Curso de Posgrado: Introducción al álgebra homológica
Facultad: FaCET - UNT

Resumen
El álgebra homológica es un área de la matemática que estudia sistemáticamente formas de asociar a clases de objetos matemáticos una sucesión de objetos algebraicos de manera tal que codifican información estructural de los objetos.

Es una disciplina relativamente joven, cuyos orígenes pueden remontarse a investigaciones en topología a fines del siglo XIX, lideradas por Henri Poincaré y David Hilbert.

En general se hace coincidir la fundación de esta disciplina con la aparición del libro *Homological Algebra* de Henri Cartan y Samuel Eilenberg en 1956, hoy convertida en una obra clásica.

El álgebra homológica sufrió un enorme desarrollo en el siglo pasado hasta convertirse en una herramienta fundamental para los matemáticos de muchas áreas. Hoy es una área de investigación muy dinámica.

Distintas teorías de homología y cohomología se definen y calculan para objetos tales como espacios topológicos, espacios geométricos como las variedades diferenciables, y objetos algebraicos como grupos, álgebras asociativas y álgebras de Lie, entre muchos otros.

Hoy en día, el álgebra homológica presenta de manera unificada todas las construcciones de teorías de homología y cohomología. Para esto se desarrolló un marco teórico abstracto muy general que resulta muy poderoso.

Por último, las múltiples aplicaciones del álgebra homológica, le han dado el lugar de importancia que tiene.

El presente curso está concebido para que los alumnos:

- Asienten y profundicen sus conocimientos de álgebra.
- Aprendan las bases del álgebra homológica.
- Se familiaricen con algunas teorías de homología.
- Aprendan a calcular homologías en algunos casos sencillos.
- Conozcan algunas de las aplicaciones del álgebra homológica.

Programa
Capítulo 0: Grupos, anillos y módulos

Estructura, morfismos y cocientes.

Capítulo I: Complejos de cadenas

Complejos de R-módulos. Operaciones con complejos. Sucesiones exactas largas. Homotopías. Conos y cilindros. Categorías abelianas.

Capítulo II: Funtores derivados

d-funtores. Resoluciones proyectivas. Resoluciones inyectivas. Funtores derivados. Funtores adjuntos. Exactitud a derecha e izquierda.

Capítulo III: Tor y Ext

Tor para grupos abelianos. Tor y planitud. Ext para ciertos anillos. Ext y extensiones.

Capítulo IV: Homología y cohomología de álgebras de Lie

Álgebras de Lie. g-módulos. Álgebras universales envolventes. H^1 y H_1. La sucesión espectral de Hochshild-Serre. El complejo de Chevalley-Eilenberg.

Bibliografía principal

- Weibel Charles A., “An introduction to homological algebra”, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 38. Cambridge University Press 1994.

Bibliografía complementaria

- Hilton P.J. and Stammbach U., “A course in homological algebra”, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag 1971.
- Rotman Joseph, “An introduction to homological algebra”, Universitytext, Springer-Verlag 2009.
- Brown Kenneth S., “Cohomology of groups”, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag 1982.

Prerrequisitos:

Poseer un manejo fluido de Álgebra Lineal y fundamentos de Estructuras Algebraicas.