

Universidad Nacional de Tucumán

Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología

Departamento de Física



Análisis de las burbujas de plasma en la ionosfera ecuatorial utilizando métodos espectrales

Tesis de grado presentada para optar al título de

Licenciatura en Física

Autora

Ana Paulina Aragón Rodríguez

Director

Dr. Enrique Rojas Villalba

MIT Haystack Observatory, Massachusetts, Estados Unidos

Co-directora

Dra. Ana G. Elias

FACET, UNT & INFNOA (CONICET-UNT), Argentina

San Miguel de Tucumán, Argentina · Marzo de 2026

Jurado evaluador

Dr. De Haro Barbás, Blas F.

LIANM, FACET, UNT & INFNOA (UNT-CONICET)

Dr. Bridoux, Germán

LAFISO, FACET, UNT & INFNOA (UNT-CONICET)

Dr. Medina, Franco D.

LIANM, FACET, UNT & INFNOA (UNT-CONICET)

Marzo de 2026

Agradecimientos

A mi familia, por ser el cimiento de todo lo que soy. A mis padres, Myriam y Sergio, por su apoyo incondicional y por guiarme en este camino con la sabiduría de su propia experiencia; gracias por creer en mí incluso cuando yo no sabía cómo hacerlo. A mis hermanos, Angelina y Gaspar, a quienes atesoro con el alma; su presencia es el regalo más grande que me ha dado la vida.

Deseo dedicar este trabajo, con un profundo sentimiento de añoranza, a mi abuela Teresa. Sé que hoy estaría inmensamente orgullosa de verme alcanzar este sueño. Ella no tuvo la oportunidad de cursar una carrera de grado, y por eso, este título también le pertenece; lo porto con el honor de cumplir aquello que ella siempre anheló.

A Matías, mi compañero y mi refugio. Gracias por estos más de tres años de cuidado, paciencia y amor incondicional; por estar a mi lado en cada desvelo y celebrar cada pequeño triunfo como propio.

A mi grupo de amigas de toda la vida: Agus, Joo, Vicky, Jami, Albita y Pau. Gracias por sostenerme desde hace más de una década. Han sido mi apoyo emocional y psicológico fundamental, el lugar seguro donde siempre pude ser yo misma y encontrar la fuerza para seguir adelante.

A mis amigos de la facultad y de la secundaria, quienes hicieron que el peso del cursado se sintiera liviano. Gracias por el crecimiento compartido, por las risas en los pasillos y por el apoyo mutuo que nos trajo hasta aquí. Asimismo, extendiendo mi gratitud a los profesores de la carrera, cuya formación no solo me brindó conocimientos técnicos, sino que moldeó la profesional que soy hoy.

A los miembros del jurado, por su tiempo, dedicación y las valiosas correcciones que enriquecieron este trabajo final.

Mi gratitud al *MIT* por brindarme acceso a la plataforma *Engaging On-Demand*, herramienta fundamental para el desarrollo de las simulaciones de este proyecto. Asimismo, agradezco profundamente al programa *JIREP* en Perú, por abrirme sus puertas y brindarme una experiencia formativa invaluable que expandió mis conocimientos y mi visión profesional.

A la *Universidad Nacional de Tucumán* y a la *Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología*, por ser mi segundo hogar durante estos años y brindarme el espacio para crecer académica y personalmente. De igual manera, mi reconocimiento a la **Nación Argentina**,

por la invaluable oportunidad de formarme y estudiar a través de su sistema de educación pública y gratuita. Es un honor haberme formado en sus aulas.

A la *Secretaría de Ciencia, Arte e Innovación Tecnológica* (SCAIT), de la UNT, por otorgarme la *Beca Estudiantil de Investigación* (BEI) para realizar parte de este trabajo.

Finalmente, mi más profundo agradecimiento al Dr. Enrique Rojas Villalba y a la Dra. Ana Georgina Elias, por su incansable guía, su paciencia y su ayuda fundamental en el desarrollo de este trabajo. Gracias por confiar en mi capacidad y por orientarme con tanta generosidad en este último tramo.

Índice general

Agradecimientos	2
Resumen	9
1. Fundamentos de la ionosfera y dinámica ecuatorial	11
1.1. La ionosfera	11
1.1.1. Estructura vertical de la ionosfera	11
1.1.2. Formación y Composición	12
1.1.3. Relevancia de la región F	14
1.2. La Ionosfera Ecuatorial	14
1.2.1. Particularidades geomagnéticas del ecuador	15
1.2.2. Electrodinámica ecuatorial	16
1.2.3. Derivas de plasma, anomalía ecuatorial y electrojet ecuatorial	18
1.3. Rol del campo magnético en la dinámica del plasma ionosférico	20
1.3.1. Magnetización y anisotropía del transporte	20
1.3.2. Movimiento guiado por líneas de campo	21
1.3.3. Relevancia para la formación de irregularidades	21
1.4. Inestabilidades en el plasma y la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada	22
1.4.1. Concepto físico general	23
1.4.2. Rayleigh-Taylor en el contexto ionosférico	24
1.5. Burbujas de plasma ecuatorial (EPBs)	27
1.5.1. Descripción fenomenológica	28
1.5.2. Formación y evolución	29
1.5.3. Observación experimental de EPBs	32
1.6. Impacto tecnológico y motivación	33
1.6.1. Efectos sobre GNSS	34
1.6.2. Efectos sobre la propagación HF	36
1.6.3. Necesidad de modelado y simulación	37
2. Simulación de EPBs: modelo matemático	39
2.1. Descripción física del plasma ionosférico y supuestos del modelo	39

2.2.	Ecuaciones de fluido para la evolución de EPBs	40
2.3.	Modelo reducido de Zargham y Seyler para el régimen no lineal	42
2.3.1.	Análisis lineal local de estabilidad	45
2.4.	Teoría lineal de Huba para la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada (GRTI)	47
2.4.1.	Teoría local y relación de dispersión	48
2.4.2.	Límites físicos principales	49
2.4.3.	Teoría integrada en el tubo de flujo	50
2.4.4.	Predicciones principales de la teoría lineal	50
2.5.	Conexión entre Zargham y Huba	51
3.	Simulación de EPBs: Método espectral y plataforma Dedalus	52
3.1.	Resumen de los métodos numéricos y su evolución histórica	52
3.2.	Métodos espectrales y Dedalus como framework	59
3.3.	Caso de estudio: ecuación DAR (Difusión - Advección - Reacción)	66
3.3.1.	Configuración del problema	68
3.3.2.	Implementación del problema en Dedalus	69
3.3.3.	Comparación entre la solución exacta y las soluciones numéricas	72
4.	Simulación de EPBs: Implementación y análisis	77
4.1.	Configuración de la simulación	78
4.1.1.	Configuración del problema en Zargham y Seyler (1989)	78
4.1.2.	Configuración del problema en Dedalus a partir del modelo de Zargham y Seyler	79
4.2.	Implementación del problema en Dedalus	82
4.2.1.	Implementación computacional y paralelización	85
4.2.2.	Postprocesamiento y dimensionalización de los resultados	85
4.3.	Resultados	87
4.3.1.	Régimen Colisional	87
4.3.2.	Régimen inercial	89
4.3.3.	Comparación con resultados analíticos	92
5.	Conclusiones	97
5.1.	Líneas a futuro	98

Lista de figuras

1.1. Regiones de la ionosfera	12
1.2. Componentes de la ionosfera	13
1.3. Campo magnético de la Tierra	15
1.4. Esquema efecto dínamo	17
1.5. Densidad de corriente del electrojet ecuatorial	19
1.6. Secuencia Inestabilidad de Rayleigh-Taylor	23
1.7. Inestabilidad de Rayleigh-Taylor con geometría ecuatorial	25
1.8. Ionogramas con Spread F	28
1.9. Simulación 3D de EPBs	29
1.10. Simulación de Gravity Waves	30
1.11. Simulación de la inestabilidad de cizalladura colisional en la región F . . .	31
1.12. EPBs como resultado de interacciones secundarias	32
1.13. GOLD de burbujas con geolocalizaciones de centelleo F7/C2	35
1.14. Ondas de radio en la ionosfera con EPBs	36
3.1. Primera simulación bidimensional de la evolución no lineal de EPBs	53
3.2. EPBs bifurcadas representadas mediante un modelo de tres capas	53
3.3. Simulación con estructuras a pequeña escala en el interior de las EPBs . .	55
3.4. Primera simulación tridimensional de EPBs	57
3.5. Crecimiento temporal de EPBs en el plano magnético ecuatorial	58
3.6. Representación matricial del operador derivada en bases de Chebyshev . .	62
3.7. Secuencia conceptual de transformaciones algebraicas aplicada a un sistema espectral en base de Chebyshev	63
3.8. Bases espectrales en Dedalus	65
3.9. Solución analítica de la ecuación DAR	69
3.10. Comparativa de solución exacta vs. numérica CNAB2 y análisis de error . .	73
3.11. Comparativa de solución exacta vs. numérica RK443 y análisis de error . .	74
3.12. Evolución temporal de normas de error con solver CNAB2	75
3.13. Evolución temporal de normas de error con solver CNAB2	75
4.1. Simulaciones Adimensionales realizadas por Zargham y Seyler (1989) . . .	79
4.2. Evolución temporal de la densidad (régimen colisional)	87

4.3.	Cortes y espectro en el régimen colisional	88
4.4.	Evolución temporal de la densidad (régimen inercial)	89
4.5.	Cortes y espectro en el régimen inercial	91
4.6.	Evolución temporal de $\ln \hat{n}(k_x, t) $ en el régimen colisional	93
4.7.	Evolución temporal de $\ln \hat{n}(k_x, t) $ en el régimen inercial	95

Lista de tablas

- 4.1. Parámetros adimensionales de la simulación de Zargham y Seyler (1989) . 78

Resumen

En este trabajo se abordó el estudio de las burbujas de plasma ecuatorial (EPBs) en la región F de la ionosfera ecuatorial mediante una estrategia que combinó fundamentos físicos, modelado matemático e implementación numérica. La motivación central radica en que estas irregularidades de densidad electrónica constituyen uno de los fenómenos más relevantes de la ionosfera ecuatorial, tanto por su interés en física del plasma como por su impacto sobre sistemas tecnológicos de navegación y comunicación. En este marco, se desarrolló primero una revisión de los aspectos físicos necesarios para comprender el problema, incluyendo la estructura y composición de la ionosfera, la singularidad geomagnética del ecuador, la electrodinámica ecuatorial, el papel del campo magnético terrestre, el realce de pre-reversión y la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada como mecanismo físico fundamental en la formación de las EPBs.

Sobre esta base, se presentó luego el marco matemático para describir la evolución de estas irregularidades. Para ello se discutieron las ecuaciones de fluido relevantes para el plasma ionosférico y, en particular, el modelo reducido de Zargham y Seyler (1989). Asimismo, se incorporó la teoría lineal de Huba (2022) para la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada, lo que permitió establecer una conexión entre la descripción analítica del crecimiento inicial de los modos y su posterior evolución en simulaciones numéricas. De este modo, el trabajo mostró que ambas aproximaciones no deben considerarse por separado, sino como herramientas complementarias para interpretar las distintas etapas del desarrollo de las perturbaciones.

Un aspecto importante de este trabajo fue la incorporación de métodos espectrales como herramienta numérica para el estudio del problema. En ese contexto, se presentó una revisión del desarrollo histórico de las simulaciones de burbujas de plasma ecuatorial y se justificó el uso de Dedalus como *framework* para la resolución de ecuaciones diferenciales parciales en dominios separables. Antes de resolver el problema principal, se validó el entorno numérico mediante un caso de estudio basado en una ecuación de difusión, advección y reacción. Esta etapa permitió comparar soluciones exactas y numéricas, analizar errores y evaluar el desempeño de distintos integradores temporales, lo que otorgó solidez a la metodología adoptada posteriormente para la simulación de EPBs.

En la implementación del modelo de EPBs, el problema adimensional de Zargham y Seyler (1989) fue adaptado al entorno Dedalus mediante una discretización espectral con

base de Fourier en la dirección horizontal y base de Chebyshev en la vertical. Se trabajó con una resolución espacial de 128×128 puntos y se estableció una correspondencia entre el sistema adimensional y un dominio físico representativo de la región F ionosférica. Además, se utilizó un perfil inicial tipo Chapman con una pequeña perturbación aleatoria, de modo de representar una estratificación vertical más realista en un dominio finito.

A partir de esta formulación se estudió la evolución temporal de la densidad en dos regímenes físicos bien diferenciados: el régimen colisional y el régimen inercial. En ambos casos se observó una fase inicial de crecimiento de perturbaciones de pequeña amplitud en la región de mayor gradiente de densidad, seguida por una etapa no lineal en la que las estructuras se desarrollan de manera más compleja. Sin embargo, el comportamiento no fue idéntico en ambos regímenes. En el régimen colisional, la evolución conservó durante más tiempo la tendencia exponencial prevista por la teoría lineal, lo que permitió una comparación más clara con las tasas de crecimiento analíticas. En cambio, en el régimen inercial la fase estrictamente lineal resultó más breve y el apartamiento respecto de la predicción teórica apareció de manera más temprana, indicando una transición más rápida hacia la dinámica no lineal.

El análisis modal confirmó esta diferencia. La evolución temporal de $\ln |\hat{n}(k_x, t)|$ mostró que, en el régimen colisional, varios modos seleccionados siguieron razonablemente bien la tendencia exponencial durante una etapa apreciable, mientras que luego aparecieron cambios de pendiente, saturación y oscilaciones asociados al acoplamiento entre modos y al crecimiento de los términos no lineales. En el régimen inercial también pudo identificarse una etapa de crecimiento aproximadamente exponencial, pero las desviaciones respecto de las rectas teóricas fueron más tempranas y más marcadas. Esto sugiere que en este régimen la gravedad, la advección y la interacción modal adquieren más rápidamente un papel dominante en la evolución del sistema.

En conjunto, el trabajo mostró que la combinación entre teoría física, modelado reducido y métodos espectrales constituye una estrategia consistente para estudiar la formación y evolución de irregularidades ionosféricas ecuatoriales. Más allá de reproducir rasgos cualitativos esperados del crecimiento de las EPBs, este trabajo de Tesis permitió construir una base numérica sólida para analizar la transición entre el régimen lineal y el no lineal, comparar distintos regímenes físicos y desarrollar una herramienta con potencial para futuras extensiones.

Capítulo 1

Fundamentos de la ionosfera y dinámica ecuatorial

1.1. La ionosfera

La ionosfera es una región de la atmósfera superior terrestre caracterizada por presentar partículas neutras, iones y electrones libres. Va desde los 60 km de altitud y se extiende hasta los 600 - 1000 km. Se trata de un gas débilmente ionizado, pero con cargas en cantidad suficiente como para afectar la propagación de ondas de radio (Rishbeth y Garriott, 1969; Kelley, 2009; Schunk y Nagy, 2009).

Para la física, la ionosfera resulta de especial interés porque combina características de la atmósfera neutra y del plasma. La presencia de iones y electrones hace que responda a campos eléctricos y magnéticos, y que pueda sostener procesos propios del plasma. Esta naturaleza genera una dinámica compleja, donde intervienen la gravedad, las colisiones entre especies, la radiación solar, procesos químicos y el campo magnético terrestre.

La ionosfera es una pieza clave para nuestra tecnología y comunicación actual. Su estado influye de manera directa en la propagación de ondas electromagnéticas y por ello resulta fundamental para los sistemas de comunicaciones, navegación y teledetección (Zolessi y Cander, 2014). En particular, las irregularidades de densidad electrónica que pueden desarrollarse en ciertas condiciones alteran señales de radio y satelitales, lo que convierte a la ionosfera en un objeto de estudio central tanto en geofísica como en aplicaciones tecnológicas.

1.1.1. Estructura vertical de la ionosfera

En la ionosfera pueden distinguirse distintas regiones, denominadas D, E y F, como se observa en la Figura 1.1

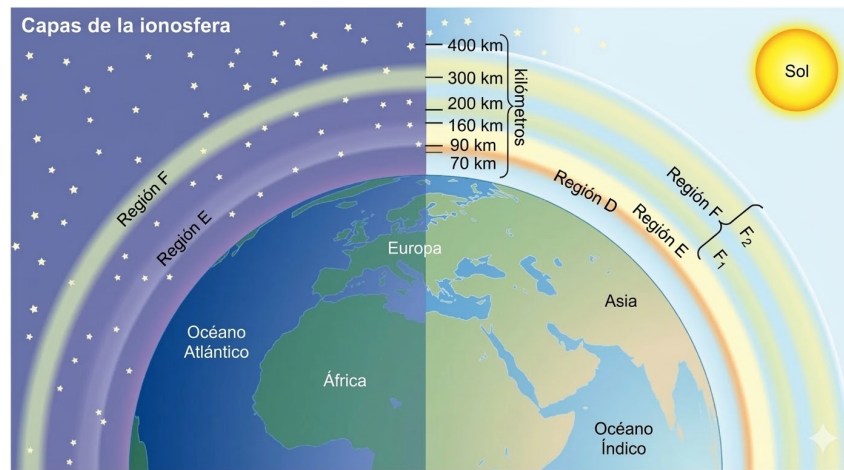


Figura 1.1: Distintas capas de la ionosfera. Fuente: Encyclopædia Britannica, 2012, <https://www.britannica.com/science/F-region>

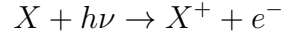
La región D, ubicada aproximadamente entre 60 y 90 km, es la capa ionosférica más baja. Presenta una ionización débil y desaparece durante la noche. Aunque su densidad electrónica es menor en comparación con regiones superiores, esta región tiene importancia en la absorción de ondas de radio de baja frecuencia.

Por encima se encuentra la región E, situada a 90–150 km. En ella, la ionización es mayor que en la región D y predominan procesos químicos rápidos. Esta región es relevante en la electrodinámica ecuatorial ya que es donde circulan las corrientes ionosféricas debido a su conductividad. Por encima del ecuador magnético, por ejemplo, circula el electrojet ecuatorial que consiste en corriente intensa confinada en una banda alrededor de este ecuador.

La región F se ubica aproximadamente por encima de 150 km y se extiende hasta varios cientos de kilómetros de altura. Es la capa de mayor interés en este trabajo. En ella se desarrollan las irregularidades de gran escala asociadas a las Spread F (Kelley, 2009). Durante el día, la región F puede dividirse en F1 y F2. Esta distinción desaparece durante la noche. La capa F2 presenta el máximo principal de densidad electrónica de toda la ionosfera. A estas altitudes, la menor frecuencia de colisiones hace que tenga más importancia el campo magnético terrestre en los fenómenos de transporte de carga, y la dinámica del plasma está más fuertemente controlada por procesos electromagnéticos y de transporte a gran escala.

1.1.2. Formación y Composición

La radiación solar, principalmente en el rango del extremo ultravioleta (EUV) y en el de rayos X, aporta la energía necesaria para ionizar los componentes neutros en la región de la ionosfera (Rishbeth y Garriott, 1969; Kelley, 2009; Schunk y Nagy, 2009). Este proceso, conocido como fotoionización, genera pares de iones y electrones. De manera simplificada, podemos representar esta interacción mediante la ecuación:



En este esquema, X representa una especie neutra que, al absorber un fotón de energía $h\nu$, se convierte en un ion X^+ y libera un electrón e^- . No obstante, este mecanismo no es uniforme: su eficiencia varía según la altitud, la densidad del gas y, por supuesto, la intensidad del flujo de radiación solar.

La composición de la ionosfera no es uniforme, sino que varía con la altura debido a la distribución de los gases neutros, como se observa en la Figura 1.2. En las regiones ionosféricas más bajas predominan los iones moleculares, principalmente NO^+ y O_2^+ . A medida que se asciende, disminuye la densidad atmosférica total y cambia la composición del gas neutro, por lo que en la región F pasa a dominar el oxígeno atómico ionizado, O^+ . En altitudes aún mayores, en la transición hacia la protonosfera, el hidrógeno ionizado, H^+ , se vuelve más importante.

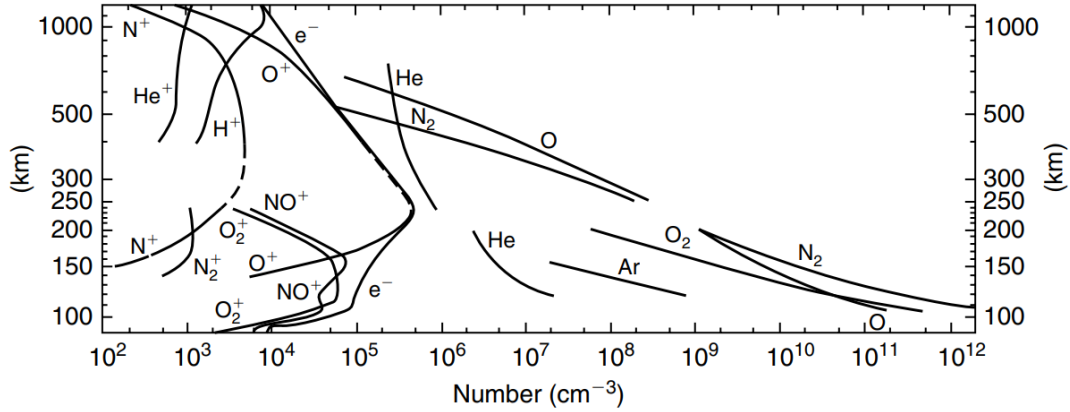


Figura 1.2: Componentes de la ionosfera. Fuente: Kelley (2009).

Además de la fotoionización, existen otros procesos que modifican la densidad y composición del plasma ionosférico. Por ejemplo, la recombinación, las reacciones químicas de intercambio de carga, la difusión ambipolar y el transporte inducido por campos eléctricos y vientos neutros. Por esto, la estructura de la ionosfera resulta del equilibrio dinámico entre producción, pérdida y transporte de las especies cargadas (Rishbeth y Garriott, 1969; Kelley, 2009; Schunk y Nagy, 2009).

Durante el día, la radiación solar produce iones y electrones, por lo que las densidades electrónicas suelen ser mayores. Durante la noche, debido a la falta de radiación solar, la fotoionización se detiene y las densidades bajan por efecto de la recombinación, aunque esta disminución no es igual en todas las regiones. En particular, la región F puede conservar una ionización considerable durante horas nocturnas debido a que, a esas altitudes, la recombinación es menos eficiente que en regiones más bajas y al aporte de la plasmasfera. Esto es relevante en el contexto de la ionosfera ecuatorial, donde la evolución nocturna de la región F está ligada a la aparición de inestabilidades (Kelley, 2009).

1.1.3. Relevancia de la región F

La región F es importante en el estudio de las inestabilidades ionosféricas ecuatoriales porque en ella se dan las condiciones que permiten el desarrollo y crecimiento de las perturbaciones de densidad. En comparación con capas más bajas, la región F tiene una densidad electrónica elevada, menor tasa de recombinación química y una dinámica con mayor influencia del campo magnético y procesos de transporte. Estas características ayudan a las estructuras ionizadas y el crecimiento de irregularidades cuando el sistema está en condiciones inestables.

Durante la noche, la parte inferior de la región F puede experimentar cambios en su perfil vertical de densidad y en su movimiento altitudinal. Bajo ciertas condiciones, estas modificaciones favorecen la aparición de una configuración inestable semejante a una inestabilidad de Rayleigh–Taylor generalizada, en la cual perturbaciones inicialmente pequeñas pueden amplificarse y evolucionar hacia estructuras de baja densidad que ascienden y se extienden a lo largo de las líneas del campo magnético terrestre (Kelley, 2009).

Si bien la ionosfera define el marco general de este trabajo, el foco central está puesto en la región F ecuatorial. Por eso, antes de pasar al modelo matemático y a las simulaciones de los próximos capítulos, es fundamental entender cómo se compone su estructura y cómo funciona su dinámica básica.

1.2. La Ionosfera Ecuatorial

La ionosfera ecuatorial es una región única dentro del sistema terrestre. Si bien comparte con el resto de la ionosfera los procesos básicos de ionización, transporte y acoplamiento con la atmósfera neutra, tiene rasgos propios que la hacen especial. Estos rasgos están marcados por la configuración del campo magnético terrestre en el ecuador, que condiciona por completo cómo se mueve el plasma. En esta zona, la geometría del campo magnético impone reglas muy específicas al movimiento de las partículas, generando fenómenos electrodinámicos y estructuras que no se manifiestan con mucha intensidad (o directamente no aparecen) en latitudes medias o altas (Rishbeth y Garriott, 1969; Kelley, 2009).

Lo que hace que esta región sea tan relevante es la combinación de varios factores clave:

- Orientación del campo magnético casi horizontal.
- Conductividad eléctrica muy marcada según la dirección.
- Interacción eficiente entre los vientos neutros y las partículas cargadas.

- Alta sensibilidad a los campos eléctricos locales.

Como resultado, el ecuador es el escenario de fenómenos fundamentales de la física ionosférica, como la Anomalía de Ionización Ecuatorial, el Electrojet y, sobre todo, las condiciones que disparan las inestabilidades en la región F y la formación de burbujas de plasma ecuatorial (EPBs) (Kelley, 2009).

1.2.1. Particularidades geomagnéticas del ecuador

Una de las características más importantes del ecuador magnético es que las líneas de campo son horizontales y paralelas a la superficie terrestre. A nivel local, esto significa que el vector campo magnético se dirige predominantemente de norte a sur. Esta geometría es fundamental para comprender la dinámica del plasma ionosférico ecuatorial, ya que en un medio magnetizado el movimiento de las partículas no es igual en todas las direcciones: las cargas se desplazan libremente a lo largo de las líneas de campo, pero su transporte perpendicular a ellas es limitado (Rishbeth y Garriott, 1969; Kelley, 2009). La Figura 1.3 muestra de manera esquemática la dirección del campo magnético terrestre donde se observa su variación con la latitud.

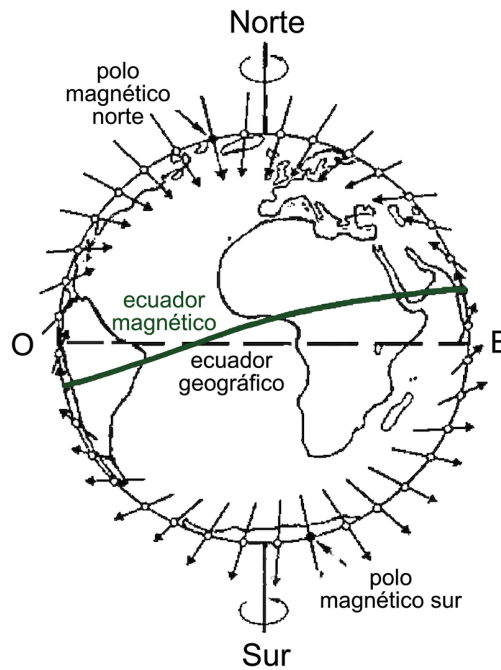


Figura 1.3: Campo magnético de la Tierra. Las flechas indican los vectores magnéticos locales, con longitudes proporcionales a la intensidad del campo. Fuente: Wiltchko y Wiltchko (2005).

En efecto, los iones y electrones se mueven con facilidad en dirección paralela a $\mathbf{B}$. En cambio, el movimiento transversal depende de la interacción entre la fuerza de Lorentz, las colisiones con partículas neutras y los campos eléctricos presentes. Esta diferencia en el transporte es fundamental en la física ionosférica, ya que determina cómo circulan las

corrientes y cómo se distribuye la densidad del plasma. Así, el campo magnético no solo orienta a las partículas, sino que organiza la respuesta del plasma ante fuerzas dinámicas y electromagnéticas.

La intensidad del campo en el ecuador es de unos 10^{-5} T, lo suficiente como para magnetizar a los electrones y a gran parte de los iones. Sin embargo, lo más relevante es su orientación: la horizontalidad de $\mathbf{B}$ permite que un campo eléctrico zonal genere una **deriva vertical** $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Esta relación es la razón por la cual la ionosfera ecuatorial se comporta de forma tan distinta a la de otras latitudes.

Además, cerca del ecuador, la influencia de la fuerza de Coriolis sobre los movimientos horizontales disminuye, lo que altera la circulación de la atmósfera neutra superior. Los vientos termosféricos adoptan patrones diferentes, lo cual es importante porque estos vientos actúan como el motor del dínamo ionosférico (Kelley, 2009).

Finalmente, las líneas de campo conectan los dos hemisferios mediante tubos de flujo casi simétricos. Esto permite que los procesos de un hemisferio influyan en el otro. Por esto, la respuesta del sistema no depende solo de las condiciones locales, sino del estado de todas las regiones conectadas magnéticamente. En resumen, la geometría ecuatorial crea un entorno donde el plasma está guiado por un campo horizontal, facilitando el desarrollo de las inestabilidades ionosféricas.

1.2.2. Electrodinámica ecuatorial

La electrodinámica de la ionosfera ecuatorial es resultado del acoplamiento entre el gas neutro de la alta atmósfera, las partículas cargadas y el campo magnético terrestre. Es necesario recurrir al dínamo ionosférico, que se muestra de forma esquemática en la Figura 1.4, para describir el mecanismo por el cual el movimiento de la atmósfera neutra genera corrientes eléctricas y campos eléctricos en un medio parcialmente ionizado. Aunque la ionosfera no es un conductor perfecto, contiene la cantidad necesaria de partículas cargadas como para responder al campo magnético terrestre. Cuando los vientos neutros desplazan ese plasma a través de las líneas de campo, iones y electrones se mueven de forma diferente debido a la acción de la fuerza de Lorentz y a sus diferentes frecuencias de colisión con las partículas neutras. Esa separación de cargas produce corrientes eléctricas y, al mismo tiempo, da lugar a la acumulación de carga en ciertas regiones. Como respuesta, se generan campos eléctricos de polarización que reorganizan el movimiento de las partículas y cambian la circulación del plasma. Así, el sistema actúa como un generador electrodinámico natural: la energía asociada a los vientos neutros se transforma parcialmente en energía eléctrica, y esa energía eléctrica vuelve a influir sobre la dinámica del plasma a través de las derivas y corrientes ionosféricas (Kelley, 2009).

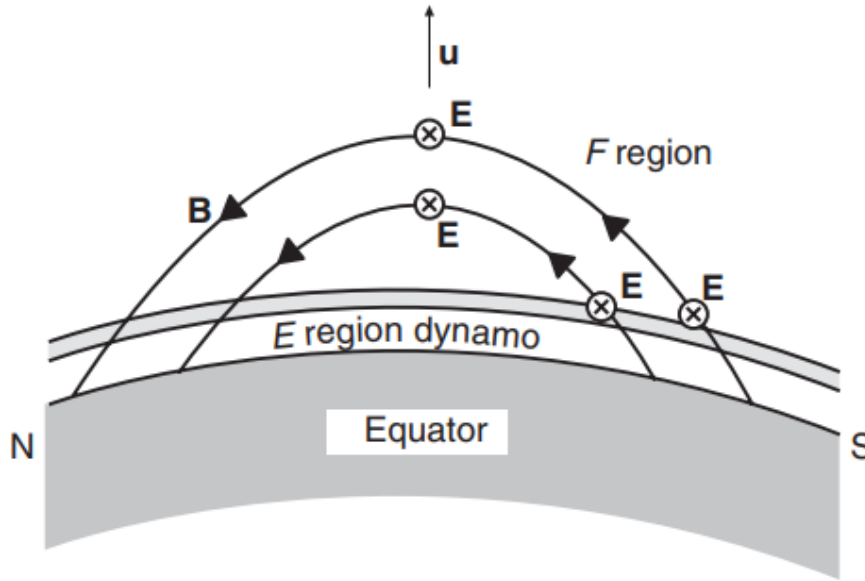


Figura 1.4: Esquema del efecto dinámico: los vientos termosféricos en la región E ecuatorial generan campos eléctricos tipo dinamo al arrastrar los iones a través del campo magnético terrestre. Estos campos son responsables del electrojet ecuatorial y se transmiten también a la región F. Fuente: Schunk y Nagy (2009).

Durante el día, la región E domina este proceso gracias a su alta conductividad. Aquí, los vientos y mareas de la atmósfera neutra arrastran a las partículas cargadas, induciendo corrientes eléctricas. Sin embargo, debido a que la conductividad es anisótropa (varía según la dirección), estas corrientes no fluyen libremente, lo que provoca acumulaciones de carga y genera campos eléctricos de polarización. Así, el campo eléctrico no es un factor externo, sino el resultado del equilibrio dinámico entre los vientos neutros y la geometría del campo magnético.

Durante el atardecer, la situación cambia. La conductividad de la región E disminuye al disminuir su carga. La región F, en cambio, conserva una densidad de plasma importante, por lo que comienza a ser relevante en la dinámica electrodinámica. En este nuevo régimen, los vientos termosféricos zonales pasan a tener un papel relevante, ya que pueden ayudar a la generación de campos eléctricos capaces de modificar el transporte del plasma a gran escala (Kelley, 2009).

Uno de los fenómenos más importantes en este contexto es el 'realce de pre-reversión' (PRE, pre-reversal enhancement). Es un aumento transitorio del campo eléctrico zonal hacia el este que sucede poco después de ponerse el Sol. Su origen está relacionado con la rápida caída de la conductividad en la región E y con la necesidad de que el sistema mantenga la continuidad de corriente a lo largo de líneas de campo que conectan ambos hemisferios. En otras palabras, cuando el circuito electrodinámico diurno deja de ser eficiente, el sistema se reajusta y genera campos de polarización adicionales.

El efecto más importante del PRE es que intensifica la deriva vertical ascendente

del plasma en la región F. Como resultado, la capa F se eleva a mayores altitudes, donde la densidad de neutros es menor y, por lo tanto, las colisiones entre iones y neutros disminuyen. Esta elevación tiene consecuencias fundamentales, ya que modifica las condiciones de estabilidad del plasma y favorece el crecimiento de perturbaciones de densidad. Por este motivo, el PRE suele considerarse uno de los factores más importantes en la generación de condiciones propicias para la formación de EPBs.

Por lo tanto, la electrodinámica ecuatorial es el mecanismo que regula la redistribución vertical del plasma y controla la evolución temporal de la región F. Esta conexión entre dínamo, conductividad, campos eléctricos y transporte es importante para entender por qué la ionosfera ecuatorial puede volverse particularmente inestable durante el período posterior a la puesta del Sol.

1.2.3. Derivas de plasma, anomalía ecuatorial y electrojet ecuatorial

Una de las consecuencias más visibles de la electrodinámica ecuatorial es que el plasma ionosférico no permanece estático, sino que se desplaza bajo la acción conjunta de los campos eléctricos y del campo magnético terrestre. En un plasma magnetizado, la combinación de ambos campos da lugar a la llamada deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, cuyo sentido y magnitud dependen de cómo estén orientados entre sí. En la región ecuatorial, donde el campo geomagnético es casi horizontal, esta deriva adquiere una importancia especial, ya que un campo eléctrico zonal puede producir un movimiento vertical del plasma. Esta relación entre geometría magnética y transporte resulta clave para entender por qué la ionosfera ecuatorial presenta una dinámica tan particular.

Durante el día, el campo eléctrico zonal suele estar dirigido hacia el este. En esas condiciones, el plasma sobre el ecuador magnético experimenta una deriva vertical ascendente. Este ascenso no es solo un corrimiento local de la ionización, sino una reorganización más amplia de la distribución de plasma en la ionosfera. Al elevarse, el plasma alcanza regiones desde las cuales puede desplazarse a lo largo de las líneas del campo magnético hacia latitudes más bajas y medias dentro de la franja tropical. Esto ocurre porque las líneas de campo, que son casi horizontales en el ecuador, se van inclinando a medida que uno se aleja de él. Así, el plasma que asciende cerca del ecuador se redistribuye hacia ambos hemisferios, guiado por la geometría del campo y por la acción combinada de la gravedad y los gradientes de presión (Kelley, 2009).

Este proceso se conoce como efecto fuente y es el responsable de una de las estructuras más características de la ionosfera ecuatorial: la Anomalía de Ionización Ecuatorial (EIA, Equatorial Ionization Anomaly). Como resultado de este mecanismo, la densidad electrónica no alcanza su valor máximo exactamente sobre el ecuador magnético. En cambio, se forma un valle relativo en esa zona y aparecen dos máximos de ionización

a ambos lados, aproximadamente en latitudes magnéticas bajas. La existencia de esta estructura de doble cresta muestra con claridad que la distribución del plasma en la ionosfera no depende solamente de cuánto se ioniza localmente la atmósfera por efecto de la radiación solar, sino también de cómo ese plasma es transportado y redistribuido a gran escala por los campos eléctricos y el campo magnético. Además, la intensidad de las crestas de ionización y su posición no son fijas, sino que cambian con la hora local, la estación del año, la actividad solar y las condiciones geomagnéticas. Esto pone de manifiesto que la ionosfera ecuatorial responde de manera sensible a distintas fuentes de variabilidad y que su estructura está lejos de ser uniforme.

Otro fenómeno distintivo de esta región es el electrojet ecuatorial, como se mencionó antes, y que consiste en una corriente eléctrica intensa que circula hacia el este en la región E durante el día, entre los 100 y 110 km de altitud. Esta corriente (ver Figura 1.5) se encuentra confinada a una banda angosta alrededor del ecuador magnético y es una de las manifestaciones más claras de la singularidad electrodinámica ecuatorial. Su origen también está ligado a la geometría casi horizontal del campo magnético. Cuando existe un campo eléctrico zonal, las partículas cargadas responden de a la fuerza de Lorentz, pero esa respuesta no es igual para electrones e iones. En particular, los electrones, al estar mucho más magnetizados, reaccionan con mayor rapidez, y esto favorece la aparición de corrientes transversales.

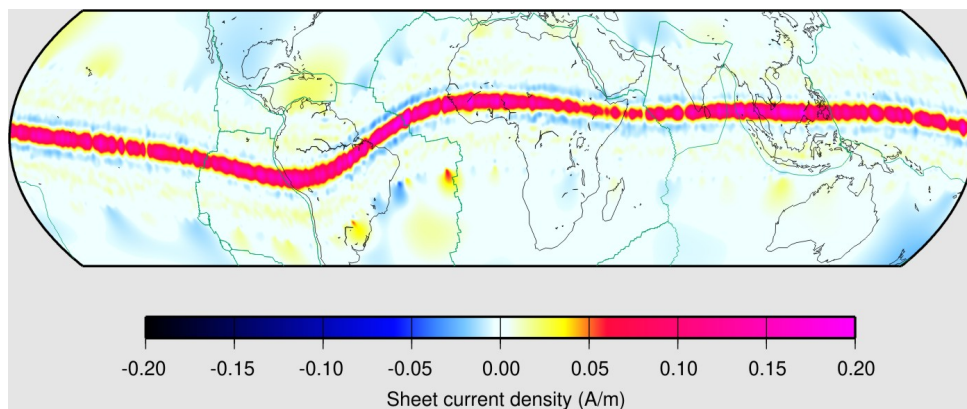


Figura 1.5: Densidad de corriente del electrojet ecuatorial inferido de 2600 pasadas del satélite CHAMP (Challenging Mini-satellite Payload, que operó entre 2000 y 2010) sobre el ecuador magnético entre las 11:00 y 13:00 LT. Fuente:

https://geomag.org/info/equatorial_electrojet.html

Sin embargo, en la región ecuatorial, ese movimiento transversal no puede desarrollarse libremente. La estructura de conductividades de la ionosfera limita el desplazamiento vertical de la corriente, de modo que se produce una acumulación de carga. Como respuesta a esta acumulación aparece un campo eléctrico de polarización vertical que modifica la distribución de corrientes y refuerza la conducción en dirección zonal. El resultado es una conductividad efectiva aumentada, conocida como conductividad de Cowling, que permite que la corriente del electrojet alcance intensidades mayores que las esperables sin este

mecanismo (Rishbeth y Garriott, 1969; Kelley, 2009; Schunk y Nagy, 2009). El electrojet ecuatorial es un ejemplo muy claro de cómo la configuración geomagnética del ecuador puede amplificar de manera significativa la respuesta eléctrica de la ionosfera.

En conjunto, las derivas $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, la anomalía de ionización ecuatorial y el electrojet muestran que la ionosfera ecuatorial es un sistema dinámico, altamente estructurado y muy sensible a los acoplamientos entre atmósfera neutra, plasma y campo magnético. Esta región experimenta una redistribución continua del plasma a distintas escalas. Esa dinámica de gran escala es la que establece el escenario físico sobre el cual pueden crecer las inestabilidades responsables de las EPBs.

1.3. Rol del campo magnético en la dinámica del plasma ionosférico

El campo magnético terrestre cumple un papel muy importante en la dinámica de la ionosfera, ya que influye sobre el movimiento de las partículas cargadas y “organiza” la respuesta del plasma frente a campos eléctricos, gradientes de presión, gravedad y colisiones con el gas neutro. En un medio parcialmente ionizado como la ionosfera, su presencia introduce una diferencia entre movimientos paralelos y perpendiculares a las líneas de campo. Por esta razón, no podemos pensar en el campo magnético sólo como un “ingrediente” más del sistema, sino como uno de los elementos que determinan su estructura dinámica.

En particular, en la ionosfera ecuatorial la orientación casi horizontal del campo geomagnético, como ya se mencionó, tiene consecuencias especialmente importantes. Esta geometría condiciona las direcciones en las que el plasma puede desplazarse con mayor facilidad y, al mismo tiempo, favorece mecanismos de transporte e inestabilidad que son fundamentales para comprender la manera en la que se forman las irregularidades ionosféricas. Así, el campo magnético actúa como una guía para el movimiento de las partículas y como una restricción geométrica que limita determinadas trayectorias, modificando la evolución del sistema.

1.3.1. Magnetización y anisotropía del transporte

Una de las consecuencias más importantes de la presencia del campo magnético es la magnetización de las partículas cargadas. En la región F de la ionosfera, tanto los electrones como los iones se encuentran fuertemente magnetizados: su frecuencia ciclotrónica es mucho mayor que su frecuencia de colisión con otras especies. Esto suele expresarse mediante el parámetro

$$\kappa_j = \frac{\Omega_j}{\nu_j} \quad (1.1)$$

donde Ω_j es la frecuencia ciclotrónica de la especie j y ν_j su frecuencia efectiva de colisión. Cuando $\kappa_j \gg 1$, la partícula da muchas vueltas alrededor de la línea de campo antes de sufrir una colisión. En esas condiciones, el campo magnético domina su movimiento transversal y el transporte deja de ser isotrópico.

Desde el punto de vista físico, esto significa que una partícula cargada puede moverse con libertad en la dirección paralela al campo magnético, pero su movimiento perpendicular queda mucho más condicionado. Como resultado, las propiedades de transporte del plasma pasan a depender fuertemente de la dirección. La conductividad paralela al campo, σ_0 , es muy alta, mientras que las conductividades perpendiculares (conductividad de Pedersen σ_P y conductividad de Hall σ_H) son menores y responden de manera distinta a los campos eléctricos y colisiones.

Esta anisotropía es uno de los rasgos más característicos del plasma ionosférico. No solo afecta la circulación de corrientes eléctricas, sino también la manera en que el plasma responde a perturbaciones y redistribuye materia y carga (Rishbeth y Garriott, 1969; Kelley, 2009; Schunk y Nagy, 2009).

1.3.2. Movimiento guiado por líneas de campo

El campo magnético no solo introduce anisotropía en el transporte del plasma, sino que también organiza su movimiento a gran escala. Las partículas cargadas se desplazan con mayor facilidad a lo largo de las líneas de campo que transversalmente, convirtiéndolas en canales preferenciales para el transporte. Esto conecta regiones distantes de la ionosfera, permitiendo que se influyan mutuamente mediante movimientos de carga, corrientes y campos eléctricos.

La alta conductividad a lo largo de las líneas de campo hace que los potenciales eléctricos se transmitan rápidamente, de modo que la respuesta del plasma en un punto depende también de condiciones alejadas. En la ionosfera ecuatorial, esta propiedad conecta regiones conjugadas de ambos hemisferios, otorgando a la dinámica un carácter no local.

En términos generales, el campo magnético “ordena” el plasma, favoreciendo ciertos movimientos y restringiendo otros. Esta organización se refleja en numerosos fenómenos ionosféricos, como las irregularidades de densidad que tienden a alargarse siguiendo la dirección de las líneas de campo, donde el transporte y la comunicación electromagnética son más eficientes.

1.3.3. Relevancia para la formación de irregularidades

El papel del campo magnético en la formación de irregularidades ionosféricas no se limita solamente a guiar el movimiento de las partículas cargadas. En la ionosfera ecuatorial, su presencia condiciona la forma en que el plasma puede moverse y reorganizarse. Esto vuelve al sistema especialmente sensible a ciertas perturbaciones. Dicho de otro modo, el

campo magnético no solo guía al plasma, sino que también define el marco dentro del cual puede mantenerse estable o volverse inestable (Kelley, 2009).

Cuando en la región F se combinan ciertos gradientes verticales de densidad con campos eléctricos que favorecen el ascenso de la capa, pequeñas perturbaciones dejan de amortiguarse y comienzan a crecer. En esas condiciones, una zona donde la densidad de plasma es un poco menor que en su entorno puede empezar a elevarse con respecto al medio que la rodea. La idea física es parecida a la de un fluido estratificado que pierde estabilidad: una pequeña diferencia inicial, en lugar de desaparecer, se amplifica con el tiempo. En la ionosfera, sin embargo, este proceso está fuertemente influido por el campo magnético, que dificulta el movimiento transversal y hace que la evolución de la perturbación quede canalizada a lo largo de sus líneas.

Por eso, las irregularidades que se desarrollan en la región F ecuatorial no crecen de manera arbitraria, sino que suelen adoptar formas alargadas y alineadas con el campo magnético. Esta es, de hecho, una de las características más conocidas de las EPBs: regiones de baja densidad que pueden extenderse a lo largo de las líneas de campo y ascender a grandes altitudes a medida que la inestabilidad progresa. En este proceso, el campo magnético influye tanto en la forma de las estructuras como en su evolución.

1.4. Inestabilidades en el plasma y la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada

Las irregularidades que se observan en la región F ecuatorial no aparecen de manera espontánea ni aislada, sino que son el resultado del crecimiento de inestabilidades del plasma. Entre ellas, una de las más importantes para describir la formación de EPBs es la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada. Su relevancia está en que permite explicar cómo una configuración inicialmente estratificada puede volverse inestable y dar lugar al crecimiento de perturbaciones de densidad que luego evolucionan hacia estructuras de gran escala (Kelley, 2009).

La idea central detrás de este tipo de inestabilidad es simple: bajo ciertas condiciones, una distribución de plasma que en principio parece mantenerse en equilibrio puede dejar de ser estable ante pequeñas perturbaciones. Cuando esto ocurre, una irregularidad inicial muy débil no se amortigua, sino que empieza a crecer con el tiempo. En la ionosfera ecuatorial, este proceso es especialmente importante después de la puesta del Sol, cuando la base de la región F experimenta cambios significativos en su perfil vertical de densidad y en su equilibrio electrodinámico. Es justamente en ese contexto donde las perturbaciones pueden amplificarse y dar origen a las burbujas de plasma.

1.4.1. Concepto físico general

La inestabilidad de Rayleigh–Taylor tiene su origen en la mecánica de fluidos clásica. En su forma más simple, aparece cuando un fluido más denso se encuentra sobre otro menos denso en presencia de gravedad. Esa configuración es inestable porque cualquier perturbación pequeña tiende a crecer: el fluido más denso busca descender y el más liviano tiende a subir. En lugar de restaurarse el equilibrio, la diferencia de densidades se traduce en un movimiento que amplifica la perturbación inicial, como se observa esquemáticamente en la Figura 1.6.

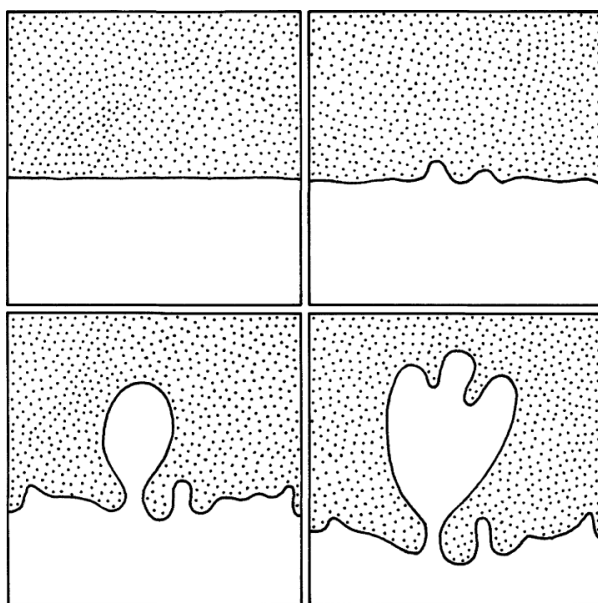


Figura 1.6: Secuencia de la inestabilidad hidrodinámica de Rayleigh–Taylor, donde un fluido pesado se encuentra sobre un fluido más ligero. Fuente: Kelley (2009).

Aunque esta idea proviene del estudio de fluidos ordinarios, resulta muy útil para pensar ciertos procesos en el plasma. En la ionosfera tenemos una distribución continua de densidad de plasma que puede presentar gradientes verticales pronunciados. En ese contexto, comparar con Rayleigh–Taylor ayuda a entender que una estratificación de densidad puede volverse inestable si el plasma más denso se encuentra sobre una región menos densa en una configuración desfavorable frente a la gravedad efectiva.

Lo importante aquí no es solamente la diferencia de densidad en sí misma, sino la posibilidad de que una pequeña perturbación permita intercambiar posiciones entre regiones de distinta densidad. Si ese intercambio reduce la energía potencial del sistema, entonces la perturbación tenderá a crecer. Esa es, en esencia, la lógica física de la inestabilidad: el sistema encuentra una forma más favorable de reorganizarse y lo hace amplificando una irregularidad inicial (Kelley, 2009; Schunk y Nagy, 2009).

Es importante notar que el sistema se vuelve inestable cuando el gradiente de densidad del plasma es antiparalelo a la fuerza de gravedad efectiva. En la ionosfera

post-puesta de sol, esto ocurre en la base de la región F, donde la densidad aumenta con la altura mientras la gravedad tira hacia abajo.

1.4.2. Rayleigh-Taylor en el contexto ionosférico

La inestabilidad de Rayleigh-Taylor en la ionosfera puede entenderse como un proceso de intercambio generado por la flotabilidad del plasma de baja densidad. En términos físicos, la idea es similar a la del caso hidrodinámico clásico: una configuración estratificada se vuelve inestable cuando una pequeña perturbación permite que una región menos densa ascienda y que una región más densa descienda. En la ionosfera ecuatorial, este fenómeno no ocurre en un fluido neutro ordinario, sino en un plasma magnetizado, parcialmente ionizado y sometido a la acción conjunta de la gravedad, el campo magnético, los campos eléctricos y las corrientes de fondo.

Durante la noche, la estructura vertical de la ionosfera cambia ya que no hay fotoionización. En altitudes más bajas, correspondientes a la región E y a la base de la región F, los iones moleculares, se recombinan rápidamente con los electrones. En altitudes superiores, la densidad del plasma puede mantenerse más tiempo, porque el ion dominante es el oxígeno atómico ionizado, O^+ , cuya tasa de recombinación es menor. Entonces, en la base de la capa F se genera un gradiente vertical de densidad muy pronunciado, donde la densidad aumenta con la altura. Esta configuración es favorable para el desarrollo de inestabilidades.

En el ecuador magnético, donde el campo geomagnético $\mathbf{B}$ es aproximadamente horizontal, la gravedad $\mathbf{g}$ actúa perpendicularmente a él. En estas condiciones, el peso del plasma puede asociarse a una corriente horizontal de fondo. En equilibrio, esta corriente satisface:

$$\mathbf{J}_0 \times \mathbf{B} = n_0 M \mathbf{g} \quad (1.2)$$

donde $\mathbf{J}_0$ es la corriente de equilibrio, $\mathbf{B}$ el campo magnético, n_0 la densidad de plasma de fondo, M la masa iónica efectiva y $\mathbf{g}$ la aceleración de la gravedad. De forma equivalente, puede escribirse

$$\mathbf{J}_0 = \frac{n_0 M \mathbf{g} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (1.3)$$

Esta ecuación nos dice que, en la geometría ecuatorial, la gravedad y el campo magnético no actúan por separado, sino que quedan acoplados por la corriente de fondo que sostiene la configuración del plasma (Kelley, 2009; Schunk y Nagy, 2009).

Si la interfaz entre una región de plasma más denso y otra de menor densidad se mantiene plana, el sistema puede estar en equilibrio. Sin embargo, si aparece una pequeña ondulación o deformación en la base de la capa F, la situación cambia. Podemos representar esa perturbación mediante un desplazamiento $\xi(x, t)$ de la interfaz respecto de su posición inicial. En un plasma magnetizado, esta deformación altera la distribución

local de corrientes. La corriente de gravedad encuentra una discontinuidad en la densidad y, para mantener la continuidad de corriente,

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (1.4)$$

se genera una acumulación de carga en las paredes de la perturbación. Esa acumulación genera un campo eléctrico de polarización $\delta\mathbf{E}$, como se muestra esquemáticamente en la Figura 1.7.

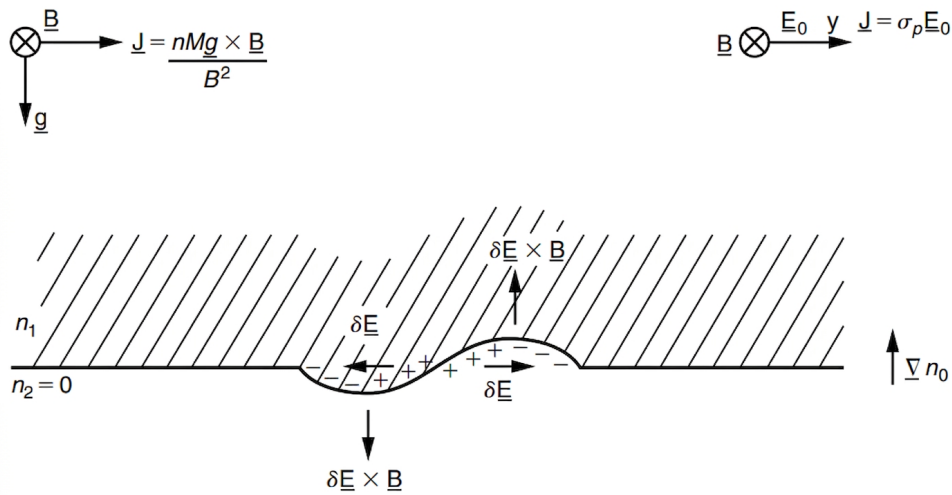


Figura 1.7: Diagrama esquemático del análogo en un plasma de la inestabilidad de Rayleigh-Taylor en la geometría ecuatorial. Fuente: Kelley (2009).

Que aparezca este campo perturbado es la clave del crecimiento de la inestabilidad. Una vez establecido $\delta\mathbf{E}$, el plasma experimenta un drift del tipo $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, cuya velocidad perturbada puede escribirse como

$$\delta\mathbf{v}_E = \frac{\delta\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (1.5)$$

Lo importante aquí es la dirección de esta deriva. En la parte superior de la perturbación, la orientación de $\delta\mathbf{E}$ es tal que $\delta\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ apunta hacia arriba, mientras que en la parte inferior apunta hacia abajo. La propia respuesta electrodinámica del plasma aumenta la deformación inicial: las crestas ascienden y los valles descienden. Así, una perturbación pequeña no suele amortiguarse, sino que crece progresivamente.

Desde un punto de vista matemático, si la perturbación es muy pequeña, su evolución puede describirse en el régimen lineal usando una ecuación del tipo

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \gamma \xi \quad (1.6)$$

donde γ es la tasa de crecimiento de la perturbación. Cuando $\gamma > 0$, la solución toma la

forma

$$\xi(x, t) \propto e^{\gamma t} \quad (1.7)$$

lo que indica que la amplitud crece exponencialmente con el tiempo. Esta etapa corresponde al régimen lineal de la inestabilidad, en el que todavía puede analizarse la amplificación de las perturbaciones sin considerar por completo los efectos no lineales asociados a la evolución de las burbujas de plasma.

En la ionosfera, la inestabilidad de Rayleigh-Taylor está influenciada por el campo magnético, campos eléctricos de fondo, vientos neutros y colisiones entre iones y neutrales. Por eso, en general se habla de una inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada. Todos estos factores modifican tanto la condición de inestabilidad como la rapidez con la que una perturbación puede crecer (Kelley, 2009).

Una manera simple de resumir esta idea es mediante una expresión local para la tasa de crecimiento lineal. Bajo la aproximación de un solo ion y despreciando la inercia en el régimen colisional, puede escribirse de manera esquemática

$$\gamma = \frac{1}{L_n} \left[\frac{E_{0\phi}}{B} - V_n + \frac{g}{\nu_{in}} \right] \quad (1.8)$$

donde L_n es la longitud de escala del gradiente de densidad,

$$L_n = (n^{-1} \nabla n)^{-1} \quad (1.9)$$

$\frac{E_{0\phi}}{B}$ representa la deriva vertical asociada al campo eléctrico de fondo, V_n es la componente relevante del viento neutro y ν_{in} es la frecuencia de colisión ion-neutral. Esta ecuación muestra que el crecimiento de la inestabilidad no depende únicamente de la gravedad y del gradiente de densidad, sino también del entorno electrodinámico y del grado de acoplamiento entre el plasma y el gas neutro.

Por otra parte, en la ionosfera ecuatorial la dinámica no es local. Como las líneas del campo magnético se comportan como equipotenciales, la inestabilidad queda acoplada a lo largo de todo el tubo de flujo, incluyendo las regiones conjugadas y la región E. Esto lleva a expresiones más realistas de la tasa de crecimiento, como la teoría integrada a lo largo del tubo de flujo propuesta por Sultan (1996), en la que intervienen las conductividades de Pedersen integradas en las regiones E y F. En ese marco, la conductividad de la región E actúa como una carga que puede cortocircuitar los campos de polarización generados en la región F, reduciendo la tasa de crecimiento global de la inestabilidad.

En términos físicos, esto significa que el desarrollo de la inestabilidad de Rayleigh-Taylor ecuatorial no depende solo de las condiciones locales en un punto de la capa F, sino también de cómo responde electrodinámicamente todo el sistema conectado por las líneas de campo. Esta es una de las razones por las cuales la versión ionosférica de la inestabilidad resulta más compleja que el problema clásico de fluidos superpuestos.

En síntesis, la inestabilidad de Rayleigh-Taylor en la ionosfera ecuatorial puede entenderse como el resultado conjunto de una configuración estratificada de densidad, la acción de la gravedad, la presencia del campo magnético, la generación de campos eléctricos de polarización y el grado de acoplamiento colisional con la atmósfera neutra. Cuando estas condiciones son favorables, una perturbación inicialmente pequeña puede crecer hasta convertirse en una irregularidad de gran escala, dando origen a las EPBs.

1.5. Burbujas de plasma ecuatorial (EPBs)

En el estudio de la ionosfera mediante experimentos de radio, el Spread F se considera una de las principales señales observacionales asociadas a las EPBs. Históricamente, este fenómeno fue una de las primeras evidencias de que la ionosfera nocturna en la zona ecuatorial no constituye una capa uniforme, sino un medio dinámico en el que se desarrollan irregularidades de distinta escala.

En instrumentos como ionogramas y radares, el Spread F se manifiesta como un ensanchamiento o una dispersión de la señal en la región F, como se observa en la Figura 1.8. En lugar de recibir ecos nítidos y bien definidos, se observaban retornos difusos, ensanchados en altura virtual y frecuentemente dispersos en el tiempo y en frecuencia. Actualmente se entiende que esta firma observacional está relacionada con el crecimiento y la evolución de las EPBs, así como con las irregularidades que se generan en su interior.

Las EPBs son una de las manifestaciones no lineales más representativas de la dinámica ionosférica en bajas latitudes. Se trata de regiones con menor densidad electrónica que suelen formarse después de la puesta del Sol en la base de la capa F ecuatorial y que, bajo condiciones favorables, pueden ascender hasta alcanzar altitudes muy elevadas. Su desarrollo está asociado a la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada, la cual permite que plasma de menor densidad ascienda a través de un entorno de mayor densidad.

Las EPBs son especialmente relevantes en el contexto del space weather, ya que en su interior se desarrollan irregularidades de densidad en un amplio rango de escalas espaciales. Estas irregularidades modifican la propagación de las ondas de radio y pueden afectar el funcionamiento de sistemas de navegación y comunicación satelital. Por esta razón, el estudio de las EPBs resulta importante no sólo para comprender la física de la ionosfera ecuatorial, sino también por sus implicancias tecnológicas (Affonso et al., 2022; Ma et al., 2024; Ansari et al., 2024).

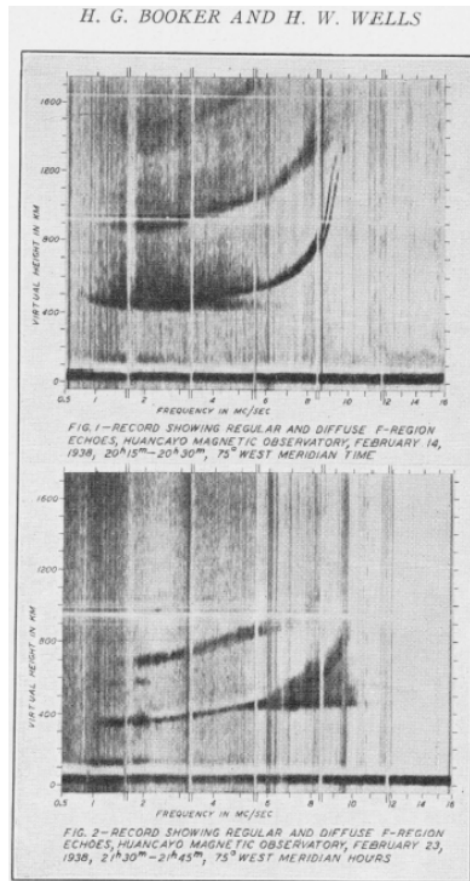


Figura 1.8: Primeros ionogramas publicados mostrando Spread F. Fuente: Booker y Wells (1938) y Woodman (2009).

1.5.1. Descripción fenomenológica

La EPB es una estructura tridimensional compleja, alineada con el campo magnético terrestre. En su interior, la densidad del plasma disminuye respecto del entorno, y la composición, temperatura y la dinámica local difieren de las del plasma de fondo. En lugar de verlas como burbujas estáticas, a las EPBs hay que entenderlas como zonas activas que van transformando la densidad del plasma a su paso.

En cuanto a su morfología, estas estructuras pueden extenderse a lo largo de cientos de kilómetros en la dirección de las líneas de campo magnético, lo que les permite conectar el ecuador magnético con latitudes bajas en ambos hemisferios. En la dirección zonal, en cambio, sus escalas son menores, del orden de decenas de kilómetros, aunque la estructura observada puede abarcar dominios mucho más amplios cuando varias burbujas interactúan. Una característica frecuentemente es su inclinación con la altitud, en particular una tendencia a presentar una geometría inclinada hacia el oeste. Esta inclinación refleja que la evolución de la burbuja también depende del arrastre generado por vientos neutros zonales, de los gradientes de conductividad y del acoplamiento electrodinámico entre la región F y E (Kelley, 2009; Yokoyama, 2017). La Figura 1.9 muestra la distribución de densidad de

plasma de las EPBs completamente desarrolladas en un dominio 3D, resultado del modelo High-Resolution Bubble (HIRB) desarrollado por Yokoyama et al. (2014).

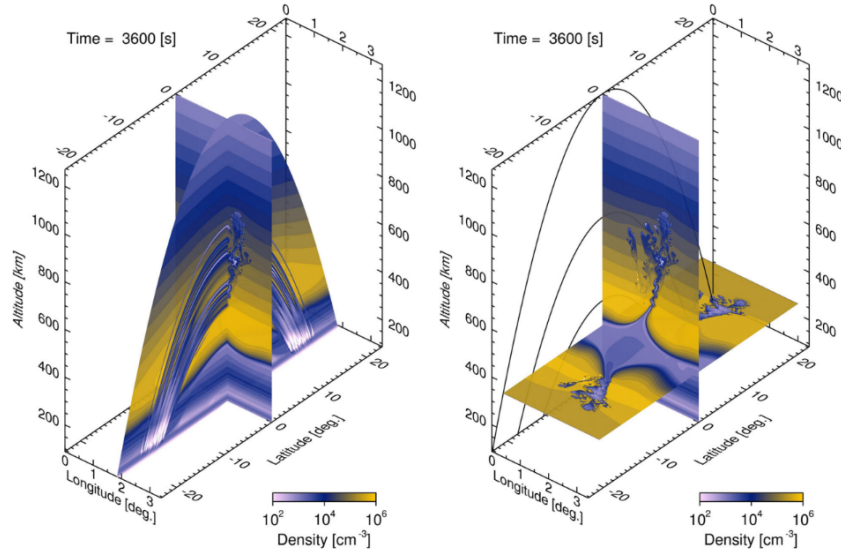


Figura 1.9: Vista 3D de los resultados del modelo HIRB. Fuente: Yokoyama et al. (2014) y Yokoyama (2017).

Un rasgo interesante es su composición interna. Dentro de las EPBs suelen aparecer iones moleculares o metálicos que normalmente solo se encuentran a menor altitud. Al hallar estas especies en capas más altas, confirmamos que existe un transporte ascendente de plasma desde los niveles inferiores. Así, las EPBs actúan como verdaderas estructuras de reorganización: no solo desplazan la densidad electrónica, sino que arrastran y redistribuyen los componentes químicos de la ionosfera.

Las EPBs también destacan por su amplio espectro de irregularidades. En ellas conviven escalas enormes (de cientos de kilómetros) con estructuras métricas o decimétricas localizadas. Esta naturaleza multiescala explica por qué las podemos observar con técnicas tan distintas: desde radares VHF/UHF y receptores GNSS hasta observaciones ópticas y sensores in situ en satélites. Básicamente, hay una herramienta para cada tamaño de irregularidad.

1.5.2. Formación y evolución

La formación de una EPB es un proceso no lineal. Aunque el mecanismo de crecimiento se asocia a la inestabilidad de Rayleigh-Taylor en la base de la capa F, la aparición de una burbuja necesita de la presencia de perturbaciones semilla y de condiciones electrodinámicas favorables. Aunque se den las condiciones típicas del atardecer, esto no garantiza la formación de EPBs. Hace falta que la ionosfera alcance un punto crítico de inestabilidad; solo así una perturbación inicial puede ganar fuerza y amplificarse en vez de disiparse por completo.

Entre los mecanismos de sembrado (seeding) que se han propuesto para el inicio de las EPBs se encuentran, en primer lugar, las *gravity waves*, como se observa en la Figura 1.10, capaces de modular la altura y la densidad de la base de la región F y de generar perturbaciones de gran escala sobre las cuales luego puede crecer la inestabilidad. En este mismo contexto, las estructuras de ondas de gran escala (LSWS, *Large-Scale Wave Structure*) (Yokoyama, 2017) han sido identificadas como ondulaciones previas al desarrollo de burbujas plenamente formadas. En muchos casos, las EPBs parecen originarse en las crestas de estas estructuras, lo que sugiere que las LSWS modifican localmente el medio y favorecen el posterior crecimiento no lineal. Asimismo, los *vientos neutros* también han sido considerados un factor relevante, ya que pueden alterar la elevación de la región F, la deriva vertical del plasma y, en consecuencia, las condiciones de estabilidad del sistema. Por otra parte, se ha propuesto que otras inestabilidades, como la *inestabilidad de cizalladura colisional* (Hysell y Kudeki, 2004), pueden intervenir en las etapas iniciales generando irregularidades precursoras que luego son amplificadas por la inestabilidad de Rayleigh-Taylor. La Figura 1.11 ilustra este mecanismo. En conjunto, estos resultados sugieren que el desarrollo de las EPBs no responde a un único mecanismo de disparo, sino a la acción combinada de distintos forzantes capaces de sembrar perturbaciones iniciales en un medio ya favorable al crecimiento inestable.

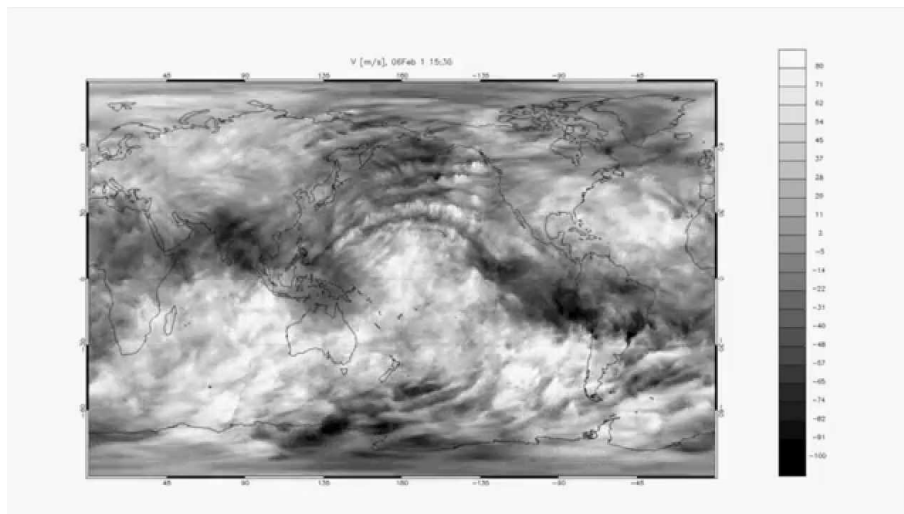


Figura 1.10: Gravity waves (ondas de gravedad) simuladas con el Whole Atmosphere Community Climate Model (WACCM). Fuente: Liu et al. (2014)

A medida que la perturbación crece y atraviesa el pico de la capa F, la geometría de la burbuja cambia. La parte superior puede ensancharse, aplanarse y perder estabilidad, dando lugar a procesos de ramificación o bifurcación, como se observa en la simulación de la Figura 1.12. Esto es importante porque muestra que la EPB deja de comportarse como una sola pluma coherente y pasa a desarrollar una estructura interna compleja. Los campos eléctricos de franja (fringe fields) asociados al agotamiento de densidad redistribuyen el plasma externo y ayudan a configuraciones divergentes por encima del pico F, impulsando

la aparición de ramas secundarias.

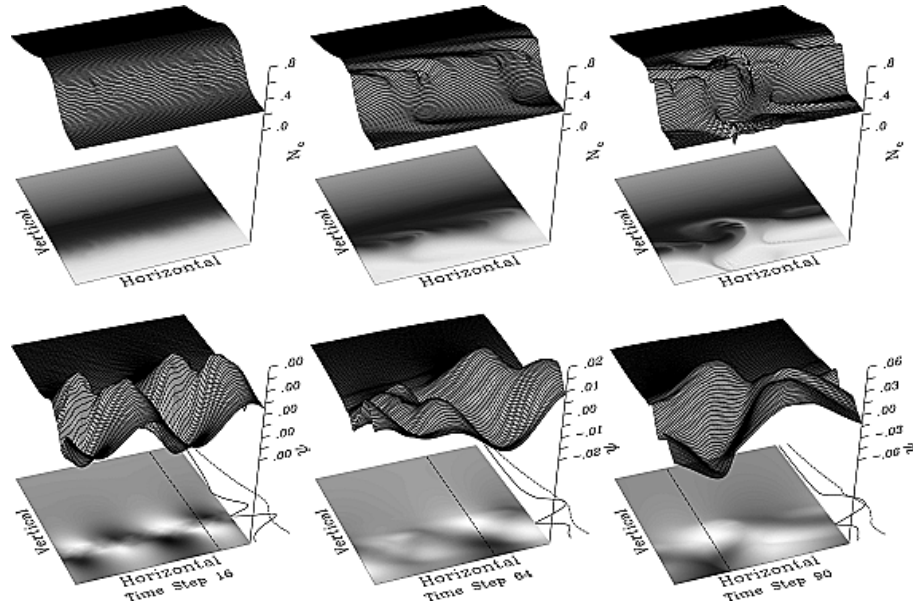


Figura 1.11: Simulación numérica de la inestabilidad de cizalladura colisional en la región F inferior de la ionosfera. (Arriba) densidad numérica y (abajo) función de corriente perturbada para tres instantes de tiempo. Los resultados se muestran en escala de grises y en formato de relieve. Los intervalos de tiempo representan 100 s de tiempo real y el dominio de simulación es de 62.8 km por lado. Las líneas continua y discontinua a la derecha de los paneles inferiores indican, respectivamente, la magnitud de la función de corriente perturbada y la velocidad de deriva zonal del plasma, obtenidas a lo largo de los cortes señalados por líneas punteadas. Las inestabilidades de intercambio han sido suprimidas fijando la gravedad y el campo eléctrico zonal de fondo en cero. Fuente: Hysell y Kudeki (2004).

A mayores altitudes, en el orden de varios cientos de kilómetros, la dinámica del plasma experimenta una transición importante. Al reducirse la frecuencia de colisiones entre iones y neutros, los efectos inerciales adquieren un rol protagónico. Esto da lugar a movimientos rotacionales y una estructura de flujo más isotrópica dentro del agotamiento, lo que permite trazar una analogía con el régimen turbulento de los fluidos neutros. Si bien el plasma conserva su naturaleza electromagnética, este enfoque resulta sumamente útil para describir la complejidad de la circulación interna durante la fase madura de la EPB.

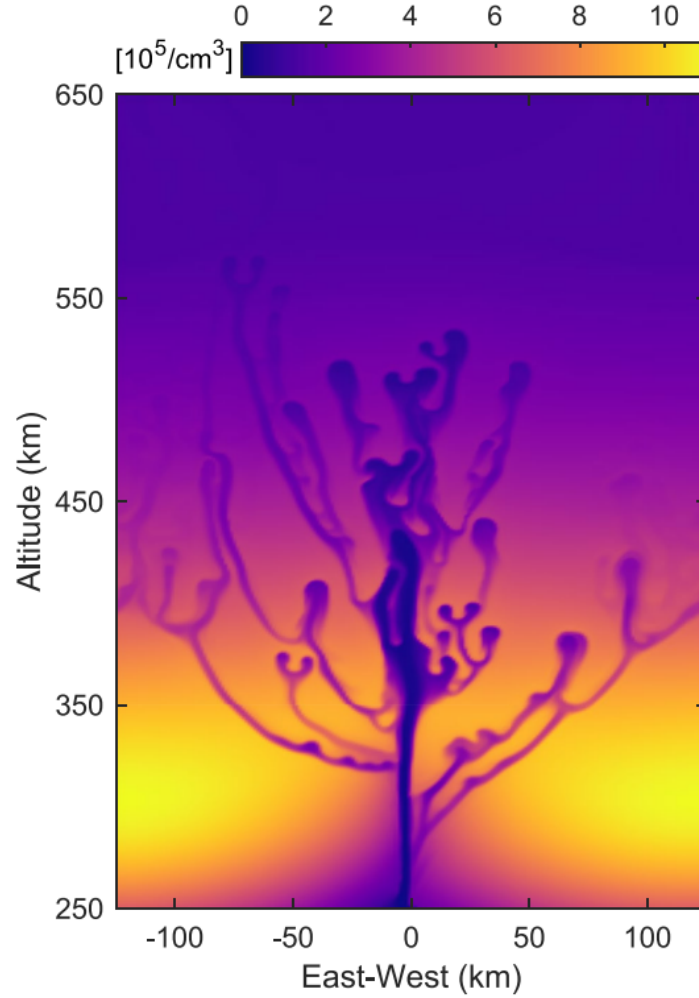


Figura 1.12: Distribución de densidad de plasma generada por inestabilidades secundarias en crecimiento e interacción, que producen estructuras turbulentas tipo pluma. Fuente: Li et al. (2021).

1.5.3. Observación experimental de EPBs

El estudio experimental de las EPBs necesita de una estrategia observacional multitécnica. Ningún instrumento, por sí solo, puede capturar completamente la generación, estructura tridimensional, y composición interna de estas burbujas. Por ello, gran parte del progreso reciente en el área es resultado de la combinación de observaciones in situ, instrumentos remotos desde superficie y mediciones satelitales globales.

Los radares han sido históricamente una de las herramientas más poderosas para investigar el fenómeno. En particular, radares VHF ecuatoriales como el de Jicamarca han permitido detectar irregularidades y seguir la evolución temporal de plumas asociadas al Spread-F ecuatorial. Radares orientables como ALTAIR (ARPA Long-Range Tracking and Instrumentation Radar) (Aveiro et al., 2012) aportaron evidencia clave sobre la geometría alineada con el campo magnético y sobre la estructura tridimensional de estas plumas.

Gracias a este tipo de observaciones, fue posible establecer una conexión entre los ecos de radar, los agotamientos de densidad y la morfología de las burbujas.

Para complementar la visión desde tierra, las mediciones satelitales in situ resultan fundamentales, ya que permiten medir directamente la densidad electrónica y los campos eléctricos del plasma. Misiones como C/NOFS (Communications/Navigation Outage Forecasting System) han sido clave para entender la electrodinámica interna de estas estructuras; por ejemplo, permitieron detectar campos eléctricos asociados a las burbujas incluso cuando el satélite no cruzaba exactamente por el centro del agotamiento. Por otro lado, la constelación Swarm ha sido vital para construir mapas globales de estas irregularidades, ayudándonos a entender cómo varían según la estación del año, la ubicación geográfica y la actividad solar o geomagnética (Huba, 2023).

En los últimos años, las observaciones ópticas han ganado protagonismo. Un ejemplo es la misión GOLD (Global-scale Observations of the Limb and Disk), que capturó imágenes globales de la ionosfera nocturna (Eastes et al., 2020). En sus registros, las EPBs aparecen como bandas oscuras que atraviesan la estructura de la anomalía ecuatorial de ionización.

A una escala más regional, las cámaras de todo el cielo (all-sky imagers) que observan el brillo nocturno (específicamente en la línea de 630.0 nm) permiten rastrear cómo se desplazan y se orientan estas bandas (Hosokawa et al., 2020). Estas imágenes muestran que las burbujas suelen alinearse con las líneas del campo magnético. Este tipo de tecnología es valiosa porque nos ofrece una foto instantánea de la distribución horizontal del fenómeno, algo que las mediciones puntuales de los satélites no siempre pueden captar por sí solas.

En conjunto, la evidencia experimental obtenida mediante radares, satélites e instrumentos ópticos ha consolidado una imagen cada vez más completa de las EPBs: estructuras de agotamiento que nacen en la base de la capa F, crecen no linealmente, desarrollan irregularidades en múltiples escalas y afectan de manera directa la propagación de ondas de radio. Aun así, aún quedan desafíos importantes, especialmente en lo relativo a la identificación precisa de los mecanismos de sembrado y a la capacidad de predecir, con suficiente anticipación, cuándo y dónde se iniciará una burbuja.

1.6. Impacto tecnológico y motivación

El estudio de las EPBs y de los procesos físicos que las originan va mucho más allá de un simple interés académico en la física de plasmas o la ionosfera; es un problema con relevancia tecnológica inmediata. Estas estructuras son uno de los fenómenos más críticos en las latitudes bajas, debido a su capacidad para alterar las ondas de radio y poner en riesgo el funcionamiento de sistemas modernos de navegación, comunicación y monitoreo remoto (Ma et al., 2024; Ansari et al., 2024).

La importancia de este fenómeno reside en que la ionosfera es el medio por el

cual viajan señales esenciales para nuestra infraestructura tecnológica actual. Cuando aparecen irregularidades intensas en la densidad de electrones, como ocurre con las EPBs, la transmisión de esas señales deja de ser estable y predecible.

Por lo tanto, investigar estas estructuras cumple un doble propósito:

- En lo científico: Nos permite comprender mejor la compleja dinámica no lineal de la ionosfera ecuatorial.
- En lo práctico: Nos brinda las herramientas necesarias para anticipar, interpretar y, eventualmente, mitigar los efectos negativos del clima espacial sobre tecnologías sensibles de las que dependemos todos los días.

1.6.1. Efectos sobre GNSS

Uno de los impactos tecnológicos más estudiados de las EPBs se da sobre los sistemas globales de navegación por satélite (GNSS), tales como GPS, Galileo, GLONASS o BeiDou. La razón principal es que las señales emitidas por estos sistemas deben atravesar la ionosfera antes de llegar al receptor en superficie. Si en ese trayecto encuentran una región perturbada, la señal puede sufrir distorsiones apreciables.

Las EPBs contienen irregularidades en un rango muy amplio de escalas espaciales, desde estructuras de gran tamaño, del orden de cientos de kilómetros, hasta irregularidades mucho más pequeñas. Entre ellas, las más relevantes para el GNSS son aquellas cercanas a la llamada escala de Fresnel, que para las frecuencias de banda L típicamente empleadas por estos sistemas se encuentra del orden de algunos cientos de metros. Cuando una onda de radio atraviesa una región con irregularidades de esa escala, su amplitud y su fase experimentan fluctuaciones rápidas y aleatorias, fenómeno conocido como centelleo ionosférico (ver Figura 1.13) (Wu et al., 2024).

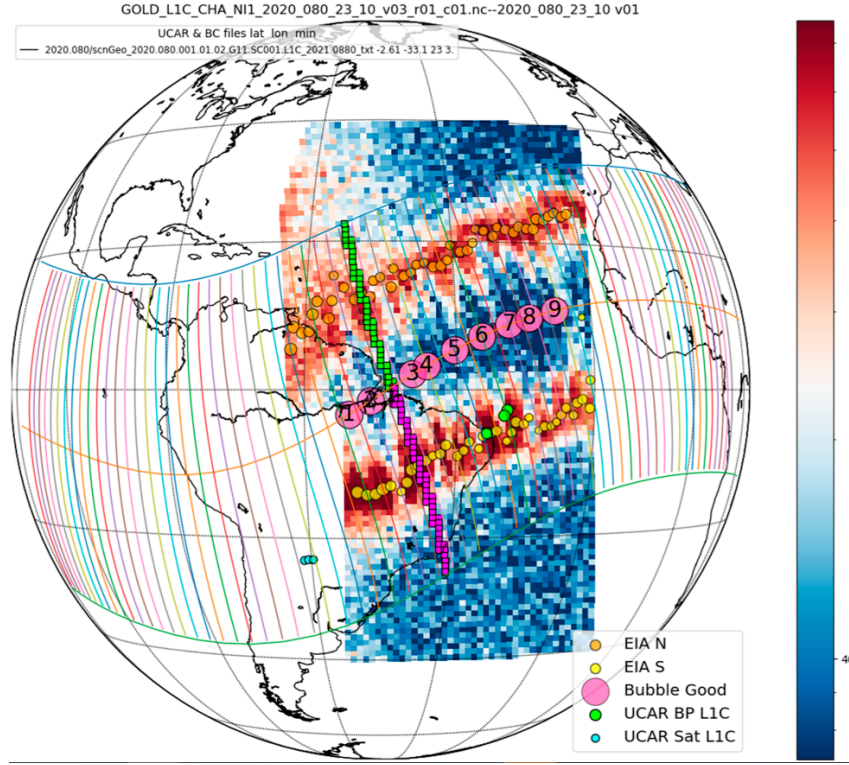


Figura 1.13: Ejemplo de imagen GOLD de burbujas con las geolocalizaciones de centelleo F7/C2. También se muestran las anomalías de la ionosfera ecuatorial (EIA, círculos naranja y amarillo).

Las burbujas se representan sobre el ecuador magnético (círculos magenta). Se muestran las ubicaciones F7/C2 (UCAR Sat L1C, círculos cian) y la geolocalización de los centelleos (UCAR BP L1C, círculos verdes). El patrón de binning de la imagen GOLD para los hemisferios norte (cuadrados lima) y sur (cuadrados magenta) dentro de una cuadrícula de 1 grado. Fuente: Wu et al. (2024).

El centelleo constituye uno de los efectos más perjudiciales para los receptores GNSS. En condiciones severas, las fluctuaciones pueden ser tan intensas que el receptor es incapaz de mantener el rastreo continuo de la señal satelital. Esta situación es crítica en aplicaciones que requieren alta confiabilidad, como la aviación, sistemas de navegación autónoma o la sincronización precisa de redes eléctricas y de telecomunicaciones.

Incluso, cuando no ocurre una pérdida completa de la señal, las irregularidades ionosféricas asociadas a las EPBs pueden introducir errores en la estimación del retardo ionosférico. Como consecuencia, la precisión del posicionamiento se degrada, pudiendo pasar de errores del orden de pocos metros a errores mayores. Esto compromete a los servicios de alta integridad, donde no basta con disponer de una posición aproximada, sino que se requiere además una estimación confiable y exacta. En este contexto, el índice S_4 se usa para medir la fluctuación de la amplitud de una señal cuando atraviesa las irregularidades. Por ejemplo,

- Bajo ($S_4 < 0.2$): la señal llega bastante estable, el plasma a lo largo del trayecto de la señal es relativamente uniforme.

- Moderado ($0.2 \lesssim S_4 \lesssim 0.5$): la señal aún puede ser rastreada por el receptor, pero presenta fluctuaciones apreciables de amplitud. la onda está atravesando una ionosfera con irregularidades suficientes como para perturbarla, pero no tan intensas como para que el enlace necesariamente colapse.
- Alto ($S_4 > 0.5$): la señal cambia mucho en amplitud, es decir, hay centelleo ionosférico fuerte. Hay irregularidades de densidad electrónica que difractan y modulan la señal.

1.6.2. Efectos sobre la propagación HF

Las EPBs también afectan a las comunicaciones en alta frecuencia (HF, 3–30 MHz). A diferencia de los sistemas GNSS, cuya señal atraviesa la ionosfera, las comunicaciones HF dependen precisamente de la capacidad de esta región para refractar o reflejar ondas de radio y permitir enlaces a grandes distancias, incluso más allá del horizonte. Por este motivo, cualquier alteración significativa de la estructura ionosférica modifica directamente las condiciones de propagación (Jiang et al., 2020). La Figura 1.14 muestra el trazado de rayos para una onda de frecuencia 8 MHz que se propaga en una ionosfera con irregularidades.

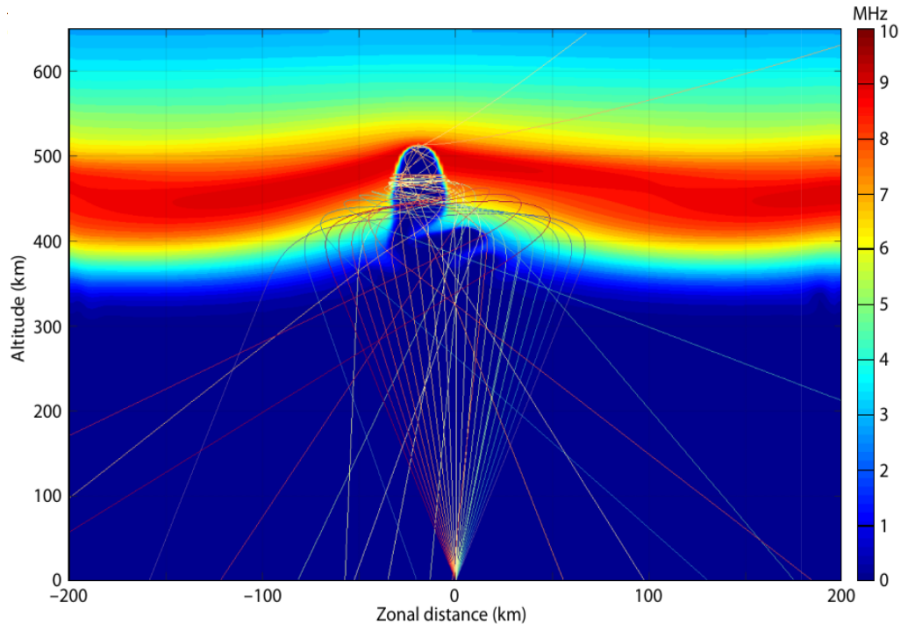


Figura 1.14: Trazado de rayos (ray tracing) de ondas de radio (líneas continuas) que se propagan en la ionosfera con irregularidades (EPBs). La frecuencia de las ondas de radio es de 8 MHz y el ángulo de elevación varía entre 80° y 100° con un paso de 1° . Fuente: Jiang et al. (2020).

Dentro y alrededor de una EPB, la densidad electrónica puede variar de manera muy brusca tanto en sentido vertical como horizontal. Estas variaciones hacen que esta parte de la ionosfera deje de ser homogénea para la propagación de las ondas de radio, entonces, las señales ya no siguen el recorrido previsto. Como resultado, pueden aparecer fenómenos como refracción anómala, dispersión angular y desvanecimientos profundos de la señal.

En la práctica, esto se refleja en una menor estabilidad del enlace, una degradación de la calidad de la comunicación y una interpretación más compleja de ecos radar o señales reflejadas. Este efecto resulta especialmente importante en sistemas críticos que dependen de la propagación HF, como algunos enlaces militares y de emergencia, así como en radares sobre horizonte (OTHR, Over-The-Horizon Radars) empleados para vigilancia de gran alcance. En este tipo de aplicaciones, una ionosfera perturbada, aparte de reducir la calidad del canal de transmisión, también puede dificultar la detección y seguimiento de objetivos ubicados a grandes distancias (Fagre, 2020).

1.6.3. Necesidad de modelado y simulación

La complejidad del fenómeno hace que el modelado y la simulación numérica sean herramientas indispensables para su estudio. La ionosfera ecuatorial constituye un sistema electrodinámicamente acoplado, en el que intervienen procesos de difusión, deriva electromagnética, colisiones, recombinación, acoplamiento con los vientos neutros e interacción entre distintas regiones de la atmósfera. A esto se suma que el desarrollo de las EPBs es esencialmente no lineal. Por esto, los enfoques puramente analíticos o lineales resultan insuficientes para describir su evolución completa.

Si bien la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada explica el inicio del crecimiento de las perturbaciones, el paso desde una pequeña modulación en la base de la capa F hasta una burbuja plenamente desarrollada que sube a grandes altitudes involucra procesos que sólo pueden capturarse adecuadamente mediante simulaciones numéricas. Entre ellos se encuentran la saturación no lineal, la bifurcación, el acoplamiento entre distintas escalas espaciales y la aparición de turbulencia interna. En este sentido, los modelos de alta resolución cumplen un papel muy importante, ya que permiten seguir la evolución temporal y espacial del sistema más allá del régimen lineal inicial.

Otro aspecto que vuelve especialmente desafiante el estudio de las EPBs es su marcada variabilidad de una noche a otra. Existen noches en las que las condiciones generales parecen similares desde el punto de vista estacional o geomagnético y, sin embargo, las burbujas se desarrollan intensamente en unas ocasiones y están ausentes en otras. Esta variabilidad depende de factores que pueden ser difíciles de medir y representar globalmente, como los vientos termosféricos zonales, los campos eléctricos de fondo y, en particular, el PRE del campo eléctrico vertical. Por esta razón, la simulación numérica no sólo sirve para reproducir casos idealizados, sino también para explorar la sensibilidad del sistema frente a pequeñas variaciones en sus condiciones iniciales y de contorno.

Desde una perspectiva aplicada, el objetivo de largo plazo es avanzar hacia modelos predictivos impulsados por datos, capaces de incorporar mediciones satelitales y observaciones terrestres en tiempo real. Un sistema de este tipo permitiría estimar la probabilidad de ocurrencia de EPBs, su intensidad y su potencial impacto sobre GNSS, comunicaciones

HF y otros servicios sensibles al estado ionosférico. En otras palabras, el desarrollo de modelos confiables constituye un paso fundamental hacia la construcción de capacidades de pronóstico y alerta temprana dentro del ámbito del space weather ecuatorial.

Capítulo 2

Simulación de EPBs: modelo matemático

2.1. Descripción física del plasma ionosférico y supuestos del modelo

El estudio de las EPBs requiere el uso de un enfoque multifluidos que consiste en describir a la región F como un sistema de fluidos acoplados. En esta aproximación, electrones, iones y neutros coexisten en el mismo volumen, pero cada especie conserva variables macroscópicas propias, como densidad numérica, velocidad media y temperatura. Esta descripción multifluida resulta adecuada porque permite incorporar el efecto conjunto de campos eléctricos y magnéticos, gravedad, gradientes de densidad y colisiones con la atmósfera neutra, todos estos procesos esenciales para la generación y evolución de irregularidades ionosféricas.

En la región F, la especie iónica dominante es el oxígeno atómico ionizado, O^+ , cuya larga vida media y baja tasa de recombinación hacen que el plasma perdure durante la noche. En capas inferiores aumentan las especies moleculares como NO^+ y O_2^+ , que se recombinan rápido. Esta diferencia de composición y de tasas de pérdida produce un fuerte gradiente vertical de densidad en la base de la capa F, que constituye la fuente de energía libre para la inestabilidad de Rayleigh-Taylor. Los electrones, por su pequeña masa, responden rápidamente a los campos electromagnéticos y presentan una conductividad muy alta a lo largo del campo magnético. Los neutros, aunque no sienten directamente la fuerza de Lorentz, transfieren momento al plasma mediante colisiones y permiten que los vientos termosféricos actúen como forzantes dinámicos. A mayores altitudes, la disminución de la densidad neutra reduce el papel de las colisiones y favorece un régimen más inercial.

El tratamiento multifluido se apoya en la **hipótesis del medio continuo**: las estructuras estudiadas deben ser mucho mayores que las escalas cinéticas microscópicas, como la longitud de Debye, el camino libre medio o el radio de Larmor iónico. En las escalas

intermedias, que están en un rango de entre 10^2 m y 10 km, se encuentran muchas de las estructuras secundarias asociadas a EPBs y de mayor importancia para el centelleo de señales de radio. En estas escalas, y para frecuencias mucho menores que la frecuencia ciclotrónica iónica (Ω_i), tiene sentido adoptar una descripción electrostática y, en gran parte de la región F, despreciar la inercia iónica de primer orden. Sin embargo, como muestran modelos más generales, esta simplificación no siempre debe introducirse desde el inicio, especialmente cuando se desea comparar los regímenes colisional e inercial o analizar el acoplamiento con la región E.

En el plano geométrico, suele asumirse que las variaciones a lo largo de las líneas de campo son pequeñas respecto de las variaciones perpendiculares. Así, la dinámica principal puede estudiarse en un modelo bidimensional. Esta hipótesis es particularmente útil en los trabajos de Zargham y Seyler (1987) y Zargham y Seyler (1989) (del cual hablaremos en secciones y capítulos posteriores) así como en la teoría lineal de Huba (2023), donde la estructura del campo magnético permite además interpretar las líneas de campo como equipotenciales, facilitando el acoplamiento electrodinámico entre las regiones E y F.

2.2. Ecuaciones de fluido para la evolución de EPBs

La base del modelo está dada por las ecuaciones de continuidad y de momento para cada especie cargada. La ecuación de continuidad expresa conservación de partículas y, para una especie α (iones o electrones), puede escribirse como

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{V}_\alpha) = P_\alpha - L_\alpha \quad (2.1)$$

donde n_α es la densidad numérica, $\mathbf{V}_\alpha$ la velocidad macroscópica, P_α es la tasa de producción y L_α es la tasa de pérdida de la especie que se este considerando.

La Ecuación 2.1 indica que la densidad local cambia por tres motivos: acumulación temporal, transporte por el flujo y fuentes o pérdidas químicas. En la ionosfera nocturna el término de producción por fotoionización puede considerarse despreciable, de modo que la evolución queda dominada por el transporte y las pérdidas. El término advectivo $\nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{V}_\alpha)$ es particularmente importante en EPBs, porque describe cómo el campo de deriva redistribuye plasma desde regiones más densas hacia regiones menos densas. A su vez, el término de pérdida controla la rapidez con que se vacía la base de la capa F, donde los iones moleculares se recombinan de manera eficiente. Esa pérdida más intensa en altitudes bajas contribuye a empinar el gradiente vertical de densidad, favoreciendo la inestabilidad.

La dinámica del flujo se obtiene a partir de la ecuación de momento. En su forma general, para una especie cargada α se escribe como

$$n_\alpha m_\alpha \left(\frac{\partial \mathbf{V}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{V}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{V}_\alpha \right) = -\nabla p_\alpha + n_\alpha m_\alpha \mathbf{g} + n_\alpha q_\alpha (\mathbf{E} + \mathbf{V}_\alpha \times \mathbf{B}) - n_\alpha m_\alpha \nu_{\alpha n} (\mathbf{V}_\alpha - \mathbf{U}) \quad (2.2)$$

donde m_α es la masa, p_α es la presión, $\mathbf{g}$ es la aceleración de la gravedad ($\mathbf{g} = -g\hat{j}$), q_α es la carga, $\mathbf{E}$ el campo eléctrico, $\mathbf{B}$ es campo magnético ($\mathbf{B} = B_0\hat{z}$), $\nu_{\alpha n}$ es la frecuencia de colisión especie-neutro y $\mathbf{U}$ es la velocidad de vientos neutros.

En la Ecuación 2.2 aparecen, respectivamente, la inercia, el gradiente de presión, la gravedad, la fuerza de Lorentz y la fricción por colisiones con neutros. Cada término cumple un papel físico distinto.

La inercia representa la resistencia del fluido a modificar su estado de movimiento y suele ser pequeña en la región F baja, aunque puede volverse más relevante a mayores altitudes. El gradiente de presión tiende a difundir el plasma desde regiones de mayor hacia regiones de menor presión. La gravedad contribuye a la estratificación vertical y es uno de los motores fundamentales de la inestabilidad de Rayleigh-Taylor. La fuerza de Lorentz controla la movilidad del plasma en presencia del campo magnético terrestre y da origen a derivas como la $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, dominante en la dinámica perpendicular al campo. Finalmente, el término colisional acopla el plasma al viento neutro y puede actuar tanto como mecanismo disipativo como fuente indirecta de movimiento.

En la mayoría de los modelos de EPBs se introducen varias simplificaciones estándar. Primero, se adopta cuasi-neutralidad,

$$n_e \approx \sum_i n_i = n \quad (2.3)$$

válida mientras las escalas espaciales sean mucho mayores que la longitud de Debye.

Segundo, se toma una única especie iónica efectiva dominante; esto permite eliminar la sumatoria

$$\sum_i n_i \approx n_i \quad (2.4)$$

Tercero, se usa la aproximación electrostática,

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi \quad (2.5)$$

o bien $\mathbf{E} = \mathbf{E}_a - \nabla \phi$ cuando se separa un campo de fondo de un potencial de polarización. Finalmente, la conservación de la corriente impone

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.6)$$

con

$$\mathbf{J} = \sum_i en_i \mathbf{V}_i - en_e \mathbf{V}_e \quad (2.7)$$

Estas hipótesis no eliminan la física esencial: simplemente concentran la atención en el acoplamiento entre densidad, potencial eléctrico y velocidades de deriva, que es precisamente el núcleo del problema de las EPBs.

2.3. Modelo reducido de Zargham y Seyler para el régimen no lineal

El trabajo de Zargham y Seyler (1989) desarrolla un modelo bidimensional para estudiar la evolución no lineal de irregularidades de escala intermedia en la ionosfera ecuatorial. El punto de partida es un sistema multifluido para electrones, iones y neutros, formulado en un plasma de baja beta, bajo cuasi neutralidad, aproximación electrostática, inercia electrónica despreciable y dinámica dominante en el plano perpendicular al campo magnético. El modelo está pensado para escalas espaciales intermedias, mayores que el radio de Larmor iónico y asociadas a frecuencias mucho menores que la frecuencia ciclotrónica iónica. Su interés principal es que permite describir, dentro de una misma formulación, tanto el régimen fuertemente colisional como el régimen inercial, conservando la estructura no lineal del transporte advectivo.

Las ecuaciones de continuidad y momento se escriben en el sistema de referencia que se mueve con la velocidad del viento neutro. Además, en la formulación reducida final, las ecuaciones quedan expresadas en un marco que se desplaza con la deriva ambiental $(\mathbf{E}_a/B_0) \times \hat{\mathbf{y}}$. Esta elección elimina de la dinámica activa ciertos términos de orden cero y permite resaltar de forma más clara la evolución relativa de las perturbaciones.

A partir de las ecuaciones de continuidad y momento para iones y electrones, y enfocándose en el movimiento del punto central alrededor del cual la partícula realiza su giro, dentro de la aproximación de centro guía, los autores obtienen un sistema reducido en términos de la densidad del plasma N , una función de corriente ψ asociada al flujo $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ y una variable auxiliar ρ , la vorticidad generalizada, definida como el rotacional del momento $N\mathbf{u}_i$ en lugar del rotacional de la velocidad. Esta distinción es importante porque la densidad del plasma participa explícitamente en la variable dinámica que mide la rotación efectiva del flujo.

El campo eléctrico se descompone como

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_a - \nabla\phi \quad (2.8)$$

y la función de corriente se define de manera que combine tanto el potencial electrostático como la contribución del término de presión, o deriva diamagnética, proporcional a $\nabla \ln N$.

En particular,

$$\nabla\psi = \frac{1}{B_0}\nabla\phi + \frac{T}{eB_0}\nabla\ln N \quad (2.9)$$

De este modo, ψ no representa únicamente el efecto del potencial eléctrico, sino también la contribución barotrópica asociada al gradiente de presión del plasma.

Con estas definiciones, el sistema reducido adopta la forma

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\nu_e}{\Omega_e} \left(\frac{\mathbf{E}_a}{B_0} \cdot \nabla + \frac{2T}{eB_0} \nabla^2 \right) N - \frac{\nu_e}{\Omega_e} \rho \quad (2.10)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{2}(\hat{y} \times \nabla|\nabla\psi|^2) \cdot \nabla N = -\nu_i\rho + \left(\mathbf{g} \times \hat{y} + \nu_i \frac{\mathbf{E}_a}{B_0} + \frac{g}{\Omega_i} \hat{x} \right) \cdot \nabla N \quad (2.11)$$

$$\nabla \cdot (N\nabla\psi) = \rho \quad (2.12)$$

con derivada material

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\hat{y} \times \nabla\psi) \cdot \nabla \quad (2.13)$$

Este sistema muestra con claridad la física del problema. La densidad se transporta principalmente por el flujo advectivo dominante, mientras que la ecuación de ρ describe el balance entre generación, transporte y disipación de vorticidad generalizada. En el régimen colisional, el término $-\nu_i\rho$ amortigua rápidamente esa vorticidad y dificulta la persistencia de estructuras rotacionales. En cambio, en el régimen inercial la disipación relativa es menor y la vorticidad puede conservarse y advectarse, favoreciendo la formación de dipolos, vórtices y flujos más parecidos a los de un fluido bidimensional.

La ecuación elíptica para ψ cierra el sistema y permite determinar instantáneamente la función de corriente a partir de la distribución espacial de densidad y vorticidad generalizada. Como ψ no posee derivada temporal propia, se trata de una variable diagnóstica, mientras que N y ρ son las verdaderas variables dinámicas del modelo.

Para estudiar la dinámica de escalas intermedias de una manera más conveniente, los autores introducen una adimensionalización basada en una escala temporal característica τ , una escala espacial λ y una densidad de referencia N_0 . La densidad total se escribe como

$$N = N_0(1 + n) \quad (2.14)$$

donde n representa la perturbación relativa de densidad. Además, las demás cantidades se reescalan de modo que el tiempo se mida en unidades de τ , las longitudes en unidades de λ , la función de corriente en unidades de λ^2/τ , la vorticidad generalizada en unidades de N_0/τ , la frecuencia colisional en unidades de τ^{-1} , la gravedad en unidades de λ/τ^2 y la deriva ambiental E_a/B_0 en unidades de λ/τ . En otras palabras, se toman transformaciones del tipo

$$t = \tau t', \quad \nabla = \lambda^{-1} \nabla', \quad N = N_0(1 + n') \quad (2.15)$$

$$\rho = \frac{N_0}{\tau} \rho', \quad \psi = \frac{\lambda^2}{\tau} \psi', \quad \nu = \frac{1}{\tau} \nu' \quad (2.16)$$

$$g = \frac{\lambda}{\tau^2} g', \quad \frac{E_a}{B_0} = \frac{\lambda}{\tau} \left(\frac{E_a}{B_0} \right)' \quad (2.17)$$

Luego de sustituir estas expresiones en el sistema reducido y omitir las primas para simplificar la notación, se obtiene la forma adimensional del modelo.

En esa formulación, y añadiendo términos disipativos para hacer numéricamente tratable la evolución de pequeñas escalas, el sistema queda

$$\frac{\partial n}{\partial t} + (\hat{y} \times \nabla \psi) \cdot \nabla n = D_* \nabla^2 n \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\hat{y} \times \nabla \psi) \cdot \nabla \rho + \frac{1}{2} (\hat{y} \times \nabla |\nabla \psi|^2) \cdot \nabla n = \left(g \hat{x} + \frac{\nu E_a}{B_0} \hat{x} \right) \cdot \nabla n - \nu \rho + \mu_* \nabla^2 \rho \quad (2.19)$$

$$\nabla^2 \psi + \nabla \cdot (n \nabla \psi) = \rho \quad (2.20)$$

La ecuación de continuidad adimensional muestra que la perturbación de densidad evoluciona principalmente por advección debida al flujo $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, mientras que el término $D_* \nabla^2 n$ representa una difusión efectiva introducida con fines numéricos. La ecuación para ρ conserva la advección de la vorticidad generalizada por el flujo, incorpora un acoplamiento no lineal adicional a través del término $\frac{1}{2} (\hat{y} \times \nabla |\nabla \psi|^2) \cdot \nabla n$, y contiene además el forzamiento debido a la gravedad y a la deriva asociada al campo eléctrico ambiente. Finalmente, la tercera ecuación relaciona instantáneamente ψ con la distribución de densidad y vorticidad, pero ahora aparece un término no lineal adicional, $\nabla \cdot (n \nabla \psi)$, que refleja el hecho de que el operador elíptico depende de la perturbación de densidad.

Los términos D_* y μ_* no deben interpretarse como una representación exacta de la difusión y la viscosidad físicas de la ionosfera en estas escalas. De hecho, Zargham y Seyler (1989) remarcan que la difusión física es despreciable incluso para las menores escalas resueltas numéricamente. Por ello, D_* y μ_* se introducen como disipación artificial: el primero amortigua las fluctuaciones de densidad cercanas al tamaño de malla y el segundo suprime las variaciones de vorticidad de pequeña longitud de onda. En otras palabras, estos términos fijan el corte disipativo en pequeñas escalas que el modelo puede resolver sin desarrollar inestabilidades numéricas espurias.

El paso desde este sistema adimensional completo hacia las ecuaciones (2.18), (2.19) y (2.20) se basa en una aproximación de amplitud moderada para la perturbación de densidad. Como $N = N_0(1 + n)$, la no linealidad de la ecuación elíptica introduce, al resolverse para ψ , términos de orden superior en n . Cuando $|n|$ no es demasiado grande, en particular para $|n| \lesssim 1/2$, los autores muestran que los términos cúbicos resultan menores que los cuadráticos y no modifican de manera cualitativa la dinámica principal del sistema. En ese régimen, las no linealidades cuadráticas advectivas dominan el comportamiento y puede adoptarse una aproximación cuadráticamente no lineal.

Bajo esta simplificación, la ecuación de continuidad y la ecuación para la vorticidad generalizada conservan su forma dominante,

$$\frac{\partial n}{\partial t} + (\hat{y} \times \nabla \psi) \cdot \nabla n = D_* \nabla^2 n \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\hat{y} \times \nabla \psi) \cdot \nabla \rho + \frac{1}{2} (\hat{y} \times \nabla |\nabla \psi|^2) \cdot \nabla n = \left(g \hat{x} + \frac{\nu E_a}{B_0} \hat{x} \right) \cdot \nabla n - \nu \rho + \mu_* \nabla^2 \rho \quad (2.22)$$

mientras que la ecuación de cierre se reduce a

$$\nabla^2 \psi = \rho \quad (2.23)$$

La simplificación esencial está entonces en la tercera ecuación. Al despreciar el término $\nabla \cdot (n \nabla \psi)$, se eliminan las contribuciones cúbicas asociadas al acoplamiento entre densidad perturbada y estructura del flujo, pero se conservan las no linealidades cuadráticas que dominan la advección y el acoplamiento entre n y ρ . De este modo, las ecuaciones (2.21), (2.22) y (2.23) preservan la física no lineal más importante del problema y al mismo tiempo reducen de manera considerable el costo computacional.

Esta versión cuadráticamente no lineal resulta particularmente valiosa porque retiene la competencia esencial entre advección, forzamiento gravitatorio, deriva ambiental y amortiguamiento colisional, pero además adquiere una estructura más transparente desde el punto de vista teórico. En el límite ideal $D_* = \mu_* = 0$, el sistema admite cantidades conservadas como la integral espacial de n^2 y una energía total que combina una contribución cinética asociada a $|\nabla \psi|^2$ con una contribución potencial proporcional a $g^* n z$, donde $g^* = g + \nu E_a / B_0$. Esta propiedad ayuda a entender por qué, especialmente en el régimen inercial, el modelo puede vincularse con la dinámica de un fluido bidimensional de tipo Navier Stokes.

2.3.1. Análisis lineal local de estabilidad

Para complementar el estudio no lineal, Zargham y Seyler (1989) desarrollan un análisis lineal local que permite describir la etapa inicial de crecimiento de las perturbaciones. Esta aproximación supone que la longitud de escala del gradiente de densidad, L_n , es mucho mayor que la longitud de onda de los modos considerados, de modo que el perfil puede analizarse localmente alrededor de la región donde el gradiente es máximo. En ese marco, la dinámica lineal queda caracterizada por una tasa de crecimiento γ , cuya expresión resulta

$$\gamma = -\frac{1}{2} (D_* k^2 + \nu + \mu_* k^2) + \frac{1}{2} \left[(D_* k^2 - \nu - \mu_* k^2)^2 + 4\gamma_0^2 \frac{k_x^2}{k^2} \right]^{1/2} \quad (2.24)$$

donde

$$k^2 = k_x^2 + k_z^2, \quad \gamma_0^2 = \frac{1}{L_n} \left(g + \nu \frac{E_a}{B_0} \right) \quad (2.25)$$

Esta ecuación resume de forma compacta la competencia entre los mecanismos que estabilizan y desestabilizan el sistema. Por un lado, los términos $D_* k^2$ y $\mu_* k^2$ representan la difusión y la viscosidad numéricas, respectivamente, y actúan amortiguando los modos de número de onda grande, es decir, las estructuras más pequeñas. El término ν también contribuye al amortiguamiento, ya que introduce la disipación asociada a las colisiones ion neutro. Por otro lado, el término proporcional a γ_0^2 contiene la parte inestable del problema, ya que combina el efecto del gradiente vertical de densidad con la gravedad y con la deriva asociada al campo eléctrico ambiente.

La cantidad γ determina la evolución temporal de cada modo lineal. Si $\gamma > 0$, la amplitud de la perturbación crece exponencialmente y el modo es inestable. Si $\gamma < 0$, la perturbación decae y el modo es estable, como se detalló en el Capítulo 1. Por lo tanto, la tasa de crecimiento no solo indica si existe inestabilidad, sino también cuán rápido se desarrolla. En este sentido, la ecuación (2.24) fija una escala temporal característica para la fase lineal de la evolución.

La dependencia angular aparece a través del factor k_x^2/k^2 . Este cociente muestra que la inestabilidad no depende únicamente del módulo del vector de onda, sino también de su orientación. En particular, el crecimiento es máximo cuando $k_z = 0$, de modo que $k = k_x$ y el factor k_x^2/k^2 toma su valor máximo, igual a uno. Esto implica que los modos puramente horizontales son los más inestables, mientras que la presencia de una componente vertical del número de onda reduce la tasa de crecimiento. Desde el punto de vista físico, esto significa que la inestabilidad favorece estructuras alargadas en la dirección vertical y moduladas principalmente en la dirección horizontal.

Si además se desprecia la disipación, la expresión anterior se simplifica y permite ver con mayor claridad el papel de las colisiones. Para los modos de crecimiento más rápido, con $k_z = 0$, se obtiene

$$\gamma(\nu) = \frac{-\nu + \sqrt{\nu^2 + 4\gamma_0^2}}{2}. \quad (2.26)$$

Esta forma es especialmente útil porque muestra de manera directa cómo cambia la tasa de crecimiento al pasar de un régimen a otro. En el régimen colisional, donde la frecuencia de colisión es dominante, el crecimiento queda fuertemente condicionado por ν . En el régimen inercial, en cambio, ese amortiguamiento pierde importancia relativa y la inestabilidad crece de manera más libre.

A partir de esta expresión se obtienen también dos límites importantes. En el régimen colisional, la tasa de crecimiento puede aproximarse por

$$\gamma \approx \frac{1}{L_n} \left(\frac{E_a}{B_0} + \frac{g}{\nu} \right), \quad (2.27)$$

mientras que en el régimen inercial resulta

$$\gamma \approx \left(\frac{g}{L_n} + \frac{\nu E_a}{L_n B_0} \right)^{1/2}. \quad (2.28)$$

Estas aproximaciones permiten ver con mayor transparencia qué mecanismo domina en cada caso. En el régimen colisional, el crecimiento depende fuertemente del campo eléctrico ambiente y de la frecuencia de colisión. En el régimen inercial, en cambio, la gravedad adquiere un papel más importante y la dinámica se vuelve menos controlada por la disipación colisional.

En conjunto, la ecuación de la tasa de crecimiento constituye una herramienta central para interpretar los resultados numéricos. Por un lado, predice qué modos deberían amplificarse primero durante la fase lineal. Por otro, permite comparar las tasas de crecimiento medidas en las simulaciones con las esperadas teóricamente. De este modo, el análisis lineal local funciona como una referencia clara para identificar el rango de números de onda más inestable y para evaluar si la evolución inicial obtenida numéricamente reproduce la física prevista por el modelo.

2.4. Teoría lineal de Huba para la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada (GRTI)

En el enfoque lineal desarrollado por Huba (2022), las ecuaciones básicas de partida son las ecuaciones de continuidad para iones y electrones, Ecuación 2.1, junto con la conservación de la corriente, Ecuación 2.6, y una ecuación de velocidad perpendicular al campo magnético,

$$\frac{\partial \mathbf{V}_\alpha}{\partial t} = \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha c} \mathbf{V}_\alpha \times \mathbf{B} + \mathbf{g} - \nu_{\alpha n} (\mathbf{V}_\alpha - \mathbf{V}_n) \quad (2.29)$$

En esta formulación se desprecian el término convectivo no lineal, la presión y las colisiones ion-ion, porque el interés está en modos largos y en una teoría lineal de inicio de la inestabilidad.

La teoría lineal de Huba (2022) permite describir el inicio de las irregularidades asociadas al ESF incorporando, dentro de una misma formulación, tres ingredientes que en tratamientos anteriores aparecían de manera incompleta: la inercia iónica, las fuerzas de aceleración y los drivers electrodinámicos de la región E. El desarrollo se organiza en dos niveles: una teoría local y una teoría integrada a lo largo del tubo de flujo. En ambos casos, el punto de partida son las ecuaciones de continuidad, la conservación de la corriente y la ecuación de velocidad perpendicular ya introducidas.

Primero se obtiene una solución de orden cero despreciando la aceleración temporal

en la ecuación de velocidad. De ese modo, la velocidad de equilibrio de cada especie puede escribirse como

$$\mathbf{V}_{\alpha 0} = R_{\alpha} \left[\left(\frac{c\mathbf{E}}{B} + \frac{\mathbf{g}}{\Omega_{\alpha}} + k_{\alpha} \mathbf{V}_n \right) \times \hat{\mathbf{q}} + k_{\alpha} \left(\frac{c\mathbf{E}}{B} + \frac{\mathbf{g}}{\Omega_{\alpha}} + k_{\alpha} \mathbf{V}_n \right) \right] \quad (2.30)$$

donde

$$k_{\alpha} = \frac{\nu_{\alpha n}}{\Omega_{\alpha}} \quad R_{\alpha} = \frac{1}{1 + k_{\alpha}^2} \quad (2.31)$$

A partir de estas velocidades, Huba expresa la corriente de equilibrio en términos de conductividades de Pedersen y Hall:

$$\mathbf{J}_0 = \sigma_P \left(\mathbf{E} + \frac{B}{c} \mathbf{V}_n \times \hat{\mathbf{q}} \right) + \sigma_H \left(\frac{B}{c} \mathbf{V}_n - \mathbf{E} \times \hat{\mathbf{q}} \right) + \sigma_P^g \mathbf{g} + \sigma_H^g \mathbf{g} \times \hat{\mathbf{q}} \quad (2.32)$$

Luego se incorpora una corrección de primer orden asociada a la aceleración del flujo. La velocidad corregida queda

$$\mathbf{V}_{\alpha 1} = -\frac{R_{\alpha}}{\Omega_{\alpha}} \left[\frac{\partial \mathbf{V}_{\alpha a}}{\partial t} \times \hat{\mathbf{q}} + k_{\alpha} \frac{\partial \mathbf{V}_{\alpha a}}{\partial t} \right] \quad (2.33)$$

de manera que la corriente total adquiere la forma

$$\mathbf{J} = \sigma_P \left(\mathbf{E} + \frac{B}{c} \mathbf{V}_n \times \hat{\mathbf{q}} \right) + \sigma_H \left(\frac{B}{c} \mathbf{V}_n - \mathbf{E} \times \hat{\mathbf{q}} \right) + \sigma_P^g \mathbf{g} + \sigma_H^g \mathbf{g} \times \hat{\mathbf{q}} + \mathbf{g}_a \quad (2.34)$$

donde $\mathbf{g}_a$ representa la contribución asociada a la aceleración del plasma. Esta parte es importante porque muestra explícitamente cómo la inercia iónica y la aceleración ingresan en la teoría, aun cuando luego se verá que, bajo condiciones nominales, su efecto práctico suele ser pequeño.

2.4.1. Teoría local y relación de dispersión

En la teoría local se consideran perturbaciones proporcionales a $\exp[i(k_{\phi}\phi - \omega t)]$. La linealización de la continuidad y de la conservación de corriente conduce a una relación de dispersión cuadrática:

$$A\omega^2 + B\omega + C = 0 \quad (2.35)$$

En esta expresión, el coeficiente A está asociado a la inercia iónica, B contiene el aporte disipativo dominante y C reúne los mecanismos excitadores y amortiguadores. En la formulación de Huba (2023),

$$A = \sigma_{HI}, \quad B = i(\sigma_P + \mathcal{L}\sigma_{HI}) \quad (2.36)$$

mientras que

$$C = \frac{1}{L_n(1+\psi)} \left[\sigma_P \left(E_{0\phi} - \frac{B}{c} V_{np} \right) + \sigma_H \left(E_{0p} + \frac{B}{c} V_{n\phi} \right) - \sigma_{HI} g + g_a \right] - \sigma_P \mathcal{L} \quad (2.37)$$

La solución general se obtiene resolviendo la cuadrática:

$$\omega = \frac{2C}{-B \mp \sqrt{B^2 - 4AC}} \quad (2.38)$$

Esta relación resume la competencia entre los distintos mecanismos físicos. El término gravitatorio está ligado a la GRTI propiamente dicha; el término proporcional a $E_{0\phi}$ representa el aporte de la deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$; el término con el viento neutro incorpora el gradient-drift; y el término de pérdidas $\mathcal{L}$ introduce amortiguamiento químico, sobre todo relevante cuando la conductividad de la región E entra en juego.

2.4.2. Límites físicos principales

La utilidad de la teoría local aparece con claridad al analizar sus límites asintóticos. En el régimen no colisional, la tasa de crecimiento queda

$$\gamma = \left(\frac{g_{\text{eff}}}{L_n} \right)^{1/2}, \quad g_{\text{eff}} = - \left(g + \frac{c}{B} \frac{\partial E_{0\phi}}{\partial t} \right) \quad (2.39)$$

Esto muestra que la gravedad efectiva no está dada sólo por g , sino también por la aceleración temporal de la deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Una aceleración vertical ascendente del plasma incrementa el crecimiento lineal.

En el régimen débilmente colisional, apropiado para la región F, la teoría se reduce a

$$\gamma = \frac{1}{L_n} \frac{\nu_{in}}{\nu_{in} + \mathcal{L}} \left[\left(\frac{c}{B} E_{0\phi} - V_{np} \right) + \frac{1}{\nu_{in}} \left(g + \frac{c}{B} \frac{\partial E_{0\phi}}{\partial t} \right) \right] \quad (2.40)$$

Aquí se ve con mucha claridad la naturaleza híbrida de la GRTI: el crecimiento puede ser impulsado por la gravedad, por la deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ y por el viento neutro. En este sentido, la GRTI reúne el mecanismo clásico de Rayleigh-Taylor, el Simon-Hoh y el gradient-drift. Éste es probablemente el resultado más útil para discutir físicamente el inicio de EPBs en la base de la región F.

En el régimen fuertemente colisional, más representativo de la región E, la tasa de crecimiento es

$$\gamma = \frac{1}{(1+\psi)^2} \frac{\nu_{in}}{\Omega_i} \frac{1}{L_n} \left(\frac{c}{B} E_{0p} + V_{n\phi} \right) \quad (2.41)$$

En este caso la gravedad deja de ser el agente dominante y el crecimiento queda gobernado principalmente por los drivers electrodinámicos de la región E. Éste es un punto conceptual muy importante, porque muestra que la región E no debe pensarse sólo como una carga

pasiva, sino como una región capaz de modificar de forma activa la estabilidad del sistema.

2.4.3. Teoría integrada en el tubo de flujo

La versión local de la teoría es útil, pero en la ionosfera real el campo eléctrico se transmite a lo largo de líneas de campo casi equipotenciales. Por ello, Huba (2022) introduce una formulación integrada en el tubo de flujo. Partiendo de la conservación de la corriente perturbada en coordenadas dipolares, se obtiene

$$\int \delta J_\phi G(s) ds = 0 \quad (2.42)$$

donde $G(s)$ es una función geométrica asociada a la integración a lo largo de la línea de campo. El resultado vuelve a ser una relación de dispersión cuadrática,

$$A\omega^2 + B\omega + C = 0 \quad (2.43)$$

pero ahora con coeficientes integrados:

$$A = \int \sigma_{HI} G(s) ds, \quad B = i \int (\sigma_P + \mathcal{L}\sigma_{HI}) G(s) ds \quad (2.44)$$

mientras que C contiene la integral ponderada de los términos excitadores y disipativos a lo largo del tubo de flujo.

En el límite débilmente colisional integrado, apropiado para la región F acoplada al resto del tubo de flujo, la solución puede escribirse como

$$\omega = -\frac{C}{B}, \quad \gamma = i\frac{C}{B} \quad (2.45)$$

La diferencia física clave respecto de la teoría local es que ahora la tasa de crecimiento no depende sólo de condiciones locales de la región F, sino de la conductancia total del tubo de flujo. En otras palabras, el acoplamiento electrodinámico con la región E modifica la tasa de crecimiento incluso cuando el mecanismo desestabilizante principal se encuentra en la región F.

2.4.4. Predicciones principales de la teoría lineal

La teoría lineal de Huba (2022) conduce a varias conclusiones relevantes para el estudio de EPBs. En primer lugar, aunque la inercia iónica aparece formalmente en la relación de dispersión, su impacto sobre la tasa de crecimiento resulta despreciable bajo condiciones ionosféricas nominales. En segundo lugar, las fuerzas de aceleración tampoco modifican de manera importante el crecimiento lineal en condiciones típicas, porque las aceleraciones del plasma y de los neutros suelen ser pequeñas comparadas con

la gravedad. En cambio, los *drivers* de la región E, en particular el viento neutro zonal y la deriva zonal del plasma, sí pueden incrementar o reducir significativamente la tasa de crecimiento dependiendo de su dirección. Además, al incluir el acoplamiento con la región E, la inestabilidad puede extenderse a mayores altitudes, incluso por encima de 1000 km, mapeándose a latitudes medias. Por último, la teoría predice mayores tasas de crecimiento durante episodios de ascenso ionosférico, es decir, cuando la deriva vertical del plasma es hacia arriba, en acuerdo con la idea de que el levantamiento de la capa F favorece la formación de EPBs.

2.5. Conexión entre Zargham y Huba

Las expresiones obtenidas por Zargham y Seyler (1989) para la tasa de crecimiento son consistentes con los resultados de teorías lineales más generales, como la desarrollada por Huba (2022). En ambos casos, el crecimiento de la inestabilidad está gobernado por la competencia entre términos desestabilizantes, asociados a la gravedad y al campo eléctrico ambiente, y términos disipativos vinculados a las colisiones y a la difusión.

Sin embargo, mientras que Zargham y Seyler (1989) obtiene una expresión explícita para la tasa de crecimiento en función del número de onda a partir de un modelo reducido bidimensional, la formulación de Huba (2022) conduce a una relación de dispersión más general, donde la tasa de crecimiento se obtiene como solución de una ecuación cuadrática para la frecuencia compleja. En este sentido, las expresiones de Zargham pueden interpretarse como un caso particular de la teoría de Huba bajo hipótesis locales y en ausencia de acoplamiento a lo largo de las líneas de campo.

La principal diferencia radica en el alcance físico de cada modelo. Mientras que la teoría de Zargham resulta especialmente adecuada para analizar la selección de modos y comparar con simulaciones numéricas en el plano bidimensional, la teoría de Huba incorpora efectos adicionales, como el acoplamiento electrodinámico con la región E, el viento neutro y las conductividades integradas, permitiendo una descripción más completa del inicio de la inestabilidad en la ionosfera real. En este sentido, ambos enfoques pueden considerarse complementarios: la teoría local de Zargham proporciona una interpretación directa en términos espectrales, mientras que la formulación de Huba permite identificar los mecanismos físicos que controlan la tasa de crecimiento en condiciones ionosféricas más realistas.

Capítulo 3

Simulación de EPBs: Método espectral y plataforma Dedalus

3.1. Resumen de los métodos numéricos y su evolución histórica

Las simulaciones numérica de burbujas de plasma ecuatorial se desarrolló para estudiar la evolución no lineal de estas irregularidades ya que no pueden explicarse completamente con la teoría lineal de Rayleigh-Taylor. En estos modelos, el problema físico se formula a partir de la ecuación de continuidad para la densidad de plasma, Ecuación 2.1, las ecuaciones de momento estacionarias para iones y electrones, Ecuación 2.2, y la condición de divergencia nula de la corriente, Ecuación 2.6, que nos lleva a una ecuación elíptica del potencial electrostático. El desafío numérico consiste en resolver simultáneamente el transporte no lineal de densidad y el potencial eléctrico, preservando gradientes muy abruptos sin introducir difusión artificial excesiva ni oscilaciones espurias.

Los primeros avances se dieron en modelos bidimensionales. Scannapieco y Ossakow (1976) realizaron la primera simulación numérica de la evolución no lineal de EPBs, como puede verse en la Figura 3.1, y lograron reproducir la penetración de una región de baja densidad desde la base hasta el tope; un resultado importante porque mostraba un comportamiento que la teoría lineal no predecía. Aunque esa estructura todavía era simplificada y evolucionaba lento, sentó como base el uso de la simulación numérica como herramienta para estudiar el problema. Posteriormente, Zalesak y Ossakow (1980) mejoraron el tratamiento del transporte implementando el esquema Flux-Corrected Transport (FCT), originalmente desarrollado por Zalesak (1979). Este método combinaba esquemas de bajo y alto orden mediante un limitador de flujo, suprimiendo la difusión numérica en las paredes abruptas de las burbujas y permitiendo un crecimiento más rápido y realista hacia el tope.

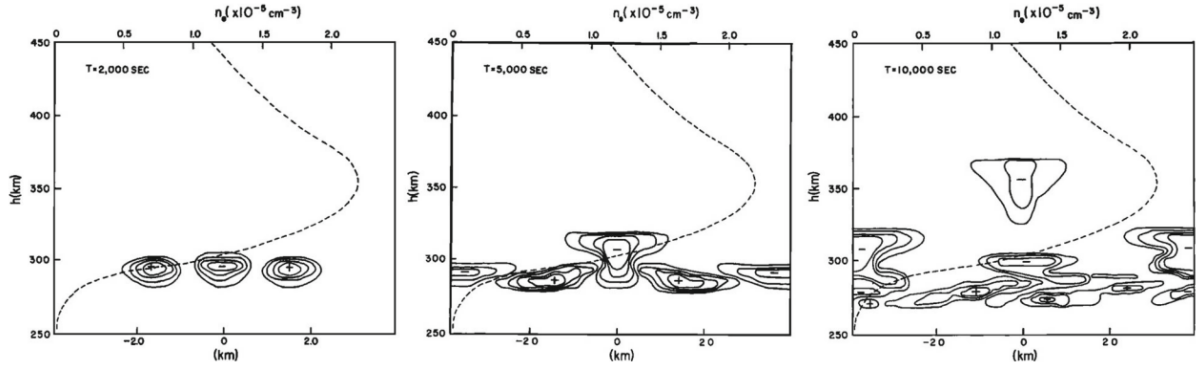


Figura 3.1: Primera simulación bidimensional de la evolución no lineal de EPBs realizada por Scannapieco y Ossakow (1976). Fuente: Yokoyama (2017)

El siguiente paso fue dado por Zalesak et al. (1982) (Figura 3.2), quienes desarrollaron un modelo de tres capas que incluía el plano ecuatorial magnético y las regiones E conjugadas conectadas por las líneas de campo. Con este modelo pudieron reproducir la bifurcación de las burbujas a partir de topes aplanados, y concluyeron que la conductividad de Pedersen de la región E desempeña un rol importante en ese proceso. Además, mostraron que un viento neutro uniforme hacia el este puede producir una inclinación hacia el oeste en las EPBs. Este resultado fue relevante no sólo por el fenómeno en sí, sino porque indicó que las variaciones de parámetros físicos a lo largo de las líneas de campo magnético no podían ignorarse, anticipando así la necesidad de modelos tridimensionales más completos.

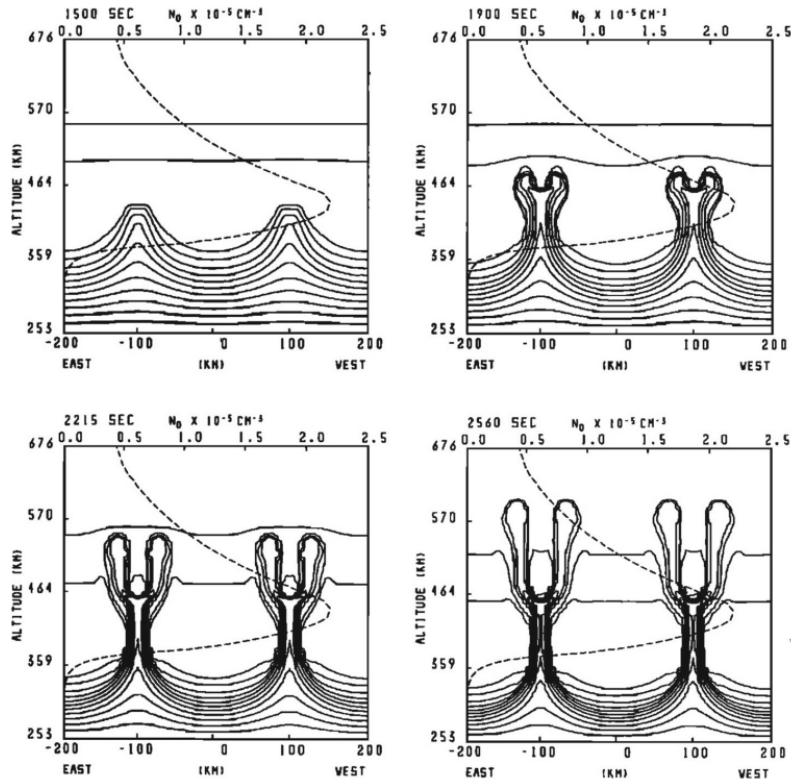


Figura 3.2: EPB bifurcadas representadas mediante un modelo de tres capas realizada por Zalesak et al. (1982). Fuente: Yokoyama (2017)

En paralelo, otros trabajos se concentraron en irregularidades de escala intermedia, más cercanas a las escalas relevantes para el centelleo. Keskinen et al. (1981), Kelley et al. (1987), Zargham y Seyler (1987) y Zargham y Seyler (1989) estudiaron estructuras intermedias y las compararon con observaciones in situ. Dado que en ese momento no era factible resolver simultáneamente un rango muy amplio de escalas, estos modelos trabajaban en dominios espaciales más reducidos y se enfocaban específicamente en irregularidades intermedias, dejando en segundo plano la formación global de las grandes burbujas.

Otro eje de desarrollo fue el problema del seeding, es decir, qué perturbación inicial dispara la inestabilidad. Kelley et al. (1981), a partir de observaciones de Jicamarca, propusieron que las ondas de gravedad atmosféricas podían modular el gradiente de densidad de la base y ser luego amplificadas por la inestabilidad de Rayleigh–Taylor. Huang y Kelley (1996a), Huang y Kelley (1996b) y Huang y Kelley (1996c) analizaron numéricamente este mecanismo y concluyeron que ondas de gravedad con distintos rangos de amplitud y longitud de onda podían actuar eficazmente como semilla. Más adelante, Sekar et al. (1994) incorporaron vientos verticales en sus simulaciones y mostraron que un viento descendente favorece el crecimiento de las EPBs; además, Sekar (2003) exploró cómo influyen la amplitud y longitud de onda de la perturbación inicial, los perfiles de densidad en el tope, la cizalla del drift zonal y la presencia de iones moleculares.

Una alternativa al mecanismo de siembra por ondas de gravedad fue propuesta por Hysell y Kudeki (2004), quienes sugirieron que la cizalla vertical del drift zonal en la base al atardecer puede desencadenar ESF mediante una inestabilidad colisional de cizalla. Según sus simulaciones, la tasa de crecimiento de este mecanismo podía ser comparable a la de Rayleigh–Taylor, y los resultados eran consistentes con observaciones de radar previas al inicio de ESF. Esto amplió considerablemente la argumentación física, porque indicó que las perturbaciones semilla no tienen por qué provenir únicamente de ondas de gravedad.

En cuanto a los esquemas numéricos de transporte, se fue haciendo evidente que los métodos clásicos de diferencias finitas no eran suficientes. Esquemas de bajo orden como upwind resultaban demasiado difusivos, mientras que esquemas de orden más alto podían generar oscilaciones dispersivas cerca de frentes abruptos. Por ello se adoptaron métodos avanzados. El FCT se volvió una herramienta muy usada en modelos ionosféricos. Hain (1987) propuso el método de partial donor cell, que luego fue aplicado en modelos más recientes. Harten (1983) desarrolló el enfoque Total Variation Diminishing (TVD), posteriormente utilizado en simulaciones de EPBs porque permite capturar estructuras tipo choque sin oscilaciones espurias. Finalmente, Yabe et al. (2001) y Yabe et al. (2004) desarrollaron el método Constrained Interpolation Profile (CIP), que trata también las derivadas espaciales de primer orden como variables dependientes; esto permite transportar explícitamente los gradientes de densidad y conservar con gran fidelidad tanto las paredes

abruptas de las burbujas como sus estructuras turbulentas internas.

Sobre esa base, Huba y Joyce (2007) desarrollaron un nuevo código bidimensional que utilizó interpolación espacial de octavo orden junto con el método de partial donor cell (Figura 3.3). Ese modelo pudo reproducir bifurcaciones secundarias y estructuras pequeñas sobre las paredes de disminución de densidad primarias, mostrando que una mayor resolución y mejores esquemas de advección hacían posible describir subestructuras internas que antes no aparecían. Aunque algunas de las formas obtenidas, como ciertas disminuciones de densidad primarias en V, parecían poco naturales y probablemente estaban condicionadas por el tratamiento 2D, este trabajo marcó una transición hacia modelos más detallados y con mejor resolución.

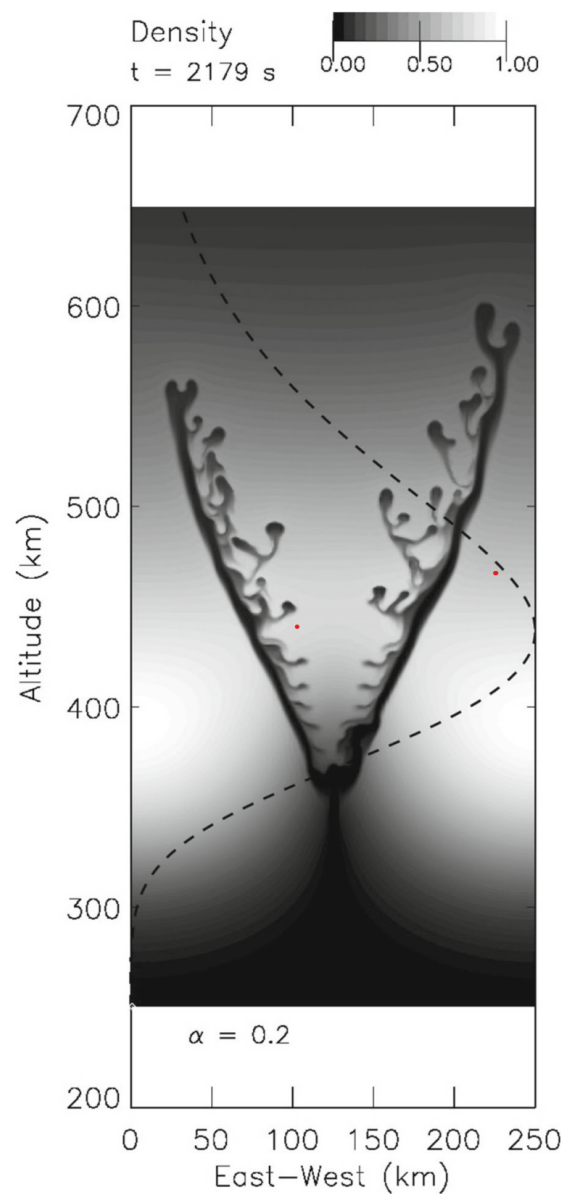


Figura 3.3: Estructuras a pequeña escala en el interior de las EPBs realizado por Huba y Joyce (2007). Fuente: Yokoyama (2017)

La resolución del potencial electrostático constituyó otro problema numérico fundamental. Al discretizar la ecuación elíptica para ϕ , se obtiene un sistema lineal disperso de gran tamaño. Los métodos directos clásicos, como la eliminación gaussiana, podían aplicarse en principio, pero destruían la estructura dispersa de la matriz y exigían mucha memoria. Madala (1978) desarrolló el método Stabilized Error Vector Propagation (SEVP), que luego fue utilizado en modelos recientes como los de Retterer (2010) y Duly et al. (2014). Sin embargo, para simulaciones grandes, especialmente tridimensionales, se volvieron preferibles los métodos iterativos. Los esquemas clásicos como Jacobi, Gauss-Seidel y SOR no convergían bien en 3D de gran escala, por lo que fueron reemplazados por métodos de subespacios de Krylov, como CG, BiCGSTAB y GMRES, usualmente combinados con preconditionamiento tipo ILU. También se empleó el método multigrad, basado en una jerarquía de mallas de distinta resolución, para acelerar la convergencia en ecuaciones elípticas. Más recientemente, Fujino y Murakami (2013) desarrollaron nuevas variantes de métodos de Krylov que fueron implementadas en simulaciones modernas.

El salto a modelos tridimensionales se produjo cuando las limitaciones geométricas de los modelos 2D se volvieron demasiado restrictivas. Los trabajos preliminares de Keskinen et al. (2003) y Kherani et al. (2005) mostraron que los efectos de conductividad paralela finita ralentizan la evolución de las EPBs. Poco después, Huba et al. (2008) desarrollaron el modelo SAMI3/ESF, basado en el modelo ionosférico global SAMI3. Este trabajo logró reproducir por primera vez la estructura tridimensional completa de las burbujas: a medida que las EPBs crecen, los tubos de flujo magnético se vacían y se forman gradientes muy pronunciados alrededor de las crestas de la EIA (Figura 3.4). A partir de allí, Huba et al. (2009), Krall et al. (2009) y Huba y Krall (2013) estudiaron efectos del viento neutral, mientras que Krall et al. (2010b) y Krall et al. (2010a) investigaron la fase de decaimiento y Huba et al. (2015) analizaron la reconexión electrostática en la unión (merging) de EPBs.

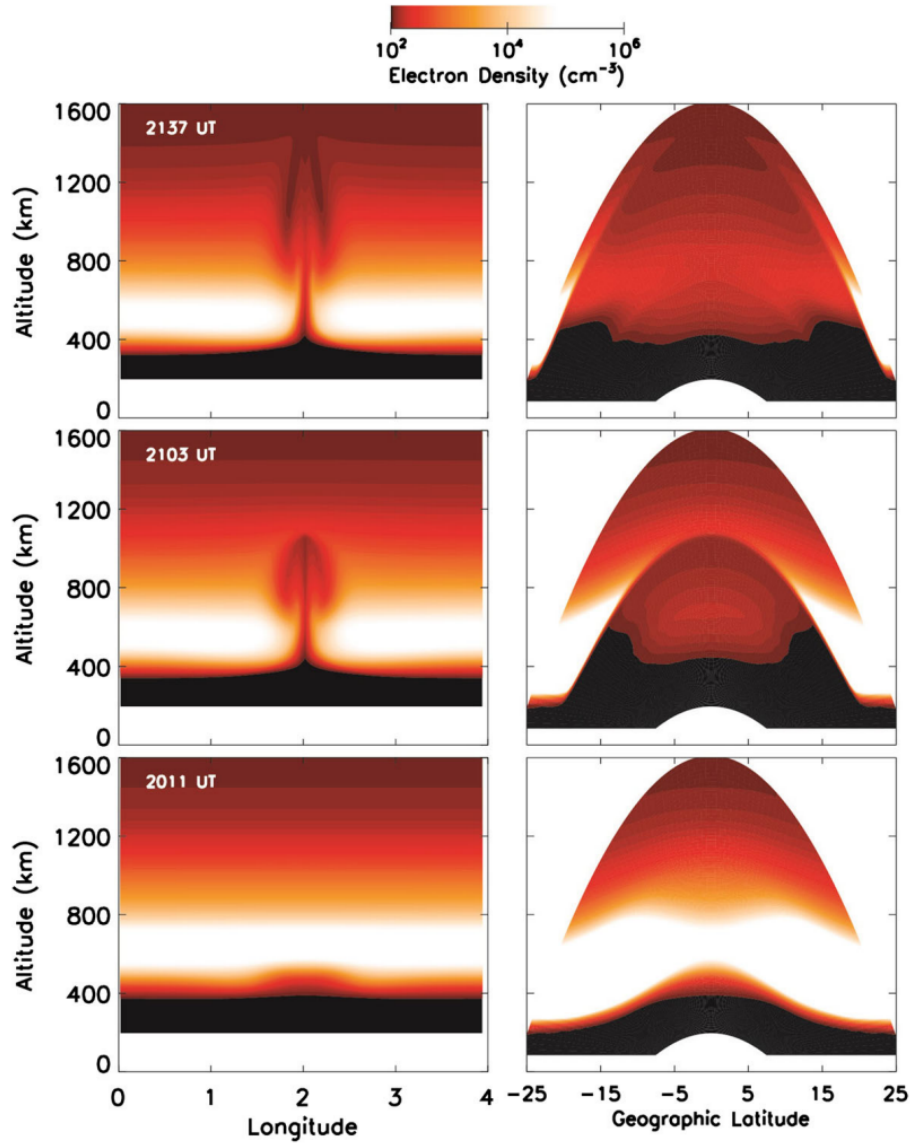


Figura 3.4: Primera simulación tridimensional de EPBs realizada por Huba et al. (2008). Fuentes: Yokoyama (2017)

En una línea relacionada, Hysell et al. (2006) estudiaron la siembra por inestabilidades colisionales de cizalla con un modelo que incluía conductividad paralela finita. Luego, Aveiro e Hysell (2010) extendieron ese modelo para reproducir la evolución no lineal de EPBs sembradas por esa clase de inestabilidades. Aveiro et al. (2011) y Yokoyama y Stolle (2017) mostraron además que las soluciones no equipotenciales permiten reproducir no sólo la densidad sino también las firmas magnéticas internas, al incluir corrientes diamagnéticas y corrientes alineadas al campo. Más adelante, Aveiro e Hysell (2012) y Aveiro y Huba (2013) compararon soluciones equipotenciales y no equipotenciales y concluyeron que estas últimas favorecen la formación de estructuras tridimensionales más complejas. Además, Aveiro et al. (2012), Hysell et al. (2014a), Hysell et al. (2014b) y Hysell et al. (2015) incorporaron datos observacionales antes de la puesta del sol (presunset) en las condiciones iniciales, introduciendo una estrategia de asimilación de datos con potencial

para el pronóstico.

La cuestión de las semillas siguió siendo central también en 3D. Keskinen y Vadas (2009), Keskinen (2010), Krall et al. (2013) y Retterer y Roddy (2014) obtuvieron resultados que apoyan la idea de que ondas de gravedad con longitudes de onda verticales grandes, mayores que 100 km, pueden actuar como fuente de siembra efectiva. En contraste, Hysell et al. (2014a) concluyeron que ondas con longitudes de onda verticales menores a 100 km no disparan ESF en el tope, aunque sí deforman la estructura de densidad en la base. También se propuso que fenómenos fuera del ecuador, como capas Es y MSTIDs, pueden actuar como fuentes de siembra por mapeo del campo eléctrico a lo largo de las líneas de campo; en esa dirección, Krall et al. (2011) realizaron un estudio preliminar imponiendo artificialmente estructuras MSTID en el modelo SAMI3/ESF.

Finalmente, el aumento de resolución llevó a modelos de alta resolución orientados al problema del centelleo. Huba y Joyce (2010) modificaron el sector crepuscular del modelo global SAMI3 para alcanzar una resolución de aproximadamente 7 km y generar EPBs grandes de manera autoconsistente dentro de un marco global. Más recientemente, Yokoyama et al. (2014) y Yokoyama et al. (2015) desarrollaron el modelo HIRB, un modelo tridimensional de muy alta resolución que, mediante el método CIP y solvers iterativos paralelos, logró reproducir estructuras internas fuertemente turbulentas, asimetrías este-oeste y escalas más cercanas a las relevantes para señales GNSS. En conjunto, esta evolución muestra un cambio progresivo desde modelos 2D conceptualmente simples, diseñados para demostrar la penetración no lineal de las burbujas, hacia modelos 3D (Figura 1.9) de alta resolución que combinan esquemas avanzados de advección y solvers eficientes para sistemas lineales dispersos, con el objetivo de representar simultáneamente la física global de las EPBs y las irregularidades pequeñas responsables del centelleo.

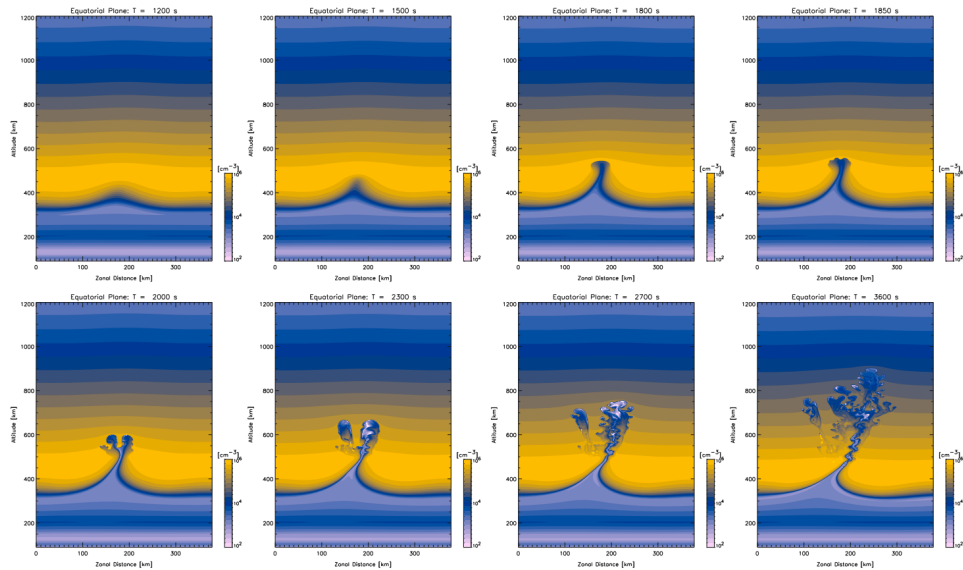


Figura 3.5: Crecimiento temporal de EPBs en el plano magnético ecuatorial. Fuente: Yokoyama et al. (2014).

3.2. Métodos espectrales y Dedalus como framework

Dedalus es un *framework* de Python desarrollado para resolver ecuaciones diferenciales parciales mediante métodos espectrales en paralelo (Burns et al., 2020; Dedalus Project, s.f.). Su diseño permite formular problemas de valor inicial, de contorno y de autovalores en una sintaxis cercana a su escritura matemática habitual, mientras el código construye la discretización espacial, organiza los operadores y resuelve el sistema algebraico resultante. En este sentido, Dedalus no debe entenderse simplemente como un programa para correr simulaciones, sino como una plataforma general para traducir formulaciones matemáticas continuas en problemas algebraicos resolubles numéricamente. La paralelización se implementa mediante MPI, que permite distribuir el dominio computacional entre múltiples procesos durante la ejecución.

Además de su formulación espectral, Dedalus resulta particularmente flexible porque permite trabajar con distintos tipos de problemas dentro de un mismo marco computacional. En términos generales, el código distingue entre problemas de valor inicial (*initial value problems*, IVP), problemas de contorno (*boundary value problems*, BVP) y problemas de autovalores (*eigenvalue problems*, EVP). En un IVP, se especifican condiciones iniciales y el sistema se integra en el tiempo; en un BVP, se busca una solución que satisfaga ecuaciones diferenciales y condiciones de borde; y en un EVP, se determinan modos propios y autovalores asociados a la dinámica linealizada del sistema. Esta distinción no es solo conceptual, sino que organiza directamente la forma en que Dedalus construye y resuelve cada problema mediante los objetos **Problem**, **Solver** y, en el caso evolutivo, **Timestepper**. Por ello, la misma infraestructura general del código puede emplearse tanto para estudiar la evolución temporal de un sistema como para resolver estados estacionarios o analizar estabilidad lineal a través de espectros de autovalores.

Los métodos espectrales constituyen una familia de técnicas numéricas en las que las funciones desconocidas se representan mediante expansiones en un conjunto de funciones base. En lugar de aproximar localmente las derivadas sobre una malla, como ocurre en diferencias finitas, estos métodos aproximan la solución de manera global a partir de sus coeficientes espectrales. Si $\{\phi_n(x)\}$ es una base completa, una función $f(x)$ puede escribirse formalmente como

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n^{\phi} \phi_n(x), \quad (3.1)$$

donde f_n^{ϕ} son los coeficientes de la expansión. En la práctica numérica, esta representación se trunca a un número finito de modos,

$$f(x) \approx \sum_{n=0}^{N-1} \hat{f}_n^{\phi} \phi_n(x), \quad (3.2)$$

de modo que el problema diferencial continuo se reemplaza por un sistema algebraico

para los coeficientes $\hat{f}_n$. Una ventaja central de este enfoque es que, cuando la solución es suficientemente suave, los coeficientes espectrales decrecen muy rápidamente con el número de modo, por lo que puede alcanzarse alta precisión con relativamente pocos grados de libertad.

Dentro de este marco general, existen distintas maneras de construir el sistema algebraico asociado a una ecuación diferencial. Para una ecuación lineal esquemática de la forma

$$Lu = f, \quad (3.3)$$

donde L es un operador diferencial, una primera posibilidad es el método de *colocación*. En este enfoque, se representa la solución truncada como

$$u_N(x) = \sum_{n=0}^{N-1} \hat{u}_n \phi_n(x), \quad (3.4)$$

pero la ecuación diferencial no se proyecta sobre funciones de prueba, sino que se impone directamente en un conjunto discreto de puntos x_i del dominio:

$$Lu_N(x_i) = f(x_i), \quad i = 0, \dots, N-1. \quad (3.5)$$

Las condiciones de borde suelen reemplazar algunas de estas ecuaciones en los extremos del intervalo. El método de colocación es conceptualmente simple y muy usado en la práctica, pero en general conduce a matrices densas.

Una segunda posibilidad es el método de *Galerkin*. En este caso, no se impone la ecuación en puntos particulares, sino que se exige que el residuo

$$R(x) = Lu_N(x) - f(x) \quad (3.6)$$

sea ortogonal a un conjunto de funciones de prueba $\{\psi_m(x)\}$. Esto se expresa como

$$\langle \psi_m, R \rangle = 0, \quad m = 0, \dots, N-1, \quad (3.7)$$

donde $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denota un producto interno apropiado. La idea es que la ecuación no se satisfaga exactamente punto por punto, sino en un sentido proyectado sobre el espacio de prueba. Cuando las funciones de prueba y de expansión se eligen adecuadamente, el método de Galerkin puede producir operadores muy estructurados, incluso diagonales o dispersos, como ocurre en problemas periódicos con bases de Fourier y coeficientes constantes. Sin embargo, la incorporación de condiciones de borde requiere construir bases que ya las satisfagan, lo cual no siempre es sencillo.

Una tercera formulación es el método *tau*, estrechamente relacionado con los métodos de proyección y particularmente útil para incorporar condiciones de borde dentro del

sistema truncado. En este enfoque, se introduce un término auxiliar y se resuelve una ecuación perturbada de la forma

$$Lu_N(x) + \tau P(x) = f(x), \quad (3.8)$$

donde $P(x)$ es una función elegida previamente y τ es un coeficiente adicional, denominado parámetro tau. Este parámetro se ajusta de manera que las condiciones de borde puedan imponerse simultáneamente sin necesidad de construir una base especializada. En términos algebraicos, el método tau equivale a reemplazar parte de las ecuaciones espectrales por las condiciones de contorno, manteniendo la consistencia del sistema mediante la introducción del término auxiliar. Su principal ventaja es que permite tratar condiciones de borde generales dentro del mismo marco espectral. Sin embargo, en su formulación clásica con polinomios de Chebyshev, también conduce usualmente a matrices densas.

La estrategia adoptada en Dedalus se apoya precisamente en una reformulación moderna del método tau. Burns et al. (2020) muestran que es posible construir una formulación *sparse-tau*, es decir, una formulación tau diseñada para producir matrices dispersas y, en muchos casos, bandadas. El punto esencial es que esto no se logra manteniendo una formulación espectral arbitraria, sino reescribiendo el problema de un modo compatible con la estructura algebraica del método.

Esta cuestión aparece con claridad al considerar derivadas en bases de Chebyshev. Si una derivada se representa expandiendo el resultado nuevamente en la misma base de Chebyshev de primera especie $T_n(x)$, la matriz diferencial resultante es densa. En cambio, si se emplean funciones de prueba y de expansión distintas, puede obtenerse una representación dispersa. En particular, para los polinomios de Chebyshev se cumple

$$\partial_x T_n(x) = n U_{n-1}(x), \quad (3.9)$$

donde $U_n(x)$ son los polinomios de Chebyshev de segunda especie. Además, los términos algebraicos pueden convertirse entre ambas familias mediante

$$2T_n(x) = U_n(x) - U_{n-2}(x). \quad (3.10)$$

Estas relaciones muestran que, si la incógnita se expande en una base y las ecuaciones se proyectan en otra, las derivadas de primer orden pueden representarse con matrices de bajo ancho de banda. Por esta razón, Dedalus favorece la escritura de los problemas en primer orden: no se trata solo de una elección formal, sino de una condición central para preservar la dispersión del sistema lineal.

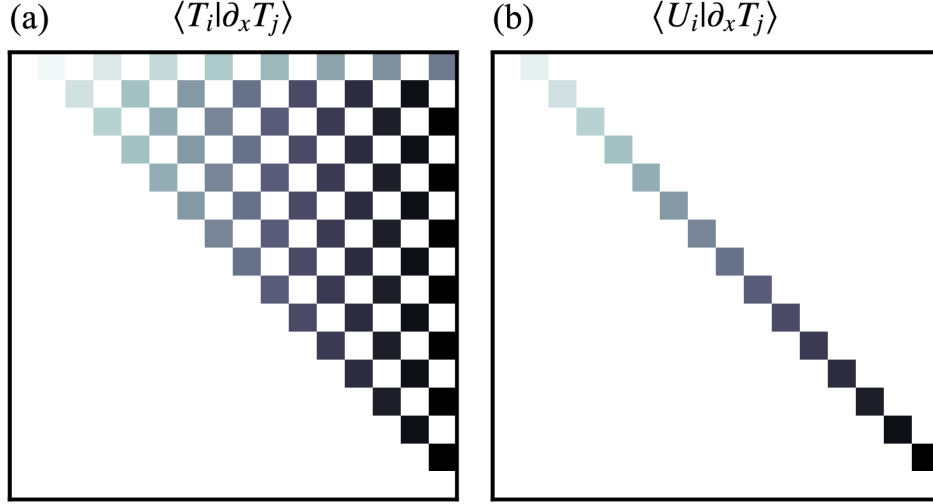


Figura 3.6: Representación matricial del operador derivada en bases de Chebyshev. En (a), la proyección de $\partial_x T_j$ sobre la misma base T_i produce una matriz densa. En (b), al proyectar sobre la base U_i de Chebyshev de segunda especie, el operador adquiere una estructura dispersa. Esta diferencia ilustra la conveniencia de emplear bases distintas para expansión y prueba en la formulación *sparse-tau* utilizada por Dedalus. Adaptado de Burns et al. (2020).

Por esta razón, una idea central del enfoque de Burns et al. (2020) consiste en reescribir ecuaciones de orden superior como sistemas equivalentes de primer orden, introduciendo variables auxiliares para las derivadas espaciales. Aunque esto aumenta el número de variables, simplifica notablemente la estructura algebraica del problema y permite conservar matrices dispersas. Además, muchas condiciones de borde pueden reformularse entonces como condiciones tipo Dirichlet sobre esas variables auxiliares, lo cual resulta especialmente conveniente desde el punto de vista numérico.

El tratamiento de las condiciones de borde constituye, de hecho, otro punto fundamental. Aun cuando las ecuaciones interiores se escriben de forma dispersa, las filas asociadas a las condiciones de borde pueden seguir siendo densas. Para resolver esto, Burns et al. (2020) introducen una recombinación de base, conocida como preconditionamiento de Dirichlet, definida por

$$D_n(x) = \begin{cases} T_n(x), & n = 0, 1, \\ T_n(x) - T_{n-2}(x), & n \geq 2. \end{cases} \quad (3.11)$$

En esta nueva base, las condiciones de Dirichlet dependen solo de unos pocos coeficientes, por lo que el sistema completo puede volverse bandedo. El significado práctico de esta construcción es muy importante: no se modifica la solución buscada, sino la representación algebraica utilizada para resolverla de manera más eficiente.

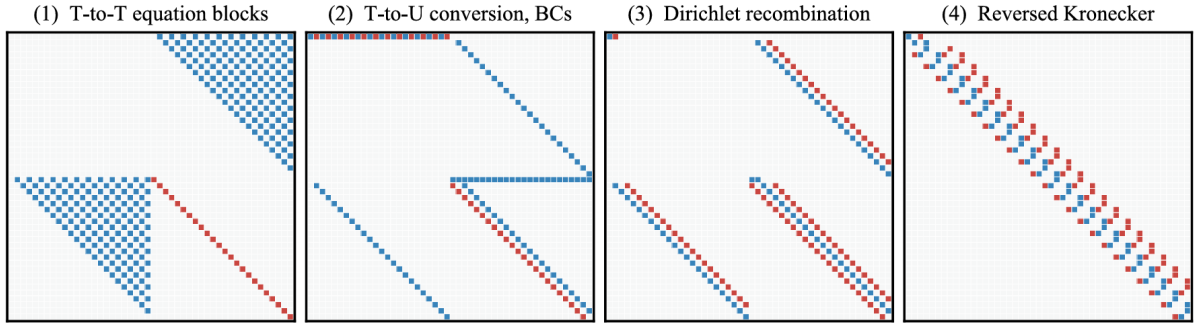


Figura 3.7: Secuencia conceptual de transformaciones algebraicas aplicada a un sistema espectral en base de Chebyshev. A partir de bloques inicialmente densos en la formulación T -a- T , el cambio a una formulación T -a- U , la incorporación de las condiciones de borde, la recombinação de Dirichlet y el reordenamiento final permiten obtener una matriz bandeda. Este procedimiento resume la lógica de la formulación *sparse-tau* empleada en Dedalus. Adaptado de Burns et al. (2020).

Otro aspecto relevante es el tratamiento de coeficientes espaciales no constantes. En muchos problemas físicos aparecen términos del tipo $g(x)u(x)$ o $g(x)\partial_x u(x)$, con $g(x)$ conocida. En una formulación espectral, la multiplicación por $g(x)$ también debe representarse como un operador matricial. Cuando $g(x)$ es una función suave y su expansión espectral involucra relativamente pocos modos significativos, la matriz asociada conserva una estructura aproximadamente bandeda. Esto explica por qué los métodos espectrales dispersos resultan especialmente convenientes cuando los coeficientes espaciales son regulares: no solo mejora la representación de la solución, sino también la estructura del problema algebraico lineal.

En sistemas acoplados, la organización del sistema global también resulta decisiva. Si el problema involucra S variables, puede escribirse esquemáticamente como

$$\mathcal{L} \mathcal{X} = \mathcal{F}, \quad (3.12)$$

donde $\mathcal{X}$ es el vector de estado y $\mathcal{L}$ es una matriz de operadores. Burns et al. (2020) muestran que la forma de ordenar los coeficientes espectrales afecta directamente la estructura algebraica del sistema resultante. Aquí, S representa el número de variables del sistema y N el número de modos espectrales retenidos por variable. Si los coeficientes se agrupan por variable, el ancho de banda del sistema total crece como $O(SN)$, es decir, proporcionalmente al producto entre el número de variables y el número de modos. En cambio, si los coeficientes se intercalan por modo, el sistema puede escribirse en una forma equivalente cuya estructura tiene ancho de banda $O(S)$, de modo que este crece solo con el número de variables acopladas y no con el número total de modos. En otras palabras, al intercalar los coeficientes por modo en lugar de agruparlos por variable, los acoplamientos entre incógnitas asociadas a un mismo modo quedan localizados cerca de la diagonal principal, lo que preserva la estructura bandeda del sistema. Esta observación es crucial,

ya que permite resolver sistemas acoplados grandes sin perder la principal ventaja de las matrices bandadas. Además, hace posible imponer ecuaciones de restricción junto con ecuaciones evolutivas dentro del mismo sistema algebraico.

En Dedalus, esta filosofía se traduce en una formulación general para problemas evolutivos de la forma

$$\mathcal{M} \partial_t \mathcal{X} + \mathcal{L} \mathcal{X} = \mathcal{F}(\mathcal{X}, t), \quad (3.13)$$

donde $\mathcal{M}$ y $\mathcal{L}$ contienen los operadores lineales y el lado derecho reúne los términos no lineales o explícitamente dependientes del tiempo. Esta escritura permite tratar de manera unificada problemas de valor inicial, problemas de contorno y problemas de autovalores. La separación entre una parte lineal en el lado izquierdo y una parte no lineal en el derecho no es arbitraria, sino que responde a la forma en que el código construye, factoriza y reutiliza los sistemas lineales durante la integración temporal o la resolución espectral.

En los problemas de valor inicial, esta separación entre una parte lineal y una parte no lineal también determina la estrategia de integración temporal. En Dedalus, el `Solver` asociado a un problema evolutivo utiliza un *Timestepper* para avanzar la solución en el tiempo, tratando de manera consistente los operadores del lado izquierdo y los términos del lado derecho. En términos generales, la parte lineal del sistema se trata de manera implícita o semiimplícita, mientras que las contribuciones no lineales o explícitamente dependientes del tiempo se evalúan de forma explícita. Esta organización resulta especialmente útil en problemas con escalas rápidas o términos rígidos, ya que mejora la estabilidad numérica sin renunciar a la flexibilidad necesaria para tratar no linealidades.

Desde el punto de vista de su implementación, Dedalus está diseñado para dominios que puedan describirse como productos directos de bases espectrales unidimensionales. Esto significa que un problema multidimensional se construye asignando a cada coordenada espacial una base apropiada y formando luego el dominio total como el producto de esas bases. En direcciones periódicas, la elección natural son las series de Fourier, ya que representan de manera eficiente funciones periódicas y permiten utilizar transformadas rápidas. En intervalos finitos, Dedalus emplea con frecuencia polinomios ortogonales, especialmente Chebyshev y Legendre. Los polinomios de Chebyshev resultan particularmente convenientes porque están relacionados con funciones cosenoidales,

$$T_n(x) = \cos(n \cos^{-1} x), \quad (3.14)$$

lo que permite transformar entre coeficientes espectrales y valores en los puntos de colocación mediante transformadas rápidas de coseno. Además de estas bases, Dedalus también implementa bases SinCos para problemas con paridad definida, así como familias de Hermite, Laguerre y bases compuestas, que extienden el alcance del método a dominios más variados (Burns et al., 2020; Dedalus Project, s.f.). La ventaja principal de esta estructura separable es que los operadores multidimensionales pueden construirse a partir

de bloques unidimensionales, lo que simplifica tanto la formulación matemática como la implementación computacional. Al mismo tiempo, esta elección impone una limitación geométrica importante: el método está orientado a dominios sin singularidades de coordenadas, por lo que no resulta natural para geometrías como discos o esferas completas, aunque sí puede tratar dominios curvilíneos sin singularidades, como anillos cilíndricos (Burns et al., 2020).

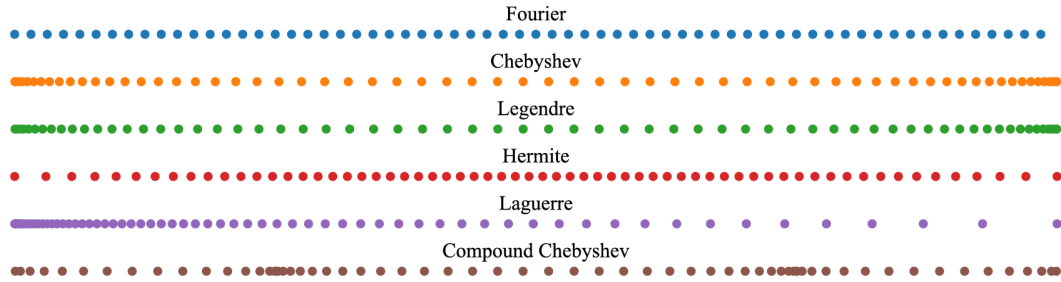


Figura 3.8: Distribución ilustrativa de puntos de colocación para distintas bases espectrales usadas en métodos numéricos. La figura muestra cómo la elección de la base depende de la geometría del dominio y del tipo de problema considerado.

La organización interna del código refleja de manera bastante directa esta formulación matemática. En el nivel más básico, una **Basis** define una base espectral unidimensional, incluyendo sus modos truncados, sus puntos de colocación y las transformadas necesarias para pasar entre espacio físico y espacio de coeficientes. Un **Domain** reúne varias de estas bases y construye el dominio espacial completo como producto directo. Sobre ese dominio viven los **Field**, que representan los campos escalares o, en formulaciones más generales, las distintas variables del sistema. A su vez, los **Operator** representan operaciones matemáticas sobre esos campos, como derivadas, integrales, interpolaciones o combinaciones algebraicas. En un nivel superior, un **Problem** reúne la formulación completa del modelo: ecuaciones, parámetros, sustituciones, condiciones de borde y tipo de problema considerado, ya sea de valor inicial, de contorno o de autovalores. Finalmente, el **Solver** coordina la resolución efectiva del problema, ya sea mediante integración temporal, resolución lineal o cálculo espectral de autovalores. Burns et al. también destacan otros componentes importantes, como **Distributor**, que organiza la descomposición paralela del dominio; **Layout**, que gestiona los distintos estados distribuidos entre espacio físico y espectral; y la pareja **Handler/Evaluator**, que permite definir, evaluar y guardar diagnósticos durante la simulación (Burns et al., 2020). Esta jerarquía explica por qué Dedalus permite escribir ecuaciones con una sintaxis muy cercana a su forma analítica: internamente, esas expresiones se interpretan simbólicamente y luego se traducen a operadores discretos, matrices y transformadas concretas.

En problemas no lineales, Dedalus adopta una estrategia pseudoespectral. Esto significa que las derivadas y, en general, los operadores lineales se aplican de manera

natural en espacio espectral, donde su representación suele ser especialmente simple y precisa, mientras que los productos no lineales se calculan en espacio físico, punto a punto sobre la grilla, y luego se transforman nuevamente a coeficientes espectrales. Esta combinación permite aprovechar simultáneamente la precisión de la diferenciación espectral y la simplicidad algebraica de los productos en grilla. Sin embargo, los términos no lineales introducen el problema del aliasing: al multiplicar funciones en espacio físico, pueden aparecer componentes de alta frecuencia que no caben dentro del truncamiento espectral adoptado y que, si no se tratan adecuadamente, se repliegan artificialmente sobre modos de baja frecuencia. Para reducir este efecto, Dedalus permite aplicar *dealiasing*, típicamente con el factor $3/2$ en no linealidades cuadráticas, ampliando temporalmente la resolución en grilla para evaluar los productos antes de proyectarlos nuevamente al espacio espectral (Dedalus Project, s.f.). Este punto es especialmente importante en simulaciones donde la no linealidad transfiere energía hacia escalas pequeñas, como ocurre en problemas turbulentos, inestabilidades o formación de estructuras finas, ya que evita que modos no resueltos contaminen artificialmente el espectro representado.

En conjunto, la utilidad de Dedalus radica en combinar de forma consistente varias ideas: la representación global en bases espectrales, la reformulación de las ecuaciones en primer orden, la construcción de operadores dispersos mediante una formulación tau generalizada, el preconditionamiento de Dirichlet para mantener matrices bandadas y una organización algebraica que preserva la eficiencia incluso en sistemas acoplados. Por ello, Dedalus resulta especialmente apropiado para ecuaciones diferenciales parciales definidas en geometrías separables, con soluciones suaves y formulaciones compatibles con una discretización espectral. Bajo estas condiciones, el método permite alcanzar alta precisión con un costo computacional razonable y ofrece, al mismo tiempo, una gran flexibilidad para implementar modelos físicos complejos.

Estas características hacen de Dedalus una herramienta especialmente conveniente para problemas en los que se busca alta precisión espacial, control sobre la formulación matemática del modelo y flexibilidad para implementar sistemas acoplados de ecuaciones diferenciales parciales, como los que aparecen en la modelización de plasmas ionosféricos.

3.3. Caso de estudio: ecuación DAR (Difusión - Advección - Reacción)

Como aplicación concreta del marco numérico descrito en la sección anterior, se consideró la ecuación bidimensional de difusión, advección y reacción,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v_x \frac{\partial u}{\partial x} + v_y \frac{\partial u}{\partial y} - D \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \alpha u = 0 \quad (3.15)$$

donde $u(x, y, t)$ es el campo escalar de interés, v_x y v_y son las velocidades de advección en las direcciones x e y , D es el coeficiente de difusión y α representa un término lineal de reacción.

Este problema *adimensional* resulta conveniente como caso de estudio por dos razones. En primer lugar, combina en una misma ecuación tres mecanismos fundamentales que aparecen en muchos modelos relacionados con transporte y evolución de campos escalares. En segundo lugar, para una elección adecuada de condición inicial, admite una solución analítica cerrada, lo que permite comparar directamente la evolución numérica con una referencia exacta y evaluar con claridad la precisión de los integradores temporales.

Se adoptó como condición inicial un perfil armónico bidimensional de la forma

$$u(x, y, 0) = A_0 \cos(k_x x + k_y y + \phi) \quad (3.16)$$

con amplitud A_0 , números de onda k_x y k_y , y fase inicial ϕ . Para esta condición inicial, la solución analítica correspondiente puede escribirse como

$$u(x, y, t) = A_0 \exp[(\alpha - D(k_x^2 + k_y^2)) t] \cos(k_x(x - v_x t) + k_y(y - v_y t) + \phi) \quad (3.17)$$

La ecuación (3.17) permite interpretar de manera directa la acción de los distintos términos de la ecuación. El término advectivo

$$v_x \frac{\partial u}{\partial x} + v_y \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.18)$$

transporta el patrón espacial con velocidad constante en el plano. En este caso, su efecto principal es desplazar las franjas oblicuas de la solución sin modificar, por sí mismo, su amplitud. El término difusivo

$$-D \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.19)$$

suaviza el campo y amortigua sus gradientes espaciales. Para una condición inicial sinusoidal, esto se traduce en una disminución exponencial de la amplitud con una tasa proporcional a $D(k_x^2 + k_y^2)$. Finalmente, el término lineal de reacción,

$$-\alpha u \quad (3.20)$$

aparece en la solución exacta como una contribución proporcional a α dentro del factor exponencial. Para $\alpha > 0$, este término tiende a compensar parcialmente el amortiguamiento difusivo. Sin embargo, para los parámetros empleados en este caso se cumple que

$$D(k_x^2 + k_y^2) > \alpha \quad (3.21)$$

por lo que el efecto neto sigue siendo disipativo y la amplitud total decrece con el tiempo.

En otras palabras, la difusión domina sobre la reacción lineal y termina imponiendo el decaimiento del modo.

3.3.1. Configuración del problema

Para comparar de manera consistente la solución analítica con las soluciones obtenidas numéricamente de la ecuación (3.15), se fijó un único conjunto de parámetros y condiciones para todo el caso de estudio. Se trabajó en un dominio periódico en ambas direcciones dado por

$$(x, y) \in [0, 10] \times [0, 10] \quad (3.22)$$

La condición inicial es (3.16) donde se utilizaron los siguientes valores

$$A_0 = 1, \quad k_x = \frac{2\pi \cdot 2}{10}, \quad k_y = \frac{2\pi \cdot 1}{10}, \quad \phi = 0 \quad (3.23)$$

Los parámetros físicos del problema se fijaron como

$$v_x = 1.5, \quad v_y = 2.0, \quad D = 0.25, \quad \alpha = 0.2 \quad (3.24)$$

Con esta elección, la evolución temporal de la amplitud queda determinada por la competencia entre el término difusivo y el término lineal de reacción, mientras que la estructura espacial del campo se traslada en el dominio con velocidades constantes v_x y v_y .

El intervalo temporal considerado fue

$$0.00 \leq t \leq 10.00 \quad (3.25)$$

y las comparaciones entre las soluciones se analizaron en particular en los tiempos

$$t = 0.00, \quad t = 5.00, \quad t = 10.00 \quad (3.26)$$

En la resolución numérica se adoptó un paso temporal

$$\Delta t = 0.01 \quad (3.27)$$

de modo que tanto la evolución numérica como la evaluación de la solución analítica se realizaron sobre el mismo intervalo temporal y con la misma referencia de tiempos. Usando este setup, la solución analítica (3.17) toma la siguiente forma:

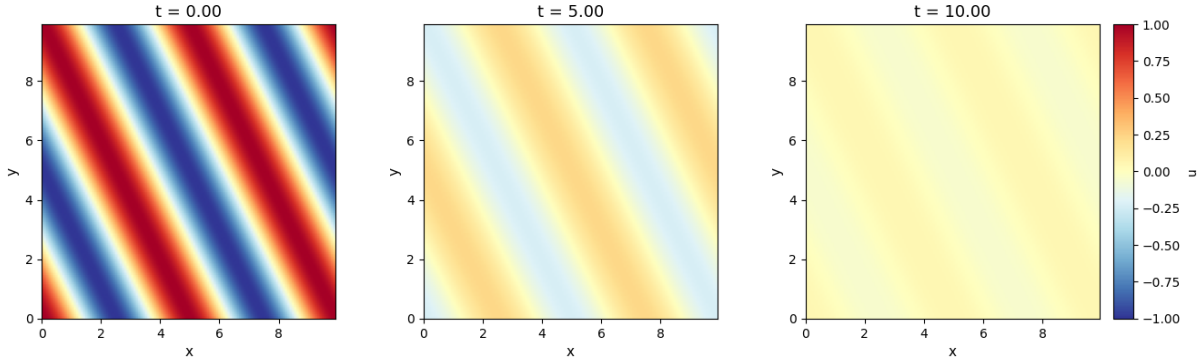


Figura 3.9: Evolución temporal de la solución analítica adimensional de la ecuación de Difusión-Advección-Reacción (DAR) en los tiempos $t = 0$, $t = 5$ y $t = 10$. Se observa el desplazamiento de los frentes de onda debido a la advección y la atenuación de la amplitud por la interacción entre los términos de difusión y reacción lineal.

Para la resolución numérica, se utilizaron dos solvers:

- CNAB2: Esquema de segundo orden tipo Crank-Nicolson Adams-Bashforth.
- RK443: Esquema IMEX Runge-Kutta de cuatro etapas y tercer orden, basado en una descomposición implícita-explicita del sistema temporal.

3.3.2. Implementación del problema en Dedalus

Una vez fijada la configuración del problema, la resolución numérica se implementó en Dedalus formulando la ecuación como un problema de valor inicial. Dado que el dominio es periódico en ambas direcciones espaciales, se utilizaron bases de Fourier en x e y , a partir de las cuales se construyó el dominio espectral bidimensional. Esta elección es natural para el problema considerado, ya que tanto la geometría como la condición inicial son compatibles con una representación periódica.

En Dedalus, después de definir las librerías de interés, se definen los parámetros y luego las bases y el dominio. Posteriormente, se declara el problema como un IVP e inmediatamente se especifican las variables dinámicas. En este caso, la incógnita es el campo escalar u , y la ecuación de evolución se incorpora directamente en forma simbólica mediante la sintaxis propia del programa. Una implementación representativa, usando el integrador RK443, puede escribirse como

```

22 #Defino bases y dominio
23 x_basis = de.Fourier('x', 128, interval=(0, 10))
24 y_basis = de.Fourier('y', 128, interval=(0, 10))
25 domain = de.Domain([x_basis, y_basis], grid_dtype=np.float64)
26
27 #Planteo el problema
    
```

```

28 problem = de.IVP(domain, variables=['u_rk'])
29 problem.parameters['vx'] = vx
30 problem.parameters['vy'] = vy
31 problem.parameters['D'] = D
32 problem.parameters['alpha'] = alpha
33
34 #Ecuacion a resolver
35 problem.add_equation(
36     "dt(u_rk) + vx*dx(u_rk) + vy*dy(u_rk) "
37     "- D*(dx(dx(u_rk)) + dy(dy(u_rk))) - alpha*u_rk = 0"
38 )

```

Este fragmento muestra la lógica central de Dedalus. Por un lado, las derivadas espaciales se expresan de forma simbólica mediante operadores como `dx()` y `dy()`. Por otro, la ecuación se escribe casi con la misma estructura con la que se presentaría en forma analítica; en este caso, usamos la forma residual ($=0$) para expresar la ecuación diferencial. Esta es una de las ventajas principales del *framework*, ya que permite pasar de la formulación matemática al problema numérico sin necesidad de construir manualmente matrices de derivación ni rutinas de discretización.

Una vez definido el problema, se construye el *solver* especificando el integrador temporal. En este trabajo se utilizaron dos integradores, RK443 y CNAB2. La estructura del código es la misma en ambos casos y la única diferencia esencial aparece en la línea donde se construye el *solver*. Por ejemplo, para RK443 se usa

```

40 #Defino el solver
41 solver = problem.build_solver(de.timesteppers.RK443)

```

mientras que para CNAB2 la implementación es idéntica, reemplazando simplemente RK443 por CNAB2. De este modo, la comparación entre ambos métodos se realiza manteniendo fijo todo el resto del problema numérico.

El siguiente paso consiste en acceder a la grilla física y al campo de estado, para luego imponer la condición inicial. En Dedalus, el campo resuelto por el *solver* se almacena en `solver.state`, y sus valores en espacio físico se asignan mediante el atributo `['g']`. Para el problema estudiado, esto se implementó como

```

54 #Grid
55 x, y = domain.grids(scales=1)
56 u_RK443 = solver.state['u_rk']
57 u_RK443.set_scales(1)
58
59 #Condiciones iniciales
60 u_RK443['g'] = A0*np.cos(kx*x + ky*y + phi)

```

Aquí se observa con claridad cómo la condición inicial analítica se transfiere directamente al campo numérico. Esta etapa es importante porque garantiza que la comparación posterior entre la solución exacta y la solución obtenida por integración temporal parta exactamente del mismo estado inicial.

Además de resolver la ecuación, se configuró un *file handler* para guardar instantáneas del campo durante la evolución temporal. Esto permite reconstruir la dinámica de la solución y comparar luego los perfiles obtenidos con la solución analítica en distintos tiempos. En forma esquemática, esta parte del código se escribe como

```
43 #Guardar resultados
44 analysis = solver.evaluator.add_file_handler(
45     'snapshotsRK443', iter=1, max_writes=1001
46 )
47 analysis.add_task('u_rk', name='u_rk')
```

Finalmente, la integración temporal se realiza dentro de un lazo principal, donde el *solver* avanza en el tiempo mediante pasos sucesivos de tamaño Δt . En cada iteración, Dedalus actualiza el campo de estado según el integrador seleccionado. La estructura básica utilizada en este trabajo fue

```
65 #Loop principal
66 dt = 0.01
67 while solver.ok:
68     solver.step(dt)
69     if solver.iteration % 10 == 0:
70         u_RK443.set_scales(1)
71         print('Iteration:', solver.iteration, 'Time:', solver.
              sim_time)
```

Desde el punto de vista numérico, este lazo resume la evolución completa del sistema. La condición `solver.ok` mantiene activa la integración mientras no se alcance el criterio de parada, y la instrucción `solver.step(dt)` ejecuta un paso temporal con el integrador elegido. En consecuencia, una vez definido el dominio, incorporada la ecuación, fijada la condición inicial y construido el *solver*, la evolución temporal del problema se obtiene de manera directa.

En conjunto, esta implementación muestra con claridad la lógica de trabajo en Dedalus. El problema se formula declarando el dominio espectral, definiendo un problema de valor inicial, escribiendo la ecuación en forma simbólica, construyendo el integrador temporal e imponiendo la condición inicial sobre el campo correspondiente. La comparación entre RK443 y CNAB2 se realizó, por lo tanto, dentro de una misma estructura numérica, modificando únicamente el *timestepper* utilizado en la integración temporal.

3.3.3. Comparación entre la solución exacta y las soluciones numéricas

Con el fin de evaluar la precisión de los integradores temporales utilizados, se comparó la solución analítica del problema con las soluciones numéricas obtenidas mediante los esquemas CNAB2 y RK443. Para ello se analizaron tanto mapas espaciales de la solución exacta, la solución numérica, la diferencia residual y el error absoluto en distintos tiempos, como la evolución temporal de las normas de error L_2 , L_∞ y $L_{2,\text{rel}}$.

La Fig. 3.10 muestra la comparación entre la solución exacta y la solución numérica obtenida con CNAB2. Al tiempo inicial, ambas coinciden dentro del error de redondeo, y los mapas residual y absoluto presentan valores del orden de la precisión de máquina. Esto indica que la condición inicial ha sido impuesta correctamente y que las discrepancias posteriores provienen de la integración temporal.

A tiempos intermedios y finales, CNAB2 reproduce correctamente la dinámica cualitativa del problema: el patrón sinusoidal oblicuo se traslada en el dominio debido a la advección y su amplitud decrece progresivamente por el efecto combinado de difusión y reacción. Sin embargo, los mapas de diferencia residual y error absoluto muestran una discrepancia sistemática respecto de la solución exacta. El residuo conserva la estructura modal de la solución, lo que indica que el error dominante no es aleatorio, sino que está asociado a pequeñas diferencias acumuladas en fase y amplitud. En particular, hacia $t = 10$ el error absoluto alcanza valores del orden de 10^{-4} .

La Fig. 3.11 presenta la misma comparación para RK443. Nuevamente, al tiempo inicial los mapas residual y absoluto están dominados por el error de máquina, lo que confirma que la diferencia entre ambos integradores no se origina en la construcción del estado inicial. A tiempos posteriores, RK443 reproduce la solución analítica con una fidelidad notablemente mayor: el error absoluto permanece del orden de 10^{-6} incluso al tiempo final. Este nivel de precisión es consistente con el uso de un integrador temporal de orden alto y con el valor adoptado para el paso temporal, $\Delta t = 0.01$.

Al igual que en CNAB2, en los mapas residuales de RK443 se observa un leve corrimiento respecto de la solución exacta. Este efecto debe interpretarse como una combinación de error de fase y error de amplitud puramente numéricos. La diferencia esencial es que, en este caso, su magnitud es varios órdenes de magnitud menor. En consecuencia, ambos esquemas introducen el mismo tipo de error, pero RK443 lo mantiene mucho más acotado a lo largo de toda la simulación.

La evolución temporal de las normas de error para CNAB2 se muestra en la Fig. 3.12. Las normas absolutas L_2 y L_∞ parten de valores cercanos al error de máquina, crecen en los primeros tiempos y luego disminuyen suavemente cuando la amplitud de la solución exacta se vuelve muy pequeña. La norma relativa $L_{2,\text{rel}}$, en cambio, crece de sostenidamente porque el error se normaliza con una referencia que decae exponencialmente.

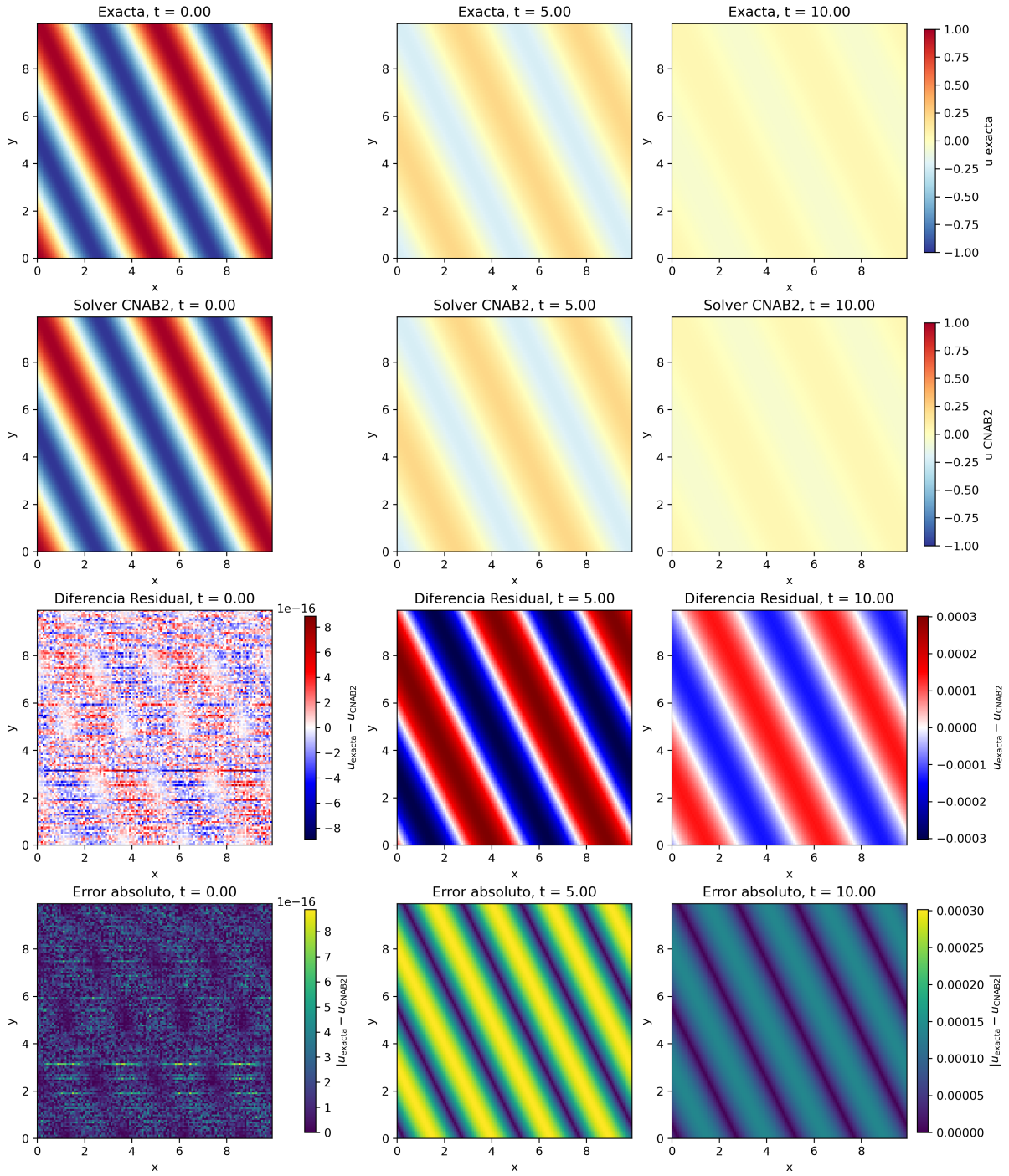


Figura 3.10: Comparación entre la solución exacta y la solución numérica obtenida con el integrador CNAB2 en los tiempos $t = 0$, $t = 5$ y $t = 10$. También se muestran la diferencia residual $u_{\text{exacta}} - u_{\text{CNAB2}}$ y el error absoluto $|u_{\text{exacta}} - u_{\text{CNAB2}}|$.

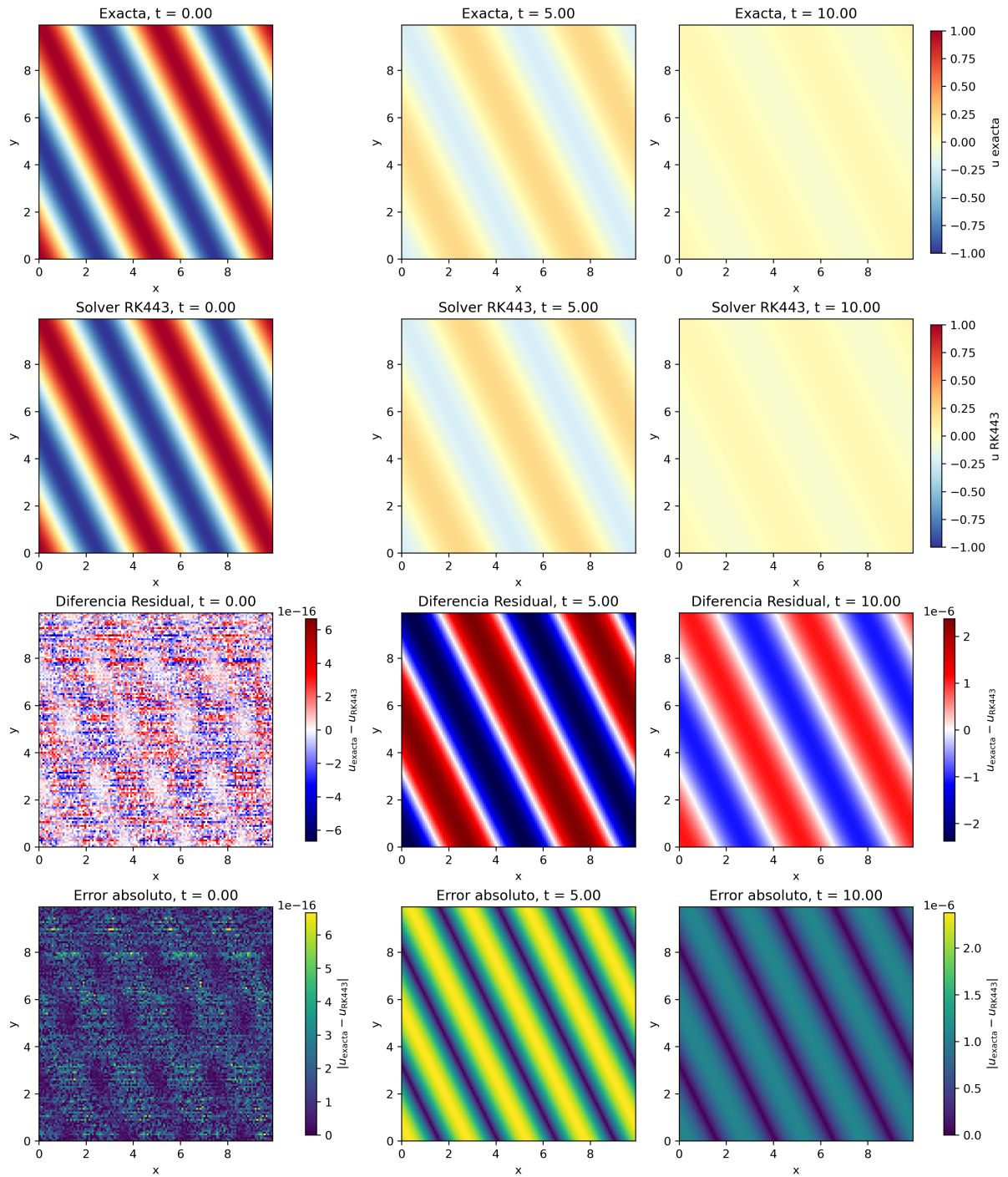


Figura 3.11: Comparación entre la solución exacta y la solución numérica obtenida con el solver RK443 en los tiempos $t = 0$, $t = 5$ y $t = 10$. También se muestran la diferencia residual $u_{\text{exacta}} - u_{\text{RK443}}$ y el error absoluto $|u_{\text{exacta}} - u_{\text{RK443}}|$.

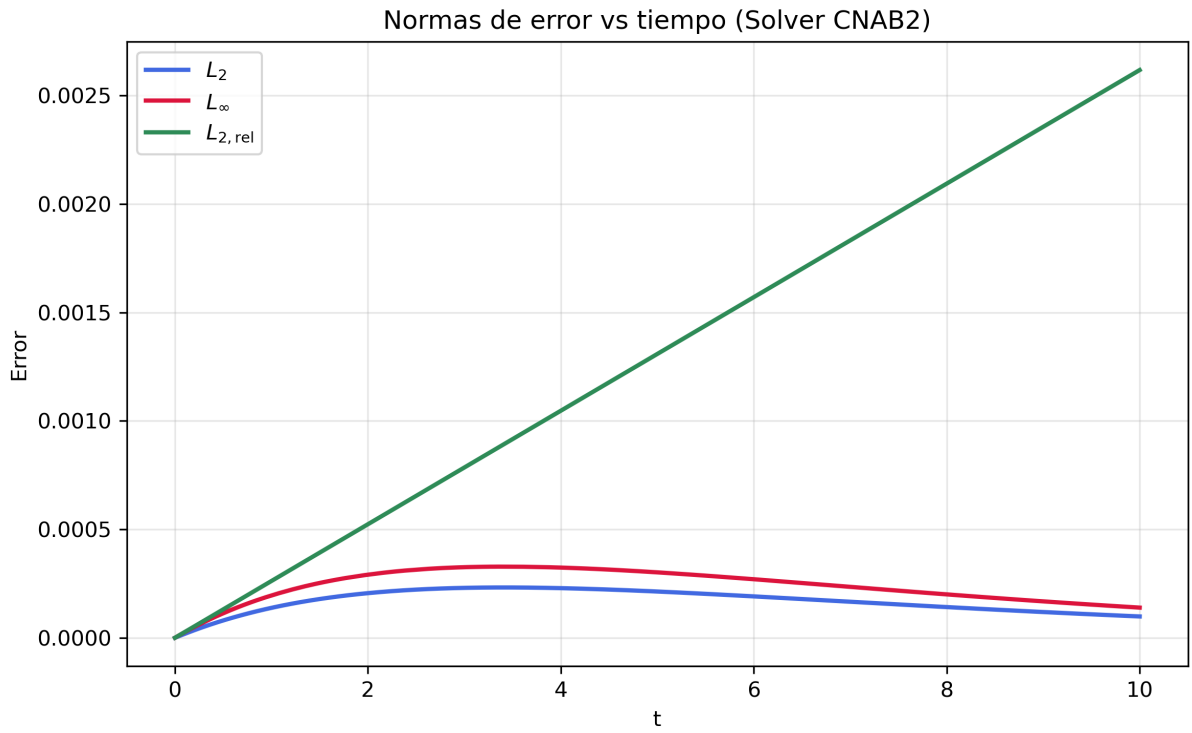


Figura 3.12: Evolución temporal de las normas de error L_2 , L_∞ y $L_{2,rel}$ para la solución obtenida con el integrador CNAB2.

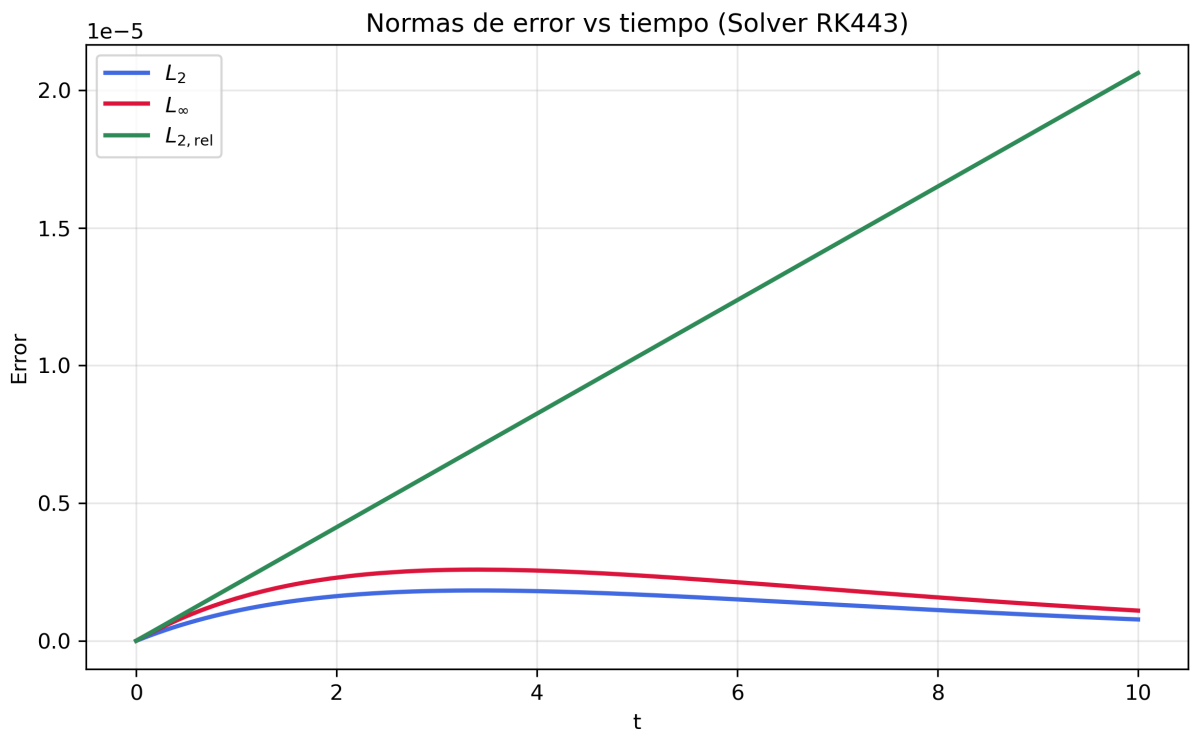


Figura 3.13: Evolución temporal de las normas de error L_2 , L_∞ y $L_{2,rel}$ para la solución obtenida con el integrador RK443.

La misma información para RK443 se presenta en la Fig. 3.13. El comportamiento cualitativo de las curvas es el mismo, pero su magnitud es considerablemente menor en todo el intervalo temporal. Tanto L_2 como L_∞ permanecen varios órdenes de magnitud por debajo de los valores alcanzados con CNAB2, y la norma relativa también resulta significativamente menor. Esto confirma que la mejora observada en los mapas espaciales no es solo local, sino sistemática durante toda la evolución.

La comparación conjunta de las Figs. 3.10–3.13 muestra, por lo tanto, que ambos integradores reproducen correctamente la dinámica cualitativa de la ecuación DAR, pero con niveles de precisión diferentes. Mientras que CNAB2 acumula errores de fase y amplitud del orden de 10^{-4} en valor absoluto y del orden de 10^{-3} en norma relativa, RK443 mantiene errores absolutos del orden de 10^{-6} y errores relativos del orden de 10^{-5} . La razón principal de esta diferencia radica en el orden temporal de los esquemas: CNAB2 es un método *Crank–Nicolson Adams–Bashforth* de segundo orden, mientras que RK443 es un esquema *Runge–Kutta IMEX* de orden alto. Dado que el problema considerado es lineal, suave y está discretizado espectralmente en el espacio, la principal fuente de error remanente proviene de la integración temporal, por lo que resulta natural que el integrador de mayor orden ofrezca una aproximación más precisa para un mismo valor de Δt .

En conjunto, estos resultados verifican la correcta implementación del problema en Dedalus y muestran de manera explícita cómo la elección del integrador temporal influye en la precisión final de la simulación. Para este caso de estudio, RK443 reproduce la solución analítica con una fidelidad significativamente mayor que CNAB2, tanto en los mapas espaciales como en la evolución temporal de las normas de error.

Capítulo 4

Simulación de EPBs: Implementación y análisis

Una vez establecido el marco físico y matemático, se aborda la implementación numérica del modelo y el análisis de sus soluciones. Se resolvieron las ecuaciones (2.21) (2.22) (2.23) del modelo reducido de Zargham y Seyler (1989) mediante un método pseudoespectral implementado en Dedalus, considerando tanto el régimen colisional como el régimen inercial. En ambos casos, se parte de un sistema bidimensional de tipo fluido que incluye los efectos de colisiones ion–neutro y, cuando corresponde, los términos inerciales de los iones, lo que permite describir la dinámica de la región F en un rango de escalas espaciales del orden de 10^2 m a 10 km y escalas temporales de segundos a minutos.

El esquema numérico reproduce la formulación adimensional con ecuaciones (2.15) (2.16) (2.17) del modelo original, lo que asegura consistencia con las ecuaciones y parámetros definidos en el trabajo de referencia. Sin embargo, a diferencia de Zargham y Seyler (1989), los resultados se presentan en variables dimensionales. Esta elección permite interpretar directamente la evolución espacial y temporal de la densidad en términos de magnitudes físicas relevantes para la ionosfera ecuatorial, en particular en el rango altitudinal de la región F considerado en este trabajo.

Las simulaciones se inicializan a partir de perfiles de densidad estratificados con pequeñas perturbaciones, y se imponen condiciones de contorno compatibles con la geometría bidimensional del problema. Se comparan los resultados obtenidos en ambos regímenes con las predicciones lineales de Huba (2022) y con las propiedades cualitativas reportadas en la literatura, prestando especial atención a la selección de modos dominantes y a la transición hacia el régimen no lineal.

Además del análisis estándar de campos en el espacio físico, se incorporan diagnósticos adicionales en el espacio de Fourier y en cortes espaciales fijos. Estos permiten cuantificar la evolución de las amplitudes y caracterizar la distribución espectral de las estructuras generadas, lo que resulta útil para distinguir entre comportamientos anisotrópicos y casi isotrópicos asociados a los regímenes colisional e inercial, respectivamente.

4.1. Configuración de la simulación

4.1.1. Configuración del problema en Zargham y Seyler (1989)

En la Figura 4.1 podemos ver las simulaciones de Zargham y Seyler (1989), las cuales se plantean en un modelo bidimensional en el plano perpendicular al campo magnético, sobre un dominio adimensional cuadrado de lado 2π ,

$$(x, z) \in [-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi] \quad (4.1)$$

con condiciones periódicas en ambas direcciones para todas las variables. La discretización espacial se realiza mediante un método pseudoespectral de Fourier sobre una grilla uniforme $N \times N$, donde los números de onda recorren el intervalo $[-N/2, N/2]$ en cada dirección.

La integración temporal se efectúa con un esquema de Runge Kutta de segundo orden en la etapa inicial y luego con un método *leapfrog* semi implícito. Para estabilizar la evolución numérica se introducen términos de difusión y viscosidad numérica, con un coeficiente de difusión D_n elegido lo suficientemente pequeño como para no alterar la dinámica de interés y una viscosidad μ_n nula en los casos discutidos.

La diferencia entre el régimen colisional y el inercial está dada principalmente por el valor adimensional de la frecuencia de colisión ion neutro ν . Los parámetros adimensionales empleados en ambos casos se resumen en la Tabla 4.1. En el régimen colisional dominan las colisiones ion neutro, mientras que en el régimen inercial adquiere mayor relevancia la inercia iónica.

Parámetros	Régimen Colisional	Régimen Inercial
ν	10.0	0.1
g	1.0	1.0
E_a/B_0	1.0	1.0
D_n	1.0e-3	2.0e-3
μ_n	0.0	1.0e-4
T	60.0	50.0
Δt	0.1	0.02
Δx	$\pi/32$	$\pi/32$

Cuadro 4.1: Parámetros adimensionales de la simulación de Zargham y Seyler (1989)

La condición inicial para la densidad consiste en una estratificación vertical inestable con pequeñas perturbaciones aleatorias superpuestas. En la vecindad de $z = 0$, el perfil de fondo puede aproximarse por

$$n_0(z) \approx 0.25 \tanh(2z) \quad (4.2)$$

lo que representa una transición suave de densidad con gradiente vertical positivo en la

región central, responsable de aportar la energía libre que alimenta la inestabilidad. Sobre este perfil se agregan perturbaciones aleatorias de baja amplitud para romper la simetría inicial y permitir el crecimiento de los modos inestables. La función de corriente inicial se toma nula, y además se imponen las condiciones

$$\rho(x, z, 0) = 0, \quad \psi(x, z, 0) = 0 \quad (4.3)$$

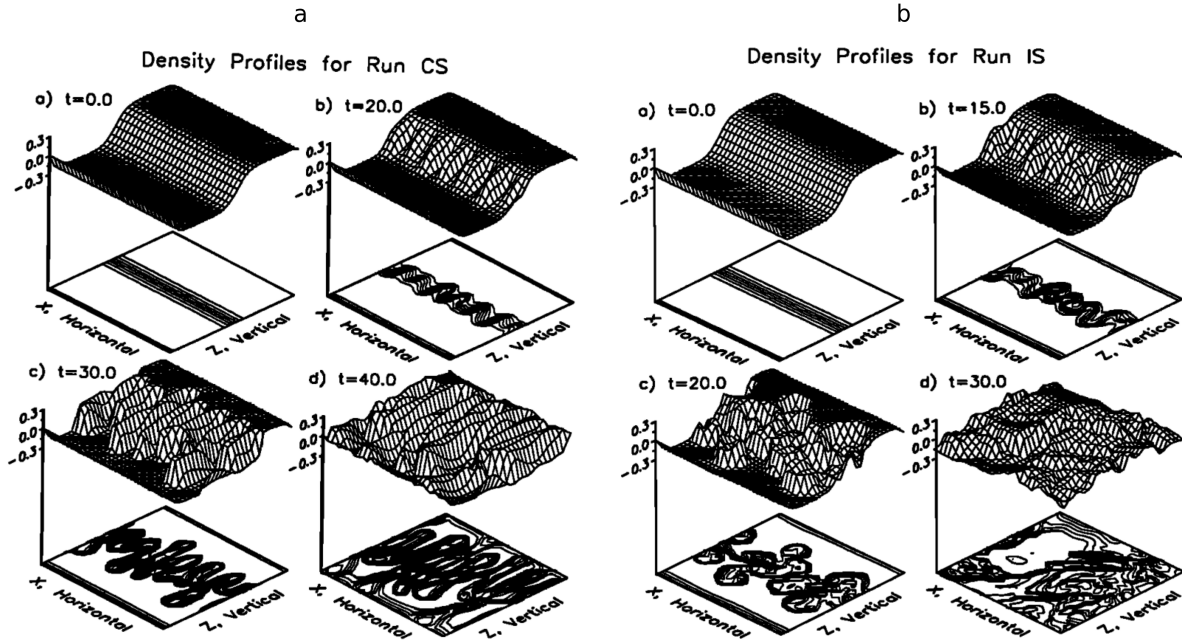


Figura 4.1: Evolución adimensional de la densidad en el régimen colisional (a) y en el régimen lineal (b) realizadas por Zargham y Seyler (1989). Fuente: Zargham y Seyler (1989).

La adimensionalización se construye a partir de una escala espacial λ y una escala temporal τ , de modo que el dominio físico corresponde a $2\pi\lambda \times 2\pi\lambda$. Las variables dimensionales se recuperan imponiendo $\lambda/\tau^2 = 10$. Por ejemplo, si se toma $\lambda = 100$ m y $\tau = \sqrt{10}$ s, se obtiene una aceleración gravitatoria dimensional de 10 m s^{-2} y un coeficiente de difusión físico del orden de $9.5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Estas escalas ubican el problema en el rango de longitudes intermedias de la región F, entre 100 m y 10 km, y en tiempos característicos del orden de decenas de segundos a minutos.

4.1.2. Configuración del problema en Dedalus a partir del modelo de Zargham y Seyler

La implementación numérica desarrollada en este trabajo toma como referencia el problema adimensional de Zargham y Seyler (1989) y conserva los parámetros adimensionales de la Tabla 4.1, de modo que la diferencia entre el régimen colisional y el inercial sigue estando gobernada por la importancia relativa de las colisiones y la inercia iónica. No

obstante, la formulación en Dedalus introduce modificaciones en la discretización espacial, las condiciones de borde, el perfil inicial y la estrategia de integración temporal.

En lugar de utilizar periodicidad en ambas direcciones con una discretización completamente de Fourier, en Dedalus se adopta una base de Fourier en la dirección horizontal x y una base de Chebyshev en la dirección vertical z , manteniendo el dominio adimensional dado en la ecuación (4.1). La discretización espacial se realiza sobre una grilla de 128×128 puntos. Esta elección permite conservar la periodicidad horizontal, adecuada para describir el desarrollo lateral de los modos inestables, y al mismo tiempo tratar la dirección vertical como un intervalo finito, más apropiado para representar una capa ionosférica acotada.

Aunque el problema se resuelve en variables adimensionales, se establece una correspondencia con un dominio físico bidimensional. En la dirección horizontal se considera el intervalo

$$x \in [-125, 125] \text{ km} \quad (4.4)$$

mientras que en la dirección vertical se toma

$$z \in [250, 650] \text{ km} \quad (4.5)$$

Así, el dominio adimensional $x \in [-\pi, \pi]$ se interpreta como una extensión horizontal total de 250 km, y $z \in [-\pi, \pi]$ como una capa vertical de 400 km de espesor. Esto permite expresar los resultados tanto en variables adimensionales como en unidades físicas comparables con la región F ionosférica.

Otra diferencia con respecto al planteo original es el perfil inicial de densidad. En lugar de la aproximación local basada en una tangente hiperbólica, se emplea un perfil tipo Chapman,

$$n(x, z, 0) = N_0 \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \zeta - e^{-\zeta}) \right] (1 + A \eta(x, z)) \quad (4.6)$$

donde

$$\zeta = \frac{z - z_0}{H} \quad (4.7)$$

con $N_0 = 0.5$, $H = 0.5$, $z_0 = 0$ y una perturbación aleatoria $\eta(x, z)$ de amplitud pequeña, con $A = 10^{-3}$. De este modo, se representa una estratificación vertical más suave y localizada, más adecuada para el análisis dentro de un dominio vertical finito. Para las otras variables se conservan las mismas condiciones iniciales del problema original, dadas por la ecuación (4.3), y además se impone la consistencia entre las variables principales y sus derivadas verticales auxiliares, en concordancia con la formulación de primer orden en z .

Las condiciones de borde también se modifican respecto del modelo original. En los

extremos verticales se imponen condiciones de Neumann homogéneas para n y ρ ,

$$\partial_z n = 0, \quad \partial_z \rho = 0 \quad (4.8)$$

mientras que para ψ se adopta una condición de Neumann en un borde y una de Dirichlet en el otro,

$$\partial_z \psi = 0 \quad \text{en un borde}, \quad \psi = 0 \quad \text{en el otro} \quad (4.9)$$

Estas condiciones son compatibles con el uso de Chebyshev en la dirección vertical, evitan flujos artificiales en los extremos del dominio y fijan de manera no ambigua la referencia del potencial en el problema elíptico.

La estructura de las ecuaciones evolucionadas para n , ρ y ψ se mantiene, incluyendo los términos advectivos no lineales y la ecuación elíptica para el potencial. La diferencia principal radica en la estrategia numérica de resolución. En Dedalus, la integración temporal se realiza con el solver RK443 en ambos regímenes, lo que permite trabajar con un único esquema explícito de orden alto y simplifica la comparación entre casos. Sin embargo, aunque se conservaron los parámetros adimensionales de la Tabla 4.1, fue necesario modificar el paso temporal respecto del trabajo original. Esto se debe a que el uso en Dedalus de un integrador temporal distinto, junto con una formulación espacial no idéntica a la de Zargham y Seyler (1989), hacía que los valores originales de Δt produjeran inestabilidades numéricas y deformaciones de la solución, hasta salir de un rango físicamente aceptable. En consecuencia, se adoptaron pasos temporales más pequeños para asegurar estabilidad y mantener una evolución físicamente interpretable. En particular, para el régimen inercial se utilizó $\Delta t = 0.001$ con un tiempo máximo $t = 20$, mientras que para el régimen colisional se adoptó $\Delta t = 0.02$ con un tiempo máximo $t = 30$ debido a que en nuestro código no se está implementando un bloque CFL (Courant-Friedrichs-Lewy). El CFL ajusta el paso de tiempo automáticamente para que la información numérica no viaje más de una celda por paso, evitando que la solución explote y genere NaNs. En nuestro caso, nuestro Δt es fijo, por lo que estableciendo ciertos valores de t finales, podemos asegurar la estabilidad numérica.

Finalmente, además de guardar instantáneas bidimensionales de n , ρ y ψ , la implementación incorpora diagnósticos adicionales útiles para el análisis físico. En particular, se extraen cortes horizontales de la densidad en alturas fijas de 300, 350, 400, 450 y 500 km. Para ello, se define una transformación lineal entre la coordenada adimensional $z \in [-\pi, \pi]$ y el intervalo altitudinal 250–650 km, mientras que la coordenada horizontal se reescala al intervalo físico $[-125, 125]$ km. Esta estrategia permite seguir la evolución temporal de la densidad en niveles representativos del dominio y comparar con mayor claridad la dinámica obtenida en ambos regímenes.

4.2. Implementación del problema en Dedalus

Una vez establecida la configuración física y numérica del problema, se procedió a su implementación en Dedalus mediante un script formulado en variables adimensionales.

La estrategia general de discretización sigue el mismo criterio numérico descrito en la sección 3.3.2. En lo que sigue se presenta, a modo ilustrativo, la implementación correspondiente al régimen inercial. Sin embargo, la estructura del script es la misma para ambos regímenes, y la diferencia entre ellos es a través de los valores de los parámetros adimensionales.

En primer lugar, se definen los parámetros del problema, la resolución espacial y el paso temporal. Se adopta una grilla de 128×128 puntos, con una base de Fourier en la dirección horizontal y una base de Chebyshev en la dirección vertical, ambas sobre el dominio adimensional $[-\pi, \pi]$:

```
8  #Parametros numericos y fisicos
9  Nx = 128
10 Nz = 128
11 D   = 2e-3      #Difusion numerica en el regimen inercial
12 mu  = 1e-4      #Viscosidad numerica en el regimen inercial
13 nu  = 0.1       #Frecuencia de colision ion-neutro
14 g    = 1.0
15 Ea_B0 = 1.0
16 dt   = 0.02     #Paso temporal en el regimen inercial
17 stop_sim_time = 20.0 #Tiempo final en el regimen inercial

22 #Definicion de bases espectrales y dominio
23 x_basis = de.Fourier('x', Nx, interval=(-np.pi, np.pi), dealias
    =3/2)
24 z_basis = de.Chebyshev('z', Nz, interval=(-np.pi, np.pi), dealias
    =3/2)
25 domain  = de.Domain([x_basis, z_basis], grid_dtype=np.float64)
26 x, z = domain.grids()
```

A continuación, se define el perfil inicial de densidad de tipo Chapman, que actúa como estado de fondo del sistema. Sobre este perfil se introducen perturbaciones aleatorias de pequeña amplitud para romper la simetría inicial y permitir el crecimiento de los modos inestables:

```
43 #Variable auxiliar del perfil vertical
44 zeta = (z - z0)/H
45
46 #Perfil de fondo tipo Chapman
47 chapman = N0 * np.exp(0.5*(1 - zeta - np.exp(-zeta)))
```

Luego se define el problema de valor inicial, las variables dinámicas y el sistema de ecuaciones a resolver. En esta implementación se adopta una formulación de primer orden en la coordenada vertical, introduciendo variables auxiliares para las derivadas respecto de z . Esta forma de escritura resulta conveniente en Dedalus, ya que permite expresar de manera explícita los operadores diferenciales y simplifica la imposición de condiciones de borde. Por esta razón, en lugar de escribir operadores compactos como el laplaciano, se introducen directamente las derivadas segundas en cada dirección.

```

49 #Problema de valor inicial con variables auxiliares en z
50 problem = de.IVP(domain, variables=['n', 'rho', 'psi', 'n_z', '
    rho_z', 'psi_z'])
51
52 #Parametros accesibles dentro de Dedalus
53 problem.parameters['D']      = D
54 problem.parameters['mu']     = mu
55 problem.parameters['nu']     = nu
56 problem.parameters['g']      = g
57 problem.parameters['Ea_B0']  = Ea_B0
58
59 #Terminos advectivos no lineales
60 problem.substitutions['NonlinAdv_n']    = "dx(psi)*n_z -psi_z*dx(n)"
61 problem.substitutions['NonlinAdv_rho']  = "dx(psi)*rho_z -psi_z*dx(
    rho)"
62
63 #Ecuaciones de evolucion
64 problem.add_equation("dt(n) - D*dx(dx(n)) - D*dz(n_z) = NonlinAdv_n
    ")      #Ecuacion (2.21)
65 problem.add_equation("dt(rho) - mu*dx(dx(rho)) -mu*dz(rho_z) + nu*
    rho - (g + nu*Ea_B0)*dx(n) = NonlinAdv_rho")      #Ecuacion
    (2.22)
66 problem.add_equation("dx(dx(psi)) + dz(psi_z) = rho")      #Ecuacion
    (2.23)

```

Es importante destacar que las ecuaciones de evolución del sistema se expresan utilizando la sintaxis propia de Dedalus, la cual fue descrita en la sección 3.2.

Las condiciones de borde en la dirección vertical se imponen de forma explícita sobre las derivadas auxiliares (n_z , ρ_z , ψ_z) y sobre el potencial (ψ), de acuerdo con la formulación adoptada para un dominio vertical finito:

```

77 #Condiciones de borde en z
78 problem.add_bc("left(n_z) = 0")
79 problem.add_bc("right(n_z) = 0")
80 problem.add_bc("left(rho_z) = 0")

```



```

81 problem.add_bc("right(rho_z) = 0")
82 problem.add_bc("left(psi_z) = 0") #Condicion de Neumann para Psi
83 problem.add_bc("right(psi) = 0")  #Condicion de Dirichlet para Psi

```

Una vez definido el problema, se construye el solver temporal. Para la integración en el tiempo se utiliza el esquema RK443, que ofrece una buena combinación entre estabilidad, precisión y simplicidad de implementación dentro del marco pseudoespectral de Dedalus:

```

85 #Construccion del solver temporal
86 solver = problem.build_solver(de.timesteppers.RK443)

```

```

110 #Finalizacion
111 solver.stop_sim_time = stop_sim_time

```

Finalmente, se establecen las condiciones iniciales. Para ello, se genera una perturbación aleatoria de pequeña amplitud superpuesta al perfil de Chapman, mientras que las variables ρ y ψ se toman inicialmente nulas, en concordancia con el planteo físico adoptado:

```

93 #Generacion de ruido aleatorio reproducible
94 gshape = domain.dist.grid_layout.global_shape(scales=1)
95 slices = domain.dist.grid_layout.slices(scales=1)
96
97 rng = np.random.RandomState(42)
98 noise_global = rng.standard_normal(gshape)
99 noise = noise_global[slices]
100
101 #Condiciones iniciales
102 n['g'] = chapman * (1.0 + amp_noise * noise)
103 rho['g'] = 0.0
104 psi['g'] = 0.0

```

Los *evaluators* se introducen para almacenar las variables necesarias para el post-procesamiento y análisis físico de la simulación.

```

32 #Cortes
33 def km_to_zadim(h_km):
34     return -np.pi + (h_km - hmin_km) * (2*np.pi) / (hmax_km -
35     hmin_km)
36
37 alturas_diag_km = [300.0, 350.0, 400.0, 450.0, 500.0]
38 z_diag = {h: km_to_zadim(h) for h in alturas_diag_km}

```

En particular, permiten guardar instantáneas bidimensionales de la densidad y cortes a alturas fijas, a partir de los cuales se construyen mapas espacio temporales y análisis espectrales en la dirección horizontal. Por ello, su incorporación no responde solo

a una necesidad de visualización, sino también al estudio cuantitativo de la evolución espacial y temporal de los modos inestables.

4.2.1. Implementación computacional y paralelización

Las simulaciones numéricas fueron realizadas utilizando el entorno de cómputo de alto rendimiento del *cluster* Engaging On Demand, perteneciente al *Massachusetts Institute of Technology* (MIT). La ejecución del código se llevó a cabo en paralelo mediante MPI, lo que permite distribuir el dominio computacional entre múltiples procesos y reducir los tiempos de ejecución.

La ejecución de los trabajos en el *cluster* se realizó mediante scripts de envío administrados con `sbatch`, el comando del sistema *Slurm* utilizado para gestionar colas de trabajo y asignación de recursos. Este esquema permite definir de manera explícita la cantidad de procesos, memoria y tiempo de ejecución requeridos, y es el mecanismo habitual para correr simulaciones en entornos de supercómputo donde múltiples usuarios comparten la infraestructura disponible.

En particular, se emplearon 4 procesos en paralelo (4 threads), lo que resulta adecuado para la resolución espacial utilizada (128×128) y permite una ejecución eficiente sin introducir una sobrecarga innecesaria de comunicación entre procesos. En cuanto a los recursos de memoria, se utilizaron 4 GB para garantizar estabilidad durante la escritura de archivos y el almacenamiento de datos intermedios. No obstante, es importante destacar que la simulación podría ejecutarse correctamente con requerimientos de memoria menores, ya que no se trata de un problema intensivo en memoria, sino principalmente en operaciones espectrales y en el manejo de archivos de salida.

El uso de esta infraestructura resulta conveniente no solo por la posibilidad de paralelización, sino también porque permite ejecutar simulaciones de manera robusta y reproducible en un entorno controlado, con acceso a herramientas estándar de cómputo científico y administración eficiente de recursos.

4.2.2. Postprocesamiento y dimensionalización de los resultados

Una vez finalizada la simulación, se realiza el postprocesamiento de los datos almacenados en los *evaluators*. Para ello, se implementa un script de análisis que permite reconstruir la evolución espacial y temporal de la densidad.

El código de ploteo se organiza en tres tipos principales de diagnósticos. En primer lugar, se generan mapas bidimensionales de la densidad $n(x, z, t)$ en distintos tiempos, a partir de los archivos almacenados en `snapshots`. Estas representaciones permiten visualizar la evolución global de las estructuras en el plano horizontal-vertical y analizar la formación y desarrollo de las inestabilidades.

En segundo lugar, se construyen diagramas espacio-temporales a partir de los cortes

de densidad almacenados en **strips**. Estos diagramas corresponden a la evolución de $n(x, t)$ a alturas fijas, lo que permite estudiar la dinámica local en distintos niveles del dominio vertical. Sobre estos datos se aplica además una transformada de Fourier en la dirección horizontal, obteniendo la amplitud espectral en función del número de onda k_x y del tiempo. Esto permite seguir la evolución de los modos inestables y analizar su crecimiento.

Finalmente, se realiza un análisis de crecimiento modal seleccionando distintos valores de k_x (bajo, intermedio y alto) y graficando su amplitud en función del tiempo en escala logarítmica. Este último caso resulta especialmente útil para identificar comportamientos exponenciales y estimar tasas de crecimiento.

Un aspecto fundamental de este postprocesamiento es la conversión de las variables adimensionales a unidades físicas. Para ello, se introducen escalas de longitud y tiempo definidas como

$$\lambda = \frac{125 \text{ km}}{\pi} \approx 39,78874 \text{ km} \quad , \quad \tau = \sqrt{\frac{\lambda}{g}} \approx 63,07831 \text{ seg} \quad (4.10)$$

donde g es la aceleración de la gravedad utilizada en la simulación (10 m/s^2). A partir de estas escalas, se construyen las variables dimensionales mediante las relaciones

$$x_{\text{dim}} = \lambda x, \quad t_{\text{dim}} = \tau t \quad (4.11)$$

De este modo, el dominio adimensional $x \in [-\pi, \pi]$ se corresponde con un dominio físico $x \in [-125, 125] \text{ km}$, mientras que la coordenada vertical $z \in [-\pi, \pi]$ se mapea linealmente al intervalo $[250, 650] \text{ km}$. Esta transformación permite interpretar los resultados en términos de distancias y alturas representativas de la región F de la ionosfera.

En el caso de la densidad, se introduce además un factor de escala N_{ref} , de modo que la variable adimensional n se convierte en densidad física mediante

$$N(x, z, t) = N_{\text{ref}}(1 + n(x, z, t)) \quad (4.12)$$

con $N_{\text{ref}} = 2 \times 10^{11} \text{ m}^{-3}$. Esta elección permite obtener valores de densidad comparables con los típicos de la ionosfera.

En conjunto, este procedimiento de postprocesamiento permite analizar los resultados tanto en el espacio físico como en el espectral, y establecer un vínculo directo entre la solución adimensional del modelo y magnitudes observables en unidades físicas.

4.3. Resultados

4.3.1. Régimen Colisional

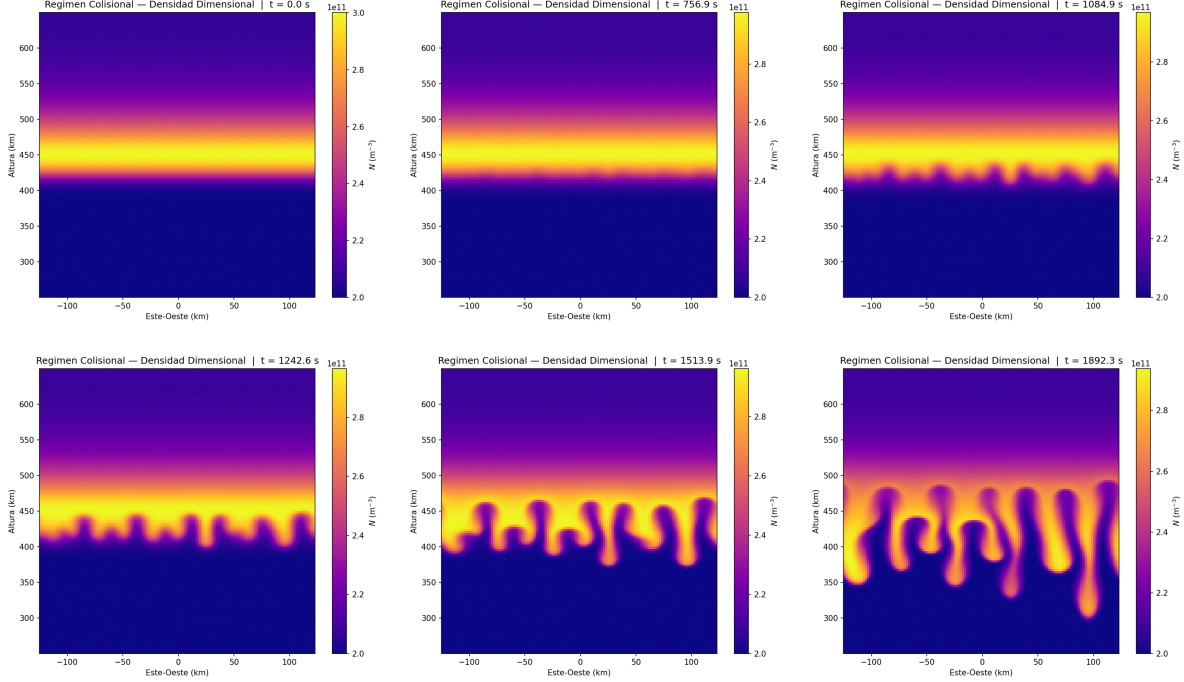


Figura 4.2: Evolución temporal de la densidad electrónica en el régimen colisional. Se observa el crecimiento de la inestabilidad desde un perfil inicialmente estratificado hasta la formación de estructuras tipo burbuja.

En la Figura 4.2 se puede ver la evolución temporal de la densidad en el régimen colisional para distintos tiempos. Al principio, el sistema presenta un perfil estratificado estable, con un máximo de densidad localizado en la región inferior de la capa F, lo cual coincide con el perfil de equilibrio impuesto. En esta etapa, las perturbaciones se mantienen de pequeña amplitud y no alteran significativamente la estructura del plasma.

A medida que avanza la simulación, aparecen ondulaciones en la región de mayor gradiente de densidad. Estas perturbaciones crecen progresivamente en amplitud, lo cual concuerda con el desarrollo de la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada. En este régimen lineal, las perturbaciones evolucionan sin interacción significativa entre modos. En etapas posteriores, el sistema entra en un régimen no lineal caracterizado por la formación de estructuras alargadas verticalmente. Estas estructuras evolucionan hacia configuraciones tipo pluma o burbuja, donde regiones de menor densidad ascienden hacia mayores alturas, mientras que el plasma más denso desciende. Esta morfología es consistente con la dinámica esperada de las burbujas de plasma ecuatorial.

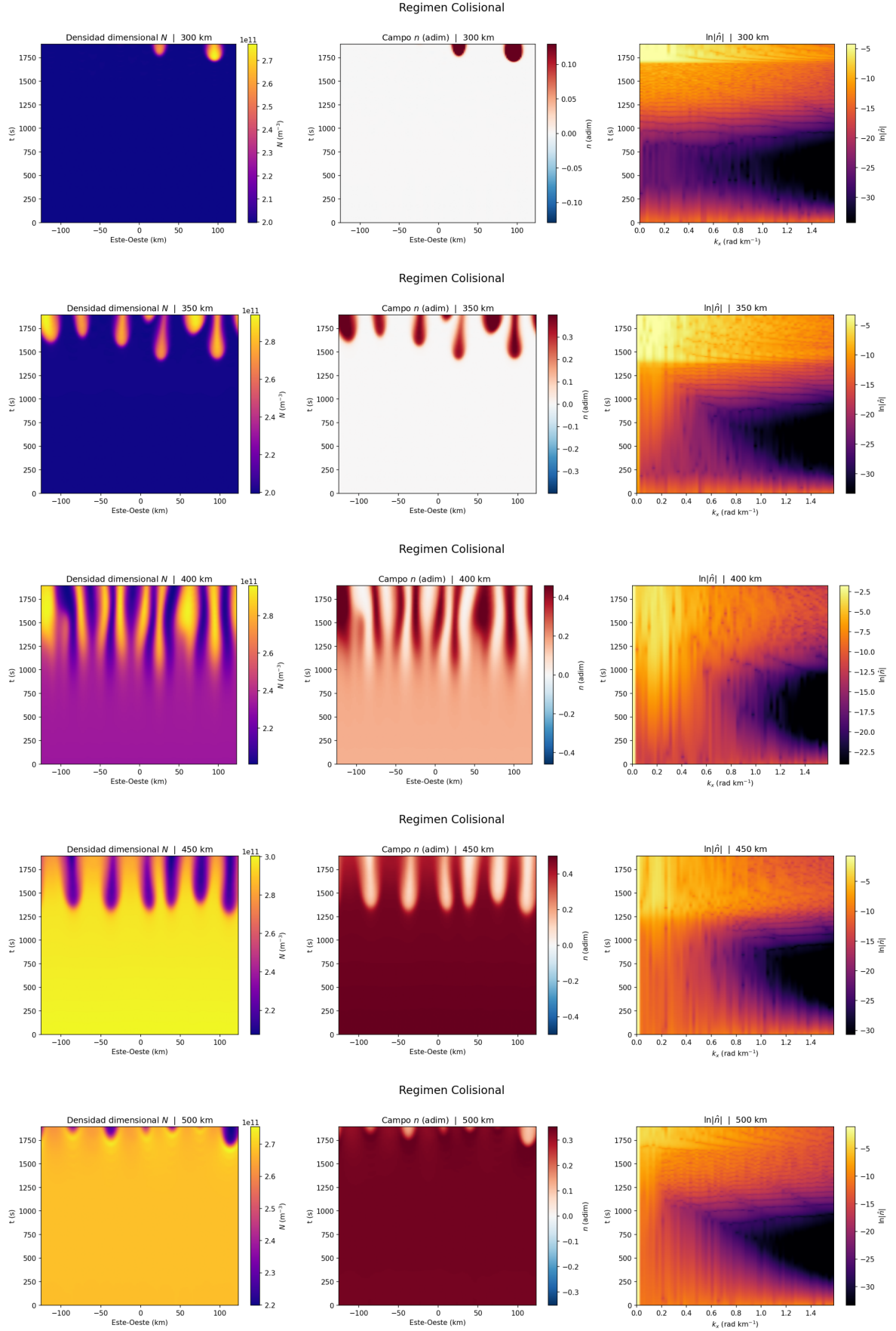


Figura 4.3: Cortes a distintas alturas de la densidad, del campo dinámico asociado y del espectro en número de onda en el régimen colisional.

Con el fin de analizar en mayor detalle la dinámica del sistema, en la Figura 4.3 se presentan cortes a distintas alturas, donde se muestra la evolución temporal de la densidad, del campo dinámico asociado y del espectro en número de onda (Transformada de Fourier).

En las alturas más bajas, las perturbaciones permanecen confinadas en la región donde el gradiente de densidad es más pronunciado. El crecimiento es inicialmente dominado por estructuras de gran escala, lo cual se refleja en el espectro, donde los modos de bajo número de onda presentan mayor amplitud. A mayores alturas, las estructuras adquieren mayor coherencia espacial y amplitud, indicando el desarrollo no lineal de la inestabilidad. En esta región se observa una **redistribución de energía** hacia modos de mayor número de onda, lo cual sugiere la presencia de interacciones no lineales entre modos y una transferencia hacia escalas más pequeñas. En la parte superior del dominio, si bien las estructuras están completamente desarrolladas, la amplitud relativa de las perturbaciones disminuye debido a la reducción del gradiente de densidad, lo cual limita el crecimiento de la inestabilidad.

4.3.2. Régimen inercial

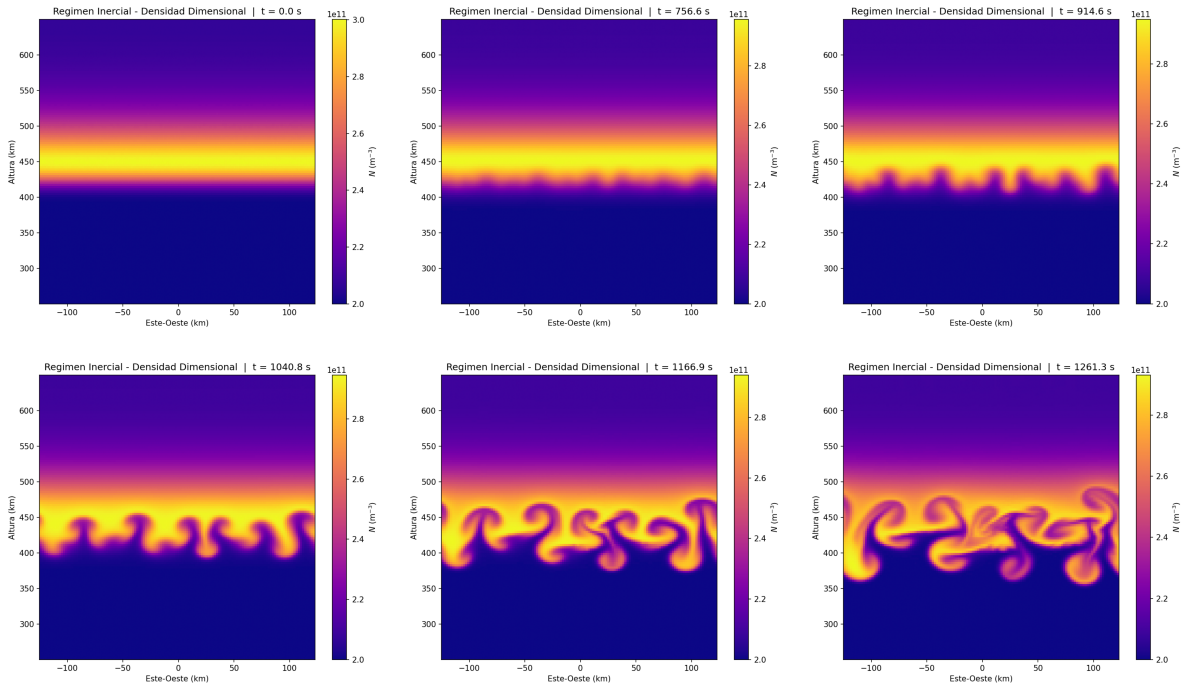


Figura 4.4: Evolución temporal de la densidad electrónica en el régimen inercial. Se observa el crecimiento de la inestabilidad y la formación de estructuras más deformadas y complejas que en el caso colisional.

En el régimen inercial, mostrado en la Figura 4.4, la evolución de la densidad presenta diferencias notables respecto al caso colisional. Si bien la fase inicial de la simulación es similar, con perturbaciones de pequeña amplitud que crecen en la región

de mayor gradiente de densidad, el desarrollo posterior ocurre de manera más rápida y conduce a una dinámica cualitativamente distinta.

A medida que las perturbaciones aumentan su amplitud, el sistema entra en un régimen no lineal donde los efectos advectivos dominan la evolución. En este contexto, el transporte de densidad ya no está regulado principalmente por términos disipativos, sino por el movimiento del plasma inducido por el flujo $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Como consecuencia, las estructuras que emergen presentan una fuerte deformación lateral y una mayor complejidad geométrica. En particular, se observa la aparición de estructuras vorticales y enrollamientos de las interfaces de densidad. Estas configuraciones son características de un régimen donde la no linealidad advectiva es significativa, y pueden interpretarse como una manifestación de inestabilidades secundarias que se desarrollan sobre la estructura primaria de tipo Rayleigh-Taylor. A diferencia del régimen colisional, donde las estructuras mantienen una forma más columnar y regular, en el régimen inercial se pierde esta simetría y aparecen patrones más irregulares y dinámicamente activos.

El análisis de los cortes a distintas alturas, mostrado en la Figura 4.5, refuerza esta interpretación. En las regiones donde el gradiente de densidad es más pronunciado, se observa una rápida amplificación de perturbaciones seguida por una fuerte interacción entre modos. Esta interacción se traduce en una redistribución de energía en el espacio espectral, con una transferencia eficiente hacia números de onda más altos.

Asimismo, el espectro en función del tiempo muestra que, a diferencia del régimen colisional, el ensanchamiento espectral ocurre en etapas más tempranas. Esto indica que la cascada hacia escalas pequeñas se establece rápidamente, lo cual es consistente con una dinámica dominada por términos no lineales.

En conjunto, estos resultados evidencian que el régimen inercial favorece una evolución más turbulenta del sistema, donde la interacción entre modos y la advección juegan un papel central. Esta diferencia en la dinámica tiene implicancias directas en la morfología y en la escala de las estructuras generadas, lo cual resulta relevante para la interpretación física de las irregularidades ionosféricas.

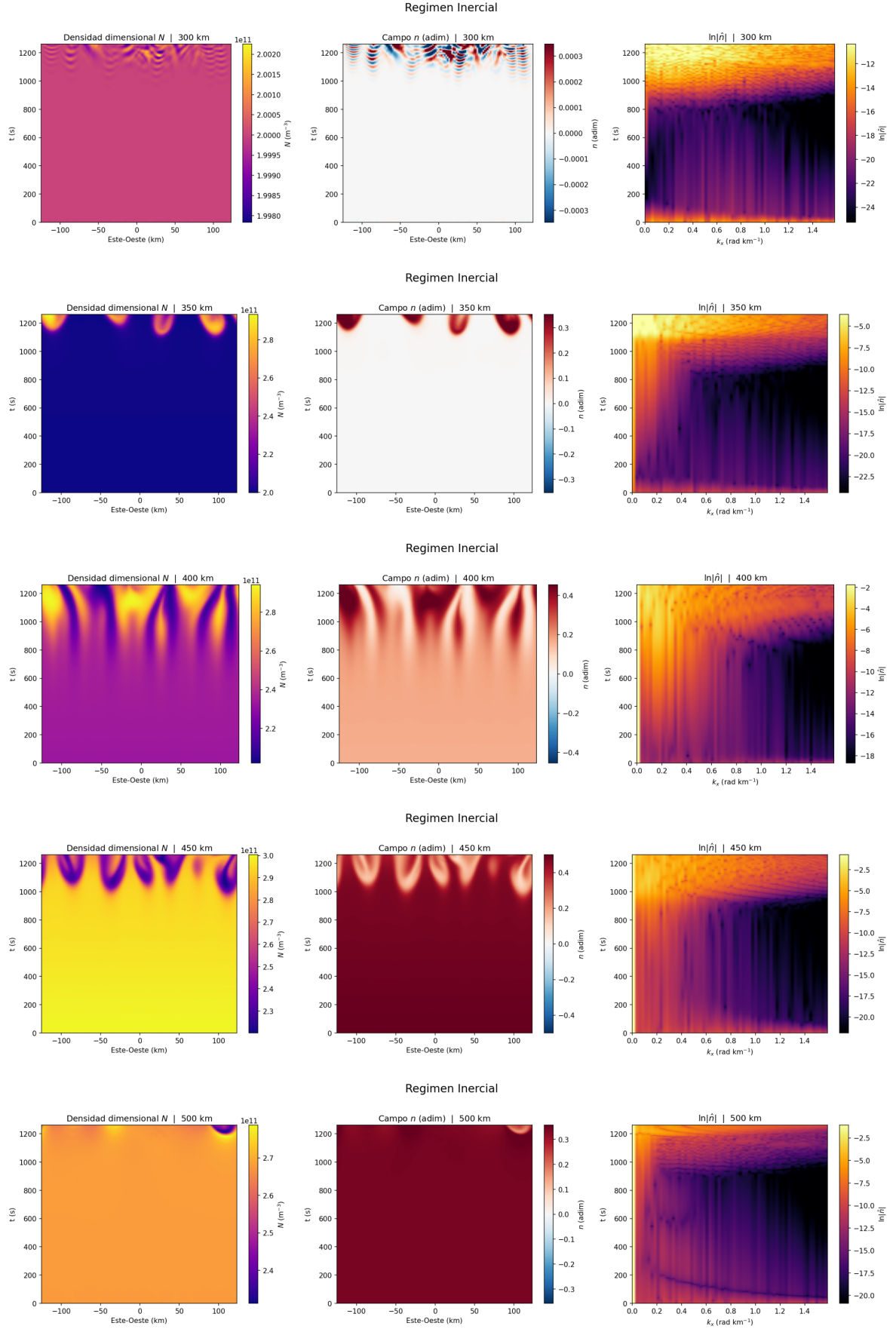


Figura 4.5: Cortes a distintas alturas de la densidad, del campo dinámico asociado y del espectro en número de onda en el régimen inercial.

4.3.3. Comparación con resultados analíticos

Con el fin de evaluar en qué medida los resultados numéricos reproducen el comportamiento esperado a partir de la teoría desarrollada en la sección 2.3, se analizó la evolución temporal de la amplitud modal para distintos valores de k_x , comparando las curvas obtenidas en la simulación con las tasas de crecimiento teóricas.

Las Figuras 4.6 y 4.7 muestran la evolución de $\ln |\hat{n}(k_x, t)|$ para distintos modos seleccionados y para diferentes alturas, tanto en el régimen colisional como en el régimen inercial. En cada caso, se incluyeron además las rectas asociadas al crecimiento teórico, con el objetivo de comparar de manera directa la pendiente predicha analíticamente con la evolución observada en la simulación.

Antes de analizar cada régimen por separado, conviene señalar un rasgo común a ambas figuras. En varios modos aparece, al comienzo de la evolución temporal, una etapa de decrecimiento de la amplitud antes de que se establezca el crecimiento. Esta parte inicial no debe interpretarse como un efecto físico de la inestabilidad, sino como un transitorio numérico asociado al ajuste inicial de la solución dentro de la representación espectral de Dedalus. Durante los primeros pasos temporales, el método proyecta la condición inicial sobre la base espectral y amortigua componentes que no quedan bien representadas o que no son consistentes con la evolución posterior del sistema. Por esta razón, esa caída inicial no se considera al momento de comparar la simulación con la teoría lineal.

Además, debe tenerse en cuenta que la tasa de crecimiento obtenida numéricamente no necesariamente coincide de manera exacta con la predicción teórica, aun dentro del intervalo aproximadamente lineal. Una de las razones principales es la presencia de difusión numérica inherente al método espectral y al esquema temporal utilizados. Esta difusión introduce un amortiguamiento artificial que tiende a suavizar gradientes y a reducir la amplitud de los modos, efecto que resulta más significativo a números de onda altos. Como consecuencia, las pendientes observadas en la evolución de $\ln |\hat{n}(k_x, t)|$ pueden ser menores que las predichas por la teoría lineal, especialmente en los modos cercanos al número de onda crítico. Este efecto no responde a la física del sistema, sino a la discretización numérica del problema, por lo que debe tenerse en cuenta al interpretar las discrepancias entre las curvas numéricas y las rectas teóricas.

Régimen colisional

En el régimen colisional, la comparación con la teoría resulta en general más clara. Una vez superado el transitorio inicial, varias curvas presentan un intervalo temporal en el que la evolución de $\ln |\hat{n}(k_x, t)|$ puede aproximarse de manera razonable a una recta. Esto indica que la amplitud modal crece aproximadamente de forma exponencial, como predice el análisis lineal.

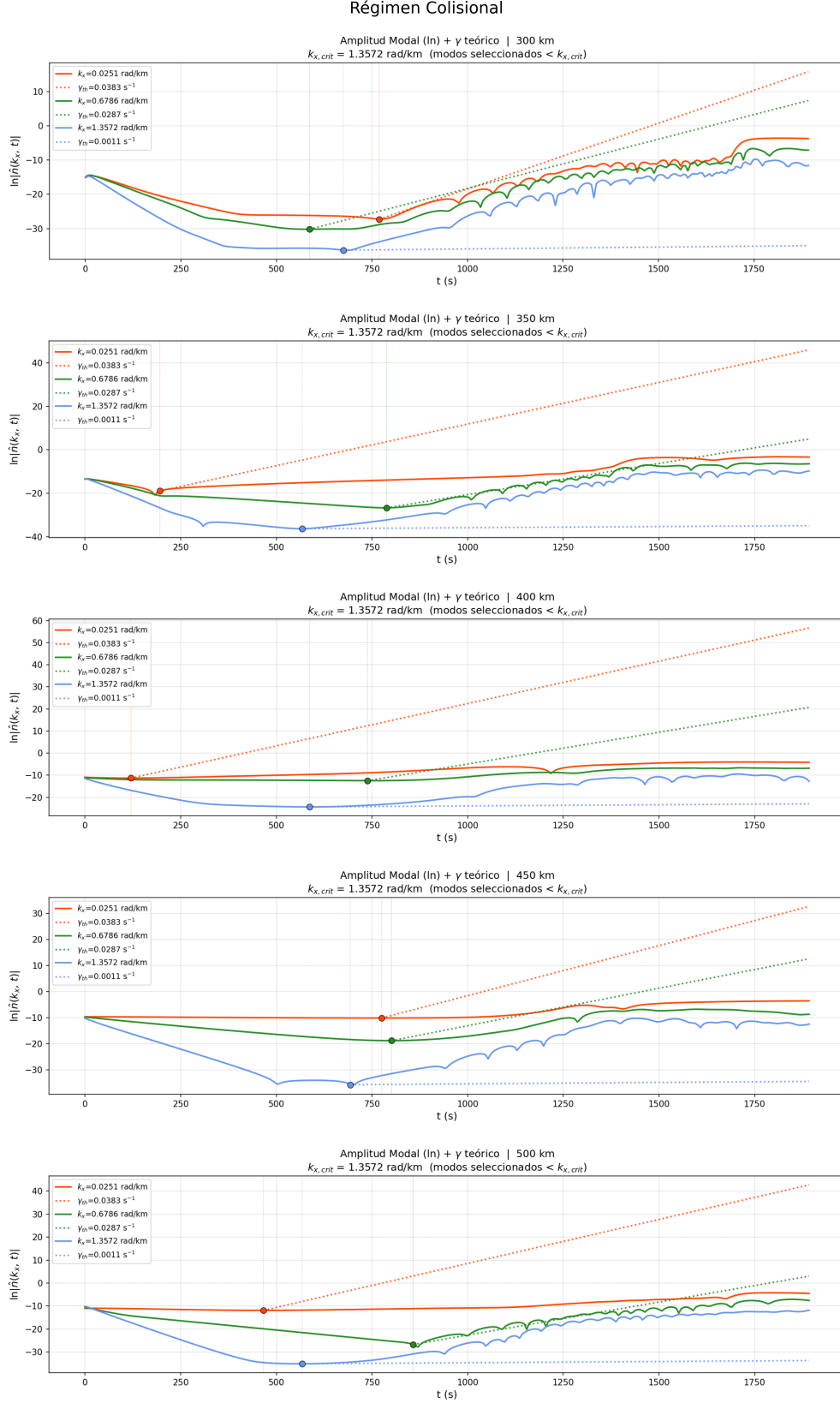


Figura 4.6: Evolución temporal de $\ln|\hat{n}(k_x, t)|$ para distintos modos seleccionados en el régimen colisional y a diferentes alturas. Las líneas punteadas indican la tendencia teórica esperada a partir de la tasa de crecimiento lineal.

Además, en este régimen la tasa de crecimiento puede aproximarse por la ecuación (2.27), lo que muestra que el crecimiento depende de manera directa tanto del campo eléctrico ambiente como del término gravitatorio modulado por la frecuencia de colisión. Esta expresión ayuda a interpretar por qué, en el régimen colisional, la evolución lineal suele verse de manera más limpia y sostenida, ya que la dinámica permanece más regulada por los términos disipativos y el sistema tarda más en desviarse del comportamiento exponencial ideal.

En las curvas numéricas se observa que los modos intermedios son los que presentan el crecimiento más claro, mientras que los modos cercanos al número de onda crítico no muestran, en general, una concordancia tan buena con la predicción teórica. En estos últimos casos, las pendientes numéricas resultan menos definidas y la discrepancia respecto de las rectas teóricas es mayor. Esto es razonable, ya que en las proximidades del número de onda crítico la tasa de crecimiento es pequeña y, por lo tanto, la evolución modal se vuelve más sensible tanto a los transitorios numéricos iniciales como a la aparición de efectos no lineales.

También se advierte que la concordancia con la teoría depende de la altura. En las regiones donde el gradiente vertical de densidad es más pronunciado, el crecimiento modal aparece de forma más marcada y la comparación con las rectas teóricas resulta más convincente. En cambio, en alturas donde ese gradiente es menor, el crecimiento se debilita y el intervalo temporal donde la aproximación lineal es válida se vuelve más acotado.

De todos modos, la coincidencia con la predicción analítica no se mantiene durante toda la simulación. A tiempos más avanzados, las curvas numéricas comienzan a apartarse de las rectas teóricas. Este apartamiento marca la transición hacia el régimen no lineal, ya que indica que la evolución deja de estar dominada únicamente por el crecimiento exponencial previsto por la teoría lineal. En la representación logarítmica, esta transición se reconoce por cambios en la pendiente, una tendencia a la saturación y, en varios casos, por la aparición de oscilaciones en la amplitud modal. A partir de ese punto, los términos no lineales adquieren relevancia, aparece acoplamiento entre modos y la evolución deja de responder a una ley exponencial simple.

Régimen inercial

En el régimen inercial también puede reconocerse una etapa de crecimiento aproximadamente exponencial, pero la comparación con la teoría lineal resulta menos limpia que en el caso colisional. En este caso, la tasa de crecimiento viene dada aproximadamente por la ecuación (2.28), lo que muestra que la gravedad adquiere un papel más importante y que la dinámica deja de estar controlada de la misma manera por el efecto disipativo de las colisiones. Esta diferencia ayuda a entender por qué, en el régimen inercial, la evolución numérica tiende a apartarse antes de la tendencia teórica.

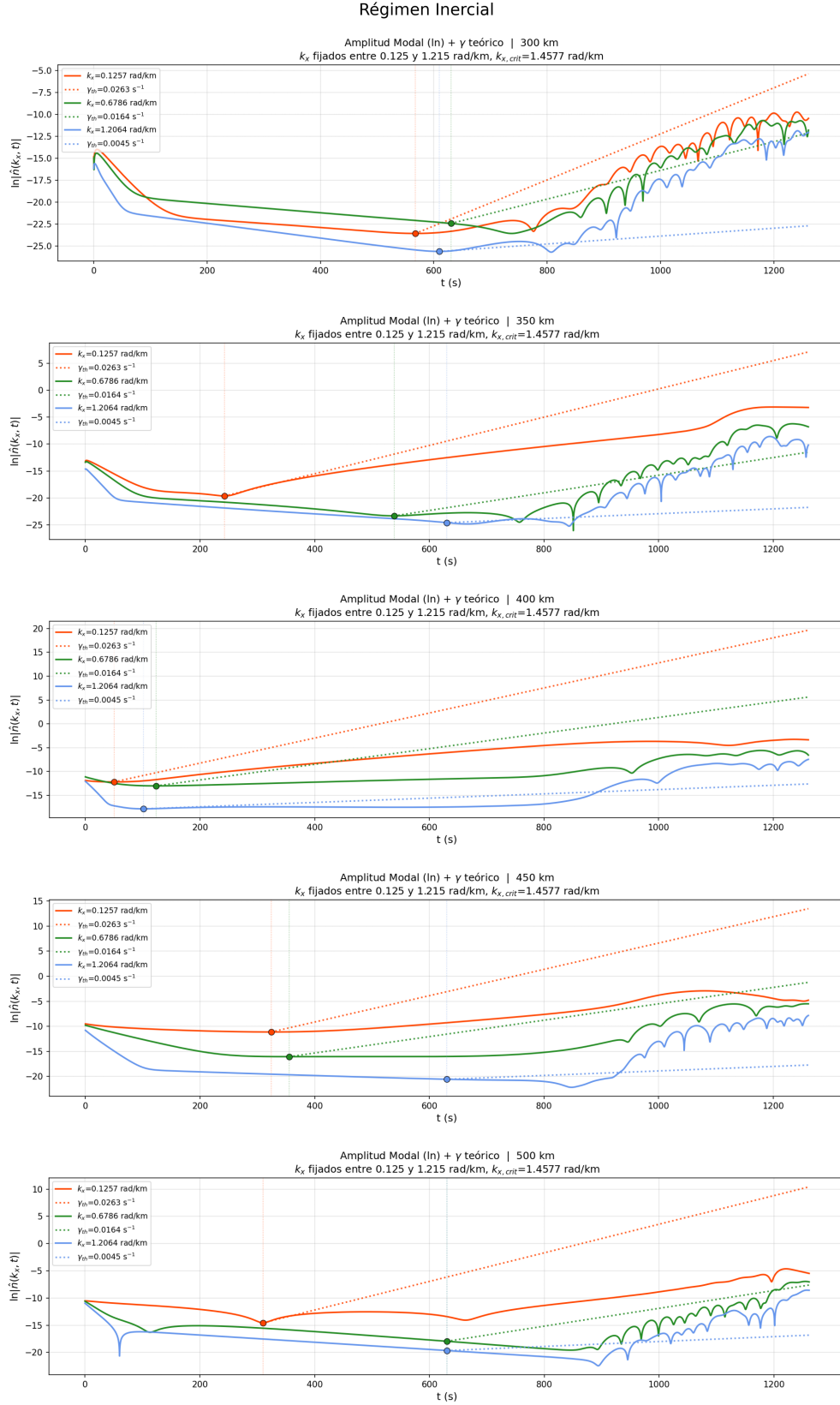


Figura 4.7: Evolución temporal de $\ln|\hat{n}(k_x, t)|$ para distintos modos seleccionados en el régimen inercial y a diferentes alturas. Las líneas punteadas indican la tendencia teórica esperada a partir de la tasa de crecimiento lineal.

En efecto, las curvas muestran que la etapa estrictamente lineal es más breve y que las desviaciones respecto de las rectas teóricas aparecen a tiempos relativamente tempranos. Esto indica que la transición hacia el régimen no lineal ocurre antes que en el caso colisional. En este régimen, el apartamiento de la tendencia exponencial se vuelve visible rápidamente en forma de cambios de pendiente y oscilaciones más marcadas, lo cual sugiere que los efectos advectivos y la interacción entre modos comienzan a modificar la dinámica en tiempos relativamente tempranos.

A diferencia del caso colisional, donde el crecimiento modal puede seguir durante más tiempo una tendencia relativamente simple, en el régimen inercial la energía comienza a redistribuirse más rápidamente entre distintas escalas. Por eso, aunque las tendencias generales del análisis lineal todavía pueden reconocerse, la superposición entre las curvas numéricas y las rectas teóricas es menos prolongada. Del mismo modo que en el régimen colisional, los modos más próximos al número de onda crítico presentan una concordancia menor con la teoría, lo cual sugiere que, en esa zona, pequeñas diferencias numéricas o físicas afectan de manera más notoria la evolución observada.

Comparación general

En conjunto, la comparación con los resultados analíticos muestra que la simulación reproduce adecuadamente las tendencias principales del régimen lineal en ambos casos. En particular, se identifica un intervalo temporal en el cual ciertos modos crecen aproximadamente de forma exponencial, existe un rango de números de onda inestables y es posible reconocer cuáles son los modos que dominan la evolución inicial.

Al mismo tiempo, las diferencias entre las curvas numéricas y las rectas teóricas permiten identificar con claridad la transición hacia el régimen no lineal. En esta etapa, la evolución deja de seguir el crecimiento exponencial simple predicho por la teoría lineal y comienzan a hacerse evidentes el acoplamiento entre modos y la redistribución de energía entre distintas escalas. Esta transición aparece de manera más gradual en el régimen colisional y de forma más temprana en el régimen inercial, en concordancia con la distinta física que domina en cada caso.

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo se estudió la dinámica de las EPBs en la región F de la ionosfera mediante una aproximación que integró fundamentos físicos, modelado matemático y simulación numérica. A lo largo del desarrollo de esta Tesis, se mostró que la ionosfera ecuatorial constituye un sistema altamente dinámico y sensible a perturbaciones, donde la interacción entre el campo magnético terrestre, los campos eléctricos, la gravedad y los procesos de transporte da lugar a condiciones propicias para el crecimiento de inestabilidades.

Desde el punto de vista físico, se destacó el papel central de la inestabilidad de Rayleigh-Taylor generalizada como mecanismo responsable de la amplificación de perturbaciones de densidad. En particular, se evidenció que la configuración de la región F posterior a la puesta del Sol, caracterizada por gradientes verticales de densidad y campos eléctricos favorables a la deriva ascendente del plasma, constituye un entorno naturalmente inestable. En este contexto, pequeñas perturbaciones iniciales pueden crecer y evolucionar hacia estructuras de gran escala, alineadas con las líneas del campo magnético, que corresponden a las EPBs.

En el plano del modelado, el uso del sistema reducido de Zargham y Seyler (1989) permitió capturar los aspectos esenciales de la dinámica del problema dentro de un marco matemático manejable. A su vez, la incorporación de la teoría "lineal" permitió interpretar las etapas iniciales del crecimiento de las perturbaciones, estableciendo un vínculo claro entre la descripción analítica y la evolución numérica. Esta conexión resultó clave para comprender el alcance y las limitaciones de la teoría lineal frente al desarrollo completo del sistema.

Desde el punto de vista numérico, la implementación del problema en el entorno Dedalus constituyó un aporte significativo del trabajo. La utilización de métodos espectrales, combinando bases de Fourier y Chebyshev, permitió resolver el sistema de ecuaciones con alta precisión y control sobre los errores numéricos con tiempos adimensionales inferiores a los utilizados por Zargham y Seyler (1989). Aun así, como se mencionó antes, esto se podría solucionar añadiendo un bloque de control CFL que haga variar el paso del tiempo para

evitar NaNs. La validación previa mediante la ecuación de difusión, advección y reacción resultó fundamental para garantizar la consistencia del esquema numérico, permitiendo evaluar el desempeño de distintos integradores temporales y establecer criterios adecuados para la elección de parámetros de simulación.

Los resultados obtenidos evidenciaron que tanto en el régimen colisional como en el régimen inercial existe una etapa inicial en la que el crecimiento de las perturbaciones puede describirse, al menos de forma aproximada, mediante un comportamiento exponencial, en concordancia con la teoría lineal. Sin embargo, también se observó que la duración y claridad de esta etapa dependen fuertemente del régimen considerado. En el caso colisional, el sistema permanece durante más tiempo cercano a la predicción teórica, lo que facilita la identificación de tasas de crecimiento compatibles con los modelos analíticos. En contraste, en el régimen inercial la transición hacia el comportamiento no lineal ocurre de manera más temprana, lo que se manifiesta en desviaciones más rápidas respecto de la evolución exponencial esperada.

El análisis modal permitió profundizar esta interpretación. La evolución de los modos espectrales mostró que, si bien es posible identificar una fase inicial de crecimiento aproximadamente lineal, el acoplamiento entre modos, la saturación de amplitudes y la aparición de oscilaciones modifican progresivamente la dinámica del sistema. Esto pone de manifiesto que la teoría lineal, si bien es útil para describir el inicio del proceso, resulta insuficiente para capturar la evolución completa de las irregularidades, siendo necesario recurrir a simulaciones no lineales para comprender su desarrollo posterior.

En conjunto, este trabajo de Tesis permitió establecer una plataforma conceptual y computacional coherente para el estudio de inestabilidades ionosféricas ecuatoriales. Más allá de reproducir comportamientos esperados desde el punto de vista teórico, el trabajo aportó una herramienta numérica flexible que puede ser utilizada para explorar escenarios más complejos y realistas. De este modo, los resultados obtenidos no solo contribuyen a la comprensión física del problema, sino que también sientan las bases para futuros desarrollos orientados a mejorar la capacidad descriptiva y predictiva de los modelos ionosféricos.

5.1. Líneas a futuro

Como proyección a futuro, una línea natural de continuación consiste en enriquecer el modelo incorporando términos físicos que en esta primera aproximación fueron omitidos o tratados de manera simplificada. Entre ellos, resultará especialmente importante incluir de forma más explícita el efecto de los vientos neutros, la dependencia en altura de la frecuencia colisional ion-neutro, entre otros. En este sentido, uno de los objetivos más relevantes será avanzar hacia una descripción que permita discriminar con mayor claridad cuáles son los principales *drivers* responsables del crecimiento y evolución de las EPBs bajo distintas condiciones ionosféricas. Entre estos posibles agentes se encuentran los

campos eléctricos, los vientos neutros, las *gravity waves*, los procesos de cizalladura y otros forzantes de gran escala que pueden actuar como disparadores o moduladores de la inestabilidad.

Asimismo, sería de gran interés extender el modelo hacia configuraciones más realistas, tanto desde el punto de vista geométrico como físico, para evaluar cómo cambia la evolución de las irregularidades cuando se incorporan estos efectos adicionales. En paralelo, también resultaría valioso profundizar el análisis desde el punto de vista numérico, explorando el efecto de aumentar la resolución espacial y temporal, el uso de solver. Así como estudiar con mayor detalle la influencia de la elección del dominio computacional, de las bases espectrales y de los parámetros numéricos sobre la estabilidad, la convergencia y la fidelidad de las soluciones obtenidas. Este tipo de análisis permitiría no sólo mejorar la representación de estructuras de menor escala, sino también evaluar con mayor precisión la robustez de los resultados frente a distintas decisiones de modelado numérico.

Otra línea futura de investigación en este tema particularmente valiosa consiste en comparar de manera sistemática los resultados numéricos con observaciones experimentales, incluyendo datos provenientes de ionosondas, mediciones TEC y otros diagnósticos ionosféricos, con el fin de poner a prueba la capacidad descriptiva del modelo. En una etapa más avanzada, esta articulación entre simulaciones y observaciones podría contribuir al desarrollo de estrategias de *forecasting* orientadas a anticipar la ocurrencia de EPBs y sus posibles efectos sobre sistemas de comunicación y navegación. De esta manera, el trabajo podría proyectarse desde una herramienta de interpretación física hacia una plataforma con potencial predictivo dentro del contexto de la física ionosférica y el clima espacial.

Referencias

- Affonso, B. J., A. Moraes, J. Sousasantos, L. Marini-Pereira y S. Pullen (2022). «Strong Ionospheric Spatial Gradient Events Induced by Signal Propagation Paths Aligned With Equatorial Plasma Bubbles». *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* **58**(4) 2022, págs. 2868-2879. DOI: [10.1109/TAES.2022.3144622](https://doi.org/10.1109/TAES.2022.3144622).
- Ansari, Kutubuddin, Sampad Kumar Panda, Venkatesh Kavutarapu y Punyawati Jam-jareegulgarn (2024). «Towards mitigating the effect of plasma bubbles on GPS positioning accuracy through wavelet transformation over Southeast Asian region». *Advances in Space Research* **73**(7) 2024, págs. 3642-3657. ISSN: 0273-1177. DOI: [10.1016/j.asr.2023.04.041](https://doi.org/10.1016/j.asr.2023.04.041).
- Aveiro, H. C. y J. D. Huba (2013). «Equatorial spread F studies using SAMI3 with two-dimensional and three-dimensional electrostatics». *Ann. Geophys.* **31** 2013, págs. 2157-2162. DOI: [10.5194/angeo-31-2157-2013](https://doi.org/10.5194/angeo-31-2157-2013).
- Aveiro, H. C. y D. L. Hysell (2010). «Three-dimensional numerical simulation of equatorial F region plasma irregularities with bottomside shear flow». *J. Geophys. Res.* **115** 2010, A11321. DOI: [10.1029/2010JA015602](https://doi.org/10.1029/2010JA015602).
- (2012). «Implications of the equipotential field line approximation for equatorial spread F analysis». *Geophys. Res. Lett.* **39**(11) 2012. DOI: [10.1029/2012GL051971](https://doi.org/10.1029/2012GL051971).
- Aveiro, H. C., D. L. Hysell, R. G. Caton, K. M. Groves, J. Klenzing, R. F. Pfaff, R. Stoneback y R. A. Heelis (2012). «Three-dimensional numerical simulations of equatorial spread F: Results and observations in the Pacific sector». *J. Geophys. Res.* **117** 2012, A03325. DOI: [10.1029/2011JA017077](https://doi.org/10.1029/2011JA017077).
- Aveiro, H. C., D. L. Hysell, J. Park y H. Lühr (2011). «Equatorial spread F-related currents: Three-dimensional simulations and observations». *Geophys. Res. Lett.* **38** 2011, pág. L21103. DOI: [10.1029/2011GL049586](https://doi.org/10.1029/2011GL049586).
- Booker, H. G. y H. W. Wells (1938). «Scattering of radio waves by the F-region of the ionosphere». *Terr. Magn. Atmos. Electr.* **43**(3) 1938, págs. 249-256. DOI: [10.1029/TE043i003p00249](https://doi.org/10.1029/TE043i003p00249).
- Burns, K. J., G. M. Vasil, J. S. Oishi, D. Lecoanet y B. P. Brown (2020). «Dedalus: A flexible framework for numerical simulations with spectral methods». *Phys. Rev. Research* **2** 2020, pág. 023068. DOI: [10.1103/PhysRevResearch.2.023068](https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.2.023068).

- Dedalus Project (s.f.). *Dedalus v2 Documentation*. https://dedalus-project.readthedocs.io/en/v2_master/. Accessed: 2026-03-24.
- Duly, T. M., J. D. Huba y J. J. Makela (2014). «Self-consistent generation of MSTIDs within the SAMI3 numerical model». *J. Geophys. Res. Space Physics* **119** 2014, págs. 6745-6757. DOI: [10.1002/2014JA020146](https://doi.org/10.1002/2014JA020146).
- Eastes, R. W., W. E. McClintock, A. G. Burns, D. N. Anderson, L. Andersson, S. Aryal et al. (2020). «Initial observations by the GOLD mission». *Journal of Geophysical Research: Space Physics* **125** 2020, e2020JA027823. DOI: [10.1029/2020JA027823](https://doi.org/10.1029/2020JA027823).
- Fagre, Mariano (2020). «Aplicaciones en Telecomunicaciones del Modelado de Perturbaciones Ionosféricas». Tesis doctoral. Tesis doct. San Miguel de Tucumán, Argentina: Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán. URL: <https://www.facet.unt.edu.ar/posgrado/doctorado-en-ciencias-exactas-e-ingenieria/#:~:text=Aplicaciones%20en%20Telecomunicaciones%20del%20Modelado%20de%20Perturbaciones%20Ionosf%C3%A9ricas%0AAutor%3A%20Mariano%20Fagre>.
- Fujino, S. y K. Murakami (2013). «A Parallel Variant of BiCGStar-Plus Method Reduced to Single Global Synchronization». En: *AsiaSim 2013*. Ed. por G. Tan, G. K. Yeo, S. J. Turner e Y. M. Teo. Vol. 402. Communications in Computer and Information Science. Berlin, Heidelberg: Springer. DOI: [10.1007/978-3-642-45037-2_30](https://doi.org/10.1007/978-3-642-45037-2_30).
- Hain, Klaus H. (1987). «The partial donor cell method». *Journal of Computational Physics* **73**(1) 1987, págs. 131-147. DOI: [10.1016/0021-9991\(87\)90110-0](https://doi.org/10.1016/0021-9991(87)90110-0).
- Harten, Amiram (1983). «On the symmetric form of systems of conservation laws with entropy». *Journal of Computational Physics* **49**(1) 1983, págs. 151-164. DOI: [10.1016/0021-9991\(83\)90118-3](https://doi.org/10.1016/0021-9991(83)90118-3).
- Hosokawa, K., K. Takami, S. Saito et al. (2020). «Observations of equatorial plasma bubbles using a low-cost 630.0-nm all-sky imager in Ishigaki Island, Japan». *Earth, Planets and Space* **72** 2020, pág. 56. DOI: [10.1186/s40623-020-01187-1](https://doi.org/10.1186/s40623-020-01187-1).
- Huang, C.-S. y M. C. Kelley (1996a). «Nonlinear evolution of equatorial spread F: 1. On the role of plasma instabilities and spatial resonance associated with gravity wave seeding». *J. Geophys. Res.* **101**(A1) 1996, págs. 283-292. DOI: [10.1029/95JA02211](https://doi.org/10.1029/95JA02211).
- (1996b). «Nonlinear evolution of equatorial spread F: 2. Gravity wave seeding of Rayleigh-Taylor instability». *J. Geophys. Res.* **101**(A1) 1996, págs. 293-302. DOI: [10.1029/95JA02210](https://doi.org/10.1029/95JA02210).
- (1996c). «Nonlinear evolution of equatorial spread F: 3. Plasma bubbles generated by structured electric fields». *J. Geophys. Res.* **101**(A1) 1996, págs. 303-313. DOI: [10.1029/95JA02209](https://doi.org/10.1029/95JA02209).
- Huba, J. D. (2022). «Generalized Rayleigh-Taylor Instability: Ion Inertia, Acceleration Forces, and E Region Drivers». *Journal of Geophysical Research: Space Physics* **127**(8) 2022, e2022JA030474. DOI: [10.1029/2022JA030474](https://doi.org/10.1029/2022JA030474).

- Huba, J. D. (2023). «Resolution of the equatorial spread F problem: Revisited». *Frontiers in Astronomy and Space Sciences* **9** 2023, pág. 1098083. DOI: [10.3389/fspas.2022.1098083](https://doi.org/10.3389/fspas.2022.1098083).
- Huba, J. D. y G. Joyce (2007). «Equatorial spread F modeling: Multiple bifurcated structures, secondary instabilities, large density “bite-outs,” and supersonic flows». *Geophys. Res. Lett.* **34** 2007, pág. L07105. DOI: [10.1029/2006GL028519](https://doi.org/10.1029/2006GL028519).
- (2010). «Global modeling of equatorial plasma bubbles». *Geophys. Res. Lett.* **37** 2010, pág. L17104. DOI: [10.1029/2010GL044281](https://doi.org/10.1029/2010GL044281).
- Huba, J. D., G. Joyce y J. Krall (2008). «Three-dimensional equatorial spread F modeling». *Geophys. Res. Lett.* **35** 2008, pág. L10102. DOI: [10.1029/2008GL033509](https://doi.org/10.1029/2008GL033509).
- Huba, J. D. y J. Krall (2013). «Impact of meridional winds on equatorial spread F: Revisited». *Geophys. Res. Lett.* **40** 2013, págs. 1268-1272. DOI: [10.1002/grl.50292](https://doi.org/10.1002/grl.50292).
- Huba, J. D., S. L. Ossakow, G. Joyce, J. Krall y S. L. England (2009). «Three-dimensional equatorial spread F modeling: Zonal neutral wind effects». *Geophys. Res. Lett.* **36** 2009, pág. L19106. DOI: [10.1029/2009GL040284](https://doi.org/10.1029/2009GL040284).
- Huba, J. D., T.-W. Wu y J. J. Makela (2015). «Electrostatic reconnection in the ionosphere». *Geophys. Res. Lett.* **42** 2015, págs. 1626-1631. DOI: [10.1002/2015GL063187](https://doi.org/10.1002/2015GL063187).
- Hysell, D. L., R. Jafari, M. A. Milla y J. W. Meriwether (2014a). «Data-driven numerical simulations of equatorial spread F in the Peruvian sector». *J. Geophys. Res. Space Physics* **119** 2014, págs. 3815-3827. DOI: [10.1002/2014JA019889](https://doi.org/10.1002/2014JA019889).
- Hysell, D. L. y E. Kudeki (2004). «Collisional shear instability in the equatorial F region ionosphere». *J. Geophys. Res.* **109** 2004, A11301. DOI: [10.1029/2004JA010636](https://doi.org/10.1029/2004JA010636).
- Hysell, D. L., M. F. Larsen, C. M. Swenson y T. F. Wheeler (2006). «Shear flow effects at the onset of equatorial spread F». *J. Geophys. Res.* **111** 2006, A11317. DOI: [10.1029/2006JA011963](https://doi.org/10.1029/2006JA011963).
- Hysell, D. L., M. A. Milla, L. Condori y J. W. Meriwether (2014b). «Data-driven numerical simulations of equatorial spread F in the Peruvian sector: 2. Autumnal equinox». *J. Geophys. Res. Space Physics* **119** 2014, págs. 6981-6993. DOI: [10.1002/2014JA020345](https://doi.org/10.1002/2014JA020345).
- Hysell, D. L., M. A. Milla, L. Condori y J. Vierinen (2015). «Data-driven numerical simulations of equatorial spread F in the Peruvian sector 3: Solstice». *J. Geophys. Res. Space Physics* **120** 2015, págs. 10809-10822. DOI: [10.1002/2015JA021877](https://doi.org/10.1002/2015JA021877).
- Jiang, C. H., L. H. Wei, G. B. Yang, C. Zhou y Z. Y. Zhao (2020). «Numerical simulation of the propagation of electromagnetic waves in ionospheric irregularities». *Earth Planet. Phys.* **4**(6) 2020, págs. 565-570. DOI: [10.26464/epp2020059](https://doi.org/10.26464/epp2020059).
- Kelley, M. C. (2009). *The Earth's Ionosphere: Plasma Physics and Electrodynamics, Second Edition*. USA: Academic Press.

- Kelley, M. C., M. F. Larsen, C. LaHoz y J. P. McClure (1981). «Gravity wave initiation of equatorial spread F: A case study». *J. Geophys. Res.* **86**(A11) 1981, págs. 9087-9100. DOI: [10.1029/JA086iA11p09087](https://doi.org/10.1029/JA086iA11p09087).
- Kelley, M. C., C. E. Seyler y S. Zargham (1987). «Collisional interchange instability: 2. A comparison of the numerical simulations with the in situ experimental data». *J. Geophys. Res.* **92**(A9) 1987, págs. 10089-10094. DOI: [10.1029/JA092iA09p10089](https://doi.org/10.1029/JA092iA09p10089).
- Keskinen, M. J. (2010). «Equatorial ionospheric bubble precursor». *Geophysical Research Letters* **37**(9) 2010. DOI: [10.1029/2010GL042963](https://doi.org/10.1029/2010GL042963).
- Keskinen, M. J., S. L. Ossakow y B. G. Fejer (2003). «Three-dimensional nonlinear evolution of equatorial ionospheric spread-F bubbles». *Geophys. Res. Lett.* **30** 2003, pág. 1855. DOI: [10.1029/2003GL017418](https://doi.org/10.1029/2003GL017418).
- Keskinen, M. J., E. P. Szuszczewicz, S. L. Ossakow y J. C. Holmes (1981). «Nonlinear theory and experimental observations of the local collisional Rayleigh-Taylor instability in a descending equatorial spread F ionosphere». *J. Geophys. Res.* **86**(A7) 1981, págs. 5785-5792. DOI: [10.1029/JA086iA07p05785](https://doi.org/10.1029/JA086iA07p05785).
- Keskinen, M. J. y S. L. Vadas (2009). «Three-dimensional nonlinear evolution of equatorial ionospheric bubbles with gravity wave seeding and tidal wind effects». *Geophys. Res. Lett.* **36** 2009, pág. L12102. DOI: [10.1029/2009GL037892](https://doi.org/10.1029/2009GL037892).
- Kherani, A. E., M. Mascarenhas, E. R. De Paula et al. (2005). «A Three-Dimensional Simulation of Collisional-Interchange-Instability in the Equatorial-Low-Latitude Ionosphere». *Space Sci. Rev.* **121** 2005, págs. 253-269. DOI: [10.1007/s11214-006-6158-x](https://doi.org/10.1007/s11214-006-6158-x).
- Krall, J., J. D. Huba y D. C. Fritts (2013). «On the seeding of equatorial spread F by gravity waves». *Geophys. Res. Lett.* **40** 2013, págs. 661-664. DOI: [10.1002/grl.50144](https://doi.org/10.1002/grl.50144).
- Krall, J., J. D. Huba, G. Joyce y T. Yokoyama (2010a). «Density enhancements associated with equatorial spread F». *Ann. Geophys.* **28** 2010, págs. 327-337. DOI: [10.5194/angeo-28-327-2010](https://doi.org/10.5194/angeo-28-327-2010).
- Krall, J., J. D. Huba y C. R. Martinis (2009). «Three-dimensional modeling of equatorial spread F airglow enhancements». *Geophys. Res. Lett.* **36** 2009, pág. L10103. DOI: [10.1029/2009GL038441](https://doi.org/10.1029/2009GL038441).
- Krall, J., J. D. Huba, S. L. Ossakow y G. Joyce (2010b). «Why do equatorial ionospheric bubbles stop rising?» *Geophys. Res. Lett.* **37** 2010, pág. L09105. DOI: [10.1029/2010GL043128](https://doi.org/10.1029/2010GL043128).
- Krall, J., J. D. Huba, S. L. Ossakow, G. Joyce, J. J. Makela, E. S. Miller y M. C. Kelley (2011). «Modeling of equatorial plasma bubbles triggered by non-equatorial traveling ionospheric disturbances». *Geophys. Res. Lett.* **38** 2011, pág. L08103. DOI: [10.1029/2011GL046890](https://doi.org/10.1029/2011GL046890).

- Li, Z., J. Lei y B. Zhang (2021). «Numerical considerations in the simulation of equatorial spread F». *Journal of Geophysical Research: Space Physics* **126** 2021, e2021JA029622. DOI: [10.1029/2021JA029622](https://doi.org/10.1029/2021JA029622).
- Liu, H.-L., J. M. McInerney, S. Santos, P. H. Lauritzen, M. A. Taylor y N. M. Pedatella (2014). «Gravity waves simulated by high-resolution Whole Atmosphere Community Climate Model». *Geophysical Research Letters* **41** 2014, págs. 9106-9112. DOI: [10.1002/2014GL062468](https://doi.org/10.1002/2014GL062468).
- Ma, X., P. Guo, D. Yang, M. Wu y H. Yue (2024). «Impact of Plasma Bubbles on OTHR Shortwave Propagation in Different Backgrounds». *Remote Sensing* **16** 2024, pág. 2494. DOI: [10.3390/rs16132494](https://doi.org/10.3390/rs16132494).
- Madala, R. V. (1978). «An Efficient Direct Solver for Separable and Non-Separable Elliptic Equations». *Mon. Wea. Rev.* **106** 1978, págs. 1735-1741. DOI: [10.1175/1520-0493\(1978\)106<1735:AEDSFS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1978)106<1735:AEDSFS>2.0.CO;2).
- Retterer, J. M. (2010). «Forecasting low-latitude radio scintillation with 3-D ionospheric plume models: 1. Plume model». *J. Geophys. Res.* **115** 2010, A03306. DOI: [10.1029/2008JA013839](https://doi.org/10.1029/2008JA013839).
- Retterer, J. M. y P. Roddy (2014). «Faith in a seed: on the origins of equatorial plasma bubbles». *Ann. Geophys.* **32** 2014, págs. 485-498. DOI: [10.5194/angeo-32-485-2014](https://doi.org/10.5194/angeo-32-485-2014).
- Rishbeth, H. y O. K. Garriott (1969). *Introduction to Ionospheric Physics*. New York, USA: Academic Press.
- Scannapieco, A. J. y S. L. Ossakow (1976). «Nonlinear equatorial spread F». *Geophys. Res. Lett.* **3** 1976, págs. 451-454. DOI: [10.1029/GL003i008p00451](https://doi.org/10.1029/GL003i008p00451).
- Schunk, R. W. y A. F. Nagy (2009). *Ionospheres: Physics, Plasma Physics, and Chemistry*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Sekar, R. (2003). «Plasma instabilities and their simulations in the equatorial F region – Recent results». *Space Science Reviews* **107** 2003, págs. 251-262. DOI: [10.1023/A:1025592226703](https://doi.org/10.1023/A:1025592226703).
- Sekar, R., R. Suhasini y R. Raghavarao (1994). «Effects of vertical winds and electric fields in the nonlinear evolution of equatorial spread F». *J. Geophys. Res.* **99**(A2) 1994, págs. 2205-2213. DOI: [10.1029/93JA01849](https://doi.org/10.1029/93JA01849).
- Sultan, P. J. (1996). «Linear theory and modeling of the Rayleigh-Taylor instability leading to the occurrence of equatorial spread F». *J. Geophys. Res.* **101**(A12) 1996, págs. 26875-26891. DOI: [10.1029/96JA00682](https://doi.org/10.1029/96JA00682).
- Wiltschko, W. y R. Wiltschko (2005). «Magnetic orientation and magnetoreception in birds and other animals». *J Comp Physiol A Neuroethol Sens Neural Behav Physiol* **191**(8) 2005, págs. 675-693. DOI: [10.1007/s00359-005-0627-7](https://doi.org/10.1007/s00359-005-0627-7).
- Woodman, R. F. (2009). «Spread F – an old equatorial aeronomy problem finally resolved?». *Ann. Geophys.* **27** 2009, págs. 1915-1934. DOI: [10.5194/angeo-27-1915-2009](https://doi.org/10.5194/angeo-27-1915-2009).

- Wu, Q., J. Braun, S. Sokolovskiy, W. Schreiner, N. Pedatella, J.-P. Weiss, I. Cherniak e I. Zakharenkova (2024). «GOLD plasma bubble observations comparison with geolocation of plasma irregularities by back propagation of the high-rate FORMOSA7/COSMIC 2 scintillation data». *Frontiers in Astronomy and Space Sciences* **11** 2024, pág. 1407457. DOI: [10.3389/fspas.2024.1407457](https://doi.org/10.3389/fspas.2024.1407457).
- Yabe, Takashi, Hiroki Mizoe, Kenji Takizawa, Hiroshi Moriki, Hyo-Nam Im y Youichi Ogata (2004). «Higher-order schemes with CIP method and adaptive Soroban grid towards mesh-free scheme». *Journal of Computational Physics* **194**(1) 2004, págs. 57-77. DOI: [10.1016/j.jcp.2003.08.019](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.08.019).
- Yabe, Takashi, Feng Xiao y Takayuki Utsumi (2001). «The Constrained Interpolation Profile Method for Multiphase Analysis». *Journal of Computational Physics* **169**(2) 2001, págs. 556-593. DOI: [10.1006/jcph.2000.6625](https://doi.org/10.1006/jcph.2000.6625).
- Yokoyama, T. (2017). «A review on the numerical simulation of equatorial plasma bubbles toward scintillation evaluation and forecasting». *Progress in Earth and Planetary Science* **4** 2017, pág. 37. DOI: [10.1186/s40645-017-0153-6](https://doi.org/10.1186/s40645-017-0153-6).
- Yokoyama, T., H. Jin y H. Shinagawa (2015). «West wall structuring of equatorial plasma bubbles simulated by three-dimensional HIRB model». *J. Geophys. Res. Space Physics* **120** 2015, págs. 8810-8816. DOI: [10.1002/2015JA021799](https://doi.org/10.1002/2015JA021799).
- Yokoyama, T., H. Shinagawa y H. Jin (2014). «Nonlinear growth, bifurcation, and pinching of equatorial plasma bubble simulated by three-dimensional high-resolution bubble model». *J. Geophys. Res. Space Physics* **119** 2014, págs. 10474-10482. DOI: [10.1002/2014JA020708](https://doi.org/10.1002/2014JA020708).
- Yokoyama, T. y C. Stolle (2017). «Low and Midlatitude Ionospheric Plasma Density Irregularities and Their Effects on Geomagnetic Field». *Space Sci. Rev.* **206** 2017, págs. 495-519. DOI: [10.1007/s11214-016-0295-7](https://doi.org/10.1007/s11214-016-0295-7).
- Zalesak, S. y S. Ossakow (1980). «Nonlinear equatorial spread F: Spatially large bubbles resulting from large horizontal scale initial perturbations». *J. Geophys. Res.* **85**(A5) 1980, págs. 2131-2142. DOI: [10.1029/JA085iA05p02131](https://doi.org/10.1029/JA085iA05p02131).
- Zalesak, S. T. (1979). «Fully multidimensional flux-corrected transport algorithms for fluids». *J. Comput. Phys.* **31** 1979, pág. 335. DOI: [10.1016/0021-9991\(79\)90051-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(79)90051-2).
- Zalesak, S. T., S. L. Ossakow y P. K. Chaturvedi (1982). «Nonlinear equatorial spread F: The effect of neutral winds and background Pedersen conductivity». *J. Geophys. Res.* **87**(A1) 1982, págs. 151-166. DOI: [10.1029/JA087iA01p00151](https://doi.org/10.1029/JA087iA01p00151).
- Zargham, S. y C. E. Seyler (1987). «Collisional interchange instability: 1. Numerical simulations of intermediate-scale irregularities». *J. Geophys. Res.* **92**(A9) 1987, págs. 10073-10088. DOI: [10.1029/JA092iA09p10073](https://doi.org/10.1029/JA092iA09p10073).
- (1989). «Collisional and inertial dynamics of the ionospheric interchange instability». *J. Geophys. Res.* **94**(A7) 1989, págs. 9009-9027. DOI: [10.1029/JA094iA07p09009](https://doi.org/10.1029/JA094iA07p09009).

Zolessi, B. y L. R. Cander (2014). *Ionospheric Prediction and Forecasting*. Berlin, Germany: Springer-Verlag.