cos \lambda)^2}{r} = -2\gamma \quad (2.49)$$

Reordenando términos esta ecuación resulta

$$\frac{2\gamma}{r \cos \lambda} + \frac{\cos \lambda}{r^2} = -\sin \theta \quad (2.50)$$

Es necesario que el primer miembro de la igualdad esté comprendido entre 1 y -1 ya que $-\sin\theta$ está comprendido entre estos valores, los que además marcan los “límites” de esta ecuación.

El parámetro γ puede considerarse como un parámetro libre, y se puede graficar $r \cos\lambda$, que se llamará ρ , en función de $r \sin\lambda$, que se llamará z , para los valores límites -1 y 1 en función del valor que se elija para γ . Estas dos variables (o coordenadas) estarían contenidas en un dado plano meridional (es decir para un ω dado). Dada además la simetría azimutal del campo considerado, se tiene lo mismo para cualquier ω . La Figura 2.9 muestra estas dos curvas (ρ vs. z , o $r \cos\lambda$ vs. $r \sin\lambda$) que verifican la Ecuación (2.50) igualada a 1 y a -1. Es decir, llamando Q a $-\sin\theta$, la Ecuación (2.50) puede re-escribirse como

$$\frac{2\gamma}{\rho} + \frac{\rho}{(z^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}} = Q \quad (2.51)$$

Para realizar la gráfica de ρ vs. z (que se muestra en la Figura 2.9), se despeja ρ en función de z , o z en función de ρ , de manera que

$$z = \pm \left[\frac{\rho^{\frac{4}{3}}}{(Q\rho - 2\gamma)^{\frac{2}{3}}} - \rho^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.52)$$

Para $Q=1$ se tienen dos soluciones, y dos más para $Q=-1$. Este conjunto de cuatro soluciones, que dan lugar a cuatro curvas, delimitan el espacio en zonas permitidas para la partícula y zonas prohibidas. Las regiones permitidas corresponden al conjunto de puntos (z, ρ) , o (r, λ) , para los cuales Q (que no es otra cosa que $-\sin\theta$) tiene valores reales comprendidos entre 1 y -1.

Variando γ se tiene distintas “formas” para las zonas permitidas para la partícula, que corresponde a las regiones blancas en la Figura 2.9. En los casos 2.9(a) y (b) la región blanca, o región permitida, se abre al infinito es decir que las partículas que provienen del espacio pueden llegar a la Tierra. En los casos 2.9(d) y (e) hay dos regiones blancas aisladas, o separadas entre sí, lo que indica que las partículas del espacio (las que están en la región blanca que no contiene a la Tierra) no tienen acceso a nuestro planeta. El caso de la Figura 2.9(c) es el caso crítico que da el valor de γ crítico, o γ_c , a partir del cual las partículas del exterior tienen acceso a la Tierra.

2.7.1 Rigidez de corte, R_c

Se define a la rigidez de corte R_c como la mínima rigidez ($= pc/q$) de una partícula cargada que viene del infinito, que puede alcanzar a un observador en una dada posición en la Tierra de una dada latitud λ y con una cierta dirección incidente de la partícula dada por θ . Para el caso del campo dipolar, la rigidez es mínima para $\gamma=-1$, como se deduce de la Figura 2.9. Para obtener el valor de R_c , que está “oculto” en la unidad C que se usó para escalar r , obtenemos primero $1/r$ de la Ecuación (2.50) para $\gamma=-1$. Es decir que buscamos la solución de la siguiente ecuación cuadrática

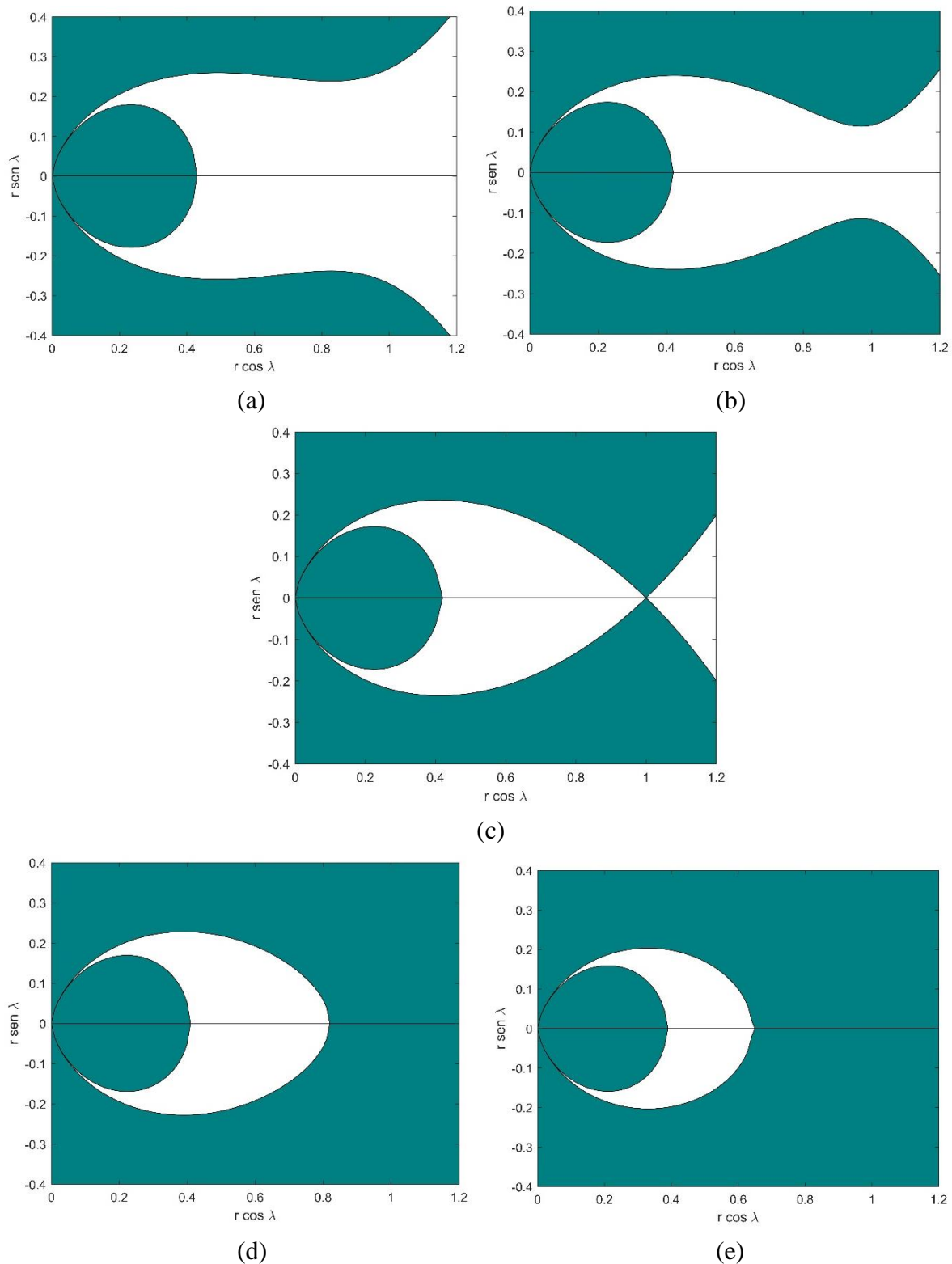


Figura 2.9 Plano meridional, con la Tierra en el centro (0,0). Las líneas negras (excepto el eje central) corresponden a $r \sin \lambda$ vs $r \cos \lambda$ para $Q=1$ y $Q=-1$, y para (a) $\gamma=-0.95$, (b) $\gamma=-0.99$, (c) $\gamma=-1$, (d) $\gamma=-1.02$, y (e) $\gamma=-1.10$. Las regiones sombreadas y las blancas indican zonas del espacio prohibidas y posibles, respectivamente, para la partícula.

$$\cos \lambda \left(\frac{1}{r}\right)^2 - \frac{2}{\cos \lambda} \frac{1}{r} + \sin \theta = 0 \quad (2.53)$$

La solución de $1/r$ es entonces

$$\frac{1}{r} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \sin \theta (\cos \lambda)^3}}{(\cos \lambda)^2} \quad (2.54)$$

Como $\sin \theta (\cos \lambda)^3$ puede ser menor que 0, la solución que da $1/r$ positivo es la del (+), de manera que

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + \sqrt{1 - \sin \theta (\cos \lambda)^3}}{(\cos \lambda)^2} \quad (2.55)$$

Ahora recuperamos r en sus unidades originales recordando que $r \equiv r/C = r/\sqrt{eM/pc}$, y obtenemos el valor mínimo de pc/e , es decir el valor mínimo de rigidez de corte R_c , que resulta

$$R_c = \frac{M}{r^2} \frac{(\cos \lambda)^4}{\left[1 + \sqrt{1 - \sin \theta (\cos \lambda)^3}\right]^2} \quad (2.56)$$

Para incidencia vertical se tiene $\theta=0$, de manera que R_c se reduce a

$$(R_c)_{vertical} = \frac{M}{4 r^2} \cos^4 \lambda \quad (2.57)$$

2.8 Partículas cargadas que precipitan a la atmósfera de la Tierra

La Tierra es “bombardeada” permanentemente por partículas energéticas cargadas conocidas en su conjunto como partículas energéticas “precipitantes” (EPP por sus siglas en Inglés: Energetic Precipitating Particles). La mayoría se originan en el espacio exterior y se conocen como rayos cósmicos. El viento solar es una fuente adicional de EPP menos energéticas que los rayos cósmicos. Estas partículas penetran a la atmósfera de la Tierra afectando una gran variedad de procesos atmosféricos (Mironova et al., 2015). El ejemplo más conocido dentro de estos efectos es el de las auroras, que son el resultado de la excitación de algunos componentes de la atmósfera debido a la precipitación principalmente de electrones energéticos (Hargreaves, 1995).

Hay diversos tipos de EPPs: electrones aurorales, electrones de los anillos de radiación, partículas energéticas solares (que incluyen electrones, protones y rayos cósmicos solares), y rayos cósmicos galácticos (Mironova et al., 2015). Constituyen una de las principales fuentes de ionización de la atmósfera por debajo de los 100 km de altura, a partir de donde la radiación solar EUV (extremo ultravioleta) y rayos-X se vuelven menos efectivos. La Figura 2.10 muestra la variedad de estas partículas, junto con la radiación solar EUV y rayos-X, y el perfil de ionización que crean en función de la altura.

Si bien la idea de esta Tesis es focalizarse en la estimación de la variación de R_c como indicador del efecto de las variaciones del campo geomagnético en escalas seculares sobre el ingreso de partículas energéticas en la atmósfera, me pareció interesante presentar una descripción básica

de un tipo de EPPs, que son las que penetran más profundo en la atmósfera (ver Figura 2.9) y a las que más se aplican las estimaciones de R_c : los rayos cósmicos galácticos, que se describen a continuación.

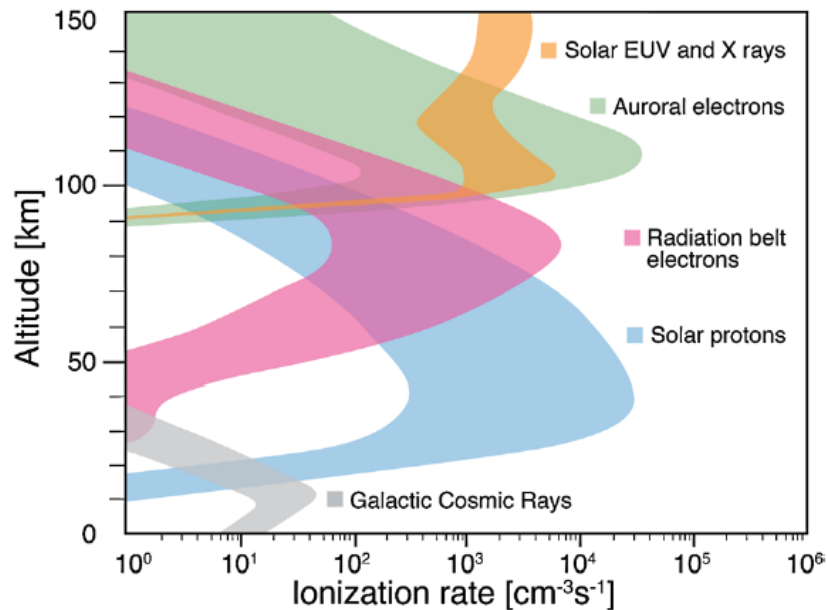


Figura 2.10 Tasa de ionización instantánea en la atmósfera de la Tierra producida por la precipitación de partículas energéticas (EPP), radiación EUV solar y rayos-X solares. [Fuente: Mironova et al. (2015)]

2.8.1 Rayos cósmicos

Los rayos cósmicos fueron descubiertos por Hess y Kohlhorster al principio del siglo XX a través de su efecto ionizante, en recipientes herméticos de vidrio que encerraban dos electrodos de alta tensión. El efecto ionizante aumentaba con la altitud durante los vuelos en globo aerostático, por lo que dedujeron que el efecto debía venir desde fuera de la Tierra. Fue entonces que el término “rayos cósmicos” fue acuñado (Biswas, 2000).

La mayoría de estas partículas provienen de fuentes dentro de la Vía Láctea, y son conocidas como rayos cósmicos galácticos. El resto de los rayos cósmicos se originan en el sol (rayos cósmicos solares), o, casi seguramente en el caso de las partículas con mayores energías, afuera de la Vía Láctea.

Los rayos cósmicos no son observados directamente en la superficie de la Tierra. Esto es porque los rayos cósmicos “primarios”, es decir, las partículas que llegan al límite exterior de la atmósfera terrestre, colisionan con núcleos atmosféricos y generan “rayos cósmicos secundarios”, o simplemente “secundarios”. Algunos secundarios son fragmentos de núcleos

que colisionaron, incluyendo neutrones, y otros son partículas de vida corta que se crearon gracias a la energía de las colisiones. Los núcleos secundarios pronto tienen sus propias colisiones. Lo que se observa a nivel del mar son los secundarios (neutrones y partículas de vida corta como los muones). Los primarios deben ser estudiados usando balones aerostáticos de gran altitud, o con aeronaves.

Entre los rayos cósmicos galácticos (GCR por sus siglas en inglés), sus abundancias relativas entre distintos núcleos y electrones varía mucho con su energía:

-Arriba del 1 GeV por núcleo, la proporción es aproximadamente 85% protones, 13% partículas Alpha, y 2% de electrones y núcleos de átomos más pesados.

-A energías de varios cientos de MeV por núcleo, las proporciones correspondientes son 90% protones, 9% partículas Alpha, y 1% electrones y núcleos de átomos más pesados.

Las trayectorias de las primarias de menor energía son influenciadas fuertemente por el campo geomagnético, como se mencionó anteriormente. El flujo de estas partículas de baja energía es influenciado por la actividad solar, la cantidad de radiación cósmica que llega a la tierra está correlacionada inversamente con el número de manchas solares a través del ciclo de 11 años.

Como los GCR son desviados por los campos magnéticos en la Vía Láctea, los GCR primarios siguen caminos tortuosos y llegan a la parte superior de la atmósfera terrestre desde casi todas las direcciones. Por lo tanto, las fuentes de los GCR no pueden ser identificados en base a la dirección de su llegada, sino que debe ser inferida a partir de las abundancias elementales e isotópica de aquellos rayos cósmicos que son núcleos atómicos. Esto puede ser logrado comparando abundancias de rayos cósmicos con aquellas deducidas espectroscópicamente para estrellas y regiones interestelares. Las abundancias relativas de elementos diferentes en los núcleos de rayos cósmicos fueron bien estudiadas para partículas de entre 100 MeV y varias decenas de GeV por núcleo. Las abundancias han sido medidas hasta el Uranio. A partir de estos datos fue posible reconstruir mucha de la historia de los viajes de las partículas de los rayos cósmicos a través de la Vía Láctea. Los elementos livianos Litio, Berilio y Boro son raros en el universo, pero son sorprendentemente abundantes entre los GCR primarios. Es aceptado que estos núcleos livianos son producidos cuando primarios más pesados (por ejemplo, C y O) son fragmentados durante colisiones con el gas interestelar fino constituido principalmente por hidrógeno.

Con una vida media de unos 15 millones de años, los GCR deben ser reabastecidos a un nivel de potencia promedio de aproximadamente 10^{34} W. Las explosiones de supernova pueden suplir esta potencia ya que pueden ocurrir cada 50 años en la galaxia. Supernovas de tipo II, provenientes de estrellas de tipo OB, constituyen un 85% de las supernovas galácticas, y aproximadamente un 90% de los GCR pesados probablemente son acelerados allí. A pesar de que parece ser que la aceleración de partículas puede ser producido por las ondas de choque expansivas de las supernovas, los detalles de la producción y aceleración de los rayos cósmicos sigue siendo poco clara.

Los GCR deben haber estado viajando unos 15 millones de años para producir suficientes colisiones interestelares para explicar el número observado de núcleos livianos. El cálculo de este tiempo de viaje está basado en parte en la observación de fragmentos radiactivos, como el Berilio-10. Este radionucleido tiene una vida media de 1.5 millones de años, y el número de tales partículas que pueden sobrevivir para ser detectadas en la tierra depende de su tiempo de viaje total.

La mayoría de los electrones en los primarios son producidos en las fuentes originales de rayos cósmicos que producen los núcleos primarios. Una pequeña porción de los electrones proviene de colisiones entre núcleos primarios e Hidrógeno interestelar, que produce mesones cargados, principalmente piones. Estos piones tienen vidas medias de unos $2 \cdot 10^{-8}$ s, y decaen en muones. Los muones luego decaen y producen electrones, positrones, y neutrinos (ver Figura 2.11).

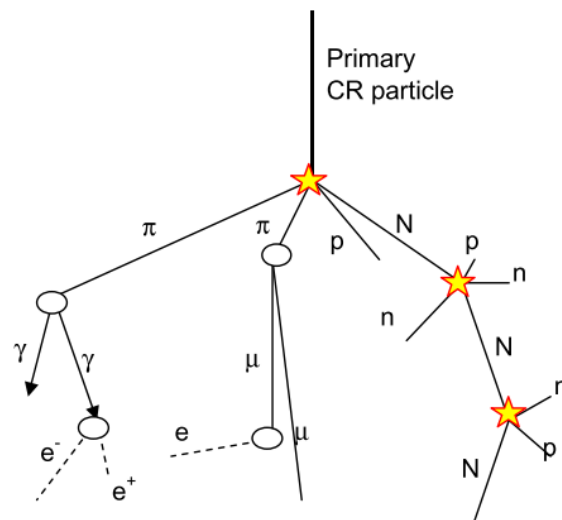


Figura 2.11 Esquema de una cascada en la atmósfera producida por rayos cósmicos energéticos. N: núcleos, p: protones, n: neutrones, μ : muones, π : piones, e^- : electrones, e^+ : positrones, γ : fotones gamma. Las estrellas amarillas indican colisiones nucleares, y los óvalos blancos procesos de decaimiento. Notar que este esquema no representa el desarrollo completo de la cascada. [Fuente: Mironova et al., 2015]

Los electrones y los positrones viajan en caminos largos espiralados en el campo magnético galáctico y entonces generan radiación de sincrotrón, lo cual se detecta con los radiotelescopios. Hay una concordancia general entre las observaciones de la radiación de sincrotrón y las intensidades calculadas del flujo de electrones.

Pueden emerger partículas energéticas también de llamaradas solares y eyecciones de masa coronal donde son aceleradas por campos magnéticos intensos cerca del sol. La mayoría de estas partículas son protones, con una proporción menor de Helio y núcleos más pesados. Observaciones de la proporción entre oxígeno y helio entre las partículas energéticas del sol han contribuido significativamente a estudios solares, porque la abundancia de Helio del sol es

difícil de estimar mediante la espectroscopia convencional. El espectro energético de partículas solares, comparado con el de las GCR, generalmente decrece más rápidamente con la energía, pero hay una gran variabilidad en la forma del espectro de una llamarada solar con otra, y el espectro energético raramente se extiende a valores mayores que 1 GeV por núcleo.

Los primeros estudios de rayos cósmicos fueron realizados en las cimas de montañas, donde solamente partículas secundarias eran detectables. Desde entonces, otros estudios han sido llevados a cabo desde debajo de la superficie terrestre hasta el espacio exterior. Algunos muones secundarios tienen energías tan altas que son capaces de penetrar la tierra a profundidades mayores que 3.2km. Para estudiar rayos cósmicos primarios directamente, se han usado globos aerostáticos de gran altura (aprox. 37 km). Los cohetes pueden alcanzar alturas mayores, pero pueden mantenerse a grandes alturas por pocos minutos únicamente. También se han realizado observaciones de rayos cósmicos desde satélites que orbitan la tierra. Los instrumentos típicamente usados son contadores de centelleo y contadores proporcionales.

Desde los primeros años de la década del 30 hasta los 50, los rayos cósmicos jugaron un rol crítico en el estudio científico del núcleo atómico y sus componentes, pues eran la única fuente disponible de partículas de alta energía. Las partículas subatómicas de corta vida eran descubiertas mediante colisiones de rayos cósmicos. El campo de la física de partículas fue de hecho establecido como resultado de tales descubrimientos, empezando con el positrón y el muon. Aún con el desarrollo de los aceleradores de partículas en los 50, los investigadores dentro del área han continuado estudiando rayos cósmicos, porque contienen partículas con energías mucho mayores que las que podemos producir en condiciones de laboratorio. La física de astropartículas es un campo de investigación muy activo hasta el día de hoy.

2.9 El Sol como fuente de variación del ingreso de partículas

Las partículas energéticas que penetran en la atmósfera de la Tierra presentan variaciones temporales en distintas escalas de tiempo, las que a su vez tienen diferentes orígenes. Por un lado, está el campo geomagnético principal de la Tierra, que es tema de esta Tesis, y por otro la actividad solar que constituye una de las principales fuentes de estas variaciones, y que imprime a estas partículas su propia variabilidad. La actividad solar se caracteriza por periodicidades y cuasi-periodicidades que van desde segundos a miles de años. Una de las cuasi-periodicidades más intensas es la cuasi-decadal que se observa claramente en el número de manchas solares, R_z , graficado en la Figura 2.12, el cual constituye el indicador de actividad solar más utilizado. La actividad solar, y también la actividad geomagnética, son fuentes de variación por tres motivos diferentes. Por un lado, porque el Sol es fuente de algunas EPPs, porque actúa como “modulador” en particular de los rayos cósmicos galácticos, y porque el viento solar tiene un campo “congelado” (según explica el teorema de Alfvén de la magnetohidrodinámica, “un fluido con conductividad eléctrica infinita, el campo magnético se congela en el fluido y tiene que moverse junto con él”), que se suma al campo intrínseco de la Tierra, determinando la forma de la magnetosfera. Los rayos cósmicos galácticos, al entrar en la heliósfera, se encuentran en su camino con el viento solar que tiene el campo magnético

congelado mencionado. Esto genera variaciones temporales significativas en su intensidad y su energía (Potgeiter, 2013). De esta manera, el flujo de rayos cósmicos que registra un monitor de neutrones en la Tierra está fuertemente modulado por la actividad solar, como se observa en el ejemplo de la Figura 2.13 en la que se grafican valores promedio mensuales del registro del monitor de neutrones de Climax, Colorado, junto con Rz promedio mensual. Notar que la relación es inversa: a mayor actividad solar, menor flujo de rayos cósmicos, y viceversa.

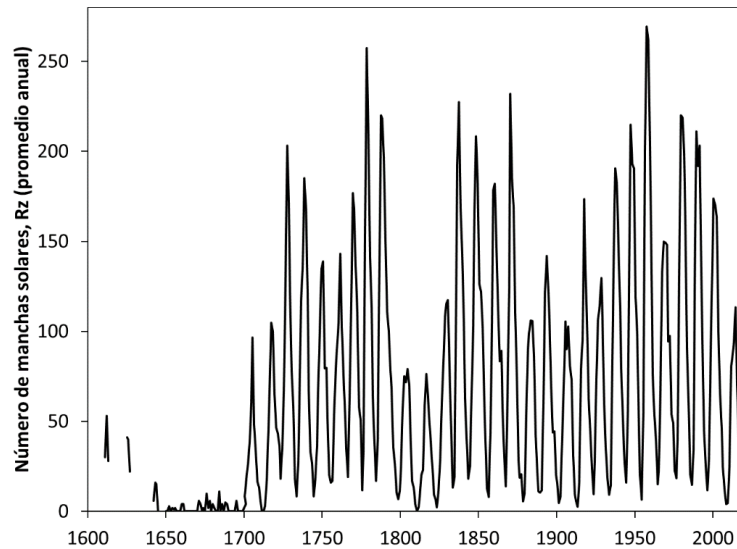


Figura 2.12 Serie del promedio mensual del número de manchas solares, Rz. [Datos disponibles en el Centro de Datos Mundial WDC-SILSO (por World Data Center-Sunspot Index and Long-term Solar Observations) en Bélgica (<http://www.sidc.be/silso/>)]

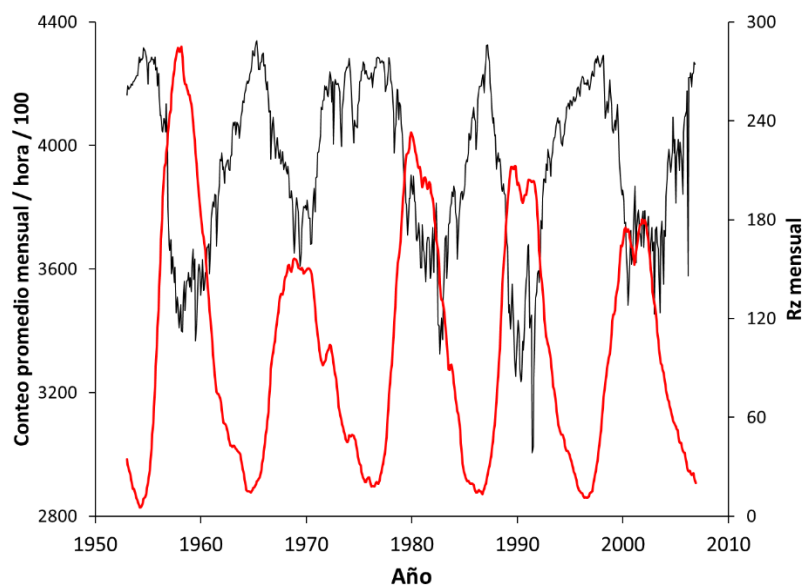
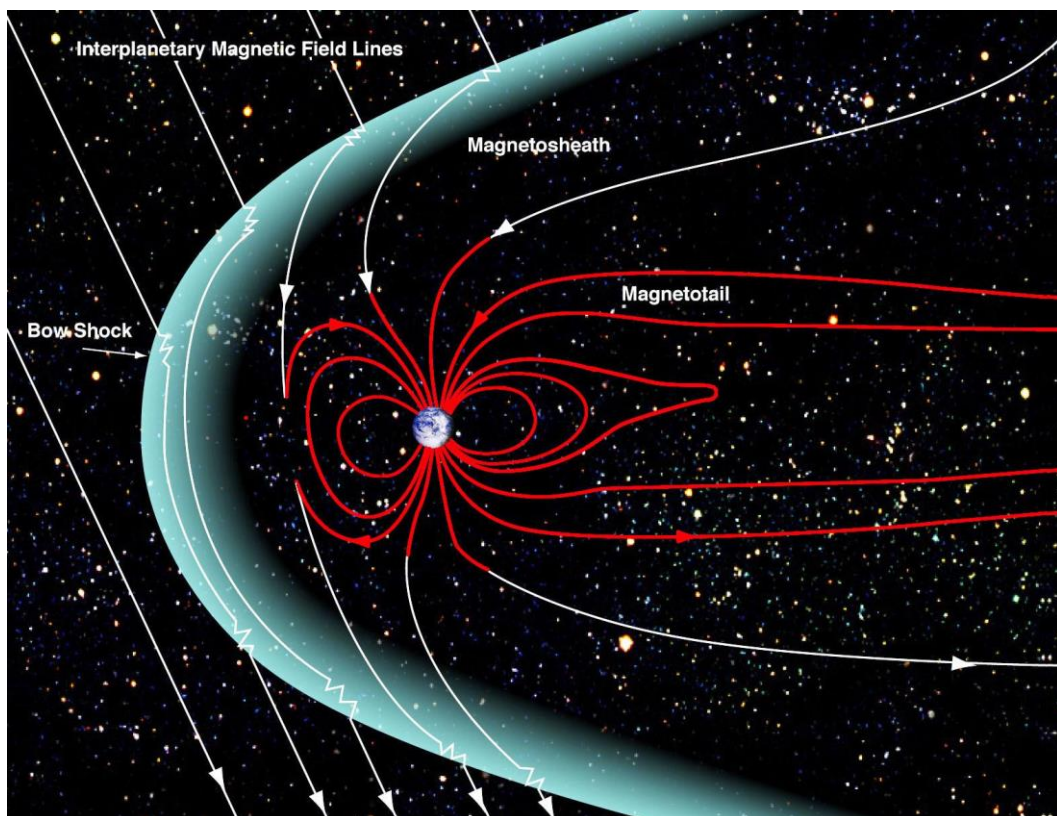


Figura 2.13 Rayos cósmicos medidos con el monitor de neutrones de Climax, Colorado (curva negra), que en este caso corresponden al promedio mensual del conteo por hora / 100; y número de manchas solares, Rz, promedio mensual (curva roja).

El viento solar, por su lado, es un flujo de partículas de alta velocidad que sale continuamente de la corona solar hacia el espacio interplanetario, extendiéndose mucho más allá de la órbita terrestre y terminando en alguna parte en el espacio interestelar después de haber interactuado con el medio interestelar gaseoso débilmente ionizado, aproximadamente a 160 AU (1 unidad astronómica=1,50.10¹¹m). Cerca de la órbita terrestre a 1 AU, la velocidad del viento solar varía típicamente entre 300 y 1400km/s, siendo 500km/s el valor más probable. Se puede observar como su campo congelado le da la forma a la magnetosfera en la Figura 2.14. El viento solar no es un flujo laminar constante, sino que está sujeto a variaciones en densidad, velocidad, temperatura, presión, intensidad del campo magnético, y dirección del campo magnético. (Baumjohann y Treumann, 1996)



(fuente: www.Nasa.gov)

Figura 2.14 Magnetosfera terrestre, que corresponde a la región del espacio donde el campo magnético dominante es el generado por la Tierra, que resulta de la interacción del viento solar con este campo. Notar la deformación del campo magnético de la magnetosfera (líneas rojas) respecto del campo de un dipolo magnético ideal: achatado del lado del Sol y alargado del lado de noche. [Fuente: https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/multimedia/magnetosphere.html]

La actividad solar, además de la cuasi-periodicidad decadal, presenta variaciones de corto plazo relacionadas con eventos extremos en el Sol y tormentas geomagnéticas, y también una variación secular en la escala de variación del campo magnético terrestre. A las variaciones en las EPPs originadas por la actividad solar se suma la debido a la variación secular del campo magnético de la Tierra, es decir que, para detectar, por ejemplo, en series medidas la variación que se quiere analizar en este Tesis habría que filtrar las debido a la actividad solar, que son más intensas. O tenerlas en cuenta como un forzante adicional en el análisis de variación.

En este trabajo de Tesis, que tiene un enfoque completamente teórico, para estudiar el efecto del campo magnético terrestre, consideraré actividad solar constante y un campo geomagnético generado solo por el interior de la Tierra.

Capítulo 3

Modificaciones en el acceso de partículas cargadas por variaciones en el campo geomagnético

Como ya se mencionó, el acceso de partículas cargadas a la atmósfera de la Tierra está restringido por el campo magnético de la misma. Se elige a R_c como parámetro indicador del ingreso de estas partículas, para analizar su variación con las variaciones seculares de este campo junto con un posible escenario de inversión de polaridad magnética, considerando que una disminución en R_c implica un aumento de flujo de partículas cargadas y viceversa. Se presenta en este capítulo la estimación teórica de estas variaciones utilizando la teoría de Størmer, que luego se compara con una estimación basada en cálculos de trayectorias provistos por Gvozdevsky et al. (2019).

3.1 Modelo para el caso de campo magnético dipolar

Se elige como período de análisis para la variación secular de R_c el comprendido entre 1900 y 2020, que es el que abarca el IGRF-13. Para estimar la variación de R_c en estos últimos 120 años debido a la variación del campo magnético de la Tierra, se utiliza la expresión analítica que se obtiene de la teoría de Størmer, dada por la Ecuación (2.57), que se repite a continuación:

$$(R_c)_{vertical} = \frac{M}{4 r^2} \cos^4 \lambda \quad (3.1)$$

Es decir que se considera incidencia vertical de partículas. Para simplificar la notación, a partir de aquí se empleará R_c para referirnos a la rigidez de corte vertical.

Los supuestos en este planteo son:

- (1) La única fuente de variación de R_c es la variación secular del campo geomagnético. Se supone constante toda otra posible fuente de variación, como la actividad solar mencionada en el Capítulo 2.
- (2) Campo eléctrico nulo.
- (3) Al usar la teoría de Størmer, que se desarrolla a partir de considerar un Lagrangiano que considera únicamente interacción con un campo magnético, se supone que las partículas cargadas no interactúan entre sí, ni con la atmósfera.
- (4) La radiación que emiten las partículas cargadas en su movimiento es despreciable, de tal manera que su energía y momento se conservan (justificación en Jackson (1999), Capítulo 16, pp. 745-747).
- (5) El campo magnético es el debido sólo al núcleo de la Tierra, es decir que despreciamos la deformación debido al viento solar, y los aportes de origen externo a este campo.
- (6) Variación temporal de R_c lineal en primera aproximación para el período completo 1900-2020.

3.2 Estimación de R_c y su tendencia en el período 1900-2020 considerando campo magnético dipolar

Se estima R_c a partir de la Ecuación (3.1) en una grilla de $5^\circ \times 15^\circ$, abarcando el rango completo de -90° a 90° y de -180° a 180° , en latitud y longitud respectivamente. Como la coordenada de latitud en la Ecuación (3.1) corresponde a la latitud en coordenadas geomagnéticas, para representar el valor de R_c en un mapa de coordenadas geográficas se debe realizar la transformada de coordenadas correspondiente, teniendo en cuenta el dipolo que se considere: dipolo centrado, o dipolo excéntrico. Se utiliza para esto las Ecuaciones (1.20) y (1.26) con las cuales se transforma la latitud geomagnética a geográfica considerando coordenadas geomagnéticas CD y ED, respectivamente.

El valor del momento dipolar M se estima a partir de los coeficientes de Gauss correspondientes al dipolo, dado por

$$M = \sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2} R_T^3 \quad (3.2)$$

Estos coeficientes se obtienen del IGRF-13 en unidades de [nT] desde 1900 a 2020, con valores cada 5 años. La Figura 3.1 muestra la variación de la intensidad de la componente dipolar dada por $\sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2}$ en el período de análisis.

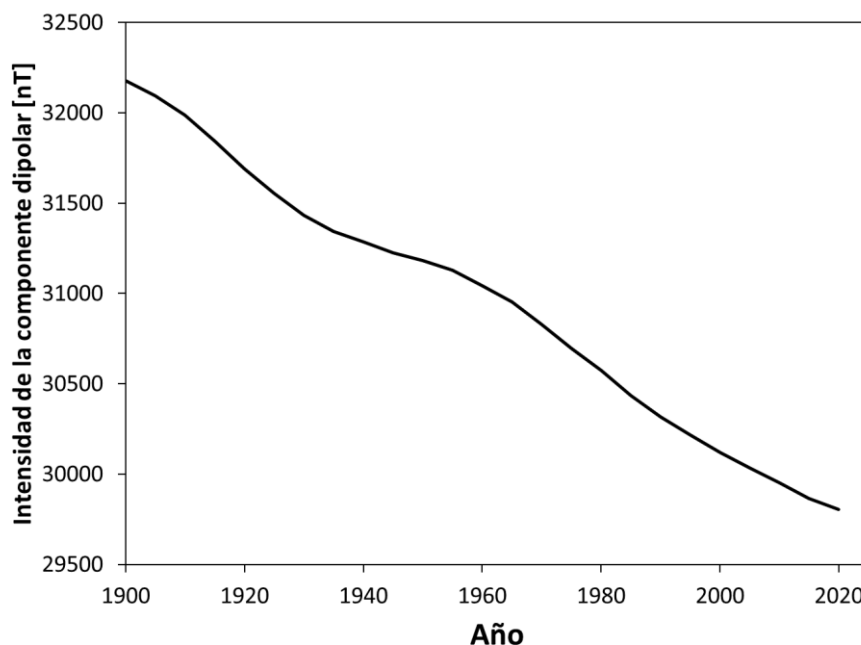


Figura 3.1 Intensidad de la componente dipolar de campo magnético de la Tierra, dado por $\sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2}$, en función del tiempo. Coeficientes de Gauss obtenidos del IGRF-13.

Reemplazando M en la Ecuación (3.1) se obtiene R_c en [nT km] como función de la posición en el planeta dada por λ . Para convertir esta unidad a GV, que es la unidad usual en la que se da la rigidez, se debe multiplicar el valor obtenido por 10^{-9} ($4.8 \times 10^{-10} / (1.6 \times 10^{-12})$).

La Figura 3.2 muestra los valores de R_c obtenidos en coordenadas geográficas, a partir de las dos transformaciones, para el año 2020. Según este modelo se observa claramente que las partículas cargadas necesitan la mayor energía para penetrar a la atmósfera terrestre en la zona del ecuador geomagnético, y necesitan muy poca energía para ingresar en la zona de los polos geomagnéticos en donde $R_c=0$.

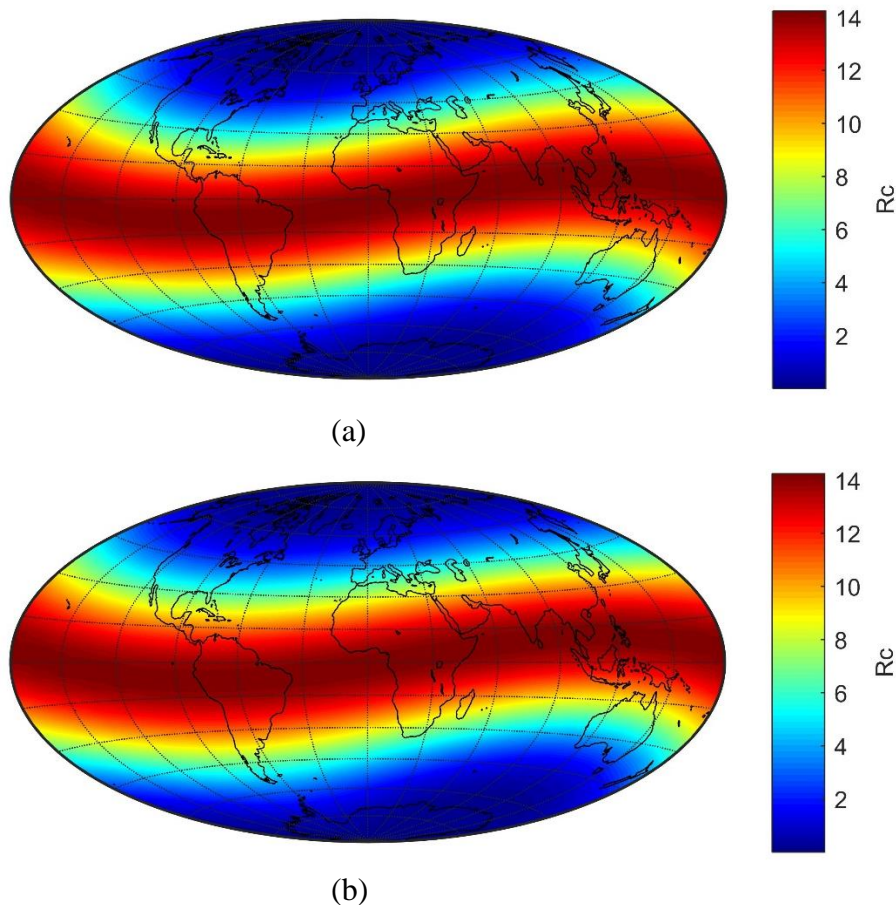


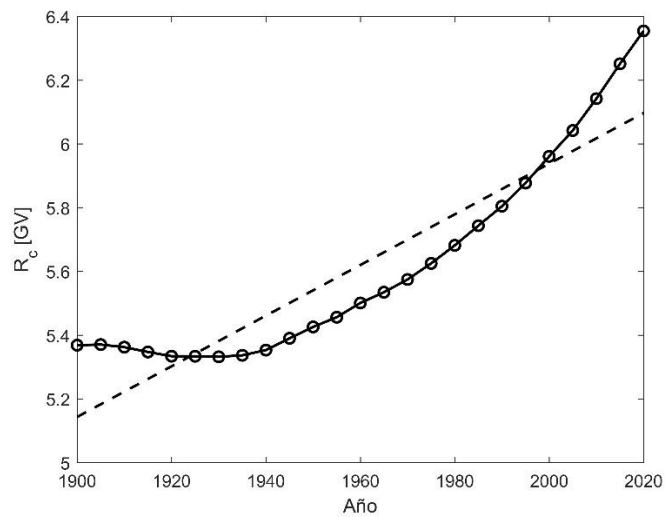
Figura 3.2 Rigidez de corte vertical, R_c , en GV, en la superficie de la Tierra, año 2020, obtenido a partir de la teoría de Størmer usando coordenadas de: (a) dipolo centrado, CD, y (b) dipolo excéntrico, ED.

El patrón espacial de R_c y sus valores son prácticamente iguales para ambas coordenadas geomagnéticas, al punto que la diferencia porcentual no excede el 1% en ningún punto de la grilla considerada.

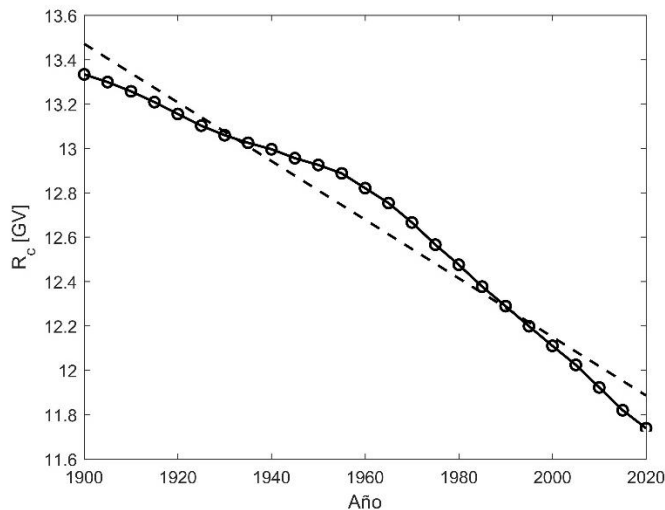
Se obtiene para cada posición de la grilla una serie de tiempo de R_c , a partir de la cual se estima la variación secular como la tendencia lineal para el período 1900-2020. Se considera entonces la regresión de R_c en t , es decir

$$R_c = \alpha t + \beta \quad (3.3)$$

donde α y β se estiman por mínimos cuadrados. La tendencia buscada está dada por α en [GV/año]. En la Figura 3.3 se muestra, como ejemplo, el comportamiento de R_c en función del tiempo para dos ubicaciones en las regiones donde se observan las mayores tendencias positiva y negativa, respectivamente, y el ajuste por mínimos cuadrados de la tendencia lineal. En función de esto se considera una medida acertada en promedio de la variación secular dado además el período de 120 años que en términos de las escalas de variación del campo magnético de origen interno, es relativamente corto.



(a)



(b)

Figura 3.3 Rigidez de corte vertical, R_c , en función del tiempo estimada con la Ecuación (3.1) para las ubicaciones (a) 30°N , 60°O y (b) 25°S , 30°O , junto con la tendencia lineal para todo el período.

La Figura 3.4 muestra la variación espacial de esta tendencia para todo el planeta empleando coordenadas geomagnéticas CD y ED.

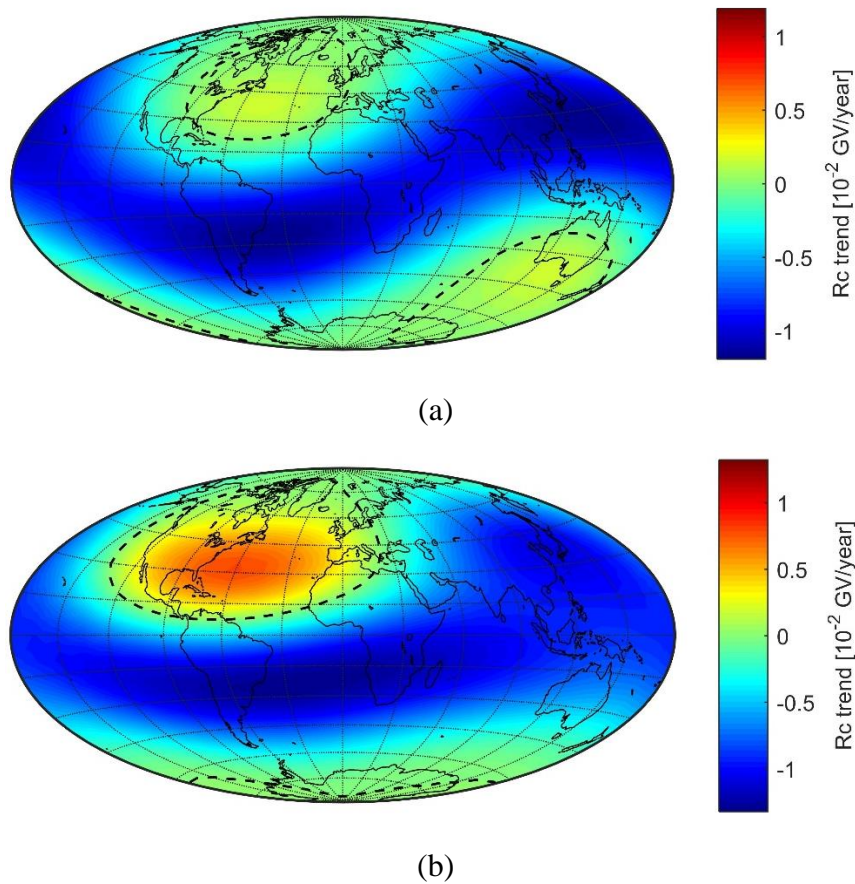


Figura 3.4 Distribución espacial de la tendencia lineal de R_c para el período 1900-2020 empleando coordenadas geomagnéticas de dipolo (a) centrado, CD, y (b) excéntrico, ED.

3.3 Modelo para el caso de campo magnético con componentes dipolar y cuadrupolar

Si bien el campo geomagnético principal puede ser descrito en buena aproximación por la componente dipolar, la cual explica ~80 a 90% del campo actual, la variación secular de este campo consiste, no solo en la disminución de esta componente como se observa en la Figura 3.1, sino también en el aumento de las componentes multipolares. La Figura 1.3 del Capítulo 1 muestra precisamente la variación secular de las componentes no-dipolares donde se observa el aumento de su intensidad a medida que disminuye la componente dipolar; y la Figura 3.5 muestra la evolución temporal del coeficiente de Gauss cuadrupolar axial, g_2^0 , que será el que incluiremos en esta nueva estimación. Es esperable entonces que estas componentes cobren importancia con el tiempo, de manera que sería de utilidad contar con estimaciones analíticas de R_c que incluyan su efecto.

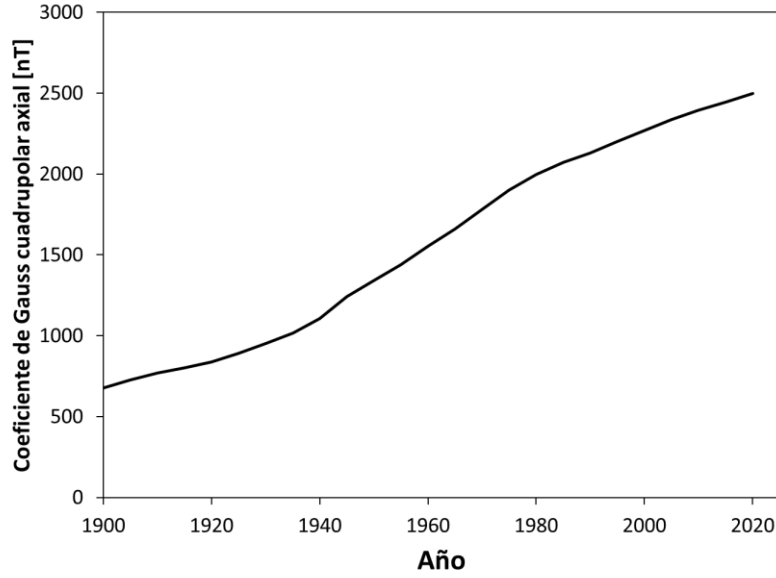


Figura 3.5 Variación temporal del coeficiente de Gauss g_2^0 en [nT], correspondiente a la componente cuadrupolar axial del campo geomagnético. Coeficiente obtenido del IGRF-13.

Si bien la teoría de Størmer fue formulada para un campo dipolar, el cual permite obtener una expresión analítica para R_c , también es aplicable para campos multipolares de mayor grado con el requerimiento de que conserven la simetría axial. Shebalin (2004) obtuvo expresiones analíticas que permiten determinar la estructura global de las regiones permitidas y prohibidas para el movimiento de partículas cargadas para un campo axisimétrico multipolar de cualquier orden.

Más recientemente, Tsareva (2019) resolvió la teoría de Størmer para el caso de un campo cuadrupolar axial obteniendo incluso la expresión analítica para R_c y dejando planteado los pasos para resolver el caso de un campo con dos componentes: dipolar y cuadrupolar axiales. Se plantea entonces, a partir del Lagrangiano de este sistema donde ahora el campo magnético consiste en la suma de dos componentes (dipolar más cuadrupolar), el paso a paso para obtener la expresión analítica de R_c en este caso, que se aproximaría más a la situación real del campo geomagnético principal actual.

Se mantienen los supuestos (1) a (6) enunciados para el caso de campo dipolar en la sección 3.1. Lo que cambia en este caso es el potencial vectorial magnético que está dado ahora por la suma del potencial vectorial correspondiente al de un dipolo axial más el de un cuadrupolo axial, es decir

$$A_\omega = -g_1^0 \frac{R_E^3}{r^2} \cos \lambda - g_2^0 \frac{R_E^4}{r^3} \cos \lambda \sin \lambda \quad (3.4)$$

El Lagrangiano de una partícula moviéndose en este campo magnético sigue siendo el de la Ecuación (2.37). Nuevamente, las componentes r y λ del momento canónico generalizado P_r y P_λ son iguales al momento tradicional p_r y p_λ , y la componente ω es la dada por la Ecuación (2.40). Como L no depende explícitamente de ω , P_ω es constante. A partir de esta ecuación de

la Sección 2.7 resolvemos la teoría de Størmer sin considerar la constante de normalización dada por la constante de Størmer C , ya que su propósito, que es simplificar la Ecuación (2.45), se pierde al considerar otra forma para A_ω .

Llamando ahora a la constante de la Ecuación (2.45) $-2\gamma p$, se escribe

$$mr^2(\cos \lambda)^2 \dot{\omega} + \frac{e}{c} r \cos \lambda A_\omega = -2\gamma p \quad (3.5)$$

Donde γ es un parámetro libre que en principio puede tener cualquier valor real. Igual que antes, $p = mv$ también es constante por la conservación de la energía. Reacomodando esta última expresión, de manera similar a la Ecuación (2.50), solo que sin reemplazar el valor de A_ω , obtenemos

$$\frac{2\gamma}{r \cos \lambda} + \frac{e}{c p} A_\omega = -v_\omega / v \quad (3.6)$$

El segundo miembro de esta ecuación, además de ser igual a $\cos \theta$, es igual al coseno del ángulo entre la dirección de la velocidad y su componente azimutal.

Para poder encontrar el valor de γ que luego nos permita estimar R_c , se necesita ahora plantear un sistema de ecuaciones que permita determinar también r y λ para la situación crítica en la cual las partículas comienzan a tener acceso a la Tierra. Es decir que se necesitan tres ecuaciones. Para esto, seguimos el procedimiento planteado en Urban (1965). Llamamos Q al segundo miembro de la Ecuación (3.6), que varía entre -1 y 1 . Es decir que Q , de acuerdo a la Ecuación (3.6), puede verse como una función de r , λ y γ .

Si para un dado valor de γ graficamos $r = r(\lambda)$ para $Q = 1$ y $Q = -1$, obtenemos los límites de las regiones permitidas para una partícula cargada de un dado p , como se observa en la Figura 2.9. Nuevamente, para un cierto rango de valores de γ (distinto ahora al que se vio en la Sección 2.7 ya que no utilizamos la normalización con C) hay dos regiones permitidas separadas: una región interna que toca la Tierra y una región externa que está conectada con el espacio exterior. Para el rango complementario de valores de γ estas dos regiones están conectadas, por lo que existe un valor crítico de γ , llamado γ_c , que es el límite de estas dos condiciones. En la Sección 2.7, en particular, $\gamma_c = -1$.

Para estimar γ_c siguiendo el método propuesto por Urban (1965), se aplica la condición matemática de un punto de ensilladura en líneas de contorno definidas por (r, λ) que satisfacen la función $Q = Q(r, \lambda, \gamma)$. Estas condiciones son

$$\frac{\partial Q}{\partial r} = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial \lambda} = 0 \quad (3.8)$$

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 Q}{\partial r \partial \lambda} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} \right) \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \lambda^2} \right) > 0 \quad (3.9)$$

Y además tenemos la condición $Q = -1$, es decir

$$\frac{e}{pc} A_\omega + \frac{2\gamma}{r \cos \lambda} = -1 \quad (3.10)$$

Las Ecuaciones (3.7), (3.8) y (3.10) forman un conjunto de tres ecuaciones con tres variables r , λ y γ .

En el caso dipolar, donde A_ω se reemplaza con el potencial vectorial correspondiente, dado por la Ecuación (2.36), y reemplazando M por $(g_1^0 R_E^3)$ se obtienen las ecuaciones

$$\frac{\partial Q}{\partial r} = -\frac{2\gamma}{r^2 \cos \lambda} + 2 \frac{e}{pc} g_1^0 \frac{R_E^3}{r^3} \cos \lambda = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial \lambda} = \frac{1}{r} \left(-\frac{2\gamma \sen \lambda}{r \cos^2 \lambda} - \frac{e}{pc} g_1^0 \frac{R_E^3}{r^2} \sen \lambda \right) = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{2\gamma}{r \cos \lambda} - \frac{e}{pc} g_1^0 \frac{R_E^3}{r^2} \cos \lambda = -1 \quad (3.13)$$

A partir de esas ecuaciones se obtienen los resultados clásicos de Størmer. Las soluciones analíticas que se obtienen, sin la normalización clásica de Størmer, son

$$\begin{aligned} \gamma_c &= - \left[- \left(\frac{e}{pc} \right) g_1^0 R_E^3 \right]^{\frac{1}{2}} \\ r_c &= \left[- \left(\frac{e}{pc} \right) g_1^0 R_E^3 \right]^{1/2} \\ \lambda_c &= 0 \end{aligned}$$

Claramente γ_c y r_c son iguales a la constante de Størmer, C . Es decir que normalizadas dan -1 y 1 respectivamente como se vio en la Sección 2.7. Si bien allí no se estimó r_c , se deduce que es 1 a partir de la Figura 2.9(c). En la misma también se observa que el punto crítico se encuentra en el ecuador magnético, y por lo tanto se tiene también $\lambda_c=0$.

La rigidez de corte vertical, R_c , se estima usando γ_c en la Ecuación (3.13) igualada a 0, es decir considerando $Q=0$ en vez de -1. En el caso del dipolo puro, esto nos da la expresión conocida de Størmer mencionada anteriormente, dada por la Ecuación (2.56) y (3.1), con la dependencia de $\cos^4 \lambda$.

En el caso de la superposición de campo dipolar y cuadrupolar, las ecuaciones a ser resueltas son las Ecuaciones (3.7), (3.8) y (3.10), pero reemplazando A_ω por la expresión de la Ecuación (3.4), con lo que resulta

$$\frac{\partial Q}{\partial r} = -\frac{2\gamma}{r^2 \cos \lambda} + 2 \frac{e}{pc} g_1^0 \frac{R_E^3}{r^3} \cos \lambda + \frac{9}{2} \frac{e}{pc} g_2^0 \frac{R_E^4}{r^4} \cos \lambda \sen \lambda = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial \lambda} = \frac{1}{r} \left(-\frac{2\gamma \sen \lambda}{r \cos^2 \lambda} - \frac{e}{pc} g_1^0 \frac{R_E^3}{r^2} \sen \lambda - \frac{3}{2} \frac{e}{pc} g_2^0 \frac{R_E^4}{r^3} \sen^2 \lambda + \frac{3}{2} \frac{e}{p} g_2^0 \frac{R_E^4}{r^3} \cos^2 \lambda \right) = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{2\gamma}{r \cos \lambda} - \frac{e}{pc} g_1^0 \frac{R_E^3}{r^2} \cos \lambda - \frac{3}{2} \frac{e}{pc} g_2^0 \frac{R_E^4}{r^3} \cos \lambda \sen \lambda = -1 \quad (3.16)$$

Es posible obtener soluciones analíticas para este sistema de ecuaciones, pero no hemos encontrado expresiones explícitas para ellas. Lo que resulta claro es que el valor de γ_c no es el mismo que el que resulta para el caso dipolar.

Decidimos entonces utilizar, aunque en rigor es incorrecto, el resultado de Jory (1956). Este consiste en utilizar el γ_c del caso dipolar puro y reemplazarlo en la Ecuación (3.16) igualada a cero (incidencia vertical). Esto daría

$$\frac{-2\left[-\left(\frac{e}{pc}\right)g_1^0 R_E^3\right]^{\frac{1}{2}}}{r \cos \lambda} - \frac{e}{pc} g_1^0 \frac{R_E^3}{r^2} \cos \lambda - \frac{3}{2} \frac{e}{pc} g_2^0 \frac{R_E^4}{r^3} \cos \lambda \sin \lambda = 0 \quad (3.17)$$

y despejando pc/e , es decir R_c , obtenemos

$$R_c = g_1^0 \frac{R_E^3}{4 r^2} (\cos \lambda)^4 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{g_2^0 R_E}{g_1^0 r} \sin \lambda\right)^2 \quad (3.18)$$

Esta expresión particularizada para la superficie de la Tierra quedaría

$$R_c = g_1^0 \frac{R_E}{4} (\cos \lambda)^4 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{g_2^0}{g_1^0} \sin \lambda\right)^2 \quad (3.19)$$

Este resultado se basa entonces en una aproximación: $\gamma_c \text{ dipolar} \approx \gamma_c \text{ superposición}$, que no fue mencionada ni justificada por el autor en su trabajo (Jory, 1955). Tampoco encontramos referencias posteriores que mencionen este “error” (Comedi et al., 2020).

3.4 Estimación de R_c y su tendencia en el período 1900-2020 considerando campo magnético con componentes dipolar y cuadrupolar

Considerando la misma retícula que en la Sección 3.2, pero ahora solo el caso de coordenadas geomagnéticas CD, y agregando ahora los valores de g_2^0 para la estimación de R_c se obtiene la distribución espacial que se grafica en la Figura 3.6. Si bien el patrón espacial y los valores de R_c lucen idénticos a los obtenidos en el caso dipolar para coordenadas geomagnéticas CD y ED que se ilustra en la Figura 3.2, en este caso la diferencia porcentual entre estos valores de R_c y el dado por la Ecuación (3.1), alcanza el 25% en las regiones polares. Estas regiones son precisamente las más afectadas en términos de valores de campo cuando se suma un cuadrupolo axial al campo dipolar. Esto ocurre porque las líneas de campo del cuadrupolo axial tienen el mismo signo en los polos situados en los polos geográficos, mientras que el dipolo tiene signo opuesto. Esto hace que mientras que en el polo de un hemisferio el cuadrupolo se suma al dipolo, en el otro se resta, ampliando la diferencia entre ellos.

Para estimar la variación secular, o tendencia, se considera la regresión de R_c en t de acuerdo a la Ecuación (3.3) para cada punto de la grilla, y se estima la pendiente α en [GV/año]. La Figura 3.8 muestra la variación espacial de esta tendencia para todo el planeta.

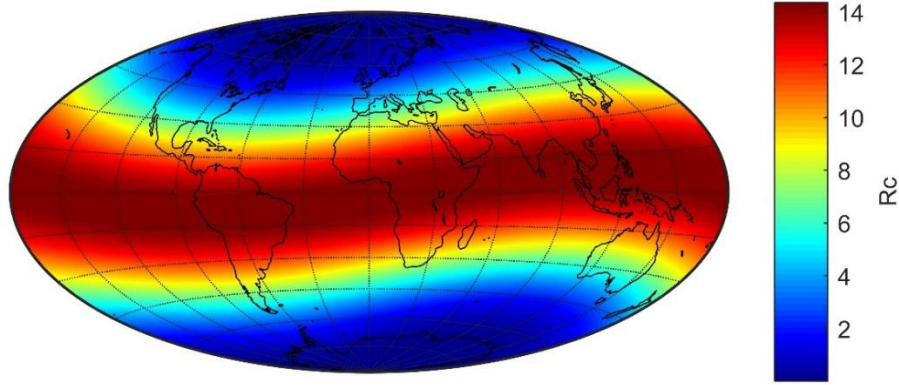


Figura 3.6 Rigidez de corte vertical, R_c , en GV, en la superficie de la Tierra, año 2020, obtenido a partir de la fórmula de Jory (1955) aplicando la teoría de Størmer a un campo magnético con componentes dipolar y cuadrupolar, usando coordenadas de dipolo centrado, CD.

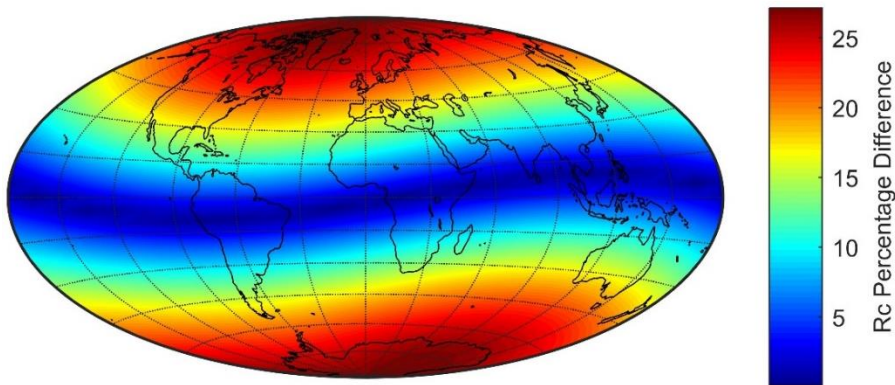


Figura 3.7 Diferencia porcentual de R_c entre el valor obtenido con la fórmula de Jory (1955) y el valor obtenido para el campo dipolar, en el año 2020.

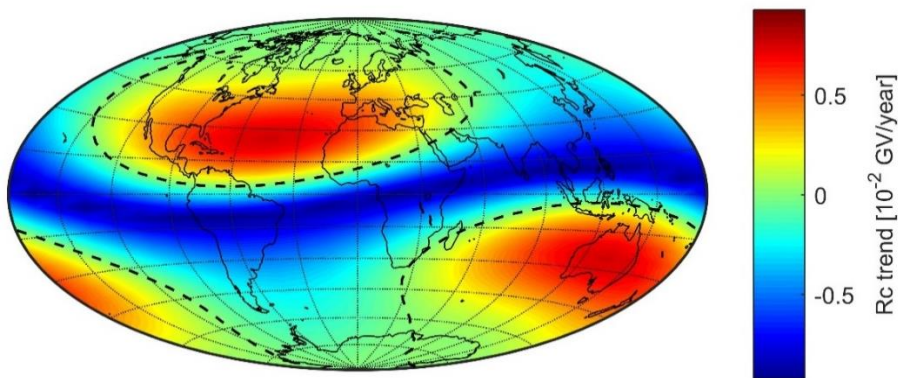


Figura 3.8 Distribución espacial de la tendencia lineal de R_c , estimado a partir de la fórmula de Jory (1955) incluyendo la componente cuadrupolar, para el período 1900-2020 empleando coordenadas geomagnéticas de dipolo centrado, CD.

3.5 Estimación de Rc considerando campo magnético cuadrupolar axial

Un posible escenario de campo geomagnético en el período de transición hacia una inversión de polaridad estaría dado por un campo cuadrupolar. En este caso, suponiendo un campo cuadrupolar axial, las Ecuaciones (3.7), (3.8) y (3.10), donde ahora A_ω está dado por

$$A_\omega = -g_2^0 \frac{R_E^4}{r^3} \cos \lambda \sen \lambda \quad (3.20)$$

resultan

$$\frac{\partial Q}{\partial r} = -\frac{2\gamma}{r^2 \cos \lambda} + \frac{9}{2} \frac{e}{pc} g_2^0 \frac{R_E^4}{r^4} \cos \lambda \sen \lambda = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial \lambda} = \frac{1}{r} \left(-\frac{2\gamma \sen \lambda}{r \cos^2 \lambda} - \frac{3}{2} \frac{e}{p} g_2^0 \frac{R_E^4}{r^3} \sen^2 \lambda + \frac{3}{2} \frac{e}{pc} g_2^0 \frac{R_E^4}{r^3} \cos^2 \lambda \right) = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{2\gamma}{r \cos \lambda} - \frac{3}{2} \frac{e}{p} g_2^0 \frac{R_E^4}{r^4} \cos \lambda \sen \lambda = -1 \quad (3.23)$$

Las cuales también tienen soluciones analíticas. Dado el grado de la ecuación se obtienen dos soluciones. Una de ellas es

$$\begin{aligned} \gamma_c &= \frac{3}{2^{\frac{1}{3}} 5^{\frac{5}{6}}} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{e}{pc} \right) g_2^0 R_E^4 \right]^{\frac{1}{3}} = 0.71285 \left[\left(\frac{e}{pc} \right) g_2^0 R_E^4 \right]^{\frac{1}{3}} \\ r_c &= \frac{2^{\frac{4}{3}}}{5^{\frac{2}{3}}} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{e}{pc} \right) g_2^0 R_E^4 \right]^{\frac{2}{3}} = 1.1292 \left[\left(\frac{e}{pc} \right) g_2^0 R_E^4 \right]^{\frac{2}{3}} \\ \lambda_c &= \arcsen \frac{1}{\sqrt{5}} = 26.565^\circ \end{aligned}$$

Y la otra solución es

$$\begin{aligned} \gamma_c &= -\frac{3}{2^{\frac{1}{3}} 5^{\frac{5}{6}}} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{e}{pc} \right) g_2^0 R_E^4 \right]^{\frac{1}{3}} = -0.71285 \left[\left(\frac{e}{pc} \right) g_2^0 R_E^4 \right]^{\frac{1}{3}} \\ r_c &= \frac{2^{\frac{4}{3}}}{5^{\frac{2}{3}}} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{e}{pc} \right) g_2^0 R_E^4 \right]^{\frac{2}{3}} = 1.1292 \left[\left(\frac{e}{pc} \right) g_2^0 R_E^4 \right]^{\frac{2}{3}} \\ \lambda_c &= \arcsen \left(-\frac{1}{\sqrt{5}} \right) = -26.565^\circ \end{aligned}$$

Es decir, el mismo r_c , pero γ_c con signo opuesto, y λ_c en el hemisferios sur.

Así como en el caso dipolar, r_c corresponde, como C, al radio de la órbita circular estable que describiría una partícula en el ecuador, en el caso cuadrupolar r_c indica el radio de la órbita circular estable que describiría una partícula en un plano a $26.565^\circ N$ y otro a $26.565^\circ S$. Estos resultados coinciden con los de Tsareva (2019) quien llega a estos valores, pero empleando otra metodología para resolver la teoría de Størmer para el campo cuadrupolar.

Reemplazando el valor de γ_c obtenido en este caso en la Ecuación (3.23) igualada a cero, es decir

$$\frac{2 \frac{3}{2} \frac{1}{5} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{e}{pc} \right) g_2^0 R_E^4 \right]^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{3}{5}} 3^{\frac{1}{6}} r \cos \lambda} - \frac{3}{2} \frac{e}{p} g_2^0 \frac{R_E^4}{r^4} \cos \lambda \sin \lambda = 0 \quad (3.24)$$

se obtiene para R_c el siguiente resultado

$$R_c = \frac{5^{5/4}}{4 \cdot 3^{1/2}} \frac{g_2^0 R_E^4}{r^3} (\cos \lambda)^3 |\sin \lambda|^{\frac{3}{2}} = 1.079 \frac{g_2^0 R_E^4}{r^3} (\cos \lambda)^3 |\sin \lambda|^{\frac{3}{2}} \quad (3.25)$$

Si suponemos que la energía del dipolo se transfiere completamente al cuadrupolo axial, y considerando que la energía se conserva en el límite núcleo-manto, se obtiene para g_2^0 el valor 13.144,3 nT (considerando para g_1^0 el valor del año 2020, es decir 29404.8 nT). La Figura 3.9 muestra la distribución espacial de R_c que resulta de la Ecuación (3.25), donde se nota claramente que, al igual que en el caso dipolar, la mayor rigidez se da en las zonas del ecuador magnético que en este caso son dos. Se tiene rigidez cero en los polos situados en los polos geográficos y también en el polo adicional del cuadrupolo axial que se da alrededor del ecuador geográfico. Es decir que en esta situación incluso se podrían observar auroras durante la noche en la zona del ecuador geográfico.

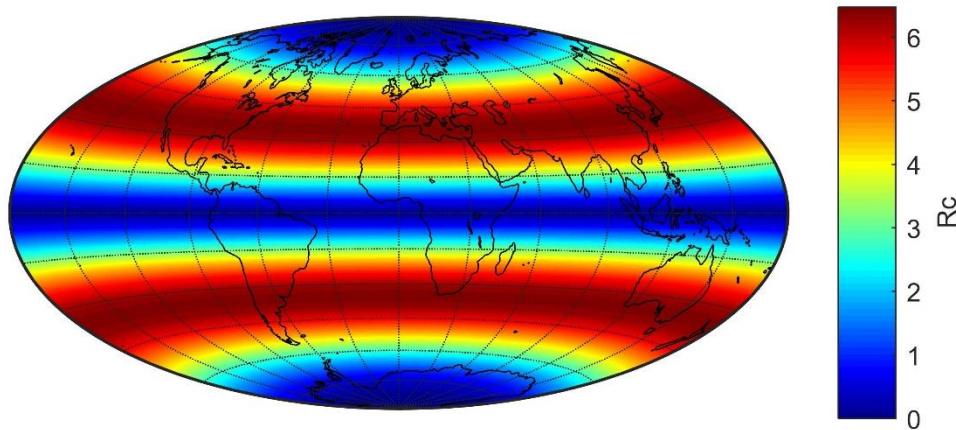


Figura 3.9 Rigidez de corte vertical, R_c , en GV, en la superficie de la Tierra, año 2020, para un campo magnético cuadrupolar axial cuya energía en el límite núcleo manto es la misma que la de la componente dipolar del año 2020.

3.6 R_c basada en trayectorias y su tendencia en el período 1900-2020

Para estimar cuan acertadas son las tendencias de R_c basadas en estimaciones teóricas a partir de las expresiones analíticas analizadas, estimamos las mismas tendencias utilizando valores de R_c obtenidos mediante el cálculo de trayectorias de numerosísimas partículas cargadas en un amplio rango de energías y que fueron publicados por Gvozdevsky et al. (2016). Estos valores consisten en distribuciones planetarias en una grilla de latitud-longitud de $5^\circ \times 15^\circ$ para direcciones verticales de ingreso. Ellos usaron el modelo IGRF para el campo geomagnético y brindaron libre acceso de sus resultados para todas las épocas desde 1900 hasta 2050 con un paso de 5 años en ftp://crsb.izmiran.ru/Magnetospheric_Effect/GRID_1900-2050_Rc/. La

Figura 3.10 presenta la distribución global de R_c para el año 2020, la cual resulta similar a las distribuciones obtenidas considerando el dipolo en coordenadas CD y ED, y también a la obtenida con la fórmula de Jory.

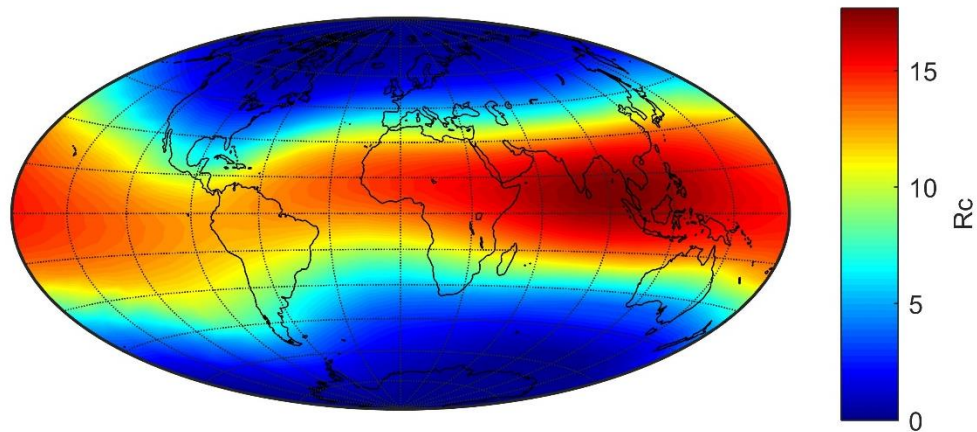


Figura 3.10 Rigidez de corte vertical, R_c , en GV, en la superficie de la Tierra, año 2020, obtenido a partir de cálculos basados en trayectorias obtenidos por Gvozdevsky et al (2016).

De igual manera que en los casos dipolar y dipolo más cuadrupolo, se estimó la tendencia lineal de R_c punto a punto para el período 1900-2020 para estos valores y su distribución espacial se muestra en la Figura 3.11. Se observa una gran similitud del patrón espacial entre los valores de Gvozdevsky et al (2016) basados en trayectorias, a los que llamaremos valores de referencia, y los obtenidos en base a las fórmulas analíticas, sobre todo por la presencia de dos “parches” en el hemisferio del este uno con tendencias positivas en R_c y otro con tendencias negativas.

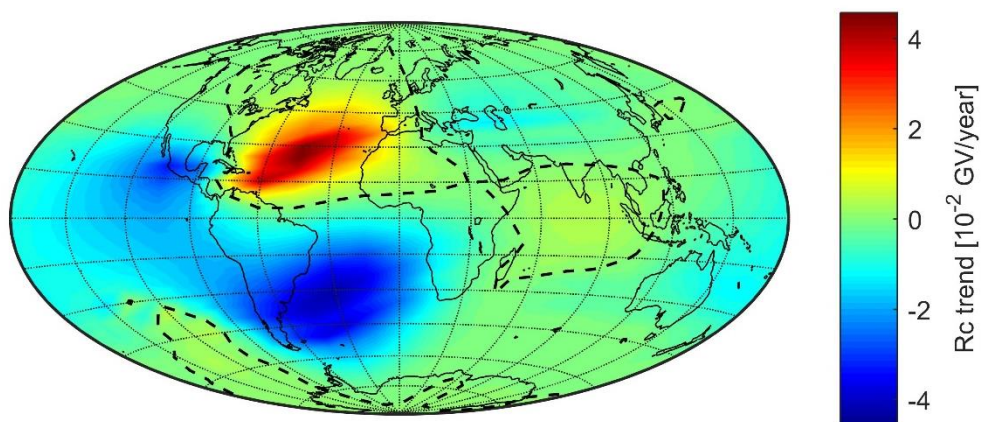


Figura 3.10 Distribución espacial de la tendencia lineal de R_c para el período 1900-2020 empleando valores de R_c basados en trayectorias obtenidos por Gvozdevsky et al (2016).

3.7 Comparación entre tendencias de R_c obtenidas a partir de fórmulas analíticas y de valores basados en trayectorias

Como medida de la diferencia entre las estimaciones de R_c obtenidas a partir de expresiones analíticas y los valores basados en trayectorias, calculamos el valor de R_c global promedio en cada caso. Para esto se tuvo en cuenta que los valores están distribuidos uniformemente en una grilla de latitud-longitud en una Tierra esférica, por consiguiente debe tenerse en cuenta el peso según el área abarcada por cada rectángulo de $5^\circ \times 15^\circ$ el cual varía con la latitud. Llamamos entonces a este valor promedio: “valor promedio pesado”. Este resulta 7.59 GV y 7.60 GV cuando se considera un campo dipolar con dipolo centrado y excéntrico, respectivamente, 8.21 GV en el caso del campo dipolar más la contribución cuadrupolar, y 8.20 GV en el caso basado en trayectorias. Aunque la ecuación de Jory tiene el error que mencionamos anteriormente, su valor promedio pesado de R_c es más cercano al valor de referencia.

Con respecto a la variación secular, la Figura 3.11 muestra la diferencia entre los valores promedio pesados de cada estimación analítica con respecto al valor de referencia a lo largo del período 1900-2020. Si bien el apartamiento con respecto al valor promedio de referencia va aumentando con los años, el más próximo resulta el valor estimado con la fórmula de Jory en todo el período.

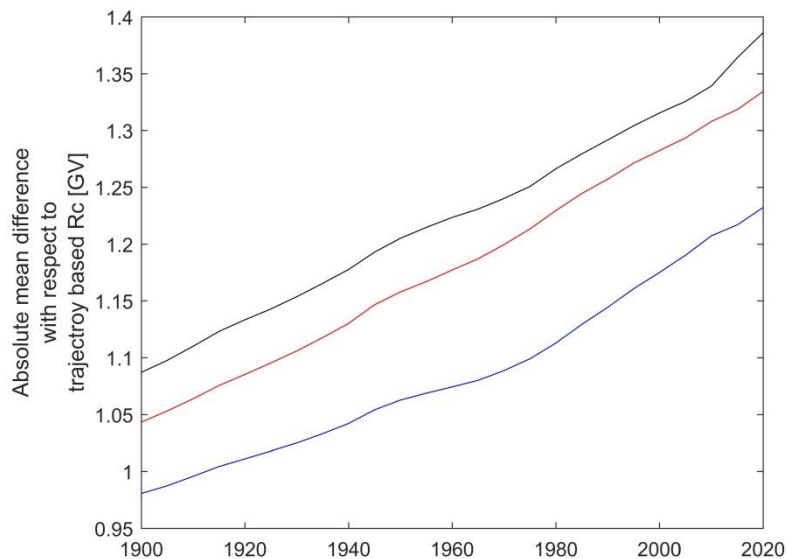


Figure 3.11 Diferencia entre el valor global promedio pesado de R_c entre el valor de R_c obtenido en base a trayectorias y el obtenido con cada una de las fórmulas analíticas considerando dipolo centrado (línea roja), dipolo excéntrico (línea negra) y la fórmula de Jory para la superposición del dipolo y el cuadrupolo (línea azul).

Capítulo 4

Discusión y conclusiones

El patrón de variabilidad de R_c obtenido en todos los casos se debe a la variación del campo geomagnético ya que es el único parámetro variable tanto en el caso de los valores de R_c obtenidos analíticamente como en el caso basado en trayectorias. Sin embargo, el patrón observado no consiste en un decrecimiento uniforme de R_c como se esperaría en el caso de que la variación secular del campo geomagnético se deba únicamente a una disminución de la intensidad del campo dipolar, que es la principal variación en las últimas décadas. En este último capítulo se analiza el origen del patrón de tendencias observado, se presentan las discusiones y conclusiones generales, junto las líneas futuras de investigación que quedan abiertas a partir de los resultados aquí obtenidos.

4.1 Análisis del patrón espacial de tendencias en R_c

La distribución espacial de la variación secular de R_c , basada tanto en valores obtenidos analíticamente en esta Tesis como a través de las simulaciones basadas en trayectorias hechas por Gvozdevsky et al. (2016), además de no ser homogénea, presenta claramente dos regiones relativamente prominentes de tendencias positivas y negativas, respectivamente, en el hemisferio oeste. La posición del centro de estas regiones, estimado como la ubicación en la cual se detecta la máxima tendencia en el caso de tendencias positivas, y la mínima tendencia en el caso de tendencias negativas, junto con los valores de estas tendencias, se listan en la Tabla 4.1. Precisamente Gvozdevsky et al. (2016) mencionan en su trabajo el decrecimiento en la rigidez que se observa en la región sur del Océano Atlántico y un aumento comparable en magnitud en la región norte de este océano. Este patrón también había sido notado décadas atrás por Shea & Smart (1975).

El mejor acuerdo con los resultados basados en trayectorias, en cuanto a posiciones de los extremos en las tendencias, lo tiene el caso teórico estimado para un campo dipolar excéntrico, es decir ED, como puede deducirse de la Tabla 4.1. El caso de dipolo centrado y la fórmula de Jory con la superposición de dipolo y cuadrupolo ubican la región de tendencia mínima en el hemisferio este, mientras que la del oeste es una región de mínimo parcial.

Notando que la variación secular del campo geomagnético, al menos en los últimos 120 años, se compone principalmente de: (1) una disminución en el momento dipolar, (2) una rotación en el eje dipolar, (3) un desplazamiento del eje dipolar, y (4) un aumento de la componente cuadrupolar, simulamos cada una de estas variaciones de manera independiente. Es decir, modificando los coeficientes de Gauss, simulamos una rotación de 4° del eje dipolar (similar a al cambio real latitudinal del polo norte en el período 1920-2020), un desplazamiento hacia el oeste de 300 km (similar también al desplazamiento real), una disminución del 7,2% del momento dipolar, y un estado final cuadrupolar (que es una situación completamente extrema

e irreal) solo para evaluar el efecto de un rol creciente de la componente cuadrupolar. Las tendencias esperadas en R_c debido a estos cuatro efectos se muestran en la Figura 4.1.

Tabla 4.1. Máximos valores de las tendencias positiva y negativa de R_c en el período 1900-2020 y su posición geográfica.

Modelo de R_c	Tendencia creciente máxima [10 ⁻² GV/year]	Latitud Geográfica	Longitud Geográfica	Tendencia mínima decreciente [10 ⁻² GV/year]	Latitud Geográfica	Longitud Geográfica
CD	0.16	40°N	40°O	-1.19	25°N	135°E
ED	0.79	30°N	60°O	-1.32	25°S	30°O
Dipolo + cuadrupolo	0.77	25°N	40°O	-0.93	5°S	135°E
Basado en trayectorias	4.57	25°N	40°O	-4.25	30°S	30°O

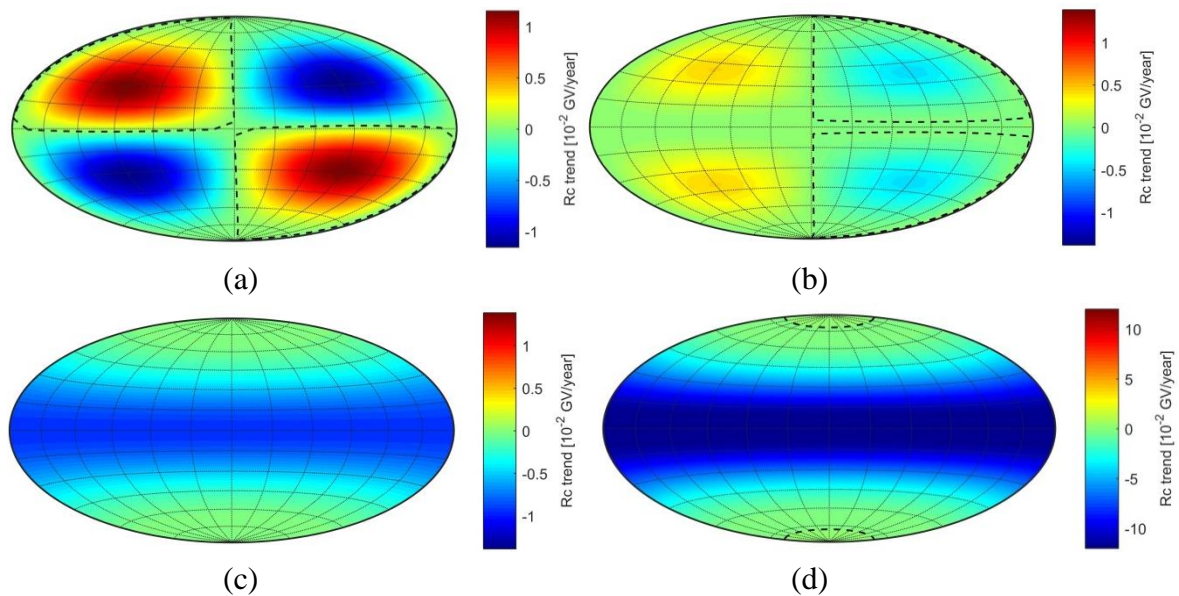


Figura 4.1 Tendencias de R_c en [GV/año], simuladas para (a) una rotación de 4° del eje dipolar con centro y momento constantes, (b) desplazamiento de 300 km del eje dipolar con orientación y momento constantes, (c) disminución del momento dipolar de 7.2% con centro y orientación del eje constantes, y (d) estado final cuadrupolar con componente dipolar nula.

De la Figura 4.1(a) es claro que la ocurrencia de una región positiva por encima de una negativa en el mismo hemisferio indicaría que la rotación del eje dipolar tiene un efecto más fuerte durante el período analizado que el desplazamiento de eje dipolar. Y el hecho de que aparezca más fuerte en el hemisferio oeste que en el este indicaría que el polo norte geomagnético se ha

desplazado a latitudes mayores que el polo sur, lo cual también ha ocurrido durante el período analizado (Tsyganenko, 2019; Zossi et al., 2020). El decrecimiento del momento dipolar (sin ningún otro cambio), mostrado en la Figura 4.1(c), que también está ocurriendo, induciría una tendencia negativa global con uniformidad zonal excepto en los polos donde la tendencia sería cero, y las tendencias más fuertes serían en el ecuador. Finalmente, el rol en aumento de la componente cuadrupolar, si suponemos que la intensidad cuadrupolar siempre es menor que la dipolar, como se deduciría de la conservación de energía en el límite núcleo-manto, debería tener un efecto similar al decrecimiento del momento dipolar pero con dos regiones positivas débiles alrededor de los polos dipolares norte y sur con una región de tendencia negativa enorme a lo largo del ecuador geomagnético, ya que si el campo fuera puramente cuadrupolar R_c sería nulo en dicha región, y la situación actual con campo predominantemente dipolar es que ésta es la región con máxima R_c .

Las regiones de tendencias positivas y negativas de R_c resultarían fundamentalmente debido a dos procesos: la rotación y el desplazamiento del eje dipolar.

4.2 Discusión

Se estimó en esta Tesis la variación de largo plazo de R_c debida a la variación secular del campo magnético de la Tierra, siendo R_c un indicador de cambios que se deberían esperar en el ingreso de partículas cargadas a la atmósfera de la Tierra por efecto de los cambios en este campo. Suponiendo que un aumento de R_c implica una disminución en el flujo de ingreso de partículas cargadas, y una disminución de R_c se correspondería con un aumento en este flujo, y si bien en promedio el campo magnético terrestre se está debilitando, hay regiones del planeta donde R_c está aumentando. Una disminución en el campo magnético nos haría pensar en un aumento en el flujo de partículas debido a una consecuente disminución en R_c , pero dado que la variación se compone de diversos procesos que actúan de manera diferente según la región del planeta, el patrón de variación espacial no es tan sencillo.

El enfoque teórico y analítico de esta Tesis permitió analizar separadamente el efecto de cada proceso de variación en el campo geomagnético, y detectar que la rotación del eje dipolar en primer término, acompañado de su desplazamiento son los responsables del patrón de tendencias observado.

En cuanto a la variación temporal de la diferencia absoluta de los valores promedios globales que se obtuvieron a partir de las fórmulas analíticas de R_c , la fórmula de Jory parece ser una mejor estimación durante todo el período. Sin embargo, en todos los casos la diferencia con la simulación aumenta con el tiempo, muy probablemente debido a un rol cada vez mayor de las componentes no dipolares que son despreciadas en los casos de CD y ED, y tomadas en cuenta de manera errónea en la fórmula de Jory.

Discutiendo ahora los valores de las tendencias, aunque los valores máximos obtenidos analíticamente son bastante menores que los basados en trayectorias, los promedios pesados son similares. La excepción sería el caso de la superposición de dipolo y cuadrupolo. Estos

valores promedios de tendencia (teniendo en cuenta el pesado por diferencia de área en función de la latitud) resultan ser -0.50, -0.49, y -0.08 [en 10^{-2} Gv/año] en los casos teóricos usando CD, ED y la fórmula de Jory respectivamente, y -0.50 [en 10^{-2} Gv/año] en la simulación basada en trayectorias. Este valor es consistente con el decrecimiento promedio de R_c de 3.4% para el ingreso vertical de partículas dado por Gvozdevsky et al. (2016). En nuestro caso, las tendencias en porcentaje se corresponderían con un decrecimiento de $\sim 3,3\%$ en los casos teóricos de CD y ED y un $\sim 3,1\%$ en el caso basado en trayectorias. Para el caso de superposición de dipolo y cuadrupolo, resultaría en una disminución de $\sim 0,5\%$ es decir mucho menor que el porcentaje basado en trayectorias.

Aunque con el desarrollo de mejores herramientas computacionales las estimaciones basadas en trayectorias son la elección natural para analizar variaciones de R_c , consideramos que el uso de la ecuación de Størmer, con coordenadas magnéticas apropiadas, tiene la ventaja de su forma analítica y uso extremadamente rápido. Es suficiente, además, para muchas aplicaciones. Esto se debe a la alta prevalencia del dipolo axial, aunque la contribución cuadrupolar se está volviendo cada vez más importante. La fórmula de Jory funciona mejor posiblemente debido a que la mejora con la inclusión de la componente cuadrupolar excede el error introducido por el valor incorrecto de γ_c . A medida que la componente cuadrupolar aumente a expensas de la componente dipolar, la fórmula de Størmer para el dipolo puro y la fórmula de Jory ya no serán adecuadas.

Posibles usos de las expresiones analíticas de R_c surgen de su simplicidad y de la rapidez de su cálculo. Un ejemplo sería en evaluaciones de variabilidad para distintos escenarios dipolares, donde el momento dipolar o la posición de su eje sean modificados. Usar estimaciones basadas en trayectorias consumiría mucho tiempo, especialmente si se realizan varias modificaciones. Un ejemplo de aplicación concreto sería la variación del flujo de rayos cósmicos inducida por el efecto del cambio secular en el campo geomagnético sobre R_c . Se deduciría de una manera rápida y simple con las expresiones analíticas y estas estimaciones podrían ser incluidas en modelos climáticos que consideran efectos de rayos cósmicos en las modificaciones de la cubierta nubosa. Por lo tanto, puede servir como una manera conveniente de obtener primeras aproximaciones de posibles efectos que pueda tener la variación del campo geomagnético sobre el clima.

4.3 Conclusiones generales

En resumen, entonces, las principales conclusiones obtenidas en este trabajo de Tesis son:

- La distribución global de la variación secular de R_c obtenida con aproximaciones analíticas presenta dos regiones de tendencias, una con valores positivos y otra con valores negativos, en concordancia con estimaciones basadas en trayectorias.
- Ambas regiones surgen debido a la rotación y desplazamiento del eje dipolar, con un efecto más fuerte debido a la rotación.
- Diferentes escenarios de un campo principalmente dipolar (como por ejemplo dipolo con

eje rotado o desplazado) se pueden evaluar fácilmente usando aproximaciones analíticas de R_c .

- Aunque los valores extremos de las tendencias basadas en estimaciones teóricas de R_c son más pequeños que los obtenidos mediante el uso de R_c basado en trayectorias, los promedios globales son similares, con la excepción de la superposición dipolo y cuadrupolo.
- Se detecta que el valor que Jory (1955) para γ_c dado un campo magnético que consiste en una superposición de componentes dipolar y cuadrupolar axiales es incorrecto, y no encontramos referencias posteriores que mencionen este “error”.
- Debido al rol creciente de la componente cuadrupolar en el campo geomagnético, la fórmula de Jory ya no será adecuada para evaluar R_c debido a su consideración incorrecta del momento crítico generalizado.

4.4 Líneas futuras de investigación

Este trabajo deja abiertas líneas de investigación de interés para el área de Meteorología Espacial, estudio de los cinturones de radiación de Van Allen, ingreso de rayos cósmicos, y el estudio de la relación Sol-Tierra en general. Entre estas líneas destaco las siguientes:

- Encontrar las fórmulas analíticas de γ_c , r_c y λ_c correspondientes a la superposición de dipolo y cuadrupolo. Las ecuaciones quedaron planteadas en la Sección 3.3, y corresponden a las Ecuaciones (3.14) a (3.16). Con esto se podría analizar la variación paso a paso de un posible escenario de inversión que consista en una transición desde un campo fundamentalmente dipolar, a un campo cuadrupolar previo al crecimiento de un campo dipolar invertido.
- Estimar cuanto tiempo transcurrirá hasta que el error en el empleo de la fórmula de Jory, la cual utiliza un valor incorrecto para γ_c , se vuelva significativo.
- Estimar el flujo y la tendencia del flujo de rayos cósmicos galácticos que implica cada uno de los modelos utilizados para la variación espacial y temporal de R_c .
- Comparar las tendencias obtenidas en R_c con las tendencias observadas en el flujo de rayos cósmicos galácticos, para lo cual está disponible la base de datos de rayos cósmicos del World Data Center for Cosmic Rays (WDCCR), del Solar-Terrestrial Environment Laboratory (STELAB) de la Universidad de Nagoya (<http://cidas.isee.nagoya-u.ac.jp/WDCRR/>), que poseen datos de más de 130 estaciones con registros desde el año 1957.

Referencias

- Baumjohann, W. & R.A. Treumann (1997), *Basic Space Plasma Physics*, Imperial College Press, London.
- Biswas, S. (2000). *Cosmic Perspectives in Space Physics*, Springer, Netherlands.
- Chapman, S. & J. Bartels (1940), *Geomagnetism, Vol.2: Analysis of the Data and Physical Theories*, 1era Edición, Oxford University Press, Londres.
- Comedi, E.S., Elias, A.G., & Zossi, B.S. (2020), Spatial features of geomagnetic cutoff rigidity secular variation using analytical approaches, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 211, 105475.
- Glassmeier, K.H. H. Soffel, and J.F.W. Negendank (2009), *Geomagnetic Field Variations*, Springer-Verlag, Berlin, Alemania.
- Goldstein, H., (1980), *Classical Mechanics*, 2da Edición, Addison-Wesley Publishing Company, Estados Unidos.
- Gvozdevsky, B.B., A. A. Abunin, P. G. Kobelev, R. T. Gushchina, A. V. Belov, E. A. Eroshenko & V. G. Yanke (2016). Magnetospheric effects of cosmic rays. 1. Long-term changes in the geomagnetic cutoff rigidities for the stations of the global network of neutron monitors. *Geomagn. Aeron.* 56, 381–392 (2016).
- Gvozdevsky, B.B., A.V. Belov, R.T. Gushchina, E.A. Eroshenko, & V.G. Yanke (2019). Planetary long term changes of the cosmic ray geomagnetic cut off rigidities, *Journal of Physics: Conference Series*, 1181, 012008.
- Hargreaves, J.K. (1995), *The solar-terrestrial environment. An introduction to geospace - the science of the terrestrial upper atmosphere, ionosphere and magnetosphere*, Cambridge University Press, Estados Unidos.
- Jacobs, J.A. (1994), *Reversals of the Earth's Magnetic Field*, 2nd Edition, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Jackson, J.D. (1999), *Classical Electrodynamics*, 3era Edición, John Wiley & Sons, Estados Unidos.
- Jory, F.S. (1956). Influence of geomagnetic quadrupole fields upon cosmic-ray intensity, *Phys. Rev.*, 102, 1167-1173.
- Laundal, K.M. & Richmond, A.D. (2017), Magnetic Coordinate Systems, *Space Sci. Rev.*, 206, 27–59.
- Li, W., & M.K. Hudson (2019). Earth's Van Allen radiation belts: From discovery to the Van Allen Probes era, *J. Geophys. Res.*, 124, 8319– 8351.

- Lowes, F.J. (1966), Mean values on sphere of spherical harmonic vector fields, *J. Geophys. Res.*, 71, 2179.
- Lowes, F.J. (1988), *The Geomagnetic Field over the Last 200 Years, Secular Solar and Geomagnetic Variations in the Last 10,000 Years*, Edited by Stephenson & Wolfendale, Kluwer Academic Publishers, Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Secular Solar and Geomagnetic Variations in the Last 10,000 Years, Durham, England, 6-10 April 1987, 367-379.
- Mazaud, A. (2007), Geomagnetic polarity reversals, en *Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*, Editores: Gubbins & Herrero-Bervera, Springer, The Netherland, 320-324.
- McIntyre, S.R.N., Lineweaver, C.H., & Ireland, M.J. (2019). Planetary magnetism as a parameter in exoplanet habitability. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 485, 3999–4012.
- Merrill, R.T., M.W. McElhinny, and P.L. McFadden (1996), *The Magnetic Field of the Earth*, Academic Press, California, USA.
- Mironova, I.A., Aplin, K.L., Arnold, F. et al. (2015), Energetic Particle Influence on the Earth's Atmosphere, *Space Science Reviews*, 194, 1–96.
- Panovska, S., Constable, C.G., & Korte, M. (2018). Extending global continuous geomagnetic field reconstructions on timescales beyond human civilization. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 19, 4757–4772.
- Panovska S., Korte M., & Constable C.G. (2019). One hundred thousand years of geomagnetic field evolution. *Reviews of Geophysics*, 57, 1289-1337.
- Potgieter, M.S. (2013), Solar Modulation of Cosmic Rays. *Living Rev. Sol. Phys.* 10, 3.
- Smith, W. (1875), *A Dictionary of Greek and Roman Antiquities*, John Murray Press, London, 1000-1001.
- Ramana, K.V.V., Murthy, K.S.R.N & Khan, I. (1998). Geomagnetic coordinates, time and field in centred and eccentric dipole approximations, *Indian Journal of Radio & Space Physics (IJRSP)*, 27, 35-42.
- Shea, M.A. and D.F. Smart (1975). A five by fifteen degree world grid of calculated cosmic-ray vertical cutoff rigidities for 1965 and 1975, *Proceedings from the 14th International Cosmic Ray Conference*, 4 1298-1303.
- Shebalin, J.V. (2004), Størmer regions for axisymmetric magnetic multipole fields, *Physics of Plasmas* 11, 3472-3482.
- Stacey, F.D. & P.M. Davis (2008), *Physics of the Earth*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

- Störmer, C. (1955). *The polar aurora*, Oxford Clarendon Press, London.
- Tarduno, J.A. (2018), Subterranean clues to the future of our planetary magnetic shield, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* PNAS, 115, 13154–13156.
- Thebault, E., C.C. Finlay, C. Beggan, P. Alken, J. Aubert, et al. (2015), International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation, *Earth, Planets and Space*, 67, 79.
- Tsareva, O.O. (2019). Generalization of Störmer theory for an axisymmetric superposition of dipole and quadrupole fields. *Journal of Geophysical Research*, 124, 2844– 2853.
- Urban, E.W. (1965). Critical Störmer conditions in quadrupole and double ring-current fields, *Journal of Mathematical Physics*, 6, 1966-1975.
- Van Allen, J. A., Ludwig, G. H., Ray, E. C., & McIlwain, C. E. (1958). Observation of high intensity radiation by satellites 1958 Alpha and Gamma. *Journal of Jet Propulsion*, 28, 588– 592.
- Vestine, E.H. (1967). Main geomagnetic field, en *Physics of Geomagnetic Phenomena*, Vol. 1, Editores: Matsushita & Campbell, Academic Press, New York, 181-234.
- Wardinski, I. (2007), Geomagnetic secular variation, en *Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*, Editores: Gubbins & Herrero-Bervera, Springer, The Netherland, 346-349.