

## **Mecánica Analítica**

Responsable: Dr. Blas de Haro Barbás      Email: bdeharo@herrera.unt.edu.ar

1<sup>er</sup> Semestre

Carga horaria: 6 (seis) horas semanales

Método de Evaluación: El alumno deberá tener el 75% de asistencia a las clases prácticas de problemas y clases teóricas. Se rendirán 2 parciales con notas no menores que 4 (cuatro) a fin de promocionar la asignatura. El alumno tendrá instancias de recuperaciones para cada parcial, además de una instancia integral.

### **Capítulo I**

#### **Trabajos Virtuales. Cálculo de Variaciones. Ecuaciones de Lagrange**

Introducción. El principio del Trabajo Virtual y el principio de D'Alembert. Enunciado de Hamilton. Principio de mínima acción. Cálculo de variaciones. Presentación del problema. Caso de una sola variable dependiente y una independiente. La ecuación de Euler. Ejemplos de aplicación. Problema de la braquistócrona. La segunda forma de la ecuación de Euler. Caso de varias variables dependientes. La ecuación de Euler con vínculos. Ecuaciones de Lagrange. Coordenadas generalizadas. Ecuaciones de Lagrange para sistemas no conservativos y no holónomos. Fuerzas generalizadas. Multiplicadores de Lagrange. Empleo de los multiplicadores. Potenciales dependientes de la velocidad. Funciones de disipación. Aplicaciones de las ecuaciones de Lagrange. Teoremas de conservación (energía, momento lineal, momento angular) en la formulación lagrangiana. Aproximación lagrangiana a la Mecánica versus aproximación newtoniana.

### **Capítulo II**

#### **Problema de la fuerza central entre dos cuerpos**

Reducción al problema equivalente de un solo cuerpo. Expresión para el lagrangiano en coordenadas polares planas. Ecuaciones de movimiento e integrales primeras. El problema equivalente unidimensional y clasificación de las órbitas. Caso para una fuerza atractiva inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Ecuación de la trayectoria y problema de Kepler. Elipses e hipérbolas. Ecuación diferencial de la trayectoria. Ley de fuerzas inversa del cuadrado de la distancia. Ecuación de una cónica con un foco en el origen. Evaluación de la constante de integración  $\epsilon$ . Período del movimiento en órbitas elípticas. Leyes de Kepler. Dinámica del vuelo espacial. Efecto de la presión de radiación.

Trayectorias elípticas e hiperbólicas. Longitud de colisión. Tiempo de vuelo en hipérbola. Parámetros útiles en la descripción de una órbita. Alcance de un proyectil balístico.

### **Capítulo III**

#### **Cinemática del cuerpo rígido**

Definición de cuerpo rígido. Número de coordenadas independientes necesarias para determinar su configuración. Asignación de estas coordenadas. Cosenos directores. Relaciones existentes entre los cosenos directores. Transformaciones ortogonales. Condiciones de ortogonalidad. Significado de la matriz de transformación. Propiedades de la matriz de transformación. Matriz inversa, transpuesta, adjunta. Los ángulos de Euler. Teorema de Euler sobre el movimiento de un cuerpo rígido. El problema de los autovalores y los autovectores de la matriz de transformación. Ecuación característica o secular. Los autovalores como elementos de una matriz diagonal. Rotaciones infinitesimales. Imposibilidad de representar una rotación finita mediante un vector. Rotaciones propias e impropias. Vectores axiales y vectores polares. Velocidad de variación de un vector. Ecuación fundamental de la cinemática. Movimiento de una partícula en un sistema coordenado que gira con la Tierra. La fuerza de Coriolis. Desvío en la trayectoria de proyectiles. Movimiento de masas de aire sobre la Tierra.

### **Capítulo IV**

#### **Dinámica del cuerpo Rígido**

Introducción. Momento angular y energía cinética del movimiento alrededor de un punto. Desdoblamiento del problema en un movimiento de traslación y de rotación. Movimiento de un sólido rígido con un punto fijo. Momento angular y velocidad angular relacionados mediante una transformación lineal. Momentos de inercia y productos de inercia. Interpretación de la ecuación  $\mathbf{L}=\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$ . Tensores, definición general. Tensor de orden cero, de primer orden y de segundo orden. El tensor de inercia y el momento de inercia. Energía cinética del movimiento alrededor de un punto. Momento de inercia respecto al eje de rotación. Teorema de Steiner. Los autovalores del tensor de inercia y transformación a los ejes principales. Algunas propiedades de los tensores simétricos. Consideraciones sobre la energía cinética. Obtención de los ejes principales de inercia. Utilización de consideraciones de simetría. Resolución de problemas de cuerpo rígido. Obtención de las ecuaciones del movimiento de Euler. Movimiento de un cuerpo rígido libre de fuerzas. Estudio del movimiento de la Tierra.

## **Capítulo V**

### **Formulación Hamiltoniana**

Introducción. Transformaciones de Legendre. Ecuaciones canónicas de Hamilton del movimiento. Coordenadas cíclicas. Teoremas de conservación y el significado físico del hamiltoniano. El hamiltoniano como constante del movimiento y el hamiltoniano como la energía total. Ejemplos. Deducción de las ecuaciones de Hamilton a partir del principio variacional. Principio de Hamilton modificado. Ejemplos de transformaciones canónicas. Función generatriz. Corchete de Poisson. Propiedades. Ecuaciones en derivadas parciales en mecánica. Ecuación de Hamilton-Jacobi. La ecuación de Hamilton-Jacobi para la función característica de Hamilton.

### **Bibliografía**

H. Goldstein: Mecánica Clásica, Editorial Reverté.

M. G. Calkin: Lagrangian and Hamiltonian Mechanics, World Scientific.

J. B. Marion: Dinámica clásica de las partículas y los sistemas. Editorial Reverté.

L. D. Landau y E. M. Lifshitz: Mecánica, Editorial Reverté.

M. R. Spiegel: Theoretical Mechanics, Schaum.

D. F. Lawden: Selección de problemas resueltos de Mecánica Analítica, Editorial Limusa.