

**MODELACION DE LA RESPUESTA DINAMICA
DEL HORMIGON MEDIANTE LOS
CRITERIOS MESO Y MACRO MECANICOS**

Autor: Ing. Msc. Ricardo Horacio Lorefice

Director: Dr. Ing. Guillermo Etse

TESIS DE DOCTOR EN CIENCIAS EXACTAS E INGENIERÍA

CENTRO DE METODOS NUMERICOS Y COMPUTACIONALES EN INGENIERIA

(CEMNCI)

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGIA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMÁN

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMÁN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGIA
CENTRO DE METODOS NUMERICOS Y COMPUTACIONALES EN
INGENIERIA (CEMNCI)

Fecha: 24 de Agosto de 2007

Director:

Director: Dr. Ing. Guillermo Etse

Jurado:

Dr. Ing. Eduardo Dvorkin

Dr. Ing. Alfredo Huespe

Dra. Marta Zossi de Artigas

*A mi esposa Marcia
y a mis hijas Valentina y Florencia.*

Contenidos

Contenidos	IX
Lista de Figuras	x
Agradecimientos	xv
Apéndice	1
Resumen	9
Abstract	11
1.	13
1.1. Introducción	13
1.2. Objetivos	15
1.3. Organización	16
2. MECANICA DE MEDIOS CONTINUOS	20
2.1. Cinemática de medios continuos	20
2.1.1. Vectores de posición y desplazamiento	21
2.1.2. Descripciones Lagrangeana y Euleriana	21
2.1.3. Gradiente de Deformación y Jacobiano	25
2.1.4. Gradiente de desplazamiento	26
2.1.5. Medida de deformación Lagrangeana	27
2.1.6. Medida de Deformación Euleriana	28
2.1.7. Deformaciones Infinitesimales	29
2.2. Vector tensión	29
2.2.1. Tensor de tensiones de Cauchy	29

2.2.2.	Tensor de tensiones nominal	30
2.2.3.	Tensor de tensiones de Piola-Kirchoff	31
2.3.	Leyes fundamentales de la mecánica de medios continuos	31
2.3.1.	Conservación de la masa. Ecuación de continuidad	31
2.3.2.	Principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal	32
2.3.3.	Principio de conservación de la cantidad de movimiento angular	34
2.3.4.	Forma Lagrangeana de la conservación de la cantidad de movimiento angular	34
2.4.	Ecuaciones de campo	35
2.4.1.	Forma Euleriana	35
2.4.2.	Forma Lagrangeana	36
2.5.	Condiciones de contorno	36
2.5.1.	Condiciones iniciales	37
2.5.2.	Condiciones de borde	37

3. TEORIAS CONSTITUTIVAS PARA MATERIALES

COHESIVO-FRICCIONALES		38
3.1.	Introducción	38
3.2.	Plasticidad de Prandtl-Reuss	41
3.2.1.	Hipótesis básicas	42
3.2.2.	Criterio de fluencia	43
3.2.3.	Regla de flujo	44
3.2.4.	Condiciones de consistencia plástica	45
3.2.5.	Rigidez elastoplástica tangente	45
3.2.6.	Rigidez elastoplástica algorítmica	46
3.3.	Teorías Viscoplasticas	48
3.4.	Viscoplasticidad de Perzyna	51
3.5.	Viscoplasticidad consistente	54
3.6.	Viscoplasticidad continua	56
3.7.	Viscoplasticidad clásica y viscoplasticidad consistente	57
3.8.	Viscoplasticidad de Duvaut-Lions	59
3.9.	Integración de la condición de consistencia viscoplastica	60

4. COMPORTAMIENTO MECANICO DEL HORMIGON	63
4.1. Introducción	63
4.2. Mecanismos de degradación del hormigón	65
4.2.1. Nivel mesoestructural	66
4.2.2. Comportamiento macroscópico en compresión uniaxial	68
4.2.3. Comportamiento macroscópico en tracción uniaxial	71
4.2.4. Comportamiento macroscópico del hormigón bajo sollicitaciones mul- tiaxiales	76
4.3. Comportamiento bajo acciones dinámicas	83
4.3.1. Evidencia experimental	85
4.3.2. Interpretación del Proceso de falla en tracción. El efecto Stefan . . .	88
4.3.3. Proceso de falla dinámica en tracción	90
4.3.4. Proceso de falla dinámica en compresión	92
4.4. Comportamiento del hormigón bajo cargas sostenidas	103
4.5. Principales factores que afectan el creep del hormigón	109
4.6. Teorías recientes	110
4.7. Interpretación de la fisuración bajo carga lenta	115
4.8. Modelos de predicción de creep	118
4.8.1. Modelos Viscoelásticos	118
4.8.2. Revisión de Modelos de los Códigos de Construcciones	120
4.9. Comportamiento bajo cargas sostenidas de tracción	123
4.10. Modelación del fenómeno de creep en el rango no lineal	125
5. APROXIMACION A LA FISURACION EN EL HORMIGON: CRITE- RIOS MESO Y MACRO MECANICOS	131
5.1. Introducción	131
5.1.1. Modelación mesomecánica	132
5.1.2. Modelación macromecánica	138
5.2. Regularización del comportamiento en ablandamiento	141
6. MODELO VISCOPLASTICO DE INTERFASE	147
6.1. Introducción	147
6.2. Modelo de interfase elastoplástico - Carol y Prat (1991)	147
6.3. Modelo de interfase viscoplástico	154

6.4.	Procedimiento de Integración de tensiones	156
6.5.	Operador Tangente Algorítmico	160
7.	ANALISIS NUMERICO	163
7.1.	Introducción	163
7.2.	Estudio de los efectos de tasa	164
7.3.	Calibración del modelo	172
7.4.	Ensayos de corte con confinamiento	176
7.5.	Ensayos en velocidad - Propuesta de una Función analítica	181
7.6.	Efecto de cambios bruscos de la velocidad	184
7.7.	Performance del modelo a bajas velocidades	187
7.8.	Ensayos reológicos	188
7.8.1.	La viscoplasticidad y el problema de relajación de tensiones	189
7.8.2.	Análisis numérico - ensayos de relajación	190
7.8.3.	La viscoplasticidad y el problema de creep	195
7.8.4.	Análisis numérico - ensayos de deformación diferida	197
7.9.	Conclusiones	206
8.	ANALISIS DE FALLA DINÁMICA MEDIANTE EL MEF	210
8.1.	Introducción	210
8.2.	Discretizaciones empleadas	211
8.2.1.	Mallas mixtas	211
8.2.2.	Mallas mesomecánicas	213
8.3.	Influencia de la configuración de la malla	215
8.4.	Influencia del tamaño de la probeta	223
8.5.	Ensayos de Tracción Uniaxial	230
8.6.	Ensayos de Compresión Uniaxial	232
8.7.	Influencia de cambios súbitos en la velocidad	240
8.8.	Ensayos de sensibilidad	242
8.9.	Los cuatro casos - Ensayos de velocidad	246
8.10.	Conclusiones	249
9.	MODELACION DE PROCESOS TIEMPO-DEPENDIENTES EN ES- TRUCTURAS DE HORMIGON	257

9.1. Introducción	257
9.2. Ensayos de relajación de tensiones	259
9.2.1. Mallas mixtas	259
9.2.2. Mallas mesomecánicas	261
9.3. Ensayos de fluencia básica (creep básico)	267
9.4. Ensayos de creep- malla mixta	270
9.5. Ensayos de creep - aproximación mesomecánica	274
9.6. Comparación con el modelo viscoelástico	276
9.7. Rotura diferida bajo cargas de tracción	281
9.8. Contrastación experimental	283
9.9. Discusión de resultados	285
9.10. Criterio viscoelástico-viscoplástico	287
9.11. Simulación del ensayo de flujo en compresión	288
10. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACION	292
10.1. Conclusiones generales	292
10.2. Conclusiones particulares	293
10.2.1. Aspectos numéricos	293
10.2.2. Modelación a niveles meso y macromecánico	294
10.3. Futuras líneas de investigación	297
Bibliografía	298

Índice de figuras

2.1. Cambio de configuración de un continuo, Mase(1970)	22
2.2. Descripción del movimiento en una dimensión, Belytschko et al. (1985)	23
2.3. Deformaciones de un continuo, Mase (1970)	27
2.4. Medio continuo sometido a fuerzas, Mase (1970)	30
2.5. Conservación de la cantidad de movimiento, Mase (1970)	33
2.6. Volumen V de un continuo en un instante t , Mase (1970)	35
3.1. Dispositivo elastoplástico unidimensional	42
3.2. Función de fluencia y función potencial plástico	44
3.3. Modelo elasto-viscoplástico ideal	51
3.4. Concepto de sobretensión en el espacio de tensiones	52
4.1. Niveles de análisis, Willam (2002)	64
4.2. Formación de defectos bajo agregados por moldeo, van Mier (1997)	67
4.3. Inicio del daño en tracción en la interfase, Mazars (1984)	67
4.4. Degradación en compresión con inicio en zona de interfase, Buyukozturk, Nilson y Slate (1971)	68
4.5. Respuesta típica en compresión uniaxial, Proença (1988)	69
4.6. Deformaciones volumétricas y área específica de fisura versus tensión axial aplicada, Stroeven (1979)	71
4.7. Evolución del coeficiente de Poisson, Proença (1988)	72
4.8. Diagrama tensión-deformación en tracción uniaxial, Terrien (1980)	73
4.9. Análisis del ensayo de tracción uniaxial (Hillerborg y Peterson (1981))	75
4.10. Influencia de la tensión de tracción en un ensayo biaxial de compresión, Mazars (1984)	77
4.11. Influencia del confinamiento en un ensayo triaxial, Proença (1988)	79
4.12. Ensayos experimentales - Deformación plana, van Mier (1997)	80

4.13. <i>Curvas tensión-deformación para diferentes niveles de la tensión intermedia. Ensayos con $\sigma_3 = 0,05\sigma_1$ y dirección de carga paralela al moldeo, van Mier (1997)</i>	81
4.14. <i>Influencia de la anisotropía inicial en el comportamiento tensión-deformación triaxial, van Mier (1997)</i>	82
4.15. <i>Evolución de la variación volumétrica bajo carga hidrostática, Balmer (1949)</i>	83
4.16. <i>Clasificación del comportamiento según tipo de sollicitación Mazars, (1984)</i> .	84
4.17. <i>Velocidad de deformación bajo diferentes acciones - Bischoff y Perry (1991)</i>	85
4.18. <i>Dispositivo de Hopkinson para carga dinámica</i>	88
4.19. <i>Efecto Stefan</i>	89
4.20. <i>Efecto de la velocidad de carga en la energía de fractura G_f, Wittman (1985)</i>	97
4.21. <i>Influencia del método de ensayo en el valor de G_f, Wittman (1985)</i>	98
4.22. <i>Resultados experimentales versus teóricos, Reinhardt (1985)</i>	99
4.23. <i>Datos de Ross y recomendación CEB</i>	99
4.24. <i>Datos de Ross y recomendación CEB para tracción</i>	100
4.25. <i>Curvas modificadas CEB para tracción</i>	100
4.26. <i>Ensayo dinámico de tracción - Suaris-Shah (1985)</i>	101
4.27. <i>Resultados experimentales - Compresión uniaxial, Reinhardt (1985)</i>	101
4.28. <i>Ensayo dinámico de compresión - Suaris y Shah (1985)</i>	102
4.29. <i>Curva de deformación en el tiempo bajo carga constante</i>	104
4.30. <i>Deformaciones bajo carga sostenida</i>	105
4.31. <i>Influencia del nivel de tensión</i>	106
4.32. <i>Etapas del proceso de creep en hormigón</i>	107
4.33. <i>Teoría de la solidificación, Bazant (1997)</i>	111
4.34. <i>Isócronas de comportamiento del hormigón en compresión, Rusch (1960)</i> . .	117
4.35. <i>Variación de carga en el ensayo de fluencia, Chen y Wang (1993)</i>	118
4.36. <i>Modelos reológicos Viscoelásticos: a) Maxwell b) Kelvin</i>	119
4.37. <i>Principio de superposición</i>	120
4.38. <i>Comparación de los diversos modelos vigentes</i>	124
5.1. <i>Método GCM - Paley y Aboudi (1992)</i>	134
5.2. <i>Hormigón numérico, Wittmann (1985)</i>	135
5.3. <i>Modelo de partículas, Vervuurt (1992)</i>	136
5.4. <i>Modelo micromecánico de barras (Lattice model)</i>	137
5.5. <i>Malla mesomecánica (López, 1999)</i>	138

6.1. Modelo de interfase, Carol et al. (1997)	149
7.1. Disposición adoptada en los ensayos numéricos	165
7.2. Ensayo de tracción pura a diferentes velocidades	166
7.3. Influencia del coeficiente N de Perzyna	167
7.4. Ensayo de tracción pura - Influencia del factor G_f^I	168
7.5. Respuesta numérica a un cambio súbito en la tasa de deformación	169
7.6. Efecto global y revenimiento de softening	171
7.7. Datos de interpolación vs. logaritmo de velocidad de deformación	174
7.8. Evolución del Factor de Sobrerresistencia Dinámica en tracción uniaxial . . .	175
7.9. Ensayo de tracción pura - respuesta constitutiva	176
7.10. Ensayo de corte para diferentes niveles de la presión de confinamiento	177
7.11. Ensayos de corte confinado-Evolución de la dilatación	178
7.12. Ensayos de Hassanzadeh - Evolución de tensiones normales - $\theta = 30^\circ$	179
7.13. Ensayos de Hassanzadeh - Evolución de tensiones de corte - $\theta = 30^\circ$	180
7.14. Ensayos de Hassanzadeh - Evolución de tensiones normales - $\theta = 60^\circ$	181
7.15. Ensayos de Hassanzadeh - Evolución de tensiones cortantes - $\theta = 60^\circ$	182
7.16. Ensayos de Hassanzadeh - Tensiones normales vs. tensiones cortantes	183
7.17. Eficiencia numérica - Ensayo de tracción pura	184
7.18. Función analítica de evolución de la viscosidad η	185
7.19. Variación de la sobrerresistencia dinámica en tracción	186
7.20. Sobrerresistencia dinámica empleando la función propuesta	187
7.21. Efecto de revenimiento de softening - Ensayos de tracción pura	188
7.22. Ensayos reológicos: a) Relajación de tensiones b) Deformación diferida (Creep)	189
7.23. Ensayo de relajación - nivel constitutivo	191
7.24. Evolución de la variable de estado	192
7.25. Comparación de varios modelos para idéntico $t_* = \eta/E_n$	193
7.26. Comparación con la solución analítica de Simo-Hughes	194
7.27. Curva $\sigma - \varepsilon$ "estática"	196
7.28. Curvas de creep - modelo constitutivo de junta	199
7.29. Ensayo de deformación diferida - respuestas elastoplástica y viscoplástica . .	200
7.30. Dispositivo reológico serie	201
7.31. Influencia de la relación E_N/E_c	201
7.32. Curvas de creep teóricas-Viscoplasticidad de Perzyna	202
7.33. Curvas de creep teóricas-Efecto del nivel de tensión	203

7.34. Curvas de creep teóricas-Influencia del módulo H	204
7.35. Influencia del nivel de tensión $\eta = 1.E7$	205
7.36. Ensayo de deformación diferida - Evolución de la tensión	206
7.37. Ensayo de deformación diferida - relación $\sigma - u$	207
7.38. Ensayo de deformación diferida - Caso de descarga	208
7.39. Ensayo de deformación diferida - caso de carga/descarga para $\sigma_0 = 0,6\chi$	208
7.40. Respuesta numérica - Carga en etapas	209
8.1. Malla mixta de $4x4$ - Con cabezal (izq.) y disposición de juntas (der.)	211
8.2. Malla mixta de $8x8$ - Con cabezal (izq.) y disposición de juntas (der.)	212
8.3. a), b) Malla de $6x6$ c) Matriz d) Agregados e) Interfases agregado-matriz y f) Interfases en mortero	214
8.4. Malla mesomecánica de $6x6$ y cabezal rígido	215
8.5. Respuesta numérica - Influencia de la malla	216
8.6. a) Disipación de energía y b) Deformada malla mixta de $4x4$	219
8.7. a) Disipación de energía y b) Deformada malla mixta de $8x8$	220
8.8. a) Deformada y b) Disipación de energía - malla mesomecánica	221
8.9. Disipación en términos del módulo de desplazamientos	222
8.10. Comparación entre casos a) y b)	223
8.11. Disipación de energía - caso b)	224
8.12. Mallas mesomecánicas: a) $5x10$ b) $10x10$ y c) $10x20$	226
8.13. Efecto tamaño para carga dinámica	227
8.14. Disipación de energía y deformadas, Ciancio [53](2000)	228
8.15. Efecto tamaño - disipación de energía (izq.) y deformadas (der.)- viscoplas- ticidad	229
8.16. Calibración del modelo - ensayos de tracción	232
8.17. Comparación con ensayos de compresión - Suaris-Shah (1985)	234
8.18. Comparación con ensayos de compresión - Dilger (1978)	236
8.19. Disipación de energía en ensayo de compresión - $\dot{\epsilon} = 3,33E - 5 \text{seg}^{-1}$	238
8.20. Deformada en ensayo de compresión - $\dot{\epsilon} = 3,33E - 5 \text{seg}^{-1}$	239
8.21. Disipación de energía en compresión - Modelo elastoplástico, Ciancio [53](2000)	240
8.22. Evolución del factor de sobrerresistencia dinámica en compresión	241
8.23. Comparación de resultados - mallas mixtas en compresión	242
8.24. Disipación de energía en compresión y deformada- malla mixta de $4x4$	251
8.25. Disipación y deformada - viscoplasticidad, malla mixta de $8x8$	252

8.26. <i>Disipación y deformada - elastoplasticidad, malla mixta de 8x8</i>	253
8.27. <i>Efecto de revenimiento de softening en tracción uniaxial</i>	254
8.28. <i>Efecto de revenimiento de softening en compresión uniaxial</i>	254
8.29. <i>Comparación de los 4 casos - tracción uniaxial</i>	255
8.30. <i>Comparación - 4 casos en tracción uniaxial</i>	256
8.31. <i>Comparación - 4 casos - compresión uniaxial</i>	256
9.1. <i>Mallas mixtas rectangulares - ensayo de relajación</i>	259
9.2. <i>Relajación de tensiones-mallas mixtas</i>	260
9.3. <i>Relajación de tensiones-mallas mesomecánicas</i>	263
9.4. <i>Disipación de energía y deformada - relajación juntas mortero-mortero</i> . . .	264
9.5. <i>Disipación de energía - caso homogéneo</i>	265
9.6. <i>Disipación de energía - viscosidad en juntas mortero-agregado</i>	266
9.7. <i>Disipación de energía y deformada - Malla 4x4, caso mortero-mortero</i>	267
9.8. <i>Disipación de energía y deformada - Malla 4x4, caso homogéneo</i>	268
9.9. <i>Disipación de energía - Malla 4x4, caso mortero-agregado</i>	269
9.10. <i>Mesoestructura hormigón - proceso de relajación</i>	270
9.11. <i>Curvas de creep básico - malla mixta de 8x8</i>	272
9.12. <i>Curvas isócronas - malla mixta de 8x8</i>	273
9.13. <i>Disipación de energía y deformada a 400 días - $\sigma/f'_c = 0,95$</i>	274
9.14. <i>Disipación de energía y deformada a 750 días - $\sigma/f'_c = 0,95$</i>	275
9.15. <i>Fluencia básica a edad de 7 días</i>	277
9.16. <i>Fluencia básica a edad de 28 días</i>	278
9.17. <i>Evolución de la fisuración, López et al.(2001), para $t - t' = 100$ y 10000 días</i> .	279
9.18. <i>Evolución de la fisuración - Viscoplasticidad para $t - t' = 100$ y 10000 días</i> . .	280
9.19. <i>Curvas isócronas de creep básico - tracción uniaxial</i>	283
9.20. <i>Patrón de fisuración en tracción - $t - t' = 10000$ días</i>	284
9.21. <i>Fluencia básica - predicción del modelo vs. experimento</i>	285
9.22. <i>Ensayo de flujo en compresión de Smadi et al. vs. modelo combinado</i>	290
9.23. <i>Disipación de energía - ensayo de flujo de Smadi y Slate (1985)</i>	291

Agradecimientos

El desarrollo de este trabajo de tesis se encuadra en mis tareas como docente-investigador en la *Universidad Nacional de Santiago del Estero* y en el CEMNCI (Centro de Estudio de Métodos Numéricos y Computacionales en Ingeniería) de la *Universidad Nacional de Tucumán*, en el marco de los proyectos *INVESTIGACIÓN COMPUTACIONAL Y EXPERIMENTAL DE LA RESPUESTA DE FALLA DE MATERIALES Y ESTRUCTURAS* y *ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE MATERIALES CUASI-FRÁGILES PARA EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS*, dirigidos por el Dr. Ing. Guillermo Etse.

En primer lugar quiero agradecer al Dr. Guillermo Etse, quien ha sido mi director de investigación desde 1996, por toda la confianza depositada en mí durante casi diez años, primero en mis estudios de posgrado para obtener el grado de Magister y luego en mi trabajo doctoral. Gracias por su constante impulso y su increíble capacidad para guiar esta tarea, larga pero gratificante, de desarrollar esta tesis. Sin su incondicional soporte, paciencia e inteligencia, este trabajo no hubiera sido posible.

Una parte importante de las tareas de implementación a nivel constitutivo se ha realizado en la *Universidad Politécnica de Catalunya (UPC)* (Barcelona, España), durante mi estadía gracias a la financiación brindada por la *Beca de Movilidad de Alumnos del Tercer Ciclo de las Carreras de Doctorado*, otorgada por el MECD (Ministerio de Educación Cultura y Deporte de España). En particular, deseo expresar un profundo agradecimiento al Dr. Ing. Ignacio Carol Vilarasau, por su guía durante la estadía en Barcelona, por su apoyo en las presentaciones realizadas con motivo de la obtención de la beca del gobierno de España y por el apoyo económico brindado por la UPC, por su intermedio, para la realización de los cursos de doctorado.

Quiero agradecer también al Dr. Ing. Carlos María López y a su esposa Mariana por la ayuda brindada durante mi estancia y la de mi familia en Barcelona. Además, por su asesoramiento y colaboración al proveer la versión invíscida del modelo de junta y las mallas mesomecánicas.

Gracias a Daniela Ciancio por facilitarme su trabajo de tesis de grado y las mallas meso-mecánicas para el estudio del efecto tamaño.

Un sincero agradecimiento al Dr. Ing. Alejandro Carosio, por las enriquecedoras discusiones acerca de las implementaciones de la teoría viscoplástica en el modelo de interfase.

Deseo también agradecer la colaboración prestada por los Auxiliares de Investigación César Coronel e Ignacio Herrera en la preparación de las mallas mixtas y digitalización de datos empleados en este trabajo.

Deseo expresar mi agradecimiento a las autoridades de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías de la UNSE, por su apoyo y por el soporte brindado respecto al uso de los recursos informáticos de la universidad, sin los cuales los análisis computacionales no podrían haberse realizado.

Finalmente deseo agradecer el apoyo incondicional de mi familia, en especial de mi esposa Marcia y de mis hijas Valentina y Florencia. Todo el esfuerzo puesto en esta tesis no tendría sentido sin ellas.

Santiago del Estero, Argentina

Ricardo Horacio Lorefice

1 de Octubre de 2006

Apéndice

LISTA DE SIMBOLOS

CAPITULO 2

- \mathcal{R} : Región del espacio
- R_0 : Configuración de referencia en $t=0$
- R_t : Configuración de referencia en el tiempo t
- t : variable tiempo
- \mathbf{X} : vector de posición en la configuración de referencia
- \mathbf{x} : vector de posición en la configuración actual
- \mathbf{u} : vector desplazamiento
- \mathbf{e}_i : base vectorial de referencia
- \mathcal{B}_t : cuerpo en el espacio en el instante t
- \mathbf{J} : operador Jacobiano
- ∇ : operador gradiente
- $\det(\cdot)$: determinante
- \mathbf{U} : tensor de extensión derecho

- \mathbf{V} : tensor de extensión izquierdo
- \mathbf{R} : tensor rotación
- \mathbf{H} : tensor gradiente de desplazamiento
- \mathbf{J} : tensor gradiente de deformación
- \mathbf{I} : tensor identidad de segundo orden
- ds : longitud de referencia en la configuración actual
- dS : longitud de referencia en la configuración original
- \mathbf{L} : tensor de deformación de Green
- \mathbf{E} : tensor de deformación de Almansi
- ϵ : tensor de deformación infinitesimal de Cauchy
- f_i : vector de fuerzas superficiales
- b_i : vector de fuerzas másicas
- ΔA : superficie elemental
- $t_i^{(n)}$: vector tensión
- $\sigma(\mathbf{x}, t)$: tensor de tensiones de Cauchy
- \mathbf{S} : tensor de tensiones nominal
- Σ_1 : primer tensor de Piola-Kirchoff
- Σ_2 : segundo tensor de Piola-Kirchoff
- \mathcal{B}_t : volumen del espacio
- $\rho(\mathbf{x}, t)$: densidad de masa
- dV : diferencial de volumen en la configuración original

- dv : diferencial de volumen en la configuración actual
- \mathbf{a} : aceleración Lagrangeana
- $\bar{\mathbf{a}}$: aceleración Euleriana

CAPITULO 3

- q_i : conjunto de variables internas
- $\boldsymbol{\varepsilon}$: tensor de deformaciones infinitesimal
- σ_f : tensión de fluencia
- $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$: tasa del tensor deformación total
- $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e$: tasa de la componente elástica del tensor deformación
- $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p$: tasa de la componente plástica del tensor deformación
- Ψ : función de energía libre de Helmholtz
- $\boldsymbol{\mathcal{E}}$: tensor elástico de cuarto orden
- \mathbf{q} : tensor de variables internas
- κ : variable de endurecimiento/ablandamiento
- $r(\kappa)$: función conjugada de la variable de endurecimiento/ablandamiento
- H_p : módulo plástico del material
- $\dot{\lambda}$: tasa del multiplicador plástico
- \mathbf{m} : tensor gradiente a la función potencial plástico
- \mathbf{n} : tensor gradiente a la función de fluencia
- Q : función potencial plástico

- F : función de fluencia
- \mathcal{H} : función tensorial de variables estado
- \mathcal{E}_{ep} : tensor elastoplástico tangente de cuarto orden
- H_p^{crit} : módulo plástico crítico del material
- \mathcal{E}_{alg} : tensor elastoplástico consistente de cuarto orden
- R : resistencia total de un material
- c : resistencia cohesiva
- σ : presión normal de confinamiento
- ϕ : ángulo de fricción interna del material
- η : viscosidad aparente
- $G = G(\psi, F, \boldsymbol{\sigma})$: función de potencial viscoplástica
- $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{vp}^{Per}$: tasa de deformación viscoplástica de Perzyna
- ψ : función de sobretensión
- $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q})$: función de fluencia invíscida
- $\dot{\lambda}^{Per}$: parámetro de consistencia viscoplástico de Perzyna
- $\langle \cdot \rangle$: operador de McCauley
- $\psi(F)$: función de sobretensión de la función de fluencia
- N : exponente de Perzyna
- F_0 : límite de resistencia invíscida del material
- r : módulo de sensibilidad a la tasa de deformación
- s : parámetro de sensibilidad

- $\dot{\epsilon}_{vp}^{DL}$: tasa de deformación viscoplástica de Duvaut-Lions
- \mathbf{E} : tensor de elasticidad de cuarto orden
- E : módulo elástico del material
- k : función arbitraria del tiempo o variable de Laplace
- v : parámetro de transformación de Laplace
- $\mathcal{L}[k](v)$: transformación de Laplace

CAPITULO 4

- f'_c : resistencia a la compresión del hormigón
- f'_t : resistencia a la tracción del hormigón
- ν : coeficiente de Poisson
- τ_i : tiempo de relajación de la cadena viscoelástica
- η_{ve} : viscosidad de la cadena viscoelástica
- E_f : módulo de elasticidad final del hormigón
- E_0 : módulo de elasticidad inicial del hormigón
- σ : tensión normal
- w : desplazamiento de apertura de fisura
- σ_{ij} : tensor de tensiones
- p_{kk} : componente hidrostática del tensor de tensiones
- s_{ij} : componente desviadora del tensor de tensiones
- p : presión hidrostática

- $v = du/dt$: velocidad de deformación (velocidad de carga)
- V : volumen
- d : distancia
- FSD : factor de sobrerresistencia dinámica
- $f'_c(din)$: resistencia a compresión del hormigón bajo cargas dinámicas
- $f'_c(est)$: resistencia a compresión del hormigón bajo cargas estáticas
- $f'_t(din)$: resistencia a tracción del hormigón bajo cargas dinámicas
- $f'_t(est)$: resistencia a tracción del hormigón bajo cargas estáticas
- E_{din} : módulo de elasticidad dinámico del hormigón
- E_{est} : módulo de elasticidad estático del hormigón
- ε_{dif} : deformación diferida del hormigón
- t' : edad de carga del hormigón
- $\sigma(t')$: tensión aplicada al tiempo t'
- $E(t')$: módulo de elasticidad del hormigón al tiempo t'
- $\varphi(t, t')$: coeficiente de fluencia al tiempo t
- $J(t, t')$: función inversa de la rigidez
- ϕ_0 : coeficiente de creep básico
- a/c : relación agua-cemento

CAPITULO 6

- \mathbf{t} : vector tensión en una interfase genérica

- \mathbf{u} : vector de desplazamientos relativos
- F : función de fluencia hiperbólica
- τ : tensión de corte sobre una interfase genérica
- σ : tensión normal sobre una interfase genérica
- ϕ : ángulo de fricción interna
- χ : resistencia a tracción de una interfase genérica
- c : resistencia cohesiva
- (G_f^I) : energía de fractura en Modo I
- (G_f^{II}) : energía de fractura en Modo II
- q^{cr} : trabajo plástico de ruptura
- \dot{u}^{cr} : tasa de desplazamiento normal de ruptura
- \dot{v}^{cr} : tasa de desplazamiento cortante de ruptura
- θ : ángulo de dilatancia
- \mathbf{m} : vector gradiente a la función potencial plástico
- \mathbf{A} : matriz de no-asociatividad
- \mathbf{n} : vector gradiente a la función de fluencia
- f_σ^{dil} : función de no-asociatividad del modelo de junta
- f_c^{dil} : función correctiva de la no-asociatividad en términos de la degradación de la resistencia al corte
- α_χ, α_c : coeficientes de forma de la función $S(\xi)$
- ξ_χ : parámetro de degradación de la resistencia en Modo I de falla

- ξ_c : parámetro de degradación de la resistencia en Modo II de falla
- χ_0 : valor inicial de la resistencia a tracción
- c_0 : valor inicial de la resistencia a corte
- q^{vcr} : trabajo viscoplastico de ruptura
- Q^{vcr} : función de potencial viscoplastico
- \bar{F} : función de fluencia viscoplastica continua del modelo de junta
- $\dot{\mathbf{u}}^{vcr}$: tasa de desplazamiento crítico del modelo viscoplastico
- \mathbf{E} : matriz de rigidez elástica de una junta genérica
- E_N : rigidez elástica normal
- E_T : rigidez elástica tangencial
- $\dot{\mathbf{u}}^{el}$: tasa de desplazamiento elástico de la interfase
- \mathbf{E}^m : operador elástico equivalente
- \mathbf{M} : matriz Hessiana del modelo de interfase viscoplastico
- ${}^i\Delta\lambda$: valor del multiplicador viscoplastico en la iésima iteración
- \mathbf{E}_{vp}^{alg} : matriz de rigidez viscoplastica consistente o algorítmica

CAPITULO 7

- $t_* = \eta/E_N$: tiempo de relajación natural o tiempo intrínseco del modelo reológico

Resumen

En los últimos años, el comportamiento del hormigón ha sido estudiado exhaustivamente. Es sabido que las estructuras de hormigón y hormigón armado exhiben un comportamiento mecánico fuertemente no-lineal y complejo. En este contexto, el Método de los Elementos Finitos se ha impuesto como la herramienta computacional más aceptada por la comunidad científica e ingenieril para analizar la respuesta de sólidos y estructuras. Este método, combinado con descripciones realistas del comportamiento mecánico del material permite un adecuado análisis de estructuras complejas, que de otro modo serían analizadas de manera puramente empírica o realizando peligrosas extrapolaciones a partir de soluciones de casos más simples.

En este trabajo se presentan dos enfoques diferentes para describir el comportamiento del hormigón: en primer lugar, el denominado criterio micromecánico o explícito, el cual es muy apropiado para la representación de la heterogeneidad del material y de los mecanismos internos de falla. En segundo lugar, se presenta un enfoque macromecánico o implícito, basado en las tradicionales hipótesis de continuidad y homogeneidad. Estos dos criterios de análisis no son excluyentes entre sí, sino que por el contrario, se complementan. El estudio

simultáneo de estructuras simples mediante ambos criterios permite un mejor entendimiento de los procesos de falla en el hormigón, con la consiguiente mejora en la precisión de los análisis estructurales. Dentro de este marco general, se estudian en particular los procesos de falla tiempo-dependientes poniendo énfasis en: a) la influencia que sobre la respuesta estructural ejerce la velocidad de aplicación de la carga, y b) fenómenos que ocurren bajo cargas de aplicación lenta pero de larga duración en el tiempo que ocasionan los fenómenos de fluencia lenta o creep y relajación de tensiones bajo deformación sostenida. La importancia de abordar el estudio de estas dos clases de problemas tiempo-dependientes englobándolos bajo una única teoría representa un avance significativo en el estudio de los materiales cuasi-frágiles, sobre todo porque la mayoría de las formulaciones materiales existentes tanto a nivel micro como macromecánico son independientes de la tasa de deformación, o bien emplean modelos reológicos simples como las denominadas cadena de Maxwell o de Kelvin. En este trabajo, la teoría de la elasto-viscoplasticidad de Perzyna se aplica para ambos niveles de análisis.

Los resultados numéricos obtenidos en ambos niveles de observación se contrastan con ensayos experimentales disponibles y se comparan entre sí, resaltando la importancia de la inclusión de la dependencia en el tiempo en el entendimiento del desarrollo de los complejos procesos de falla de estructuras de hormigón.

Abstract

In the last years, concrete behavior has been studied thoroughly. It is well known that those concrete and reinforced concrete structures exhibit a strongly non-linear and complex mechanical behavior. In this context, the Finite Element Method has been imposed as the more accepted computational tool by the scientific and engineering community to analyze the mechanical response of solids and structures. This method, combined with realistic descriptions of the mechanical behavior at material level allows an appropriate analysis of complex structures that of another way would be analyzed using purely empiric methods or carrying out dangerous extrapolations starting from solutions of simpler cases. In this work two different focuses are presented for to describe concrete behavior: firstly, the so called micromechanical or explicit approach, which is very appropriate to represent material internal heterogeneity and to understand failure mechanisms. Secondly, a macromechanical or implicit approach is presented, based on the traditional hypotheses of continuity and homogeneity. Both approaches are not excluding among if, but rather on the contrary, they are supplemented. The simultaneous study of common structures by means of both approaches allows to a better understanding of concrete failure processes, with the rising improvement in the accuracy of structural analysis. Inside this general framework,

we concentrate our attention on time-dependent failure processes: a) the influence of rate dependent loads on the structural response, and b) time-dependent failure processes at very slow strain and sustained loads, like delayed strains (creep) or stress relaxation processes. The relevance of investigate these two kind of time-dependent problems inside the framework of a unique theory to analyze quasi-brittle materials is an advance because mostly of those formulations at micro or macro levels are formulated in a time/rate-independent format, or using simplified rheologic models like Maxwell or Kelvin chains. In this work, Perzyna's elasto-viscoplastic theory is used at both analysis levels.

Numerical simulations are compared with available experimental results, emphasizing the relevance of time consideration in the understanding of complexes failure processes in concrete structures.

Capítulo 1

1.1. Introducción

En la última década, el Método de los Elementos Finitos ha prevalecido como la más potente y eficiente herramienta de cálculo para el análisis numérico de sólidos y estructuras. A la par del desarrollo de este método, la creciente capacidad de cálculo de las computadoras permite actualmente el análisis de problemas cada vez más complejos, impensables hasta hace sólo una década. A pesar de la conjunción de estos dos factores, existe aún hoy una seria limitación del método en lo referente a la modelación constitutiva de materiales ingenieriles. En particular, esta limitación se pone en evidencia cuando se pretende estudiar numéricamente el comportamiento tiempo/tasa-dependiente de las estructuras de hormigón, hormigón armado o pretensado. La aplicación de cargas dinámicas y el efecto en el tiempo de las cargas estáticas en un material tan complejo como el hormigón se ha abordado tradicionalmente mediante modelos simplificados, generalmente deducidos en base a metodologías semi-empíricas a partir de ajustes de curvas experimentales por métodos estadísticos, con rangos de validez muy acotados. Este es el caso, por ejemplo, de los modelos analíticos recomendados por los reglamentos de construcciones (ACI 318

(1999), CEB-FIP 90, etc.) para el caso del estudio de fenómenos de relajación y fluencia lenta de estructuras de hormigón armado y pretensado. Otro aspecto de sumo interés, es el del diseño de estructuras sometidas a cargas de tipo dinámico, de media a alta velocidad, tales como las producidas por la acción vibratoria de máquinas, sismos o problemas de impacto (explosiones).

En esta tesis se aborda el problema de la dependencia en el tiempo de la respuesta de falla de estructuras sencillas de hormigón simple mediante el Método de los Elementos Finitos a diferentes niveles de observación. Para este fin, se emplea la Teoría Viscoplastica Continua de Perzyna y se extiende un modelo constitutivo de interfase desarrollado originalmente por Carol y Prat (1991) para el estudio de fractura en macizos de rocas. Los parámetros del modelo se recalibran con el objeto de ajustar su respuesta a los valores de ensayos experimentales en hormigón disponibles en la literatura. Los resultados numéricos del modelo de interfase viscoplastico se estudian en el contexto de un análisis a nivel mesomecánico con el fin de determinar el rango de aplicabilidad del mismo, tanto en lo que respecta a problemas de influencia de la tasa de carga dinámica (influencia de la velocidad de aplicación de la carga) como en problemas estructurales cuasi-estáticos como los ensayos de fluencia lenta (creep) bajo carga sostenida y relajación de tensiones bajo deformación impuesta constante. En ambos casos, se analiza la influencia del tipo de malla, nivel de carga, interacción entre el proceso de fluencia y fractura, y, esencialmente, la capacidad de la formulación basada en viscoplasticidad y combinada con el criterio discreto (nivel mesomecánico) para representar en forma realista los aspectos más relevantes de los procesos de falla de un material tan

complejo como el hormigón.

Los principales objetivos de esta investigación se resumen a continuación:

1.2. Objetivos

1. Extender el modelo constitutivo de junta elasto-plástico para incluir la dependencia de la respuesta en términos de la tasa de deformación y el paso del tiempo a fin de realizar análisis estructurales bajo cargas dinámicas a velocidades variables y ensayos reológicos como los empleados para estudiar la deformación diferida bajo carga constante y la relajación de tensiones ante deformación sostenida. La generalización del modelo se basa en la Teoría Elasto-viscoplástica Continua de Perzyna.
2. Dada la fuerte no-linealidad involucrada y con el objeto de asegurar la obtención de una tasa de convergencia cuadrática dentro del marco del Método de los Elementos Finitos No Lineal, se implementa para el modelo de interfase antes mencionado la matriz tangente consistente o algorítmica viscoplástica.
3. Calibración del modelo de junta elastoviscoplástico para reproducir el comportamiento observado experimentalmente en ensayos sobre probetas de hormigón simple a diferentes velocidades de carga y en ensayos de fluencia lenta básica (sin intercambio de humedad) y relajación de tensiones.
4. Investigar el comportamiento de falla de estructuras de hormigón simple mediante el uso de los criterios meso y macromecánicos bajo estados de sollicitaciones uniaxiales a

diferentes tasas de deformación. Comparar las repuestas de ambos versus resultados experimentales disponibles en la literatura.

5. Aplicación del modelo de junta para la investigación de los fenómenos de fluencia lenta básica y relajación en estructuras de hormigón bajo estados de tracción y compresión uniaxial.
6. Mediante el análisis de los resultados obtenidos en los puntos anteriores, elaborar conclusiones en cuanto al comportamiento de falla en casos de especial interés y a la capacidad de la teoría continua de la elasto-viscoplasticidad para predecir el comportamiento estructural dinámico del hormigón.

1.3. Organización

El contenido de esta tesis se ha organizado en diez capítulos, el primero de los cuales corresponde a esta introducción.

En el Capítulo 2 se presentan los principios y leyes fundamentales de la mecánica de medios continuos con la finalidad de introducir los conceptos de tensión, deformación y ecuaciones de campo que servirán como marco teórico general para la implementación de los modelos constitutivos dentro del marco del Método de los Elementos Finitos No Lineal.

En el Capítulo 3 se revisan las teorías constitutivas más relevantes empleadas en la actualidad para reproducir el comportamiento no lineal del hormigón. Las teorías de la elasticidad y la plasticidad sirven de base para este desarrollo. Se describe en particular la teoría de la

viscoplasticidad clásica de Perzyna, y se presentan las variantes denominadas *viscoplasticidad continua* y *viscoplasticidad consistente*.

En el Capítulo 4 se presenta una revisión de resultados experimentales en relación con el comportamiento mecánico del hormigón simple ante acciones estáticas y dinámicas. Se discuten los aspectos físicos que deben considerarse en la formulación de un modelo de falla para hormigón tanto bajo acciones cuasi-estáticas como dinámicas y se presentan las características principales de la respuesta del hormigón bajo cargas sostenidas, a muy baja velocidad de aplicación, incluyendo una breve revisión de las recomendaciones de los códigos de construcción (ACI 318 y CEB-FIP 90) ante cargas dinámicas y en cuanto a la predicción de la deformación diferida por fluencia lenta.

El Capítulo 5 introduce los conceptos fundamentales necesarios para la modelación del proceso de fisuración, revisando los aspectos básicos de la Teoría de la Mecánica de Fractura. Se presentan las diferentes metodologías empleadas para la generación de la estructura mesomecánica del hormigón y se reseñan brevemente las principales teorías regularizadoras del comportamiento de falla de materiales cuasi-frágiles.

En el Capítulo 6 se describe en detalle el modelo constitutivo empleado a nivel mesomecánico. Se explica en detalle la implementación numérica del modelo de junta, incluyendo el desarrollo del operador tangente algorítmico viscoplástico de interfase.

El Capítulo 7 incluye los resultados numéricos del modelo de junta en simulaciones bajo estados de tracción pura, corte puro y corte con diferentes niveles de confinamiento y

bajo distintas tasas de deformación, incluyendo comparaciones con el modelo invíscido elastoplástico y resultados experimentales acerca del comportamiento de juntas de hormigón simple. Se estudia además la performance del modelo en ensayos de larga duración bajo estados de carga sostenida (ensayo de creep, estudio de las deformaciones diferidas) y deformación sostenida (relajación de tensiones).

En el Capítulo 8 se analiza la performance del modelo de junta a nivel estructural mediante simulaciones empleando el MEF a nivel mesomecánico. Estas predicciones se comparan con las obtenidas a nivel macromecánico considerando distintas variantes para la simulación del comportamiento dinámico del hormigón en ensayos de tracción uniaxial. Se estudia el comportamiento de falla de probetas de mortero y hormigón a nivel meso y macromecánico mediante simulaciones por el Método de los Elementos Finitos considerando diferentes alternativas para representar la heterogeneidad del hormigón. Se incluyen aquí simulaciones computacionales de ensayos de tracción y compresión uniaxial a diferentes tasas de deformación, y se comparan los resultados del modelo con los obtenidos por diversos autores a nivel experimental.

En el Capítulo 9 se presentan simulaciones numéricas de ensayos de relajación y creep, modelando muestras de mortero y de hormigón. Se estudia la interacción entre los procesos de creep y relajación y el patrón de rotura exhibido a nivel mesomecánico, analizando la capacidad de la formulación de junta para capturar la rotura diferida a nivel mesomecánico comparando las predicciones de la Teoría de la Viscoplasticidad Continua versus las del modelo de junta invíscido desarrollado por López *et al.* combinado con un modelo reológico

viscoelástico de Maxwell.

El Capítulo 10 contiene las conclusiones de este trabajo y las futuras líneas de investigación que se desprenden de los resultados obtenidos.

Capítulo 2

MECANICA DE MEDIOS CONTINUOS

Este capítulo resume los principios básicos de la mecánica no lineal de medios continuos. Un continuo puede ser definido como un cuerpo para el cual en cualquier configuración que corresponde a una región \mathcal{R} del espacio de tal modo que cada punto de la región es ocupado por una partícula o punto material del cuerpo. La mecánica de medios continuos es la rama de la mecánica que estudia el efecto que sobre el cuerpo originan las fuerzas y los movimientos. Para describir el movimiento de un continuo se necesitan las ecuaciones de campo, las ecuaciones constitutivas y las condiciones de borde. Se presenta aquí una breve revisión de las medidas de deformación, tensión, ecuaciones de campo y las condiciones necesarias para resolver un problema de valores de borde. Las ecuaciones constitutivas se describirán en detalle en el Capítulo 3.

2.1. Cinemática de medios continuos

El movimiento de un continuo está compuesto de traslaciones y rotaciones. Si la distancia entre cada par de puntos de un continuo se mantiene constante durante el

movimiento, se dice que el movimiento del cuerpo es rígido en el sentido de que no hay cambio de forma durante el mismo. La existencia de un campo de deformaciones cinemáticamente compatibles con el campo de desplazamientos requiere necesariamente de la variación de la distancia entre dos puntos cualesquiera del continuo durante el movimiento.

2.1.1. Vectores de posición y desplazamiento

Sea R_0 la configuración inicial de un cuerpo y R_t la configuración en un tiempo t , como se representa en la figura 2.1.

Sea \mathbf{X} el vector de posición de la partícula considerada en la configuración inicial R_0 , y sea \mathbf{x} el vector de posición de la partícula en la configuración actual R_t (Mase [131]). El movimiento está caracterizado por el vector desplazamiento \mathbf{u} definido como $\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X}$. Aquí, se debe destacar que sólo se consideran movimientos admisibles (Malvern,[129]). En lo que sigue, la discusión se restringe a sistemas coordenados cartesianos ortogonales con base vectorial $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$.

2.1.2. Descripciones Lagrangeana y Euleriana

La descripción Lagrangeana o referencial de un fenómeno físico asociado con el cambio de configuración de un cuerpo \mathcal{B}_t involucra campos definidos en la configuración de referencia, \mathcal{R}_0 . La descripción Euleriana o espacial se basa en medidas de campo definidas sobre la región \mathcal{R}_t . Cuando un medio continuo sufre un desplazamiento arbitrario, las

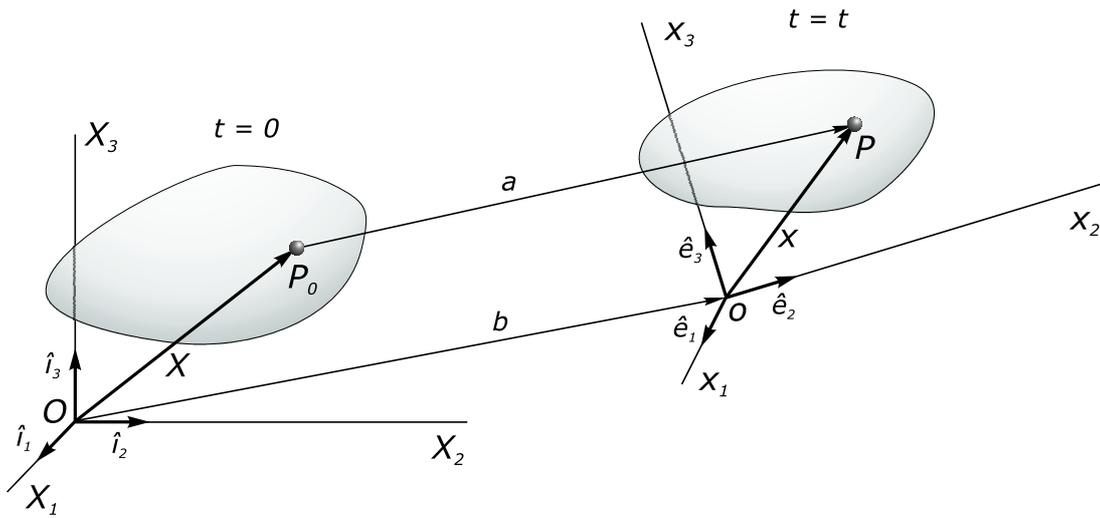


Figura 2.1: *Cambio de configuración de un continuo, Mase(1970)*

partículas del mismo se mueven a lo largo de diversos caminos en el espacio. El movimiento resultante de una partícula puede expresarse por ecuaciones de la forma

$$x_i = x_i(X_1, X_2, X_3, t) = x_i(\mathbf{X}, t) \quad (2.1.1)$$

que dan la posición actual de la partícula x_i en función de las coordenadas (X_1, X_2, X_3) que representa su posición en el tiempo $t = 0$. La descripción del movimiento dada por la (2.1.1) en términos de las coordenadas materiales \mathbf{X} se conoce como *formulación Lagrangeana*. Si, en cambio, el movimiento se expresa por ecuaciones de la forma

$$X_i = X_i(x_1, x_2, x_3, t) = X_i(\mathbf{x}, t) \quad (2.1.2)$$

en las que las variables independientes son las coordenadas espaciales \mathbf{x} y el tiempo t , la descripción es conocida como *formulación Euleriana*. Esta descripción puede interpretarse como la que mapea a su posición original. Si (2.1.2) es una distribución biunívoca y continua con derivadas parciales continuas, al igual que en (2.1.1), las dos distribuciones son las

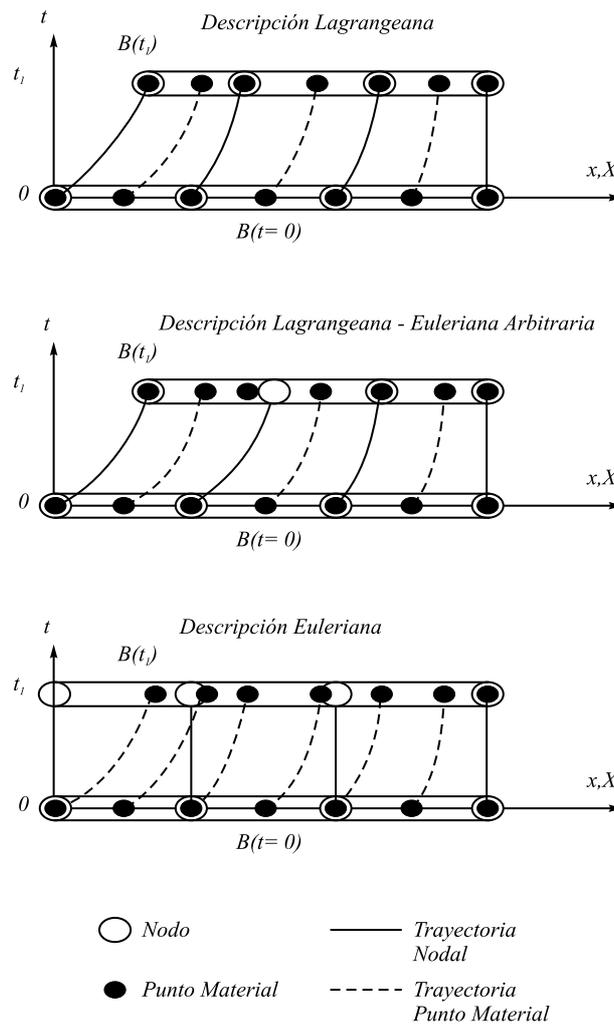


Figura 2.2: *Descripción del movimiento en una dimensión, Belytschko et al. (1985)*

inversas únicas la una con respecto de la otra. La condición necesaria y suficiente para que exista una función inversa es que el *Jacobiano* no se anule (ver sección 2.1.3).

Desde el punto de vista de la modelación computacional de sólidos y estructuras, es importante entender las consecuencias del empleo de una u otra descripción del movimiento dentro del contexto del Método de los Elementos Finitos. Las diferencias entre las descripciones Lagrangeana y Euleriana tienen influencia en lo que se refiere al comportamiento de los nodos. Si la malla es Euleriana, las coordenadas espaciales de los nodos son fijas,

es decir, los nodos coinciden con los puntos espaciales. Si la malla es Lagrangeana, las coordenadas (materiales) de los nodos son temporalmente invariables, es decir los nodos son coincidentes con los puntos materiales. Esto se ilustra en la figura 2.2 para el mapeo dado por la (2.1.1). En una malla Euleriana, las trayectorias nodales son las líneas verticales y los puntos materiales pasan a través de las uniones entre elementos. En la malla Lagrangeana, las trayectorias nodales son coincidentes con las trayectorias de los puntos materiales, y no existe cruce de material entre los elementos. Además, en las mallas Lagrangeanas, los puntos de cuadratura del elemento coinciden con los puntos materiales. En las mallas Eulerianas, el punto material cambia con el tiempo, y no coincide con el punto de cuadratura para un tiempo dado. Esto complica el tratamiento de materiales en los que la respuesta es dependiente de la historia. Las ventajas comparativas entre mallas Eulerianas y Lagrangeanas pueden ser incluso apreciadas en un ejemplo unidimensional simple. Puesto que en una malla Lagrangeana los nodos coinciden con los puntos materiales, los nodos del contorno permanecen en el contorno a medida que el problema evoluciona. Esto simplifica la imposición de condiciones de borde en las mallas Lagrangeanas. En las mallas Eulerianas en cambio, los nodos del contorno no permanecen coincidentes con el mismo durante la evolución del análisis. Por consiguiente, deben imponerse las condiciones de borde a puntos que no son los nodos, lo cual origina problemas significativos, sobre todo si se realizan análisis multi-dimensionales. Asimismo, si un nodo coincide con la interfase entre dos materiales, permanecerá en dicha interfase en una malla Lagrangeana, pero no en una malla Euleriana. En una malla Lagrangeana, dado que los puntos materiales coinciden con los

puntos nodales, los elementos se deforman conjuntamente con el material. Por consiguiente, los elementos en una malla Lagrangeana pueden distorsionarse severamente. Este efecto, en un problema unidimensional se aprecia sólo en el cambio en la longitud del elemento; en las mallas Eulerianas en cambio, la longitud elemental es constante en el tiempo, mientras que en las mallas Lagrangeanas, las longitudes elementales dependen del instante considerado. En los problemas multi-dimensionales, estos efectos son más severos, y los elementos pueden quedar muy distorsionados. Dado que la precisión del análisis por elementos finitos depende del grado de distorsión de los elementos, la magnitud de la deformación que puede simularse con una malla Lagrangeana es limitada, lo cual debe considerarse al trabajar con grandes deformaciones. Los elementos de mallas Eulerianas, por otro lado, permanecen inalterados por la deformación del material y no se pierde precisión en el análisis debido a la deformación material.

2.1.3. Gradiente de Deformación y Jacobiano

El gradiente de deformación con respecto a la configuración de referencia R_0 se define de la forma

$$\mathbf{J} = \nabla_{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (2.1.3)$$

siendo ∇ el operador gradiente.

Si en la ecuación $\mathbf{J} \cdot d\mathbf{x} = 0$ se considera $d\mathbf{x} \neq 0$, entonces existe al menos un elemento lineal en la configuración de referencia cuya longitud se reduce a cero por deformación. Esto es físicamente inadmisibles. Por lo tanto se puede afirmar que $\mathbf{J} \cdot d\mathbf{x} \neq 0$ para todo $d\mathbf{x} \neq 0$, o

en otras palabras, \mathbf{J} es un tensor no singular, es decir, $\det(\mathbf{J}) \neq 0$. El Jacobiano se define

$$J(\mathbf{X}, t) = \det(\mathbf{J}) \quad (2.1.4)$$

siendo sus propiedades

—→ Para $t = 0$ el valor del Jacobiano es igual a uno.

—→ J es una función continua de \mathbf{X} y de t , y además $\mathbf{J}(\mathbf{X}, t) \neq 0$

—→ J puede ser interpretado como el volumen luego de la deformación, por unidad original de volumen,

$$J = \frac{\text{volumen}(\mathbf{X}, t)}{\text{volumen}(\mathbf{X}, 0)} \quad (2.1.5)$$

Por lo tanto J no puede ser negativo. El tensor gradiente de deformación puede descomponerse empleando el *teorema de descomposición polar* en la forma (Malvern,[129])

$$\mathbf{J} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} \quad (2.1.6)$$

donde \mathbf{U} es el llamado tensor de extensión derecho, \mathbf{V} el tensor de extensión izquierdo y \mathbf{R} es el tensor rotación.

2.1.4. Gradiente de desplazamiento

El gradiente de desplazamiento con respecto a la configuración de referencia se define

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} \quad (2.1.7)$$

La relación entre el gradiente de deformación y el gradiente de desplazamiento viene dada por

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} + \mathbf{I} = \mathbf{H} + \mathbf{I} \quad (2.1.8)$$

donde \mathbf{I} simboliza al tensor identidad de segundo orden.

2.1.5. Medida de deformación Lagrangeana

Consideremos un elemento lineal infinitesimal definido entre dos puntos materiales de un continuo, tal como el representado en la figura 2.3. La longitud de ese elemento lineal se denomina dS en la configuración de referencia y ds en la configuración actual. La diferencia entre los cuadrados de ambas longitudes es

$$ds^2 - dS^2 = d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} - d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X} = d\mathbf{X} \cdot (\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} - \mathbf{I}) \cdot d\mathbf{X} \quad (2.1.9)$$

El tensor de deformaciones de Green puede definirse en términos del tensor de extensión

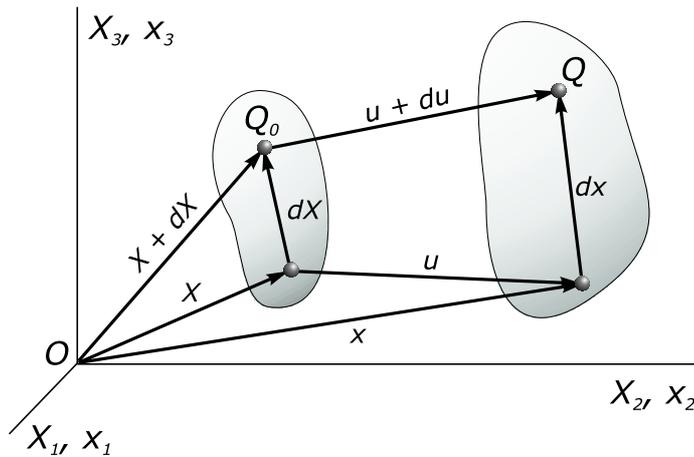


Figura 2.3: *Deformaciones de un continuo, Mase (1970)*

derecha en la forma

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2}(\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}(\mathbf{U}^2 - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}(\mathbf{H} + \mathbf{H}^T + \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H}) \quad (2.1.10)$$

y usando notación indicial

$$L_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) \quad (2.1.11)$$

El tensor de deformaciones de Green es una medida de deformación en la métrica o configuración Lagrangeana ya que utiliza a la configuración de referencia como variable independiente de comparación.

2.1.6. Medida de Deformación Euleriana

El mismo criterio puede aplicarse para determinar la medida de deformación Euleriana. La diferencia entre los cuadrados de las longitudes de los elementos lineales en las configuraciones actual e inicial puede expresarse como

$$ds^2 - dS^2 = d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} - d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X} = d\mathbf{X}^T \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{J}^{-T} \cdot \mathbf{J}^{-1}) \cdot d\mathbf{X} \quad (2.1.12)$$

resultando entonces el llamado tensor de deformaciones de Almansi

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{J}^{-T} \cdot \mathbf{J}^{-1}) \quad (2.1.13)$$

El tensor de deformaciones de Almansi puede escribirse en términos del tensor de extensión izquierda como

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{V}^2) \quad (2.1.14)$$

En notación indicial se expresa de la forma

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \quad (2.1.15)$$

El tensor de deformaciones de Almansi es una medida de deformación Euleriana ya que la métrica comparativa se define en la configuración actual o espacial.

2.1.7. Deformaciones Infinitesimales

Si las componentes de desplazamiento son muy pequeñas y los correspondientes gradientes también lo son, se desprecia entonces el término de orden superior que involucra al producto de los gradientes y se obtiene a partir de la (2.1.11) o de la (2.1.15) el tensor de deformaciones infinitesimales de Cauchy

$$\epsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.1.16)$$

En este caso, no existe distinción entre la configuración referencial y espacial.

2.2. Vector tensión

En la figura 2.4 se representa un medio continuo que ocupa una región \mathcal{R} del espacio sometido a fuerzas superficiales f_i y fuerzas másicas b_i . La fuerza media por unidad de área está dada por $\Delta f_i / \Delta A$. El principio de tensión de Cauchy postula que esta relación tiende a un límite definido df_i / dA cuando ΔA tiende a cero en el punto P . El vector resultante se denomina vector tensión y matemáticamente se define por

$$t_i^{(n)} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta f_i}{\Delta A} \quad (2.2.1)$$

2.2.1. Tensor de tensiones de Cauchy

El teorema de Cauchy establece que existe un campo de tensiones de segundo orden $\boldsymbol{\sigma}$, independiente de \mathbf{n} tal que

$$\mathbf{t}(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t) = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n} \quad (2.2.2)$$

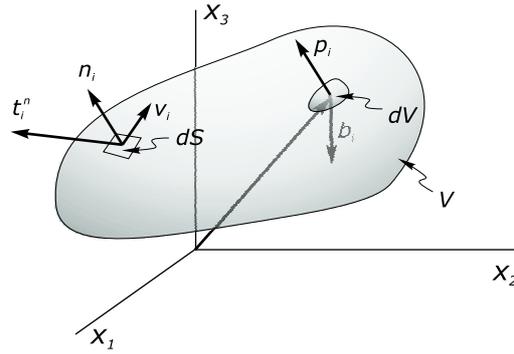


Figura 2.4: *Medio continuo sometido a fuerzas, Mase (1970)*

Esta relación asegura que las nueve componentes del tensor de tensiones de Cauchy σ_{ij} son necesarias y suficientes para definir unívocamente el estado tensional en un punto arbitrario del continuo. Sin embargo, el estado de tensiones en un punto y según una dirección normal a un plano de referencia viene dado por una magnitud de orden inferior tal cual es el vector tensión, de acuerdo a (2.2.2).

2.2.2. Tensor de tensiones nominal

La relación existente entre las configuraciones de referencia y actual se define por medio de la fórmula de Nanson

$$\mathbf{n}da = J \cdot \mathbf{J}^{-T} \cdot \mathbf{N}dA \quad (2.2.3)$$

donde dA y \mathbf{N} son el área y la normal unitaria respectivamente, en la configuración de referencia. En la configuración actual, estas cantidades se simbolizan por da y \mathbf{n} . La fuerza resultante en el contorno de la región $\partial\mathcal{B}_t$ en la configuración actual es

$$\int_{\partial\mathcal{B}_t} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}da = J\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{J}^{-T} \cdot \mathbf{N}dA \quad (2.2.4)$$

Introduciendo la notación $\mathbf{S}^T = J\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{J}^{-T}$ para el tensor de tensiones nominal y haciendo uso de la simetría del tensor de tensiones de Cauchy, el tensor de tensiones nominal puede escribirse como

$$\mathbf{S} = J\mathbf{J}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (2.2.5)$$

2.2.3. Tensor de tensiones de Piola-Kirchoff

El tensor transpuesto del tensor de tensiones nominal se llama *primer tensor de tensiones de Piola-kirchoff*:

$$\boldsymbol{\Sigma}_1 = J\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{J}^{-T} \quad (2.2.6)$$

El *segundo tensor de Piola-Kirchoff* se define mediante el siguiente mapeo

$$\boldsymbol{\Sigma}_2 = \boldsymbol{\Sigma}_1 \cdot \mathbf{J}^{-T} = J\mathbf{J}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{J}^{-T} \quad (2.2.7)$$

Debido a que el mapeo se realiza sobre un tensor simétrico, el segundo tensor de tensiones de Piola-Kirchoff es también simétrico.

2.3. Leyes fundamentales de la mecánica de medios continuos

2.3.1. Conservación de la masa. Ecuación de continuidad

La cantidad de masa de un medio continuo que ocupa el volumen espacial \mathcal{B}_t en el instante t , está dada por la expresión integral

$$m = \int_{\mathcal{B}_t} \rho(\mathbf{x}, t) dV \quad (2.3.1)$$

con $\rho(\mathbf{x}, t)$ una función continua de las coordenadas y del tiempo, denominada densidad de masa. La ley de conservación de la masa establece que la masa de una parte específica

del medio continuo permanece constante y, por lo tanto, que la derivada material de la ecuación (2.3.1) es nula (ver Fung [83]):

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}_t} \rho(\mathbf{x}, t) dV = \int_{\mathcal{B}_t} \left[\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dv_k}{dx_k} \right] dV = 0 \quad (2.3.2)$$

Puesto que esto se debe cumplir para un volumen arbitrario \mathcal{B}_t , el integrando debe ser nulo, entonces

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.3.3)$$

La última, es la *ecuación de continuidad*. Esta puede expresarse en forma Lagrangeana o material si se tiene en cuenta que se debe cumplir

$$\int_{\mathcal{B}_0} \rho_0(\mathbf{X}, 0) dV_0 = \int_{\mathcal{B}_t} \rho(\mathbf{x}, t) dV \quad (2.3.4)$$

donde las integrales se extienden a todas las partículas, es decir, \mathcal{B}_t es el volumen que ahora ocupa la materia que en el tiempo $t = 0$ ocupaba el volumen referencial \mathcal{B}_0 . Empleando la relación $J = \rho_0/\rho$, se deduce que $\rho \cdot J$ es independiente del tiempo y, por lo tanto

$$\frac{d}{dt}(\rho \cdot J) = 0 \quad (2.3.5)$$

La ecuación (2.3.5) es la forma diferencial Lagrangeana de la ecuación de continuidad.

2.3.2. Principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal

Este principio establece que la variación por unidad de tiempo de la cantidad de movimiento de una parte arbitraria de un medio continuo es igual a la fuerza resultante que actúa sobre esa parte considerada. El momento lineal se define como (ver figura 2.5)

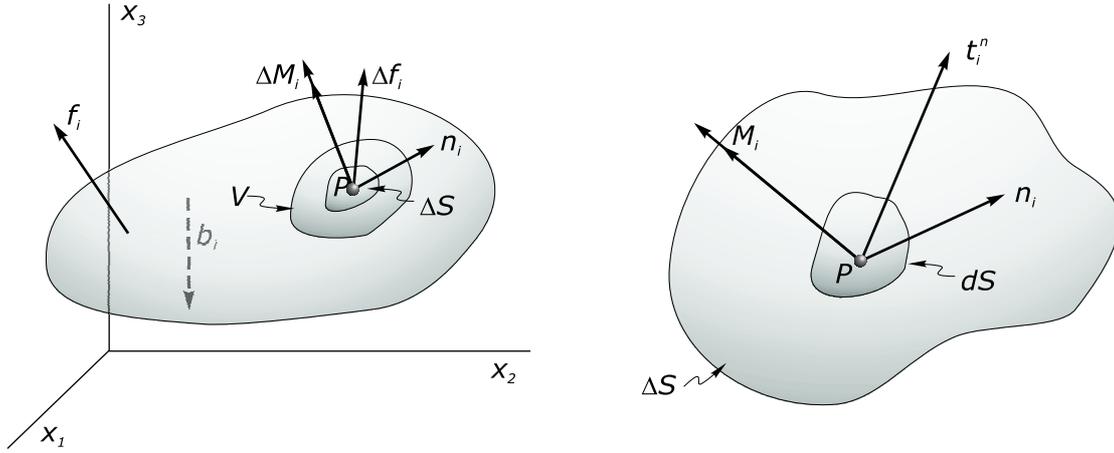


Figura 2.5: *Conservación de la cantidad de movimiento, Mase (1970)*

$$\int_{\mathcal{B}_t} \rho(\mathbf{x}, t) \times v(\mathbf{x}, t) dV \quad (2.3.6)$$

El balance se expresa en la forma

$$\int_{\partial \mathcal{B}_t} \mathbf{t}(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t) dA + \int_{\mathcal{B}_t} \rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) dV = \int_{\mathcal{B}_t} \rho(\mathbf{x}, t) \bar{\mathbf{a}}(\mathbf{x}, t) dV \quad (2.3.7)$$

Empleando la fórmula de Cauchy y usando el teorema de la divergencia de Gauss, la ecuación (2.3.7) se reduce de acuerdo a

$$\int_V (\sigma_{ji,j} + \rho b_i) dV = \int_V \rho v_i dt \quad (2.3.8)$$

Calculando la derivada material y reagrupando términos resulta la ecuación del principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal en su forma integral

$$\int_{\mathcal{B}_t} (\sigma_{ji,j} + \rho b_i - \rho \frac{dv_i}{dt}) dV = 0 \quad (2.3.9)$$

Siendo el volumen \mathcal{B}_t arbitrario, debe ser entonces nulo el integrando, en otras palabras

$$\sigma_{ji,j} + \rho b_i = \rho \frac{dv_i}{dt} \quad (2.3.10)$$

Estas son las ecuaciones del movimiento. En el caso en que la aceleración sea nula estas ecuaciones se reducen a

$$\sigma_{ji,j} + \rho b_i = 0 \quad (2.3.11)$$

2.3.3. Principio de conservación de la cantidad de movimiento angular

La segunda ley de Newton establece que la tasa de cambio del momento de la cantidad de movimiento con respecto a cualquier punto (por ejemplo, el origen, ver figura 2.6) es igual al momento resultante con respecto a ese punto de las fuerzas másicas y superficiales que actúan en la parte considerada del continuo. El momento angular se define como

$$\int_{\mathcal{B}_t} \rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{x} \times v(\mathbf{x}, t) dV \quad (2.3.12)$$

El balance de momento angular se plantea como

$$\int_{\mathcal{B}_t} \mathbf{x} \times b(\mathbf{x}, t) dV + \int_{\partial\mathcal{B}_t} \mathbf{x} \times t(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t) dA = \int_{\mathcal{B}_t} \rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{x} \times \bar{\mathbf{a}}(\mathbf{x}, t) dV \quad (2.3.13)$$

donde $\bar{\mathbf{a}}$ representa la aceleración euleriana. Reemplazando la (2.3.11) en la (2.3.13) y usando el teorema de la divergencia, puede demostrarse la simetría del tensor de tensiones, es decir, que $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ (sólido de Boltzmann, no se consideran cuplas internas).

2.3.4. Forma Lagrangeana de la conservación de la cantidad de movimiento angular

Planteando argumentos similares a los usados en el caso de la configuración Euleriana, puede demostrarse que el principio de la conservación de la cantidad de

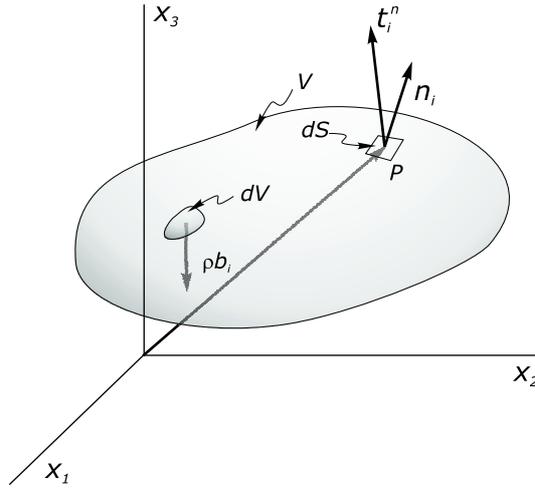


Figura 2.6: Volumen V de un continuo en un instante t , Mase (1970)

movimiento angular toma la forma siguiente en términos del tensor nominal

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{S} = \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{S}^T \quad (2.3.14)$$

o bien, en términos del primer tensor de Piola-Kirchoff

$$\Sigma_1 \cdot \mathbf{J}^T = \mathbf{J} \cdot \Sigma_1^T \quad (2.3.15)$$

2.4. Ecuaciones de campo

Las ecuaciones de campo, es decir, la ecuación de continuidad y las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento lineal y angular se resumen a continuación empleando los dos formatos, el euleriano y el lagrangeano.

2.4.1. Forma Euleriana

En la configuración actual, estas ecuaciones toman la forma

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (2.4.1)$$

$$\nabla_x \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \cdot \mathbf{b} = \rho \bar{\mathbf{a}} \quad (2.4.2)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T \quad (2.4.3)$$

2.4.2. Forma Lagrangeana

$$\rho(\mathbf{x}, t) J(\mathbf{X}, t) = \rho_0(\mathbf{X}) \quad (2.4.4)$$

$$\nabla_x \cdot \boldsymbol{\Sigma}_1 + \rho_0 \cdot \mathbf{b} = \rho_0 \mathbf{a} \quad (2.4.5)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_1 \cdot \mathbf{J}^T = \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_1^T \quad (2.4.6)$$

En las ecuaciones anteriores \mathbf{a} representa la aceleración Lagrangeana y $\bar{\mathbf{a}}$ la aceleración euleriana.

2.5. Condiciones de contorno

Para resolver un problema de valores de borde, se deben considerar dos clases de condiciones, a saber: las condiciones iniciales y las de borde. Las condiciones iniciales son relativas a los valores que toma la función en cuestión y sus derivadas en un mismo punto del dominio. Las condiciones de borde en cambio, se definen como aquellos valores que toman la función o sus derivadas en distintos puntos del dominio. Dado un cierto problema de valores de borde definido sobre un dominio \mathcal{R} , las condiciones de contorno se componen de las condiciones iniciales y las de borde.

2.5.1. Condiciones iniciales

- Desplazamientos iniciales: $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t_0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{X})$
- Velocidades iniciales: $\mathbf{v}(\mathbf{X}, t_0) = \mathbf{v}_0(\mathbf{X})$

2.5.2. Condiciones de borde

- Condiciones de borde en Desplazamientos: $\mathbf{u} = \mathbf{u}^*$ en $\partial_u \mathcal{R}$
- Fuerzas prescriptas en el borde: $\mathbf{t} = \mathbf{t}^*$ en $\partial_t \mathcal{R}$

Se deben cumplir las siguientes condiciones: $\partial_u \mathcal{R} \cup \partial_t \mathcal{R} = \partial \mathcal{R}$ y $\partial_u \mathcal{R} \cap \partial_t \mathcal{R} = \emptyset$. La forma fuerte de las ecuaciones de equilibrio se obtiene considerando nulas las velocidades y aceleraciones para todo punto \mathbf{x} perteneciente al cuerpo, es decir, $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = 0$ y $\bar{\mathbf{a}}(\mathbf{x}, t) = 0$.

Las leyes fundamentales y ecuaciones presentadas aquí son la base para el desarrollo de las teorías constitutivas para materiales cohesivo-friccionales que se presentan en el capítulo siguiente.

Capítulo 3

TEORIAS CONSTITUTIVAS PARA MATERIALES COHESIVO-FRICCIONALES

3.1. Introducción

El desarrollo de un modelo estructural confiable, capaz de predecir el comportamiento de una estructura real bajo un amplio espectro de situaciones que pueden ocurrir a lo largo de la vida de servicio representa aún hoy en día uno de los mayores desafíos por resolver. En los últimos años, el Método de los Elementos Finitos se ha impuesto como la herramienta computacional más conveniente para realizar esta tarea debido a su versatilidad, al gran avance de las investigaciones y a su adaptabilidad para el uso computacional. Sin embargo, el éxito del análisis por elementos finitos depende fuertemente del grado de precisión con que se modelen la geometría, el material y las condiciones de borde reales de una estructura dada. Mientras los elementos mismos y las condiciones de borde describen la geometría del problema, las relaciones constitutivas son responsables de que se capturen propiamente o no las principales características de la respuesta material. La mayoría de las estructuras reales presentan un comportamiento no lineal, en algún sentido.

En algunos casos simples, debido a la naturaleza particular del problema, un análisis lineal puede ser adecuado, para rangos de tensiones y/o deformaciones muy bajas. Sin embargo, en muchas otras situaciones, el adoptar una solución lineal puede tener consecuencias catastróficas y la necesidad de un análisis no lineal se vuelve imprescindible.

En general, las principales fuentes de no linealidad estructural encontradas en las aplicaciones prácticas de la ingeniería, pueden clasificarse en dos clases:

- *No linealidad geométrica*: cuando los desplazamientos sufridos por la estructura son importantes, de tal modo que el no considerar la configuración deformada durante el análisis introduce diferencias sustanciales en los resultados.
- *No linealidad material o física*: la relación no lineal entre tensiones y deformaciones afecta directamente a la respuesta global de la estructura, aún bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones. A la vez podemos distinguir entre aquellos materiales que presentan sensibilidad en su respuesta frente a la tasa de deformación o no.

Debido a la complejidad del problema introducido en el análisis estructural físicamente no lineal, la importancia del desarrollo y estudio de diferentes formulaciones constitutivas, lejos de disminuir, se ha incrementado notablemente. Como un ejemplo simple de esta complejidad, imaginemos una pieza de acero a temperatura ambiente. El tipo de teoría constitutiva a aplicar en su estudio dependerá de las condiciones del problema particular.

Esta puede considerarse como:

- a) Elástico lineal para un análisis estructural

- b) Viscoelástico si se requiere un análisis de la respuesta bajo vibraciones amortiguadas
- c) Rígido, perfectamente plástico para la determinación de las cargas límites
- d) Elastoplástico con endurecimiento para el cálculo de las deformaciones permanentes
- e) Elasto-viscoplástico para problemas de relajación de tensiones
- f) Daño-dúctil si lo que interesa es el estudio de la moldeabilidad
- g) Daño-fatiga si lo que se investiga es la vida útil bajo cargas cíclicas

En particular, la teoría de la viscoplasticidad encuentra un amplio campo de aplicación a los problemas ingenieriles, en el estudio de:

- a) Análisis de la fluencia lenta del hormigón (creep) en estructuras de túneles, puentes, etc.
- b) Efectos de consolidación en perforaciones de petróleo
- c) Estudio de presas arco
- d) Capacidad de carga de suelos cohesivos
- e) Regularización del comportamiento de falla y localización de deformaciones en sólidos

Por lo expuesto, en este capítulo se pone especial énfasis en la descripción de las *Teorías del Flujo de la Plasticidad* y en la *Teoría Viscoplastica de Perzyna*. De este modo se sientan las bases teóricas para el estudio de los modelos constitutivos empleados en el análisis de estructuras de hormigón a niveles micro y macro-mecánico.

3.2. Plasticidad de Prandtl-Reuss

Esta teoría surge como una generalización de la propuesta de Levy-Mises.

Sus bases pueden deducirse de un modo natural partiendo del planteo general de la *Teoría de las Variables Internas*, realizado por Coleman y Gurtin, [55], (1967). En su trabajo, se postula que el tensor de tensiones puede expresarse como una función del estado de deformación actual en el punto y de un número finito de variables q_1, q_2, \dots, q_n

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\varepsilon}, q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (3.2.1)$$

Las variables internas q_i representan el estado del material, el cual es una función de la historia del mismo. Su evolución se define en términos de un sistema general de n ecuaciones diferenciales ordinarias

$$\dot{q}_i(t) = g_i(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (3.2.2)$$

Las ecuaciones de evolución de las variables internas especifican el cambio en el tiempo de las mismas en función de su valor actual y de las historias de deformación y/o tensión en el punto considerado. El funcional resultante de este planteo debe, en general, evaluarse numéricamente. El sentido físico de estas variables internas es el de representar la memoria del material en lo que concierne a su comportamiento inelástico, y pueden verse como una medida de la degradación de la microestructura originada durante el proceso de carga. El tensor de deformaciones plásticas resultante constituye la parte visible a nivel macroscópico de esa degradación interna. En lo que sigue, se describen los fundamentos de la teoría elastoplástica de Prandtl-Reuss, considerando el caso de pequeñas deformaciones.

3.2.1. Hipótesis básicas

El punto de partida del planteo es un dispositivo de longitud y área unitaria compuesto de dos elementos en serie, un resorte elástico de rigidez E y un disipador friccional de tipo Coulomb cuya característica física se define por medio de la tensión de fluencia del material σ_f , ver figura 3.1. Esto conduce a la descomposición aditiva del tensor de deformaciones total en una parte elástica y otra plástica

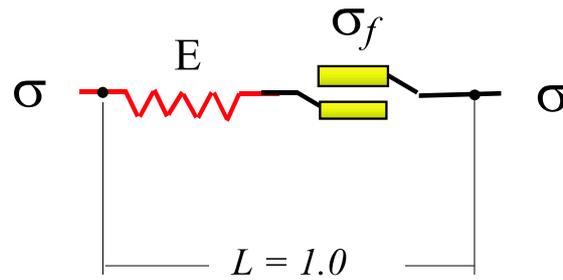


Figura 3.1: *Dispositivo elastoplástico unidimensional*

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \quad (3.2.3)$$

Aquí, la principal hipótesis es la de asumir el desacoplamiento entre las tasas de deformación elástica y plástica. Considerando el concepto de hiperelasticidad, puede emplearse la función de energía libre de Helmholtz extendida

$$\Psi = \Psi(\epsilon, \epsilon_p, \kappa) \quad (3.2.4)$$

Siguiendo el argumento clásico de Clausius-Duhem, la desigualdad planteada por la segunda ley de la termodinámica conduce a que el tensor de tensiones $\boldsymbol{\sigma}$ es la variable termodinámicamente conjugada de la deformación elástica,

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} \quad \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\mathcal{E}} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p) \quad (3.2.5)$$

siendo $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ el tensor elástico de cuarto orden.

3.2.2. Criterio de fluencia

El criterio de fluencia delimita el dominio elástico de la respuesta material bajo un estado general de tensión. Los únicos estados admisibles son el elástico y el elastoplástico. Este criterio se expresa generalmente como una función del estado de tensión $\boldsymbol{\sigma}$ y de las variables internas simbolizadas por el tensor \boldsymbol{q} en la forma

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q}) = 0 \quad F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q}) = f(\boldsymbol{\sigma}) - r(\kappa) = 0 \quad (3.2.6)$$

Esta superficie, que delimita el comportamiento elástico del elastoplástico, ver figura 3.2, se contrae o expande (comportamiento en *softening* o *hardening*) de acuerdo al tipo de ley asignada al material luego de haber alcanzado la fluencia. A partir de la ecuación (3.2.6) y considerando la (3.2.4) puede plantearse en forma general que la función $r(\kappa)$ es la conjugada de la variable interna de endurecimiento-ablandamiento κ

$$r = \frac{\partial \Psi}{\partial \kappa} \quad \dot{r} = H_p \dot{\kappa} \quad (3.2.7)$$

La última ecuación indica que la tasa de cambio de la función de resistencia plástica con respecto a la variable de endurecimiento-ablandamiento es el denominado módulo plástico

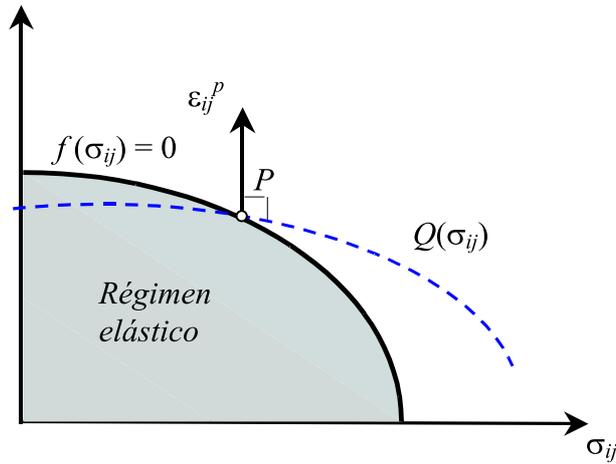


Figura 3.2: *Función de fluencia y función potencial plástico*

o módulo de endurecimiento/ablandamiento H_p . Esta variable es negativa en procesos de ablandamiento y positiva para procesos de endurecimiento.

3.2.3. Regla de flujo

En la Teoría del Flujo de la Plasticidad, la regla de flujo describe la evolución de la tasa de deformaciones plásticas. La ecuación del flujo plástico se establece de la siguiente manera

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\lambda} \mathbf{m} \quad \mathbf{m} = \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.2.8)$$

donde $Q = Q(\boldsymbol{\sigma})$ representa a la función *potencial plástico*, \mathbf{m} es la dirección del flujo plástico y $\dot{\lambda}$ es un escalar positivo denominado *parámetro de consistencia plástica*. Si $Q = F$, $\mathbf{m} \parallel \mathbf{n}$, con \mathbf{n} el tensor gradiente a la superficie de fluencia. En este caso, se habla de flujo plástico asociado o regla de la normalidad, mientras que en caso contrario el flujo se denomina *no asociado*. En materiales sensibles a la presión hidrostática, el uso de una regla de flujo asociada conduce a comportamientos volumétricos caracterizados por una excesiva

dilatación, por lo que en general, para este tipo de materiales conviene una regla de flujo no asociada.

La evolución de las variables internas de endurecimiento/ablandamiento esta gobernada por una función tensorial de la forma

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\lambda} \mathbf{h} \quad \mathbf{h} = \mathcal{H} : \mathbf{m} \quad (3.2.9)$$

donde \mathcal{H} es una función conveniente de las variables de estado.

3.2.4. Condiciones de consistencia plástica

Bajo flujo plástico persistente, la condición de consistencia plástica postulada por Prager $\dot{F} = 0$ se complementa con las siguientes reglas adicionales (condiciones de Kuhn-Tucker)

$$\dot{\lambda} F = 0 \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad F \leq 0 \quad (3.2.10)$$

Combinando la (3.2.10) con la (3.2.6) resulta la expresión del multiplicador plástico

$$\dot{\lambda} = \frac{\mathbf{n} : \mathcal{E} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{h_p} \quad h_p = H_p + \mathbf{n} : \mathcal{E} : \mathbf{m} \quad (3.2.11)$$

3.2.5. Rigidez elastoplástica tangente

La substitución de la expresión del multiplicador plástico en la relación tensión-deformación elastoplástica conduce a

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathcal{E} : [\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\lambda} \mathbf{m}] = \mathcal{E} : \left[\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mathbf{m} \frac{\mathbf{n} : \mathcal{E} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{H_p + \mathbf{n} : \mathcal{E} : \mathbf{m}} \right] \quad (3.2.12)$$

Las tasas totales de tensión y deformación pueden relacionarse entonces en un formato similar al empleado en la elasticidad

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\mathcal{E}}_{ep} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (3.2.13)$$

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_{ep} = \boldsymbol{\mathcal{E}} - \frac{\boldsymbol{\mathcal{E}} : \mathbf{m} \otimes \mathbf{n} : \boldsymbol{\mathcal{E}}}{h_p} = \boldsymbol{\mathcal{E}} - \frac{\bar{\mathbf{m}} \otimes \bar{\mathbf{n}}}{h_p} \quad (3.2.14)$$

La ecuación (3.2.14) indica que el operador elastoplástico tangente puede obtenerse como una modificación de rango unidad del operador elástico tangente, donde $\bar{\mathbf{m}} = \boldsymbol{\mathcal{E}} : \mathbf{m}$ y $\bar{\mathbf{n}} = \mathbf{n} : \boldsymbol{\mathcal{E}}$. Se pone de manifiesto aquí que el módulo crítico se alcanza cuando $h_p^{crit} = 0$, o lo que es lo mismo cuando $H_p^{crit} = -\mathbf{n} : \boldsymbol{\mathcal{E}} : \mathbf{m}$. Obviamente, en el caso de flujo no asociado existe una pérdida de simetría, es decir, $\boldsymbol{\mathcal{E}}_{ep} \neq \boldsymbol{\mathcal{E}}_{ep}^t$.

3.2.6. Rigidez elastoplástica algorítmica

En general, para realizar con éxito la modelación constitutiva de materiales cohesivo-friccionales es necesario recurrir a formulaciones materiales complejas, que introducen una fuerte no linealidad en el problema de valores de borde. Debido a esta complejidad, estas ecuaciones constitutivas deben integrarse en cada paso de carga mediante un procedimiento numérico, típicamente empleando alguna variante del método de Euler. Si la ley constitutiva se integra mediante un método implícito, el problema a nivel local (constitutivo) es no-lineal. Para resolverlo con la técnica de Newton-Raphson preservando la tasa de convergencia cuadrática, es necesario computar el jacobiano del residuo a nivel de cada punto de Gauss. Por otro lado, el problema global (estructural o de valores de borde), se resuelve típicamente por vía de un esquema incremental/iterativo, Crissfield, [63] (1997). En cada incremento de

carga, debe resolverse un sistema no-lineal de ecuaciones. Para que exista consistencia entre el problema a nivel local y el problema a nivel global, es necesario calcular el tensor *tangente consistente o algorítmico* en lugar del tensor *tangente elastoplástico*, (Simo y Taylor [168], 1985, Runesson, [158], 1991). Este operador tangente consistente se debe obtener mediante una linealización adecuada de la función de respuesta acorde con el algoritmo de integración de la ecuación constitutiva. En general, sólo es posible hallar una solución analítica para casos de funciones de potencial plástico sencillas. De otro modo, sólo es posible obtener una solución mediante técnicas numéricas.

El problema de integración de la ecuación constitutiva se resuelve mediante una linealización de la ecuación diferencial gobernante, esto es, reemplazando la ley elastoplástica diferencial por una regla que permita realizar los cálculos para incrementos finitos. Consideremos un paso de carga en el que se ha alcanzado la convergencia. El método de Backward-Euler se reduce entonces a (el subíndice c refiere al paso convergido):

$$\boldsymbol{\sigma}_c = \boldsymbol{\sigma}_e - \Delta\lambda\boldsymbol{\mathcal{E}} : \mathbf{m}_c \quad (3.2.15)$$

Diferenciando la (3.2.15)

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_c = \boldsymbol{\mathcal{E}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\lambda}\boldsymbol{\mathcal{E}} : \mathbf{m}_c - \Delta\lambda\boldsymbol{\mathcal{E}} : \frac{\partial\mathbf{m}}{\partial\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (3.2.16)$$

El cambio diferencial en el tensor de tensiones es

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_c = \left[\boldsymbol{\mathcal{I}} + \Delta\lambda\boldsymbol{\mathcal{E}} : \frac{\partial\mathbf{m}}{\partial\boldsymbol{\sigma}} \right]^{-1} : [\boldsymbol{\mathcal{E}} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\lambda}\mathbf{m})] = \boldsymbol{\mathcal{Q}}^{-1} : \boldsymbol{\mathcal{E}} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\lambda}\mathbf{m}) \quad (3.2.17)$$

Reordenando términos y teniendo en cuenta que el cambio \dot{F} en la función de fluencia debe ser nulo resulta la expresión del multiplicador plástico ($\mathcal{R} = \mathcal{Q}^{-1} : \mathcal{E}$)

$$\dot{\lambda} = \frac{\mathbf{n} : \mathcal{R} : \boldsymbol{\varepsilon}}{\mathbf{n} : \mathcal{E} : \mathbf{m} + H_p} \quad (3.2.18)$$

Considerando las ec. (3.2.17) y (3.2.18) se tiene

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left[\mathcal{R} - \frac{1}{\mathbf{n} : \mathcal{R} : \mathbf{m} + H_p} (\mathbf{n} : \mathcal{R} \otimes \mathcal{R} : \mathbf{m}) \right] : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (3.2.19)$$

Finalmente, la expresión del tensor algorítmico tangente resulta

$$\mathcal{E}_{alg} = \left[\mathcal{R} - \frac{1}{\mathbf{n} : \mathcal{R} : \mathbf{m} + H_p} (\mathbf{n} : \mathcal{R} \otimes \mathcal{R} : \mathbf{m}) \right] \quad (3.2.20)$$

En general, el problema más importante para el cálculo del tensor algorítmico se centra en la evaluación del tensor \mathcal{R} , el cual es función de la derivada segunda del potencial plástico respecto a las tensiones, debido a que en algunos casos es dificultosa o no existe una expresión analítica para estas derivadas. Este problema puede solucionarse mediante la aplicación de técnicas de derivación numérica, ver Dennis y Schnabel, [67] (1983), Miehe [133] y Carosio [47].

3.3. Teorías Viscoplasticas

Tal como han puntualizado diversos autores, la modelación computacional realista de problemas ingenieriles requiere, en general, la consideración de los efectos de tasa/tiempo

en la formulación constitutiva, dado que todos los materiales reales presentan, en mayor o menor medida, sensibilidad a la tasa de deformación. Esto se ve claramente si se examina un simple ensayo de carga en un material real. Los resultados experimentales indican que la capacidad de carga o resistencia de un material puede expresarse en general como la suma de tres términos (se consideran condiciones isotérmicas)

$$R = c + \sigma \tan \phi + \eta \dot{\epsilon} \quad (3.3.1)$$

En la ecuación (3.3.1), c representa la cohesión o resistencia al corte, σ es la presión de confinamiento, ϕ el ángulo de fricción interna, η la viscosidad y $\dot{\epsilon}$ la tasa de deformación (velocidad de deformación aplicada durante el ensayo). Obviamente, la expresión (3.3.1) representa una simplificación dado que en los materiales reales todos los términos pueden depender en cierta medida de la velocidad de aplicación de la carga. De la misma expresión puede deducirse que si la velocidad de deformación $\dot{\epsilon} \rightarrow 0$, se recupera la forma original del modelo clásico propuesto por Coulomb para materiales cohesivo-friccionales. Por otro lado, los efectos del paso del tiempo en estructuras reales construidas de materiales tales como el hormigón por ejemplo, sólo pueden cuantificarse mediante la inclusión específica de los efectos de tasa/tiempo en la formulación constitutiva misma. En otros campos de interés, la introducción de la dependencia en el tiempo en los análisis de falla de materiales sensibles a la velocidad de deformación, permite estudiar efectos tales como la aparición de bandas de Luders y el efecto Portevin-Le Chatelier en metales, Wang [187] (1997), así como la formación de bandas de corte en geomateriales, Desai y Zhang [68], (1987); Cristescu, [64] (1994); Samtani et al. [162], (1996); Cristescu y Cazacu, [65] (2000). En

los últimos años, se han propuesto varios modelos viscoplásticos, Duvaut-Lions [73](1972), Bodner-Partom [37](1975), Anand [5](1982), entre otros. Sin embargo, debido a su relativa simplicidad de implementación y a la buena concordancia de los resultados numéricos al comparar con resultados experimentales, la formulación tiempo-dependiente de Perzyna es la que mejor se adapta a la modelación dinámica de materiales quasi-frágiles tales como roca y hormigón, y también es la más empleada para modelar suelos cohesivos. Por esto, varios autores han analizado las características del modelo de Perzyna, Simo [165] (1988); Sluys, [169] (1992); Wang, [187] (1997); Etse y Willam [81] (1997); Simo y Hughes, [166] (1998). Alternativamente a esta formulación clásica, la viscoplasticidad puede formularse mediante la incorporación directa de la dependencia del tiempo en la función de fluencia. Wang et al. [188] (1997) propone un modelo viscoplástico consistente en el cual la dependencia en el tiempo se incluye en la formulación de la superficie de falla. Posteriormente, Mahnken et al. [128] (1998) y Johansson et al. [110] (1999) han considerado una formulación tiempo-dependiente combinada con la *Teoría del Daño*. Recientemente, Ristinmaa y Ottosen, [153] (2000) investigaron las implicancias que la inclusión de la dependencia temporal tiene en el concepto clásico de superficie de fluencia. Winnicki et al. [193](2001), presenta la inclusión del modelo consistente en el criterio de fluencia de Hoffman para modelar los efectos de la dependencia temporal en hormigón a nivel macromecánico. Carosio et al. [49] plantean los conceptos de viscoplasticidad continua y consistente, partiendo de la base del modelo de Perzyna, y realizan la extensión viscoplástica en forma consistente para modelos cohesivo-friccionales complejos, tales como el Modelo Extendido de Leon y el modelo de

Drucker-Prager con ley de endurecimiento/ablandamiento parabólico.

En la sección siguiente se presentan las bases teóricas del modelo clásico de Perzyna y se estudian diferentes alternativas de modelos viscoplásticos, con particular énfasis en las denominadas formulaciones *continua* y *consistente*, realizándose además un análisis de sus diferencias y similitudes.

3.4. Viscoplasticidad de Perzyna

Al igual que en la descripción de la teoría del flujo de la plasticidad, en la teoría general de la viscoplasticidad se supone que es válida la descomposición aditiva de la tasa de deformación total en una parte elástica y otra viscoplástica, que incluye la parte plástica y la viscosa. En el modelo viscoplástico de Perzyna, la evolución de la deformación viscoplástica

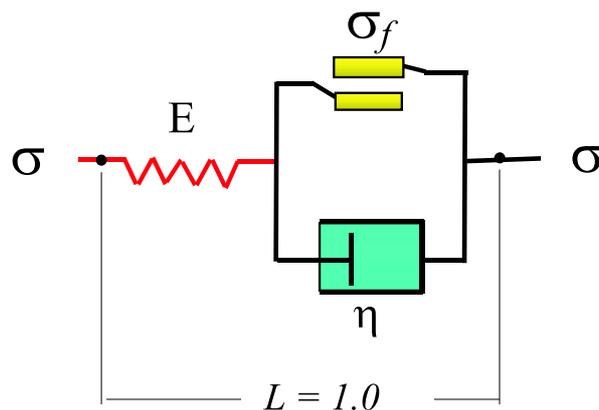


Figura 3.3: *Modelo elasto-viscoplástico ideal*

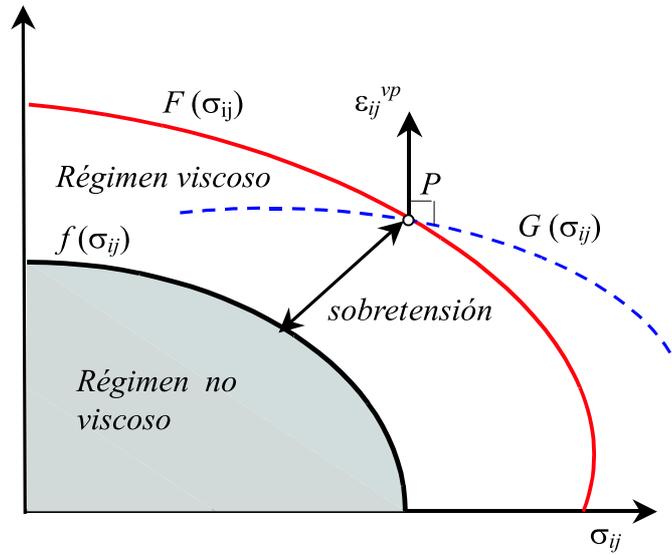


Figura 3.4: Concepto de sobretensión en el espacio de tensiones

depende de una función potencial de la forma $G = G(\psi, F, \boldsymbol{\sigma})$, Perzyna [148](1966)

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{vp}^{Per} = G(\psi, F, \boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{\eta} \langle \psi(F) \rangle \mathbf{m} \quad (3.4.1)$$

donde $1/\eta$ representa la fluidez, η es la viscosidad y ψ la función de sobretensión que depende de la función de fluencia invíscida $F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$. Al combinar las ecuaciones (3.2.8) y (3.4.1) se obtiene una expresión explícita para el parámetro de consistencia

$$\dot{\lambda}^{Per} = \frac{1}{\eta} \langle \psi(F) \rangle \quad (3.4.2)$$

En las expresiones anteriores, $\langle \cdot \rangle$ es el operador de McCauley tal que

$$\langle \psi(F) \rangle = \begin{cases} \psi(F) & \text{if } F > 0 \\ 0 & \text{if } F \leq 0 \end{cases} \quad (3.4.3)$$

La (3.4.3) indica que la función de sobretensión debe cumplir con las siguientes condiciones,

Simo [165] (1989), figura 3.3:

- i) $\psi(F)$ es continua en el intervalo $[0, \infty)$

- ii) $\psi(F)$ es convexa en el intervalo $[0, \infty)$
- iii) $\psi(0) = 0$

por lo que de acuerdo a esto, si la fluidez tiende a cero o, lo que es lo mismo, si $\eta \rightarrow \infty$, se recupera el modelo elastoplástico invíscido. La función de sobretensión ψ puede tomar diversas formas. En este trabajo se ha adoptado la expresión siguiente (Desai y Zhang, [68] (1987); Simo, [165] (1989); Sluys, [169] (1992); Wang, [187], (1997); Simo y Hughes [166], (1998))

$$\psi(F) = \left[\frac{F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})}{F_0} \right]^N \quad (3.4.4)$$

En la ecuación (3.4.4), F_0 es un parámetro de normalización que se elige habitualmente igual al valor del umbral inicial de fluencia, y N es el denominado exponente de Perzyna, $N \geq 1$ para cumplir la condición de convexidad ii). Este parámetro determina la mayor o menor sensibilidad de la formulación viscoplástica con respecto a la tasa de deformación. Una de las desventajas que presenta la propuesta original de Perzyna, es que al no cumplir con la condición de consistencia no puede deducirse un operador material tangente, y sólo al considerar incrementos de tiempo finitos en el contexto de un método de integración implícita del proceso viscoplástico es posible obtener un operador tangente consistente o algorítmico, ver Carosio [47].

3.5. Viscoplasticidad consistente

Esta formulación viscoplástica se basa en la introducción de la dependencia en el tiempo directamente en el criterio de discontinuidad. En 1966, Perzyna mostró la existencia de la denominada *superficie de fluencia dinámica*. Recientemente, el concepto de funciones de fluencia tiempo-dependientes fue remarcado por Wang, Sluys y de Borst en la formulación del denominado *Modelo Consistente* (Wang, [187] 1997; Wang et al. [188] 1997), para estudiar las bandas de Lüders y el efecto de Portevin-Le Chatelier en metales. Posteriormente, Ristinmaa y Ottosen, [153] (2000) presentan un examen completo de las implicancias del concepto de superficie de fluencia dinámica o tiempo-dependiente. Este concepto también ha sido incorporado en el modelo de Hoffman para simular efectos tiempo-dependientes en el hormigón a nivel macroscópico, Winnicki et al. [193] (2001). En todos los modelos mencionados, el concepto de *Viscoplasticidad Consistente* implica que la dependencia en el tiempo del proceso de carga se considera introduciendo expresamente la dependencia en la tasa de deformación en la expresión del criterio de rotura (Wang [187], 1997)

$$F^w = F^w(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (3.5.1)$$

la carga viscoplástica ocurre cuando $F^w = 0$, siendo en ese caso $\mathbf{q} = \boldsymbol{\varepsilon}$. Si $F^w < 0$, se da el caso de descarga elástica, con $\mathbf{q} = \text{constante}$. Para evitar la existencia de discontinuidades en la evolución de la función de fluencia, durante la descarga $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{q}_d$, con \mathbf{q}_d el valor de la función de variables de estado en el instante de producirse la inversión de tensiones.

Al igual que en el caso de elastoplasticidad invíscida, la superficie de fluencia dinámica o

tiempo-dependiente y el multiplicador viscoplástico deben cumplir con las condiciones de consistencia de Kuhn-Tucker de la teoría de optimización de funciones:

$$\dot{\lambda}^w F^w = 0, \quad \dot{\lambda}^w \geq 0, \quad F^w \leq 0 \quad (3.5.2)$$

La condición de consistencia $\dot{F}^w = 0$ toma la forma

$$\dot{F}^w = \frac{\partial F^w}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial F^w}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial F^w}{\partial \dot{q}} \ddot{q} = 0 \quad (3.5.3)$$

Considerando la regla de evolución de las variables internas dada por la ecuación (3.2.9), podemos expresar la (3.5.3) en términos del multiplicador plástico Wang, [187](1997) ; Wang et al, [188](1997)

$$\dot{F}^w(\lambda) = \frac{\partial F^w}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} - r \dot{\lambda} - s \ddot{\lambda} = 0 \quad (3.5.4)$$

tal que

$$r = -\frac{\partial F^w}{\partial q} h \quad (3.5.5)$$

y

$$s = -\frac{\partial F^w}{\partial \dot{q}} h \quad (3.5.6)$$

En las ecuaciones (3.5.5) y (3.5.6), r es el módulo de endurecimiento/ablandamiento y s el parámetro de sensibilidad a la tasa de deformación. Una formulación viscoplástica más natural y acorde con el formato de la elastoplasticidad se obtiene simplemente descomponiendo el criterio de fluencia en una parte que define el dominio elástico y un término tiempo-dependiente en la forma

$$F^{vp} = f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) - f(\dot{\mathbf{q}}) \quad (3.5.7)$$

Este es el formato que emplearemos mas adelante.

3.6. Viscoplasticidad continua

Ponthot [149] (1995), propuso reescribir la función de fluencia del modelo de Perzyna original de modo de introducir la dependencia en el tiempo explícitamente. Combinando las ecuaciones (3.2.8) y (3.4.2) se obtiene

$$F = \psi^{-N} \left(\frac{\|\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{vp}\|}{\|\mathbf{m}\|} \eta \right) = \psi^{-N} (\dot{\lambda} \eta) \quad (3.6.1)$$

Entonces, para el rango viscoplástico, la nueva condición de restricción toma la forma

$$\bar{F} = F - \psi^{-N}(\dot{\lambda} \eta) = 0 \quad (3.6.2)$$

El nombre *viscoplasticidad continua* surge de que la situación $\eta = 0$ (sin efecto viscoso) deriva en la condición de fluencia elastoplástica $F = 0$. Más aún, de la (3.4.2) surge que cuando $\eta \rightarrow 0$ el parámetro de consistencia sigue siendo finito y positivo puesto que también la sobretensión se vuelve nula. El otro caso extremo, $\eta \rightarrow \infty$, conduce a la desigualdad $F^{Pon} < 0$ para todo estado de tensión posible, indicando que sólo puede activarse una respuesta elástica. La condición de restricción definida por la Ec.(3.6.2) permite la generalización de las condiciones de Kuhn-Tucker, las que pueden escribirse como

$$\dot{\lambda} \bar{F} = 0, \quad \dot{\lambda} \geq 0, \quad \bar{F} \leq 0 \quad (3.6.3)$$

Finalmente, la condición de consistencia viscoplástica para el caso de viscoplasticidad continua se expande como

$$\dot{\bar{F}} = \mathbf{n} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \bar{r} \dot{q} + \bar{s} \ddot{\lambda} = 0 \quad (3.6.4)$$

donde, considerando $N=1$, se tiene

$$\bar{r} = \frac{\partial F^{Pon}}{\partial q} = \left(\frac{\partial F}{\partial q} - \frac{\partial \psi^{-1}(\dot{\lambda} \eta)}{\partial q} \right) \quad (3.6.5)$$

y

$$\bar{s} = -\frac{\partial \varphi^{-1}(\eta \dot{\lambda})}{\partial \dot{\lambda}} \quad (3.6.6)$$

Este formato tiene la ventaja de ser formalmente similar al de la Teoría del Flujo de la Plasticidad siendo posible desarrollar un operador tangente viscoplástico continuo, es decir, que permita una transición suave entre los casos extremos elástico para $\eta/\Delta t \rightarrow \infty$ y elastoplástico para $\eta/\Delta t \rightarrow 0$, Carosio [47](2001). Por otro lado, el planteo anterior muestra que existen diferencias importantes entre la elastoplasticidad y la viscoplasticidad. En el primer caso, el planteo de la condición de consistencia conduce a una expresión algebraica en $\dot{\lambda}$, mientras que en el segundo se llega a una ecuación integro/diferencial.

3.7. Viscoplasticidad clásica y viscoplasticidad consistente

Con el fin de comparar las formulaciones viscoplásticas anteriores, analicemos primeramente la evolución del multiplicador viscoplástico en cada caso. En el modelo de Perzyna, este evoluciona en la forma

$$\dot{\lambda}^{Per} = \frac{1}{\eta} \langle \psi(F) \rangle \quad (3.7.1)$$

qué es válida para carga viscoplástica. Para comparar la evolución del parámetro de consistencia en ambos modelos, conviene reescribir las leyes de evolución en formatos similares.

Calculando la derivada temporal de la (3.7.1)

$$\frac{\partial \psi}{\partial F} \dot{F} - \eta \ddot{\lambda} = 0 \quad (3.7.2)$$

donde se asume $\eta = \text{constante}$. Teniendo en cuenta que en la (3.7.1) F depende solamente del estado tensional y de las variables de estado, su derivada es

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} - H_p \dot{\lambda} \quad (3.7.3)$$

donde H_p es el denominado módulo plástico de endurecimiento/ablandamiento. Sustituyendo la expresión de \dot{F} dada por la (3.7.3) en la Ec. (3.7.2) y luego de algunas operaciones algebraicas se llega a la condición de consistencia para el modelo de Perzyna:

$$\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} - H_p \dot{\lambda} - \left(\frac{d\psi}{dF} \right)^{-1} \eta \ddot{\lambda} = 0 \quad (3.7.4)$$

Comparando con la condición de consistencia del modelo consistente de Wang,

$$\frac{\partial F^w}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} - r^w \dot{\lambda} - s^w \ddot{\lambda} = 0 \quad (3.7.5)$$

Las ecuaciones (3.7.4) y (3.7.5) son idénticas si:

$$H_p = r^w \quad \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial F^w}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad s^w = \eta \left(\frac{d\psi(F)}{dF} \right)^{-1} \quad (3.7.6)$$

Cuando las condiciones (3.7.6) se satisfacen, la tensión y el parámetro de consistencia viscoplástico evolucionan en forma idéntica en el modelo de Perzyna y en el modelo consistente, suponiendo que ambos modelos se someten a un proceso de carga viscoplástica.

Para considerar situaciones que involucren descargas, debemos introducir las condiciones de Kuhn-Tucker.

3.8. Viscoplasticidad de Duvaut-Lions

Otra alternativa a la teoría viscoplástica propuesta por Perzyna es la formulada por Duvaut y Lions [73](1972). Estos autores sugieren que la deformación viscoplástica es una función de la forma

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp}^{DL} = H(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}^p) = \frac{1}{E\eta}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^p) \quad (3.8.1)$$

donde η es la viscosidad y $\boldsymbol{\sigma}^p$ es la tensión plástica del modelo invíscido. La variable viscoplástica de estado se obtiene en la forma

$$\dot{q}_{vp}^{DL} = -\frac{1}{\eta}(\dot{q} - \dot{q}^p) \quad (3.8.2)$$

Considerando la hipótesis de descomposición aditiva de la deformación total en una parte elástica y otra viscoplástica, puede reemplazarse $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp}^{DL}$ para obtener la siguiente ecuación diferencial

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\tau} = E\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\boldsymbol{\sigma}^p}{\tau} \quad (3.8.3)$$

Si se supone que la tasa de deformación es constante, puede integrarse la (3.8.3) para obtener

$$\boldsymbol{\sigma} = (E\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\sigma}^p)e^{-\frac{t}{\tau}} + \boldsymbol{\sigma}^p \quad (3.8.4)$$

donde t es el tiempo total a partir de la activación de la respuesta viscoplástica. Puede demostrarse que la solución viscoplástica de Duvaut-Lions no es equivalente a la de Perzyna. En este caso las condiciones de carga/descarga están dadas por el problema invíscido subyacente. Al igual que en la viscoplasticidad de Perzyna, no existe una condición de consistencia viscoplástica y en consecuencia no es posible derivar un operador material tangente.

3.9. Integración de la condición de consistencia viscoplástica

A partir de la (3.5.4) puede derivarse una expresión explícita para el multiplicador plástico. Para esto, la (3.5.4) puede reescribirse como $\dot{F}^w(\lambda)$

$$\frac{\mathbf{n} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}}{s} = \frac{r\dot{\lambda}}{s} + \ddot{\lambda} \quad (3.9.1)$$

con $\mathbf{n} = \partial F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})/\partial \boldsymbol{\sigma}$. Aquí, consideramos que \mathbf{n} , r y s , son tomados al final del paso de tiempo discreto considerado. De este modo estas cantidades son incrementalmente constantes, por lo que la ecuación diferencial de segundo orden dada por la ecuación (3.9.1) es lineal desde el punto de vista incremental. Un método conveniente para afrontar la solución de esta ecuación diferencial inhomogénea es el de la *Transformada de Laplace*, Kreyszig [118] (1997). La principal ventaja de este procedimiento es la de transformar la ecuación

diferencial en algebraica. La expresión general a emplear tiene la forma

$$\mathcal{L}[k](v) = \int_0^{\infty} \exp^{-vt} k(t) dt \quad (3.9.2)$$

en la cual k es una función arbitraria del tiempo t , v es el parámetro de transformación de Laplace y $\mathcal{L}[k](v)$ es la transformada de Laplace de la variable k . Entonces, la transformada de Laplace de la ecuación (3.9.1) es

$$v^2 \mathcal{L}[\lambda](v) - v\lambda(0) - \dot{\lambda}(0) + \frac{r}{s}(v\mathcal{L}[\lambda](v) - \lambda(0)) = \frac{\mathbf{n}}{s} : (v\mathcal{L}[\sigma](v) - v\sigma(0)) \quad (3.9.3)$$

con $\mathcal{L}[\lambda](v)$ la transformada de Laplace de λ , $\mathcal{L}[\sigma](v)$ la transformada de Laplace de σ .

Además, $\lambda(0)$, $\dot{\lambda}(0)$ y $\sigma(0)$ son las condiciones iniciales referidas al inicio del paso de tiempo discreto considerado. En consecuencia, la (3.9.3) se puede escribir como

$$\mathcal{L}[\lambda](v) = \frac{\lambda(0) \left(v + \frac{r}{s}\right) + \dot{\lambda}(0)}{v^2 + \frac{r}{s}v} + \frac{v\mathbf{n} : \mathcal{L}[\sigma](v) - \mathbf{n} : \sigma(0)}{s \left(v^2 + \frac{r}{s}v\right)} \quad (3.9.4)$$

que puede expandirse en la forma

$$\mathcal{L}[\lambda](v) = \frac{\lambda(0)}{v} + \dot{\lambda}(0) + \left(\frac{s}{rv} - \frac{s}{r(s + \frac{r}{s})}\right) + \frac{\mathbf{n} : \mathcal{L}[\sigma](v)}{s(v + \frac{r}{s})} - \frac{\mathbf{n} : \sigma(0)}{r} \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v + \frac{r}{s}}\right) \quad (3.9.5)$$

Para $v > -r/s$ y $v > 0$, la transformada inversa de la ecuación (3.9.5) puede encontrarse aplicando el Teorema de Convulación, Boyce y di Prima,[37] (1992)

$$\lambda(t) = \lambda(0) + \frac{s}{r}\dot{\lambda}(0) (1 - e^{-\frac{r}{s}t}) + \int_0^t \frac{1}{s} e^{-\frac{r}{s}(t-\tau)} \mathbf{n} : \sigma(\tau) d\tau - \frac{\mathbf{n} : \sigma(0)}{r} (1 - e^{-\frac{r}{s}t}) \quad (3.9.6)$$

Diferenciando la (3.9.6) con respecto al tiempo se obtiene la siguiente función para el multiplicador plástico:

$$\dot{\lambda}(t) = \dot{\lambda}(0)e^{-\frac{r}{s}t} - \int_0^t \frac{r}{s^2} e^{-\frac{r}{s}(t-\tau)} \mathbf{n} : \sigma(\tau) d\tau + \frac{1}{s} (\mathbf{n} : \sigma(t) - \mathbf{n} : \sigma(0)e^{-\frac{r}{s}t}) \quad (3.9.7)$$

El miembro derecho de la (3.9.7) puede evaluarse numéricamente, lo que hace que esta expresión sea apta para la incorporación en un algoritmo por computadora. Alternativamente, la (3.9.7) puede combinarse con la (3.9.6) obteniendo

$$\dot{\lambda}(t) = \dot{\lambda}(0) + \frac{1}{s} [\mathbf{n} : \boldsymbol{\sigma}(t) - \mathbf{n} : \boldsymbol{\sigma}(0)] - \frac{r}{s} [\lambda(t) - \lambda(0)] \quad (3.9.8)$$

Aunque la estructura de la ecuación (3.9.8) es más simple que la de la (3.9.7), el parámetro de consistencia $\dot{\lambda}$ ahora no sólo depende de la tensión $\boldsymbol{\sigma}$ sino también del multiplicador plástico λ . De esta última expresión se deduce que se deben formular hipótesis adicionales que dependen de cada tipo de problema particular al momento de abordar la solución de la (3.9.8). En el caso de Wang [187] (1997), la solución de la ecuación diferencial de segundo orden que surge del planteo consistente se formuló para el modelo de von Mises, mientras que Carosio [47](2001) plantea una solución exacta considerando un modelo de Drucker-Prager con una ley de endurecimiento/ablandamiento de tipo parabólico. En el capítulo 6 de este trabajo se presenta el criterio adoptado para el modelo de interfase viscoplástico, el cual se basa en el concepto de viscoplasticidad continua.

Capítulo 4

COMPORTAMIENTO MECANICO DEL HORMIGON

4.1. Introducción

Tradicionalmente, la *Ciencia de los Materiales* es la disciplina científica que estudia el comportamiento material a diferentes escalas con el fin de observar y cuantificar los procesos físico-químicos que ocurren a nivel micromecánico, molecular o atómico. A partir de las observaciones a nivel micro es posible deducir leyes constitutivas que permitan reproducir el comportamiento global a nivel macroestructural para su aplicación a las estructuras de ingeniería. Para entender acabadamente tales mecanismos, es necesario recurrir a diferentes niveles de descripción o escalas, ver figura 4.1. Desde el punto de vista del nivel de observación, podemos distinguir (Willam,[192]):

- *Escala metro*: es la escala en la que se definen los problemas prácticos en ingeniería civil, mecánica, etc.
- *Escala milímetro*: es la que se emplea en los análisis de laboratorio para modelar las probetas a partir de las cuales se deducirán las propiedades mecánicas del material.



Figura 4.1: Niveles de análisis, Willam (2002)

A este nivel, el material puede considerarse como un continuo, homogéneo, y los defectos *y/o* discontinuidades observadas en la microestructura se engloban dentro del concepto de tensión efectiva.

- *Escala micro*: esta escala es apta para el estudio de las propiedades de los granos en la microestructura (policristales por ejemplo), y para el estudio de los cambios producidos en la microestructura por procesos tales como la hidratación del cemento. Dentro de esta clasificación, los materiales se tratan como compuestos heterogéneos, en los cuales las partículas están inmersas en una matriz que las rodea y aglutina con una interfase cohesiva-friccional.
- *Escala atómica*: este nivel de observación es apto para el estudio de las cadenas moleculares y el comportamiento de cristales. El análisis de procesos de difusión de

humedad, o de productos químicos se encuadra dentro de esta escala.

Independientemente de la clasificación anterior, en lo que sigue, y con el fin de clarificar la nomenclatura, en lugar del término *micro* se empleará el término *meso* en referencia al análisis que involucre la idealización del hormigón como un material bifásico, en el cual se considera a los agregados como partículas embebidas en una matriz (la pasta cementicia o mortero) que lo rodea. La interacción entre ambas fases se representa por medio de la inclusión de una ley constitutiva de junta o interfase basada en la elastoplasticidad/viscoplasticidad. El término *macro* se reserva en referencia a la consideración del hormigón como un continuo, homogéneo e isótropo. Ambos criterios se describen en detalle más adelante.

4.2. Mecanismos de degradación del hormigón

Se abordan aquí las características fundamentales del comportamiento mecánico del hormigón cuando es sujeto a diferentes tipos de solicitaciones. Inicialmente se describen los mecanismos básicos de microfisuración, considerando la interacción entre las fases constituyentes a nivel de su mesoestructura. La descripción de estos mecanismos, conjuntamente con la consideración de la respuesta a nivel macro observada en ensayos experimentales, sirve de soporte a la modelación del proceso de fractura desde los puntos de vista meso y macromecánico.

4.2.1. Nivel mesoestructural

Desde el punto de vista mesoestructural, el hormigón puede considerarse como un material bifásico compuesto por una fase agregado y por una fase constituida por la matriz de cemento o pasta cementicia formada por las partículas de agregados más finos y el cemento como aglomerante. La heterogeneidad de esta estructura de mortero se relaciona con las variaciones volumétricas que ocurren durante el proceso de curado, generándose un material que desde el inicio presenta ya defectos o degradaciones iniciales (microdefectos o microfisuras) de naturaleza irreversible. Desde el punto de vista constitutivo, en general, la degradación inicial está constituida por defectos en la zona de interfase entre las fases constituyentes y por vacíos o poros en la estructura de la matriz de mortero. La existencia por un lado de una *fase estable* (agregados) y, por otro, de una *fase evolutiva* (formada por la pasta que sufre retracción y expansión en el período de curado, cuando la resistencia es muy poca), conduce a la caracterización de una zona de debilidad alrededor de los granos denominada *zona de transición*. En esta zona, los defectos de adherencia y vacíos están casi siempre relacionados con la dirección de moldeo de las probetas, ver figura 4.2, van Mier [134] (1997). El proceso de evolución de los microdefectos en la masa del hormigón esta asociado directamente con el tipo de sollicitación a que se somete al material. Los principales mecanismos de degradación, comunes a todos los estados de sollicitaciones, pueden caracterizarse observando la respuesta del material bajo estados de carga básicos tales como tracción y compresión uniaxial. Con el fin de simplificar el análisis, podemos admitir que los agregados son de forma circular. La evolución de la fisuración del hormigón

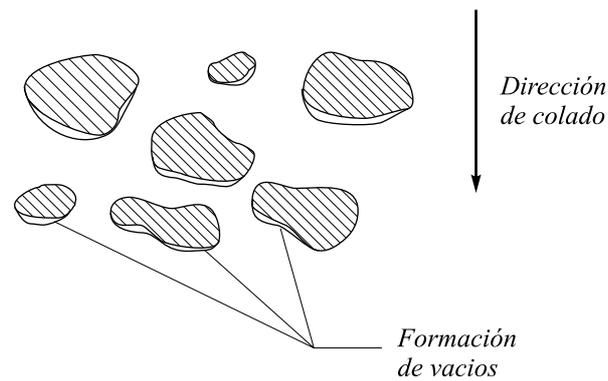


Figura 4.2: *Formación de defectos bajo agregados por moldeo, van Mier (1997)*

bajo tracción uniaxial se produce en dos etapas, figura 4.3, Mazars [132] (1984):

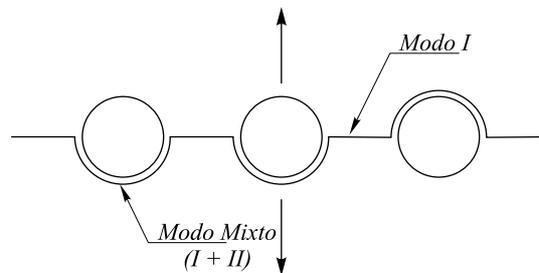


Figura 4.3: *Inicio del daño en tracción en la interfase, Mazars (1984)*

- a) Inicio de un modo mixto de apertura o deslizamiento (I ó II respectivamente) a lo largo de un hemisferio de los granos. Esto puede suceder en un hemisferio superior o inferior, de acuerdo con la distribución de los defectos iniciales.
- b) Completado un hemisferio, ocurre la propagación inestable en modo I, culminando con una fractura perpendicular a la dirección de carga.

Bajo el estado de compresión uniaxial, el proceso de daño tiene las características indicadas en la figura 4.4. La primera fisura aparece bajo modo II de falla en la región del contorno del agregado, aproximadamente a 30° con la horizontal. La fisura progresa a lo largo de la

interfase pasando a un modo I de falla. En seguida, su evolución pasa a coincidir con la dirección de la sollicitación, dejando la región de interfase para propagarse por la matriz. Bajo elevados niveles de sollicitación, el patrón de fisuración se vuelve paralelo a la dirección de carga, Buyukozturk, Nilson y Slate, [40] (1972).

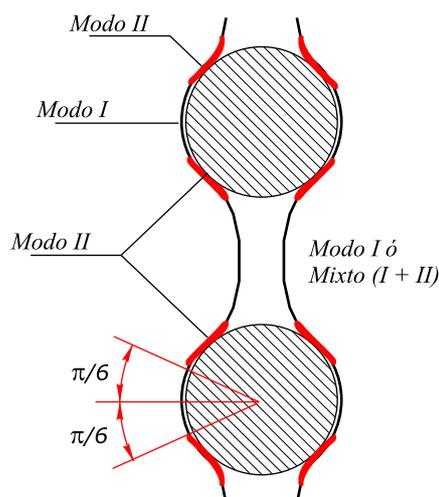


Figura 4.4: *Degradación en compresión con inicio en zona de interfase, Buyukozturk, Nilson y Slate (1971)*

4.2.2. Comportamiento macroscópico en compresión uniaxial

En ensayos de compresión uniaxial con control de deformaciones, van Mier [134](1997), se observa que a partir del nivel de carga máxima la relación tensión-deformación del hormigón comienza a mostrar un decrecimiento gradual de la resistencia con aumento de la deformación axial. Este fenómeno se denomina softening o ablandamiento. En términos de la fisuración, se observa la formación de macrofisuras cuando la carga llega a su valor pico. En principio, es de esperar que las macrofisuras se desarrollen paralelas a la dirección de la sollicitación de compresión. En las regiones de la probeta próximas a los bordes pueden

formarse fisuras inclinadas y distribuidas aleatoriamente con diversas orientaciones Diaz y Hilsdorf, [69](1973). La explicación que normalmente se le da a este patrón de fisuración en las regiones de la probeta cercanas a los bordes está asociada al efecto de confinamiento provocado por la fricción entre mordazas y probeta. Las condiciones de contorno en los límites del espécimen tienen una gran influencia sobre el valor de la resistencia pico y sobre la rama de ablandamiento de la curva tensión-deformación.

Algunas de las etapas del comportamiento material pueden definirse tomando como base el diagrama tensión-deformación en compresión uniaxial para luego relacionarlas con el proceso de daño a nivel mesoestructural, ver figura 4.5, Proença [150], (1988)

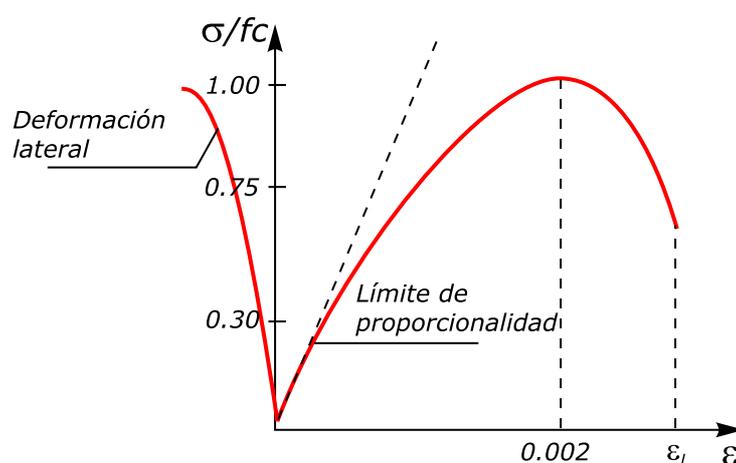


Figura 4.5: *Respuesta típica en compresión uniaxial, Proença (1988)*

- Una fase cuasi-elástica se desarrolla desde el estado inicial hasta que se alcanza un 30 ó 40 % de la resistencia característica a compresión. Esta fase se caracteriza por una rigidez elástica y un módulo de Poisson prácticamente constantes e iguales a los iniciales. En esta etapa, no ocurren alteraciones importantes en la configuración inicial

de las microfisuras, aunque sí se observa una leve no linealidad como consecuencia del deslizamiento entre granos y mortero.

- Una fase no lineal estable se observa a partir de un nivel de tensión de entre un 40 a 50 % de la resistencia característica a compresión, extendiéndose hasta un nivel de un 70-80 % por ciento de la misma. En esta fase la rigidez disminuye sensiblemente pero el coeficiente de Poisson permanece prácticamente inalterado. A partir de aquí, la componente de deformación plástica longitudinal crece lentamente y su componente transversal es prácticamente nula. A nivel mesoestructural, se produce una cierta degradación de la resistencia de la interfase agregado-pasta de cemento y arena.
- Una vez superado el 70-80 % por ciento del valor pico de resistencia, se produce un aumento del módulo de Poisson y una evolución de la deformación plástica. A nivel meso, existe una fuerte interacción entre las fisuras de interfase, siendo ahora las mismas visibles.
- Superada la tensión pico, se produce la denominada rama de ablandamiento, alcanzándose la ruptura del material por compresión. En esta última fase, se produce una fuerte alteración de la microestructura debido a la evolución e interacción entre las fisuras de la matriz de mortero.

La evolución del proceso de daño a partir de las fases no lineales conduce a la anisotropía material, evidenciada por la preponderancia de la microfisuración en la dirección vertical.

Existen un par de aspectos adicionales de la respuesta macroscópica que merecen destacarse:

la variación volumétrica y el cambio del coeficiente de Poisson. En cuanto a la deformación volumétrica, Stroeven [176] (1979) muestra que existe un nivel de tensión de compresión a partir del cual ocurre una reversión en el diagrama de tensión-deformación volumétrica (ver figura 4.6). En esta etapa de reversión de la deformación volumétrica, la superficie de

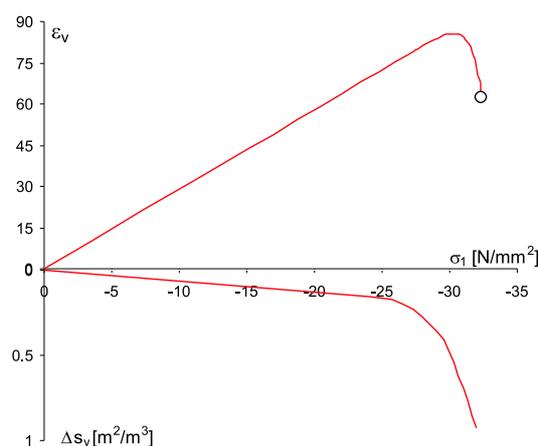


Figura 4.6: *Deformaciones volumétricas y área específica de fisura versus tensión axial aplicada, Stroeven (1979)*

fisuras por unidad de volumen aumenta más rápidamente que en las etapas restantes. En los hormigones normales, un valor típico del coeficiente de Poisson es $\nu = 0.2$, mientras que este valor crece y tiende al valor $\nu = 0.5$ cuando el nivel de tensión se aproxima al valor pico y durante el desarrollo de la rama de ablandamiento. Este fenómeno es consecuencia directa del aumento del área superficial de fisuras, Proença,[150], figura 4.7.

4.2.3. Comportamiento macroscópico en tracción uniaxial

Es sabido que el ensayo de tracción directa en el hormigón es de difícil realización e interpretación. Estas dificultades pueden explicarse principalmente teniendo en cuenta los

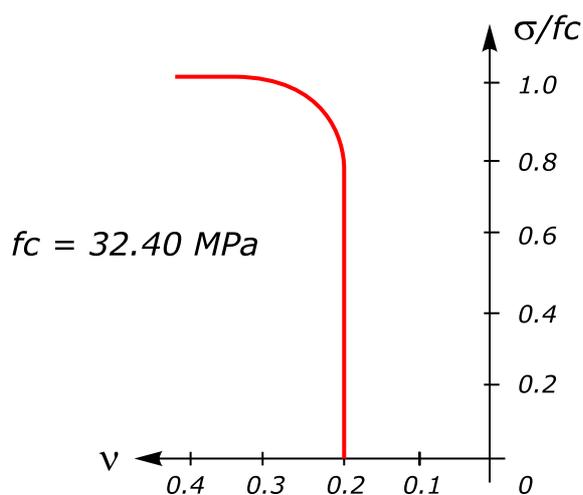


Figura 4.7: *Evolución del coeficiente de Poisson, Proença (1988)*

aspectos siguientes:

- la inestabilidad del comportamiento de postpico
- los efectos de escala, y
- los altos gradientes locales de tensiones

Aparte de los problemas citados previamente, existe una gran sensibilidad en la región entre probeta y mordazas de la máquina de ensayo, existiendo siempre el riesgo de rotura en esta zona. Terrien [183] (1980) obtuvo una curva tensión deformación en base a ensayos de cuerpos de prueba cilíndricos, ver figura 4.8, en la cual podemos distinguir dos etapas: antes y después de alcanzar la tensión pico. Antes de alcanzar el valor de la resistencia característica en tracción, la curva de respuesta es inicialmente una recta que pasa a una forma ligeramente no lineal a partir de superar aproximadamente la mitad del valor de la resistencia a tracción. Esto ocurre como consecuencia de la evolución de la degradación

en la superficie de interfase entre las fases agregado-mortero. Después del pico, la tensión cae fuertemente, y el ensayo se vuelve altamente inestable debido a la formación de fisuras localizadas en la mesoestructura. Si a partir de aquí se somete a la probeta a sucesivos

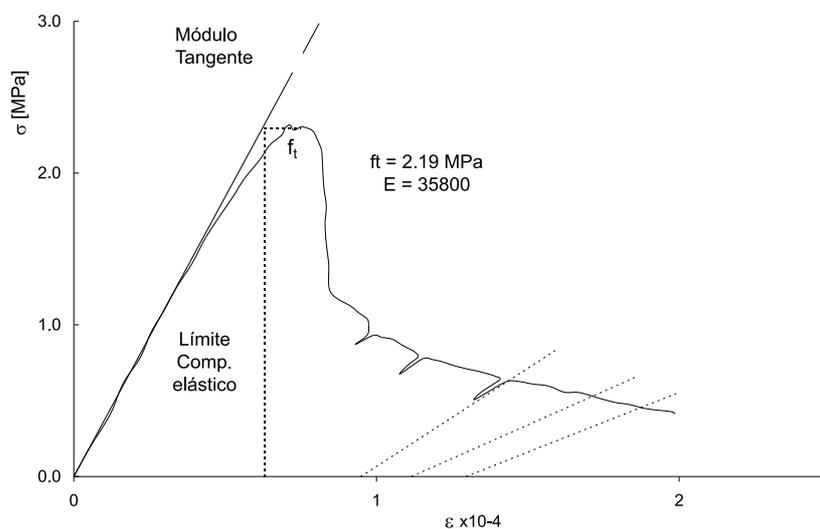


Figura 4.8: *Diagrama tensión-deformación en tracción uniaxial, Terrien (1980)*

ciclos de carga-descarga, se puede verificar una fuerte reducción de la rigidez al final del ensayo, con una reducción del módulo de Young de aproximadamente 10 veces su valor inicial ($E_f/E_0 = 0,1$). Heilmann, Hilsdorf y Finsterwalder, [96](1969), realizaron ensayos de tracción en los que colocaron una serie de extensómetros a lo largo de un cuerpo de prueba, con lo cual pudieron identificar deformaciones localizadas y dar una mejor interpretación de la etapa de postpico. A partir del análisis de sus resultados, se pudo determinar que previamente a la formación de una macrofisura final se produce una fuerte localización de las deformaciones. A partir de un 60 % del valor de la resistencia a tracción, la deformación evoluciona más rápidamente en esta zona que en las otras zonas de la probeta, acentuándose la diferencia a medida que la tensión se aproxima al valor pico. Una vez alcanzado

este, las deformaciones se concentran definitivamente en la zona correspondiente a la fisura final. Las zonas vecina sufren una descarga. La razón principal por la cual se produce la localización de deformaciones es la existencia previa de microfisuras o defectos que originan una variación de los valores locales de resistencia en el interior del material. Teniendo en cuenta la respuesta macroscópica observada y el fenómeno de la localización en particular, Hillerborg y Peterson [100](1981) llegaron a las siguientes conclusiones con respecto a la representatividad del ensayo de tracción en el hormigón:

- Inicialmente, los defectos de la microestructura están distribuidos en todo el volumen de forma aproximadamente uniforme, y en esas condiciones se considera que el comportamiento antes del pico es característico del material y puede ser representado por un diagrama tensión-deformación, ver figura 4.9a)
- Debido a la localización de deformaciones, la respuesta después del pico ya no es representativa del comportamiento del material, sino de la estructura que constituye el cuerpo ensayado. En esta etapa del diagrama tensión deformación corresponde hacer referencia a la relación local $\sigma - w$, con w el desplazamiento de apertura de fisura, ver figura 4.9b)

Respecto a la influencia de la forma o volumen de la probeta sobre la resistencia a tracción directa, la tensión de ruptura es comparativamente menor cuando el volumen es mayor. Asimismo, existe una dispersión mayor de resultados para volúmenes pequeños. Ambos fenómenos son característicos del denominado *efecto escala* o *size effect*, Kadlecěk y Spetla

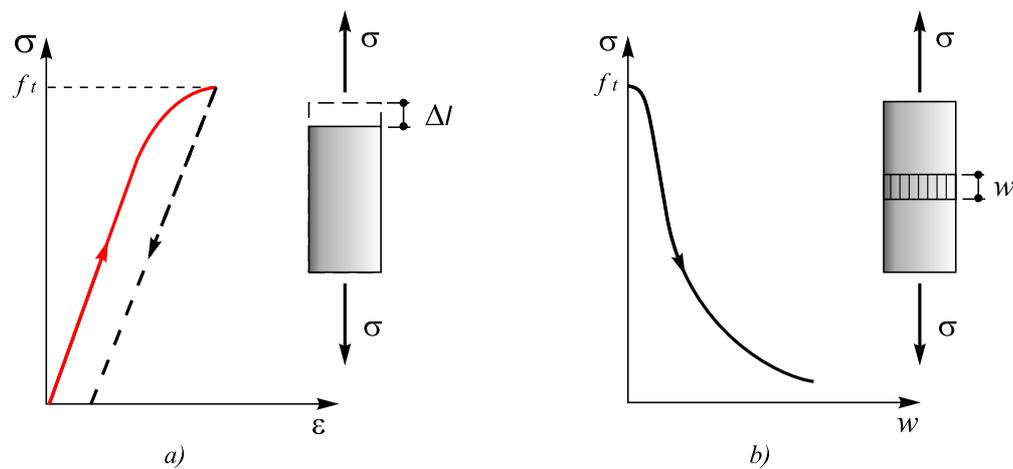


Figura 4.9: *Análisis del ensayo de tracción uniaxial (Hillerborg y Peterson (1981))*

[113] (1967) y L'Hermite [124] (1973). Estos mismos autores realizaron ensayos de tracción directa y de flexión con vigas apoyadas en tres y cuatro puntos. Los resultados obtenidos fueron dispares entre los dos tipos de ensayo (tracción y flexión). Estas discrepancias se relacionaron con la distribución de los defectos en la masa del hormigón y con los gradientes de tensiones. Estos últimos son mucho menores en el caso de los ensayos de flexión. En los ensayos de flexión, el efecto del gradiente de tensiones es mucho menor si se aumenta el tamaño de la muestra, obteniéndose en esta situación valores que se aproximan a la resistencia media obtenida en el ensayo de tracción. Como observaciones complementarias, se destaca que el módulo longitudinal determinado para el hormigón es mayor en el ensayo de tracción que en el de compresión, siendo válido lo inverso para el coeficiente de Poisson.

4.2.4. Comportamiento macroscópico del hormigón bajo sollicitaciones multiaxiales

En la Mecánica del Continuo clásica, el tensor de tensiones puede descomponerse en la suma de una parte volumétrica y otra desviadora $\sigma_{ij} = p_{kk}/3 + s_{ij}$, donde $p_{kk}/3$ representa la parte hidrostática o esférica y s_{ij} es la parte desviadora. Naturalmente, las sollicitaciones aplicadas al hormigón pueden generar estados de tensión de tipo hidrostático, desviador o una combinación de ambos. Mazars, [132], estableció una correspondencia entre el estado de degradación del material y la naturaleza de la sollicitación actuante. En el caso de sollicitaciones multiaxiales, aumenta la consolidación asociada con la compresión producida por la parte hidrostática del estado de sollicitación.

Modos de degradación bajo sollicitaciones multiaxiales

Según Mazars, bajo sollicitaciones múltiples, pueden establecerse tres modos de degradación fundamentales distinguibles a nivel de la mesoestructura:

- decohesión de la interfase matriz-agregado, o de la matriz solamente, con modos de apertura de tipos I, mixto ó I y II.
- decohesión por deslizamiento según modo II (o eventualmente III o combinación de ambos)
- consolidación (o disminución de porosidad) por colapso de la estructura microporosa.

Teniendo en cuenta estos tipos de degradación, se identifican tres categorías de sollicitaciones, a saber:

Solicitaciones Tipo A

Son solicitaciones que conducen al desarrollo de modos de apertura de tipo I, como las que ocurren cuando las elongaciones del material no son impedidas. Las aperturas en modo I se orientan perpendicularmente a la dirección de las solicitaciones de tracción. Esto se ha observado en los ensayos de tracción y compresión directa. En el caso de compresión biaxial, los planos de ruptura son paralelos al plano de carga y perpendiculares a la dirección de extensión. Cualquier proceso que se superponga a un estado de compresión biaxial y que favorezca la propagación del modo I implica una disminución de la resistencia del material. Si, en principio, la resistencia a compresión uniaxial aumenta si se suma un estado de compresión en dirección biaxial, cuando se impone una tracción en la tercera dirección la resistencia disminuye en forma prácticamente lineal con el incremento de la tensión de tracción, ver figura 4.10. Por otro lado, existen diferencias claras entre los valores de

σ_3/f_T	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00
σ_{Imax}/f_C	1.60	0.50	0.25	0.15	0.06	0.00

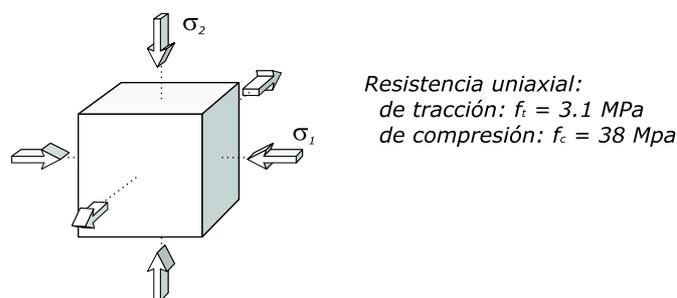


Figura 4.10: *Influencia de la tensión de tracción en un ensayo biaxial de compresión, Mazars (1984)*

resistencia pico obtenidos en los ensayos según las probetas sean cargadas perpendicular

o paralelamente a la dirección de moldeado. La diferencia, menor resistencia en el primer caso con respecto al segundo, se relaciona con la distribución inicial de los defectos en la masa del hormigón.

Solicitaciones Tipo B

Un estado de tensión desviador, superpuesto a un estado de fuerte compresión hidrostática no permite el desarrollo de fisuras en modo I, debido a la restricción de desplazamientos. La fisuración puede ocurrir en este caso en modo II o III. La evolución de la fisuración es estable en la mayor parte del proceso de carga debido a que las irregularidades en los bordes de las fisuras demandan un mayor consumo de energía por la restricción de deformación impuesta al deslizamiento. El comportamiento macroscópico es del tipo dúctil, y se asemeja al de los metales en el sentido de la gran influencia que tiene la parte cortante sobre su comportamiento. En la figura 4.11 se muestra un estado axialsimétrico de tensiones, en el cual se observa un aumento de la resistencia y de la deformabilidad en la dirección de carga (dirección 3) a medida que crecen las tensiones de confinamiento en las direcciones 1 y 2, Proença [150] (1988). Van Mier (1997) presenta curvas tensión-deformación de algunos ensayos en condiciones de deformación plana ($\varepsilon_{22} = 0$), ver figura 4.12. Todos los ensayos fueron realizados con carga perpendicular a la dirección de moldeado de la probeta. De los mismos se concluye que existe un aumento de la resistencia con un aumento de la tensión de confinamiento ($\sigma_3 = \beta\sigma_1, \beta > 0$). Asimismo, el nivel de la deformación asociado a la tensión pico y la rama de 'softening' presenta una forma similar para los tres niveles de confinamiento, indicando un mismo tipo de ruptura. Los cálculos realizados para determinar

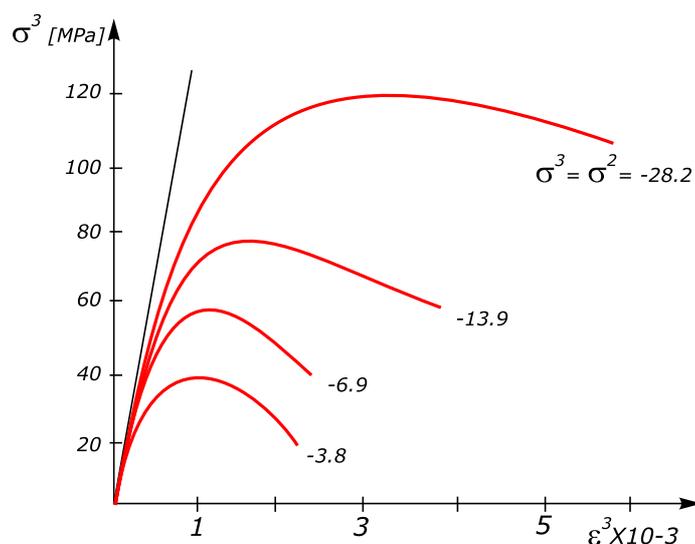


Figura 4.11: *Influencia del confinamiento en un ensayo triaxial, Proença (1988)*

el valor del coeficiente de Poisson en deformación plana revelan valores entre 0.10 y 0.15, menores que los obtenidos en el ensayo de compresión uniaxial. En el caso de compresión triaxial, van Mier presenta curvas tensión-deformación (figura 4.13) para tres niveles de tensión σ_2 ($\sigma_2 = \alpha\sigma_1$ con $\alpha = 0,05; 0,10; 0,33$) y confinamiento $\sigma_3 = 0$ y $\sigma_3 = 0,05\sigma_1$, buscando ilustrar la influencia de la tensión principal intermedia. La diferencia del comportamiento de postpico es apreciable. Los resultados muestran que se puede obtener un crecimiento en la resistencia acompañada de una mayor o menor ductilidad dependiendo de la proporción entre las tensiones. En el hormigón, la anisotropía inicial inducida por el proceso de degradación generado durante el moldeo y cura de la probeta, se manifiesta visiblemente en la respuesta tensión-deformación a medida que la degradación de la microestructura interna evoluciona. Los defectos son mas o menos pronunciados dependiendo de la proporción entre las componentes de tensión triaxiales. En la figura 4.14, se muestran las curvas tensión-deformación para probetas cargadas con las siguientes relaciones de

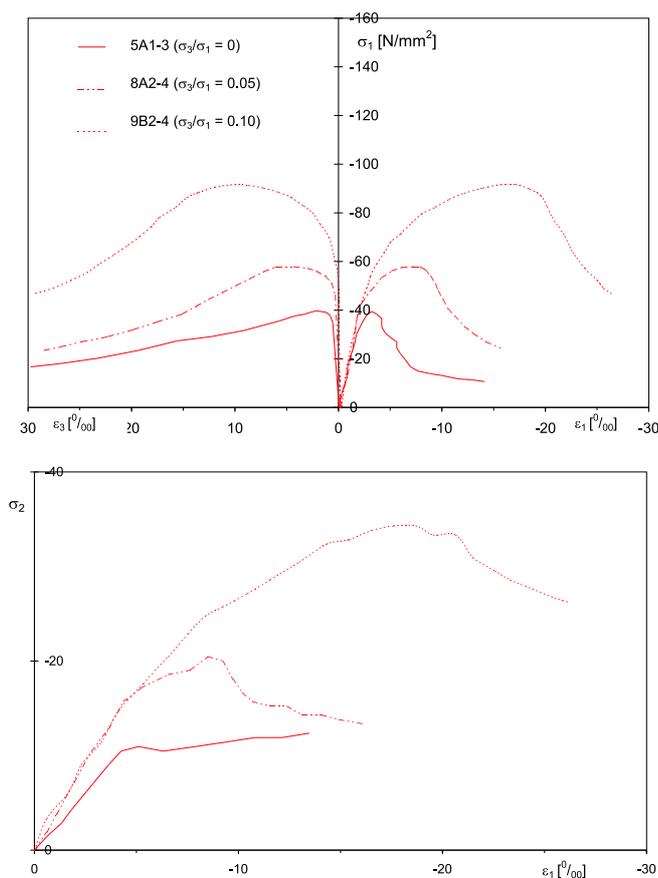


Figura 4.12: *Ensayos experimentales - Deformación plana, van Mier (1997)*

tensión: $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3 = -1/ -0,33/ -0,05$ y $-1/ -0,33/ -0,10$. Para cada proporción un par de probetas fue cargado paralelamente y perpendicularmente a la dirección de moldeo. La respuesta de prepico de los ensayos es afectada por la orientación del campo de microdefectos iniciales con relación al estado de tensión gobernante. En cuanto a los valores de resistencia pico, los resultados de las series triaxiales no mostraron efectos significativos de la orientación de la carga en relación al campo de microfisuras iniciales. Entretanto, para altos niveles de confinamiento existe una indicación de que ocurre un leve crecimiento de la resistencia cuando la carga se aplica paralelamente a la dirección de los defectos iniciales. Cambiando la dirección relativa entre el campo de defectos inicial y la dirección de carga

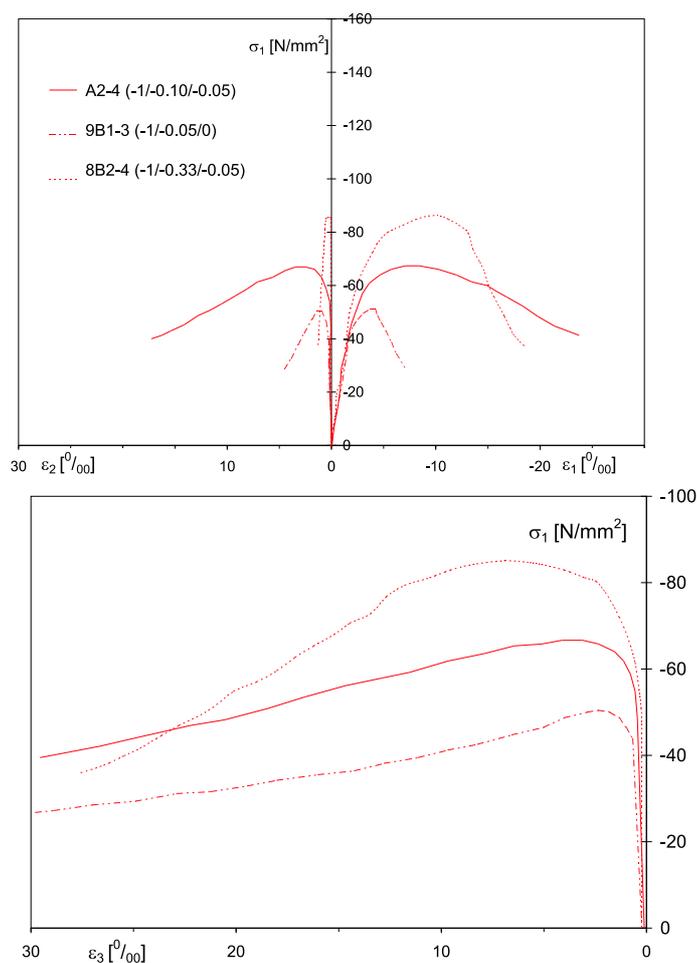


Figura 4.13: *Curvas tensión-deformación para diferentes niveles de la tensión intermedia. Ensayos con $\sigma_3 = 0,05\sigma_1$ y dirección de carga paralela al moldeo, van Mier (1997)*

triaxial aplicada, se observa un incremento de la ductilidad para carga paralela a aquella dirección. Se nota, en particular un significativo aumento de la deformación en coincidencia con los niveles de tensión pico.

Solicitaciones - Tipo C

Este es el caso de la compresión hidrostática. En la figura 4.15 se presenta la curva tensión volumétrica versus variación volumétrica obtenida por Balmer [7](1949). Se pueden distinguir tres etapas:

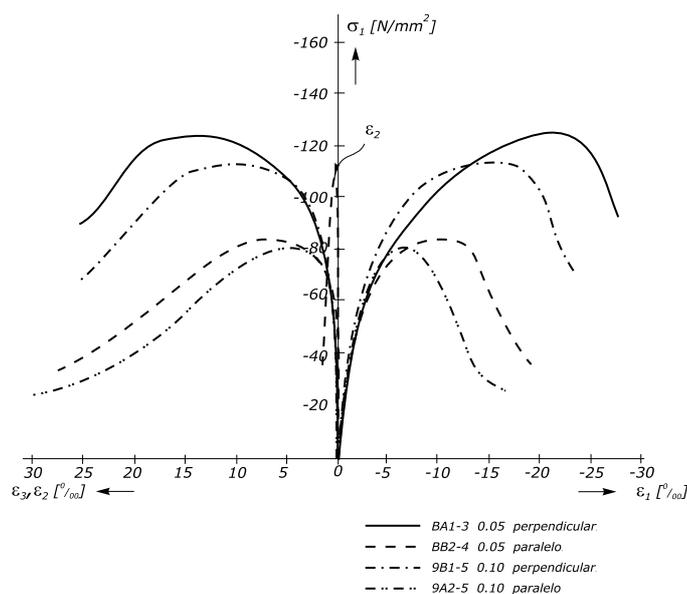


Figura 4.14: *Influencia de la anisotropía inicial en el comportamiento tensión-deformación triaxial, van Mier (1997)*

- una etapa elástica sin degradaciones
- una fase de consolidación en correspondencia con la rotura de la estructura microporosa de la pasta de cemento hidratada
- una fase de endurecimiento ligada al comportamiento del material consolidado.

Para el hormigón sujeto a compresión hidrostática parece no existir, teóricamente, límites para la evolución de las tensiones. El camino de tensión debe, naturalmente, alcanzar un límite de ruptura, pero probablemente ese límite ocurra dentro de una región de compresión triaxial muy alta. Por otro lado, el caso de tracción triaxial no ha sido estudiado extensamente hasta ahora, debido a que ese tipo de sollicitación es muy difícil de reproducir experimentalmente. Teniendo en cuenta el comportamiento en tracción uniaxial, es razonable imaginar que el comportamiento del material bajo tracción hidrostática sería de tipo

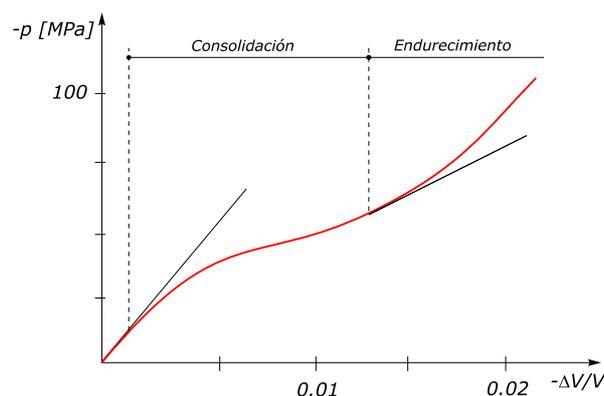


Figura 4.15: *Evolución de la variación volumétrica bajo carga hidrostática, Balmer (1949)*

elástico-frágil.

En la figura 4.16 se observa la clasificación de las solicitaciones en correspondencia con los modos de degradación, según Mazars [132].

4.3. Comportamiento bajo acciones dinámicas

Hasta aquí se han descrito los aspectos salientes del comportamiento mecánico del hormigón bajo acciones cuasiestáticas. Es importante además tener en cuenta que es muy frecuente que las estructuras de hormigón se hallen sometidas a solicitaciones de tipo dinámico, siendo casos típicos las acciones sísmicas, vibraciones, problemas de impacto, etc, ver figura 4.17. En este sentido, los primeros ensayos experimentales tendientes a clarificar la respuesta dinámica del hormigón se realizaron a principios de la década del 40, Evans [82], (1942), Watstein [190], (1953), Hughes y Gregory [103], (1972), Sparks y Menzies, [172], (1973), Ross [154] (1989), Kanstadt [114] (1990), Bischoff y Perry [31], You [196] (1992), Zhou y Hillerborg [197] (1992), entre otros. Esencialmente, se deben distinguir aquí

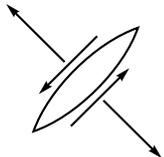
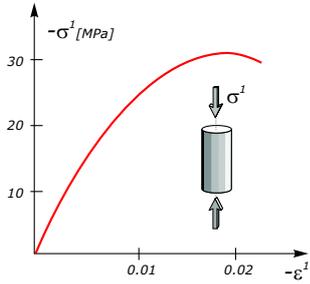
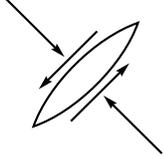
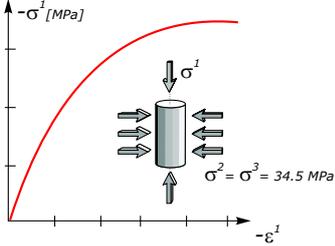
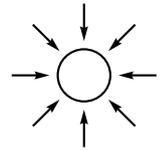
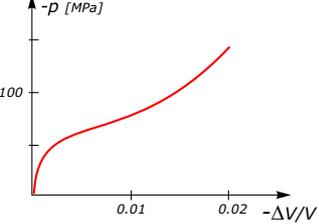
Tipo de Solicitación	Modo de Daño Local	Particularidades	Ejemplo de Comportamiento
<p>A: Uniaxial, biaxial, triaxial con tracción o compresión pura en al menos una dirección</p>	<p>Microfisuración principalmente Alrededor de los granos</p>  <p>Modo I ó I+II</p>	<p>Existencia de un alargamiento en al menos una dirección principal. Comportamiento mas o menos "fragil"</p>	
<p>B: Triaxial de compresión superponiendo una presión hidrostática elevada a un estado desviador</p>	<p>Microfisuración principalmente en Modo II</p> 	<p>Comportamiento dúctil</p>	
<p>C: Triaxial, esencialmente presión hidrostática</p>	<p>Consolidación de la estructura microporosa</p> 	<p>Comportamiento con varias fases (consolidación seguida de endurecimiento)</p>	

Figura 4.16: Clasificación del comportamiento según tipo de solicitación Mazars, (1984)

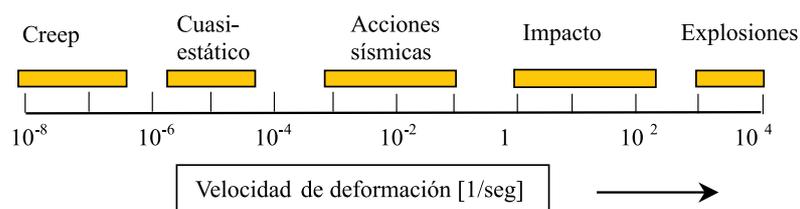


Figura 4.17: *Velocidad de deformación bajo diferentes acciones - Bischoff y Perry (1991)*

dos tipos de efectos tiempo-dependientes:

- *Influencia de la tasa de deformación en el proceso de fractura* (desarrollo de la microfisuración), fenómeno relacionado con la energía de activación necesaria para la rotura de los enlaces interatómicos, y
- *Fenómenos de fluencia lenta y relajación*, bajo carga constante o bajo deformación sostenida, respectivamente.

4.3.1. Evidencia experimental

Los resultados experimentales más recientes concernientes a la respuesta dinámica del hormigón fueron obtenidos por Mindess, [135] (1985), Shah [163] (1985), Reinhardt [152] (1985), You et al [196](1992) y Ross et al [154](1995). Mientras que los primeros ensayos eran dirigidos a lograr un conocimiento cualitativo acerca de los efectos de la variación de la tasa de deformación en propiedades mecánicas relevantes como la resistencia, rigidez, fatiga y absorción de energía, los ensayos más recientes se han orientado a comprender el mecanismo de falla tanto en tracción como compresión, bajo tasas de deformación entre moderadas y altas. La mayoría de los experimentos confirman que la resistencia a tracción

del hormigón es más sensible a la velocidad de deformación que la resistencia a compresión. A partir de esta confirmación, es evidente que la influencia de la micro y macrofisuración es muy significativa a la hora de determinar la incidencia de las tasas de deformación o tensión sobre las propiedades del hormigón. Takeda y Tachikawa [180] observaron un incremento en el módulo de Poisson en el caso de tracción y un decrecimiento en el caso de compresión con el incremento de la velocidad de carga hasta valores cercanos al 40 % del valor de resistencia característica. Birkimer [30] observó que durante ensayos dinámicos de tracción en hormigones realizados con agregados gruesos de tamaño grande se obtenía un incremento de resistencia mayor que en los realizados con agregados gruesos de menor tamaño. Otro aspecto importante que se observó experimentalmente es que bajo cargas repetidas este aumento de resistencia dinámica se reducía en gran medida.

El comportamiento dinámico de falla en tracción ha sido estudiado por Gran [89], en especial en lo que concierne al desarrollo de las microfisuras. La velocidad en estos ensayos fue de aproximadamente 20 seg^{-1} aplicada mediante una súbita liberación de una presión impuesta previamente. En estos ensayos, las ondas de presión liberadas se transmiten hacia el centro de la probeta generando una tensión dinámica de tracción derivada de la liberación de la tensión de compresión inicial. Durante el ensayo, las magnitudes monitoreadas eran la deformación y presión. Finalmente, se estimaba la reducción de rigidez y la resistencia dinámica. Como resultado de esto, se encontró que la tensión de tracción medida superaba la resistencia a tracción en más de un 40 %. En ensayos realizados en régimen de ablandamiento, los ensayos indicaron que la sobrerresistencia dinámica superaba en alrededor de

un 30 % a la resistencia estática. En el caso de pruebas con confinamiento, se alcanzaron sobrerresistencias de alrededor de un 50 %.

Por otro lado, se llevaron a cabo diferentes ensayos con el objeto de estudiar el proceso de propagación de la microfisuración. Se concluyó que la velocidad de propagación de la onda en la probeta tenía influencia en el valor de sobrerresistencia alcanzada. Shah [163] y Koermeling [117] indicaron que debido a que no se habían registrado en los experimentos velocidades de propagación mayores de 100 m/seg, es decir, cerca de un 5 % de la velocidad de propagación de las ondas de Rayleigh c_R , para una relación v/c_R pequeña no podía explicarse el factor de sobrerresistencia observado solamente por el efecto de la velocidad de la onda.

En cuanto a la sobrerresistencia dinámica en compresión, Malvern [130] realizó ensayos mediante el dispositivo denominado *Barra de Presión de Hopkinson*, ver figura 4.18 a altas velocidades de deformación (entre 10 seg^{-1} y 100 seg^{-1}), demostrando la importancia de la consideración de la velocidad de deformación y alcanzando valores de sobrerresistencia dinámica de alrededor del doble del valor estático. La existencia de una presión de confinamiento debido a efectos inerciales sólo fue significativa para niveles de deformación cercanos a la deformación de rotura, estimándose valores cercanos al 25 % de la resistencia estática en el centro de la probeta y cercanos al 20 % a una distancia igual a la mitad del radio de la probeta medida desde el centro del espécimen. En otros ensayos, realizados sobre probetas cilíndricas de hormigón, primeramente se aplicó una presión de confinamiento en forma estática, y luego se impuso una carga de tracción o compresión en forma dinámica. Las

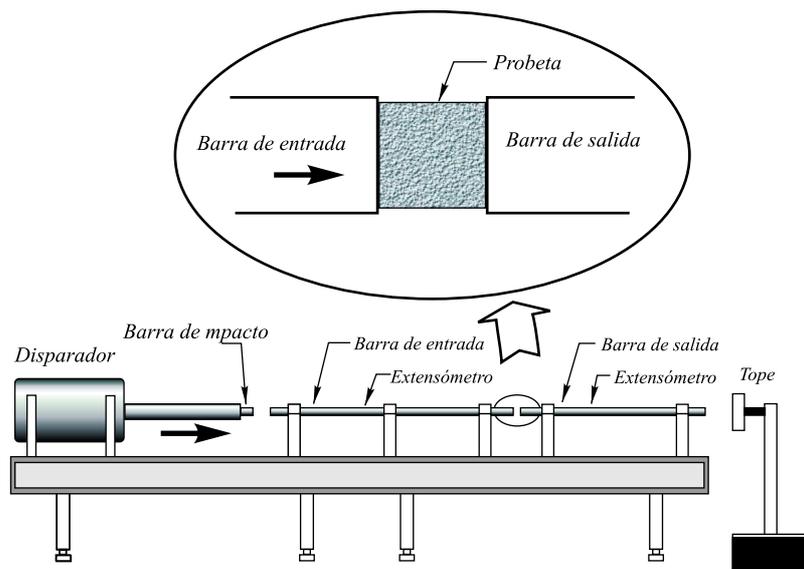


Figura 4.18: *Dispositivo de Hopkinson para carga dinámica*

tensiones de falla observadas a tres diferentes niveles de velocidad de deformación (entre $1 \cdot 10^{-6} \text{seg}^{-1}$ y 1seg^{-1}) no mostraron diferencias significativas al relacionarse con la tensión uniaxial de compresión correspondiente al ensayo no confinado a cada velocidad particular, Takeda [181].

4.3.2. Interpretación del Proceso de falla en tracción. El efecto Stefan

Desde un punto de vista físico, el *efecto Stefan* puede ayudar a comprender mejor las causas de la sobrerresistencia del hormigón cuando se somete a cargas dinámicas, Rossi y Toutlemonde [156](1996). Este efecto puede sintetizarse como sigue: si una película viscosa delgada se sitúa entre dos placas perfectamente planas las cuales sufren un movimiento relativo a una velocidad $v = du/dt$, la película ejerce una fuerza viscosa sobre las placas

de una magnitud proporcional a la velocidad de separación relativa entre las mismas, ver figura 4.19. La fuerza generada por este mecanismo puede evaluarse mediante la siguiente expresión

$$F = \frac{3\eta V^2}{2\pi d^5} v \quad (4.3.1)$$

siendo F la fuerza generada, η la viscosidad de la película delgada, d la separación inicial

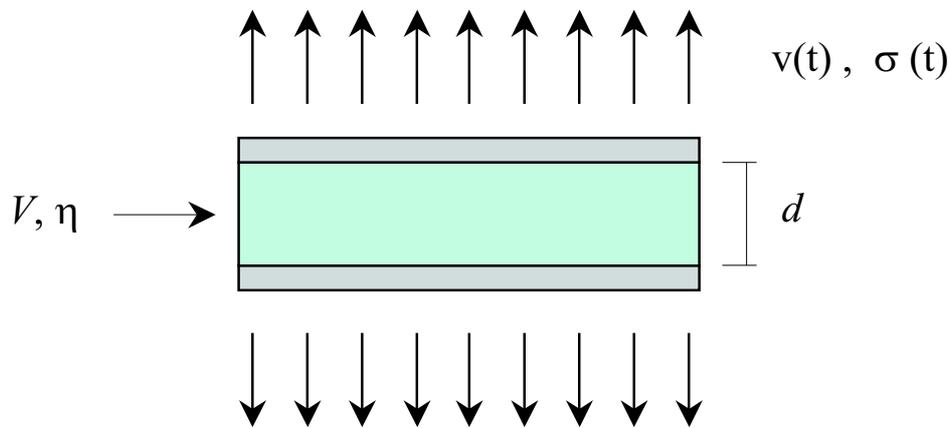


Figura 4.19: *Efecto Stefan*

entre las placas, v la velocidad y V el volumen de la película viscosa. Dado un estado de tracción en el hormigón, y bajo la hipótesis de que el agua libre contenida en los microporos del mismo origina un mecanismo de este tipo en su esqueleto sólido, el cual para este fin puede asimilarse a una serie de placas interconectadas entre sí, es posible comprender el porqué es tan grande el efecto de sobrerresistencia que se produce ante la sollicitación de cargas de naturaleza dinámica. Un aspecto importante que cabe aclarar, es que experimentalmente se ha comprobado que si las probetas de hormigón se someten a un proceso de secado previo a la aplicación de cargas dinámicas, no se observan incrementos de resistencia para velocidades de deformación de hasta 1.0 seg^{-1} . Otro aspecto que debe tenerse presente

es que para el mismo límite de velocidad de deformación, diversos autores coinciden en que el efecto inercial puede despreciarse y que toda la sobrerresistencia se debe sólo al efecto viscoso. Por encima de estos valores de la tasa de deformación, se aprecia la sensibilidad de los especímenes a la velocidad de carga, tanto en los que contienen humedad normal como en los sometidos a procesos de secado. Esto es debido a que para tasas de deformación superiores a 1.0 seg^{-1} , predomina el efecto inercial por sobre el viscoso.

4.3.3. Proceso de falla dinámica en tracción

La explicación física de la sobrerresistencia bajo estados de tracción basada en el efecto Stefan nos permite comprender el proceso de falla considerando dos estados, a saber:

- *Estado previo a la localización de deformaciones:* en este estado, el efecto viscoso puede ocasionar un tiempo de retardo en el inicio y propagación de las primeras microfisuras. Este tiempo de retardo en la aparición de las microfisuras se traduce en un incremento de la tensión pico y en un aumento del módulo de elasticidad del hormigón, siendo mucho mayor el primero que el segundo, Toutlemonde [184](1993). Esto se debe a que en el caso del módulo de elasticidad, los agregados juegan un rol importante y no están sujetos al efecto Stefan, a menos que sean muy porosos y estén húmedos.
- *Estado posterior a la localización:* en este estado, las fuerzas de inercia no pueden despreciarse y el efecto Stefan actúa impidiendo la formación de macrofisuras y tendiendo a originar un patrón de fisuración más difuso. Al mismo tiempo, las fuerzas

de inercia actúan en diferentes formas. En primer lugar, durante la aceleración inicial que se produce al imponer las cargas en forma dinámica y luego, durante el proceso de fisuración, afectando el desarrollo de la zona de proceso de fractura debido a que durante la evolución de las fisuras los bordes de las mismas cambian de velocidad rápidamente. Las fuerzas de inercia producen efectos similares al efecto Stefan, produciendo un retardo en la aparición de las primeras fisuras e impidiendo la formación de macrofisuras. Es claro que, aún cuando ambos efectos puedan actuar simultáneamente, se activan dependiendo de la velocidad de carga impuesta.

El mecanismo de falla en tracción puede sintetizarse como sigue:

1. Para velocidades de deformación moderadas, de hasta 1.0 seg^{-1} , la sobrerresistencia observada puede atribuirse en forma preponderante al mecanismo viscoso similar al efecto Stefan. Este mecanismo tiende a evitar el inicio de la microfisuración provocando un aumento de la tensión máxima (nivel material) y también la formación de las macrofisuras que conducen a la falla de la probeta (nivel estructural).
2. Para tasas de deformación mayores hasta 10.0 seg^{-1} , las fuerzas de inercia se vuelven preponderantes. En forma similar al efecto Stefan, estas fuerzas actúan impidiendo el inicio y formación de microfisuras y la propagación de las macrofisuras. El aumento de resistencia a tracción a estas velocidades se atribuye mayormente a un efecto inercial-estructural y no a un comportamiento intrínseco del material.
3. La acción conjunta de las fuerzas viscosas y de inercia tienen el efecto de incrementar el

módulo de Young del material en aproximadamente un 10 %, mientras que la relación de sobrerresistencia dinámica (FSD), alcanza aproximadamente el valor 2.

4.3.4. Proceso de falla dinámica en compresión

El mecanismo de falla del hormigón en compresión puede explicarse a partir del conocimiento del proceso de falla en tracción, debido a que el proceso de falla bajo estado de compresión se inicia por una microfisuración originada por un estado de tensión. El comportamiento tiempo-dependiente a velocidades entre moderadas y altas surge de una transición a partir del comportamiento de falla bajo cargas muy lentas (fenómeno de creep). Los efectos combinados viscoso/inercial, que crecen a medida que aumenta la velocidad de deformación generan una mayor rigidez y por lo tanto, restringen la deformación en el sentido longitudinal. La deformación lateral, que es proporcional a la longitudinal se ve también reducida, siendo el efecto final el de reducir la formación de fisuras, y por consiguiente, evitar la formación de una macrofisura que conlleve a la falla del espécimen. En cuanto a la velocidad de deformación límite a partir de la cual las fuerzas de inercia se vuelven predominantes frente a las viscosas, existen indicios acerca de que dicho límite se situaría cerca de 20 seg^{-1} . En base a los resultados de los experimentos y observaciones realizadas por los distintos autores, cabe preguntarse aquí si los resultados de los procesos de falla dinámicos reseñados reflejan realmente el comportamiento material del hormigón o, si por el contrario, son el resultado de la generación de estados de tensión inhomogéneos por influencia de diversos factores, como ser condiciones de borde impuestas por cada ensayo

en particular. Brace et al. [38](1971) y Janach [108](1976) fueron los primeros autores en sugerir que el efecto de la sobrerresistencia a compresión en el hormigón se debía a un efecto de confinamiento inducido por el material periférico de la probeta sobre el núcleo central de la misma, como consecuencia de la acción de las fuerzas de inercia.

Como conclusión final y en base a los reportes disponibles de diferentes investigadores, podemos decir que el mecanismo de falla dinámica en hormigón ni la influencia de la tasa de deformación en las propiedades mecánicas del mismo están aún hoy comprendidos cabalmente, sobre todo bajo estados de compresión, habiéndose llegado a un cierto consenso en cuanto al mecanismo de sobrerresistencia en tracción, el cual se atribuye principalmente a la acción del agua libre, sobre todo en el rango de velocidades de deformación de hasta 1.0 seg^{-1} .

En cuanto a las discrepancias entre algunos resultados disponibles en la literatura experimental, las principales dificultades surgen del hecho de que no todas las magnitudes que influyen en el resultado de los ensayos pueden medirse directamente, y por lo tanto deben inferirse en forma indirecta o a partir de simulaciones numéricas. Otras fuentes importantes de discrepancias se relacionan con la configuración propia de cada ensayo e incidencia de efectos locales.

En base a la amplia evidencia experimental disponible y, pese a la fuerte dependencia del método de ensayo en los resultados obtenidos por distintos autores, se pueden extraer algunas conclusiones generales. En primer lugar, existe una amplia coincidencia con respecto a que el material experimenta una rigidización fuertemente dependiente de la velocidad

de aplicación de la carga. A pesar de que son varios los parámetros afectados durante los ensayos dinámicos (módulo de Poisson, módulo de elasticidad longitudinal, capacidad de absorción de energía, etc.), los parámetros más afectados son las resistencias a tracción y a compresión. Las siguientes fórmulas resumen los resultados obtenidos en la bibliografía citada previamente, y fueron recopilados por Reinhardt [152] en un estudio para el Comité Europeo del Hormigón (CEB-FIP 90), figura 4.22:

- a) La variación de la resistencia a compresión para tasas de deformación moderadas

($\dot{\epsilon} \leq 30 \text{ seg}^{-1}$), puede caracterizarse como

$$\frac{f'_c(din)}{f'_c(est)} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{1,026\alpha} \quad (4.3.2)$$

con $\alpha = 1/(5 + 9f'_c(est)/f_{cmo})$ (MPa) un coeficiente que considera el hecho de que cuanto más resistente es el hormigón, menor es la sobrerresistencia dinámica del mismo.

El factor f_{cmo} es igual a 10 MPa. Para tasas de deformación mayores a $\dot{\epsilon} = 30 \text{ seg}^{-1}$, se propone la siguiente expresión para estimar la sobrerresistencia dinámica

$$\frac{f'_c(din)}{f'_c(est)} = \beta \dot{\epsilon}^{1/3} \quad (4.3.3)$$

donde $\log \beta = 6.156\alpha - 2$. Este último valor resulta de una extrapolación a partir de experimentos realizados sobre muestras de roca y no sobre probetas de hormigón.

- b) El incremento de la resistencia a tracción para el mismo rango de velocidades puede estimarse mediante las fórmulas ($\dot{\epsilon} \leq 30 \text{ seg}^{-1}$)

$$\frac{f'_t(din)}{f'_t(est)} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{1,016\delta} \quad (4.3.4)$$

y para $\dot{\epsilon} > 30 \text{ seg}^{-1}$

$$\frac{f'_t(din)}{f'_t(est)} = \eta \dot{\epsilon}^{1/3} \quad (4.3.5)$$

donde $\log \eta = 7.112\delta - 2.33$ y $\delta = 1/(10 + 6f'_c(est)/f_{cmo})$ (MPa).

- c) La variación del módulo de Young con la tasa de deformación puede estimarse en el caso de compresión como

$$\frac{E(din)}{E(est)} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{0,025} \quad (4.3.6)$$

y en el caso de tracción

$$\frac{E(din)}{E(est)} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{0,016} \quad (4.3.7)$$

Las fórmulas anteriores son recomendadas por el CEB-FIP 1990, y reproducen los siguientes aspectos básicos del comportamiento material bajo carga dinámica:

1. Si se representa la relación Factor de Sobrerresistencia Dinámica (*FSD* o Dynamic Increase Factor *DYF*) versus velocidad de deformación en escala logarítmica, se obtiene una función bilineal, con un cambio en la pendiente en un valor próximo a los 30 seg^{-1} .
2. El *FSD* es mayor para hormigones de baja resistencia.
3. El *FSD* se calcula relacionando las resistencias dinámicas observadas con una *resistencia cuasiestática* que corresponde a una velocidad específica de $1.10^{-6} \text{ seg}^{-1}$.
4. El *FSD* es diferente para tracción y para compresión, siendo mucho mayor en el primer caso.

5. Las fórmulas anteriores se modifican para tasas de deformación entre moderadas y bajas con el fin de ajustar los ensayos experimentales en ese rango, ver figura 4.25.

Cabe aclarar que las relaciones anteriores fueron obtenidas a partir de experimentos con carga uniaxial monotónicamente creciente hasta la falla. Prácticamente, no existen resultados experimentales para estados de carga multiaxiales. No se cuenta con datos experimentales acerca del comportamiento de pospico en tracción. En compresión, Dilger [70](1978) obtuvo resultados experimentales que cubren la rama de ablandamiento. Estos resultados se emplean en el Capítulo 8 para contrastar la performance numérica del modelo de interfase, ver figura 4.27.

- d) La determinación de la energía de fractura G_f resulta afectada también por la velocidad con que se lleve a cabo el ensayo. Los resultados experimentales de diferentes autores indican que cuanto mayor es la velocidad de carga, mayores son los valores de la carga pico obtenida y de la energía de fractura calculada, Wittmann [195]. Asimismo, se determinó que para velocidades menores que la indicada para los ensayos cuasiestáticos, se obtienen menores valores de carga pico y energía de fractura, ver figuras 4.20 y 4.21.
- e) Influencia del tamaño de la probeta (*size effect*): ensayos realizados en especímenes de hormigón de diferentes tamaños muestran que existe una influencia de la velocidad de aplicación de la carga en relación a la altura de la muestra, Bazant y Gettu

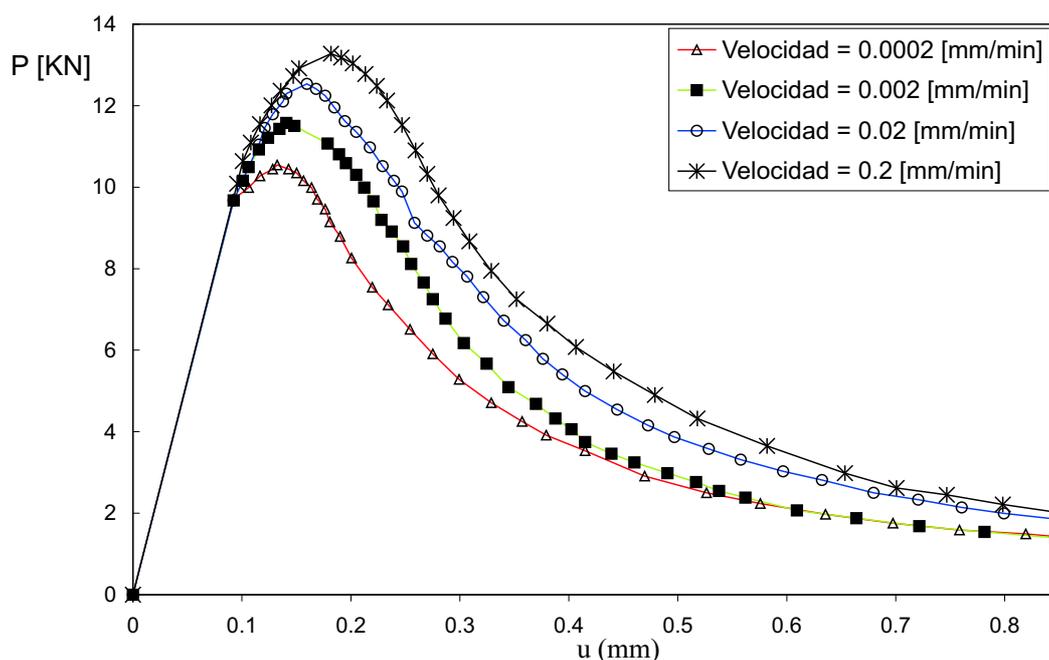


Figura 4.20: *Efecto de la velocidad de carga en la energía de fractura G_f , Wittman (1985)*

[13](1990). Las conclusiones de estos investigadores fueron que cuanto mayor es el tamaño (altura) de la probeta, mayor es la influencia que la tasa de deformación tiene en el valor de carga pico, hallándose que para tasas crecientes, se obtenían mayores valores de resistencia en los casos de las probetas más altas.

En relación al método de ensayo, existe en la literatura una amplia variedad de metodologías propuestas con el objeto de determinar experimentalmente la respuesta dinámica del hormigón. La elección de uno u otro tipo de dispositivo es función del rango de velocidades en estudio en cada caso particular. En los ensayos experimentales con tasas de deformación entre $1.E-6 \text{ seg}^{-1}$ y 1 seg^{-1} se emplearon dispositivos hidráulicos, Bresler y Bertero [39]. Para velocidades de carga mayores, entre 1 seg^{-1} y 10 seg^{-1} se emplearon dispositivos de impacto tipo martillo, Watstein [190], mientras que para ensayos experimentales con tasas

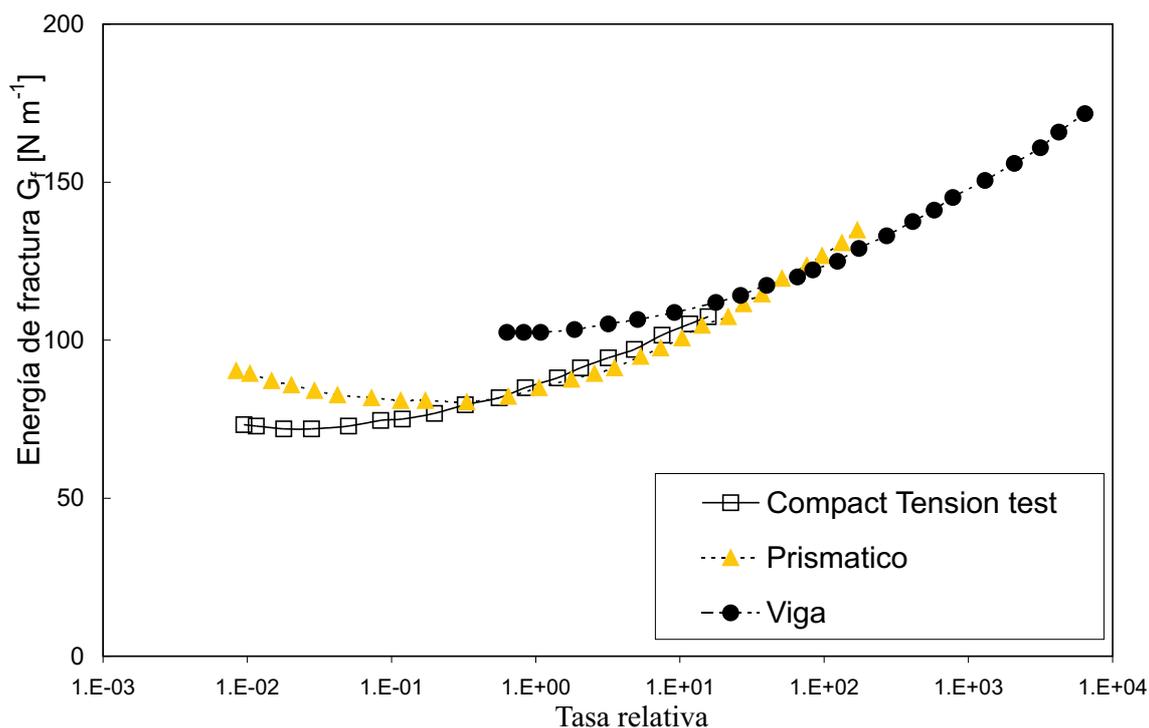


Figura 4.21: *Influencia del método de ensayo en el valor de G_f , Wittman (1985)*

de deformación mayores se usa el dispositivo denominado Barra de Presión de Hopkinson (Split Hopkinson Pressure Bar - SHPB), Ross y Tedesco [154], figura 4.18. En la figura 4.22 se presenta en escala logarítmica la variación del factor de sobrerresistencia dinámica en función de la tasa de deformación para un rango de la misma entre $1.E^{-6} \text{ seg}^{-1}$ y $1.E^2 \text{ seg}^{-1}$, Reinhardt [152](1985). Como se observa, existe una fuerte dispersión entre los resultados de distintos investigadores, alcanzándose relaciones de hasta 10 veces el valor de la resistencia estática en algunos casos. En la misma figura, se grafica en línea llena la relación de resistencia dinámica recomendada por el Comité Europeo del Hormigón (CEB) para hormigones con una resistencia característica a compresión de 30 MPa y de 70 MPa. Un importante hecho deducido de los ensayos, y en el cual hay coincidencia entre los distintos trabajos experimentales es que la sobrerresistencia dinámica alcanzada es mayor en el

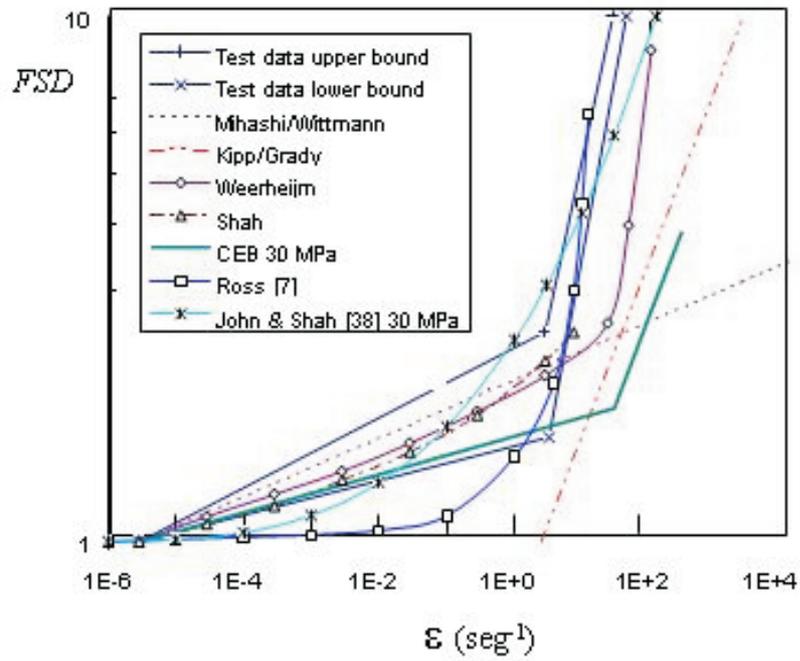


Figura 4.22: Resultados experimentales versus teóricos, Reinhardt (1985)

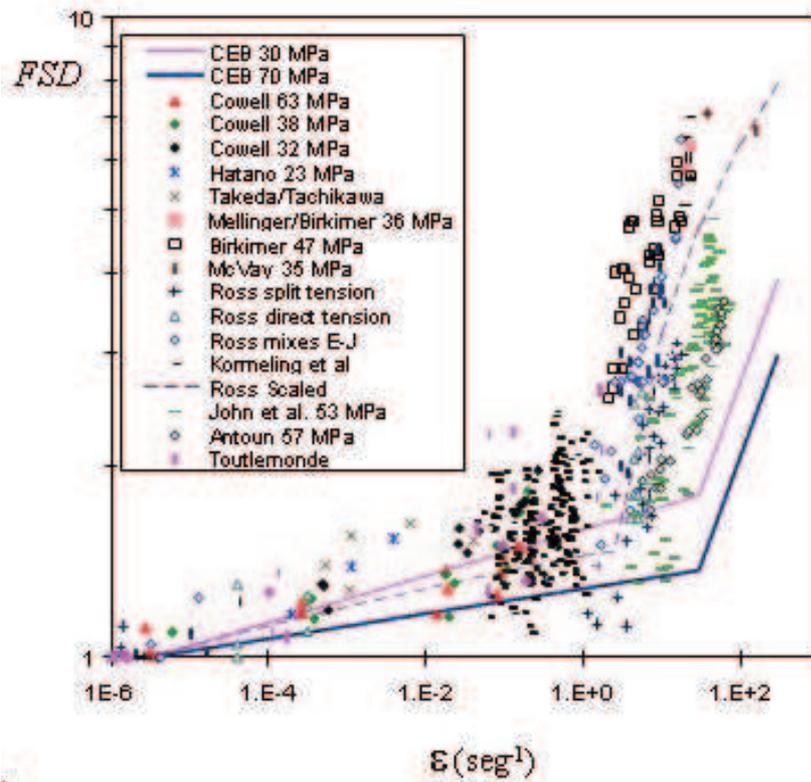


Figura 4.23: Datos de Ross y recomendación CEB

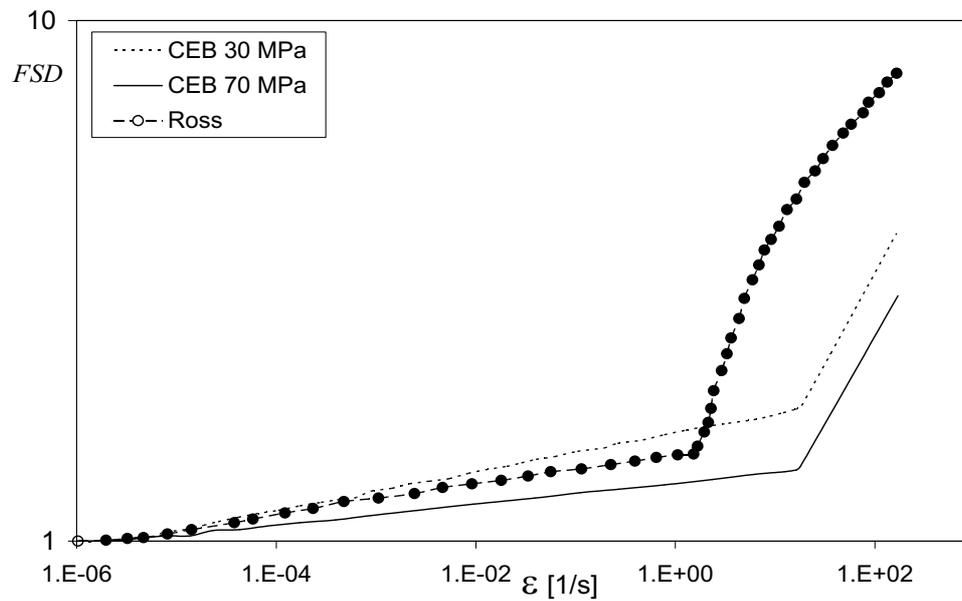


Figura 4.24: Datos de Ross y recomendación CEB para tracción

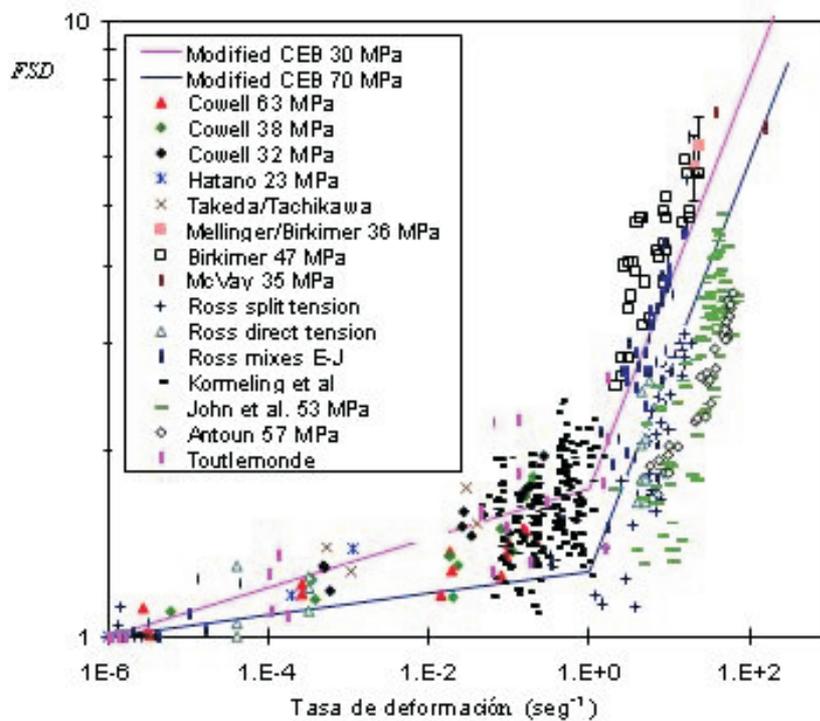


Figura 4.25: Curvas modificadas CEB para tracción

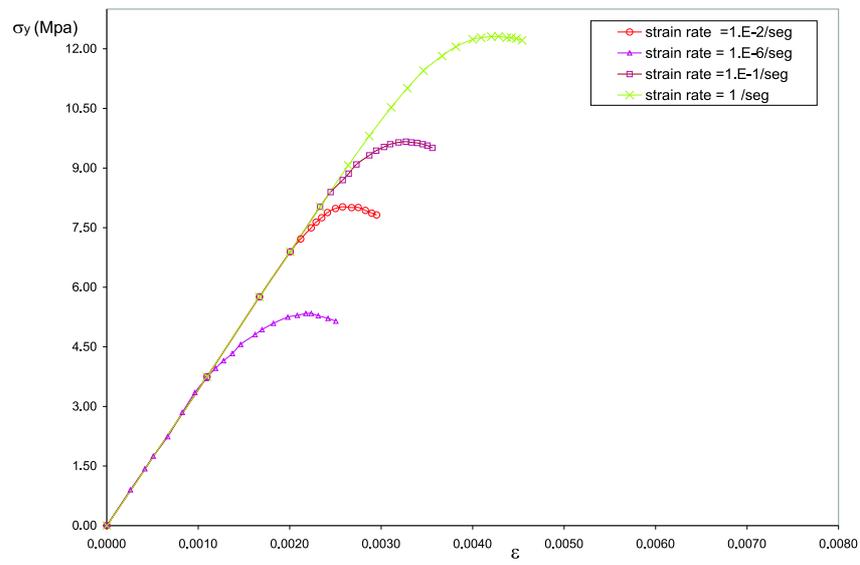


Figura 4.26: *Ensayo dinámico de tracción - Suaris-Shah (1985)*

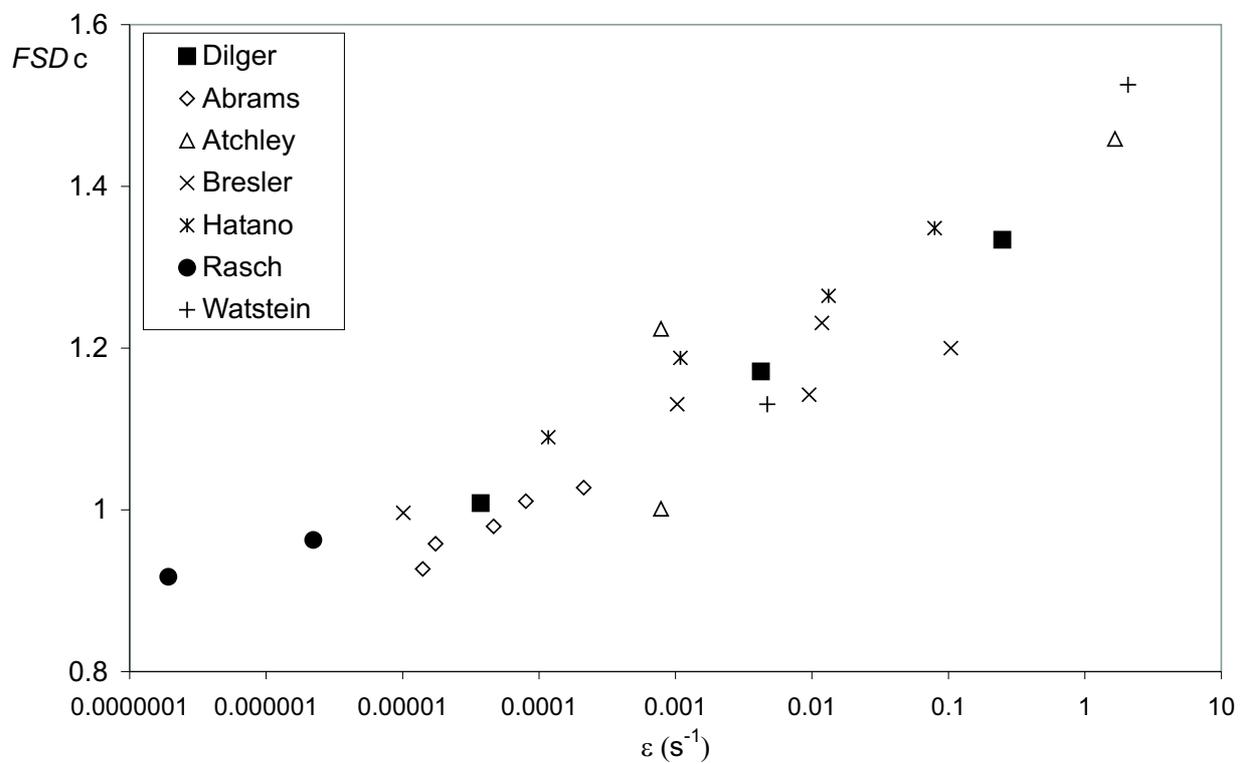


Figura 4.27: *Resultados experimentales - Compresión uniaxial, Reinhardt (1985)*

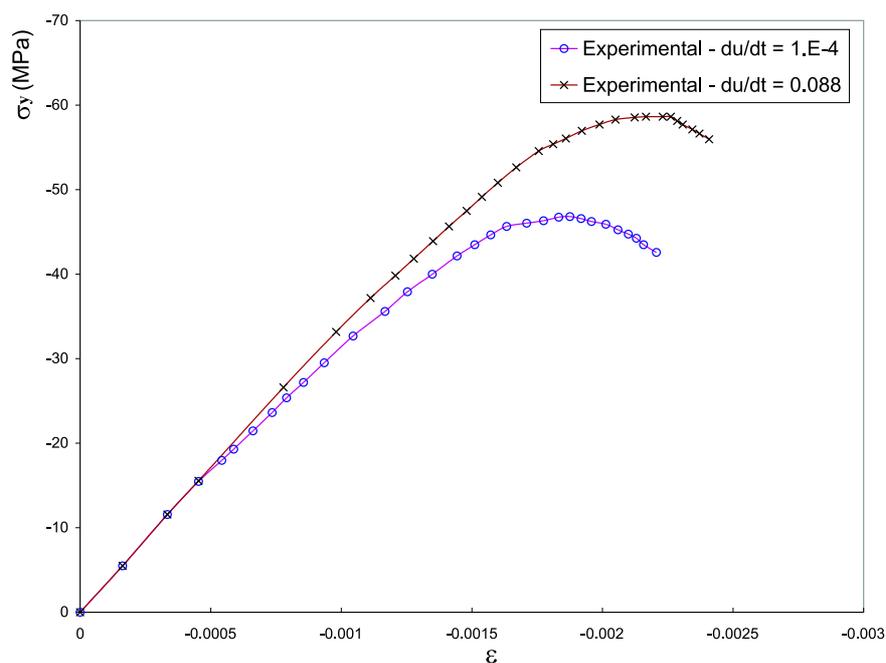


Figura 4.28: *Ensayo dinámico de compresión - Suaris y Shah (1985)*

caso de ensayos de tracción que en compresión, siendo de más del 200 % en el primer caso y de alrededor del 40 % en el segundo para velocidades de deformación de hasta 1/ seg, Suaris y Shah, figuras 4.26 y 4.28. La rigidización experimentada por el hormigón ante el incremento de la velocidad de carga se atribuye generalmente a la influencia de los efectos inercial y viscoso en el proceso de microfisuración. Otro aspecto relevante para considerar la dependencia temporal del proceso de fractura es el fenómeno de inversión del ablandamiento en endurecimiento con el cambio de la tasa de velocidad, luego de alcanzado el pico. Los resultados experimentales en compresión de Dilger (1978) y los resultados en tracción y compresión obtenidos por Suaris-Shah (1985) se emplearán en el Capítulo 8 de esta tesis para calibrar el modelo numérico de interfase y el modelo a nivel macromecánico (Modelo

Extendido de Leon) bajo diferentes velocidades de deformación en el rango de velocidades moderadas, en el cual puede considerarse que el efecto de sobrerresistencia dinámica es debido predominantemente a los efectos viscosos.

4.4. Comportamiento del hormigón bajo cargas sostenidas

La *reología* es la ciencia que estudia la variación en el tiempo de las características de deformación de un material. En el hormigón, los fenómenos reológicos son de una naturaleza muy compleja, y su estudio tiene una gran importancia en el análisis de estructuras pretensadas, estructuras esbeltas o construidas mediante procesos evolutivos y estructuras con grandes volúmenes de hormigón.

Los principales fenómenos reológicos a considerar en las estructuras de hormigón son la fluencia lenta o (*creep*), fenómenos de retracción y envejecimiento y procesos de relajación de tensiones ante estados de deformación sostenida. Con respecto a la retracción, es una contracción independiente del estado tensional y se produce debido a gradientes de humedad que afectan al material. El término envejecimiento se refiere a la variación de las propiedades mecánicas del hormigón con el tiempo por evolución del proceso de maduración. Los fenómenos de retracción y envejecimiento evolucionan independientemente del estado tensional y no serán tratados en este trabajo.

El fenómeno de fluencia lenta o *creep* puede definirse como el aumento de deformación que

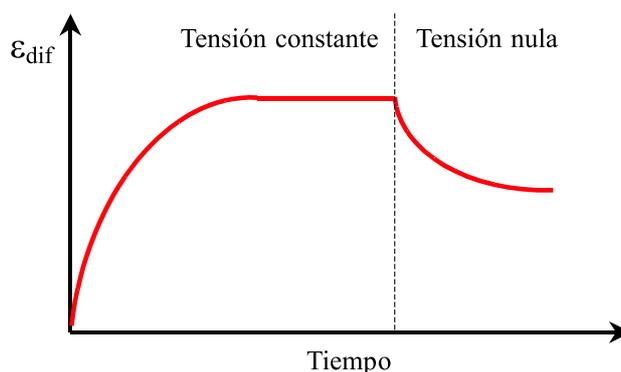


Figura 4.29: *Curva de deformación en el tiempo bajo carga constante*

sufre una estructura cuando se la somete a cargas sostenidas (o tensiones) de larga duración en el tiempo. Se han propuesto varias teorías para explicar este fenómeno, pero todas coinciden en que existe una combinación de tres mecanismos principales que le dan origen: en primer lugar, la fluencia lenta es causada por la migración del agua presente en los microporos de la matriz. Esta migración se produce cuando se aplica un estado de tensión al material. El segundo mecanismo es la rotura y restablecimiento de las uniones a nivel microscópico, considerándose que este segundo mecanismo es originado por el primero. El tercer hecho es la formación de microfisuras en la matriz, siendo esta degradación de rigidez la causa de la respuesta no lineal bajo carga constante, Neville [141](1970). Una curva típica deformación-tiempo se muestra en la figura 4.29. La estructura se carga hasta alcanzar un determinado porcentaje de la resistencia característica, y se mantiene constante. Al principio la deformación crece rápidamente y luego de algunos años, tiende asintóticamente a un valor límite, a pesar de que en teoría la deformación diferida crece durante toda la vida de la estructura. Si la estructura se descarga, una parte de la deformación se recupera,

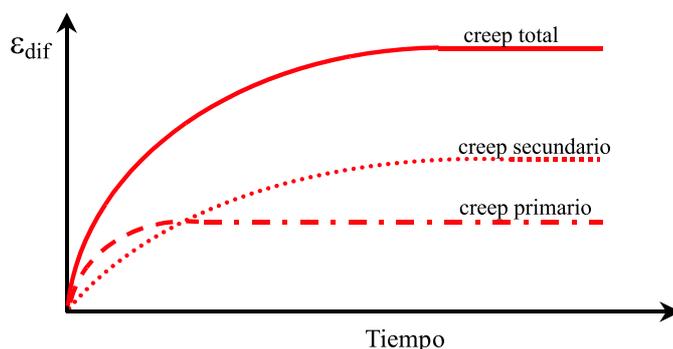


Figura 4.30: *Deformaciones bajo carga sostenida*

variando en general este porcentaje entre un 10 % y 25 %, Neville [141](1996). El resto de la deformación es permanente. Con el objeto de separar las deformaciones recuperables de las permanentes, Ishai [107](1962) realizó una serie de ensayos a carga sostenida sobre probetas de hormigón cargando a diferentes edades, para luego restar la deformación recuperable de la total, ver figura 4.30. La parte de la deformación que se recupera se denomina creep primario mientras que la parte no recuperable se divide en dos partes llamadas *creep secundario* y *creep terciario*. La cantidad de deformación diferida que se produce es función de la magnitud de la tensión aplicada a la estructura. En la figura 4.31 se muestra este efecto para diferentes relaciones σ/f'_c . Hasta un cierto valor de esta relación, la deformación diferida es prácticamente proporcional a la carga aplicada. Superado este nivel, la deformación crece de un modo casi exponencial. Este fuerte comportamiento no lineal se relaciona con el desarrollo de la microfisuración de la matriz, y es de carácter permanente. Eventualmente, este mecanismo puede producir el fenómeno denominado *rotura diferida*.

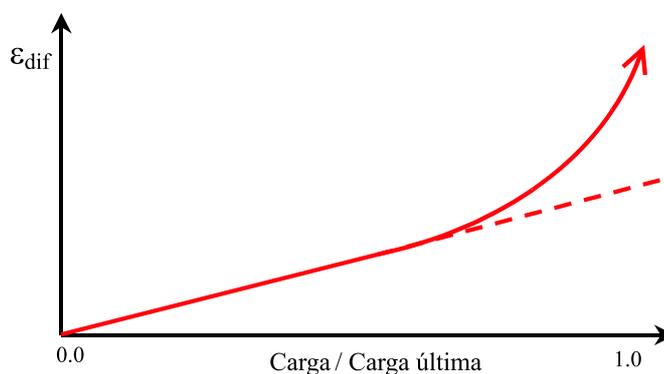


Figura 4.31: *Influencia del nivel de tensión*

Normalmente, la deformación por creep se determina restando de la deformación total sufrida por el espécimen bajo carga, la suma de las deformaciones instantáneas (elástica), la contracción por fraguado y las deformaciones de origen térmico si las hubiera. Inicialmente, la deformación por fluencia lenta o creep del hormigón se inicia con una tasa de crecimiento elevado, la cual decrece paulatinamente hasta prácticamente estabilizarse luego de un lapso de tiempo suficientemente largo. En base a las observaciones experimentales, pueden identificarse tres etapas en la curva de creep básico del hormigón, ver figura 4.32:

- Creep primario: éste tiene lugar cuando la tensión aplicada es menor que la resistencia a largo plazo del hormigón.
- Creep secundario: se caracteriza por una aceleración de la tasa de deformación de la probeta antes de la falla bajo cargas de larga duración. La etapa secundaria o creep secundario ocurre sólo si el nivel de tensión excede la capacidad de carga a largo plazo del espécimen.

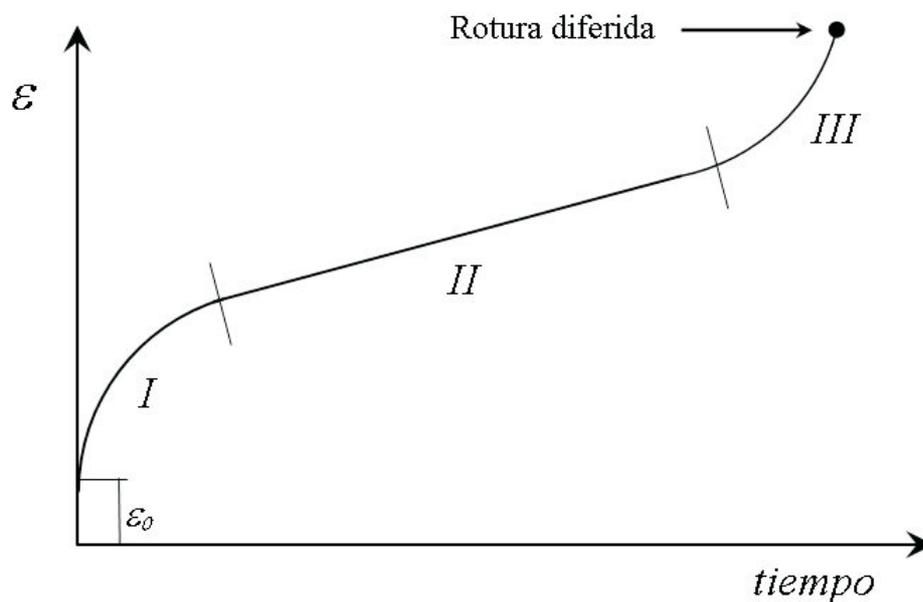


Figura 4.32: *Etapas del proceso de creep en hormigón*

- Creep terciario: esta etapa se caracteriza por un rápido aumento de la tasa de deformación, que durante el creep secundario se mantiene prácticamente constante. Se produce previamente al fenómeno denominado *rotura diferida*.

El creep secundario y el creep terciario son de carácter irrecuperable, y por lo tanto no pueden representarse por medio de la teoría reológica viscoelástica. Es aquí donde cobra relevancia la teoría de la viscoplasticidad. Con respecto a la interpretación de las causas de este fenómeno, diversos autores coinciden en afirmar que el creep se relaciona con la redistribución interna de agua capilar y agua adsorbida (contenida en la pasta cementicia), la cual depende del nivel de tensión por carga externa aplicada a la probeta. En este sentido, existe consenso en que la parte lineal del creep es debida a la naturaleza reológica (viscosa) del gel que compone la matriz cementicia en conjunción con fenómenos de tipo capilar. La

disminución de la deformación por fluencia en el tiempo se explica por un incremento de la viscosidad del gel cementicio sumado a una reducción de su volumen relativo debido a la evaporación del agua y a un fenómeno de cristalización de los componentes del gel. Además, la disminución de la deformación por creep tiene que ver con un proceso de transferencia de tensiones de la pasta cementicia hacia los agregados. La presencia de humedad en la pasta de cemento genera defectos en la microestructura de la misma luego de que ésta se evapora, lo que facilita la deformación por fluencia, aún bajo cargas de baja intensidad. Este fenómeno se potencia por la acción de la viscosidad de los cristales en la pasta de cemento ya fraguada. Investigaciones realizadas por Rossi [155](1988) indican que en una estructura de hormigón sometida a cargas de larga duración se desarrollan microfisuras que afectan el balance termodinámico del sistema. Las moléculas de agua comienzan a migrar desde los microporos hacia estas microfisuras, aumentando la velocidad del proceso de pérdida de humedad de la pasta cementicia del espécimen. El creep de la pasta de cemento se relaciona con el movimiento interno de agua adsorbida o agua intercrystalina, Neville [140](1972). Esto se ha confirmado mediante ensayos de carga sobre probetas sometidas previamente a un proceso de secado, las que no evidenciaron deformación por fluencia. La complejidad del fenómeno descrito hace que en el cálculo práctico de la deformación final por fluencia, los códigos de construcciones promuevan fórmulas simplificadas, deducidas en base a ajustes estadísticos de las curvas experimentales y en las que intervienen los principales factores que afectan al fenómeno, dada la imposibilidad de plantear una formulación físico-química que describa el problema con la exactitud suficiente y que al mismo tiempo sea aplicable a nivel práctico.

4.5. Principales factores que afectan el creep del hormigón

El principal factor que afecta el valor de la deformación por creep es la intensidad de la carga aplicada y su duración en el tiempo; sin embargo, también ejercen influencia sobre la deformación total la composición del hormigón, las condiciones ambientales, y el tamaño de la probeta. En la composición del hormigón, los principales factores a considerar son la relación agua/cemento, la cantidad de agregados y la calidad y tipo de cemento. Un incremento en el valor de la relación agua/cemento provoca un incremento de la deformación por creep. Los agregados actúan restringiendo la deformación de la pasta de cemento, por lo que un aumento en el tamaño de los mismos conduce a una menor deformación por creep. Los efectos de la composición del hormigón sobre la deformación por creep han sido estudiados por Zia et al.[198](1991), [199](1993) y Collins [56](1989). Respecto a la calidad del hormigón, los experimentos indican que los hormigones de mayor resistencia son menos sensibles a las cargas de larga duración que los hormigones normales. Numerosos ensayos indican que la deformación por creep es proporcional al valor de la carga aplicada para niveles bajos de tensión, es decir, que no superen el 50 % de la resistencia a compresión del material. Este rango de proporcionalidad se debe a que la microfisuración abarca gran parte de la probeta, sin formar bandas localizadas o macrofisuras. Esta es la razón por la cual prácticamente todos los reglamentos de construcciones (ACI 209, CEB-FIP 78, CEB-FIP

90, etc.) emplean ecuaciones de predicción cuyo límite superior coincide con el mencionado, y sólo son aplicables dentro del rango de proporcionalidad.

4.6. Teorías recientes

En 1997, Bažant et al. [15] proponen una nueva teoría física junto con un nuevo modelo constitutivo que considera los efectos a largo plazo de los procesos de envejecimiento y secado. Introducen la *Teoría de la Solidificación*, en la cual se considera que el término de flujo viscoso en la función $C(t, t')$ depende de un estado de tensión que se produce debido a la formación de uniones que se generan entre los microporos del gel de la pasta cementicia. La pasta cementicia endurecida es un material altamente poroso, cuyos poros tienen una elevada superficie interna. Existe una gran cantidad de agua distribuida en la mezcla en forma de agua libre y físico-químicamente ligada. Esto provoca que a nivel de la microestructura el nivel tensional se encuentre controlado por fuerzas de origen capilar y de adsorción. La pequeña dimensión de los microporos hace que el agua genere una presión sobre las caras de los geles (Bažant [18](1970), Bažant y Najjar [23](1972), Wittmann [194](1980). Esta microtensión de compresión, que puede alcanzar valores muy elevados, superiores a los 170 MPa, debe compensarse con tensiones de tracción, que se desarrollan en parte en el esqueleto sólido y en parte en puentes o uniones entre las paredes de los geles. Esta tensión de tracción es la que se denomina *microtensión*, y es la que origina un estado de tensión de pre-tensión sobre el esqueleto, ver figura 4.33.

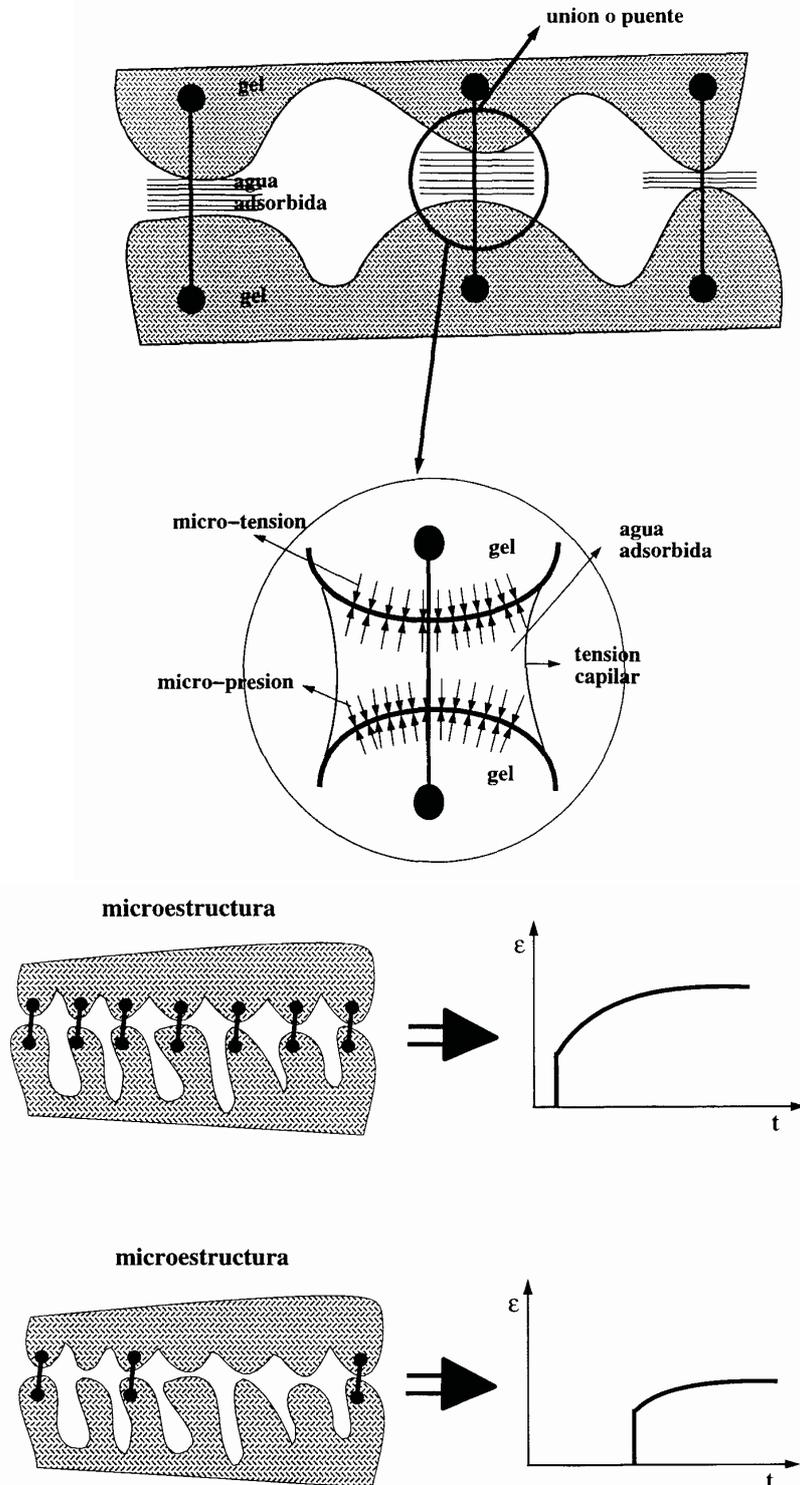


Figura 4.33: Teoría de la solidificación, Bazant (1997)

Bažant [16](1997), sugiere que estos deslizamientos se producen en las uniones entre las paredes donde existe agua adsorbida. Para que exista un deslizamiento entre las paredes, debe existir una componente de tensión tangencial derivada del estado de microtensión. Esta es la razón de la interpretación a nivel macroscópico del fenómeno de fluencia como la manifestación de deslizamientos entre las capas de gel de los puentes o uniones en los puntos de la matriz en los que se originan las microtensiones. A medida que este proceso avanza, las microtensiones se van relajando y la deformación por fluencia es cada vez menor en el tiempo, ver figura 4.33. El creep de largo plazo, tanto el desviador como el volumétrico, se supone como consecuencia de deslizamientos viscosos de corte entre las paredes enfrentadas de los microporos. De acuerdo con esta teoría, el proceso de envejecimiento a largo plazo se produce debido a la relajación de este estado de microtensión. El efecto Pickett (creep por secado), es también justificado por los cambios que ocurren en el estado de tensión de los microporos del hormigón en conjunción con los cambios de humedad en la microestructura capilar de la pasta cementicia.

En relación a la precisión de los modelos de predicción, Kawano et al. [115](1996), realizaron investigaciones numéricas empleando Modelos Integrales Hereditarios y No Hereditarios (es decir, basados en variables de estado), considerando varias alternativas de integración y comparando precisión, grado de convergencia, etc. Este autor encuentra similar precisión al comparar ambos clases de modelos, y postula que los mejores resultados se obtienen al emplear la tensión media de cada intervalo en lugar de la tensión correspondiente al paso inmediato anterior. Bažant y Xi [27][1995] postulan que el creep básico es la deformación

del hormigón en el tiempo bajo cargas sostenidas y en ausencia de flujo de humedad. Esta definición corresponde a la deformación diferida bajo carga sostenida de probetas selladas, es decir, en las cuales se impide el intercambio de humedad con el medio que las rodea. Al igual que otras propiedades del hormigón, el valor máximo que alcance la deformación diferida depende de la edad del mismo, como consecuencia de los procesos químicos asociados a la hidratación del cemento que se desarrollan durante un largo período en la vida del material. En este trabajo se formula la *Teoría de la Solidificación* con un espectro continuo de retardo, y se muestra cómo este espectro continuo puede identificarse a partir de curvas de creep para luego convertirlo en un espectro discreto para el empleo en modelos numéricos. Granger y Bazant [91] (1995), proponen un modelo compuesto de dos niveles para predecir el creep básico durante el envejecimiento del hormigón a partir de su composición y sus constituyentes. A un nivel macroscópico, el hormigón se considera un compuesto con agregados elásticos embebidos en una matriz (la pasta cementicia) a la cual se asigna el comportamiento reológico y de envejecimiento. El comportamiento reológico del compuesto se modela mediante una combinación de modelos serie-paralelo en los cuales una parte de la matriz se combina en paralelo con el agregado y el resto de la matriz se acopla en serie con este modelo en paralelo. La parte de la pasta cementicia que se acopla en paralelo se determina como la cantidad de mortero necesario para llenar los vacíos cuando el agregado se encuentra a un máximo nivel de compacidad. El resto de la matriz se acopla en serie. A nivel microscópico, la matriz se considera como un compuesto en el que los granos no hidratados del cemento se encuentran rodeados del gel cuyos vacíos se suponen llenos de

agua o aire. El envejecimiento se tiene en cuenta mediante una extensión de la Teoría de la Solidificación, en la cual el constituyente que sufre la deformación diferida (el gel de la pasta cementicia), se considera como viscoelástico sin envejecimiento. Las propiedades de envejecimiento se asignan totalmente a la reacción química que ocurre en la porción de pasta cementicia afectada por las uniones en la estructura microporosa. Prato [92](1999) propone un modelo termo-químico-mecánico acoplado para estudiar el comportamiento de hormigones en edad temprana. El comportamiento a largo plazo se modela mediante una combinación de la Teoría del Daño y la viscoelasticidad. El comportamiento a corto plazo se considera mediante la Mecánica del Daño Continuo, proponiéndose un nuevo formato de normalización que permite introducir el fenómeno del envejecimiento en una manera simple. Los efectos a largo plazo se incluyen incorporando la teoría de las microtensiones. El acoplamiento higroscópico y térmico con el fenómeno de creep han sido estudiados por Bažant y Hauggaard [15](1999), quienes presentan un modelo matemático para creep en hormigones que incluye el efecto térmico, y es válido tanto para hormigones en edades tempranas y hormigones maduros. En este modelo, las características mecánicas evolucionan de acuerdo con el proceso de hidratación y el agua térmicamente activada de la microestructura. La activación térmica se rige por el principio de Arrhenius. Los cambios de temperatura generan un desbalance en la microestructura caracterizado por un estado tensional de micropretensión. Este estado tensional es el que genera una reducción de rigidez y un consiguiente aumento de la tasa de deformación diferida. El envejecimiento del material

se plantea de un modo incremental, reflejando el hecho de que durante el proceso de hidratación las nuevas capas de cemento hidratado se solidifican libres de tensión, generando incremento de rigidez. Baweja et al. [9](1998) demostraron que la Mecánica de Materiales Compuestos Elásticos puede adaptarse para predecir el creep básico con envejecimiento por hidratación. El modelo se basa en la composición de un hormigón dado, empleando las constantes elásticas de los constituyentes y asignando las características de envejecimiento a una pasta de mortero que se supone sigue una ley viscoelástica. Con el fin de convertir el problema de creep con envejecimiento en un problema de deformaciones inelásticas en un compuesto elástico se empleó el criterio de Granger y Bažant [91](1995), el cual se basa en la teoría del módulo de envejecimiento efectivo. Este modelo fue calibrado en base a los ensayos de Counto [59](1964).

4.7. Interpretación de la fisuración bajo carga lenta

Las deformaciones diferidas que se producen bajo cargas aplicadas a muy baja velocidad contribuyen a la pérdida de rigidez, lo que se observa claramente en las curvas de la figura 4.34. Este proceso de degradación de la estructura del hormigón puede interpretarse a distintas escalas de observación:

- *Escala macro*: el aumento progresivo de las deformaciones diferidas introduce variaciones en la cinética de deformación de la etapa de creep terciario, conduciendo a la falla por fluencia o rotura diferida del elemento estructural.

- *Escala meso*: la disminución de rigidez de la mesoestructura del material corresponde a una serie de procesos irreversibles los cuales se traducen en la aparición de fisuras. Este proceso de fisuración comienza por la apertura de las interfases más débiles (interfases mortero-agregado), y eventualmente se propaga por el seno de la matriz de mortero. Esto resulta finalmente en la separación de la pasta de mortero alrededor de los agregados. Este proceso de fisuración puede conducir a la rotura de la estructura para niveles de tensión equivalentes a la resistencia intrínseca del material, Smadi et al. [170] (1989).
- *Escala micro*: la ruptura de los enlaces entre partículas se produce como resultado de la velocidad de deformación, la cual varía según la configuración particular de la zona donde se desarrolla el proceso de fisuración, el cual se encuentra en estado inestable. La evolución del proceso de fisuración depende de la microestructura (tipo y cantidad de agregados, contenido de agua, contenido de cemento, etc.). En las regiones de la microestructura en donde se producen las menores velocidades ($\dot{\epsilon} \rightarrow 0$), se produce un proceso de relajación de tensiones que a su vez se combina con el proceso de fluencia y deviene en una rotura diferida más lenta y más dúctil, lo que puede manifestarse a nivel mesoestructural mediante la aparición de patrones de fisuración difusos o distribuidos, a diferencia de lo que ocurre con la predicción de fisuración de otros modelos, basados en la viscoelasticidad, los cuales no consideran la influencia del efecto acoplado entre velocidad de deformación y el proceso de creep o relajación y por lo tanto, conducen a una fisuración más localizada.

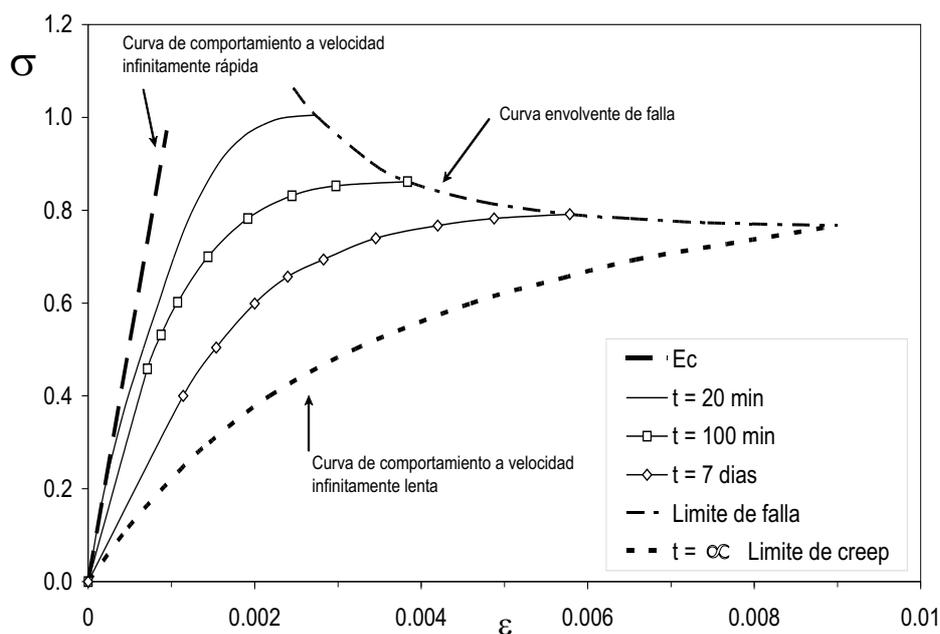


Figura 4.34: *Isócronas de comportamiento del hormigón en compresión, Rusch (1960)*

En la figura 4.34, la curva situada hacia la izquierda representa el caso de carga a una velocidad infinitamente rápida, y representa el límite del comportamiento dinámico. En el otro extremo del gráfico, la curva situada hacia la derecha representa una carga infinitamente lenta, representando el caso estático. Teniendo en cuenta estas consideraciones, la velocidad de referencia cuasi-estática $\dot{\epsilon}^*$ puede interpretarse como el límite entre dos fases de comportamiento claramente diferenciadas, a saber: a) la fase cuasi-estática/dinámica, para valores de la velocidad de deformación superiores a $\dot{\epsilon}^*$ y b) la fase cuasi-estática - estática para valores de velocidad de carga menores a $\dot{\epsilon}^*$. Teniendo presentes estas observaciones, la obtención de las curvas isócronas para un modelo que incluya efectos de tasa como el presentado en este trabajo, debería basarse en el denominado "ensayo de flujo", propuesto por Chen y Wang [52](1993), ver figura 4.35. En el ensayo propuesto por estos autores se

consideran dos etapas: en la primera, la carga se aplica a una velocidad $\dot{\sigma} = 0.05$ MPa/seg, hasta el instante t_0 , a partir del cual comienza la segunda etapa del ensayo en la cual la velocidad de aplicación de la carga se anula $\dot{\sigma} = 0.00$ MPa/seg. Esta es la metodología que se emplea en los ensayos numéricos de fluencia que se presentan en el Capítulo 9 de este trabajo.

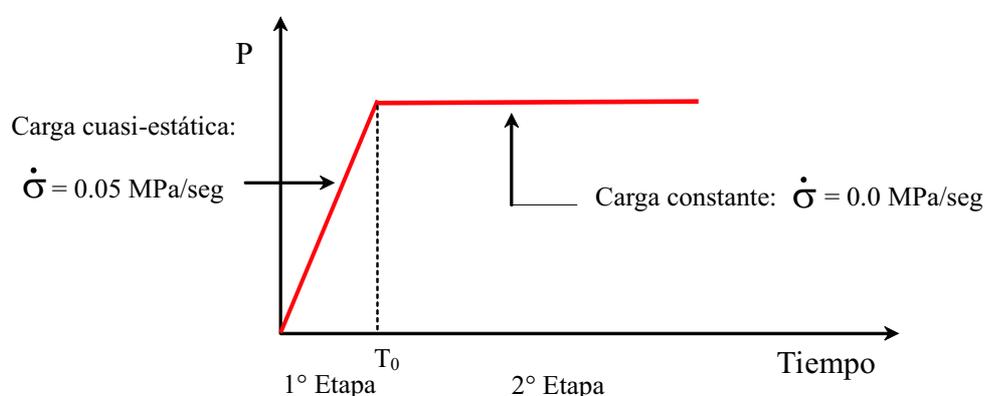


Figura 4.35: Variación de carga en el ensayo de fluencia, Chen y Wang (1993)

4.8. Modelos de predicción de creep

4.8.1. Modelos Viscoelásticos

Los primeros intentos por modelar en forma teórica el fenómeno de creep se hicieron empleando modelos basados en la viscoelasticidad. El inconveniente que se presenta aquí es que al realizar la descarga, toda la deformación viscoelástica se recupera, lo cual se contradice con la experiencia que indica que existen deformaciones de tipo permanente.

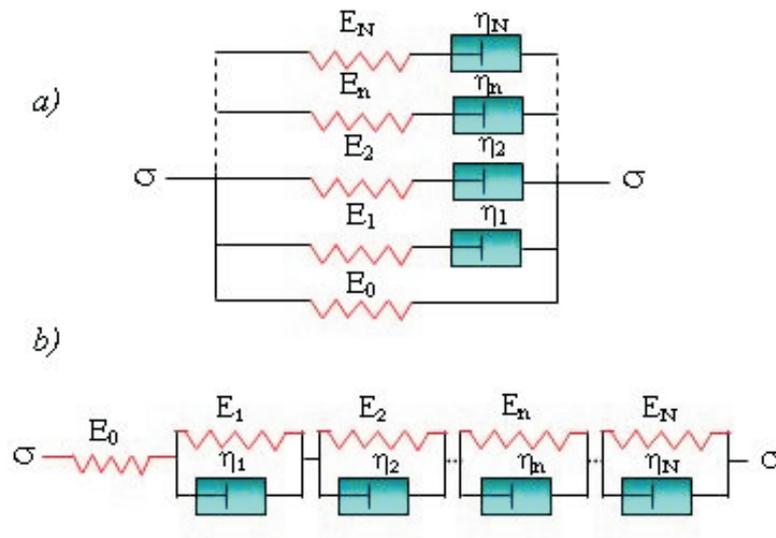


Figura 4.36: Modelos reológicos Viscoelásticos: a) Maxwell b) Kelvin

Este tipo de modelos se emplea para estudiar la parte recuperable de la deformación. Las formulaciones más empleadas dentro del marco de la teoría de la viscoelasticidad son los modelos reológicos de Kelvin o de Maxwell, figura 4.36.

En estos modelos, E representa la rigidez elástica del resorte y η_{ve} la viscosidad del dispositivo de amortiguación. En el modelo reológico de Kelvin, los dispositivos elásticos (resortes) y viscosos (amortiguadores) se conectan en serie, mientras que en el de Maxwell se disponen en paralelo. En general, la cadena de Kelvin es conveniente para representar el fenómeno de creep, mientras que la de Maxwell lo es para modelar problemas de relajación. En el caso simple de un estado tensional uniaxial, la cadena de Maxwell se describe por la fórmula

$$\sigma = \left[E_0 + \sum_{i=1}^n E_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right] \varepsilon \quad (4.8.1)$$

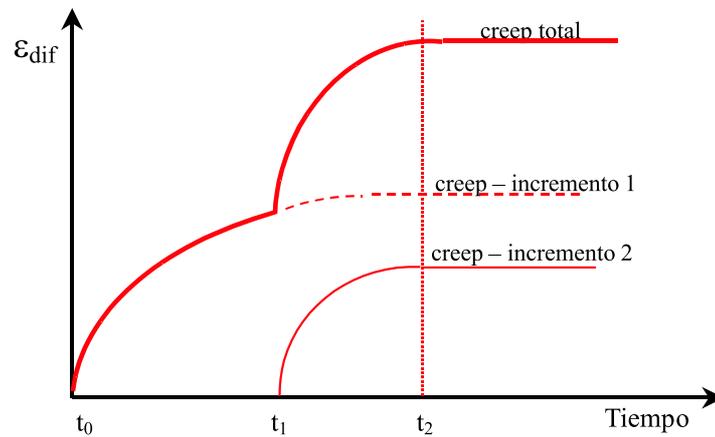


Figura 4.37: Principio de superposición

mientras que la de Kelvin toma la forma

$$\varepsilon = \sigma \left[\frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right) \right] \quad (4.8.2)$$

En las ecuaciones (4.8.1) y (4.8.2) el subíndice i representa al i -ésimo elemento integrante de la cadena de n elementos, con $\tau_i = E_0/\eta_{ve}$ el *tiempo de relajación* y η_{ve} la viscosidad de la cadena viscoelástica.

- *Nota: El acoplamiento entre efectos de tasa y el paso del tiempo no puede simularse mediante la teoría de la viscoelasticidad, dado que la misma sólo puede capturar el efecto del paso del tiempo, siendo insensible a la velocidad de deformación.*

4.8.2. Revisión de Modelos de los Códigos de Construcciones

La mayoría de los modelos considerados en los reglamentos existentes para describir el fenómeno de creep en el hormigón se basan en dos términos fundamentales: un coeficiente de

creep y una función que determina la inversa de la rigidez elástica en el tiempo. El coeficiente de creep introduce la dependencia de la deformación al tiempo t y a la edad de carga t' , y se subdivide en dos partes: una deformación instantánea (elástica) y la deformación diferida causada por la fluencia lenta o creep. La deformación total puede escribirse como

$$\varepsilon(t, t') = \frac{\sigma(t')}{E(t')} [1 + \varphi(t, t')] \quad (4.8.3)$$

donde $\sigma(t')$ es la tensión aplicada al tiempo t' , $E(t')$ es el módulo de elasticidad del hormigón al tiempo t' y $\varphi(t, t')$ es el coeficiente de fluencia al tiempo t y para una carga que actúa al tiempo t' . En contraste con el coeficiente de creep, la función inversa de la rigidez $J(t, t')$ tiene la ventaja de combinar la deformación elástica y la diferida en una única función. La deformación diferida total se expresa como

$$\varepsilon(t, t') = J(t, t')\sigma(t') \quad (4.8.4)$$

Se han formulado varias propuestas para el coeficiente de creep. Por ejemplo, el *ACI* (American Concrete Institute) propone la siguiente función

$$\varphi(t, t') = \frac{(t - t')^{0,6}}{10 + (t - t')^{0,6}} \phi_{\infty}(t, t') \quad (4.8.5)$$

con

$$\phi_{\infty}(t, t') = 2,35k'_1k'_2k'_3k'_4k'_5k'_6k'_7 \quad (4.8.6)$$

Los coeficientes $k'_1 \rightarrow k'_7$ sirven para introducir el efecto de la edad del hormigón y las características de la mezcla. El CEB/FIP MC90 emplea la siguiente expresión para el coeficiente de creep

$$\phi(t, t') = \phi_0\beta_c(t - t') \quad (4.8.7)$$

En esta última expresión ϕ_0 es el coeficiente de creep básico que incluye la dependencia de la deformación por fluencia lenta en la edad del hormigón y de la contracción por fraguado. El coeficiente $\beta_c(t - t')$ considera la influencia de la edad a la que actúa la carga. El efecto de la humedad, tipo de mezcla, y temperatura puede modelarse con esta expresión. La edad más temprana a la que esta expresión puede aplicarse es 12 horas. Un aspecto importante es el que atañe a la exactitud de estos modelos, sobre todo a edades tempranas. Sólo investigaciones muy limitadas están disponibles en la literatura para verificar la precisión de estos modelos. Por ejemplo, Guenot et al [93] (1996) señala que el coeficiente de creep propuesto por el CEB/FIP MC90 da resultados muy precisos cuando se compara con datos de hormigones con una relación agua/cemento de 0.5, y para hormigones de alta performance con relaciones agua/cemento de 0.3. Conclusiones similares fueron obtenidas por Mitchell et al [136](1998) para el hormigón de calidad mediana y normal pero no para hormigones de alta resistencia con relaciones agua/cemento=0.3.

Con respecto a la función inversa de la rigidez $J(t, t')$, quizás la propuesta más conocida para el hormigón endurecido es la denominada *función de doble potencia* propuesta por Bazant y Panula [25](1978) y su extensión, la función de triple potencia de Bazant y Chem [21](1985), que es más precisa para representar el creep a largo plazo. Se debe remarcar que estas leyes no son válidas para el creep básico a edades muy tempranas. Emborg [75](1989) propuso modificaciones a la ley de triple potencia para predecir el creep a edades tempranas incorporando dos funciones adicionales $G(t')$ y $H(t, t')$ de tipo exponencial. La expresión

de la función inversa toma la forma

$$J(t, t') = \frac{1}{E_0} + \frac{\phi_1}{E_0}(t'^{-m} + a)[(t - t') - B(t, t', n)] + \frac{G(t')}{E_0} + \frac{H(t, t')}{E_0} \quad (4.8.8)$$

donde E_0 , ϕ_1 , m , a y n son parámetros materiales. La función $G(t')$ introduce la fuerte dependencia de la deformación instantánea con la edad del hormigón. La función $H(t, t')$ considera el incremento del creep en edades tempranas una vez aplicada la carga. Westman [191](1995) empleó la ley de la triple potencia modificada (con las funciones de edad temprana modificadas para modelar hormigón de alta resistencia) para el creep básico en edad temprana, obteniendo resultados acordes con los experimentales para una relación $a/c=0.3$. Otro método para modelar el fenómeno de fluencia lenta consiste en convertir la respuesta material en un conjunto de ecuaciones diferenciales que pueden describirse por medio de modelos reológicos, Bazant y Wittmann [26] (1982). Este planteo simplifica el cálculo computacional y permite modelar mejor la fuerte no-linealidad del problema. En la figura 4.38 se presenta un cuadro comparativo de los parámetros requeridos y del rango de aplicación de los modelos más empleados en la actualidad para la predicción de la deformación diferida del hormigón, incluyendo las recomendaciones del ACI-209, CEB-FIP 90, el modelo B3 y los modelos GL2000 (Gardner y Lockman, [84] (2000) y SAK [161](1993).

4.9. Comportamiento bajo cargas sostenidas de tracción

Como se mencionó anteriormente, la mayoría de los ensayos realizados sobre hormigones para estudiar el fenómeno de fluencia lenta se realizaron bajo cargas de compresión.

Parámetros	ACI 209R-92	CEB 90	B3	GL2000	SAK
f_{cm} (MPa)	-	20 - 90	17 - 70	20 - 70	-
a/c	-	-	2.5 - 13.5	-	-
c (Kg/m ³)	-	-	160 - 700	-	160 - 500
w/c	-	-	0.30 - 0.85	-	0.38 - 0.68
H %	40 - 100	40 - 100	40 - 100	40 - 100	60 - 80
Cemento	I ó III	R, SL ó RS	I, II ó III	I, II ó III	I ó III
t_0 ó t_s (curado húmedo)	≥ 7 días	$t_s \leq 14$ días	$t_s \leq t_0$	≥ 2 días	≥ 3 días
t_0 ó t_s (curado al vapor)	$\geq 1-3$ días	$t_s \leq 14$ días	$t_s \leq t_0$	≥ 2 días	≥ 3 días
Aplicable a Hormigones livianos	Si	No	No	No (pero considera rigidez de agregados)	No

a) Rango de aplicación del modelo

Parámetros	ACI 209R-92	CEB 90	B3	GL2000	SAK
a/c	NR	NR	R	NR	NR
f_{cm} ó $f_{c,28}$	R	R	R	R	NR
C	NR	NR	R	NR	R
H	R	R	R	R	R
W	NR	NR	R	NR	R
w/c	NR	NR	R	NR	R
t_0	R	R	R	R	R
t_s	R	R	R	R	R
Tipo de Cemento	R	R	R	R	R
V/S ó A/u	R	R	R	R	R
σ	R	R	R	R	R

b) Parámetros del modelo

Figura 4.38: Comparación de los diversos modelos vigentes

Sin embargo, la importancia del estudio del comportamiento del hormigón bajo cargas sostenidas de tracción es de fundamental interés, debido al peligro potencial de fisuración bajo estados de tracción, sobre todo a edades tempranas. Además, es de interés para el cálculo de estructuras de retención de líquidos y estructuras de hormigón pretensado. Los estudios disponibles Domone[71](1974), Ward y Cook [189](1969), indican que bajo estado de tracción se produce una deformación diferida de magnitud comparable a la del caso de compresión (a un mismo valor de tensión), pero con la diferencia de que la tasa de creep básico no decrece con el tiempo. Otros investigadores reportan que bajo estados de tracción, la deformación diferida es mucho mayor que en compresión Illston [105](1965), Neville y Brooks [142](1977). Estos mismos autores indican que en ensayos a edades crecientes del hormigón, existe una pequeña reducción en el valor del creep básico desarrollado en tracción si se compara con el resultante de ensayos similares bajo compresión. En cuanto a la influencia de las características de la mezcla, se ha determinado que su incidencia es similar a la observada para ensayos en régimen de compresión.

4.10. Modelación del fenómeno de creep en el rango no lineal

Hasta aquí se han presentado los criterios basados en la viscoelasticidad y recomendaciones reglamentarias empleados para predecir las deformaciones diferidas. Estos criterios, si bien son de uso extendido entre los profesionales de la construcción, no son aplicables

para el rango no lineal del comportamiento del hormigón. Bajo cargas sostenidas en el tiempo con niveles de la relación carga aplicada/resistencia característica superiores al 50 %, el comportamiento en creep del hormigón es altamente no lineal, ya que para niveles de tensión elevados la fisuración de la matriz conduce a una progresiva degradación de la rigidez lo que se concatena con el aumento de las deformaciones diferidas modificando la cinética de la deformación del material el cual ingresa en la denominada rama de creep secundario, para la cual el criterio de superposición deja de ser válido. A partir de esta etapa, el progreso del proceso de fisuración puede conducir a la rama de creep terciario, alcanzándose eventualmente la rotura diferida del material. Los modelos que se describen a continuación resumen el estado del arte en cuanto a la representación del fenómeno de creep en el rango no lineal:

a) Modelo de Bažant y Chern (1985)

Estos autores proponen que en el régimen no lineal en compresión, las deformaciones diferidas (viscoelásticas) principales se afectan por una función que depende del nivel de tensión y de la resistencia del hormigón. Este modelo no considera la no linealidad de las deformaciones de corte. La función $f(\sigma_{ii}, f'_c)$ se activa cuando la tensión principal está comprendida en el rango $0,4f'_c \leq \sigma_{11} \leq 0,75f'_c$. La resistencia del hormigón considerada en esta propuesta introduce la edad del hormigón al entrar en carga y la duración de la carga aplicada.

b) Modelo de Rungrojsaratis et al. (1985)

Este modelo combina en serie un modelo elastoplástico y un modelo visco-elástico.

La ley de comportamiento propuesta conduce a la distinción entre las deformaciones diferidas en el dominio lineal, atribuidas a la parte viscoelástica, mientras que en el dominio no lineal se atribuye toda la deformación diferida al régimen plástico. La introducción de la no linealidad del comportamiento se realiza mediante un parámetro de integridad $K = 1 - F_i - F_d$, con F_i un coeficiente que considera las deformaciones instantáneas que se producen mientras se aplica la carga inicial y hasta alcanzar el nivel de tensión deseado y F_d el que considera las deformaciones diferidas bajo carga constante. El parámetro K se emplea en forma similar a un parámetro de daño, modificando el valor de la rigidez inicial elástica del material intacto.

c) Modelo de Carol y Murcia (1989)

Estos autores proponen un modelo orientado a predecir el comportamiento del hormigón en relación a la velocidad de carga y la rotura diferida. Se compone de un modelo reológico de Maxwell al cual se le modifican los parámetros de rigidez $E_\mu(t)$ cuando el modelo ingresa en el rango no lineal. La rigidez $E_\mu(t)$ se reemplaza por una rigidez "dañada" $E_\mu^{tan}(t, \sigma, \varepsilon)$ en función del nivel de tensión alcanzado. Este procedimiento genera una evolución de los parámetros del modelo de Maxwell mediante la observación a nivel macroscópico del comportamiento del hormigón dañado. Por el contrario, si se considera la no linealidad material, la rotura por fluencia se traduce mediante una rigidez tangente aparente que tiende a anularse y no permite describir la cinética última del flujo en la etapa de creep terciario.

d) Modelo de Bažant y Kim (1991)

Este consiste en un modelo viscoelástico no lineal que se basa en la modificación de la función inversa de la rigidez $C_0(t, t')$ formulada para el modelo B3 por Bažant et al.(1998). En el dominio no lineal, las deformaciones producidas bajo la aplicación de carga constante se evalúan mediante la introducción de una función $F(\sigma)$ que depende del nivel de tensión. El objeto de la función $F(\sigma)$ es el de amplificar el valor de la deformación diferida prevista por el modelo reglamentario B3, pero la misma no permite considerar el cambio de la cinética del fenómeno al generarse la interacción entre el proceso de fractura y el de deformación diferida. Este modelo permite una buena descripción del comportamiento no lineal para valores de carga aplicada/resistencia superiores al 60%. Sin embargo, cuando la relación anterior se acerca a 1, el modelo no predice correctamente la cinética del flujo terciario.

e) Modelo de Bažant y Jirasek (1993)

Estos autores proponen modelar la evolución en el tiempo de la apertura de fisura bajo carga constante. La formulación propuesta permite vincular la evolución de la apertura de fisura con la función $J(t, t')$ en vigas entalladas (las vigas consideradas en este estudio reunían las características sugeridas por el comité RILEM para la determinación de la energía de ruptura). Este criterio tiene la desventaja de que su aplicación no es directa para el caso de compresión o tracción simple.

f) Modelo de Karihaloo y Santhikumar (1999)

Esta propuesta se basa en un modelo reológico tipo Kelvin, el cual se emplea para captar el efecto del paso del tiempo en la deformación. Este modelo reológico se complementa con un modelo de degradación basado en el concepto del "Fictitious Crack Model" para representar la evolución en el tiempo de la apertura de fisura. La magnitud de la fisuración en un instante dado depende de la evolución temporal de las variables del modelo (energía de fractura, resistencia, etc.) y del nivel de tensión aplicado.

g) Modelo de Mazzotti y Savoia (2001)

Se basa en la *Teoría de la Solidificación* propuesta por Bažant et al. (1997) y sobre la *Teoría del Daño Continuo*, empleando además un modelo generalizado de Maxwell en el cual el módulo de rigidez inicial $E_{\mu,0}$ evoluciona en función de la madurez del material y del estado de degradación del mismo mediante la introducción de un parámetro de daño "d". Los resultados obtenidos con este modelo son cualitativamente representativos de la cinética del flujo terciario en términos del nivel de tensión al que se somete al hormigón, pero no se ha logrado con el mismo una buena correlación con los resultados experimentales disponibles.

Mediante la revisión de los modelos de creep básico presentados es evidente que todavía queda mucho camino por recorrer en cuanto a lograr un modelo que reproduzca adecuadamente el complejo mecanismo de falla del hormigón bajo carga sostenida, sobre todo para altos niveles de la relación carga aplicada/resistencia característica. Esta complejidad se genera en la interacción entre el comportamiento diferido de la pasta de cemento y el

proceso de microfisuración que se produce en la misma, sobre todo en las etapas de creep secundario y terciario, en las cuales las recomendaciones de los reglamentos de construcciones vigentes y los modelos viscoelásticos no son válidas. En este sentido, es evidente que ninguna de las formulaciones constitutivas presentadas reúne los requisitos necesarios a la hora de reproducir fehacientemente el comportamiento reológico del hormigón. A esto se suma el hecho de que los modelos enunciados previamente no incluyen el efecto combinado de la fluencia y el secado, o de la fluencia-secado-temperatura, los cuales en estructuras reales se producen simultáneamente y se retro-alimentan mutuamente. Más aún, ninguno de los modelos anteriores considera la interacción entre los efectos de creep/relajación y la velocidad de aplicación de la carga. Diversos autores han señalado la relevancia del acoplamiento entre los efectos tiempo y tasa dependientes, ver Bazant y Gettu (1992), Bazant y Tandom (1995) entre otros. Estos son los aspectos principales que impulsan el desarrollo permanente de nuevos modelos matemáticos y, en nuestro caso particular, alienta el estudio del potencial de la Teoría de la Viscoplasticidad de Perzyna combinada con el criterio mesomecánico para representar este complejo fenómeno físico, sobre todo con el fin de mejorar el modelado de la etapa de creep terciario o de flujo del hormigón, en la cual se presentan los mayores desafíos desde el punto de vista numérico-computacional.

Capítulo 5

APROXIMACION A LA FISURACION EN EL HORMIGON: CRITERIOS MESO Y MACRO MECANICOS

5.1. Introducción

Es sabido que el avance en el campo tecnológico depende fuertemente de los progresos que se realicen en el área de la ciencia de los materiales. En los últimos años, gracias a los avances de la computación, la capacidad de cálculo y manejo de datos ha crecido a un punto tal que hace posible el análisis de problemas ingenieriles a niveles de observación cada vez más detallados. Tradicionalmente, los nuevos conocimientos acerca de los materiales consistían en descubrimientos realizados mediante técnicas experimentales orientadas principalmente a conocer las propiedades físicas del material, lo cual ampliaba el conocimiento en cuanto a resistencia, ductilidad, tenacidad, etc. En las últimas tres décadas, se ha avanzado en el conocimiento de la ciencia de los materiales mediante una nueva vía, que es la numérica o computacional. Esta permite estudiar propagación de fisuras, localización de deformaciones, efectos de interfase, efecto tamaño y realizar el monitoreo de procesos

de fractura, por mencionar sólo algunas de las ventajas de la investigación numérica. En los últimos años, el desarrollo de complejos modelos materiales en conjunción con el uso de técnicas numéricas sofisticadas como el Método de los Elementos Finitos, sumado al fuerte incremento de la capacidad de cálculo de las computadoras ha dado a la vía numérica una gran aceptación tanto en el campo industrial y tecnológico como en el campo de la investigación académica. De hecho, su importancia ha crecido hasta el punto de llegar en la actualidad a la par de la ciencia experimental en el estudio de procesos de falla en materiales cuasi-frágiles, heterogéneos o compuestos, el cual presenta aún hoy enormes retos. Se discuten a continuación las principales características de los criterios meso y macromecánicos poniendo énfasis en su utilidad para modelizar numéricamente la fractura del hormigón.

5.1.1. Modelación mesomecánica

En este nivel de observación, se han propuesto distintos tipos de modelos. Entre los criterios existentes, los más empleados son los siguientes:

- *Método generalizado de celdas (GMC)*: esta técnica es muy empleada para la modelación de microestructuras con patrones conocidos, Aboudi[1] (1989); Paley and Aboudi [145](1992); Herakovich [66] (1998). Recientemente, el método se ha empleado con éxito para el análisis de materiales compuestos consistentes en una matriz metálica con inclusiones de partículas y para estudio de adherencia en materiales fibrados. Con respecto al estudio de la microestructura de materiales compuestos por

fases bien diferenciadas, tal como el hormigón simple, los primeros trabajos realizados empleando este criterio consideran al mismo como un compuesto de tres fases bien diferenciadas, a saber: la pasta de cemento o matriz de mortero (ya hidratada), los agregados y una zona de transición interfacial, que se supone extendida en una longitud de $20 - 50 \mu\text{m}$ alrededor del agregado. La zona de transición interfacial se forma debido a que, cerca de los agregados, una parte de la pasta de mortero cementicio no se hidrata completamente, originando una zona con mayor porosidad y menos rigidez y resistencia que en el resto del mortero. La malla micromecánica se genera a partir del procesamiento de imágenes digitales, ver figura 5.1. El principal inconveniente del método es que los resultados dependen fuertemente de la orientación de las partículas de agregado, y, sobre todo, que el comportamiento no lineal de postpico se obtiene mediante un proceso de homogeneización de los resultados de tensión-deformación correspondientes a sub-celdas similares, a las cuales previamente se les asignan parámetros materiales medios.

- *Hormigón "numérico"*: este criterio fue introducido por Wittmann [195](1985), y consiste en realizar un mapeo a partir de la microestructura de un material cementicio o del hormigón sobre una grilla. Tomando como base esta grilla, se genera una malla de elementos finitos de modo tal que pueda calcularse la distribución de tensiones térmicas y/o mecánicas. Este modelo "numérico" del hormigón así generado, representa al material a un nivel de sub-partículas. El mapeo se realiza a partir de imágenes

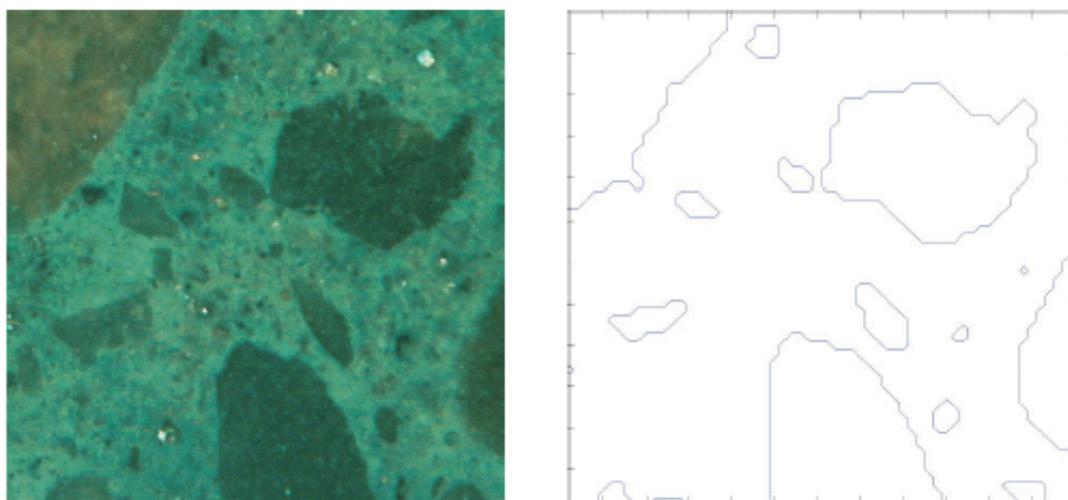


Figura 5.1: *Método GCM - Paley y Aboudi (1992)*

digitales de una microestructura existente, ver figura 5.2.

- *Modelos de partículas:* estos se basan en la generación de la microestructura del hormigón a partir de algoritmos especiales, generalmente basados en métodos probabilísticos capaces de producir distribuciones aleatorias. Los algoritmos de generación deben cumplir con ciertas condiciones a fin de lograr microestructuras representativas: ubicación aleatoria (dentro de ciertos límites) de las partículas de agregados, ser capaces de obtener formas y tamaños acordes a la realidad, así como una distribución espacial uniforme de los mismos, capacidad para reproducir un determinado contenido de agregados en la muestra, etc. Entre los primeros desarrollos de este tipo de modelos se encuentra el propuesto por Vervuurt [185](1992), que considera partículas de forma circular las cuales se suponen embebidas en un molde de determinadas dimensiones, que representa a la probeta. El inconveniente de este procedimiento es que el proceso debe repetirse varias veces hasta lograr una distribución aceptable

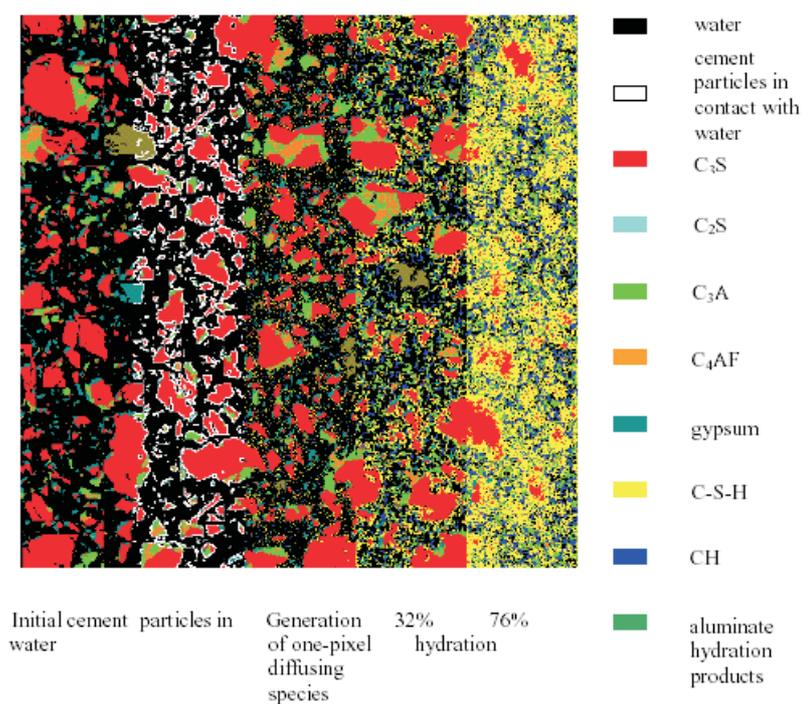


Figura 5.2: *Hormigón numérico, Wittmann (1985)*

para la muestra. Otro método para generar una microestructura es el adoptado por Stankowski [173](1990). En este caso, se realiza un mallado del volumen o sección representativa de la probeta y luego se introducen los agregados, cuyo volumen se contrae hasta lograr la distribución buscada para una forma y tamaño determinada.

- *Modelos de barras (Lattice model)*: en estos modelos, el continuo es discretizado en una red formada por elementos lineales de viga o de barra. Este método fue introducido originalmente por Hrennikoff [102](1941) para resolver problemas de elasticidad. Herrmann [66](1991), fue el primero en aplicar este modelo para el análisis de procesos de fractura. En este caso, los elementos que cumplen con la condición de falla se remueven de la malla. El modelo propuesto por Herrmann fue posteriormente adoptado

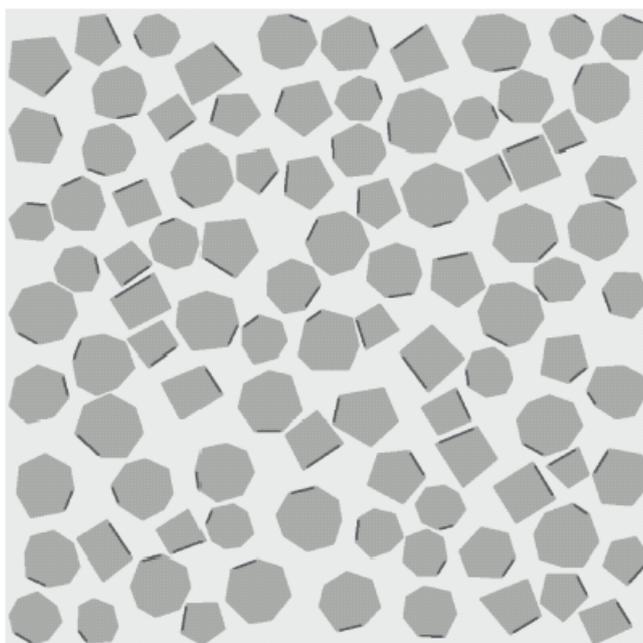


Figura 5.3: *Modelo de partículas*, Vervuurt (1992)

por van Mier y Vervuurt [185](1993) para la modelación de falla discreta mediante el MEF, usando configuraciones de mallas estructuradas y no estructuradas. En ambos casos, el elemento lineal era un elemento de viga, es decir, con rigidez a flexión y corte, ver figura 5.4. En este último caso, la microestructura del hormigón se genera considerando también tres regiones, agregado, matriz y zona de interfase entre ambos. En este método, la diferenciación de las tres regiones de interés se logra mediante una superposición de una imagen digital de una microestructura real de una muestra de hormigón sobre la red formada por los elementos de barra. Finalmente, las propiedades materiales y geométricas de los elementos de barra se asignan en función de la región correspondiente. En general, el criterio que se emplea es el de considerar un comportamiento elástico hasta alcanzar la envolvente de falla, y luego

un comportamiento perfectamente frágil.

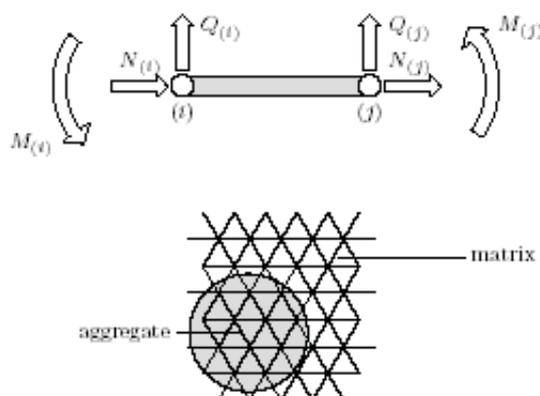


Figura 5.4: *Modelo micromecánico de barras (Lattice model)*

- *Modelo mesomecánico de Carol y López [46] (1997)*: siguiendo el criterio de Stankowski [173](1990) y Vonk [186](1991), estos autores emplean mallas mesomecánicas generadas a partir de un algoritmo especial basado en el procedimiento de triangulación de Delaunay y en polígonos de Voronoi que permite la generación de distribuciones aleatorias de agregados embebidos en una matriz representativa del mortero. A diferencia del criterio seguido por Stankowski, aquí no solo se considera la existencia de elementos de interfase continuos de espesor nulo entre los elementos finitos representativos de los agregados y la matriz de mortero (elementos de interfase de la zona de transición), sino que además se discretiza el mortero mismo intercalando elementos de interfase o junta entre los caras adyacentes de los elementos finitos triangulares convencionales que componen la matriz. En el caso de la modelación mesomecánica propuesta por Stankowski, el comportamiento no lineal de la pasta cementicia se consideraba suponiendo que la misma respondía al criterio de falla de Drucker-Prager.

Para los elementos de interfase de la zona de transición se consideraba un criterio de falla particular que tiene en cuenta la degradación mecánica de la interfase en función del modo de fractura imperante (Modo I ó Modo II). Un aspecto importante a destacar, es que el modelo propuesto por Carol y López posibilita analizar no solo los aspectos básicos de la fractura del hormigón bajo diferentes estados de sollicitación, sino que además permite estudiar hormigones de alta resistencia mediante la introducción de elementos de junta en los áridos.

Debido a estas ventajas, este último criterio es el adoptado en esta tesis para la modelación mesomecánica y estudio de la respuesta dinámica del hormigón mediante la teoría de la viscoplasticidad de Perzyna.

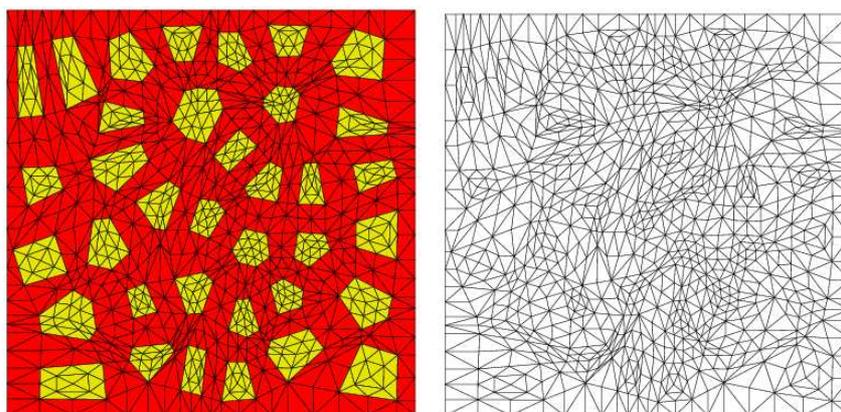


Figura 5.5: *Malla mesomecánica (López, 1999)*

5.1.2. Modelación macromecánica

Tradicionalmente, los primeros intentos de reproducir el complejo comportamiento mecánico del hormigón se han abordado mediante modelos basados en la mecánica de medios

continuos. Este tipo de modelos, denominados *fenomenológicos*, intentan captar la respuesta material ante distintas acciones mecánicas. Las dos teorías más ampliamente empleadas para reproducir el comportamiento de falla del hormigón son la Mecánica del Daño y la Teoría del Flujo de la Plasticidad. Sin embargo, las teorías mencionadas deben incluir conceptos de la Mecánica de Fractura No Lineal y, en algunos casos, cuando es necesario captar la pérdida de rigidez inicial durante procesos cíclicos de carga/descarga, por ejemplo en análisis dinámicos bajo carga sísmica, es además necesaria la complementación entre las tres teorías, a fin de lograr reproducir de manera precisa el comportamiento global de la estructura. A la vez, los modelos macromecánicos, también denominados de aproximación difusa a la fisuración del hormigón, pueden clasificarse como de fisura fija o fisura rotativa, ver Rots [154](1988).

El primero en considerar una aproximación difusa a la fisuración fue Rashid,[151](1968). Este criterio, posee varias ventajas por sobre la aproximación discreta a la fisuración, como ser la de mantener la topología de la malla de elementos finitos, y además por el hecho de que no impone restricciones a la orientación de los planos de fisura, a diferencia del criterio mesomecánico de Carol y López, en el cual la posición adoptada para los elementos finitos de interfase predetermina el camino a seguir para la apertura de las fisuras. A pesar de esto, existen aún hoy controversias acerca de cuál es el mejor criterio para modelar la fractura del hormigón. El concepto de fisura discreta coincide con la idea natural subyacente de que una fractura es una discontinuidad física en el material. Por el contrario, los modelos de fisura difusa son adecuados cuando se estudia el caso de fractura distribuida. Este es el caso de

las estructuras de hormigón armado, en las cuales la presencia de las armaduras controla y limita la formación de grandes fisuras, generando en su lugar un patrón de fisuración distribuido. En este tipo de situaciones, el empleo de los modelos basados en el concepto de fisura difusa es ventajoso, siempre y cuando la escala representativa del continuo sea mayor que el tamaño esperado para el ancho de las fisuras.

La aproximación difusa a la fisuración puede clasificarse en: modelos de fisura fija o rotatoria. Los modelos de fisura fija, conservan la dirección de la fisura a medida que el proceso de degradación avanza. En los modelos de fisura rotativa, se permite que la orientación vaya cambiando a medida que se modifican las direcciones de las tensiones (deformaciones) principales. Existe un tercer criterio, considerado un estado intermedio entre los anteriores, que es el de los modelos de aproximación a la fisuración multi-direccionales, Carol y Prat[43] (1991). Este criterio considera una serie de planos o direcciones de fisuración predeterminadas, que pueden ocurrir simultáneamente en un punto de integración. De este modo, cada plano puede contribuir a la fisuración total, llegado el caso. El concepto de fisura difusa descrito anteriormente, representa el caso límite superior de este criterio.

Por las ventajas mencionadas, el tipo de modelo adoptado en este trabajo para la modelación macromecánica del hormigón es el de fisura rotativa.

5.2. Regularización del comportamiento en ablandamiento

La modelación de procesos de fractura por medio de modelos de tipo fenomenológico implica en general el empleo de formulaciones que incluyan ablandamiento por deformación con el fin de capturar el fenómeno de localización de deformaciones. Es ampliamente conocido que el uso de formulaciones materiales que introducen ablandamiento por deformación conlleva la aparición de serias dificultades matemáticas y numéricas. El problema de valores de borde se torna mal condicionado y la solución numérica exhibe una sensibilidad patológica con respecto a la malla de elementos finitos. Esto implica que, para lograr una adecuada representación de su comportamiento sea necesario introducir alguna forma de regularización del mismo, con el objeto de mantener el buen condicionamiento del sistema de ecuaciones que gobiernan el problema de valores de borde. En este sentido, la incapacidad de las formulaciones standard de elementos finitos para simular apropiadamente el comportamiento de un material luego de la aparición de macrofisuras o localización de deformaciones ha sido puesta en evidencia por varios autores, Eisele, [78] (1991) y [76] (1992), Steinmann [175] (1991). Para remediar la pérdida de elipticidad de las ecuaciones gobernantes con la consiguiente dependencia de la solución numérica del problema con el tamaño de los elementos finitos de la malla, pueden seguirse distintos caminos. Uno de los primeros criterios empleados fue el de la introducción de un parámetro de escala o longitud característica en la formulación material, ya sea en forma implícita o explícita. En las teorías de gradientes

por ejemplo, las tensiones se obtienen a partir de derivadas de las deformaciones, y, por lo tanto, introducen explícitamente el término de escala. En el caso de formulaciones materiales independientes del tiempo, es el tamaño del elemento finito el que sirve directamente como longitud equivalente o parámetro de escala. Como consecuencia de esto, la solución del problema es dependiente del tamaño y orientación de la malla. Si el modelo material introduce la dependencia en la velocidad de deformación, el problema de valores de borde no pierde elipticidad, y se habla de una *regularización viscoplástica*, Etse y Willam, [81].

La siguiente es una síntesis de las distintas teorías existentes para abordar el problema:

- *Teorías no locales*: en esta teoría, la tensión en un punto material depende de las deformaciones que se desarrollan en la vecindad del punto. Aquí, la longitud característica depende de una función de peso o ponderación que se adopta en base a las características micromecánicas de la estructura interna del sólido que se quiere representar. Originalmente, la idea de un continuo no local fue propuesta por Kroner, [119](1967). Las primeras aplicaciones a materiales que exhiben ablandamiento por deformación se deben a Bazant [20](1987). Diversas variantes de esta teoría han sido propuestas por Bazant [22](1988), [24](1989) y Stromberg [177](1989), entre otros.
- *Teorías de gradientes*: este criterio ha sido empleado principalmente en la teoría de la plasticidad y la teoría de daño. La idea consiste en introducir en la formulación tradicional la dependencia en gradientes de las variables de estado. En la plasticidad de gradientes, la función de fluencia depende de derivadas segundas de la deformación plástica efectiva, introduciendo así el término de escala. Las bases físicas de la teoría

de gradientes han sido discutidas por Aifantis [2](1987). Una de las primeras propuestas de algoritmos computacionales para plasticidad de gradientes fue la formulada por de Borst [36](1991), [34](1992), [35](1995). Un enfoque ligeramente distinto es el propuesto por Lary y Belytschko [122](1988), quienes proponen adicionar los términos de mayor orden (gradientes) a las ecuaciones gobernantes.

- *Elementos con discontinuidades intrínsecas*: el problema de localización de deformaciones puede tratarse atendiendo al hecho de que se trata, esencialmente, de la discontinuidad en un campo, por ejemplo de desplazamientos o deformaciones. Ortiz [143](1987), propone introducir un término que represente la discontinuidad en el campo de deformaciones cuando se detecte inestabilidad a nivel material. Belytschko [28](1986), propuso introducir una banda de discontinuidad dentro del elemento para capturar el fenómeno de localización.
- *Continuos micropolares*: la teoría de un continuo micropolar fue propuesta originalmente a principios de siglo por los hermanos Cosserat [58](1909). En esta teoría, se asume la existencia de microrotaciones en los grados de libertad adicionales, lo que introduce una longitud de interna de escala que previene la formación de discontinuidades en el campo de deformaciones. Esta teoría ha sido usada en materiales con ablandamiento por Muhlhaus [138](1987), Steinmann y Willam [174](1991), Jordache [106](1996) y otros.
- *Teoría de las discontinuidades fuertes*: todos los métodos descritos anteriormente se

refieren a las denominadas *discontinuidades débiles*, ya que operan sobre el campo de deformaciones. La teoría de las discontinuidades fuertes considera los saltos o discontinuidades en el campo de desplazamientos. Este criterio presenta el inconveniente de que un salto en el campo de desplazamientos implica físicamente la aparición de una deformación infinita. Para resolver esta dificultad, se introduce un parámetro de regularización del comportamiento en ablandamiento. Elementos finitos basados en este concepto han sido desarrollados por Simo [167](1993), Larsson y otros [121](1993), Armero [6](1995) y Oliver [111](1995). Recientemente, Larsson [120](1996) empleó el concepto de deformaciones enriquecidas para introducir discontinuidades en el campo de desplazamientos elemental.

- *El Método de los Elementos Finitos Extendido (X-FEM Method)*: Una solución precisa del problema de localización de deformaciones generalmente requiere de mallas muy finas, lo que implica un esfuerzo computacional muy alto. Normalmente, el refinamiento de la malla se realiza incrementando el número de elementos (refinamiento tipo h), y manteniendo bajo el orden de los elementos finitos. Sin embargo, esto implica la aparición de oscilaciones en los valores calculados para las tensiones en los puntos de integración. El origen de este problema es la inconsistencia que se produce debido a la forma de interpolación entre las cantidades locales y no locales, ver Jirásek y Patzák [147](2002). El uso de un refinamiento de tipo p (incrementando el orden de los polinomios de interpolación de las cantidades elementales) produce sólo una leve mejoría en el comportamiento, ya que las oscilaciones en las tensiones se reducen

en la parte central de la zona de localización, pero permanecen en los bordes de la misma debido a que el material circundante se encuentra en proceso de descarga. Esto se debe a la mala performance de las aproximaciones polinómicas para captar la transición brusca entre la zona de descarga en la cual las deformaciones se mantienen prácticamente constantes y la zona de fuerte localización de deformaciones que sufre un rápido incremento en la tasa de deformación. Esto ha inspirado el desarrollo de nuevas formulaciones de elementos finitos, cuyo punto de partida es el desarrollo de funciones de interpolación específicamente diseñadas para lograr la regularización del comportamiento de modelos materiales que incluyan formulaciones de ablandamiento por deformación. Este es el origen del denominado Método Extendido de los Elementos Finitos (X-FEM Method), el cual se basa en el enriquecimiento de las funciones de forma standard mediante el producto entre éstas y términos especialmente formulados. Estos términos especiales se derivan de un conocimiento previo de la solución analítica del problema y se proponen en base a los requerimientos del caso particular en estudio. Este procedimiento permite la incorporación "a priori" de las características esenciales necesarias para la solución del problema. Una ventaja importante de este método es que la interpolación del campo de desplazamientos es conforme, por lo que no hay incompatibilidad de desplazamientos entre los elementos, y que la deformación a ambos lados del borde libre de tensiones de la fisura está desacoplada, lo que no ocurre en las formulaciones de elementos con discontinuidades intrínsecas, ver [109] (2000).

Entre todos los criterios expuestos, el único que conserva la elipticidad del sistema de ecuaciones gobernantes es el de la regularización del comportamiento a través de la introducción de la dependencia en el tiempo por medio de la viscoplasticidad. Esta propiedad de la solución viscoplástica se traduce en una mayor estabilidad en el proceso numérico, lo cual es de fundamental importancia al realizar simulaciones computacionales de procesos de falla dinámicos.

Capítulo 6

MODELO VISCOPLASTICO DE INTERFASE

6.1. Introducción

En este capítulo se presenta en detalle el modelo constitutivo de interfase viscoplástico empleado en la modelación mesomecánica. Previamente a la descripción de las modificaciones necesarias para introducir la viscoplasticidad, se describe el modelo de interfase elastoplástico original, desarrollado por Carol y Prat [44](1990), [43] (1991) y posteriormente modificado por López [85] (1999). Se describe además el algoritmo de integración numérica del modelo conjuntamente con el desarrollo de la tangente consistente elasto-viscoplástica.

6.2. Modelo de interfase elastoplástico - Carol y Prat (1991)

De acuerdo con el concepto de modelo de fisura cohesiva introducido por Hillerborg [99](1976), la formulación constitutiva se define en términos de tensiones-desplazamientos relativos. El comportamiento material de la interfase se caracteriza por la relación entre

tensiones normales y de corte

$$\mathbf{t} = [\sigma, \tau]^T \quad (6.2.1)$$

y desplazamientos relativos normales y cortantes

$$\mathbf{u} = [u, v]^T \quad (6.2.2)$$

Para cada plano potencial de fisuración, el modelo funciona en forma análoga al Modelo de Multifisuración (*Multicrack Model*), Carol y Prat [44](1990), [43] (1991). La ley constitutiva de interfase se define mediante una función hiperbólica de tres parámetros de la forma

$$F = \tau^2 - (c - \sigma \tan \phi)^2 + (c - \chi \tan \phi)^2 \quad (6.2.3)$$

En la ecuación (6.2.3), τ y σ son las componentes normal y tangencial del vector tensión sobre la interfase, χ representa la resistencia a tracción, c es la cohesión aparente y ϕ el ángulo de fricción interna, ver figura (6.1a). Puede apreciarse aquí que la evolución hiperbólica de la superficie de fractura (expansión) queda limitada por el criterio de rotura de Mohr-Coulomb, mientras que una vez iniciada la fisuración, la superficie de fluencia se contrae, alcanzando el límite inferior, el cual expresa una resistencia residual puramente friccional (curva 2), correspondiente a un estado tensional de corte y alta compresión sin dilatancia, denominado Modo *IIa*. Un estado intermedio es el esquematizado por la curva 1, en la cual se alcanza la falla en tracción pura (Modo I de falla). La heterogeneidad del material se refleja en la forma hiperbólica de la envolvente de falla, debido a la rugosidad de la superficie de fractura final. La cantidad de energía liberada bajo los modos de falla mencionados se controla mediante la introducción de dos parámetros que representan la

energía de fractura en Modo I (G_f^I) y en Modo 2a (G_f^{IIa}). En la figura 6.1b se observan

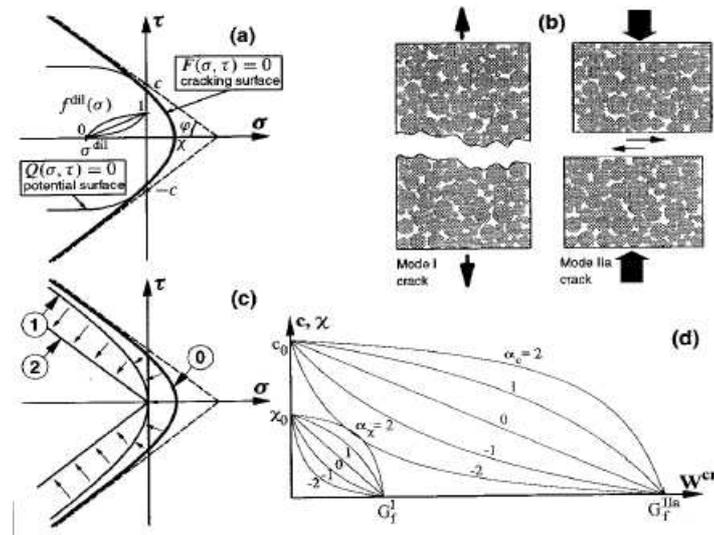


Figura 6.1: Modelo de interfase, Carol et al. (1997)

los modos de falla considerados, en la (c) la evolución de la superficie de fractura y en la parte (d) las leyes de degradación para la cohesión c y para la resistencia a tracción χ . El comportamiento en ablandamiento del modelo se basa en el trabajo plástico q^{cr} realizado en el cual los desplazamientos relativos se asimilan al desplazamiento de apertura de fisura

- *Tracción*

$$\dot{q}^{cr} = \sigma \dot{u}^{cr} + \tau \dot{v}^{cr} \quad (6.2.4)$$

- *Compresión*

$$\dot{q}^{cr} = \tau \dot{v}^{cr} \left[1 - \left| \frac{\sigma \cdot \tan \phi}{\tau} \right| \right] \quad (6.2.5)$$

Con el fin de considerar la heterogeneidad del material, las irregularidades de la superficie de la interfase se tienen en cuenta mediante la adopción de una regla de flujo no asociada

(dilatancia) para el caso de estados de compresión, siguiendo una ley asociada bajo estados de tracción. El ángulo de dilatancia de la interfase se define como

$$\tan \theta = \frac{\dot{u}^{cr}}{\dot{v}^{cr}} \quad (6.2.6)$$

La consideración de la dilatancia es de suma importancia en la modelación mesomecánica, ya que, por ejemplo, permite la representación de la apertura de las fisuras bajo corte. La no asociatividad se introduce a través del operador de no asociatividad \mathbf{A} en la forma

$$\mathbf{m} = \mathbf{A}\mathbf{n} \quad \mathbf{n} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{t}} \quad \mathbf{m} = \frac{\partial Q}{\partial \mathbf{t}} \quad (6.2.7)$$

En la (6.2.7), \mathbf{m} es el vector gradiente a la superficie de potencial plástico y \mathbf{n} el vector gradiente a la superficie de fractura del modelo. De acuerdo a observaciones experimentales sobre juntas dilatantes realizadas por Amadei, [4] (1989), el efecto de la dilatancia disminuye a medida que crece el valor de la tensión de compresión. La variación de la dilatancia disminuye con el aumento de la degradación de la junta, por lo que en rigor, el ángulo de dilatancia θ disminuye con el aumento del desplazamiento relativo de corte, Pande [146] (1990). Con el fin de reproducir el comportamiento experimental, la dilatancia del modelo se anula cuando la intensidad de la tensión de compresión alcanza el valor de un parámetro de entrada, σ^{dil} . En base a estas consideraciones, la no asociatividad del modelo se formula como

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} = 2 \tan \phi (c - \sigma \tan \phi) \quad \frac{\partial F}{\partial \tau} = 2\tau \quad (6.2.8)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma > 0; \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} f_{\sigma}^{dil} & f_c^{dil} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma < 0 \quad (6.2.9)$$

La regla de flujo se expresa en términos de los desplazamientos relativos plásticos en forma análoga a la teoría clásica de la plasticidad como

$$\dot{u}^{cr} = \dot{\lambda} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad \dot{v}^{cr} = \dot{\lambda} \frac{\partial Q}{\partial \tau} \quad (6.2.10)$$

con $\dot{\lambda}$ la tasa del multiplicador plástico. De acuerdo con las expresiones anteriores, para estados de compresión el efecto de la no asociatividad es el de reducir la componente normal a través del producto de los factores f_{σ}^{dil} y f_c^{dil} . La variación de f_{σ}^{dil} se produce entre 1 y 0 en términos de la función de escala $S(\xi)$ que permite definir la variación de varios parámetros del modelo, Carol y Prat [44] (1991) en la forma

$$S(\xi_{\chi}) = \frac{e^{-\alpha_{\chi}} \xi_{\chi}}{1 + (e^{-\alpha_{\chi}} - 1) \xi_{\chi}} \quad S(\xi_c) = \frac{e^{-\alpha_c} \xi_c}{1 + (e^{-\alpha_c} - 1) \xi_c} \quad (6.2.11)$$

con $\xi_{\chi} = q^{cr} / G_f^I$, $\xi_c = q^{cr} / G_f^{II}$ y α_{χ} , α_c parámetros del modelo, mientras que $f_c^{dil} = S(\xi)$.

En la figura (6.1d) puede apreciarse su utilización para el caso de la evolución de χ y c . La evolución de estos parámetros de la hipérbola determina la forma de evolución de la superficie de fractura en función del trabajo disipado durante la formación de la fisura. En la formulación original del modelo, la contracción de la superficie de fractura se controla mediante la degradación de dos de los parámetros de la hipérbola (la resistencia a tracción χ y la cohesión aparente c), los cuales decrecen de acuerdo con una única variable plástica, que es el trabajo total disipado durante la formación de la fisura, \dot{q}^{cr} . En la evolución de esta última, se debe distinguir entre los casos de tracción y compresión, ver ecuaciones (6.2.4) y (6.2.5). A medida que el proceso de fractura avanza, valor de \dot{q}^{cr} se incrementa hasta alcanzar el valor de G_f^I . En el caso de la resistencia a corte, el valor de la cohesión

aparente c decrece desde su valor inicial c_0 hasta anularse cuando $\dot{q}^{cr} = G_f^{II}$. En la propuesta alternativa formulada por López, [85] (1999), se plantean modificaciones a las leyes de evolución de la resistencia a tracción y corte del modelo. En el caso de la evolución de la resistencia a tracción, la diferencia consiste en descomponer la contribución al trabajo plástico disipado en función del modo de falla imperante. En esta propuesta, el cálculo de la variable plástica se evalúa como $\dot{q}^{cr} = \dot{q}_1^{cr} + \dot{q}_2^{cr}$, siendo \dot{q}_1^{cr} el trabajo de apertura de fisura bajo el Modo I de falla y \dot{q}_2^{cr} el realizado bajo Modo mixto de falla

$$\dot{q}^{cr} = \dot{q}_1^{cr} + \dot{q}_2^{cr} = \sigma \dot{u}^{cr} + \tau \dot{v}^{cr} \quad \sigma > 0 \quad (6.2.12)$$

$$\dot{q}^{cr} = \tau \dot{v}^{cr} \left[1 - \left| \frac{\sigma \cdot \tan \phi}{\tau} \right| \right] \left[1 - \left| \frac{\sigma \cdot \tan \theta}{\tau} \right| \right] \quad \sigma < 0 \quad (6.2.13)$$

En este caso, la función de escala $S(\xi)$ se define en términos del parámetro ξ_χ por una combinación lineal que involucra las energías de fractura en tracción pura y en modo mixto de falla

$$\xi_\chi = \frac{\dot{q}_1^{cr}}{G_f^I} + \frac{\dot{q}_2^{cr}}{G_f^{II}} \quad G_f^{II} = (1 - \alpha)G_f^I + \alpha G_f^{II} \quad (6.2.14)$$

El coeficiente α varía entre 0 y 1. De este modo, la degradación de χ depende de dos variables de historia y se logra diferenciar el aporte de cada modo de falla. En cualquier caso, la evolución de la degradación de la resistencia a tracción viene dada por la expresión

$$\chi = \chi_0(1 - S(\xi_\chi)) \quad (6.2.15)$$

En cuanto a la evolución de la cohesión aparente c , en el modelo original se asume que \dot{q}^{cr} incide directamente sobre la variación, desde su valor inicial c_0 hasta anularse cuando

$\dot{q}^{cr} = G_f^{IIa}$. Los parámetros de la función de escala $S(\xi_c)$ resultan aquí $\xi_c = \dot{q}^{cr}/G_f^{IIa}$ y $\alpha = \alpha_c$. La función de degradación es similar a la del caso de tracción pura

$$c = c_0(1 - S(\xi_c)) \quad (6.2.16)$$

El empleo de un criterio de estas características en materiales cuasifrágiles tales como el hormigón para el cual normalmente se consideran valores muy diferenciados para la energía de fractura en tracción y compresión ($G_f^{IIa} \cong 10G_f^I$), implica que la superficie de fractura puede contraerse más rápidamente en la dirección normal que en la tangencial, haciendo que el radio de curvatura del vértice de la hipérbola aumente de valor durante el proceso de ablandamiento hasta que la resistencia a tracción χ se anule, (García Alvarez, [3] (1997)). Debido a que el modelo funciona como asociado en la zona de tracción-corte, esto puede generar una evolución incorrecta del estado tensional. El aumento del radio de curvatura en el vértice de la hipérbola genera un crecimiento de la dilatancia, lo que puede producir problemas en casos de carga con tracción/corte predominante. Para evitar esto, este último autor propone vincular la evolución de la cohesión con la de la resistencia a tracción por medio de la distancia entre el vértice de la hipérbola y el punto en el que las asíntotas cortan al eje de las tensiones normales. Llamando a a esta distancia, el valor de c puede expresarse como

$$c = (\chi + a) \tan \phi \quad (6.2.17)$$

Considerando la evolución de a desde un valor inicial (obtenido a partir de la (6.2.17) hasta anularse cuando $\dot{q}^{cr} = G_f^{IIa}$, puede expresarse la evolución de c en la forma

$$c = c_0 \left[1 - S(\xi_a) - \frac{\chi_0}{c_0} \tan \phi (S(\xi_x) - S(\xi_a)) \right] \quad (6.2.18)$$

donde $S(\xi_a)$ viene dada por $\xi_a = \dot{q}^{cr} / G_f^{IIa}$ y $\alpha = \alpha_a$. De este modo, la evolución de la superficie de fractura se descompone en una traslación y una contracción, lo que corresponde en el marco de la teoría de la plasticidad a una superposición de efectos de ablandamiento cinemático más un isotrópico.

6.3. Modelo de interfase viscoplástico

El modelo de interfase viscoplástico que se presenta aquí se basa en la Teoría Viscoplastica Continua de Perzyna descrita en el Capítulo 3 de esta tesis. La condición de fluencia viscoplastica continua para el modelo de interfase se define introduciendo en la función de fluencia original un término adicional el cual es sensible a los efectos de tasa/tiempo (se considera un exponente de Perzyna $N = 1$)

$$\bar{F} = \tau^2 - (c - \sigma \tan \phi)^2 + (c - \chi \tan \phi)^2 - \dot{\lambda} \eta \quad (6.3.1)$$

En la (6.3.1), $\dot{\lambda}$ representa la tasa del multiplicador viscoplástico y η la viscosidad del material. Como se explicó anteriormente, cuando el parámetro viscoso $\eta \rightarrow 0$ se recupera la formulación invíscida original. La tasa de energía disipada necesaria para la formación de una fisura en el proceso de fractura tiempo dependiente puede expresarse como

$$\dot{q}^{vcr} = \mathbf{t}^T \dot{\mathbf{u}}^{vcr} \quad (6.3.2)$$

Las leyes de evolución de los desplazamientos críticos tiempo-dependientes se expresan en términos de la función de potencial viscoplástico Q^{vcr} y el multiplicador viscoplástico $\dot{\lambda}$ en forma análoga al caso invíscido

$$\dot{\mathbf{u}}^{vcr} = \dot{\lambda} \mathbf{A} \mathbf{n} \quad (6.3.3)$$

con

$$\mathbf{n} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{t}} = \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma}, \frac{\partial F}{\partial \tau} \right]^T = [2 \tan \phi (c - \sigma \tan \phi), 2\tau]^T \quad (6.3.4)$$

De este modo, la matriz de transformación \mathbf{A} que determina la pérdida de normalidad durante la evolución de la apertura de fisura $\dot{\mathbf{u}}^{vcr}$ en el modelo de interfase tiempo-dependiente se obtiene como

$$\mathbf{A} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{if } \sigma \geq 0 \\ \begin{pmatrix} f_{\sigma}^{dil} & f_c^{dil} & 0 \\ 0 & (1 - |\frac{\sigma \tan \phi}{\tau}|) \end{pmatrix} & \text{if } \sigma < 0 \end{cases} \quad (6.3.5)$$

con $f_{\sigma}^{dil} = 1 - |\sigma|/\sigma^{dil}$ y $f_c^{dil} = 1 - c/c_0$. La formulación viscoplástica continua del modelo de interfase se completa con las ecuaciones siguientes:

$$\dot{\mathbf{u}} = +\dot{\mathbf{u}}^{vcr} \quad (6.3.6)$$

$$\dot{\mathbf{u}}^{el} = \mathbf{E}^{-1} \dot{\mathbf{t}} \quad (6.3.7)$$

$$\dot{\mathbf{t}} = \mathbf{E}(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{u}}^{vcr}) \quad (6.3.8)$$

siendo \mathbf{E} la matriz de rigidez elástica de la interfase definida como

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_N & 0 \\ 0 & E_T \end{pmatrix} \quad (6.3.9)$$

La condición de consistencia viscoplástica dada por la ecuación (3.6.4) toma finalmente la

forma $\dot{\bar{F}} = \mathbf{n}^T \dot{\mathbf{t}} + \bar{r} \dot{q}^{vcr} + \bar{s} \ddot{\lambda} = 0$, con

$$\bar{r} = \left(\frac{\partial F}{\partial c} \frac{dc}{dq^{vcr}} + \frac{\partial F}{\partial \chi} \frac{d\chi}{dq^{vcr}} \right) \quad (6.3.10)$$

$$\frac{\partial F}{\partial c} = 2 \tan \phi (\sigma - \chi) \quad (6.3.11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \chi} = -2 \tan \phi (c - \chi \tan \phi) \quad (6.3.12)$$

con

$$\frac{dc}{dq^{vcr}} = - \frac{c_0 e^{-\alpha_c} G_f^{II}}{[(e^{-\alpha_c} - 1)q^{vcr} + G_f^{II}]^2} \quad (6.3.13)$$

$$\frac{d\chi}{dq^{vcr}} = - \frac{\chi_0 e^{-\alpha_\chi} G_f^I}{[(e^{-\alpha_\chi} - 1)q^{vcr} + G_f^I]^2} \quad (6.3.14)$$

y

$$\bar{s} = - \frac{\partial \varphi^{-1}(\eta \dot{\lambda})}{\partial \dot{\lambda}} = -\eta \quad (6.3.15)$$

6.4. Procedimiento de Integración de tensiones

En el contexto del Método de Proyección al Punto más Cercano (CPPM), el desplazamiento crítico de apertura de fisura en el instante "n" toma la siguiente forma, ver Carosio

et al. (2000)

$$\mathbf{u}_n^{vcr} = \mathbf{u}_{n-1}^{vcr} + \Delta\lambda \mathbf{A}_n \mathbf{n}_n \quad (6.4.1)$$

Dejando de lado los subíndices "n", la forma incremental del vector tensión y de la variable de estado puede expresarse como

$$\Delta \mathbf{t} = \mathbf{E}(\Delta \mathbf{u} - \Delta \mathbf{u}^{vcr}) = \mathbf{E}(\Delta \mathbf{u} - \Delta\lambda \mathbf{A} \mathbf{n}) \quad (6.4.2)$$

$$\Delta q^{vcr} = \mathbf{t}^T \Delta \mathbf{u}^{vcr} \quad (6.4.3)$$

Entonces, la condición de consistencia viscoplástica en la iteración "i" del proceso de cálculo puede expresarse como una función de ${}^i\Delta(\lambda)$, ${}^i\bar{F} = {}^i\bar{F}({}^i\Delta(\lambda))$. El parámetro de consistencia viscoplástico ${}^i\Delta(\lambda)$ puede obtenerse en forma similar al caso invíscido o elastoplástico a partir de una serie de Taylor truncada en el primer término

$${}^i\bar{F} = {}^{i-1}\bar{F} + {}^{i-1}\left(\frac{d\bar{F}}{d\Delta\lambda}\right) {}^i d\Delta\lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad {}^i d\Delta\lambda = -{}^{i-1}\bar{F} \left[{}^{i-1}\left(\frac{d\bar{F}}{d\Delta\lambda}\right)\right]^{-1} \quad (6.4.4)$$

Tal como proponen diversos autores, ver entre otros Ponthot (1995), Wang (1997), y Carosio et al. (2000) y a fin de evitar mayores complicaciones, se supone aquí que $\dot{\lambda}$ puede aproximarse por $\dot{\lambda} = \Delta\lambda/\Delta t$, es decir, $\Delta\lambda = \frac{\Delta t}{\eta} \langle \psi(F) \rangle$. Esto conduce a $d\dot{\lambda}/d\Delta\lambda = 1/\Delta t$.

Por lo tanto, la derivada de la función de fluencia viscoplástica respecto a $\Delta\lambda$ toma la forma

$$\frac{d\bar{F}}{d\Delta\lambda} = \mathbf{n}^T \frac{d\mathbf{t}}{d\Delta\lambda} + \left(\frac{\partial F}{\partial c} \frac{dc}{dq^{vcr}} + \frac{\partial F}{\partial \chi} \frac{d\chi}{dq^{vcr}} \right) \mathbf{t}^T \mathbf{m} - \frac{\eta}{\Delta t} \quad (6.4.5)$$

El cambio de las tensiones en función de $\Delta\lambda$ se deduce a partir de (6.4.2)

$$\frac{d\mathbf{t}}{d\Delta\lambda} = -\mathbf{E}^m \mathbf{m} \quad (6.4.6)$$

con

$$\mathbf{E}^m = \left[\mathbf{E}^{-1} + \Delta\lambda \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{t}} \right]^{-1} = (\mathbf{E}^{-1} + \Delta\lambda \mathbf{M})^{-1} \quad (6.4.7)$$

donde \mathbf{E}^m es el operador elástico y $\mathbf{M} = \partial \mathbf{m} / \partial \mathbf{t}$ la matriz Hessiana del modelo de interfase viscoplástico, el cual considerando un ángulo de fricción constante resulta:

- Si $\sigma > 0$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -2 \tan^2 \phi & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (6.4.8)$$

- Si $\sigma < 0$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -2f_c^{dil} \tan \phi \left[\frac{|\sigma|}{\sigma^{dil}} (c - \sigma \tan \phi) - \left(1 - \frac{|\sigma|}{\sigma^{dil}} \tan \phi \right) \right] & 0 \\ -2 \left| \frac{\sigma \tan \phi}{\tau} \right| \tan \phi & 2 \left| \frac{\sigma \tan \phi}{\tau} \right| \left[\frac{\sigma \tan \phi}{\tau} - 1 \right] + 2 \end{pmatrix} \quad (6.4.9)$$

siendo σ^{dil} el valor para el cual la dilatación se anula. Luego de reemplazar la ecuación (6.4.6) en la (6.4.5) y posteriormente en la (6.4.4) obtenemos la fórmula de iteración para $d\Delta\lambda$

$${}^i d\Delta\lambda = - \frac{{}^{i-1} \bar{F}}{{}^{i-1} \left[-\mathbf{n}^T \mathbf{E}^m \mathbf{m} + \left(\frac{\partial F}{\partial c} \frac{dc}{dq^{vcr}} + \frac{\partial F}{\partial \chi} \frac{\partial \chi}{dq^{vcr}} \right) \mathbf{t}^T \mathbf{m} - \frac{\eta}{\Delta t} \right]} \quad (6.4.10)$$

a partir de la cual pueden obtenerse los incrementos del multiplicador viscoplástico ${}^i \Delta\lambda = {}^{i-1} \Delta\lambda + {}^i d\Delta\lambda$. Una vez calculado ${}^i \Delta\lambda$, los incrementos del vector tensión y variables de estado se obtienen a partir de las ecuaciones (6.4.2) y (6.4.3).

A continuación se describe paso a paso la secuencia de cálculo del algoritmo numérico implementado en lenguaje de programación *FORTRAN*:

1. Datos:

- a) Incremento de desplazamiento en el paso "n" $\rightarrow \Delta \mathbf{u}^n$
- b) Tensión y variables de estado en el incremento "n - 1": \mathbf{t}^{n-1} ; q^{n-1}

2. Predictor

- a) Predictor de tensión: $\mathbf{t}_{trial}^n = \mathbf{t}^{n-1} + \mathbf{E}\Delta \mathbf{u}^n$
- b) Predictor de variable de estado: $q_{trial}^n = q^{n-1}$; $\dot{\lambda}_{trial}^n = \dot{\lambda}^{n-1}$

3. Condición de Fluencia: Si $\bar{F}_{trial}^n = \bar{F}(\mathbf{t}_{trial}^n, q_{trial}^n, \dot{\lambda}_{trial}^n) \leq 0$

- a) Actualización: $\mathbf{t}^n = \mathbf{t}_{trial}^n$ $q^n = q_{trial}^n$ $\dot{\lambda}^n = 0$
- b) Salto a FIN

4. Corrector Viscoplastico

- a) Inicialización: ${}^i i = 0$; ${}^i \Delta \lambda = 0$; ${}^i d\Delta \lambda = 0$; ${}^i \mathbf{t} = \mathbf{t}^{trial}$;
 ${}^i q = q^{trial}$; ${}^i \dot{\lambda} = \dot{\lambda}^{trial}$; ${}^i \bar{F} = \bar{F}^{trial}$

- b) Iteración:

$$i) \quad {}^i \mathbf{n}^{trial} = \partial F / \partial \mathbf{t} \quad {}^i \mathbf{m}^{trial} = \partial Q / \partial \mathbf{t} \quad {}^i \mathbf{M}^{trial} = \partial \mathbf{m} / \partial \mathbf{t}$$

$${}^i \bar{r} = {}^i \left(\frac{\partial F}{\partial c} \frac{dc}{dq} + \frac{\partial F}{\partial \chi} \frac{d\chi}{dq} \right) \quad {}^i \bar{s} = {}^i - \left(\frac{\partial \varphi^{-1}(\eta \dot{\lambda})}{\partial \dot{\lambda}} \right) = -\eta$$

$$ii) \quad {}^i \mathbf{E}^m = (\mathbf{E}^{-1} + \Delta \lambda \mathbf{M})^{-1}$$

$$iii) \quad i \leftarrow i + 1$$

$$iv) \quad {}^i d\Delta \lambda = - \frac{{}^{i-1} \bar{F}}{{}^{i-1} \left[-\mathbf{n}^T \mathbf{E}^m \mathbf{m} + \left(\frac{\partial F}{\partial c} \frac{dc}{dq} + \frac{\partial F}{\partial \chi} \frac{d\chi}{dq} \right) \mathbf{t}^T \mathbf{m} - \frac{\eta}{\Delta t} \right]}$$

$$v) \quad {}^i \Delta \lambda = {}^{i-1} \Delta \lambda + {}^i d\Delta \lambda$$

$$\text{vi) } {}^i\Delta\mathbf{t} = \mathbf{E}(\Delta\mathbf{u} - {}^i\Delta\lambda\mathbf{m}) \quad \rightarrow \quad {}^i\mathbf{t} = {}^{i-1}\mathbf{t} + {}^i\Delta\mathbf{t}$$

$$\text{vii) } {}^i\Delta q = {}^i\Delta\lambda \quad {}^i[\mathbf{t}^T\mathbf{m}] \quad \rightarrow \quad {}^i q = {}^{i-1}q + {}^i\Delta q$$

$$\text{viii) } {}^i\dot{\lambda} = {}^i\Delta\lambda/\Delta t$$

$$\text{ix) } {}^i\bar{F} = \bar{F}({}^i\mathbf{t}, {}^i q, {}^i\dot{\lambda})$$

- c) Condición de Convergencia: Si $|{}^i\bar{F}| > Toler$ y $i < itermax \rightarrow i = i + 1$
- d) Actualización: ${}^n\mathbf{t} = {}^i\mathbf{t}; \quad {}^n q = {}^i q; \quad {}^n\lambda = {}^i\lambda$

5. Fin

6.5. Operador Tangente Algorítmico

Como se puntualizó en la sección 3.2.6 y en el marco del Método de los Elementos Finitos, es conveniente el empleo de la matriz tangente algorítmica o consistente en lugar de la tangente continua con el fin de preservar una tasa de convergencia cuadrática. El operador tangente algorítmico para el modelo de interfase puede formularse a partir de la linearización de la condición de consistencia viscoplastica, ver ec. (3.6.4), para un incremento finito "d", en forma similar al caso de la elastoplasticidad invíscida,

$$d\bar{F} = \mathbf{n}^T d\mathbf{t} + \bar{r}dq - \eta d\dot{\lambda} = 0 \quad (6.5.1)$$

Los cambios diferenciales del vector tensión y variable de estado pueden evaluarse en forma consistente considerando un esquema de Euler (Backward Euler)

$$d\mathbf{t} = \mathbf{E}^m (d\mathbf{u} - d\Delta\lambda\mathbf{m}) \quad (6.5.2)$$

$$dq = d\Delta\lambda \mathbf{t}^T \mathbf{A} \mathbf{n} + \Delta\lambda d\mathbf{t}^T \mathbf{A} \mathbf{n} + \Delta\lambda \mathbf{t}^T \left(\frac{d(\mathbf{A} \mathbf{n})}{d\mathbf{t}} \right) d\mathbf{t} \quad (6.5.3)$$

Reemplazando las ecs. (6.5.2) y (6.5.3) en la ec. (6.5.1) y luego de algunas operaciones, se obtiene

$$d\Delta\lambda = \frac{\mathbf{n}^T \mathbf{E}^m d\mathbf{u} + \beta \Delta\lambda \bar{r}}{\mathbf{n}^T \mathbf{E}^m \mathbf{m} - \alpha \bar{r} + \eta/\Delta t} \quad (6.5.4)$$

con las cantidades escalares α , β definidas como

$$\alpha = \mathbf{t}^T \mathbf{m} - \Delta\lambda (\mathbf{m}^T \mathbf{E}^m + \mathbf{t}^T \mathbf{M} \mathbf{E}^m) \mathbf{m} \quad (6.5.5)$$

$$\beta = d\mathbf{u}^T \mathbf{E}^m \mathbf{m} + \mathbf{t}^T \mathbf{M} \mathbf{E}^m d\mathbf{u} \quad (6.5.6)$$

Reemplazando la (6.5.4) en la relación tensión–deformación $d\mathbf{t} = [\mathbf{E}_{vp}^{alg}] d\mathbf{u}$, el operador tangente algorítmico para el modelo de interfase basado en la teoría de la viscoplasticidad continua se expresa como

$$[\mathbf{E}_{vp}^{alg}] = \left[\mathbf{E}^m - \frac{\mathbf{n}^T \mathbf{E}^m + \Delta\lambda \bar{r} [\mathbf{m}^T \mathbf{E}^m + \mathbf{t}^T \mathbf{M} \mathbf{E}^m]}{\mathbf{n}^T \mathbf{E}^m \mathbf{m} - \alpha \bar{r} + \eta/\Delta t} \right] \quad (6.5.7)$$

Observando la ecuación 6.5.7, vemos que para $\eta/\Delta t \rightarrow 0$ se recupera la forma del operador tangente consistente elastoplástico. Esto es debido a que la formulación viscoplástica continua adoptada en este trabajo permite una transición suave entre el operador tangente consistente clásico (invíscido) y el viscoplástico, ver Etse y Willam [81](1999), Carosio [47](2001).

El modelo constitutivo tiempo/tasa dependiente presentado previamente se emplea en el

Capítulo 7 en diversos análisis tiempo-dependientes bajo estados de tracción uniaxial y estados combinados de compresión/corte con el fin de evaluar la implementación computacional y performance numerica del mismo. Asimismo, se realiza un análisis de la performance numérica del algoritmo implementado para la tangente consistente del modelo mediante comparación con resultados obtenidos empleando otros procedimientos (subincrementación, tangente continua clásica, etc.).

Capítulo 7

ANALISIS NUMERICO

7.1. Introducción

En este capítulo se presenta el análisis a nivel constitutivo de problemas en los cuales la tasa de aplicación de la carga o el paso del tiempo tienen influencia sobre la respuesta material. El capítulo se divide en dos partes: en la primera, se estudia la performance del modelo para el rango de velocidades entre bajas y moderadas (entre $1.E-5 \text{ seg}^{-1}$ y 1.0 seg^{-1}), rango para el cual se acepta que los efectos inerciales tienen muy poca incidencia. En este rango de velocidades se realizan ensayos de tracción pura y corte con diferentes niveles de confinamiento. El término *cuasi-dinámico* se refiere al hecho de que en este trabajo, se asume que el efecto de sobrerresistencia generado por el incremento en la tasa de velocidad se debe a la variación del comportamiento y/o propiedades del material relacionadas con el contenido de humedad de la pasta cementicia el cual incide sobre la respuesta viscosa del material y no a efectos dinámicos propiamente dichos como los relacionados con las propiedades inerciales del sistema en estudio, ver capítulo 4, sección 4.3.2. Se estudia además la performance del modelo elastoplástico invíscido original en ensayos numéricos de

tracción pura comparando el desempeño de la nueva implementación numérica de la tangente consistente elasto-viscoplástica versus los procedimientos de integración que emplean la tangente continua clásica y el método de subincrementación. En la segunda parte de este capítulo, se analiza la respuesta del modelo cuando es sometido a los denominados ensayos reológicos de creep o deformación diferida y relajación de tensiones (ensayos cuasi-estáticos).

7.2. Estudio de los efectos de tasa

En esta sección se estudia la respuesta del modelo en ensayos cuasi-dinámicos mediante la consideración de la malla de elementos finitos que se muestra en la figura 7.1. Esta malla se compone de dos elementos de continuo de cuatro nodos entre los cuales se dispone un elemento de interfase lineal (de cuatro nodos). Al elemento de junta o interfase se le asigna la ley constitutiva elasto-viscoplástica descrita en el capítulo anterior, mientras que los elementos cuadriláteros siguen la ley elástica de Hooke. En las simulaciones numéricas de esta sección se emplea la configuración de la figura 7.1 b), en la cual se impiden los desplazamientos verticales y laterales de los nodos inferiores de la interfase, imponiéndose las cargas y/o desplazamientos directamente sobre los nodos superiores de la junta. A fin de evitar que la contracción lateral por efecto Poisson introduzca alteraciones en la respuesta numérica del elemento de junta, se asigna a los elementos de continuo un módulo de Poisson $\nu = 0$. Por otro lado, dado que la experiencia de diversos autores indica que en el caso específico de los elementos de junta el uso de una regla de integración de Gauss produce

oscilaciones en los valores de las tensiones calculados en los puntos de integración, en todos los análisis que se presentan de aquí en adelante se emplea una regla de integración de Newton-Coates, en la que los puntos de integración coinciden con la posición de los nodos del elemento, ver Gens et al. [87](1988), [88](1995), Rots y Schellekens [157](1990), entre otros.

Primeramente, se presentan resultados numéricos en los cuales se muestra el efecto que

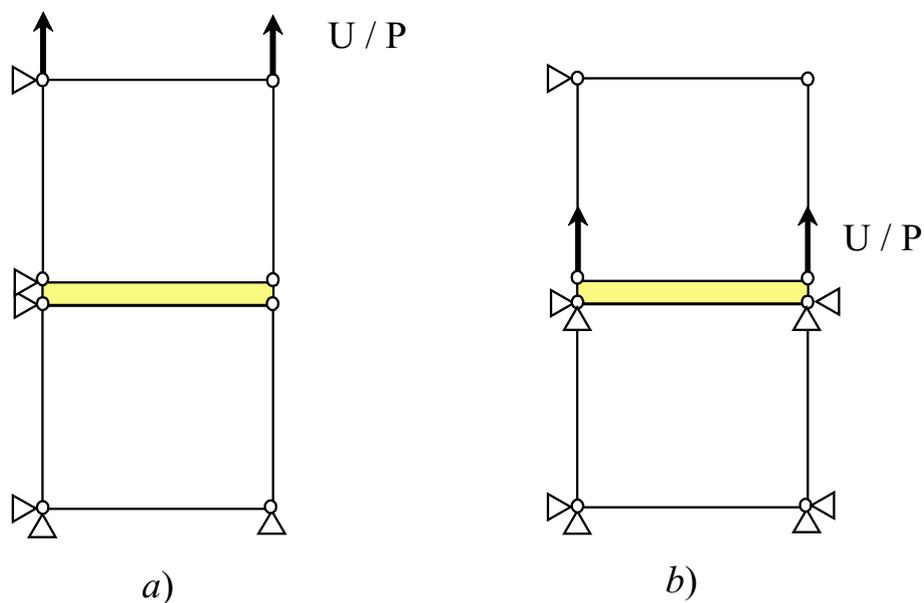


Figura 7.1: *Disposición adoptada en los ensayos numéricos*

ejerce sobre la respuesta constitutiva la influencia de la velocidad de carga. La malla de elementos finitos y las condiciones de borde del problema corresponden a la figura 7.1 b). Este estudio ilustra la sensibilidad de la formulación elasto-viscoplástica de junta para un amplio rango de la relación antes mencionada. Las simulaciones numéricas se llevan a cabo imponiendo una tasa constante de desplazamientos en los nodos superiores de la interfase de la figura 7.1 durante todo el ensayo numérico. Los desplazamientos y tensiones

normales se monitorean en los puntos de integración del elemento junta. En la figura 7.2 se muestran los resultados obtenidos con los siguientes datos para la interfase: $E_N=10000$ MPa/m, $\chi_0=2.0$ MPa, $G_f^I=0.03$ N/mm, $G_f^{II}=10G_f^I$ y demás parámetros del modelo iguales a cero. La viscosidad aparente $\eta=1.E6$ MPa.seg, el intervalo de tiempo $\Delta t=5.E-3$ segundos y un exponente de Perzyna $N=1$. El rango de velocidades en estudio se sitúa entre $2.E-5$ y $1.E-3$ m/seg. Para los elementos de continuo $E_N=25000$ MPa.

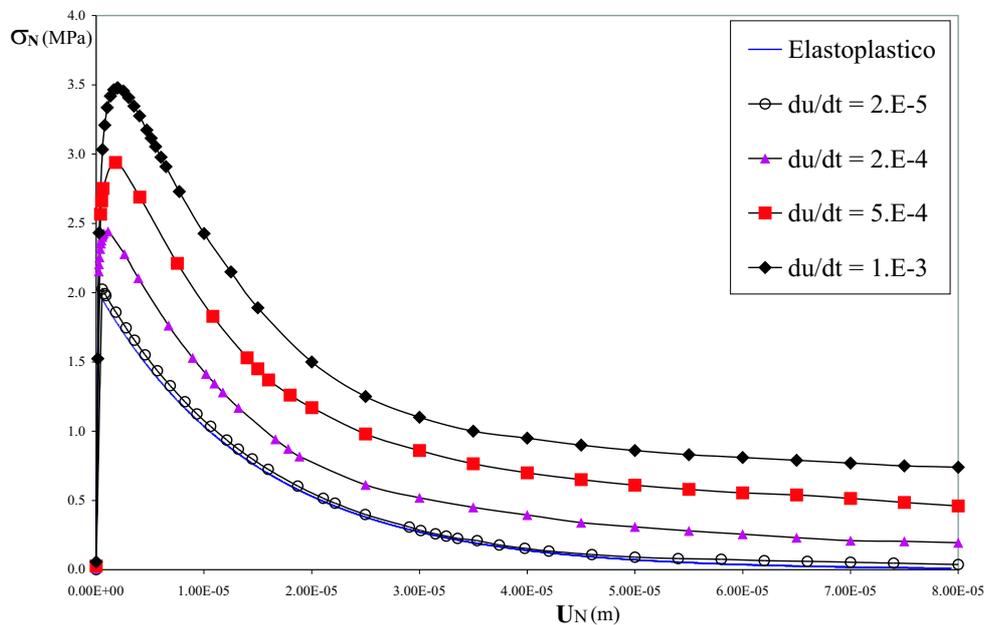


Figura 7.2: *Ensayo de tracción pura a diferentes velocidades*

La figura ilustra la sensibilidad del modelo a la variación de la tasa de velocidad. Para velocidades muy bajas, es claro que, de acuerdo con lo que prevé la teoría viscoplástica, se recupera la respuesta invíscida, mientras que a medida que la velocidad de carga crece, se predicen sobre-resistencias cada vez mayores. Desde un punto de vista cualitativo, la junta viscosa funciona en forma análoga al dispositivo empleado para ilustrar el *Efecto Stefan*, ver figura 4.19. De acuerdo con la teoría de Perzyna, el exponente N es un parámetro

material que determina la sensibilidad del modelo a la tasa de deformación. En la figura 7.3 se muestra la influencia del coeficiente de Perzyna en la respuesta del modelo de junta para el mismo conjunto de parámetros y para una velocidad de $2.E-4$ m/seg. Para valores crecientes de N , el modelo predice sobre-resistencias mayores. La influencia del parámetro

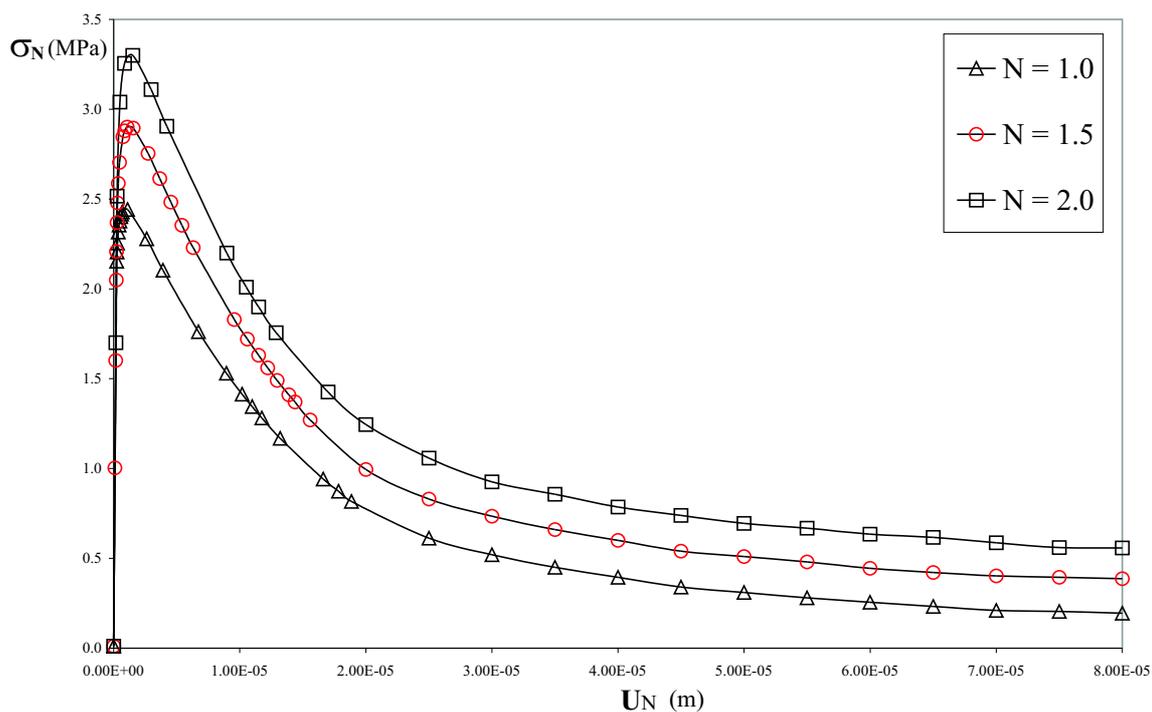


Figura 7.3: *Influencia del coeficiente N de Perzyna*

de fractura en modo I de falla, G_f^I en la respuesta de postpico se aprecia en la figura 7.4, para una velocidad de deformación de $1.E-3$ m/seg. Como era de esperar, a medida que el parámetro de energía de fractura crece, se obtiene una mayor área bajo la curva, lo que corresponde a una respuesta de tipo más dúctil. Este resultado es similar al que se obtiene con un modelo elastoplástico o invíscido. Un efecto interesante que ha sido verificado experimentalmente por Bažant et al. [12](1995) y Tandon et al. [182](1995) es el relacionado con un cambio súbito en la velocidad de carga cuando se recorre la rama de ablandamiento.

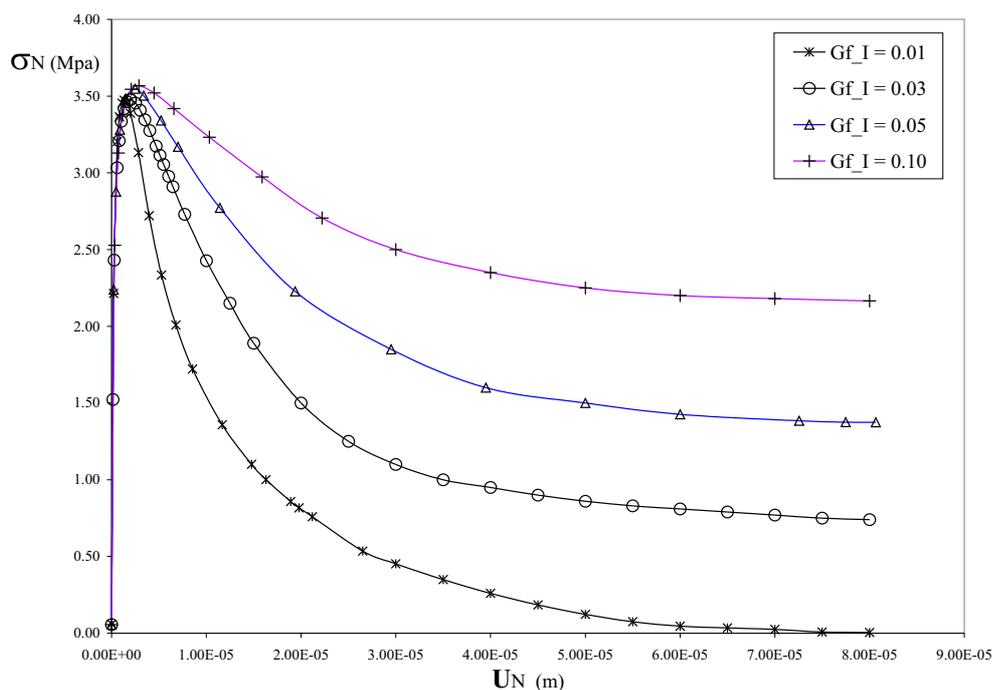


Figura 7.4: *Ensayo de tracción pura - Influencia del factor G_f^I*

El experimento realizado por estos autores consistió en cargar a velocidad constante vigas entalladas de hormigón simple hasta llegar a la rama de ablandamiento. Entonces, a partir de un determinado punto sobre la misma, se imponía un cambio súbito en la velocidad de carga, tanto aumentando como disminuyendo la velocidad de deformación. Los resultados obtenidos por estos autores indican que para el caso de una disminución brusca de la velocidad la rama de ablandamiento se acentúa, mostrando el material una respuesta más frágil que la correspondiente a la que se hubiera obtenido si la velocidad inicial se hubiera mantenido constante. En el caso de aumentar súbitamente la velocidad de deformación, se logra el denominado efecto de revenimiento del ablandamiento (*reversal of softening effect*), es decir, se produce un efecto de endurecimiento o hardening como consecuencia del aumento de velocidad. La figura 7.5 presenta la respuesta del modelo ante cambios súbitos (tanto

en disminución como en aumento). El ensayo numérico se realiza empleando los mismos parámetros materiales que en las simulaciones previas y a una velocidad constante de $2.E-4$ m/seg hasta superar el valor pico y alcanzar la rama de ablandamiento. A partir del punto

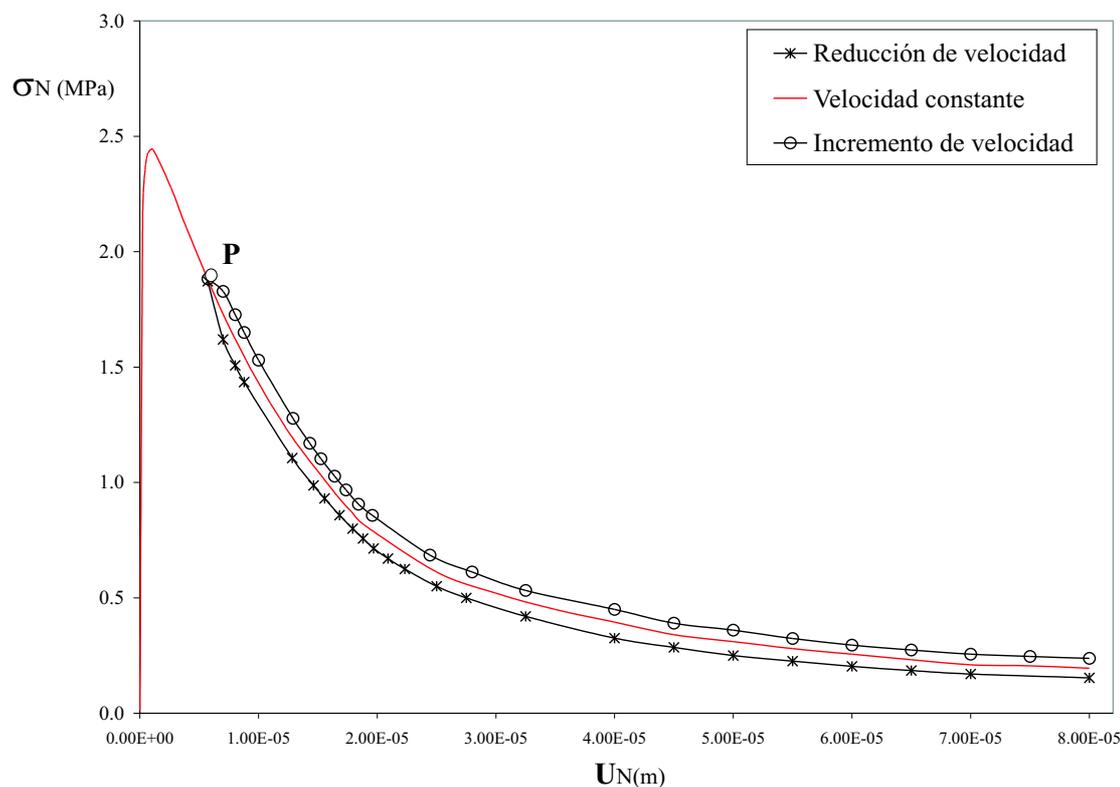


Figura 7.5: Respuesta numérica a un cambio súbito en la tasa de deformación

P , se aplica el cambio de velocidad, con una reducción o aumento de velocidad de aplicación de la carga de un 60% del valor inicial. Como puede apreciarse en la figura, a partir del punto en que la velocidad se reduce (curva inferior), se produce una relajación temporal de las tensiones a partir de la cual la rama de ablandamiento se vuelve más pronunciada. En el caso del aumento de velocidad, se aprecia una recuperación o incremento de la carga, siendo la respuesta en ablandamiento algo más dúctil que en el caso de velocidad constante (fenómeno de revenimiento de softening o endurecimiento por velocidad de deformación).

En el ámbito de la teoría de la elasto-viscoplasticidad estos resultados corresponden a una expansión de la superficie de rotura (por aumento de la velocidad de carga) o a una contracción de la misma (en el caso de la disminución de la velocidad de carga). Esto se relaciona directamente con el hecho de que, desde el punto de vista puramente teórico, para una velocidad infinitamente alta se obtendría una resistencia infinita, correspondiente a un material sin límite de falla y el multiplicador viscoplástico λ tomaría un valor mínimo. Para el otro caso extremo, es decir, de una velocidad muy lenta, el multiplicador viscoplástico toma un valor máximo igual al del multiplicador elastoplástico o invíscido. Por lo tanto, siempre la solución brindada por cualquier modelo basado en la elasto-viscoplasticidad se encontrará comprendida entre los dos casos extremos mencionados. La figura 7.6 muestra que si los ensayos numéricos se hubieran realizado a las velocidades finales (reducida o aumentada) desde el inicio, se hubiera obtenido la misma rama de postpico, lo que confirma los resultados anteriores.

A partir de las verificaciones numéricas presentadas, es claro que la formulación basada en la elasto-viscoplasticidad es capaz de capturar en forma intrínseca varios fenómenos relacionados con el comportamiento de materiales reales, tales como el incremento de resistencia para aumentos de la velocidad de carga o la caída de resistencia cuando se produce una disminución brusca en la velocidad. Por un lado, los resultados presentados constituyen una verificación importante de la implementación numérica del modelo, ratificando la aptitud del mismo para modelar correctamente el comportamiento de la zona de procesos de

fractura (*Fracture Process Zone*) bajo estados de carga dinámica, demostrando la relevancia de la viscoplasticidad a la hora de simular procesos de falla en materiales complejos del tipo quasi-frágiles, con marcado comportamiento reológico en los cuales los efectos de tasa/tiempo interactúan y/o se acoplan conduciendo a respuestas estructurales complejas. Cualitativamente, todos los resultados numéricos obtenidos a nivel constitutivo (respuesta a velocidades crecientes y efecto de revenimiento de softening) son plenamente concordantes con los experimentales obtenidos por diversos autores, Bažant et al. [12](1995) y Tandon et al. [182](1995).

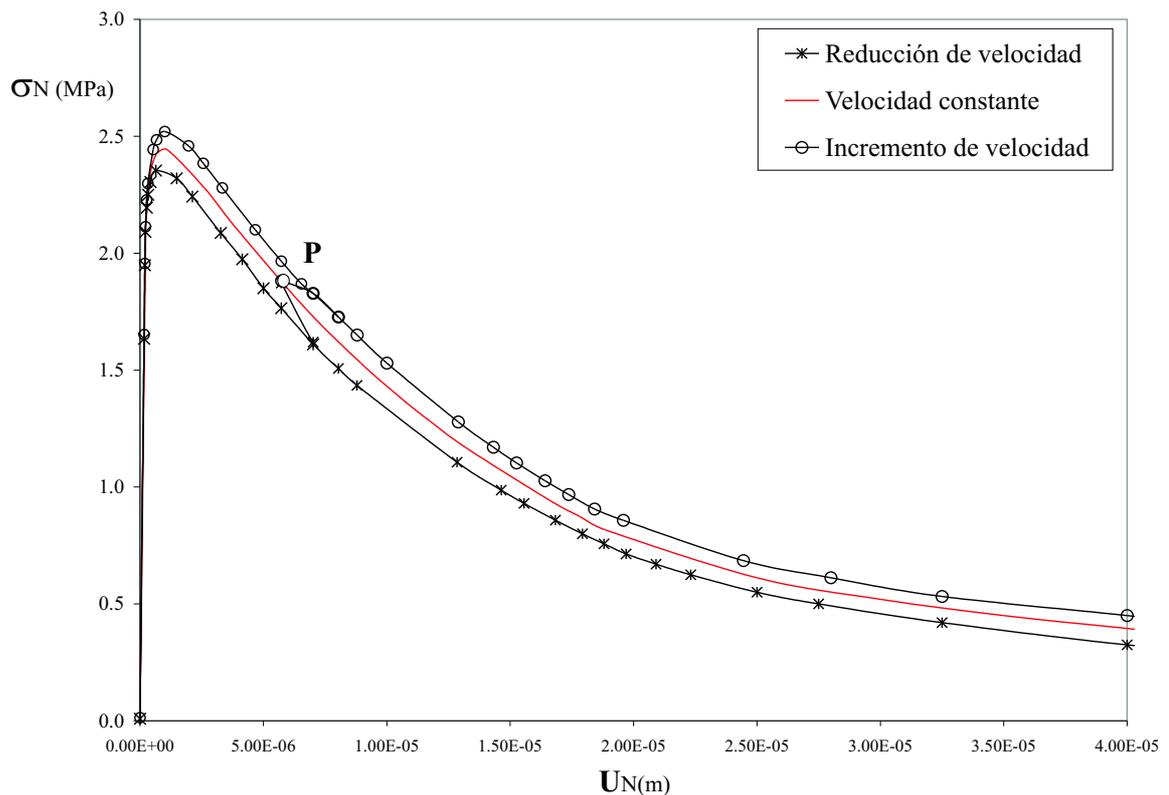


Figura 7.6: *Efecto global y revenimiento de softening*

7.3. Calibración del modelo

Considerando los resultados obtenidos, es claro que el modelo propuesto reproduce correctamente los ensayos experimentales desde el punto de vista cualitativo. Desde el punto de vista cuantitativo, es necesario llevar a cabo la calibración del mismo a fin de lograr reproducir algunos resultados experimentales. Cabe recordar aquí los conceptos vertidos en base a la evidencia experimental resumida en el Capítulo 4, en particular el mecanismo físico de falla para un rango de velocidades entre bajas y moderadas, con tasas de deformación de hasta 1.0 seg^{-1} , rango en el cual predominan las fuerzas viscosas por sobre las fuerzas inerciales. Teóricamente, estas fuerzas pueden evaluarse mediante la ecuación (4.3.1), de la cual se deduce que el efecto viscoso es proporcional a la velocidad de deformación que se produce entre las placas ideales. En nuestro caso, este mecanismo se ve reflejado en la velocidad de separación o velocidad de apertura de una junta determinada. Asumiendo la validez de este mecanismo, es claro que en este contexto el valor de la viscosidad aparente debe plantearse como una función de la tasa de velocidades, Carosio et al [48](1997). El criterio de ajuste de la función de sobrerresistencia adoptado en este trabajo consiste en modificar el término tiempo-dependiente introducido en la función de fluencia del modelo en la forma $S(\dot{\epsilon}, \sigma, \dot{\lambda}\eta)$ a fin de variar el valor de la sobrerresistencia viscosa a partir de un valor inicial dado. De este modo, para una velocidad suficientemente baja se recupera la respuesta invíscida elastoplástica, mientras que para valores crecientes de la tasa de deformación el valor de la viscosidad η se emplea a modo de parámetro de ajuste de la sobretensión del modelo con el fin de ajustar la predicción del mismo a los resultados experimentales,

ver figura 7.7. Con algunas variantes, este criterio ha sido empleado con éxito por diferentes autores, a fin de ajustar las predicciones numéricas de modelos de medio continuo para hormigones en los cuales el efecto de sobrerresistencia dinámica se obtenía mediante la viscoplasticidad, Carosio et al [48](1997), Winnicki et al. [193](2001). En este sentido, Carosio y co-autores emplean una versión tiempo-dependiente del denominado Modelo Extendido de Leon, propuesto originalmente por Etse y Willam [79](1994) para considerar efectos de tasa en base a la teoría de la viscoplasticidad continua, mientras que Winnicki et al. [193](2001) emplean el concepto de viscoplasticidad consistente en el modelo invíscido de Hoffman. En ambos casos se trata de modelos macromecánicos. Una vez obtenidos mediante pruebas numéricas el valor de viscosidad que ajusta a una determinada serie de ensayos experimentales, se interpola asumiendo una variación lineal o cuadrática entre dos valores sucesivos previamente ajustados. El uso de un procedimiento de interpolación para obtener los valores de ajuste a distintas velocidades de carga implica ventajas de tipo numérico por su estabilidad frente a las funciones analíticas, sobre todo teniendo en mente que uno de las principales objetivos es el de emplear el modelo de junta viscoplástico en simulaciones numéricas de falla a nivel mesomecánico mediante el MEF. En el caso de tracción uniaxial, la calibración del modelo se realiza considerando los datos experimentales de Suaris-Shah [179]. En la figura 7.8 se comparan los factores de sobrerresistencia dinámica calculados en base a distintos resultados experimentales y analíticos disponibles en la literatura versus las predicciones numéricas del modelo viscoplástico no calibrado considerando exponentes N de Perzyna iguales a 1.0, 1.5 y 2.0 en escala semi-logarítmica. Se incluyen además las

predicciones de evolución del Factor de Sobrerresistencia Dinámico (FSD) del modelo calibrado mediante el procedimiento de interpolación cuadrática mencionado.

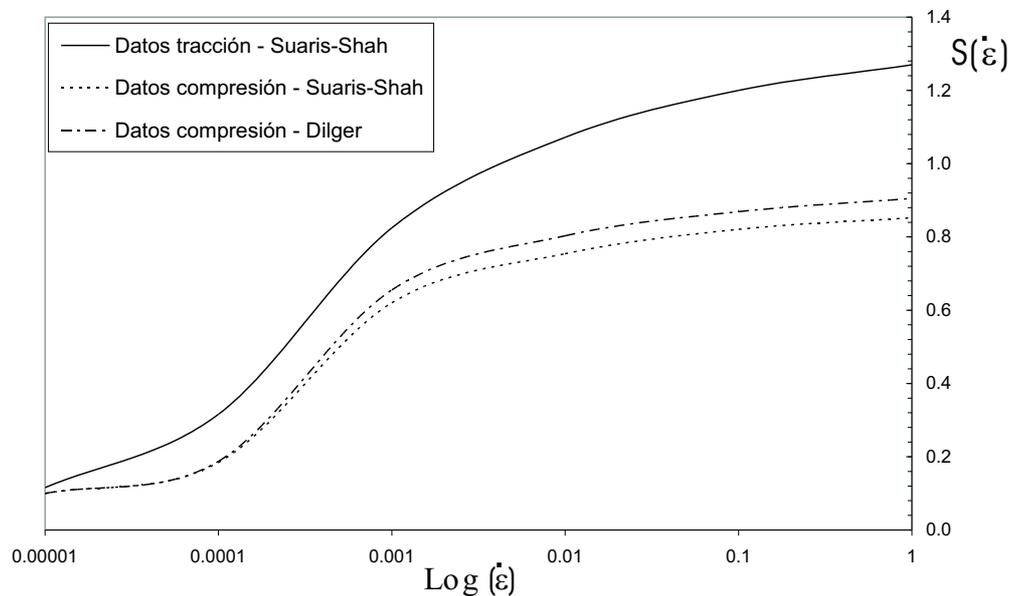


Figura 7.7: Datos de interpolación vs. logaritmo de velocidad de deformación

De esta gráfica se observa que a nivel constitutivo, la formulación básica (sin calibrar), subestima la sobrerresistencia dinámica en tracción para velocidades menores a $2.E-4 \text{ seg}^{-1}$, pero la sobreestima para tasas de velocidad mayores a la indicada. Asimismo, para valores crecientes del exponente N de Perzyna, se obtienen valores crecientes de la relación de sobrerresistencia dinámica. La relación tensión-deformación para diferentes velocidades se muestra en la Figura 7.9, en la que se incluyen los resultados de Suaris y Shah [179]. Los ensayos numéricos se llevaron a cabo en el rango de velocidades comprendido entre $1.E-6 \text{ seg}^{-1}$ (régimen cuasi-estático) y 1.0 seg^{-1} , valor límite aceptado por diversos autores de

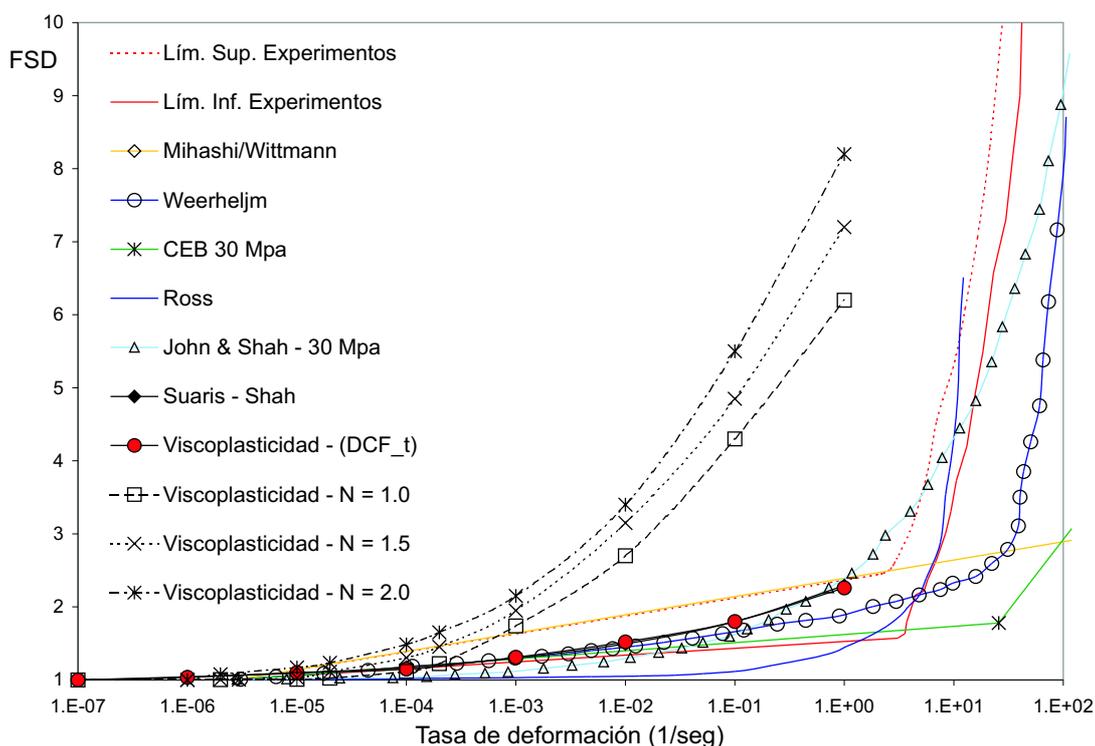


Figura 7.8: Evolución del Factor de Sobreresistencia Dinámica en tracción uniaxial

ensayos experimentales para el cual es válido despreciar los efectos inerciales. Los parámetros empleados en el modelo fueron: $E_N=34000$ MPa/m, $\chi_0=5.37$ MPa, $G_f^I=0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$, obteniéndose una buena concordancia con los mediciones experimentales en cuanto al valor pico. Desafortunadamente, no se dispone de resultados de ensayos dinámicos sobre probetas de hormigón en tracción uniaxial que cubran la rama de ablandamiento, por lo que la predicción del modelo después del valor pico no puede verificarse.

El comportamiento experimental de postpico del hormigón en compresión uniaxial a diferentes velocidades se comparará con los resultados de Dilger [70] (1978).

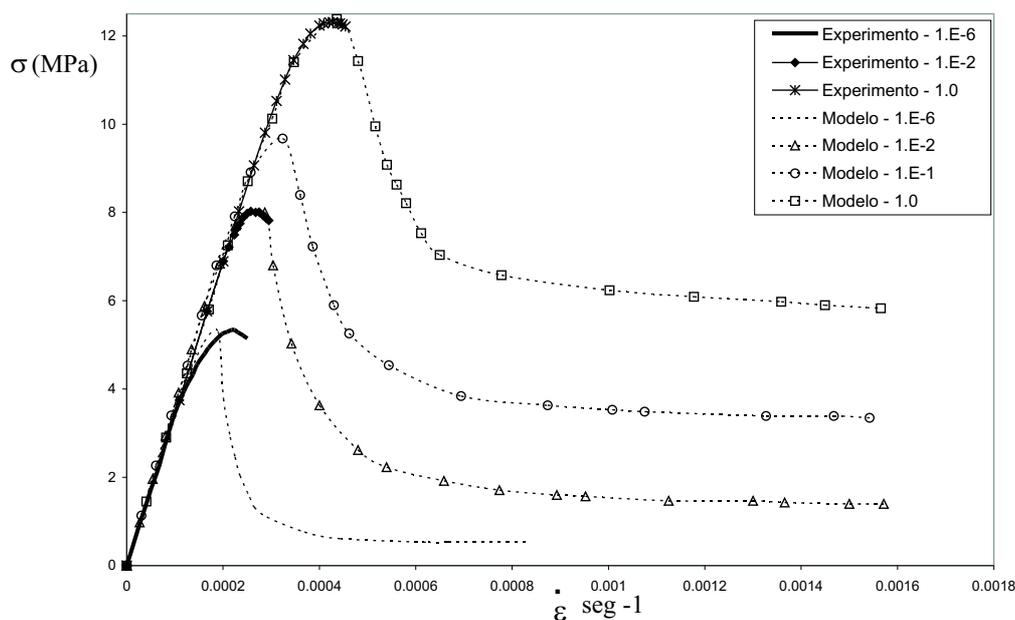


Figura 7.9: *Ensayo de tracción pura - respuesta constitutiva*

7.4. Ensayos de corte con confinamiento

A fin de estudiar el comportamiento numérico bajo condiciones de corte con confinamiento, se llevaron a cabo diversos análisis para diferentes tasas de deformación. En este caso, se aplica un primer paso de carga con control de fuerzas a fin de imponer sobre la interfase un estado tensional de compresión. Una vez alcanzado el nivel de compresión deseado, se incrementa el desplazamiento relativo de corte, manteniendo la carga de compresión constante. La respuesta constitutiva para este caso se muestra en la figura 7.10 para niveles de la presión de confinamiento de 0.1, 2.0 y 6.0 MPa. La familia de curvas indica que a medida que se incrementa la presión de confinamiento, se alcanzan mayores valores de la resistencia a corte de la junta. Además, para valores crecientes de la tasa de deformación se obtiene una curva de ablandamiento menos abrupta, lo que se relaciona con el efecto

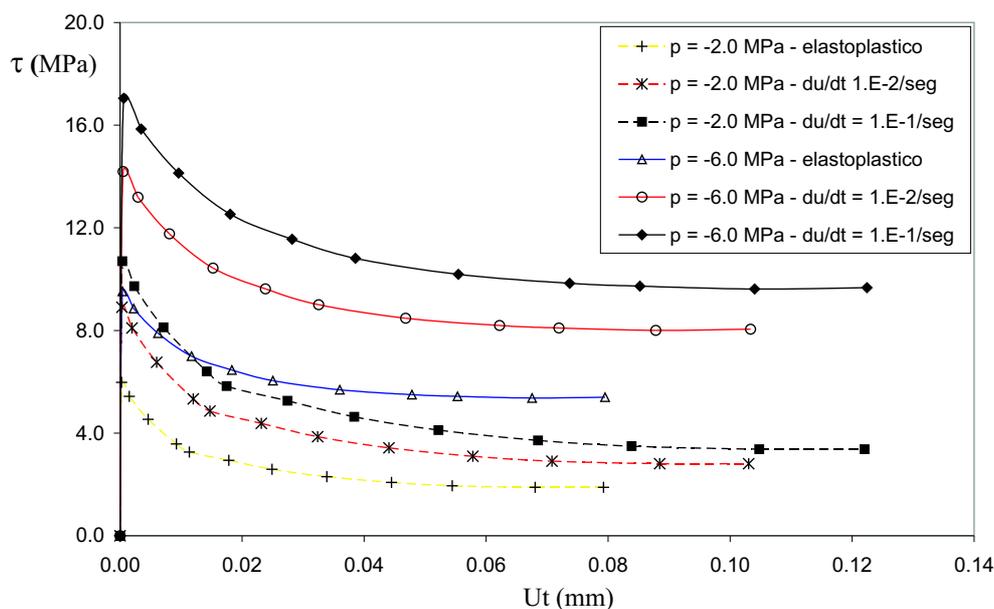


Figura 7.10: *Ensayo de corte para diferentes niveles de la presión de confinamiento*

viscoso de rigidización, típico de la repuesta elasto-viscoplástica para velocidades entre moderadas y altas. En la figura 7.11 se observa la variación de la dilatancia en términos de la relación entre desplazamientos relativos normales y de corte. Puede verse que en el caso del modelo invíscido, la dilatancia es menor para valores altos de la presión de confinamiento. El modelo viscoplástico muestra una tendencia similar, pero esta relación se incrementa a medida que aumenta la tasa de deformación impuesta. Las figuras 7.12 a 7.15 presentan la respuesta numérica para el caso de una imposición combinada de desplazamientos normales y de corte versus los resultados experimentales de Hassanzadeh [94](1992). Estos ensayos consistieron en imponer una combinación determinada de desplazamientos normales y de corte a una probeta prismática de sección cuadrada de $0.07 \times 0.07 \text{ m}^2$, siendo la entalladura perimetral de una profundidad de 0.015 m. Durante la primera parte del test, se impone un estado de tensión pura hasta alcanzar la resistencia característica. A partir de este punto, se

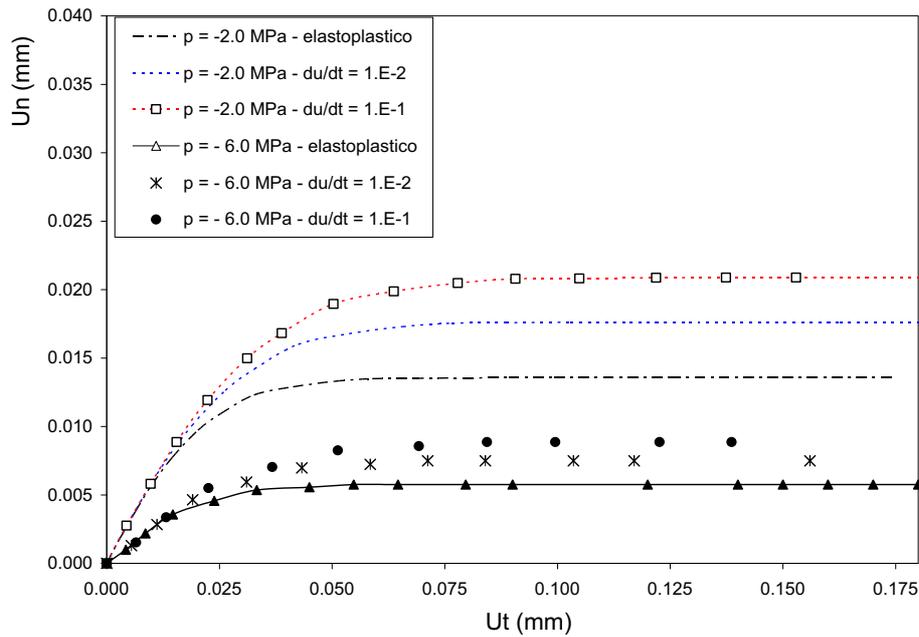


Figura 7.11: *Ensayos de corte confinado-Evolución de la dilatación*

aplican simultáneamente desplazamientos relativos normales y de corte en una proporción fija, la cual se caracteriza por la relación $\theta = u_n/u_t$, con u_n el desplazamiento relativo normal y u_t el desplazamiento relativo tangencial. Los ensayos numéricos se realizaron para $\theta = 30^\circ$ y $\theta = 60^\circ$. Con el fin de comparar los resultados experimentales con los numéricos, las tensiones y desplazamientos experimentales se consideran directamente como valores promedio en la interfase. Los parámetros adoptados para el modelo viscoplástico son idénticos a los empleados por López [85] en los ensayos con el modelo invíscido: $E_N = E_T = 200$ MPa/m, $\tan\phi = 0.9$, $\chi_0 = 2.8$, $c_0 = 7.0$ MPa, $G_f^I = 0.1$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$, $\sigma^{dil} = 56$ MPa, $\alpha_x = 0$, $\alpha_c = 1.5$, $\alpha_\sigma^{dil} = 2.7$ y $\alpha_c^{dil} = 3.0$. Las predicciones numéricas tiempo dependientes para la segunda parte del test se presentan en términos de la relación $\sigma - \tau$, comparándolas con la respuesta del modelo elastoplástico y el experimento.

Al igual que en el experimento, la imposición de desplazamientos relativos de corte

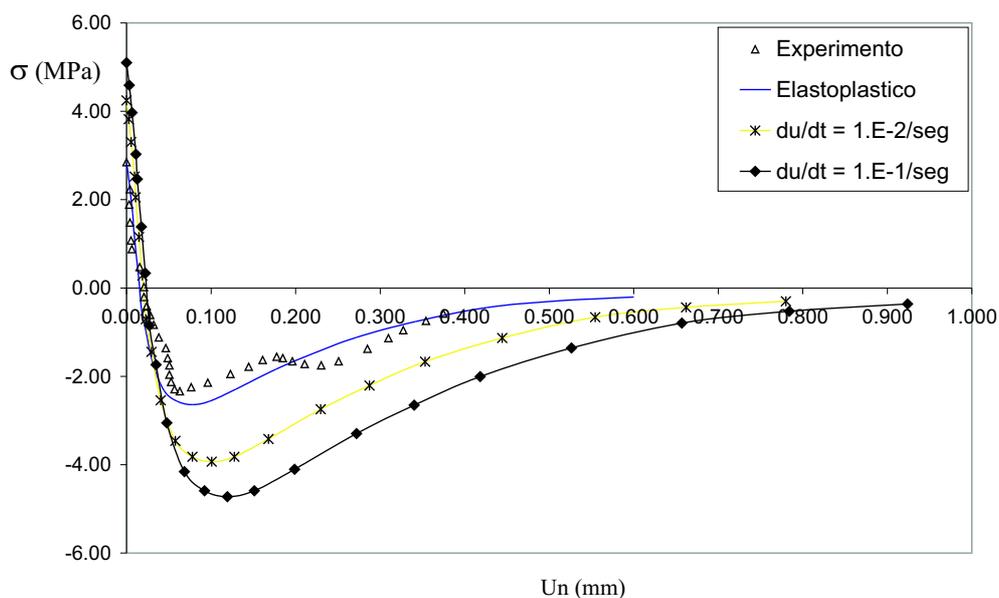


Figura 7.12: *Ensayos de Hassanzadeh - Evolución de tensiones normales - $\theta = 30^\circ$*

produce un descenso abrupto de la tensión normal mucho más pronunciado que en el caso del ensayo de tracción pura.

La tensión normal cambia de signo, alcanzando un valor pico en compresión y, finalmente, desciende hasta anularse en el lado de compresión. Este comportamiento es menos acentuado para $\theta = 60^\circ$, ver figuras 7.14 y 7.15. En las figuras 7.13 y 7.15 se observa la respuesta en términos de tensiones-desplazamientos relativos de corte. La figura 7.16 ilustra la evolución de las tensiones normales versus las cortantes.

Finalmente, se estudia la performance numérica de la implementación constitutiva, en particular el nuevo algoritmo tangente consistente de interfase elasto-viscoplástico, mediante comparaciones de eficiencia y estabilidad bajo un estado de tensión pura. La figura 7.17 ilustra la respuesta constitutiva para tres esquemas diferentes de integración de la ecuación constitutiva, a saber: la implementación tangente consistente, la tangente continua clásica

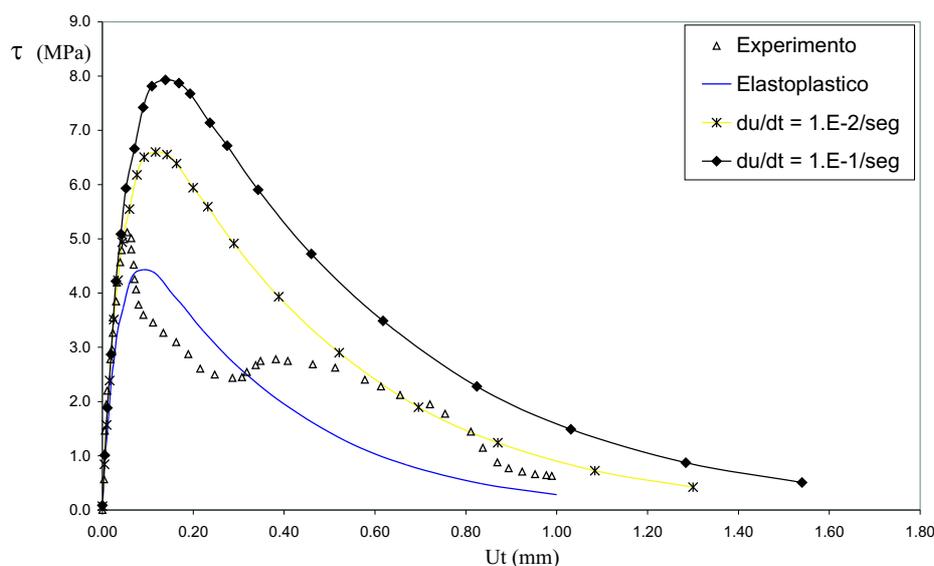


Figura 7.13: *Ensayos de Hassanzadeh - Evolución de tensiones de corte - $\theta = 30^\circ$*

y la tangente continua combinada con un procedimiento especial de subincrementación, ver López [85](1999). El ensayo numérico consistió en realizar ensayos de tracción uniaxial mediante un aumento progresivo del tamaño del paso de desplazamiento Δu_n a partir de alcanzado el valor pico. Los resultados obtenidos con cada uno de los esquemas de integración se comparan con la solución *exacta*, calculada empleando un paso de desplazamiento muy pequeño. Las curvas corresponden a 6, 3, 2 y 1 paso. Para 6 pasos, los tres algoritmos producen prácticamente la misma curva, pero el número de iteraciones necesarias para cumplir el criterio de convergencia adoptado ($Tol = 1.E-5$) fue significativamente mayor en el caso de la tangente continua. En el caso de los análisis con sólo 2 pasos, este algoritmo diverge, independientemente del número de iteraciones adoptado, y sólo se obtienen resultados con los procedimientos de tangente consistente y con subincrementación, resultando la mejor

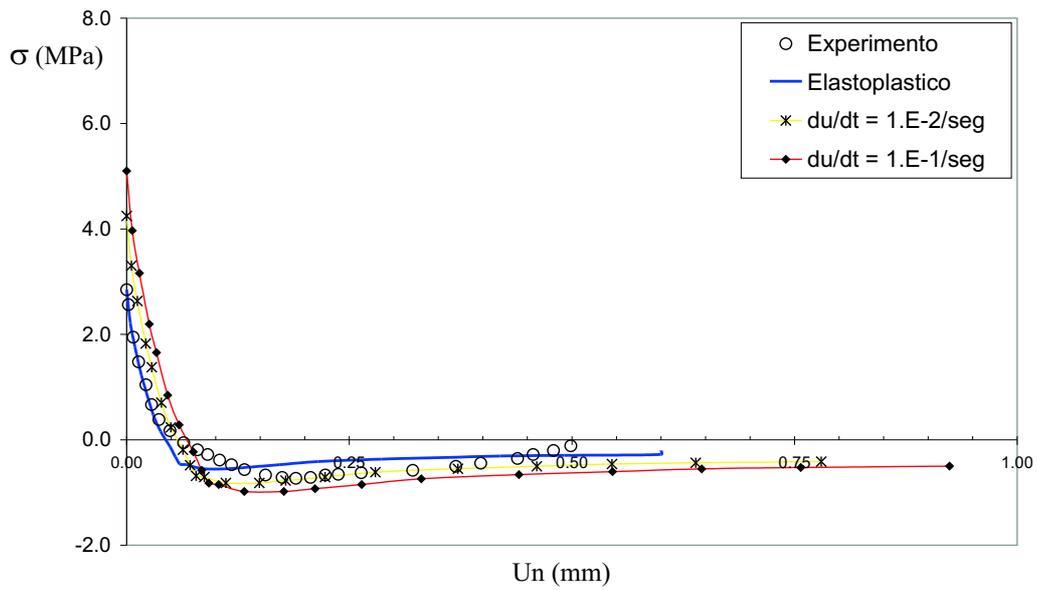


Figura 7.14: *Ensayos de Hassanzadeh - Evolución de tensiones normales - $\theta = 60^\circ$*

performance la correspondiente al criterio de la tangente consistente. Estos resultados confirman la idea básica con respecto a la conveniencia del uso de la tangente algorítmica en lugar de la continua.

7.5. Ensayos en velocidad - Propuesta de una Función analítica

En la sección 7.3 se ha presentado un procedimiento de interpolación cuadrática para ajustar los valores de la viscosidad de acuerdo con los resultados experimentales. En esta sección se plantea una alternativa a este procedimiento mediante la consideración de una función analítica para la variación de la viscosidad en términos de la velocidad. Dicha función toma la forma general

$$\dot{F} = \dot{F}(\dot{\sigma}, \dot{q}, \dot{u}) \quad (7.5.1)$$

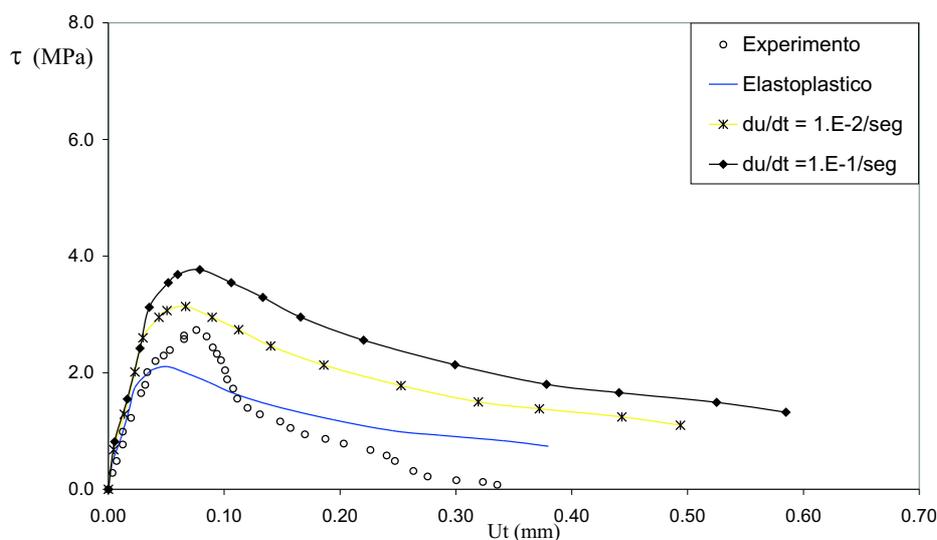


Figura 7.15: *Ensayos de Hassanzadeh - Evolución de tensiones cortantes - $\theta = 60^\circ$*

La ecuación 7.5.1 indica que la sensibilidad a la velocidad del modelo de junta es una función no lineal del estado de tensión, de la historia de carga y de la tasa de desplazamientos. Se debe tener presente aquí que, tal como se ha señalado en el Capítulo 4 de este trabajo, los resultados experimentales muestran que en el caso de tracción uniaxial existe un fuerte cambio en la variación del factor de sobrerresistencia dinámica $(FSD)_t$ al llegar aproximadamente a una velocidad de deformación de 1.0 seg^{-1} , ver figura 7.8. Este valor es aceptado por los diferentes autores como el límite de velocidad hasta el cual los efectos inerciales pueden despreciarse. Por lo tanto, a fin de que el modelo basado en la elasto-viscoplasticidad sea capaz de reproducir la sobrerresistencia dinámica a velocidades que superen al límite mencionado, es necesario considerar un cambio de los parámetros de la función de sobrerresistencia al alcanzar dicha tasa de deformación. En base a la evidencia experimental disponible y al comportamiento del modelo de interfase en los ensayos dinámicos presentados previamente, se propone la siguiente función para definir la variación del

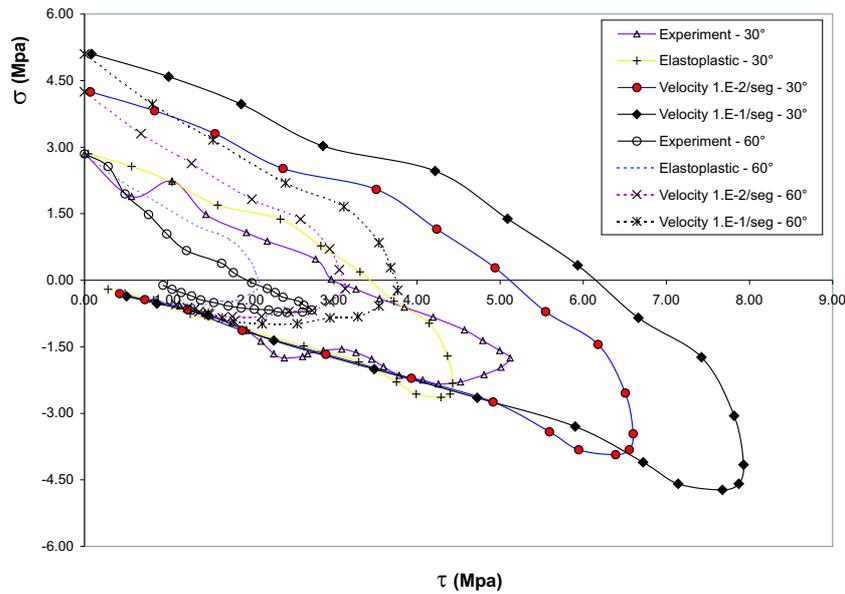


Figura 7.16: *Ensayos de Hassanzadeh - Tensiones normales vs. tensiones cortantes*

parámetro de viscosidad, ver figura 7.18

$$\eta = \eta(\dot{u}) = \eta_0[\alpha \ln(\dot{u}) + \beta \sqrt{\dot{u}} + \gamma] \quad (7.5.2)$$

con \dot{u} la tasa de desplazamientos en la interfase, $\alpha=0.072$, $\beta=0.719$, $\gamma=1.678$ y $\eta_0=1.E5$ MPa.seg el valor de viscosidad básica a partir del cual se efectúa el ajuste. Para estos ensayos, y dado que la relación $\eta/\Delta t$ influye sobre la sensibilidad a la tasa de la formulación elasto-viscoplástica, se adopta $\Delta t=1.0$. Los valores de sobrerresistencia dinámica obtenidos empleando esta función de variación de la viscosidad se muestran en la figura 7.19 en escala semi-logarítmica, juntamente con algunos resultados experimentales. En la figura 7.20 pueden verse las predicciones de máxima resistencia del modelo empleando esta función analítica para la variación de la viscosidad.

A partir de estos resultados, es claro que para tasas de velocidad de hasta 1.0 seg^{-1} , esta función predice los mismos resultados que el procedimiento de interpolación empleado

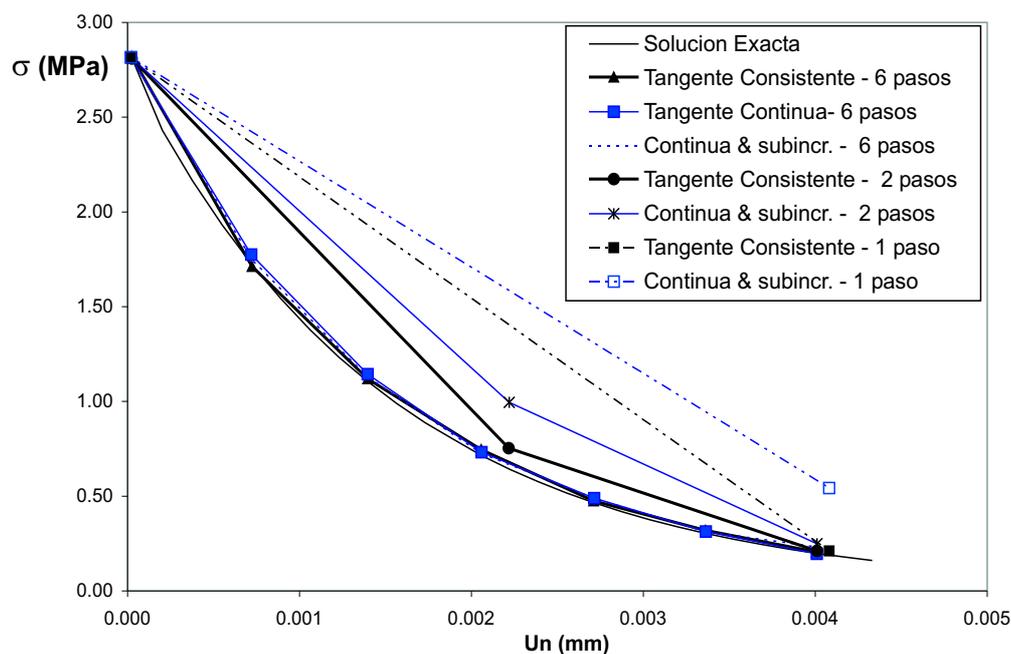


Figura 7.17: *Eficiencia numérica - Ensayo de tracción pura*

anteriormente. Sin embargo, la función de variación propuesta tiene como ventaja fundamental el hecho de proveer una transición continua de la variable de sobrerresistencia, cubriendo además el rango en el cual predominan los efectos inerciales. Como puede verse, para velocidades superiores a 1.0 seg^{-1} , desaparece el comportamiento en ablandamiento, resultando una respuesta marcadamente más dúctil. Esta respuesta del modelo es típica de las formulaciones basadas en la viscoplasticidad, ver sección 7.2.

7.6. Efecto de cambios bruscos de la velocidad

Experimentalmente, se ha comprobado que los materiales cohesivo-friccionales tales como las rocas o el hormigón experimentan un cambio en su comportamiento de pospico ante variaciones bruscas de la tasa de deformación. Estos efectos han sido estudiados por diversos autores, ver entre otros Tandon et al. [182] (1995), Bažant y Gettu, [12](1997).

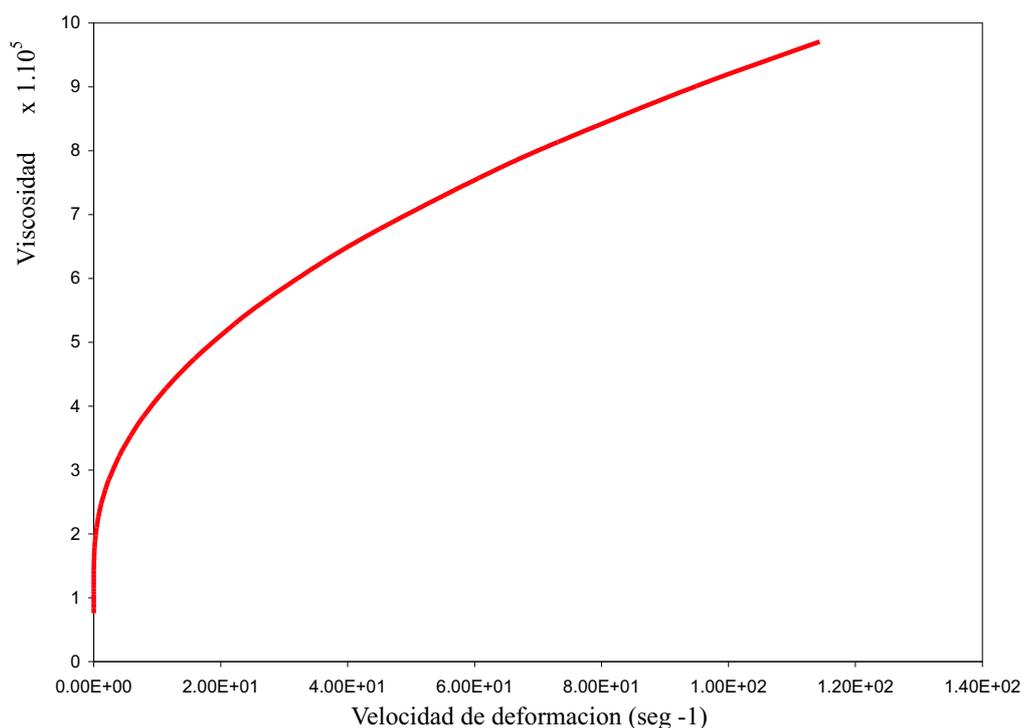


Figura 7.18: Función analítica de evolución de la viscosidad η

Las observaciones experimentales indican que, ante súbitos incrementos de la velocidad de aplicación de la carga, el material presenta un revenimiento de ablandamiento a endurecimiento, mientras que para el caso de disminución de la velocidad el efecto de ablandamiento se torna mucho mas pronunciado. La modelación constitutiva de este aspecto del comportamiento material se ha abordado por medio de la teoría de la viscoelasticidad combinada con el concepto de *energía de activación*, ver Bažant [19](1993). En esta sección, se presenta el estudio de la performance del modelo viscoplástico en relación a este fenómeno, considerando los casos de sobrerresistencia estudiados previamente. La figura 7.21 ilustra la respuesta numérica para reducciones bruscas de la velocidad coincidentes con las velocidades de ensayos de tracción de Suaris y Shah. Las curvas de reducción o aumento de velocidad se obtuvieron a partir de diversos puntos de recomienzo (*restart points*) empleados en los

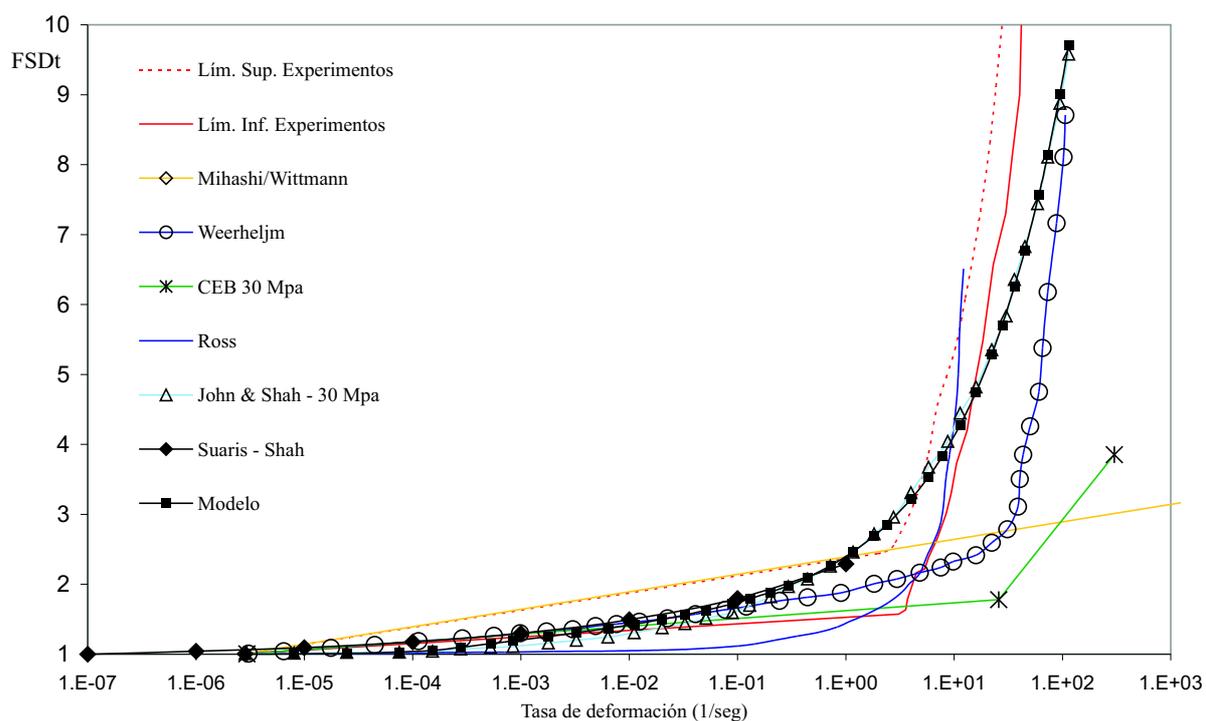


Figura 7.19: Variación de la sobrerresistencia dinámica en tracción

análisis previos para las diferentes velocidades. En la misma gráfica se observa la respuesta numérica cuando se produce un incremento brusco de la velocidad de deformación. En esta figura se observa que cuando se trata de una reducción de la tasa de deformación, se produce una relajación de la tensión hasta alcanzar la curva correspondiente a la velocidad final, mientras que en el caso de un incremento brusco se obtiene un segundo pico de tensión a partir del cual la curva de ablandamiento es coincidente con la curva correspondiente a la velocidad final. Los resultados obtenidos indican que la formulación basada en la elasto-viscoplasticidad es capaz de capturar todos los aspectos relevantes del fenómeno de revenimiento de ablandamiento sin necesidad de introducir conceptos o variables adicionales. En el Capítulo 8 de este trabajo se presenta la modelación de este fenómeno a nivel mesomecánico tanto en ensayos de tracción como de compresión uniaxial.

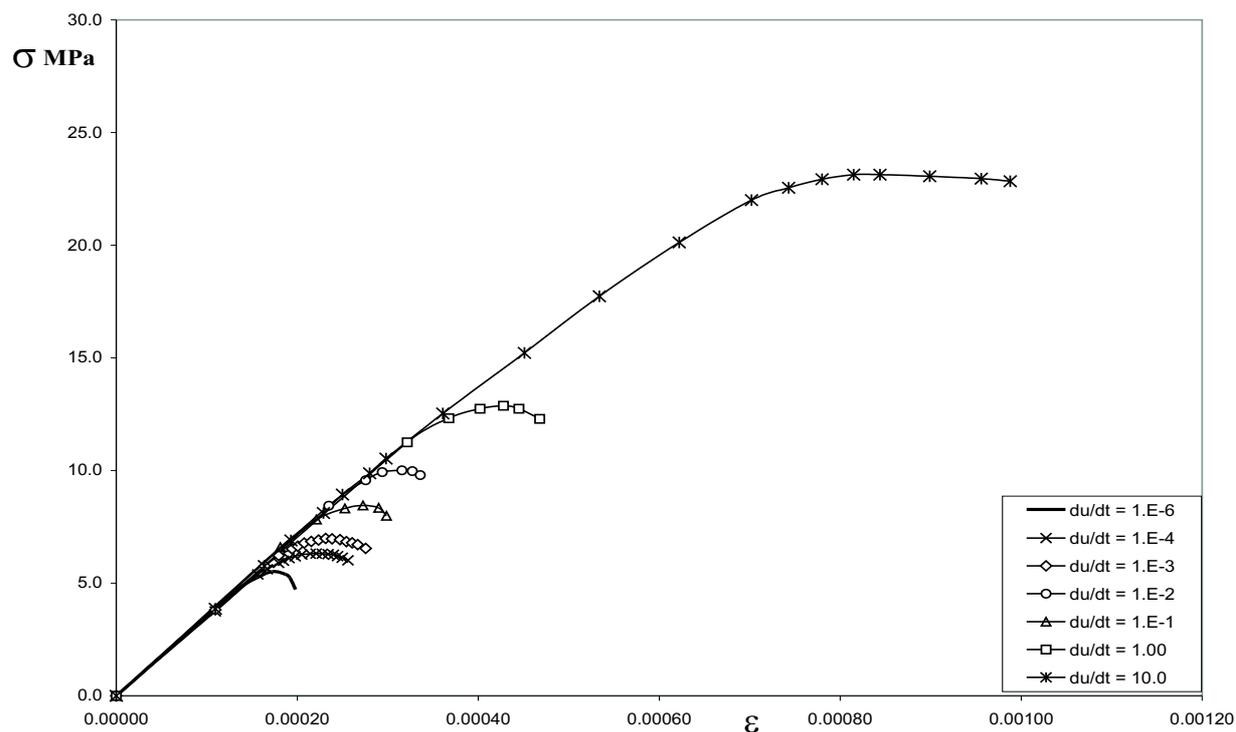


Figura 7.20: *Sobrerresistencia dinámica empleando la función propuesta*

7.7. Performance del modelo a bajas velocidades

Hasta aquí se han presentado las capacidades del modelo constitutivo desde el punto de vista de la respuesta material considerando tasas de deformación por encima del denominado rango cuasi-estático, es decir, menores a $1.E-6 \text{ seg}^{-1}$. Para tasas de deformación menores a la indicada predominan los fenómenos de creep y relajación, entendiendo aquí por creep al aumento de la deformación bajo carga sostenida (de tracción o compresión), mientras que el fenómeno de relajación corresponde a la disminución de la tensión a deformación impuesta constante. El estudio de la performance del modelo en el rango correspondiente

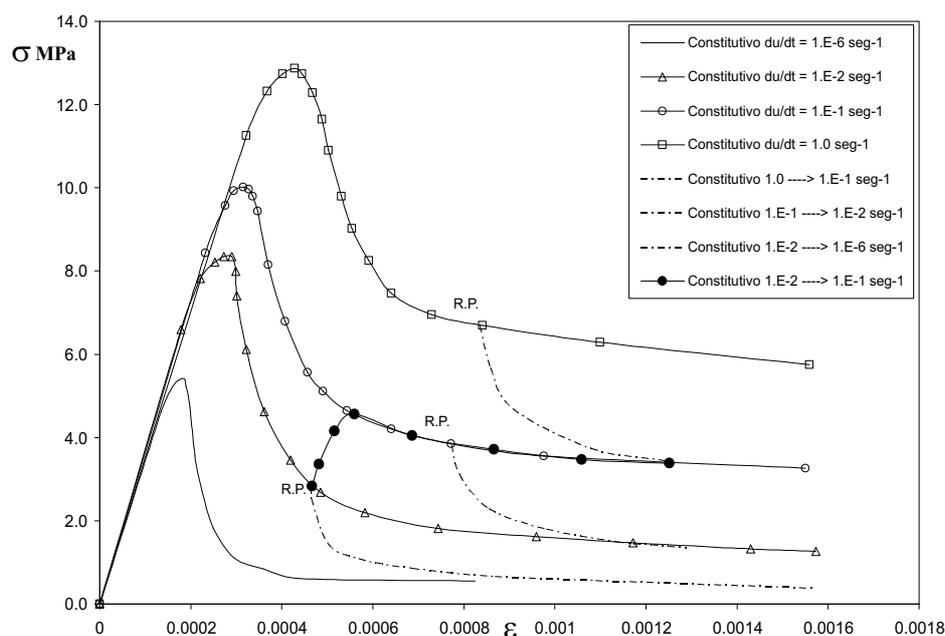


Figura 7.21: *Efecto de revenimiento de softening - Ensayos de tracción pura*

a las velocidades bajas, permite analizar su potencial para simular procesos reológicos en materiales como el hormigón, en el cual los problemas de deformación diferida bajo cargas sostenidas, tanto de tracción como compresión y el fenómeno de relajación de tensiones en estructuras hiperestáticas son hasta hoy en día, objeto de numerosas investigaciones experimentales, teóricas y numéricas dado la complejidad de los fenómenos e interacciones involucradas.

7.8. Ensayos reológicos

Para ilustrar la performance numérica durante la simulación de procesos de falla tiempo-dependientes bajo carga o deformación sostenida se definen los siguientes casos de carga, ver figura 7.22 (a) y (b):

Caso 1-Relajación de tensiones: este consiste en imponer al modelo un desplazamiento tal que implique la superación del límite de resistencia elastoplástico del material. Esto es posible debido a la naturaleza de la formulación viscoplástica.

Caso 2- Creep o deformación diferida: este caso corresponde a la imposición de una carga tal que el estado tensional impuesto supere a la tensión de rotura del material.

En ambos casos, la deformación(o carga) se mantiene constante y se estudia la evolución de las tensiones (o deformaciones) en el tiempo.

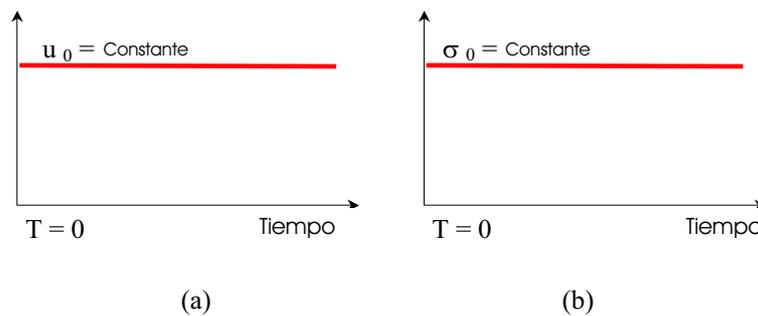


Figura 7.22: *Ensayos reológicos: a) Relajación de tensiones b) Deformación diferida (Creep)*

7.8.1. La viscoplasticidad y el problema de relajación de tensiones

Previo a la descripción de los resultados numéricos obtenidos, se analiza aquí el problema de relajación de tensiones dentro del marco global brindado por la teoría de la viscoplasticidad. Con este fin, consideremos el caso en el que el material se somete a un estado de deformación constante, es decir $\dot{\epsilon}_{ij} = 0$. Ahora bien, que el estado tensional se relaje implica que $\bar{F} > 0$, por lo que el multiplicador viscoplástico $\dot{\lambda} > 0$ y $h = H + n_i E_{ij} m_j > 0$. Entonces, de la condición de consistencia $\dot{\bar{F}} = 0 \Rightarrow \dot{\bar{F}} = n_i E_{ij} \dot{\epsilon}_j - \dot{\lambda} h$ surge que $\dot{\bar{F}} < 0$; a

medida que el proceso de relajación avanza, eventualmente se alcanzará el estado $F = 0$, con lo cual se tendrá el estado de tensión nuevamente sobre la superficie de fluencia invíscida. Esta es la razón por la cual en el caso de viscoplasticidad perfecta ($H = 0$), el estado de tensión es relajado hasta la superficie de fluencia original, mientras que en caso de existir endurecimiento o ablandamiento, es decir, $H > 0$ ó $H < 0$, el proceso de relajación puede llegar a estabilizarse en una superficie de fluencia distinta de la correspondiente al caso viscoplástico perfecto, ver figura 7.25.

7.8.2. Análisis numérico - ensayos de relajación

En lo que sigue se presenta el análisis numérico del caso de relajación de tensiones bajo un estado de tracción uniaxial. Los parámetros adoptados para el modelo fueron los siguientes: $E_N = 1.E7$ MPa/m, resistencia límite a tracción $\chi = 2.0$ MPa, $G_f^I = 0.00003$ MPa/m, $G_f^{II} = 10G_f^I$. Imponiendo un desplazamiento normal $u_0 = 3.E-7$ m, se genera un estado de tensión normal uniforme en la interfase de 3.0 MPa, el cual excede en un 50 % la resistencia elastoplástica. Los resultados de las simulaciones numéricas se presentan en la figura 7.23 para los modelos elastoplástico y viscoplástico. En la misma figura se ilustran diversos casos considerando varios valores del parámetro de viscosidad η . Para valores elevados del parámetro viscoso, la solución viscoplástica tiende a alcanzar el límite elastoplástico en un instante de tiempo muy posterior, es decir, se requiere mayor tiempo para relajar el estado tensional a la superficie de fluencia invíscida, mientras que para valores menores de η esto

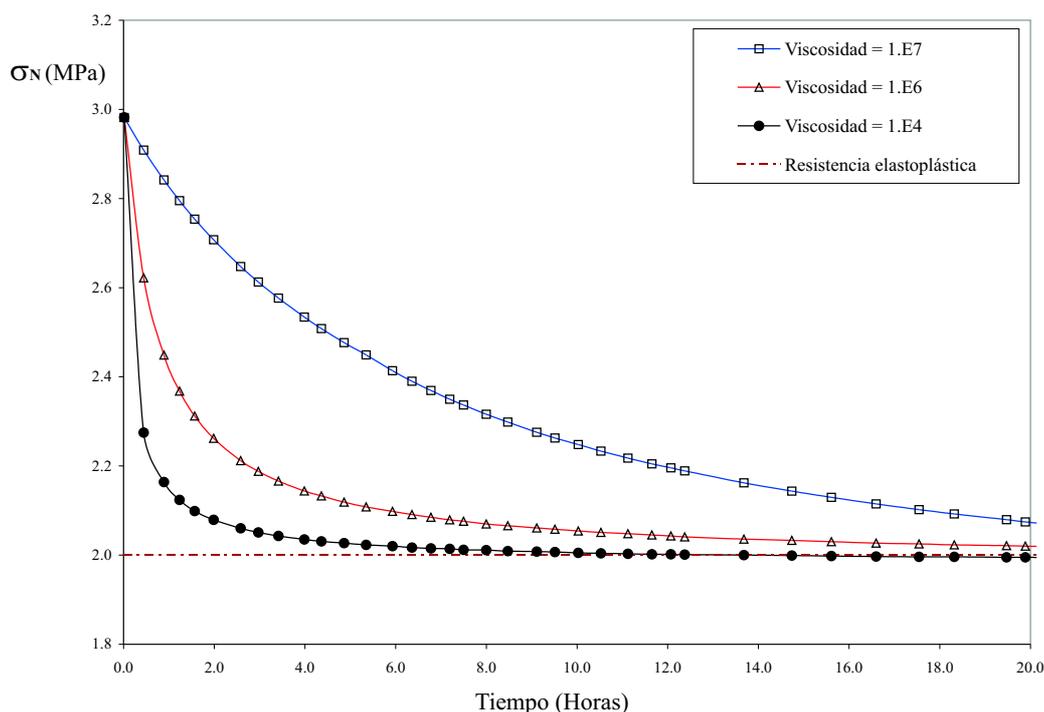


Figura 7.23: *Ensayo de relajación - nivel constitutivo*

ocurre en un instante de tiempo anterior. Es interesante resaltar aquí que la viscoplasticidad permite que el estado tensional exceda el límite de resistencia, lo cual en los modelos elasto-plásticos no es posible debido a la restricción impuesta por la condición de fluencia $F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q})$. Esta es una de las ventajas de la viscoplasticidad, puesto que desde el punto de vista numérico puede proveer un algoritmo de solución mas robusto y estable que los algoritmos tradicionalmente empleados en la teoría de la elasto-plasticidad clásica. Desde el punto de vista ingenieril, permite distinguir apropiadamente los conceptos de capacidad de carga rápida o de corta duración y la capacidad de carga a largo plazo (resistencia ante cargas sostenidas o de larga duración). En la figura 7.24 se muestra la evolución de la variable de estado viscoplastica en el caso de relajación de tensiones para diferentes valores de η . En la figura 7.25 se comparan una solución viscoelástica obtenida mediante el modelo

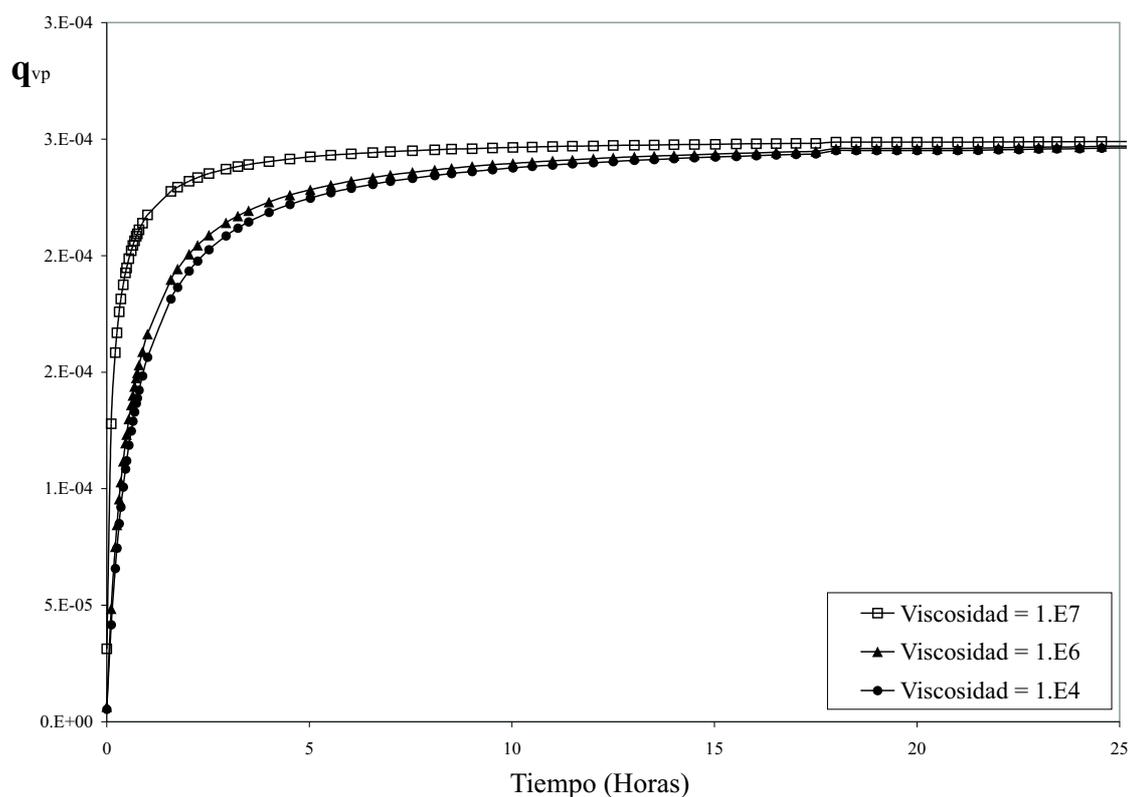


Figura 7.24: *Evolución de la variable de estado*

reológico clásico de Maxwell versus tres variantes del modelo viscoplástico para un mismo tiempo de relajación natural $t_* = \eta/E_N$. Mientras la solución viscoplástica perfecta relaja las tensiones hasta alcanzar el límite de resistencia, en el caso en el que existe ablandamiento ($H < 0$) la curva de relajación se estabiliza a un valor de tensión menor al límite teórico de resistencia elastoplástica. Por el contrario, para situaciones en régimen de endurecimiento ($H > 0$) se obtiene una curva de relajación que alcanza su mínimo en un valor de tensión superior al límite mencionado. Finalmente, el caso viscoelástico relaja las tensiones hasta anularlas, debido a que en estas formulaciones no existe un límite de resistencia definido. Estos ejemplos indican claramente desde el punto de vista físico el significado del parámetro viscoso, el cual se relaciona con el tiempo que necesita el dispositivo reológico para relajar el

estado tensional hasta alcanzar el estado final, representado por la solución elastoplástica.

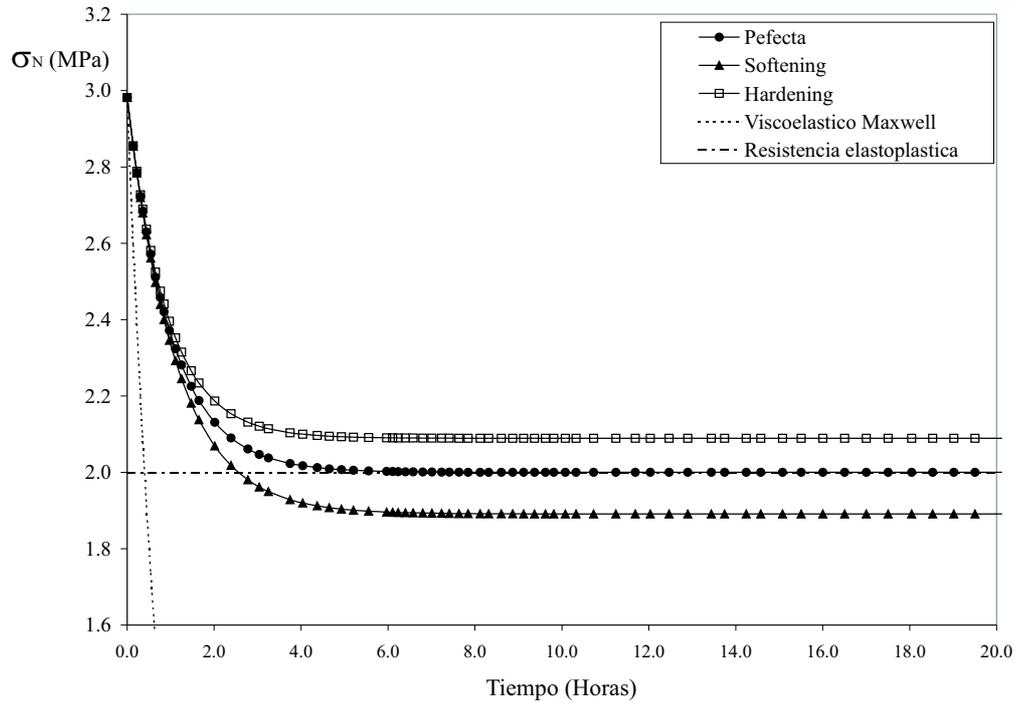


Figura 7.25: Comparación de varios modelos para idéntico $t_* = \eta/E_n$

En la figura 7.26 se presenta una comparación entre una solución analítica para el caso de viscoplasticidad unidimensional propuesta por Simo y Hughes [166](1998) y el modelo de junta considerando un tiempo de relajación natural $t_* = 1$. La solución analítica para el caso de relajación de tensiones se plantea a partir de la aplicación de un desplazamiento inicial u_0 . A este desplazamiento le corresponde una tensión inicial sobre la interfase $\sigma_0 = E_N u_0$. Claramente,

$$\sigma_0 = E_N u_0 \begin{cases} < \chi \Rightarrow \dot{u}^{vcr} = 0 & \text{caso elástico} \\ > \chi \Rightarrow \dot{u}^{vcr} \neq 0 & \text{caso viscoplástico} \end{cases} \quad (7.8.1)$$

En el caso de relajación viscoplástica, la integración constitutiva del modelo reológico nos conduce al siguiente conjunto de ecuaciones

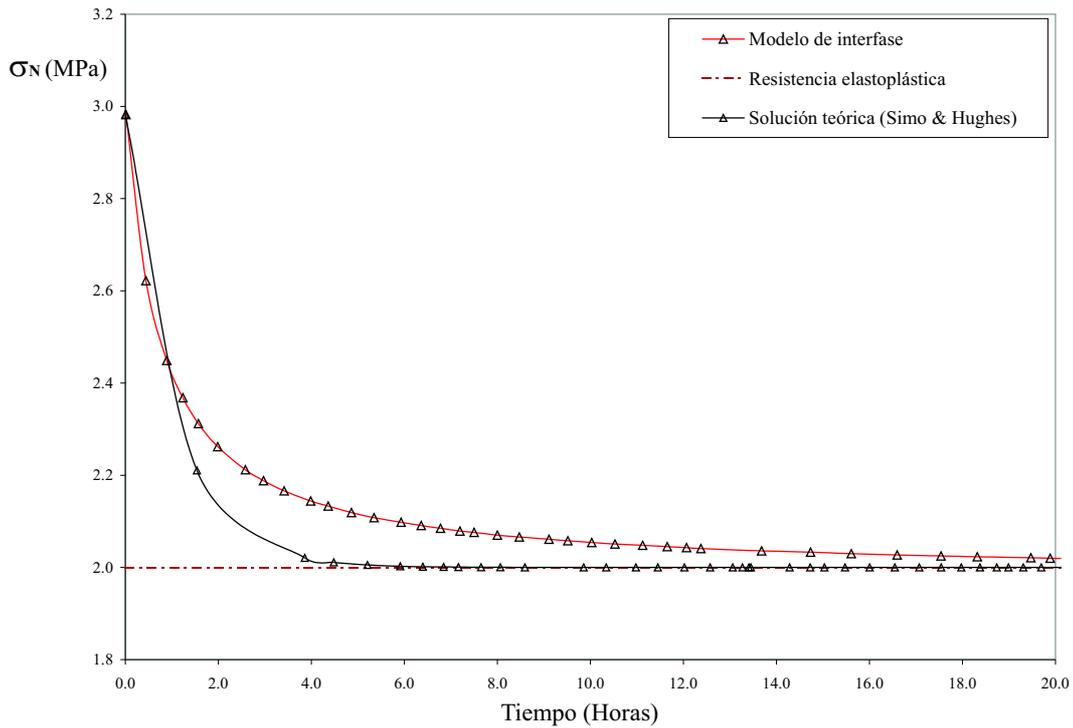


Figura 7.26: Comparación con la solución analítica de Simo-Hughes

$$\dot{\sigma} + \frac{\sigma}{t_*} = E_N \dot{u} + \frac{\chi}{t_*} \quad (7.8.2)$$

con la condición $u = u_0 > \chi/E_N$ y $t_* = \eta/E_N$ la *constante de tiempo* o *tiempo de relajación natural* del modelo reológico. Introduciendo el factor de integración e^{t/t_*}

$$e^{t/t_*} \sigma - \sigma(0) = \int_0^t e^{s/t_*} E_N \dot{u}(s) ds + \chi (e^{t/t_*} - 1) \quad (7.8.3)$$

Dado que en el caso de relajación es $\dot{u}(t) = 0$ en $(0, \infty)$ la integral se anula. Por lo tanto, puesto que $\sigma(0) = E_N u(0) = E_N u_0$

$$\sigma(t) = [E_N u_0 - \chi] e^{-t/t_*} + \chi \quad (7.8.4)$$

Puede demostrarse que la generalización de la solución dada por la (7.8.4) para los casos que incluyen ablandamiento o endurecimiento viene dada por

$$\sigma(t) = \sigma(0) - \frac{E_N}{h} (\sigma(0) - \chi) \left(1 - e^{-\frac{ht}{E_N t_*}} \right) \quad (7.8.5)$$

con $h = E_N + H$. En la figura 7.26 se observa que, al igual que en el modelo teórico, la solución numérica predice una caída de tipo exponencial en el nivel de tensión a medida que transcurre el tiempo. Tanto la solución numérica como la analítica predicen el mismo camino de relajación en la rama de descenso inicial, pero la solución numérica del modelo de junta alcanza el límite elastoplástico en un tiempo posterior al del modelo analítico. Aquí, cabe destacar que desde el punto de vista físico, el factor que controla el proceso de relajación es el tiempo relativo t/t_* . El tiempo absoluto $t \in [0; 1)$ puede considerarse como un período corto o largo sólo en relación con el tiempo natural de relajación $t_* = \eta/E_N$. En forma análoga, la respuesta del dispositivo reológico depende de la relación entre la viscosidad η del amortiguador o dispositivo de fricción y la rigidez E del resorte. Por esta razón, t_* se conoce como el tiempo natural o intrínseco de relajación.

7.8.3. La viscoplasticidad y el problema de creep

Al igual que en el problema de relajación de tensiones, el fundamento de porqué la teoría de la viscoplasticidad es capaz de modelar el problema de creep y, eventualmente captar el fenómeno de rotura diferida puede estudiarse partiendo de las bases mismas de dicha teoría. Consideremos ahora un modelo elasto-viscoplástico, e imaginemos que este

modelo se emplea para obtener una curva tensión-deformación a muy baja velocidad. En esta situación, tal como se ha demostrado en la sección 7.2, la formulación viscoplástica recupera la formulación invíscida, ver figura 7.27.

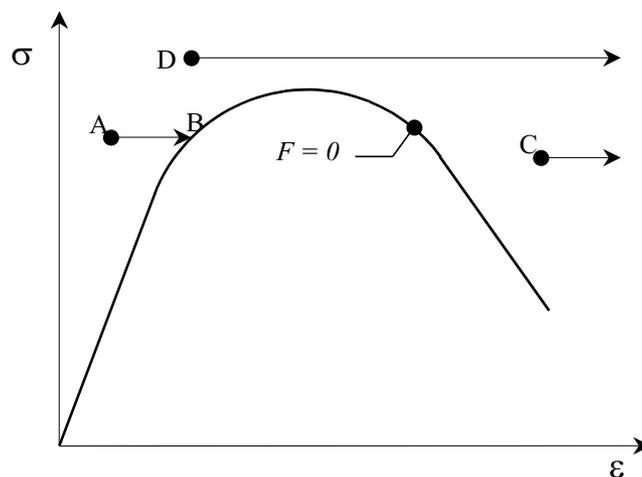


Figura 7.27: Curva $\sigma - \varepsilon$ "estática"

Supongamos que el estado de tensión cae en el punto A o C de la figura, y consideremos la respuesta de un material viscoplástico para un estado $\dot{\sigma} = 0$, es decir, el estado de tensión se mantiene constante. En ambos casos, la deformación viscoplástica tenderá a incrementarse. Si el estado de tensión en consideración es el del punto A, situado antes de alcanzar el límite de la curva $\sigma - \varepsilon$, como la tensión se mantiene constante y la deformación viscoplástica crece, eventualmente el estado de tensión se moverá del punto A al B, sobre la curva, y por lo tanto la deformación viscoplástica tiende a un límite. Sin embargo, si se considera un punto como el C, situado en la rama de ablandamiento de la curva, y se supone un estado de tensión constante, la deformación diferida viscoplástica puede crecer en forma ilimitada, alejándose de la curva estática. Se debe tener presente que para los puntos A y C,

se cumple $F > 0$, por lo que podemos generalizar este razonamiento y afirmar que, para un estado de tensión constante, un comportamiento en endurecimiento implica $\dot{F} < 0$ mientras que un comportamiento en ablandamiento implica $\dot{F} > 0$. Lo mismo puede concluirse para un estado tensional como el correspondiente al punto D de la figura. La performance de la implementación numérica del modelo de interfase bajo estados de tensión constante se verifica en los ejemplos siguientes para la formulación con régimen de postpico de ablandamiento.

7.8.4. Análisis numérico - ensayos de deformación diferida

Se examinan aquí las propiedades del segundo modelo reológico de interés, el denominado *modelo de creep* o *deformación diferida*, definido conceptualmente en la figura 7.22(b). Para la interfase se adoptan los mismos parámetros que en el caso de relajación. En este caso se aplica una fuerza constante de modo de imponer sobre la misma un estado de tensión normal que supere el valor del límite de resistencia. La figura 7.28 ilustra la respuesta del modelo constitutivo de junta cuando se emplea la configuración mostrada en la figura 7.1 b) imponiendo la carga directamente sobre los nodos superiores del elemento de junta. El ensayo numérico se realiza de este modo para evitar que el módulo elástico del elemento de medio continuo superior actúe restringiendo la deformación del elemento de junta. Para activar la respuesta viscoplástica, el nivel de carga debe ser tal que supere el límite de resistencia del material. Ahora bien, al ocurrir esto, el modelo ingresa en la rama de ablandamiento y el módulo plástico $H < 0$, por lo que se tiene un desplazamiento que evoluciona en el tiempo sin tender a un límite definido. En otras palabras, para obtener

el comportamiento constitutivo de la interfase en ensayos de deformación diferida la carga debe aplicarse directamente sobre la interfase, lo que activa la formulación en ablandamiento. El modelo muestra dos etapas de creep, la denominada secundaria, con una pendiente prácticamente constante correspondiente a $\dot{\epsilon} = cte.$, y la etapa terciaria en la que la tasa de desplazamiento crece rápidamente conduciendo a la ruptura diferida del material. Esto nos indica que a nivel constitutivo, una interfase aislada no reproduce el comportamiento de creep en el rango anterior a la tensión de rotura (valores menores al 70 % de la tensión de rotura), pero sí puede reflejar el comportamiento diferido para valores de la tensión superiores. A la luz de estos resultados, no debemos perder de vista que en el marco de esta investigación, el modelo de interfase debe considerarse siempre interactuando con elementos de continuo que representan a la matriz y al mortero en la modelización mesomecánica. La figura 7.29 muestra los resultados numéricos para distintos valores de la viscosidad η , incluyendo la respuesta elastoplástica, pero considerando ahora que la carga se aplica en los nodos superiores de la malla, es decir, sobre el elemento de continuo superior, ver Figura 7.1 a). Del análisis de estos resultados se observa la gran influencia que ejercen los parámetros elásticos de los elementos de continuo en la evolución del desplazamiento diferido de la interfase. Esto se debe principalmente a las siguientes razones: en primer lugar, es claro que la respuesta numérica obedece a que la combinación del elemento de junta de espesor nulo equipado con una ley constitutiva elasto-viscoplástica conectado en serie con los elementos de medio continuo, los cuales en este ejemplo obedecen una ley constitutiva elástica, genera un dispositivo reológico serie compuesto en el que se intercalan resortes

antes y después del dispositivo reológico elasto-viscoplástico, ver figura 7.30. En segundo lugar, la rigidez elástica de los elementos de medio continuo genera un estado combinado de tensiones de tracción/corte sobre la interfase. Para mostrar el efecto de la relación entre el módulo elástico de la junta y el de los elementos de continuo se estudia la respuesta numérica de la malla de la figura 7.1 a) para distintos valores de la relación E_N/E_c , con E_N el módulo elástico normal de la junta y E_c el módulo de Young de los elementos de continuo, ver figura 7.31. En todos los casos se consideró un coeficiente de Poisson $\nu = 0.2$.

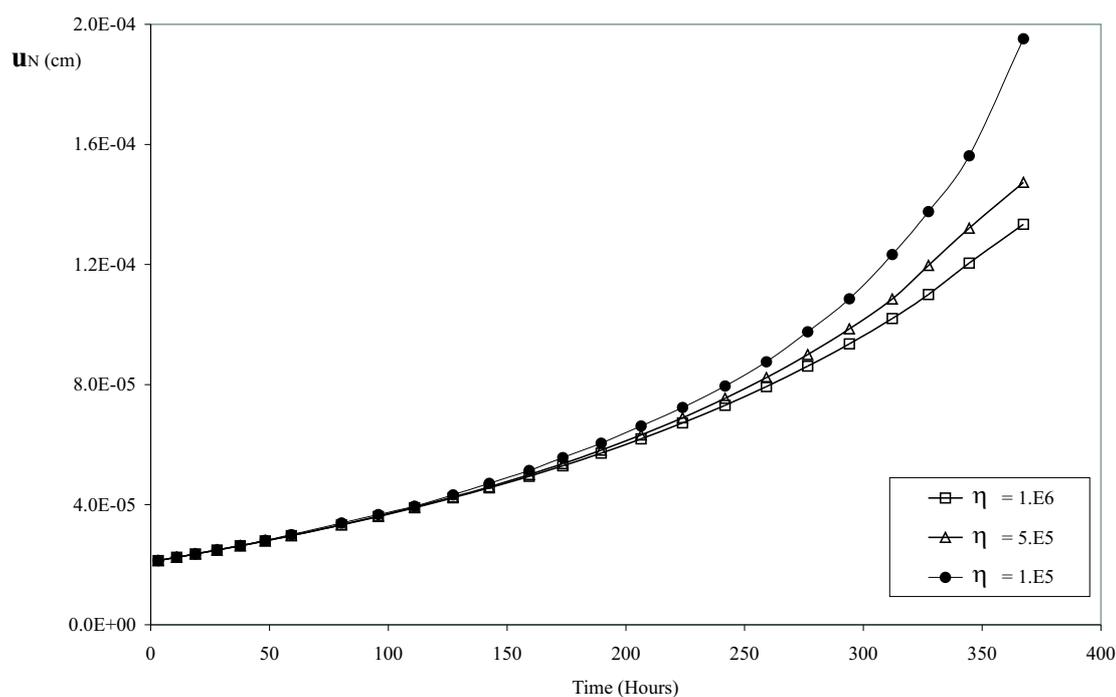


Figura 7.28: *Curvas de creep - modelo constitutivo de junta*

En la figura 7.29 se incluye la respuesta del modelo invíscido a los efectos de mostrar el límite al cual tiende la solución viscoplástica. De este modo, se recupera el significado del parámetro viscoso η el cual determina el tiempo necesario para que el dispositivo reológico

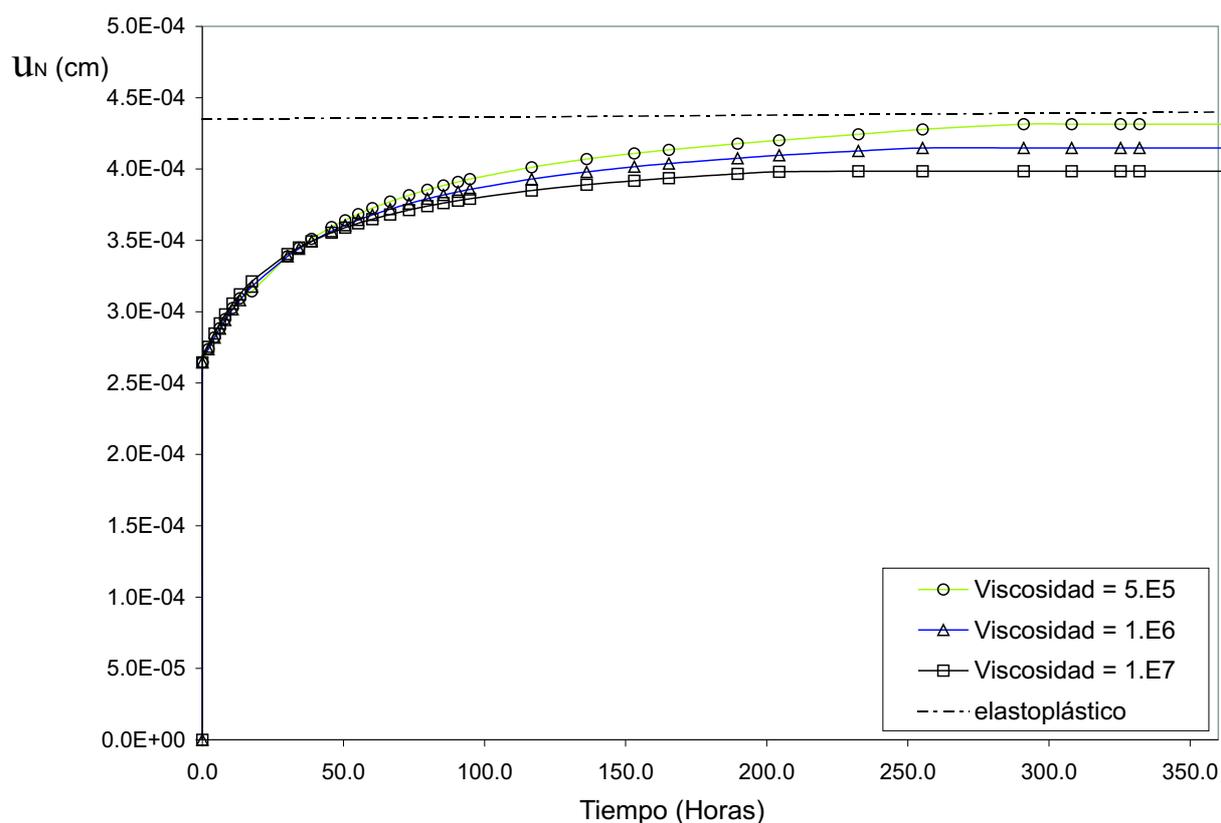


Figura 7.29: *Ensayo de deformación diferida - respuestas elastoplástica y viscoplástica*

logre desarrollar la deformación del caso elastoplástico. En caso de que se reduzca la tensión del límite de resistencia a cero, se obtendría la misma respuesta de un modelo viscoelástico de Maxwell. Al igual que en el problema de relajación de tensiones, es posible resolver la ecuación diferencial en términos del desplazamiento, considerando $\sigma = \sigma(0) = cte.$ y $u(0) = \sigma(0)/E_N$. La solución toma la forma

$$u(t) = \frac{\sigma(0)}{E_N} + \frac{\sigma(0) - \chi}{H} \left(1 - e^{\frac{-Ht}{E_N t^*}} \right) \quad (7.8.6)$$

La figura 7.32 muestra una familia de curvas obtenida a partir de la ecuación (7.8.6).

Evidentemente, esta solución indica que para $t \rightarrow \infty$ es $\dot{\epsilon}(t) \rightarrow 0$, por lo que este modelo

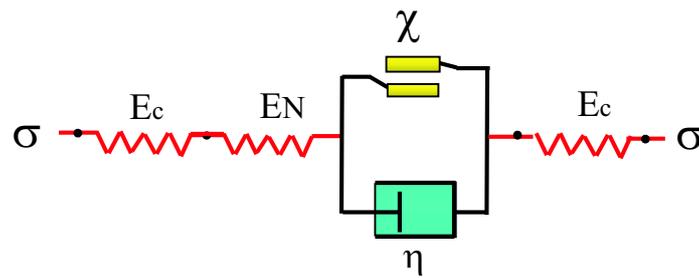


Figura 7.30: *Dispositivo reológico serie*

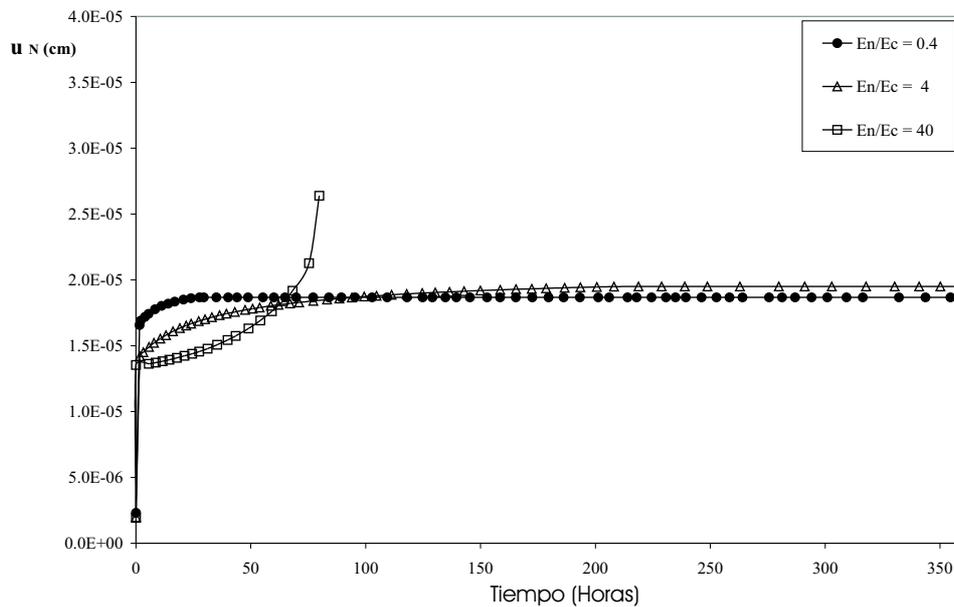


Figura 7.31: *Influencia de la relación E_N/E_c*

teórico no puede emplearse para reproducir un comportamiento de deformación diferida a largo plazo en forma realista. A pesar de este inconveniente, es posible emplear esta solución para estimar la deformación diferida que se produce en la etapa de creep primario, ver figura 4.32, para un tiempo de evolución relativamente corto. Otro aspecto importante que cabe resaltar aquí es que la formulación viscoplástica teórica predice que a medida que crece el valor de tensión aplicada con respecto a la tensión del límite de rotura, crece la deformación diferida aumentando rápidamente la velocidad de deformación. Un efecto

similar se produce a medida que disminuye el valor del módulo de ablandamiento ($H < 0$), ver figuras 7.33 y 7.34.

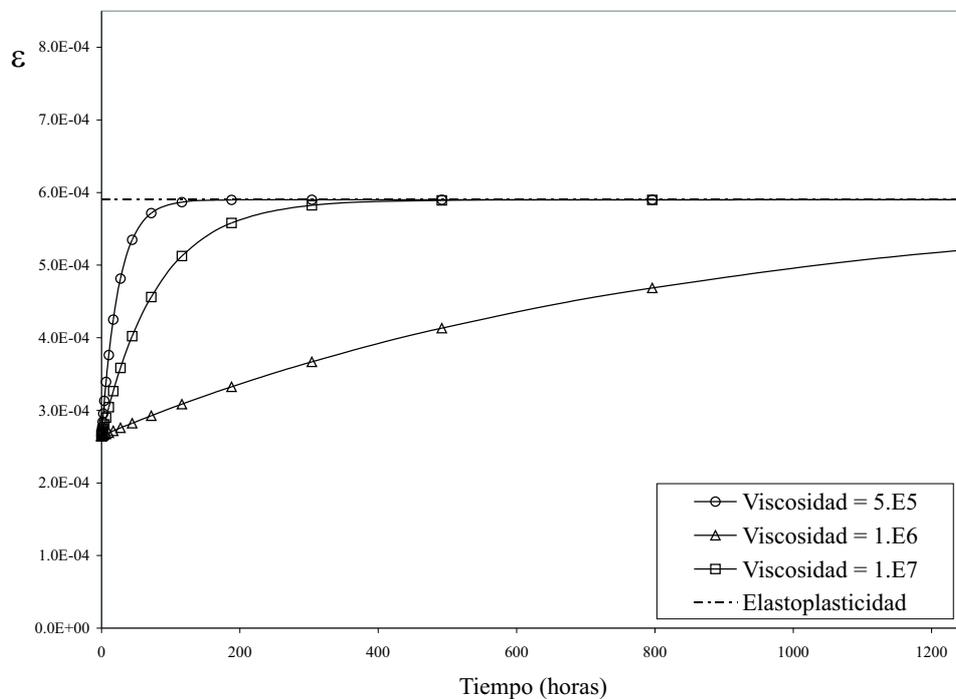


Figura 7.32: Curvas de creep teóricas-Viscoplasticidad de Perzyna

En base a las consideraciones anteriores y a los resultados teóricos, en lo que sigue los resultados de ensayos numéricos de deformación diferida que se presentan se obtienen considerando el modelo reológico de la figura 7.30. En la figura 7.35 se aprecia la sensibilidad del modelo numérico al nivel de tensión aplicado. Vemos que a medida que crece el nivel de tensión aplicada, los desplazamientos diferidos aumentan. Superando cierto límite, el modelo predice que los desplazamientos diferidos aumentan rápidamente, ingresando en lo que se denomina *rama de creep terciario*, la cual precede a la rotura diferida. Este comportamiento se corrobora observando la curva $\sigma - t$ que se muestra en la figura 7.36, donde queda claro que para un valor de tensión suficientemente alto, la respuesta alcanza

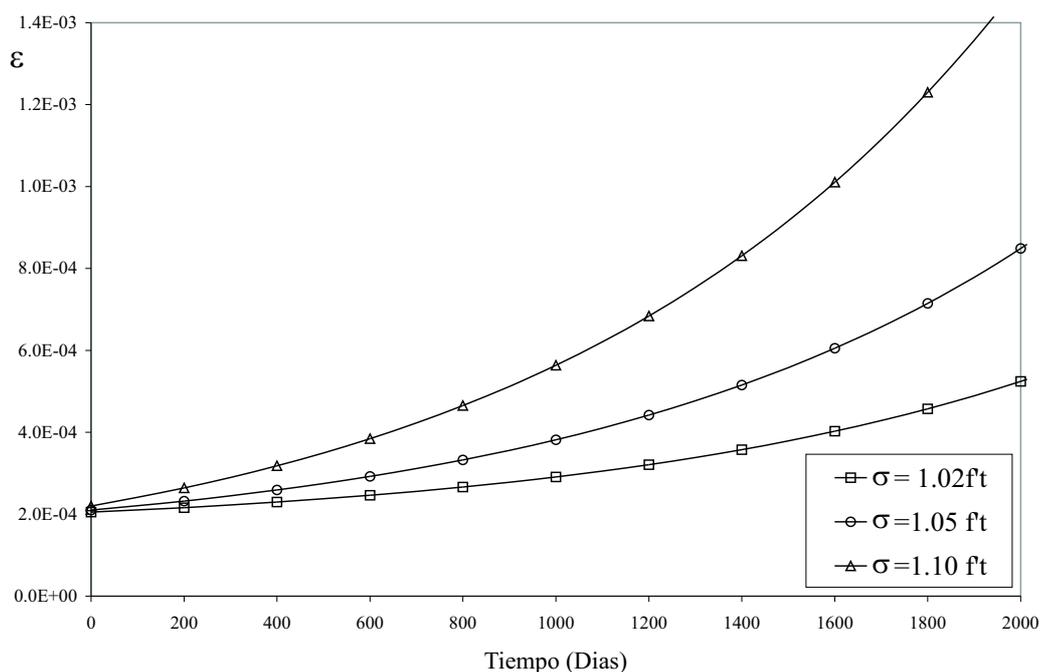


Figura 7.33: *Curvas de creep teóricas-Efecto del nivel de tensión*

un pico y luego decae evidenciando una rápida degradación de la resistencia, que indica que el estado tensional se encuentra en la rama de ablandamiento con un módulo plástico H negativo, mientras que para niveles de tensión menores el módulo plástico se mantiene positivo.

Mediante los ejemplos presentados hasta aquí se han resaltado las diferencias conceptuales entre el caso elastoplástico y el viscoplástico. Esto permite inferir que, una vez que el mecanismo disipativo tiempo-dependiente se ha activado, en caso de producirse una descarga, el material sufrirá alguna deformación plástica remanente. El aspecto importante a tener presente al adoptar un modelo viscoplástico, es que la deformación remanente no es la misma que la correspondiente a un modelo elastoplástico, sino que, dependiendo del tiempo de descarga, sólo se activa una porción de la deformación plástica. Esto se ilustra en

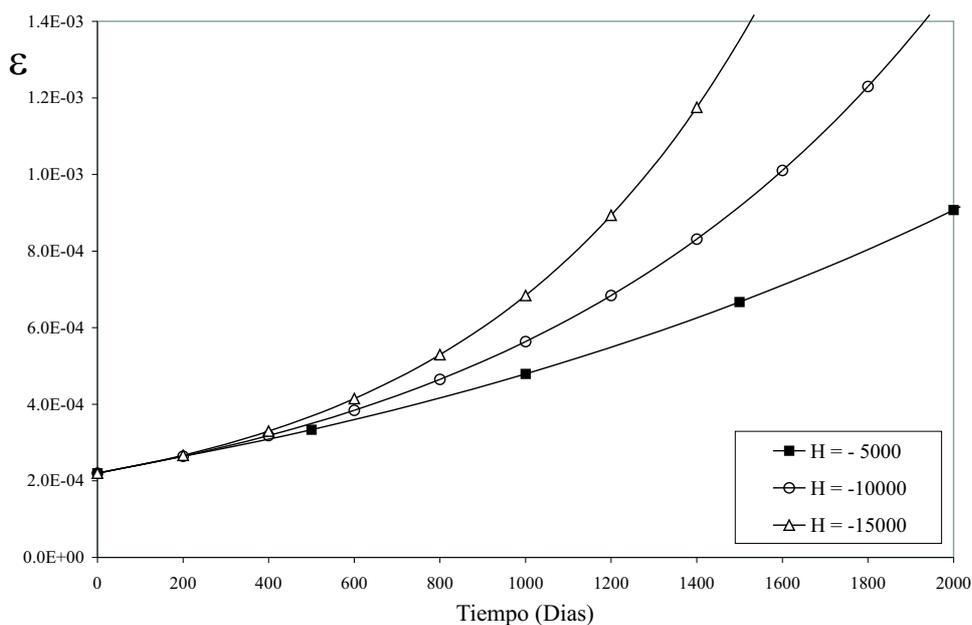


Figura 7.34: *Curvas de creep teóricas-Influencia del módulo H*

los ejemplos siguientes. Consideremos nuevamente el caso de deformación diferida, con los mismos datos materiales definidos anteriormente. En el instante $T = 0$ se aplica una carga de 1.2 kN y luego de transcurrido un tiempo $T=T_1$ se produce la descarga, ver figura 7.38.

La figura 7.39 ilustra los casos de carga y descarga para un nivel de tensión determinado. Es claro que, luego de removida la carga el modelo experimenta una descarga elástica, quedando deformaciones plásticas remanentes. En el caso de descarga, el desplazamiento elástico viene dado por $\Delta u = \Delta\sigma/E_N$, siendo $\Delta\sigma$ la parte de tensión correspondiente a la descarga. El caso de recarga, considera que el modelo cargado a $T=0$ con la misma carga inicial que en el ejemplo anterior, al tiempo $T=T_1$ sufre una recarga de $\Delta\sigma = 0.03, 0.08$ y 0.15χ . Nuevamente aquí vemos que para valores bajos del incremento de tensión, los desplazamientos diferidos tienden a un valor límite, dado por la solución elastoplástica, mientras que para un determinado incremento de tensión $\Delta\sigma^*$, el modelo ingresa en la rama

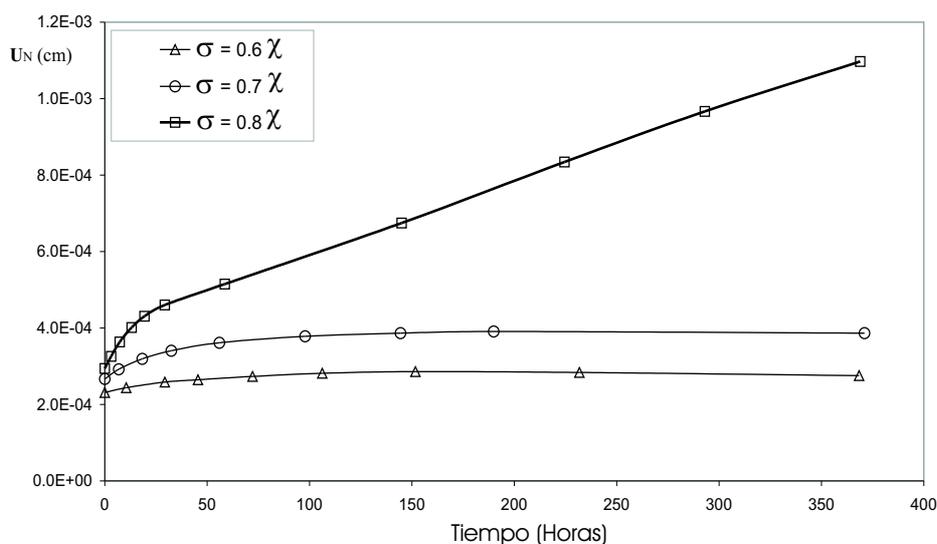


Figura 7.35: *Influencia del nivel de tensión $\eta = 1.E7$*

de creep secundario en la cual el crecimiento de la tasa de deformación puede conducir a la rotura diferida del material. Como se explicó anteriormente, este hecho corresponde a un módulo de ablandamiento H negativo.

El último ejemplo explora el caso de carga por etapas, de gran interés al analizar ciertos procesos constructivos. Consideremos el mismo modelo, al cual se carga en el instante de tiempo $T = 0$ con una carga inicial $P = 1,20KN$; seguidamente, al tiempo $T = 245$ esta carga se incrementa aplicando un $\Delta P = 0,2KN$. La figura 7.40 presenta la respuesta de este caso, incluyéndose en la misma el caso en el que el total de la carga se aplica desde el principio. En ambos casos, el desplazamiento tiende al mismo valor límite correspondiente a la solución elastoplástica, la cual se ha incluido en la misma figura.

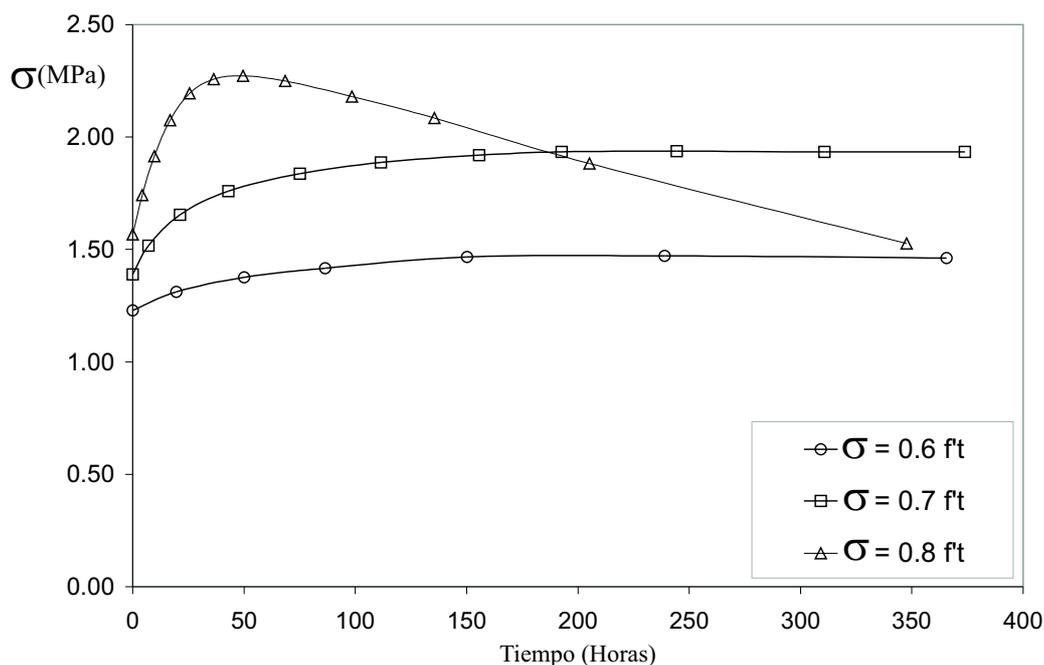


Figura 7.36: *Ensayo de deformación diferida - Evolución de la tensión*

7.9. Conclusiones

A partir de los ejemplos presentados, se han destacado los aspectos fundamentales que diferencian las formulaciones elastoplástica y viscoplástica, resaltando el hecho de que en la primera la deformación plástica se desarrolla totalmente desde el primer instante, mientras que el desarrollo de estas deformaciones en la segunda depende de su tiempo intrínseco $t_* = \eta/E_N$. Del análisis de los resultados de la formulación numérica y del modelo teórico simple, surge que a nivel constitutivo el modelo reproduce correctamente la respuesta que predice la teoría para el caso de softening o ablandamiento, tanto ante ensayos de relajación de tensiones como de deformación diferida. En el aspecto puramente numérico, se ha puesto en evidencia la influencia de los parámetros elásticos de los elementos de medio continuo en la

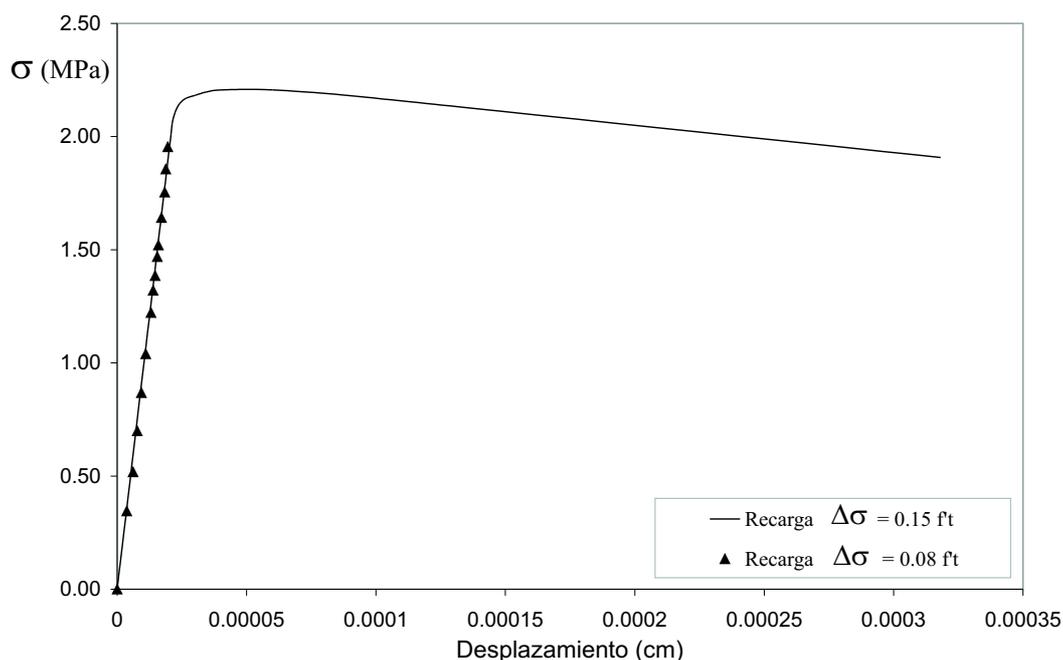


Figura 7.37: *Ensayo de deformación diferida - relación $\sigma - u$*

respuesta numérica mediante el análisis del dispositivo reológico compuesto formado por el elemento de junta de espesor nulo dispuesto en serie entre dos elementos de medio continuo que obedecen una ley constitutiva elástica. Esto cobra gran relevancia si se tiene presente que para modelizar mediante el modelo mesomecánico de elementos finitos problemas tales como la fluencia o deformación diferida y relajación del hormigón, los elementos de interfase trabajarán acoplados en forma compleja con los elementos de medio continuo. A nivel de elementos finitos, y tomando como ejemplo el caso de una probeta sometida a un estado de tracción o compresión simple, esto implica la generación de un dispositivo reológico compuesto muy complejo, con conexiones de cientos de juntas y elementos de continuo tanto en serie como en paralelo.

Otro aspecto fundamental, es que el empleo de un modelo viscoplástico estabiliza la

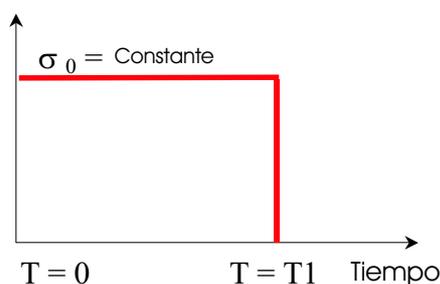


Figura 7.38: *Ensayo de deformación diferida - Caso de descarga*

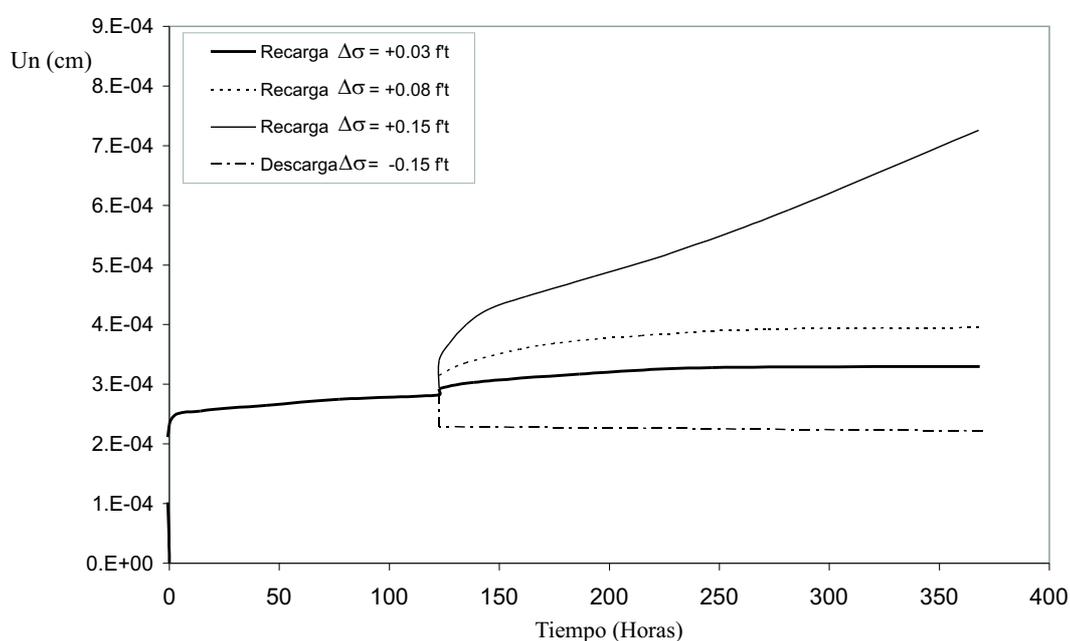


Figura 7.39: *Ensayo de deformación diferida - caso de carga/descarga para $\sigma_0 = 0,6\chi$*

solución numérica, la cual incluye como caso particular a la solución invíscida cuando $\eta \rightarrow 0$. Esto implica además ventajas numéricas cuando el modelo se emplea a nivel estructural en el contexto del MEF. Por último, el hecho de que la formulación viscoplástica permita que el estado de tensión exceda el límite de fluencia, lo cual no es permitido en las formulaciones elastoplásticas clásicas, elimina fuentes de inestabilidad que se traducen luego en problemas de convergencia al realizar análisis a nivel estructural.

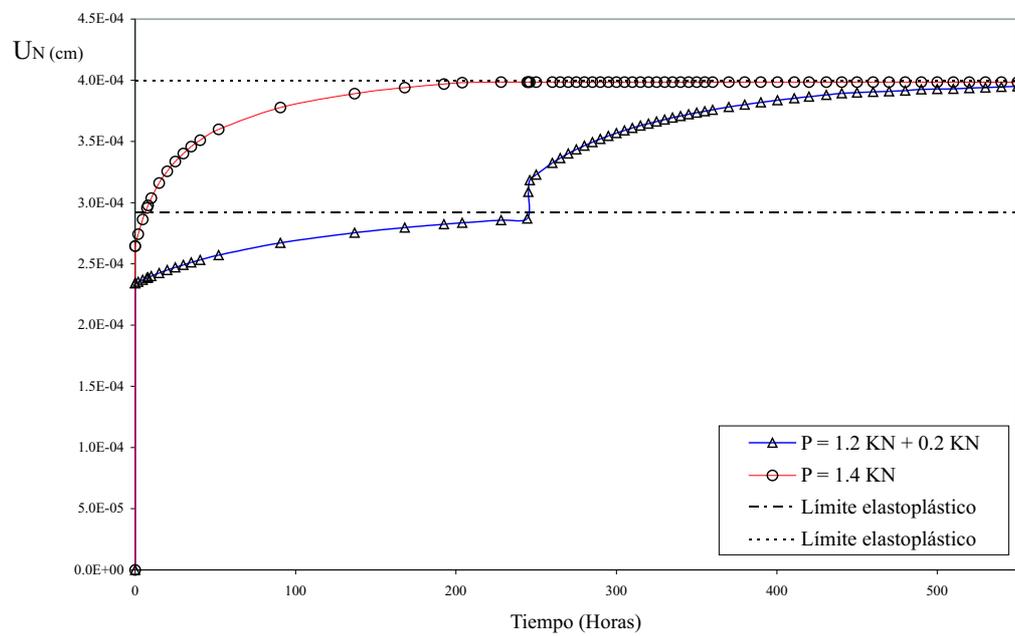


Figura 7.40: *Resposta numérica - Carga en etapas*

Capítulo 8

ANÁLISIS DE FALLA DINÁMICA MEDIANTE EL MEF

8.1. Introducción

En este capítulo se estudia la performance del modelo constitutivo presentado anteriormente en simulaciones numéricas de falla de estructuras mediante el Método de los Elementos Finitos. A tal fin, las rutinas constitutivas previamente descritas se han implementado en el código *DRAC*, apto para el análisis no lineal de sólidos y estructuras desarrollado en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona de la Universidad Politécnica de Cataluña (ETSECCPB - UPC), Carol y Prat [45](2003). Las subrutinas se codificaron en el lenguaje de programación *FORTRAN 90*. Los análisis computacionales llevados a cabo consistieron en ensayos de tracción y compresión uniaxial, relajación y deformación diferida tanto sobre probetas que simulan la estructura del mortero como la mesoestructura del hormigón. De este modo, pueden estudiarse un amplio espectro de estados de carga de interés en la vida útil de las estructuras de hormigón.

8.2. Discretizaciones empleadas

8.2.1. Mallas mixtas

La combinación de elementos de interfase de espesor nulo y elementos finitos convencionales permite la modelización de probetas en las cuales toda la no linealidad material se asigna a los elementos de junta. Estas juntas se intercalan entre los elementos de continuo, y siguen la ley constitutiva elasto-viscoplástica, mientras que a los elementos convencionales se les asigna un material elástico. Así, es posible investigar el comportamiento del modelo de junta en diferentes escenarios de carga sin involucrar la complejidad y el esfuerzo computacional que implica la consideración de la mesoestructura del hormigón. La topología de las mallas empleadas se muestra en las figuras 8.1 y 8.2 para dos discretizaciones diferentes,

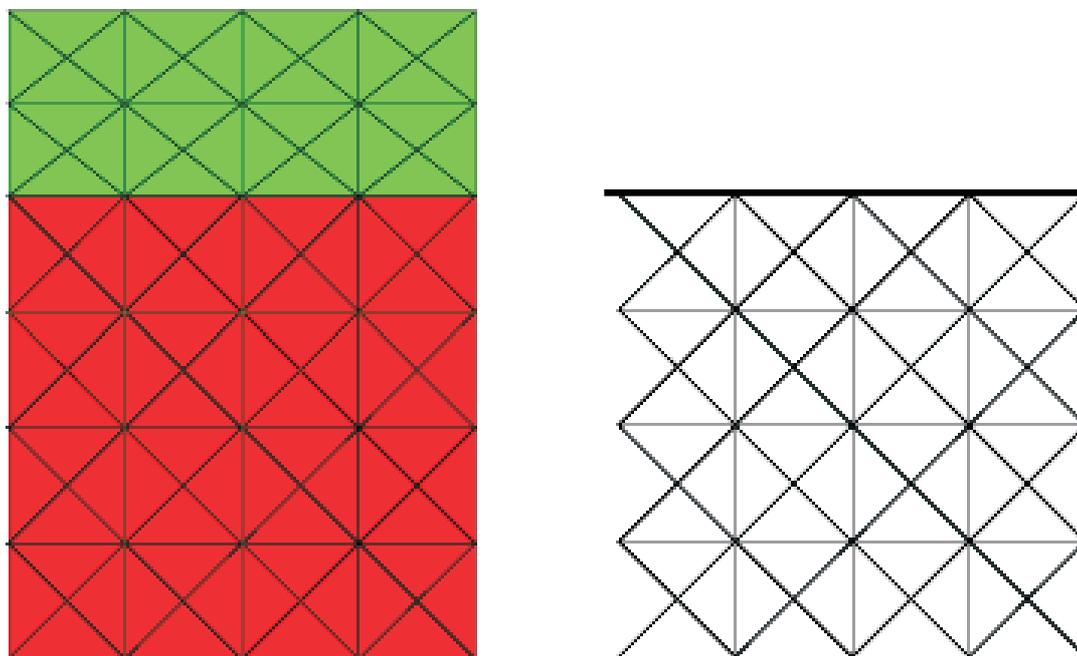


Figura 8.1: *Malla mixta de 4x4 - Con cabezal (izq.) y disposición de juntas (der.)*

una malla "gruesa", compuesta por 192 nodos, 64 elementos de continuo y 88 elementos

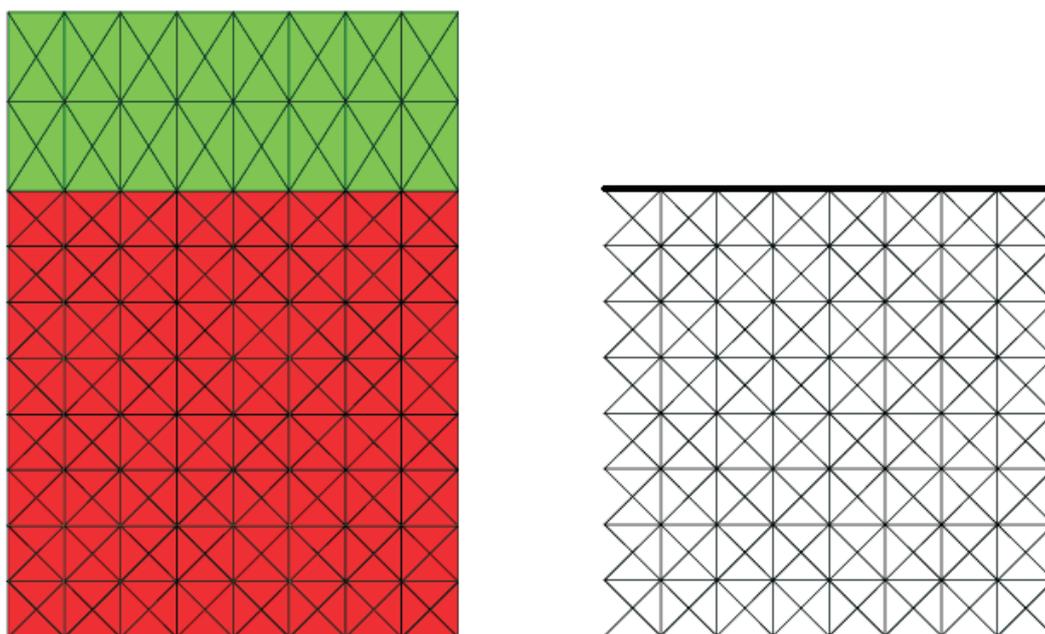


Figura 8.2: *Malla mixta de 8x8 - Con cabezal (izq.) y disposición de juntas (der.)*

de interfase insertados entre los elementos de continuo. A estas interfases se les asigna el comportamiento tiempo dependiente viscoplástico. Estas mismas mallas, con el agregado de un cabezal rígido compuesto por 32 elementos de continuo de alta rigidez que tiene por función principal el lograr una distribución uniforme de tensiones sobre la probeta, se emplearon para el análisis de problemas de deformación diferida. Con el fin de no restringir la deformación horizontal de la malla que representa la probeta en estudio, se interponen entre elementos de cabezal y elementos de probeta unos elementos de interfase de comportamiento elástico pero con un alto coeficiente de rigidez normal y un coeficiente de rigidez tangencial muy bajo (representados con línea gruesa en las figuras). La malla mixta considerada fina consta de 768 nodos y está integrada por 320 elementos de continuo, de los cuales 256 conforman la probeta y el resto el cabezal. Al igual que en la malla gruesa, las

interfases se disponen entre los elementos de continuo, correspondiendo 368 elementos de interfase al espécimen y 8 a la interfase rígida entre éste y el cabezal. Tanto la discretización de 4x4 como la de 8x8 tienen 10 cm de lado, mientras que la altura del cabezal es de 4.0 cm en ambos casos. Estas mallas se emplearon para los análisis en tracción y compresión uniaxial (sin los cabezales), que se describen en las secciones 8.3, 8.5 y 8.6 respectivamente.

8.2.2. Mallas mesomecánicas

Como se indicó en el capítulo 5, en la modelización mesomecánica se considera al hormigón como un material compuesto en el cual se distinguen las fases principales agregado y mortero. Asimismo, con el fin de modelar la fisuración, se introducen elementos de interfase entre las fases agregado-mortero y entre los elementos mismos que constituyen el mortero, ver figuras 8.3. La geometría de los agregados se ha tomado de trabajos previos de Stankowski [173](1990), quien generó estas geometrías usando la Teoría de Voronoi/Delaunay mediante una perturbación sobre una malla inicial de puntos regularmente espaciados. La malla original generada con este procedimiento fue posteriormente modificada por López [85](1999) con el fin de obtener trayectorias de rotura menos intrincadas, siguiendo las ideas de Vonk [186](1992). Estas mallas modificadas son las que se emplean en los análisis de tracción y compresión uniaxial que se describen más adelante, mientras que en los análisis de deformación diferida, y por las mismas razones explicadas en la sección 8.2.1, se trabajó con la malla con cabezal rígido que se muestra en la figura 8.4, ver López et al [54], [126](2003).

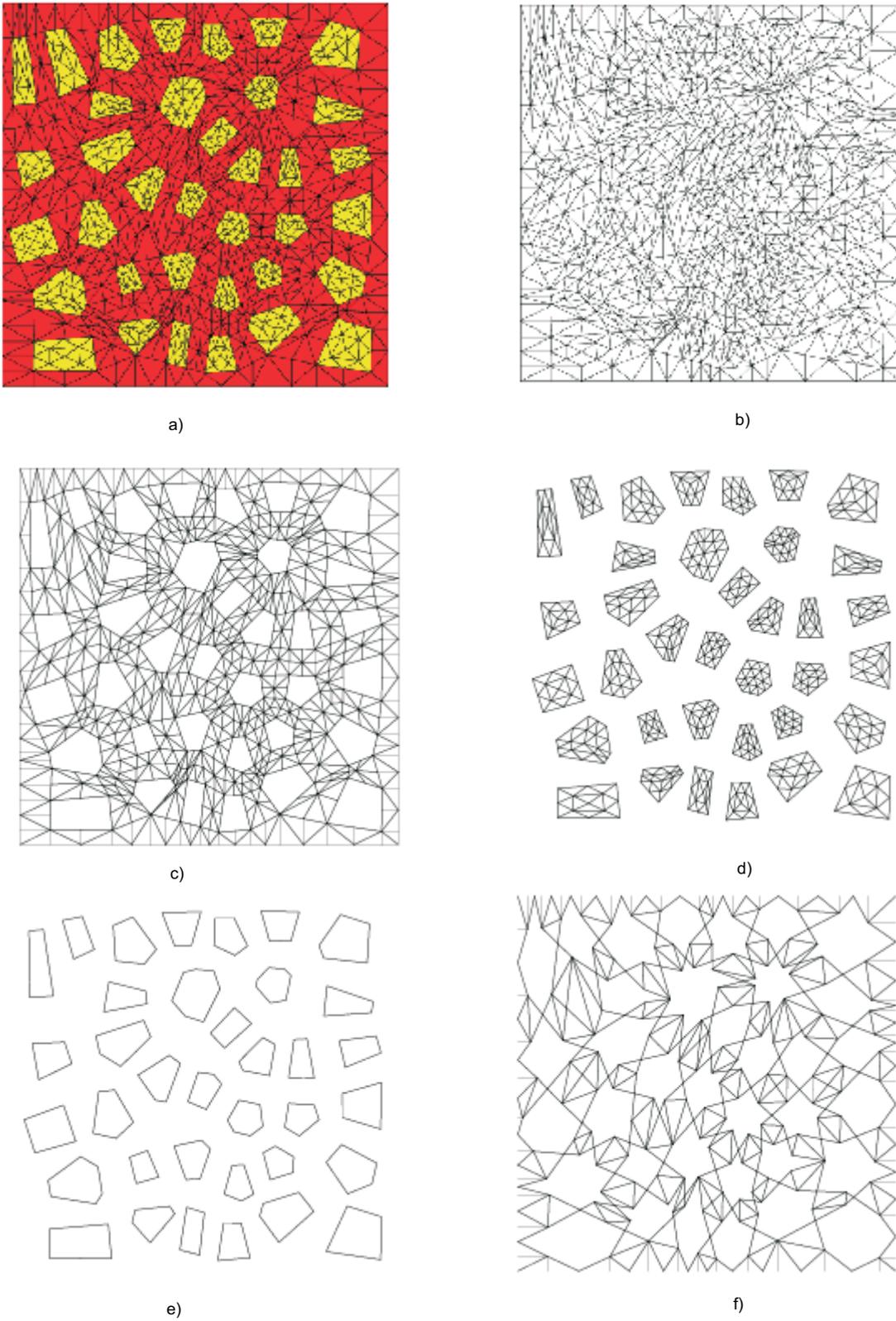


Figura 8.3: a), b) Malla de 6x6 c) Matriz d) Agregados e) Interfases agregado-matriz y f) Interfases en mortero

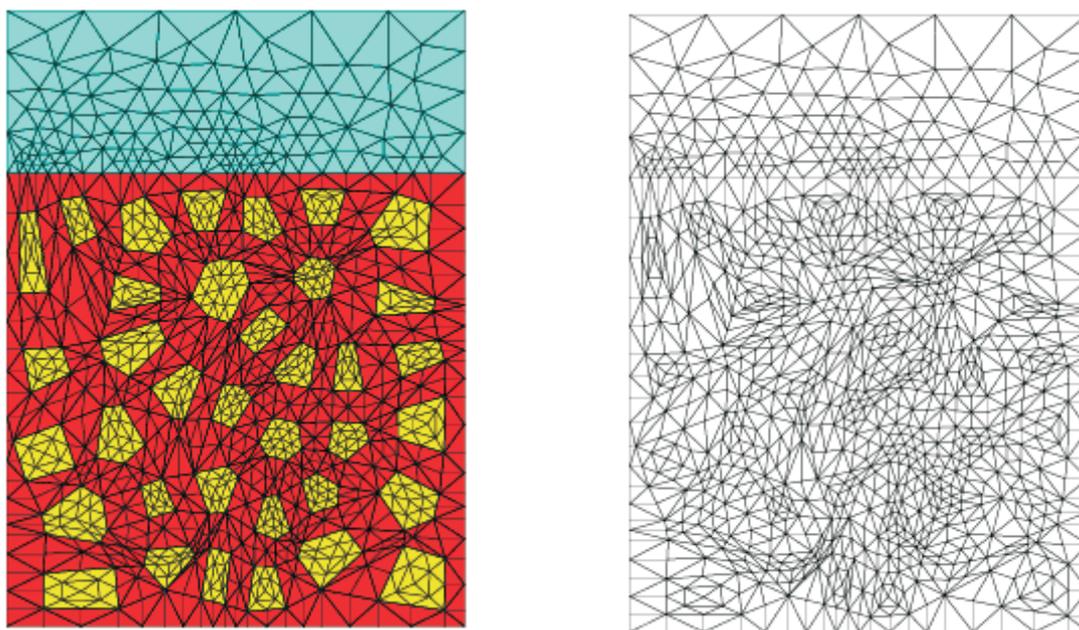


Figura 8.4: *Malla mesomecánica de 6x6 y cabezal rígido, López (2001)*

8.3. Influencia de la configuración de la malla

Previamente a la calibración del modelo con el fin de reproducir los valores de tensión máximos observados en los ensayos experimentales, se analiza aquí la influencia que la configuración de una malla de elementos finitos compuesta de juntas sensibles a la tasa de deformación ejerce en la respuesta numérica. Para clarificar esto, se presentan a continuación una serie de ensayos numéricos de tracción para una misma velocidad e idénticos parámetros materiales. Las mallas cuya respuesta se estudia son las mixtas mostradas en la figuras 8.1, 8.2, la mesomecánica de 8.4 y la malla de una sola junta entre dos elementos de medio continuo rectangulares de las mismas dimensiones que las anteriores (10x10 cm de lado) similar a la mostrada en la figura 7.1. Debido a que la malla mesomecánica original era de dimensiones (13.97x13.97 cm^2), las coordenadas de la misma fueron escaladas hasta

lograr las medidas 10x10. En todos los casos, los ensayos numéricos se realizaron manteniendo control sobre los desplazamientos de los nodos superiores a fin de imponer una velocidad de deformación $\dot{\varepsilon} = 3.E - 4$. Los parámetros empleados en el modelo de interfase fueron: $E_n=1.E6$ MPa/m, $E_t=1.E6$ MPa/m, $\chi_0=2.0$ MPa, $c=8.0$ MPa, $G_f^I=0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y demás parámetros del modelo iguales a cero. El exponente de Perzyna $N=1$, y el parámetro de viscosidad $\eta= 1.E6$ MPa/seg. Para los elementos de medio continuo: $E_c=2.5E4$ MPa, $\nu=0.2$. La respuesta obtenida a partir de estos ensayos se muestra en la figura 8.5, en la que se aprecia que la sobrerresistencia por efecto viscoso es dependiente del número de "juntas activas", entendiéndose por tales a aquellas juntas en las que se produce disipación de energía por tracción.

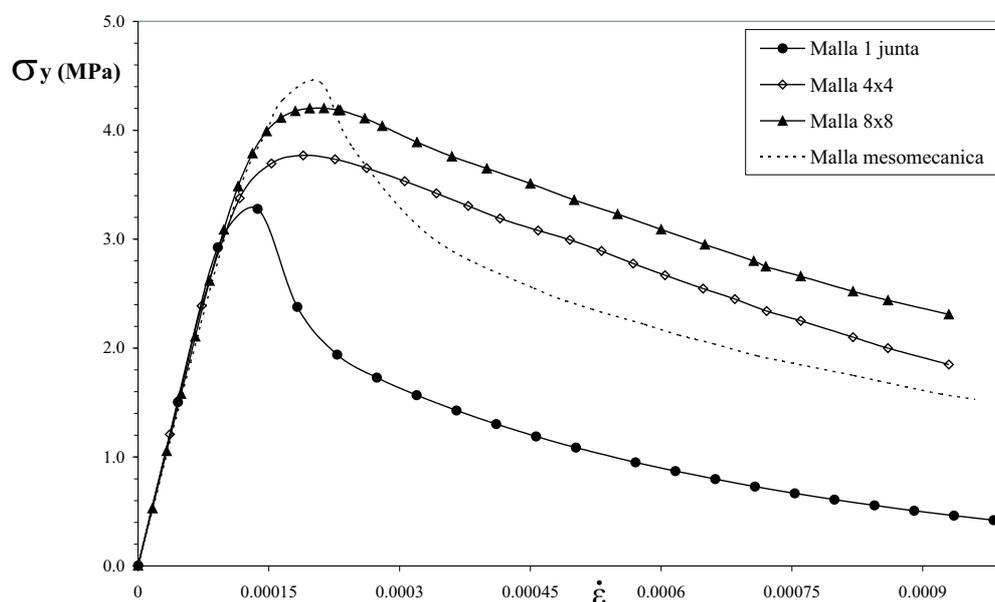


Figura 8.5: *Respuesta numérica - Influencia de la malla*

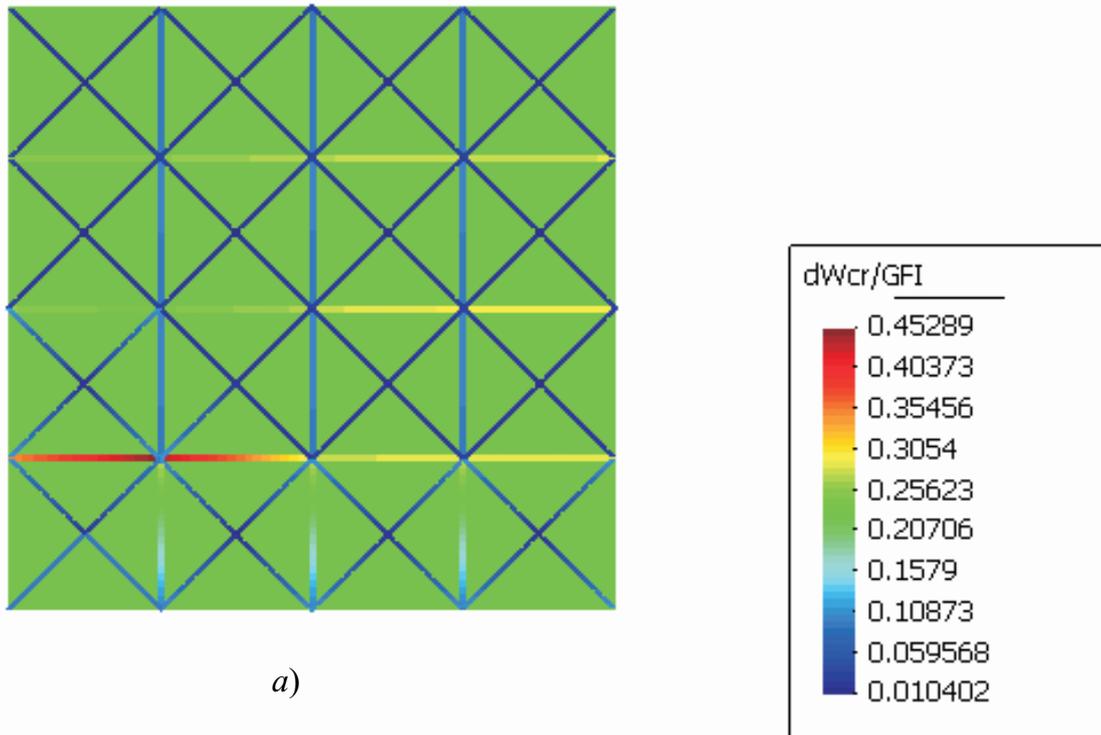
Claramente, a medida que la densidad de la malla aumenta, se incrementa el número de juntas activas y la respuesta viscoplástica se vuelve más dúctil, dado que la formulación

dependiente de la tasa produce la difusión del patrón de falla. Por el contrario, en el caso invíscido la disipación de energía tiende a concentrarse en una banda mucho mas estrecha de elementos, produciendo una respuesta de tipo frágil y localizada, disipando la energía prácticamente en una única macrofisura. Asimismo, es obvio que las mallas mixtas, con una configuración regular de juntas normales a la dirección de aplicación de la carga permiten la contribución a la disipación de energía de varias líneas de juntas paralelas entre si, mientras que las juntas inclinadas en un ángulo de 45° y 90° contribuyen poco a la disipación de energía en estas mallas. Otra diferencia importante es que dada la geometría perfectamente regular de las mallas mixtas, la activación de una línea de juntas determinada depende de factores de tipo numérico, y no son inherentes al modelo constitutivo en si. Con el fin de comparar la respuesta de las distintas mallas, la malla mesomecánica se considera en este análisis en condiciones homogéneas, es decir, se asigna a todas las juntas los mismos parámetros materiales que en el caso de las mallas mixtas. El mismo criterio se aplica a los elementos de medio continuo, a los que se asigna los mismos valores de módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson que en las mallas mixtas. Esto constituye una diferencia fundamental con respecto a la discretización de las mallas mesomecánicas, en las que cada fase material posee distintos parámetros materiales con el fin de representar la heterogeneidad típica del material compuesto. Debido a estas características, el patrón de falla de las mallas mesomecánicas es fundamentalmente diferente, ya que la distribución de las juntas menos resistentes situadas alrededor de los agregados y que simulan la zona de transición interfacial agregado-mortero producen un patrón de fisuración que se origina a

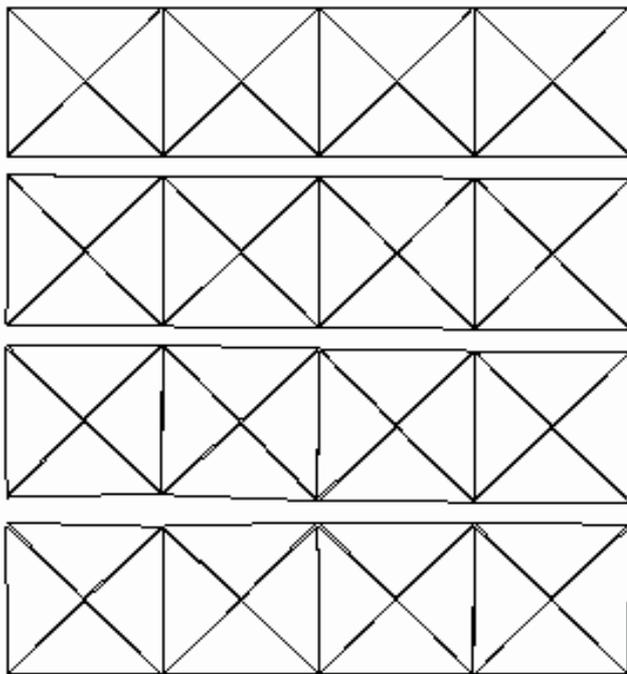
partir de la apertura de estas interfases mortero-agregado. Este hecho, sumado a la configuración geométrica y a la diferencia de rigidez elástica entre las fases agregado y mortero condicionan el patrón de fisuración, el cual en el caso elastoplástico en general se concentra o localiza en una única línea de juntas. Con respecto a la discrepancia encontrada entre los valores de sobrerresistencia que predicen las distintas mallas, la misma se relaciona con el gradiente de desplazamientos en cada línea de juntas normal a la dirección de imposición de los desplazamientos, que puede considerarse aproximadamente lineal con un máximo en el extremo superior de la malla y nulo en el extremo inferior.

Es, evidente que existe una cierta influencia de la cantidad de líneas de juntas activas, ya que a medida que crece la cantidad de las mismas se alcanza una mayor sobrerresistencia con respecto al caso de una sola junta. Esto se debe además a que existe una pequeña contribución a la disipación de energía y, por lo tanto a un mayor efecto de sobrerresistencia por viscosidad a causa de las juntas inclinadas, ver figuras 8.6, 8.7, siendo este efecto más importante en el caso de las mallas de 8x8 y mesomecánica homogénea, ver figuras 8.8 y 8.9.

En esta última figura, se observan claramente en color rojo las interfases con inclinación prácticamente perpendicular a la dirección de la carga, que son las que sufren mayor apertura en términos del módulo del vector de desplazamientos. Con el fin de discernir la proporción de sobrerresistencia correspondiente a la activación de juntas bajo estado de corte, se presenta un análisis con las configuraciones de 4x4 y de 8x8 en las cuales se introducen juntas elásticas en lugar de las juntas elasto-viscoplásticas para todas las interfases

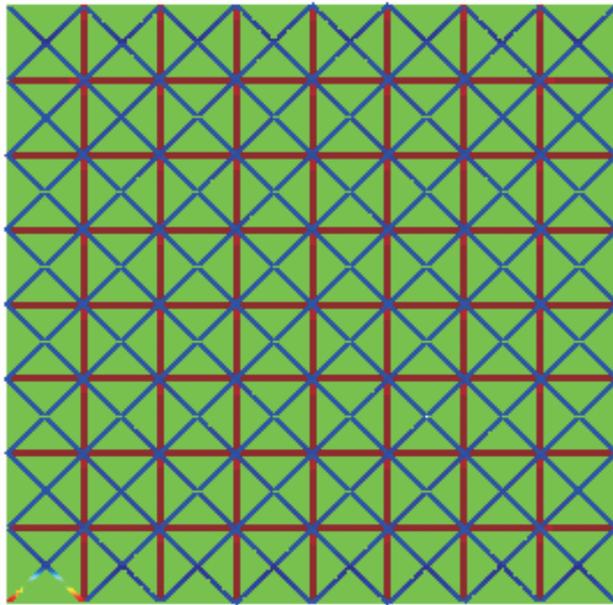


a)

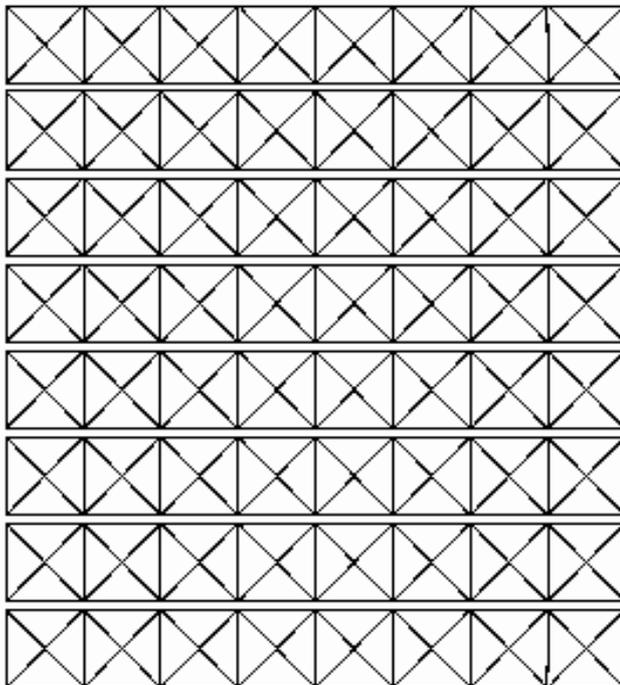
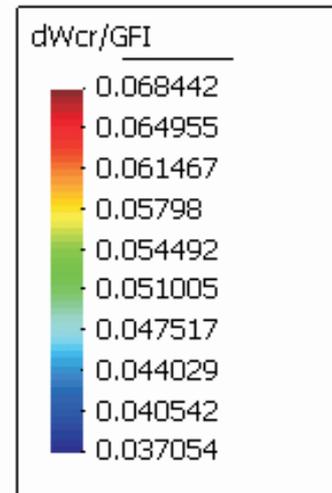


b)

Figura 8.6: a) *Disipación de energía* y b) *Deformada malla mixta de 4x4*

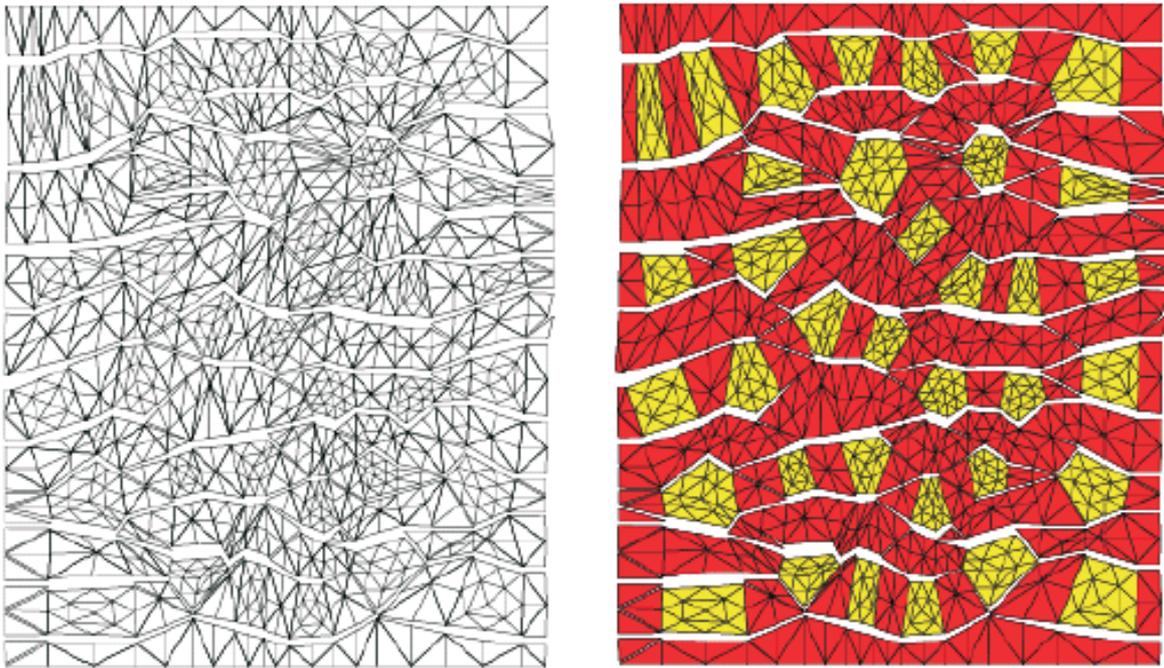


a)



b)

Figura 8.7: a) *Disipación de energía* y b) *Deformada malla mixta de 8x8*



a)



b)

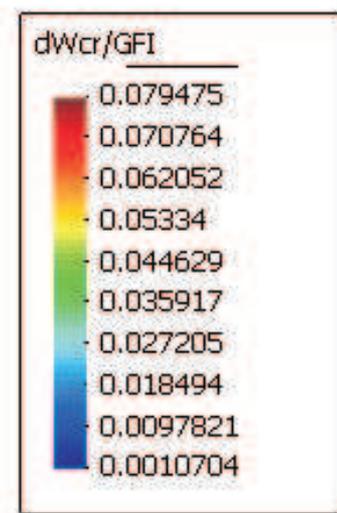


Figura 8.8: a) Deformada y b) Disipación de energía - malla mesomecánica

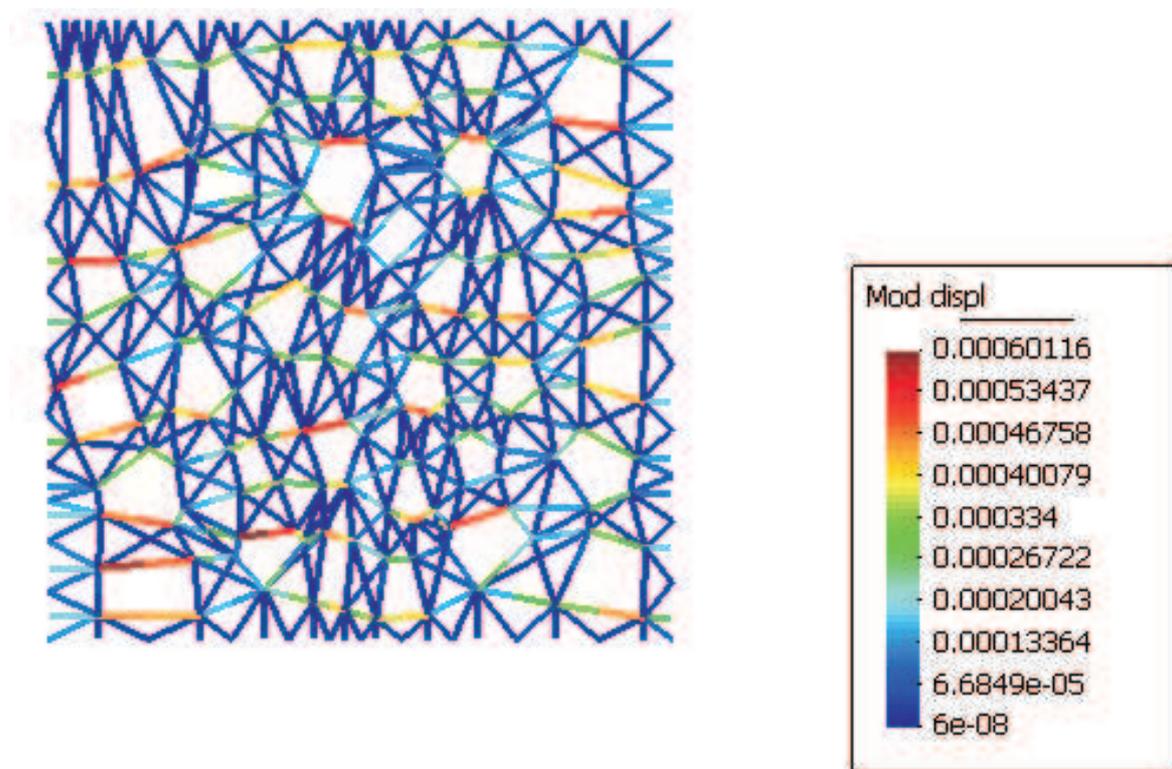


Figura 8.9: *Disipación en términos del módulo de desplazamientos*

inclinadas y verticales, manteniendo las juntas viscosas sólo en los elementos de interfase normales a la dirección de la carga. La respuesta numérica de este ensayo se aprecia en la figura 8.10, en la cual el caso a) se refiere a la malla con todas las juntas viscoplásticas y el caso b) al de juntas viscoplásticas horizontales solamente. Se aprecia que para los parámetros adoptados la contribución de las juntas no horizontales representa entre un 4 y un 10 % del valor de la sobrerresistencia total. Como es lógico, la respuesta del caso b) es más frágil que la del caso a), dada la menor disipación de energía en modo I (tracción pura) comparada con el caso combinado de disipación en tracción-corte correspondiente al caso a) del análisis. En la figura 8.11 se muestra la disipación de energía en términos del módulo del vector desplazamientos para el caso b).

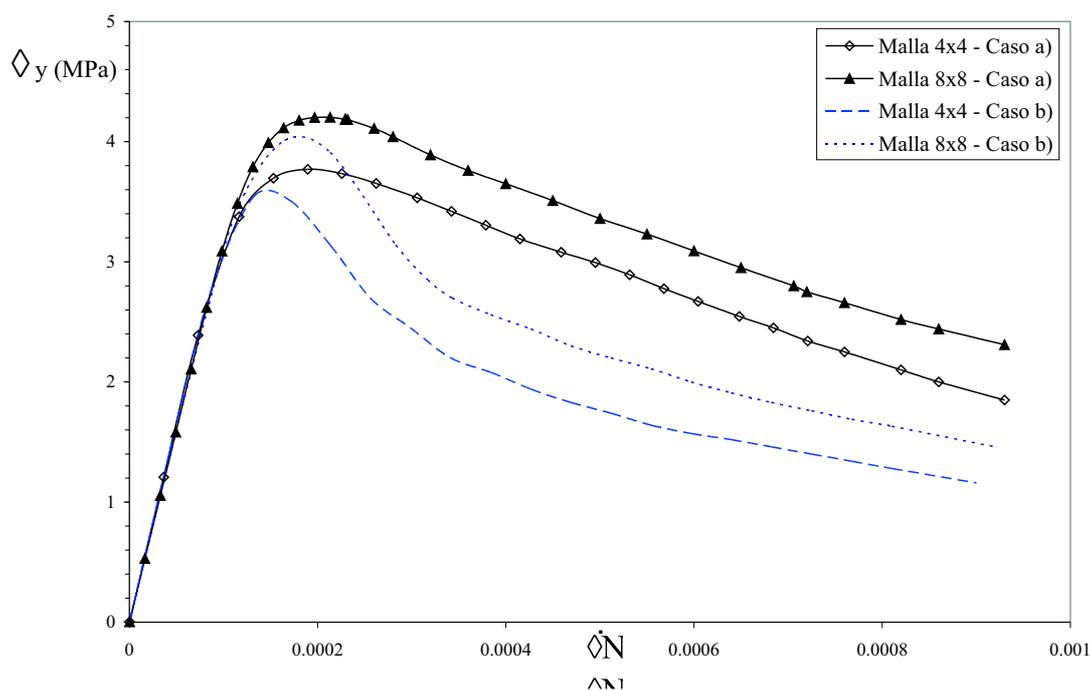


Figura 8.10: Comparación entre casos a) y b)

8.4. Influencia del tamaño de la probeta

Es sabido que el efecto tamaño o *size effect* es importante en el análisis de estructuras de hormigón bajo cargas estáticas, existiendo una vasta evidencia experimental y aportes teórico-numéricos al respecto Bazant et al. [12] (1997), van Mier [134] (1997), etc. En principio, las investigaciones apuntaron a definir el denominado *volumen representativo de la muestra*, es decir, el volumen mínimo que debía poseer una probeta de laboratorio de modo que los resultados obtenidos a partir de ensayos sobre la misma sean representativos del comportamiento de un continuo, van Mier [134] (1997). Por lo tanto, el tamaño de las dimensiones materiales que la caracterizan tales como el de las partículas, poros, etc. debe ser pequeño en relación con las dimensiones de la probeta misma. Más aún, en materiales cuasi-frágiles como el hormigón es necesario que las aperturas de microfisuras que se

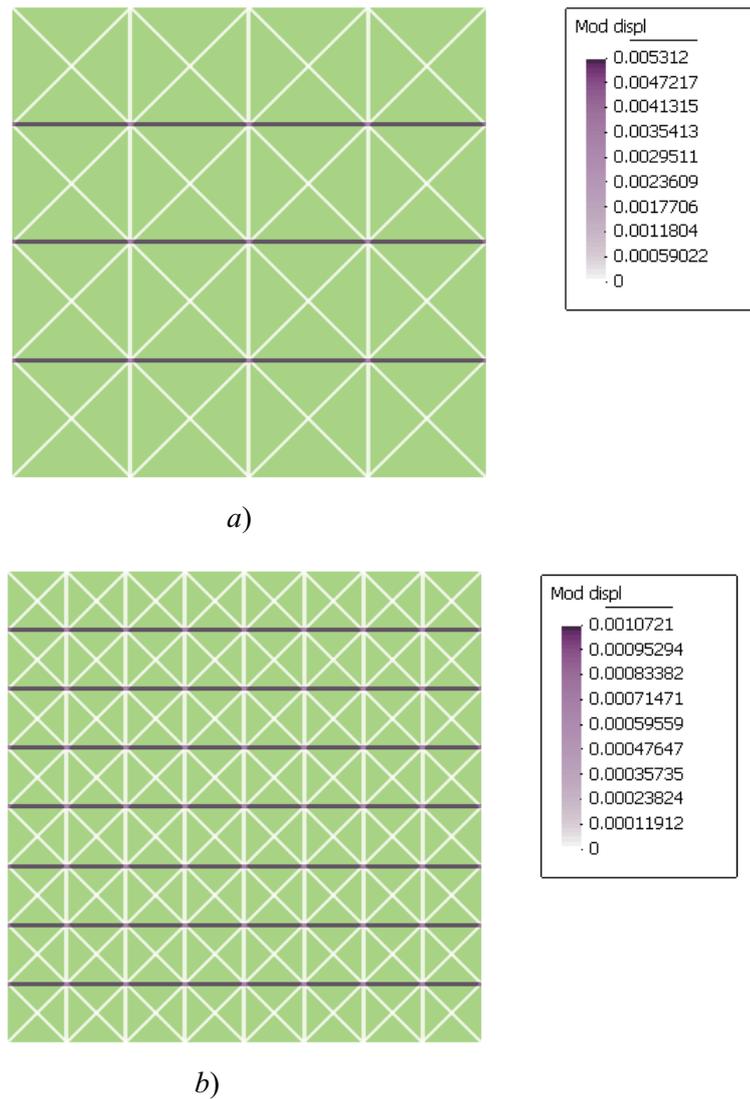
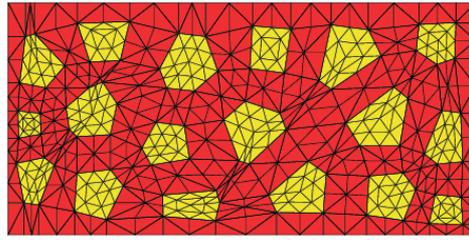


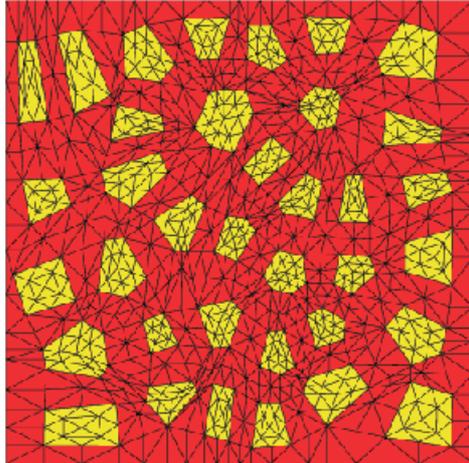
Figura 8.11: *Disipación de energía - caso b)*

generen como consecuencia del proceso de fractura tengan una magnitud tal que puedan también considerarse pequeñas en relación a la muestra. Si estas microfisuras logran formar una macrofisura, afectan el tamaño característico del espécimen mismo, invalidando el concepto de volumen representativo enunciado anteriormente, aún cuando la relación entre el tamaño característico de las partículas y el del espécimen se hubiera adoptado en forma correcta. la consecuencia directa es que las condiciones de borde del problema y el

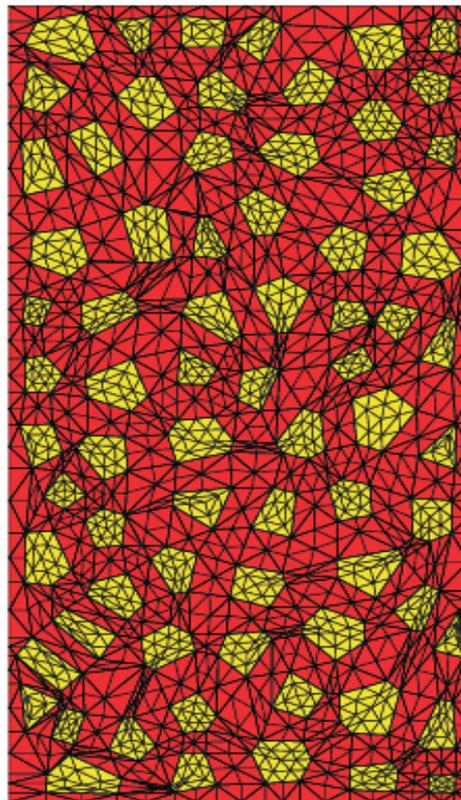
efecto tamaño inciden en mayor medida en la respuesta estructural. Mientras que la gran mayoría de los estudios experimentales y numéricos se han efectuado bajo condiciones de cargas cuasi-estáticas, existe escasa información en lo referente a la incidencia del efecto tamaño en el caso de cargas dinámicas, sobre todo en cuanto a la influencia del tamaño de la muestra en la sobrerresistencia alcanzada por el hormigón, ya sea en tracción o en compresión. En esta sección se estudia numéricamente la incidencia del tamaño de la probeta en la carga máxima que predice el modelo viscoplastico para distintas configuraciones de la malla en altura. A tal efecto, se consideran, además de la malla mesomecánica de 6×6 ya presentada, dos mallas adicionales de dimensiones 10×5 y 10×20 a las que denominaremos, en términos de la cantidad de agregados que las caracterizan por su disposición en la probeta, como discretizaciones de 6×3 y 6×12 respectivamente, Ciancio [53](2000), ver figura 8.12. En cuanto a la evidencia experimental disponible, Bazant y Gettu [13] (1990) y [14] (1992) realizaron una serie de experimentos en los cuales se aplicaba una cierta tasa de deformación a muestras de hormigón simple de diferentes alturas pero de idéntica sección transversal. Estos autores comprobaron que a medida que se incrementaba la altura de la muestra, mayor era la sobrerresistencia alcanzada en el ensayo. En la figura 8.13 se observa la respuesta numérica del modelo viscoplastico para las tres discretizaciones de la figura 8.12, considerando la misma tasa de deformación que en los ensayos numéricos anteriores y para idénticos parámetros materiales. Al igual que en los ensayos experimentales, se obtiene una mayor carga tensión pico para la discretización de 6×12 , mientras que la menor corresponde a la discretización de 6×3 . La sobrerresistencia de la malla de 6×6 se sitúa entre estas



a)



b)



c)

Figura 8.12: Mallas mesomecánicas: a) 5×10 b) 10×10 y c) 10×20

últimas. La figura 8.15 muestra la disipación de energía en términos del módulo del vector desplazamientos para las mallas de 6x3 y 6x12, las que presentan un patrón de rotura difuso, al igual que el obtenido previamente para la malla de 6x6. En relación a la fragilidad de

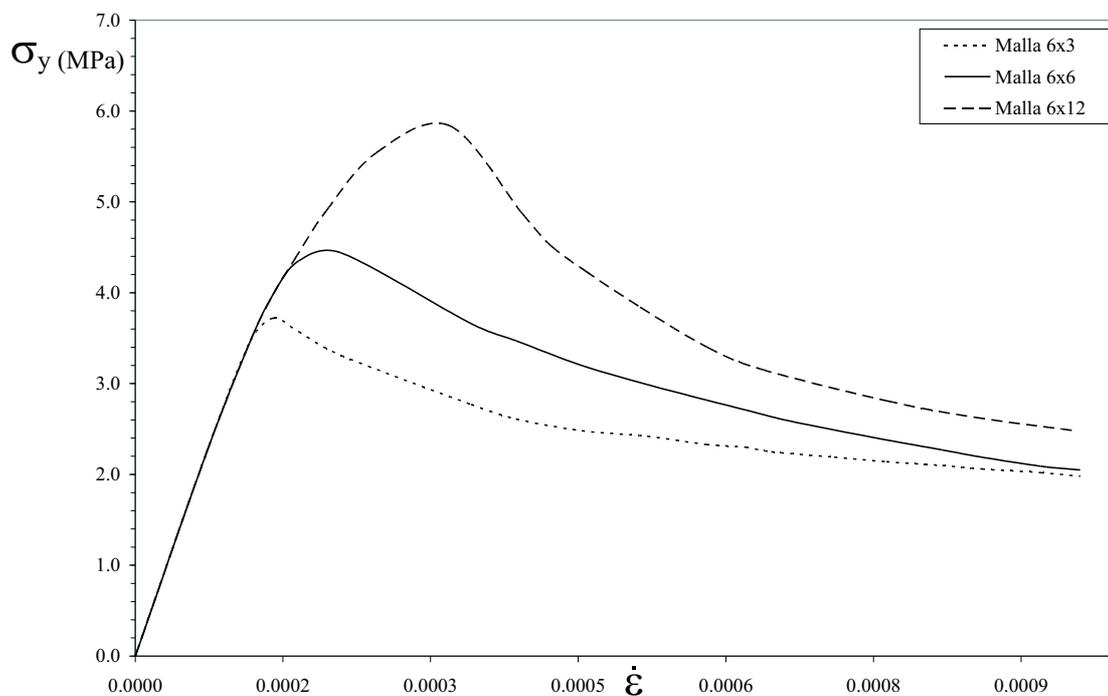


Figura 8.13: *Efecto tamaño para carga dinámica*

las respuestas numéricas, se observa que cuanto menor es la altura de la probeta, menor es la pendiente de la curva de ablandamiento. Este resultado concuerda cualitativamente con lo obtenido experimentalmente por van Mier [134] (1997). En el campo numérico, Ciancio [53](2000) obtuvo resultados similares en cuanto al grado de fragilidad de las muestras de distinta altura para el comportamiento de postpico empleando el modelo de interfase elastoplástico desarrollado por López et al [85](1997). Un aspecto interesante a recalcar aquí es que al comparar las deformadas y la disipación de energía en los casos de las mallas de 6x3, 6x6 y 6x12 con el modelo elastoplástico, se observa que para todos los casos estudiados con

altas relaciones $\eta/\Delta t$, el modelo viscoplástico produce una marcada difusión del patrón de fisuración, en contraste con la localización de deformaciones característica de los modelos elastoplásticos sin sensibilidad a la tasa, ver figura 8.14. La difusión del patrón de falla se relaciona directamente con la propiedad regularizadora de la Teoría elastoviscoplástica de Perzyna remarcada por varios autores, Simo y Hughes [?](1997), Etse y Willam [81](1999), ver figura 8.15.

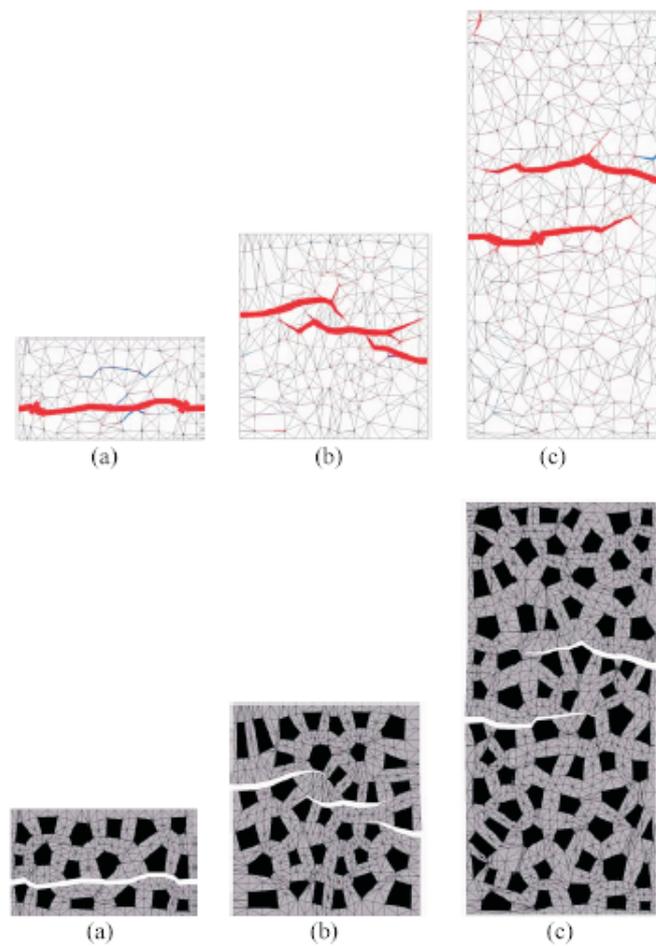


Figura 8.14: *Disipación de energía y deformadas*, Ciancio [53](2000)

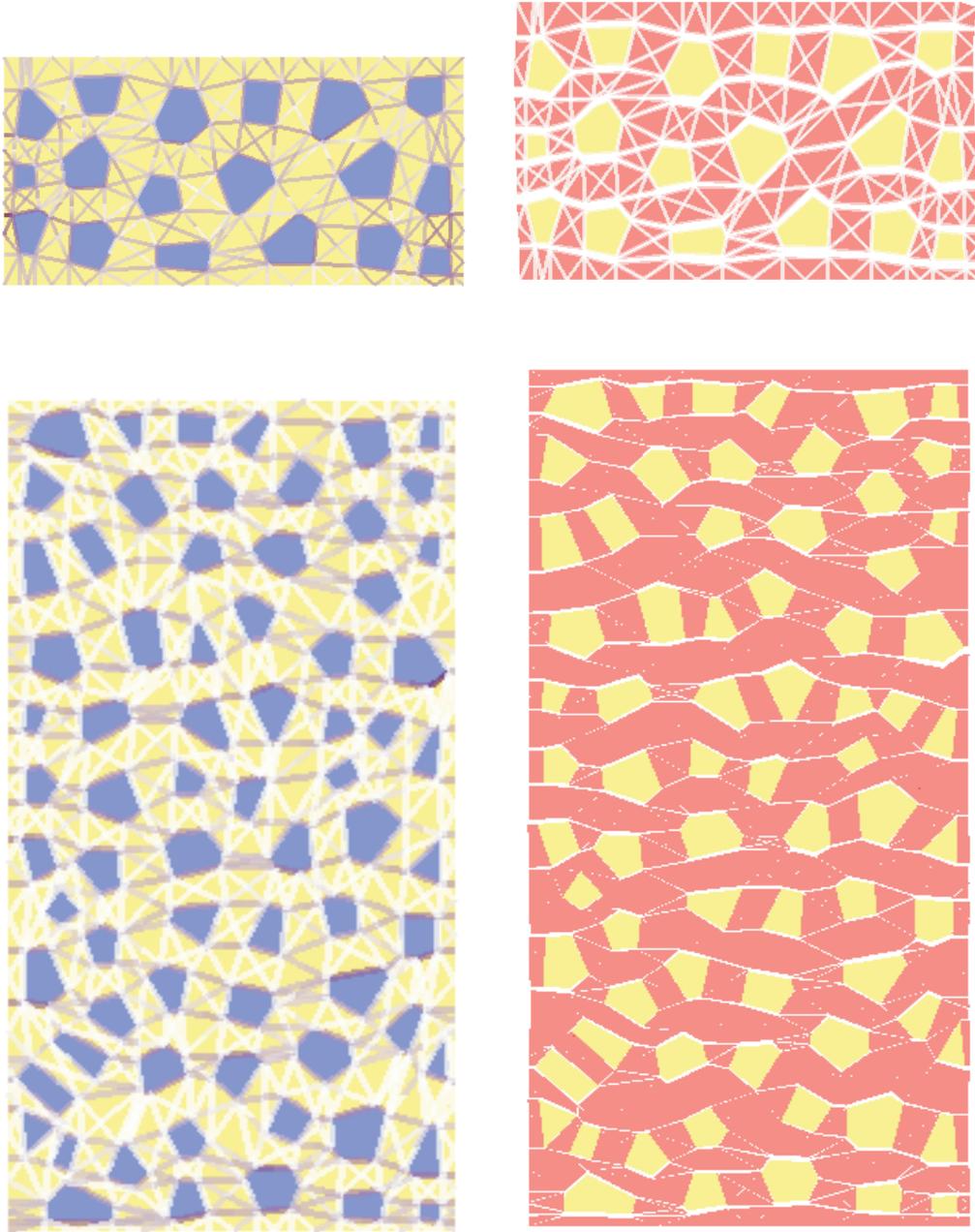


Figura 8.15: *Efecto tamaño - disipación de energía (izq.) y deformadas (der.)- viscoplasticidad*

8.5. Ensayos de Tracción Uniaxial

Se estudia aquí la capacidad de la formulación constitutiva para reproducir resultados experimentales de procesos de falla dinámica en tracción uniaxial. Las simulaciones numéricas se realizaron considerando las mismas tasas de deformación de los experimentos de Suaris-Shah [178](1984), [179](1985), en los que se consideró un hormigón con resistencia a tracción $f'_t=5.37$ MPa y un módulo de Young $E=34000$ MPa. Las simulaciones numéricas se llevaron a cabo controlando los desplazamientos sobre los nodos superiores de las mallas de modo que la tasa de deformación impuesta calculada como $\dot{\epsilon} = \dot{u}/h$ sea idéntica a la impuesta en el experimento, con h la altura de la probeta. En cuanto a la condición de borde impuesta a los nodos inferiores de las mallas, estos tienen sus desplazamientos verticales impedidos mientras que los desplazamientos horizontales no se restringen. La versión del modelo empleada en estas simulaciones incluye un algoritmo de interpolación cuadrática que tiene por función el ajustar la respuesta constitutiva de las juntas activas de modo de calibrar la respuesta numérica. Los parámetros del modelo para estos ensayos fueron los siguientes: $E_n = E_t=1E6$ MPa/m, $\chi_0=5.37$ MPa, $c=12$ MPa $\tan\phi=0.6$ $G_f^I=0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y demás parámetros iguales a cero, mientras que para el parámetro de viscosidad fue $\eta=1.E6$ MPa/seg y $\Delta t=5.E-3$ seg. Para los elementos de continuo $E_m=25000$ MPa para el mortero y $E_a=70000$ MPa para la fase agregado. El coeficiente de Poisson para ambas fases es $\nu=0.2$. La resolución del problema no lineal se aborda mediante una estrategia combinada incremental-iterativa que incluyen técnicas de longitud de arco ("*arc-length method*") y de aceleración de convergencia conocida como "*line search*", Crissfield

[60](1982), [63](1983) [61](1986) y [62](1991). La respuesta obtenida en términos de la relación tensión-deformación es aproximadamente lineal hasta cerca del 50 % de la tensión máxima, y a partir de allí, se produce una degradación de la rigidez hasta alcanzar el pico de tensión. En estos ensayos numéricos se observa que el modelo mesomecánico dependiente de la tasa es capaz de reproducir los valores máximos de sobrerresistencia experimentales con un alto grado de precisión, ver figura 8.16, si bien la malla de una única interfase ajusta mejor el valor pico experimental que la malla mesomecánica, cuyos predicciones de valor pico difieren de las medidas en aproximadamente un 3 a un 5 %. Esto se debe a que el algoritmo de interpolación en función de la tasa de desplazamientos toma valores diferentes según la posición de las juntas activas en la malla, introduciendo complicaciones en la calibración de la respuesta numérica a nivel mesomecánico. Otro aspecto a destacar es que en este caso, dada la contribución a la degradación de rigidez de múltiples juntas que sufren diferentes tasas de deformación, para valores de alrededor de un 70 - 80 % de la carga máxima se obtiene para esta malla una pérdida de rigidez mayor que en el caso de la malla de junta única, en la cual la no-linealidad de pre-pico se produce muy cerca del valor máximo de resistencia. En cuanto al comportamiento de postpico, debido a la complejidad de los ensayos dinámicos de tracción no se cuenta con datos experimentales que cubran la rama de ablandamiento, por lo que la respuesta numérica del modelo no puede verificarse en ese sentido. De la misma figura puede concluirse que a medida que se incrementa la tasa de deformación aplicada, disminuye la fragilidad de la respuesta numérica. Comparando las curvas correspondientes al ensayo numérico de la malla con una única junta y la malla

mesomecánica de 6x6 se observa que, como era de esperar, la malla con una única interfase produce una respuesta de pospico en ablandamiento mucho más frágil que la malla de 6x6, dado que la disipación de la energía de fractura se produce en una única línea de junta, perfectamente normal a la dirección de aplicación de la carga.

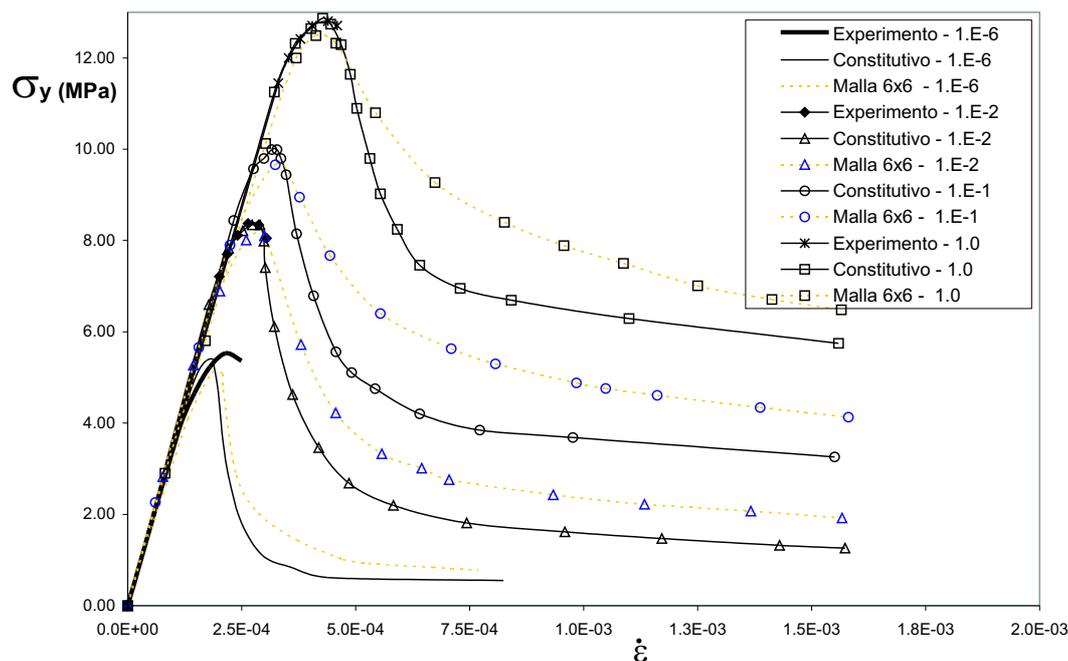


Figura 8.16: Calibración del modelo - ensayos de tracción

8.6. Ensayos de Compresión Uniaxial

Hasta aquí se han analizado diversos aspectos de la respuesta del modelo con especial atención al estado de tracción uniaxial, dado que según la evidencia experimental el hormigón es más sensible a los cambios en la tasa de deformación bajo ese estado de sollicitación. El otro estado de carga de interés es, obviamente, el de compresión. Tal como se puntualizó en el Capítulo 4 de este trabajo, el hormigón exhibe una menor sensibilidad en cuanto a la

sobrerresistencia dinámica cuando es sometido a un aumento de la velocidad de deformación en compresión. En este sentido, si bien existen varios estudios experimentales realizados por diversos autores, muy pocos cubren todo el rango de respuesta del material, limitándose los experimentos en la mayoría de los casos a la rama de prepico hasta alcanzar la carga máxima, ya que a mayor velocidad de deformación, mayor es la dificultad experimental para captar la rama de pospico. A diferencia del caso de tracción uniaxial para el cual existe un amplio consenso en cuanto al proceso o mecanismo de falla, el caso de compresión provoca discrepancias a la hora de discernir si la falla se produce como consecuencia del agotamiento de la resistencia del material o si, por el contrario, se trata de un mecanismo complejo, en el cual existen distintos factores interactuantes y que finalmente conducen a la rotura, Brace et al. [38](1971) y Janach [108](1976). Con el fin de contrastar la performance del modelo bajo compresión, se consideran aquí los resultados de Suaris-Shah [178](1984),[179](1985) y Dilger [70](1978) dado que estos cubren todo el rango de interés del comportamiento material. En la figura 8.17 se muestran los resultados del modelo bajo compresión uniaxial. El ensayo numérico se realizó con control de desplazamientos en los nodos superiores de la discretización de 6x6, calculando la tensión promedio como la suma de las reacciones nodales dividida entre el área de la muestra. Dado que experimentalmente se ha encontrado que el factor de sobrerresistencia dinámica, a igual tasa de deformación es inferior en el caso de compresión que en el de tracción, el algoritmo de interpolación cuadrática fue reformulado considerando los resultados experimentales de Suaris-Shah y Dilger. En los ensayos de Suaris-Shah (1985), el hormigón considerado presentaba una resistencia a compresión

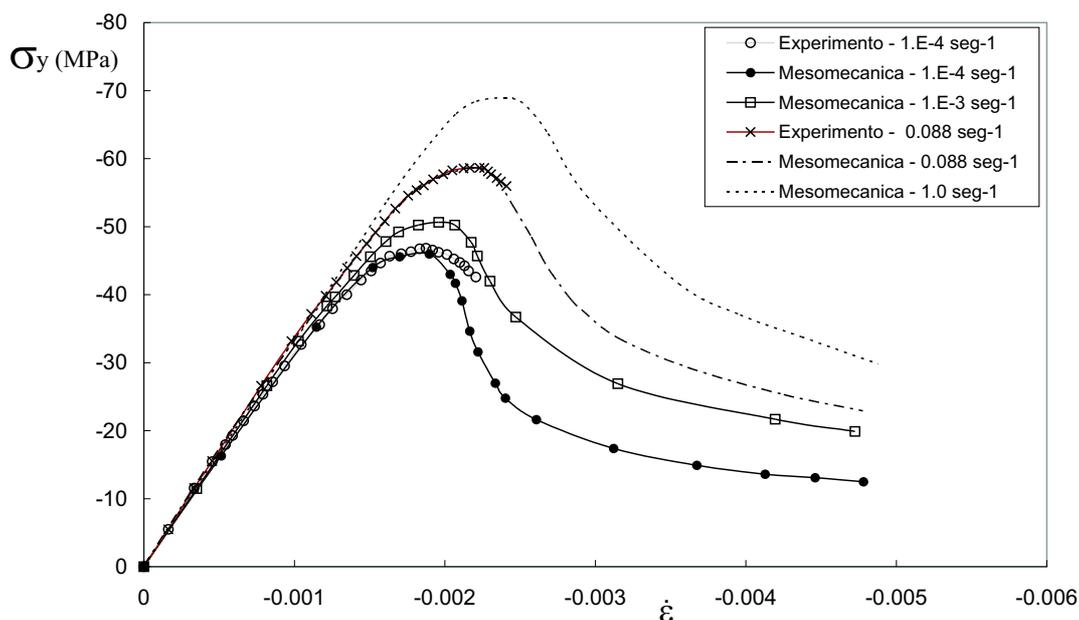


Figura 8.17: Comparación con ensayos de compresión - Suaris-Shah (1985)

estática $f'_c=40$ MPa y el módulo de elasticidad $E_{est} = 26000$ MPa. Los parámetros del modelo de interfase para estos ensayos fueron los siguientes: para las juntas árido-mortero $E_n = E_t=10^9$ MPa/m, $\chi_0=2.0$ MPa, $c=7$ MPa $\tan\phi=0.8$, $G_f^I=0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y $\sigma^{dil}=40$ MPa y demás parámetros iguales a cero, mientras que para el parámetro de viscosidad fue $\eta=1.E6$ MPa/seg y $\Delta t=5.E-3$ seg. Para las juntas mortero-mortero se adoptaron los mismos parámetros, salvo que $\chi_0=4.0$ MPa, $c=14$ MPa y $G_f^I=0.06$ N/mm. A fin de reproducir la variación de la rigidez elástica en la rama de prepico, los parámetros elásticos de los elementos de continuo se ajustan en cada simulación numérica de acuerdo con la expresión (4.3.6). El coeficiente de Poisson para ambas fases $\nu=0.2$. En estas simulaciones, el principal interés reside en estudiar la capacidad del modelo para reproducir las máximas resistencias dinámicas experimentales para las distintas velocidades de deformación. En la

figura 8.17 se observa que para el ensayo con tasa de deformación más baja, el modelo presenta una respuesta en ablandamiento pronunciada, mientras que la pendiente de pospico disminuye a medida que se incrementa la velocidad del ensayo numérico. Desafortunadamente, en estos experimentos no se cuenta con datos para la rama de pospico. Si bien estos autores sólo presentan resultados experimentales para las tasas de deformación de $1.E-4 \text{ seg}^{-1}$ y 0.088 seg^{-1} , se incluyen las predicciones del modelo para el valor $1.E-3 \text{ seg}^{-1}$ y 1 seg^{-1} con el fin de estudiar la predicción de sobrerresistencia del modelo una vez calibrado. Para la velocidad mayor, el modelo numérico predice un factor de sobrerresistencia dinámica de un 70 % con respecto al valor estático. Con el fin de contrastar la respuesta numérica en ablandamiento, se consideran ahora los resultados de Dilger (1978). En este caso, el hormigón en estudio presentaba una resistencia a compresión de $f'_c=21 \text{ MPa}$ y un módulo de elasticidad $E_{est} = 27600 \text{ MPa}$. Los parámetros del modelo de interfase para estos ensayos fueron los siguientes: para las juntas árido-mortero $E_n = E_t=10^9 \text{ MPa/m}$, $\chi_0=1.5 \text{ MPa}$, $c=5 \text{ MPa}$ $\tan\phi=0.8$ $G_f^I=0.03 \text{ N/mm}$, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y $\sigma^{dil}=40 \text{ MPa}$ y demás parámetros iguales a cero, mientras que para el parámetro de viscosidad fue $\eta=1.E6 \text{ MPa/seg}$. Para las juntas mortero-mortero se adoptaron los mismos parámetros, salvo que $\chi_0=3.0 \text{ MPa}$, $c=10 \text{ MPa}$ y $G_f^I=0.06 \text{ N/mm}$. Los resultados de estos ensayos numéricos a nivel mesomecánico se comparan con los resultados experimentales en la figura 8.18, en la cual se aprecia que el modelo presenta un buen ajuste con el experimento, tanto en el régimen de prepico como en el de pospico. En la figura 8.19 se presenta la disipación de energía en las interfases

en términos de la relación dW^{vcr}/G_f^I y del vector del módulo de desplazamiento viscoplastico para la velocidad de deformación 3.33×10^{-5} . El proceso de degradación se inicia en las interfases inclinadas en la zona central de la probeta, las que se encuentran sometidas a un estado combinado de compresión-corte. Las interfases en las que se inicia el proceso de fisuración son las situadas entre las fases agregado-matriz, dado que presentan una menor resistencia que las interfases mortero-mortero. El patrón de fisuración se caracteriza por una forma de "v" en la zona central de la muestra, con las ramas inclinadas en un ángulo de aproximadamente 60° . Estos resultados son similares a los patrones de fisuración encontrados experimentalmente en probetas cúbicas. En la figura 8.20 se aprecia la deformada

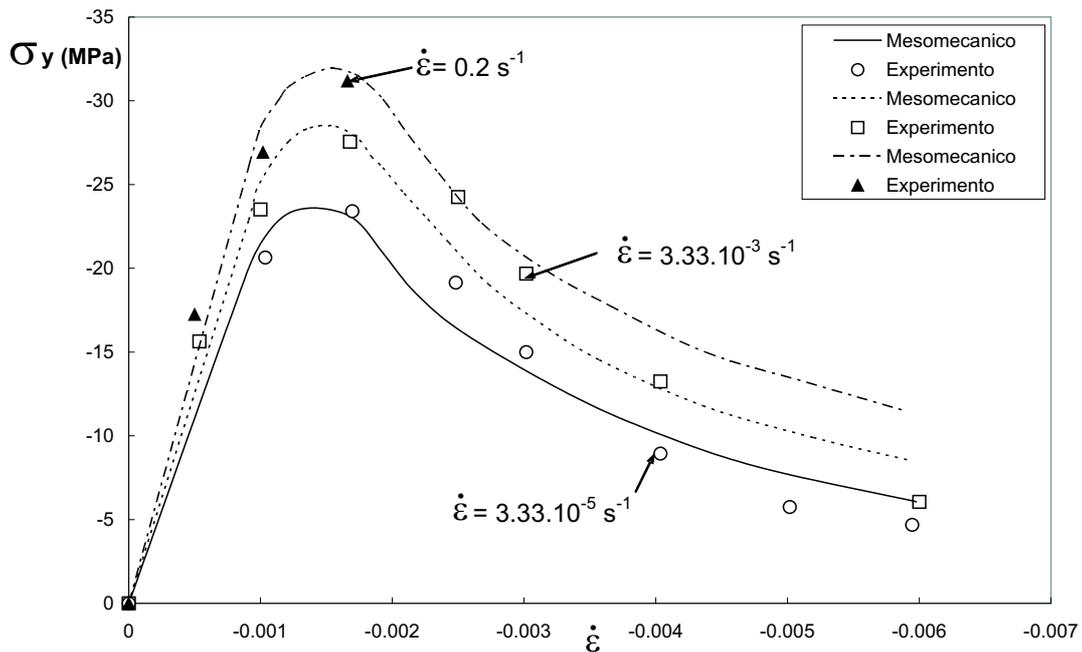


Figura 8.18: Comparación con ensayos de compresión - Dilger (1978)

para esta misma tasa de deformación, en la que puede verse claramente la apertura de las juntas más cargadas. Se puede distinguir en esta figura la apertura por corte de las juntas

inclinadas y por tracción en algunas interfaces verticales. El notorio valor de la deformación lateral que se aprecia se debe a la separación en bloque de algunos sectores de la muestra producido por la heterogeneidad del modelo mesomecánico y no a un efecto de dilatación de las interfaces. En la figura 8.22 se muestra la evolución del factor de sobrerresistencia dinámico calculado a nivel mesomecánico en comparación con algunos resultados experimentales disponibles en la literatura. A diferencia del caso de tracción uniaxial, en el cual se presenta una

Finalmente, a fin de verificar la performance del modelo de interfase sin la influencia de la heterogeneidad propia de la malla mesomecánica, se realizaron simulaciones numéricas de ensayos de compresión uniaxial empleando las mallas mixtas de 4x4 y 8x8. En este caso, para todas las interfaces se adoptó: $E_n = E_t = 10^9$ MPa/m, $\chi_0 = 2.0$ MPa, $c = 7$ MPa $\tan\phi = 0.6$ $G_f^I = 0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y $\sigma^{dil} = 40$ MPa y demás parámetros iguales a cero, mientras que el parámetro de viscosidad $\eta = 1.E6$ MPa/seg. Para los elementos de medio continuo, se consideró un $E_c = 27600$ MPa y $\nu = 0.2$. Los resultados obtenidos se presentan en la gráfica 8.23 en donde se incluyen los resultados de las mallas mesomecánicas. Se aprecia que el modelo viscoplástico es capaz de reproducir el comportamiento dinámico en compresión aún sin la representación explícita de la mesoestructura, observándose que las mejores predicciones en cuanto a la sobrerresistencia se encuentran con la malla de 8x8, dado que con la discretización de 4x4 se sobreestima la resistencia dinámica en un 7 % para la velocidad más baja y en casi un 10 % para la más alta. Con respecto al patrón de fisuración en las mallas mixtas, es posible apreciar el mismo efecto de la viscoplasticidad en cuanto a la difusión del patrón de falla, con varias líneas de juntas activas inclinadas

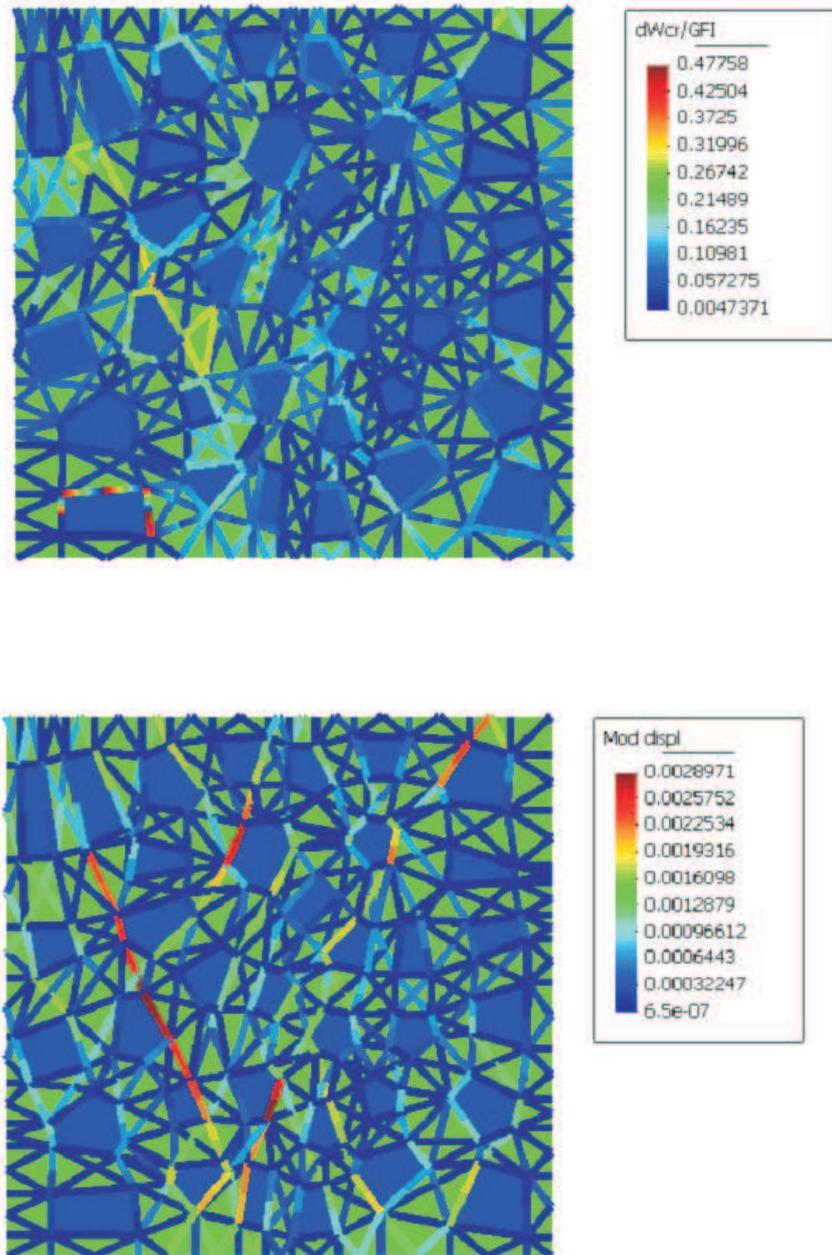


Figura 8.19: *Disipación de energía en ensayo de compresión - $\dot{\epsilon} = 3,33E - 5\text{seg}^{-1}$*

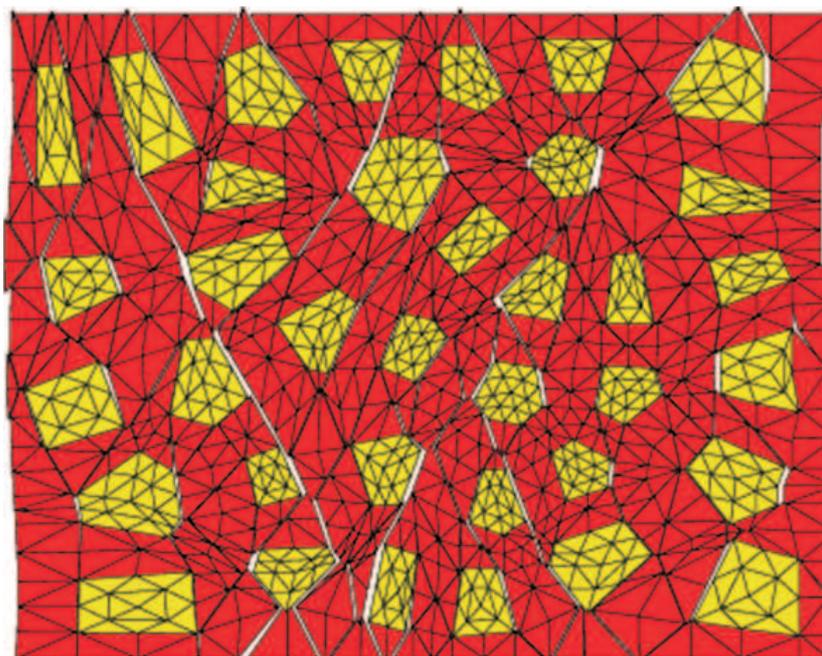


Figura 8.20: *Deformada en ensayo de compresión - $\dot{\epsilon} = 3,33E - 5 \text{seg}^{-1}$*

a 45 grados, obviamente sometidas a corte. Este aspecto se ve claramente al comparar las figuras 8.25 y 8.26 correspondientes a la malla mixta de 8x8. En el caso de la elastoplasticidad, toda la disipación de energía se produce en una única línea inclinada que recorre la muestra de izquierda a derecha, prácticamente coincidente con una diagonal de la malla, mientras que el caso viscoplastico la disipación se produce en varias líneas de juntas activas inclinadas bajo esfuerzo de corte. Observando las deformadas de ambos casos en las mismas figuras, se aprecia claramente la localización de deformaciones en el caso elastoplástico, con apertura de las juntas de la diagonal por deslizamiento. Tal como se remarcó previamente en el caso de tracción uniaxial, el caso viscoplastico presenta una difusión del patrón de fisuración con la apertura por deslizamiento de las juntas inclinadas a 45° pero también de algunas pocas juntas horizontales y verticales.

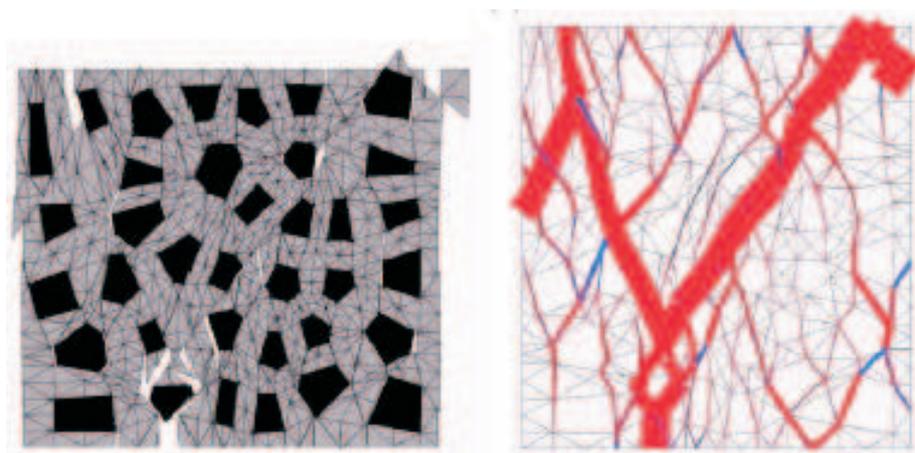


Figura 8.21: *Disipación de energía en compresión - Modelo elastoplástico, Ciancio [53](2000)*

8.7. Influencia de cambios súbitos en la velocidad

Se presenta aquí el análisis del efecto de revenimiento de ablandamiento a nivel meso-mecánico en ensayos de tracción y compresión uniaxial. Al igual que a nivel constitutivo, los ensayos consisten en someter al modelo a un súbito cambio de la velocidad de deformación a partir de un punto determinado sobre la rama de ablandamiento. Estos puntos de recomienzo o *restart points* se emplean para reiniciar el cálculo numérico del problema conservando el estado previo de las variables de estado del modelo, las cuales dependen de la velocidad de deformación aplicada previamente. El aumento o disminución de la velocidad de deformación se aplica en forma súbita, al igual que en los ensayos experimentales. La figura 8.27 muestra la respuesta numérica del caso de tracción uniaxial, mientras que la figura 8.28 ilustra la respuesta obtenida en compresión uniaxial empleando como puntos de recomienzo estados de tensión situados sobre la rama de ablandamiento de las curvas

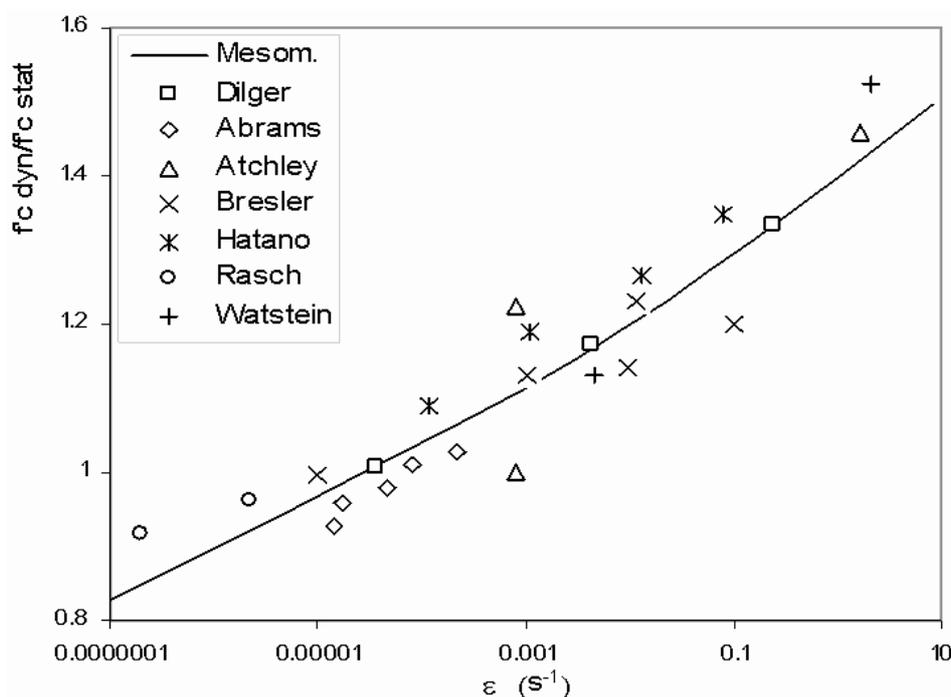


Figura 8.22: *Evolución del factor de sobrerresistencia dinámica en compresión*

obtenidas en la simulación de los ensayos de Dilger. En la figura 8.27 se observa que comparando con las respuestas de curvas semejantes del caso constitutivo, es decir, para las mismas reducciones/incrementos de velocidad, se observa que cuando la velocidad de deformación se reduce bruscamente, a igual reducción se logra una relajación de tensiones más pronunciada a nivel constitutivo que a nivel mesomecánico, siendo también más pronunciada la pendiente de recuperación al sufrir un aumento súbito de la tasa de deformación. El caso de compresión uniaxial muestra también una respuesta similar, con aparición de un segundo pico tal como ocurre en tracción uniaxial. Otro aspecto a resaltar es que cuanto mayor es la diferencia de velocidad entre la curva de partida del análisis y la curva de estabilización (aquella curva a la cual se arriba), más pronunciada es la pendiente de relajación

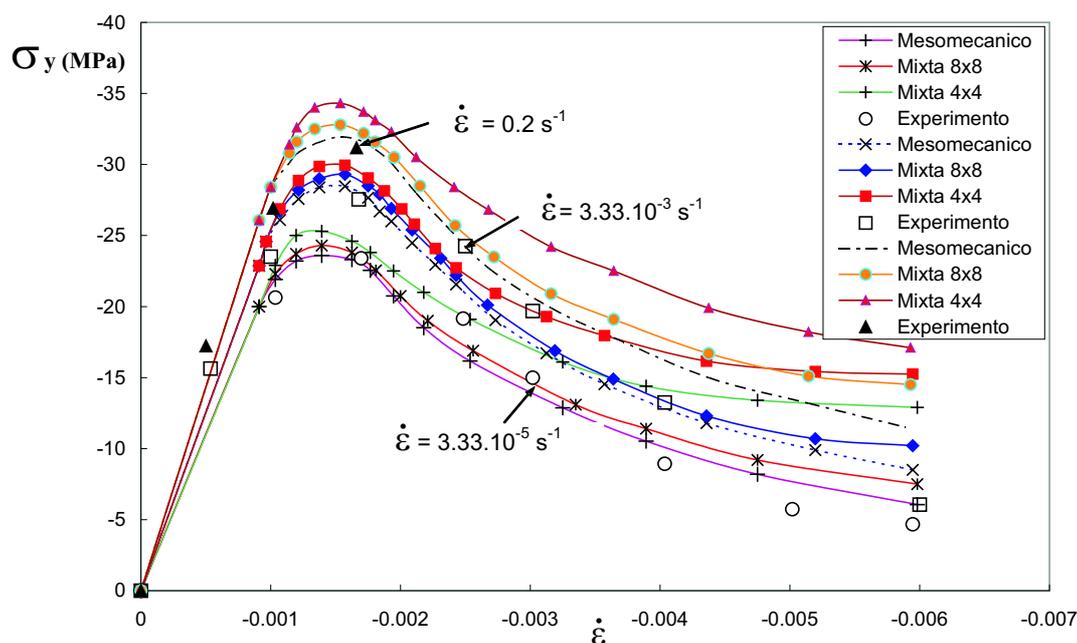


Figura 8.23: Comparación de resultados - mallas mixtas en compresión

de tensiones. Esto parece lógico, dado que el efecto dinámico de relajación de las tensiones que muestran estos ensayos tiende a parecerse más al conocido efecto estático cuanto mayor es la caída de velocidad. Asimismo, dada la mayor incidencia del estado tensional de tracción en el efecto de sobrerresistencia, es claro que los resultados obtenidos muestran una pendiente de recuperación de carga o de relajación más pronunciada para este caso que para el de compresión uniaxial.

8.8. Ensayos de sensibilidad

En esta sección se presenta un estudio comparativo acerca de diferentes formas de modelar el efecto dinámico mediante el empleo de la teoría de la viscoplasticidad. Los ensayos numéricos que se muestran a continuación consideran cuatro criterios distintos de introducir la dependencia en el tiempo. Los casos considerados fueron los siguientes:

- Caso 1) análisis a nivel macromecánico, empleando un modelo constitutivo elasto-viscoplástico de medio continuo, el denominado Modelo Extendido de Leon, formulado por Etse et al. [76](1992), [81](1999). Debido al menor costo computacional, este criterio es conveniente al analizar estructuras reales.
- Caso 2) análisis mesomecánico en el cual los elementos de medio continuo representativos de los áridos se consideran elásticos, mientras que a los elementos correspondientes a la matriz de mortero se les asigna un comportamiento elasto-viscoplástico. En este modelo, las interfases se remueven por completo de la malla. Se considera entonces al hormigón como un material bifásico, asignándose toda el comportamiento viscoso a la matriz.
- Caso 3) análisis mesomecánico en el que los elementos de medio continuo tienen las mismas características que el caso anterior, pero además se introducen elementos de interfase de espesor nulo (elementos de junta) entre los elementos continuos de las fases agregado y matriz. Este criterio es idéntico al empleado por Stankowski [173](1990), quien empleó un modelo invíscido de Drucker-Prager para la matriz de mortero mientras que a las juntas de las interfases agregado-matriz se les asignaba un comportamiento elastoplástico.
- Caso 4) análisis mesomecánico siguiendo el criterio de Carol y López [42](1998), en el que los elementos de medio continuo de árido y mortero se consideran elásticos, pero incluyendo elementos junta a lo largo de todos los contactos entre elementos

árido-mortero y entre los elementos de continuo de la matriz.

En los criterios 3 y 4, las interfaces mortero-agregado y mortero-mortero se equipan con la ley constitutiva elasto-viscoplástica continua presentada en el Capítulo 6 de este trabajo. El análisis de sensibilidad se lleva a cabo de la siguiente manera: primeramente, se calibran los cuatro criterios con el fin de lograr que todos ellos puedan predecir la misma carga máxima en un ensayo de tracción uniaxial invíscido, considerando para todos los casos una relación $\eta/\Delta t=0$. Dado que el modelo empleado a nivel macromecánico, el modelo Extendido de Leon, es una ley constitutiva basada en la elasto-viscoplasticidad y en criterios de Mecánica de Fractura, el parámetro de ductilidad o de apertura de fisura de este modelo que determina la mayor o menor fragilidad de la respuesta de postpico, debe adoptarse de modo tal que el modelo produzca una respuesta en ablandamiento de similar fragilidad a la del modelo mesomecánico (igual área encerrada por las curvas carga-desplazamiento en todos los casos). Una vez logrado esto, es de interés determinar para una velocidad de deformación dada la sensibilidad de cada modelo a la variación de la relación $\eta/\Delta t$. Se estudia la respuesta de los cuatro casos considerando dos discretizaciones a nivel mesomecánico. Una malla gruesa, con disposición de áridos en un arreglo de aproximadamente 4x4, y la malla mesomecánica fina de 6x6 ya empleada en este capítulo, ver Etse et al. [77](2004). Los ensayos numéricos se realizaron manteniendo control de desplazamientos verticales sobre los nodos del borde superior de las probetas y considerando el borde inferior con impedimento de desplazamientos en la dirección vertical, en estado de tensión plana en todos los casos. Los parámetros elásticos para el modelo de Leon fueron

los siguientes: $E = 20000$ MPa, $\nu = 0.2$ y la resistencia a tracción y compresión $f'_t = 2.76$ MPa y $f'_c = 22$ MPa respectivamente. El parámetro de apertura de fisura $u_r = 0.127$ mm, sin actualizar el parámetro de endurecimiento-ablandamiento, adoptando $k_0 = 1.0$. Dada la irregularidad de la malla, se calcula la altura equivalente como la raíz cuadrada del área del elemento finito, es decir $h_t = \sqrt{Area}$. Los coeficientes elásticos de las juntas tomaron los siguientes valores: $E_n = E_t = 10^9$ MPa/m, $\chi_0 = 1.8$ MPa, $c = 6$ MPa $\tan\phi = 0.8$, $G_f^I = 0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y $\sigma^{dil} = 40$ MPa y demás parámetros iguales a cero. Para las juntas de mortero, los mismos parámetros, salvo que $\chi_0 = 3.6$ MPa, $c = 12$ MPa y $G_f^I = 0.06$ N/mm. Para los elementos de medio continuo, se consideró un $E_m = 15000$ MPa y $E_a = 42000$ MPa. En ambos casos, $\nu = 0.2$. En el caso del análisis tipo Stankowski, se adopta para las interfaces agregado-mortero $E_n = E_t = 10^9$ MPa/m, $\chi_0 = 2.0$ MPa y $c = 7$ MPa, mientras que a los elementos de continuo de la matriz: $f'_t = 3.0$ MPa, $f'_c = 22.0$ MPa y $u_r = 0.127$ mm. Los valores de módulo de elasticidad de las fases agregado y matriz $E_m = 15000$ MPa y $E_a = 42000$ MPa. En las Figuras 8.29 a), b) y c) se presentan los resultados del análisis para las relaciones $\eta/\Delta t = 0$, $\eta/\Delta t = 100$ y $\eta/\Delta t = 500$, respectivamente, para los cuatro casos mencionados. El caso $\eta/\Delta t = 0$ corresponde a una simulación de muy baja velocidad (cuasi-estática). El otro caso extremo, $\eta/\Delta t \rightarrow \infty$ nos sitúa en un estado de respuesta elástica, con una viscosidad infinita del dispositivo viscoso. La respuesta viscoelastoplástica se sitúa siempre entre estos dos extremos. De la figura 8.29 se aprecia que los casos 3 y 4 (con elementos junta) conducen a respuestas de postpico más frágiles que los casos 1 y 2 (con no linealidad en los elementos de medio continuo), y que la respuesta post-pico de estos últimos resulta más

sensible a la variación de la relación viscosidad/paso de tiempo, posiblemente debido a la influencia del efecto tamaño de los elementos de medio continuo y a la irregularidad de la malla. De acuerdo con los resultados obtenidos, la situación representativa de un ensayo estático ($\eta/\Delta t=0$) como para los casos de régimen dinámico ($\eta/\Delta t > 0$), el caso 1 resulta ser el más sensible a la variación de la relación de viscosidad/paso de tiempo. Para las simulaciones con $\eta/\Delta t=100$ se obtuvieron sobrerresistencias del orden de un 20 % superiores a la resistencia estática en los casos 1 y 2, mientras que en los casos 3 y 4 se obtuvieron sobrerresistencias del orden del 11 %. Para $\eta/\Delta t=500$ el factor de sobrerresistencia fue del orden de un 73 % para el caso 1 y de un 65 % para el caso 2, con una respuesta muy dúctil. El análisis con los casos 3 y 4 condujo a sobrerresistencias del orden del 40 %, presentando un leve comportamiento en ablandamiento. En todos los casos analizados, ambas discretizaciones condujeron a respuestas similares, con una respuesta levemente más frágil de la malla de 4x4.

8.9. Los cuatro casos - Ensayos de velocidad

En la sección precedente se han mostrado las respuestas numéricas de los 4 criterios analizados en este trabajo para una determinada relación $\eta/\Delta t$ en ensayos de tracción uniaxial. A partir de estos resultados, es evidente que cada modelo constitutivo posee una determinada sensibilidad a la velocidad de deformación, la cual es inherente a la formulación

misma. Esto implica que cada uno de los criterios empleados anteriormente debe previamente ser sometido a una adecuada calibración de sus parámetros si se pretende estudiar la respuesta en velocidad para determinadas tasas de deformación y que las mismas sean comparables entre sí. Además de la sensibilidad propia a la tasa de deformación de cada formulación constitutiva, es decir, el Modelo Extendido de Leon a nivel macromecánico y el modelo de juntas a nivel mesomecánico, existen aspectos relacionados con el mecanismo de fractura o de disipación de energía y con la formulación de elementos finitos empleada. Es sabido que los modelos constitutivos basados en la Mecánica de Fractura y formulados a nivel macromecánico adolecen del problema de dependencia de la configuración de la malla (problema de objetividad de la respuesta). Por otro lado, el empleo de los elementos finitos de junta de espesor nulo obliga a adoptar valores muy altos para los módulos de elasticidad normal y tangencial, a fin de evitar que la elasticidad de las juntas influya en el análisis. Esta es la principal causa de la gran diferencia de sensibilidad entre la formulación continua y la discreta, ya que el empleo de módulos de elasticidad muy altos condiciona los límites de la relación que fija el tiempo intrínseco o tiempo característico $t_* = \eta/E$. Esta relación determina finalmente la sensibilidad de la respuesta numérica tanto en ensayos de velocidad como en ensayos de relajación y fluencia básica.

Debido a las razones expuestas, previo a la realización de los ensayos numéricos de velocidad, cada uno de los distintos criterios debe ser calibrado para, primeramente, reproducir la tensión pico o resistencia característica del hormigón a velocidades cuasiestáticas, y, por otro lado, poseer el mismo grado de fragilidad en la rama de pospico del ensayo de tracción o

compresión uniaxial. Una vez logrado esto, se procede a calibrar la función de sobrerresistencia dinámica de cada modelo. En el caso del Modelo Extendido de Leon viscoplástico, esta calibración fue realizada por Carosio y Etse [48](1997) tomando como base los resultados experimentales de tracción y compresión uniaxial de Suaris y Shah [178](1984), [179] (1985) mediante una función de interpolación de la viscosidad, la cual se plantea en términos de la variación de la deformación específica, es decir, $\dot{F} = \dot{F}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}})$. Esta transformación de la función de fluencia viscoplástica implica la determinación, previo a la integración de la ecuación constitutiva, de la viscosidad η en términos de la tasa de deformación específica del modelo. En la propuesta de estos autores, surge una complicación adicional dado que el tensor de deformaciones es de segundo orden, y la función de interpolación de la viscosidad se efectúa entre valores escalares. Por esta razón, en la calibración del Modelo Extendido de Leon se adopta como variable independiente los valores propios del tensor de deformaciones de acuerdo con la definición siguiente:

$$\eta = \eta(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \begin{cases} \lambda_{max}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) & \text{si } |\lambda_{max}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})| > |\lambda_{min}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})| \\ \lambda_{min}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) & \text{si } |\lambda_{max}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})| < |\lambda_{min}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})| \end{cases} \quad (8.9.1)$$

Las figuras 8.30 y 8.31 muestran las respuestas numéricas de los casos 1 a 4 comparados con resultados experimentales de Suaris-Shah, en tracción y compresión uniaxial, respectivamente. Estos ensayos se realizaron con control de desplazamientos en los nodos de la cara superior de las mallas de 6x6 y en estado plano de tensiones en todos los casos. En estas figuras se aprecia claramente que, si bien luego de la calibración de los parámetros se logra un muy buen ajuste del valor de la tensión pico, la respuesta de pospico muestra algunas

diferencias, las que se producen como consecuencia de los distintos mecanismos de degradación de la resistencia que se desarrollan en cada caso. Otro aspecto a destacar en estas curvas es que, a medida que crece la tasa de deformación aplicada, la respuesta de postpico se vuelve menos frágil, con una disminución de la pendiente de la rama de ablandamiento. Este hecho se debe a que, para valores crecientes de la tasa de deformación se requieren valores crecientes de la viscosidad para reproducir la mayor sobrerresistencia, lo que conduce a relaciones $\eta/\Delta t$ cada vez mayores. Este concepto es de fundamental importancia, dado que para valores crecientes de $\eta/\Delta t$ las formulaciones basadas en la elasto-viscoplasticidad tienden hacia una respuesta muy dúctil, la cual en el límite, para una velocidad de carga infinitamente rápida implica una resistencia infinita del material (comportamiento elástico perfecto).

8.10. Conclusiones

Como conclusión de estos análisis, es claro que tanto las formulaciones a nivel macro como las mesomecánicas son capaces, luego de una adecuada calibración de sus parámetros, de reproducir los valores de sobrerresistencia experimentales. Sin embargo, desde el punto de vista numérico, cada una de estas formulaciones tiene diferentes ámbitos de aplicación. En el caso de los análisis a nivel mesomecánico, es claro que los mismos son muy útiles a la hora de estudiar los complejos mecanismos de falla que ocurren en el hormigón cuando es sometido a cargas dinámicas, mientras que las formulaciones a nivel macromecánico son más aptas para el análisis de estructuras reales, ya que es más simple la consideración de

las armaduras, y sobre todo, por la diferencia de esfuerzo computacional necesaria en cada caso.

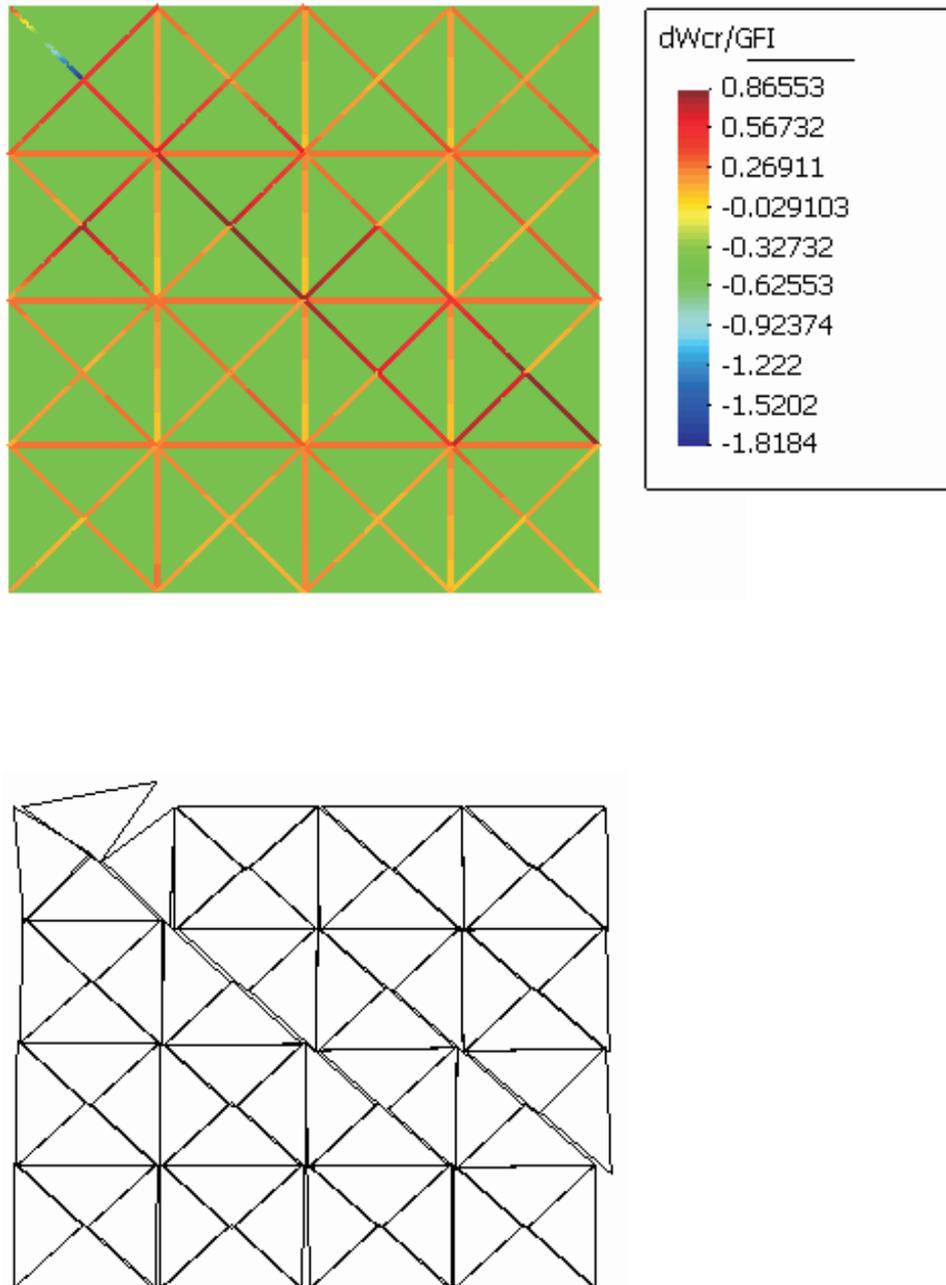


Figura 8.24: *Disipación de energía en compresión y deformada- malla mixta de 4×4*

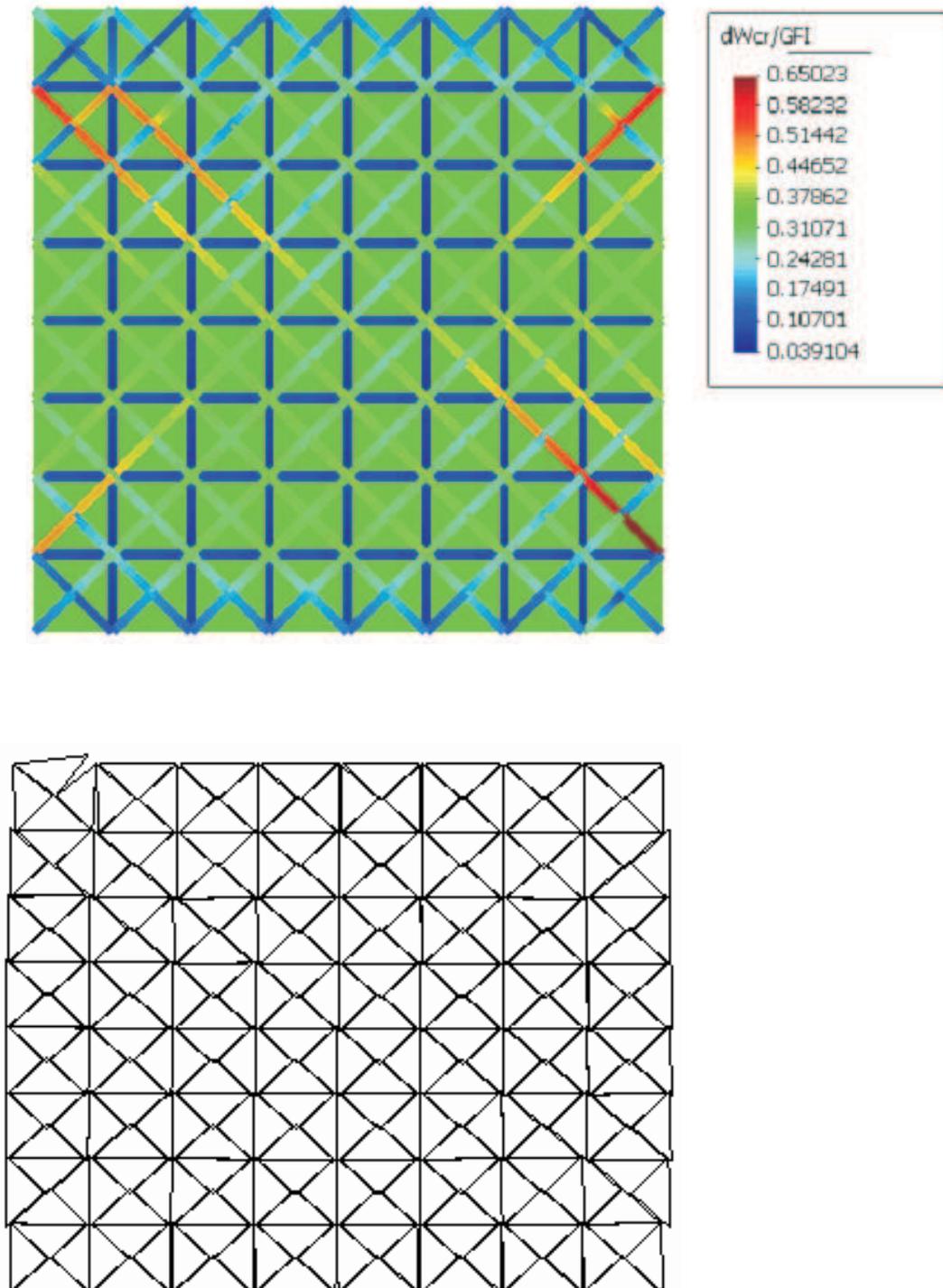


Figura 8.25: *Disipación y deformada - viscoplasticidad, malla mixta de 8x8*

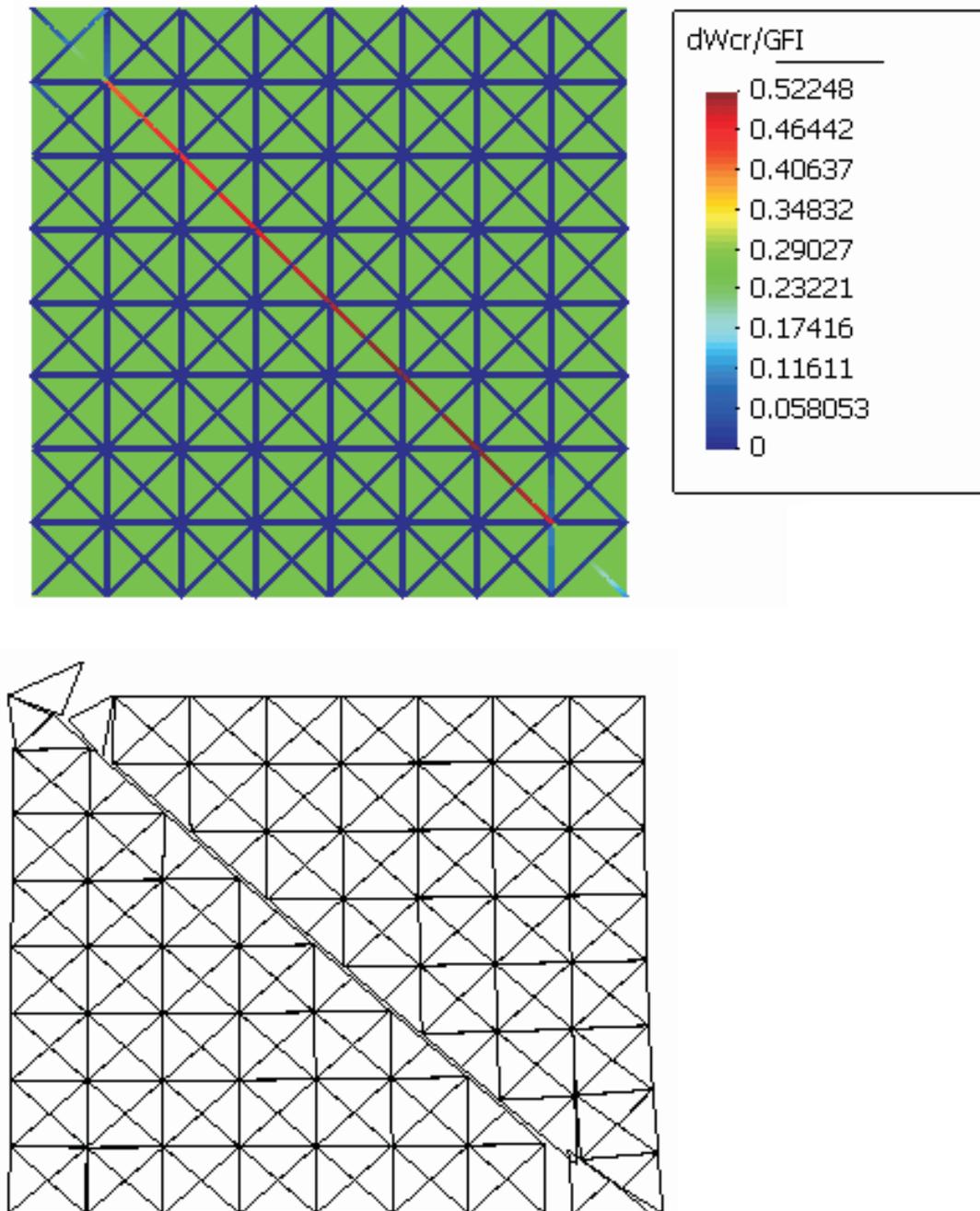


Figura 8.26: *Disipación y deformada - elastoplasticidad, malla mixta de 8x8*

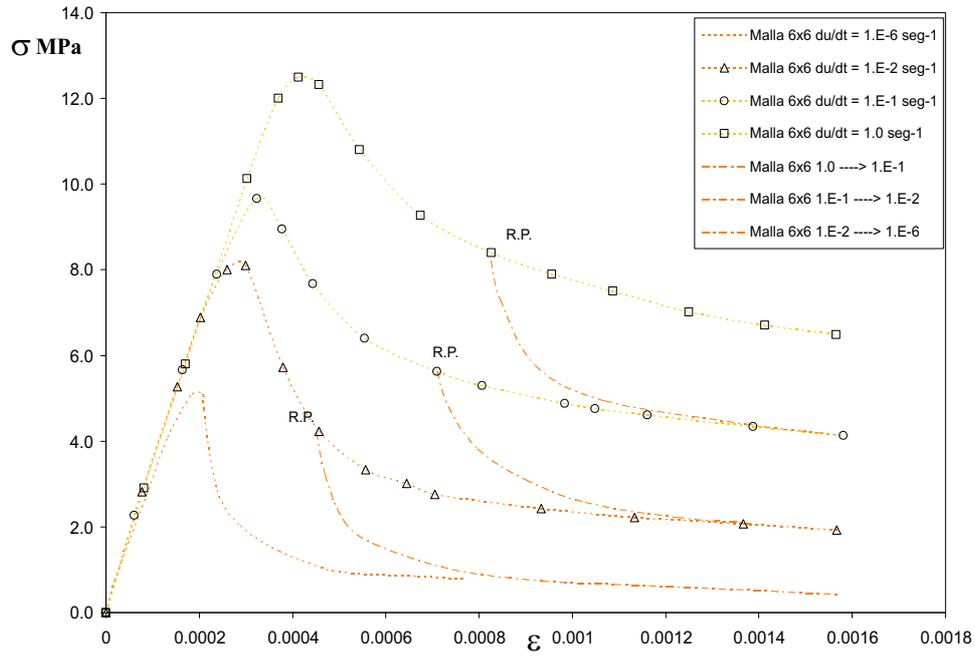


Figura 8.27: Efecto de revenimiento de softening en tracción uniaxial

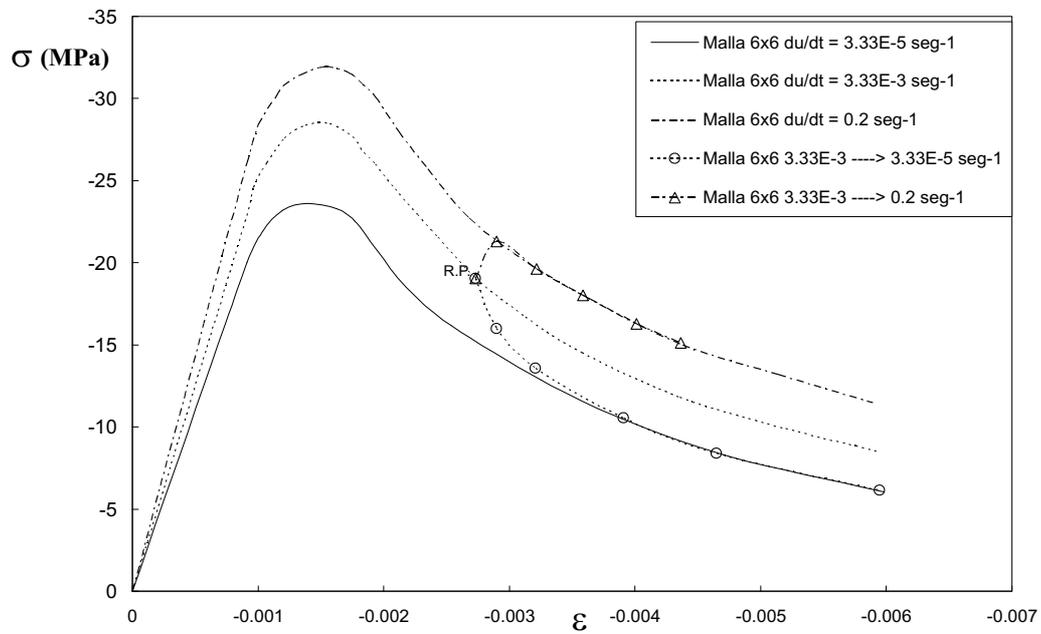


Figura 8.28: Efecto de revenimiento de softening en compresión uniaxial

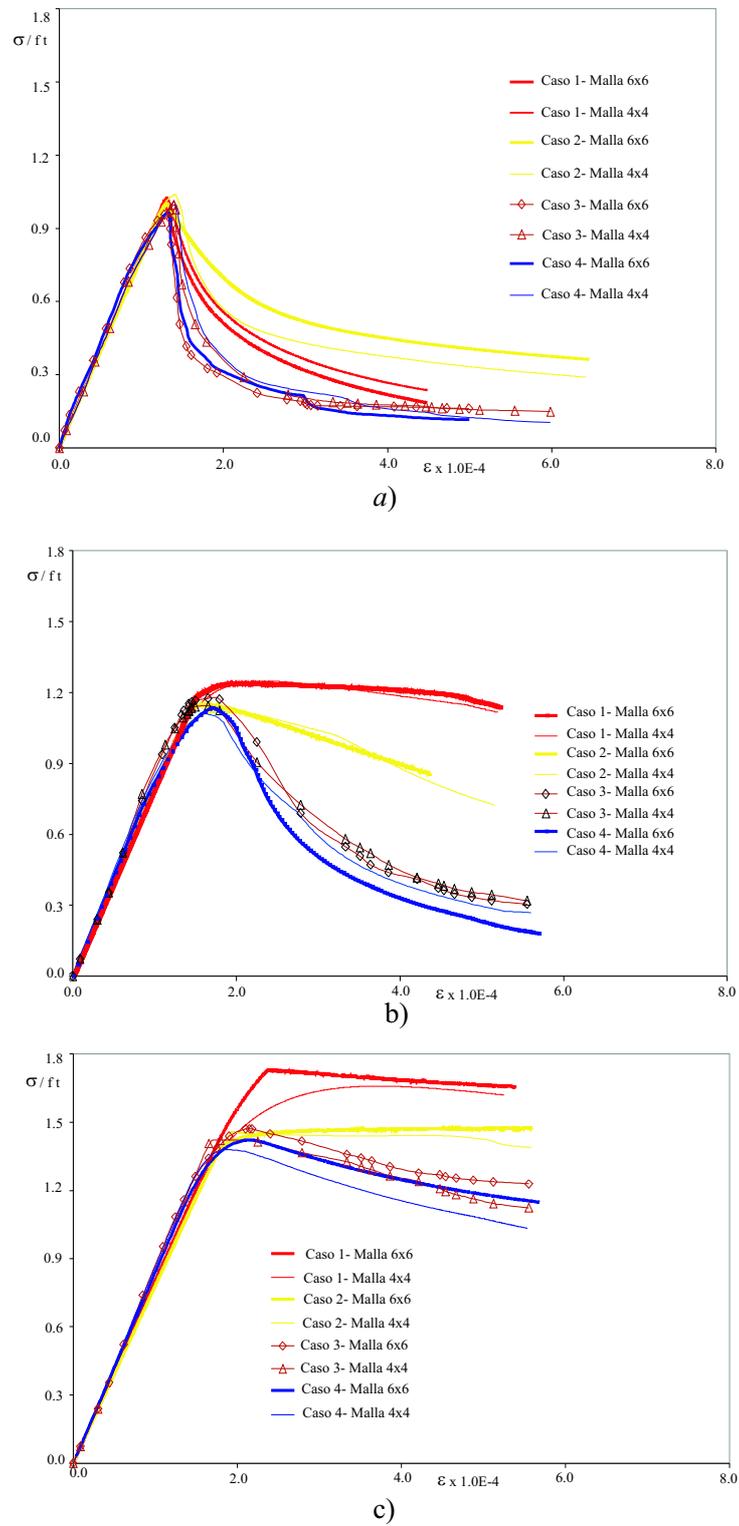


Figura 8.29: Comparación de los 4 casos - tracción uniaxial

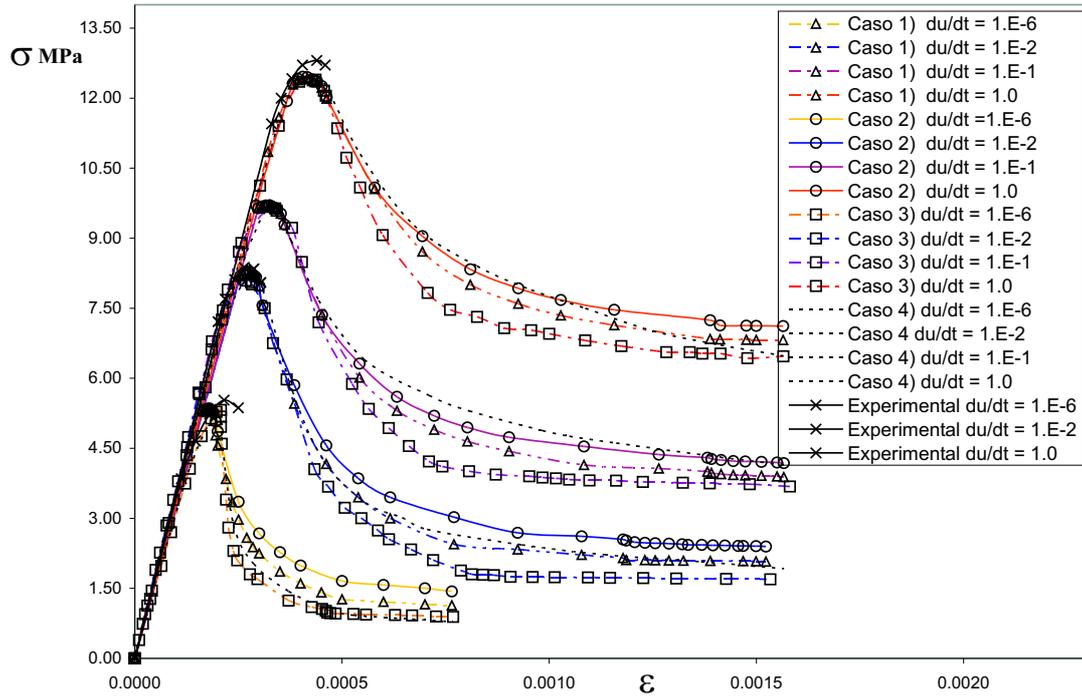


Figura 8.30: Comparación - 4 casos en tracción uniaxial

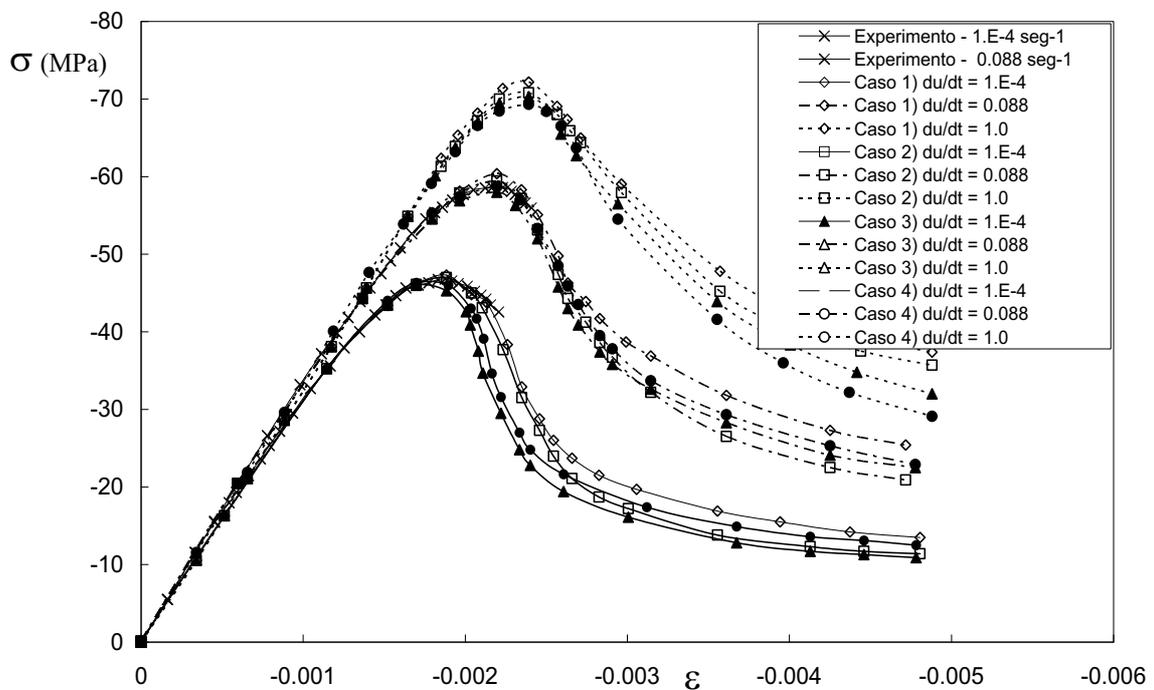


Figura 8.31: Comparación - 4 casos - compresión uniaxial

Capítulo 9

MODELACION DE PROCESOS TIEMPO-DEPENDIENTES EN ESTRUCTURAS DE HORMIGON

9.1. Introducción

El estudio de los procesos de falla en estructuras de hormigón es de vital importancia a la hora de estimar la vida útil de las estructuras. Para construcciones de cierta relevancia, la naturaleza reológica del hormigón implica la necesidad de realizar el análisis de las deformaciones diferidas que sufre este material cuando es sometido a cargas de larga duración. Este estudio es crucial para la predicción de la posible aparición de patrones de fisuras, los cuales en ciertos casos pueden derivar en el fenómeno conocido como rotura diferida de la estructura, aún para valores de las cargas muy inferiores a las cargas últimas obtenidas en el análisis estructural convencional. Tradicionalmente, el comportamiento reológico del hormigón se ha estudiado mediante modelos viscoelásticos (cadenas de Maxwell o de Kelvin), o bien mediante modelos teóricos calibrados a partir de observaciones experimentales. Siguiendo los lineamientos propuestos en los capítulos precedentes de este trabajo, se propone aquí explorar la performance del modelo computacional basado en la viscoplasticidad

presentado en el Capítulo 6 mediante el análisis del comportamiento tiempo-dependiente de estructuras de hormigón. En el Capítulo 8, se han estudiado mediante simulaciones numéricas empleando el MEF procesos de falla dinámica bajo estados de tracción y compresión uniaxial. El estudio numérico presentado demuestra que el proceso de falla dinámica en hormigón para velocidades entre bajas y moderadas puede modelarse en forma precisa mediante la teoría de la elastoviscoplasticidad continua de Perzyna formulada a nivel mesomecánico. Considerando el rango de velocidades por debajo del límite de velocidad cuasi-estática convencional ($\dot{\epsilon} \leq 1.E - 06 \text{ seg}^{-1}$), nuestro objetivo es analizar la capacidad del modelo viscoplástico de interfase para captar fenómenos de altísima complejidad tal como lo son los procesos de relajación y creep o fluencia básica en el hormigón. Se debe resaltar aquí que en los análisis que se presentan a continuación no se considera ningún tipo de intercambio de humedad con el medio, y tampoco la influencia de la temperatura (creep básico). Lo que se pretende estudiar es la capacidad de la formulación propuesta para simular en forma realista distintos aspectos del comportamiento reológico del hormigón tales como incidencia del nivel de tensión, efecto de la evolución del tiempo, interacción entre el fenómeno de fluencia y el proceso de fisuración, valor final de la deformación y, por sobre todo, analizar bajo qué condiciones el modelo basado en la viscoplasticidad a nivel mesomecánico es capaz de capturar el fenómeno denominado rotura diferida. En este sentido, el hecho de combinar en una única formulación matemática y en el mismo elemento de junta los efectos de tiempo/tasa y el criterio discreto de modelización del proceso de fisuración, permite investigar las condiciones bajo las cuales las interacciones mencionadas

cobran mayor relevancia, sobre todo en el rango de tensiones que superan el 50 por ciento de la resistencia característica del material, para el cual la mayoría de los códigos de construcciones actualmente en vigencia no son válidos. A continuación se presentan una serie de análisis numéricos empleando mallas mixtas rectangulares de 2x4, 4x8 y 8x16, ver figura 9.1 y mesomecánicas de 4x4 y 6x6.

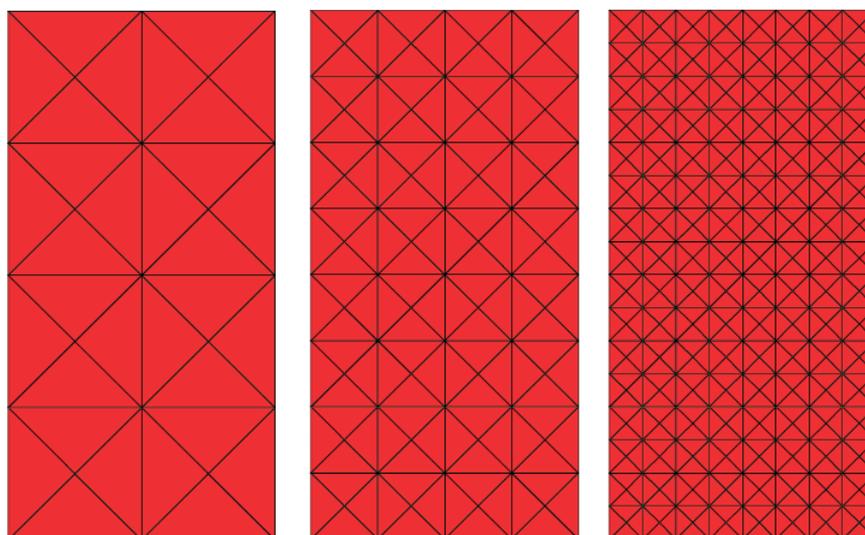


Figura 9.1: *Mallas mixtas rectangulares - ensayo de relajación*

9.2. Ensayos de relajación de tensiones

9.2.1. Mallas mixtas

Estos ensayos numéricos consistieron en imponer a las muestras un estado de deformación tal que corresponda a un nivel de tensión para el cual el material se encuentra en estado plástico. En este caso, se adopta una relación $\sigma/\chi=1.5$, es decir, el estado de deformación

corresponde a una tensión un 50 % superior a la resistencia a tracción de las juntas dispuestas a lo largo de los contactos entre elementos de medio continuo. Una vez alcanzado el estado de tensión deseado, el desplazamiento impuesto se mantiene fijo y se deja transcurrir el tiempo. En todos los casos se emplearon los siguientes parámetros materiales para las interfases: $E_N = E_T = 1.E^9$ MPa/m, $\chi=2$ MPa, $c=7$ MPa, $G_f^I=0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y demás parámetros del modelo iguales a cero. El exponente de Perzyna $N=1$, el parámetro de viscosidad $\eta= 1.E6$ MPa.seg, mientras que el paso de tiempo considerado fue $\Delta t=0.014$ horas. Para los elementos de medio continuo: $E_c=2.5E4$ MPa, $\nu=0.2$. La respuesta obtenida a partir de estos ensayos se muestra en la figura 9.2.

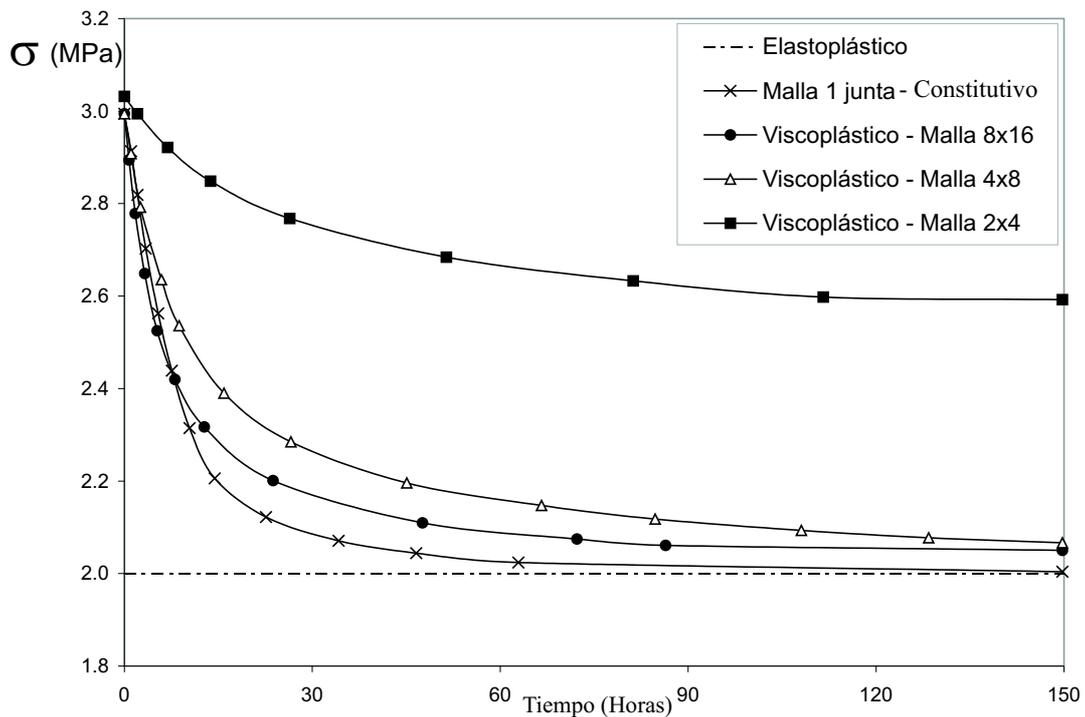


Figura 9.2: *Relajación de tensiones-mallas mixtas*

En esta gráfica se aprecia que a medida que la discretización de la malla crece, y por ende, se tiende a un mayor número de juntas activas, mayor es la relajación de la tensión,

con un decrecimiento de tipo exponencial a partir del valor máximo alcanzado. Este resultado es previsible, dada la difusión de deformaciones viscoplásticas en toda la altura de la probeta. Además, la discretización de 2x4 sólo relaja un 30 % del valor de sobretensión, mientras que las mallas de 4x8 y 8x16 tienden a relajar prácticamente toda la sobretensión, siendo la respuesta de la malla más fina similar al comportamiento a nivel constitutivo. Dada la configuración regular de las discretizaciones presentadas en estos ensayos, es claro que las interfases activas son las situadas en planos horizontales, normales a la dirección de los desplazamientos impuestos en la cara superior de las probetas. El empleo de estas mallas sirve sólo a los efectos de analizar la incidencia de múltiples planos de juntas en el proceso de relajación de tensiones. Por otro lado, las mallas mixtas compuestas por elementos de junta y de continuo con parámetros materiales homogéneos, pueden emplearse para modelar el comportamiento tiempo/tasa-dependiente de muestras de mortero. Para simular la respuesta del hormigón, es necesario considerar la composición de su mesoestructura.

9.2.2. Mallas mesomecánicas

La heterogeneidad propia de un material compuesto como el hormigón implica que cada una de las fases componentes incide de forma diferente en la redistribución de tensiones de la muestra. En la representación del hormigón a nivel mesomecánico, las interfases agregado-mortero y mortero-mortero juegan roles distintos, y su comportamiento ante fenómenos tiempo-dependientes es de sumo interés. En esta sección se estudia primeramente el caso denominado *homogéneo*, considerando las mallas mesomecánicas de 4x4 y 6x6. Se realizan

ensayos de relajación de tensiones para determinar el aporte de cada una de las fases intervinientes al proceso total mediante la simulación numérica de los siguientes casos:

- Relajación de tensiones suponiendo que todas las interfaces de la muestra tienen los mismos parámetros materiales (caso homogéneo).
- Relajación de las interfaces mortero-agregado, asignando a las interfaces mortero-mortero una ley elástica invíscida.
- Relajación de las interfaces mortero-mortero, asignando a las interfaces mortero-agregado una ley elástica invíscida.

Los valores de los parámetros materiales se adoptaron como: $E_N = E_T = 1.E9$ MPa/m, $\chi=2$ MPa, $c=7$ MPa, $G_f^I=0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y demás parámetros del modelo iguales a cero. El exponente de Perzyna $N=1$, el parámetro de viscosidad $\eta= 1.E6$ MPa.seg, mientras que el paso de tiempo considerado fue $\Delta t=0.014$ días. Para los elementos de medio continuo y de agregado: $E=3.5E4$ MPa y $\nu=0.2$. El nivel de tensión impuesto excede en un 50 % la resistencia elastoplástica que, en el caso homogéneo, prácticamente coincide con la resistencia a tracción de las juntas, López [85](1999). En la figura 9.3 se presentan los resultados de este análisis. Vemos que para las dos mallas en estudio, se obtiene que las interfaces mortero-agregado relajan un pequeño porcentaje de la sobretensión, dado que la longitud de juntas activas correspondiente a las mismas es muy inferior a la que corresponde a las juntas mortero-mortero. Por esta misma razón, las juntas mortero-mortero relajan

prácticamente toda la sobretensión aplicada. La relajación de tensiones del caso homogéneo para las discretizaciones de 4x4 y 6x6 se sitúa entre las curvas de relajación de las juntas mortero-agregado y mortero-mortero. Esta respuesta del caso homogéneo se origina por la redistribución de tensiones que se produce en la muestra debido al efecto propio de la mesoestructura misma. En las figuras 9.4 a 9.9 se observa claramente la influencia de la mesoestructura en el proceso de relajación en términos de la disipación de energía y deformada en las mallas de 4x4 y 6x6. Vemos en las figuras que para ambas mallas, el caso en que se considera viscoplasticidad sólo en el mortero es en el que se aprecia en forma más evidente la evolución desde un estado *regularizado*, correspondiente al valor pico de sobretensión, con un patrón de deformaciones muy extendido y muy poca fisuración a un estado plástico altamente localizado, típico de la falla de este tipo de modelos al emplear la

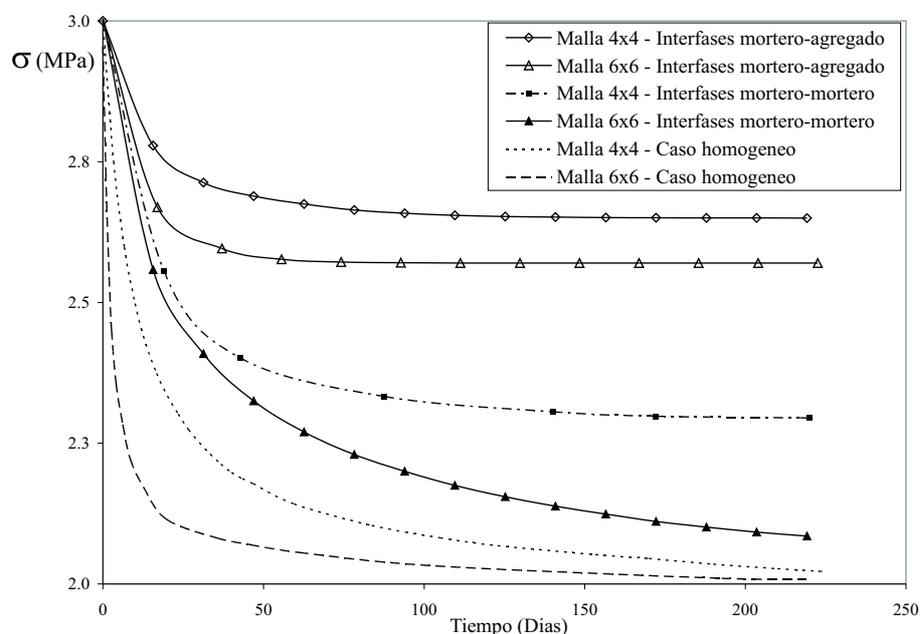


Figura 9.3: *Relajación de tensiones-mallas mesomecánicas*

elastoplasticidad. Con respecto a la disipación de energía, se arriba a conclusiones similares,

con una disipación de gran difusión en el punto de mayor sobretensión y una concentración de las juntas que más disipan a medida que el estado tensional se relaja y vuelve a la superficie de fluencia invíscida original.

El análisis de estos tres casos permite una mayor comprensión de la interacción en-

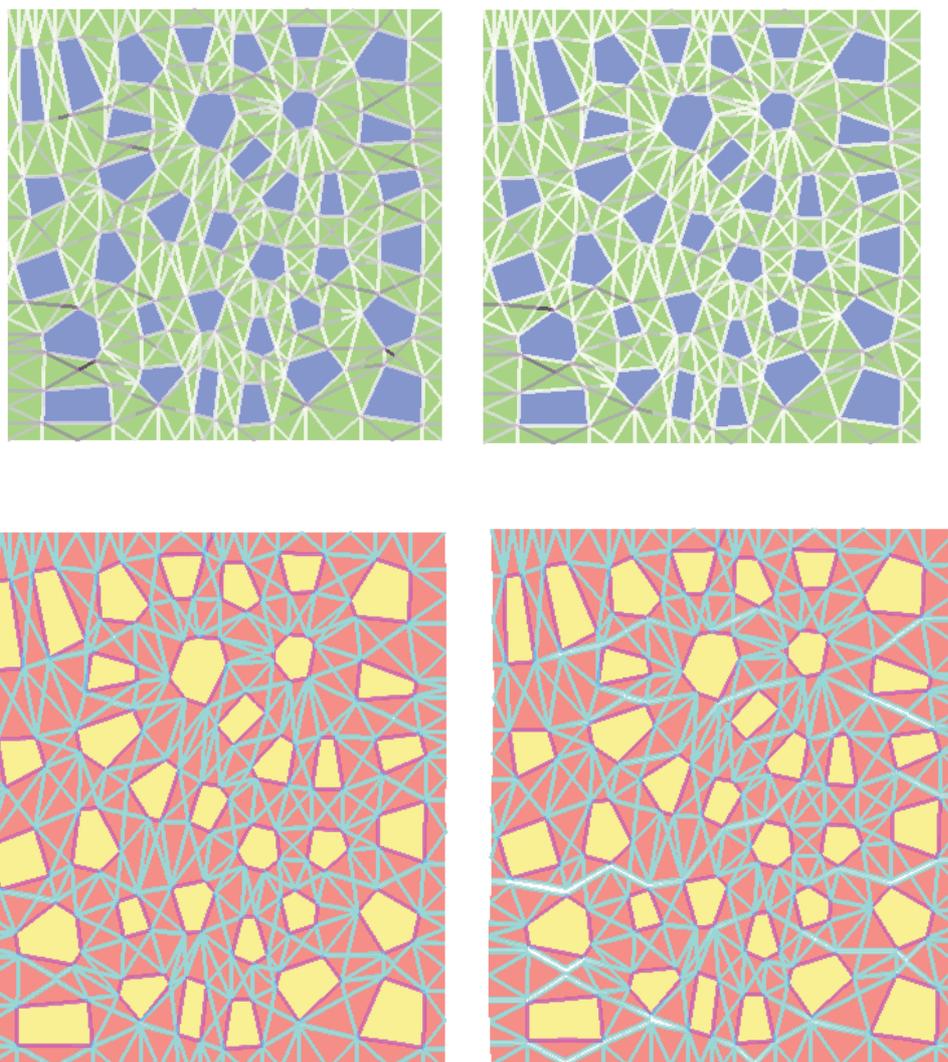


Figura 9.4: *Disipación de energía y deformada - relajación juntas mortero-mortero*

tre la viscoplasticidad y la mesoestructura. Dado que el hormigón dista mucho de ser un material de tipo homogéneo, es necesario asignar a las interfases mortero-agregado y

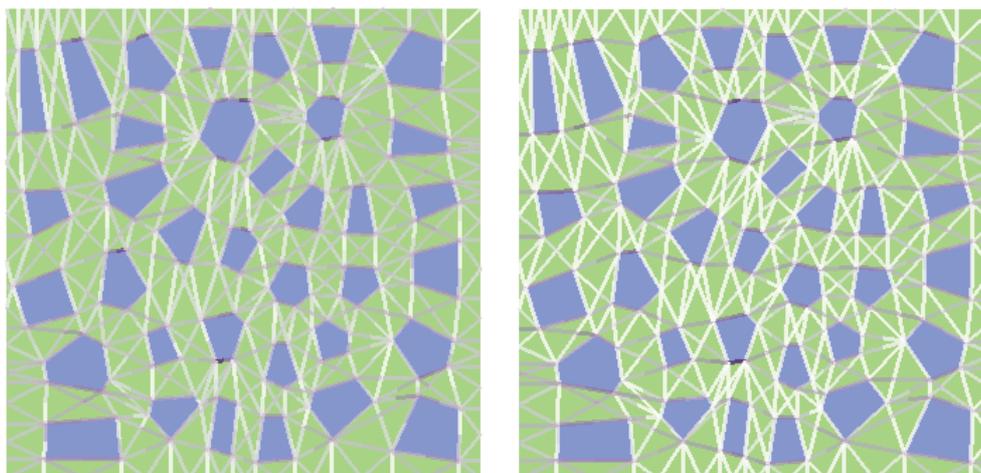


Figura 9.5: *Disipación de energía - caso homogéneo*

mortero-mortero valores realistas de los parámetros materiales a fin de reproducir apropiadamente el fenómeno en estudio. Considerando la heterogeneidad del material, podemos distinguir dos situaciones: a) el valor de la sobretensión excede la resistencia invíscida de las juntas mortero-agregado, la cual es inferior a la de las juntas mortero-mortero, y b) el nivel de tensión es tal que excede la resistencia invíscida de las interfases mortero-mortero. Los parámetros materiales adoptados fueron los siguientes: $E_N = E_T = 10^9$ MPa/m, $\chi_0 = 2$ MPa, $c = 7$ MPa $\tan\phi = 0.8$, $G_f^I = 0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y $\sigma^{dil} = 40$ MPa y demás parámetros iguales a cero. Para las juntas de mortero, los mismos parámetros, salvo que $\chi_0 = 4$ MPa, $c = 14$ MPa y $G_f^I = 0.06$ N/mm. Para los elementos de medio continuo, se consideró un $E_m = 25000$ MPa y $E_a = 70000$ MPa. En ambos casos, $\nu = 0.2$, mientras que el parámetro de viscosidad $\eta = 1.E6$ MPa.seg y el paso de tiempo $\Delta t = 0.014$ días. Para analizar el caso a) se impone un estado de deformación tal que excede la resistencia de las juntas mortero-agregado en un 50 %, es decir, $\sigma/\chi = 1.5$. En el caso b) se procede de igual forma, pero de

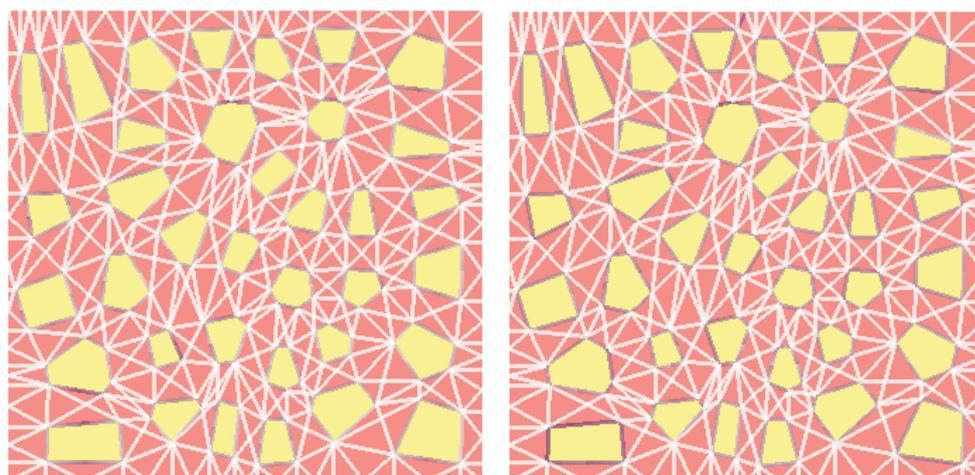


Figura 9.6: *Disipación de energía - viscosidad en juntas mortero-agregado*

modo tal de superar la resistencia de las juntas mortero-mortero en idéntica relación. La respuesta numérica de ambos casos se ilustra en la figura 9.10. Evidentemente, el caso b) en el cual la sobretensión es tal que plastifica tanto a las interfases mortero-agregado y mortero-mortero, provoca que el proceso de relajación de tensiones se active en un gran número de juntas de la mesoestructura, obteniéndose una curva de relajación de tensiones muy pronunciada. El caso a) en cambio implica exclusivamente la relajación de las juntas mortero-agregado, mientras que las interfases mortero-mortero no se plastifican debido a que su resistencia invíscida es superior al nivel de sobretensión considerado. Es interesante notar que las curvas de relajación obtenidas en el caso b) tienden al límite de resistencia elastoplástico en tracción para ensayos cuasiestáticos el cual es de aproximadamente 3 MPa para los parámetros materiales adoptados, López [85](1999), Ciancio [53](2000). En el caso a) esto no sucede debido a que son pocas las juntas mortero-agregado que se activan con el nivel de sobretensión aplicado.

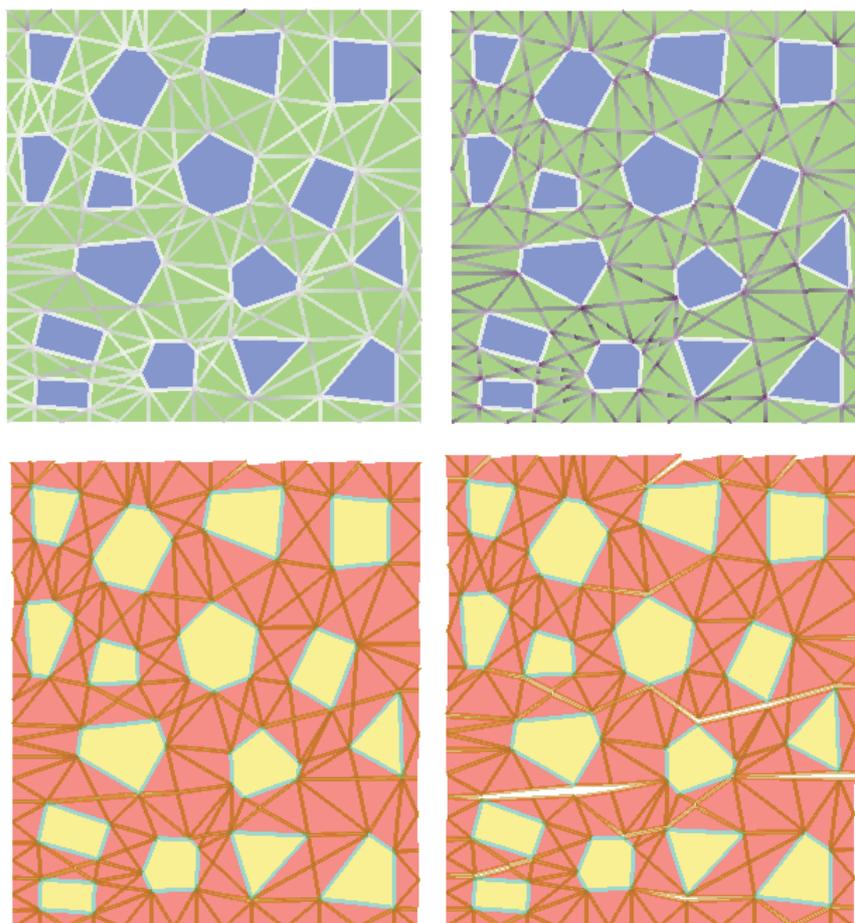


Figura 9.7: *Disipación de energía y deformada - Malla 4x4, caso mortero-mortero*

9.3. Ensayos de fluencia básica (creep básico)

Se analiza aquí el caso de creep o deformación diferida, en el cual se somete a una probeta a una cierta carga, y, una vez alcanzado el nivel de tensión deseado, esta carga se mantiene constante. Bajo este tipo de ensayo, todos los materiales sufren deformaciones diferidas en el tiempo, en mayor o menor medida. En el caso de un material compuesto como el hormigón, en el cual desde su elaboración misma se generan imperfecciones o discontinuidades de la mesoestructura, con una fase evolutiva (el mortero cementicio) y otra

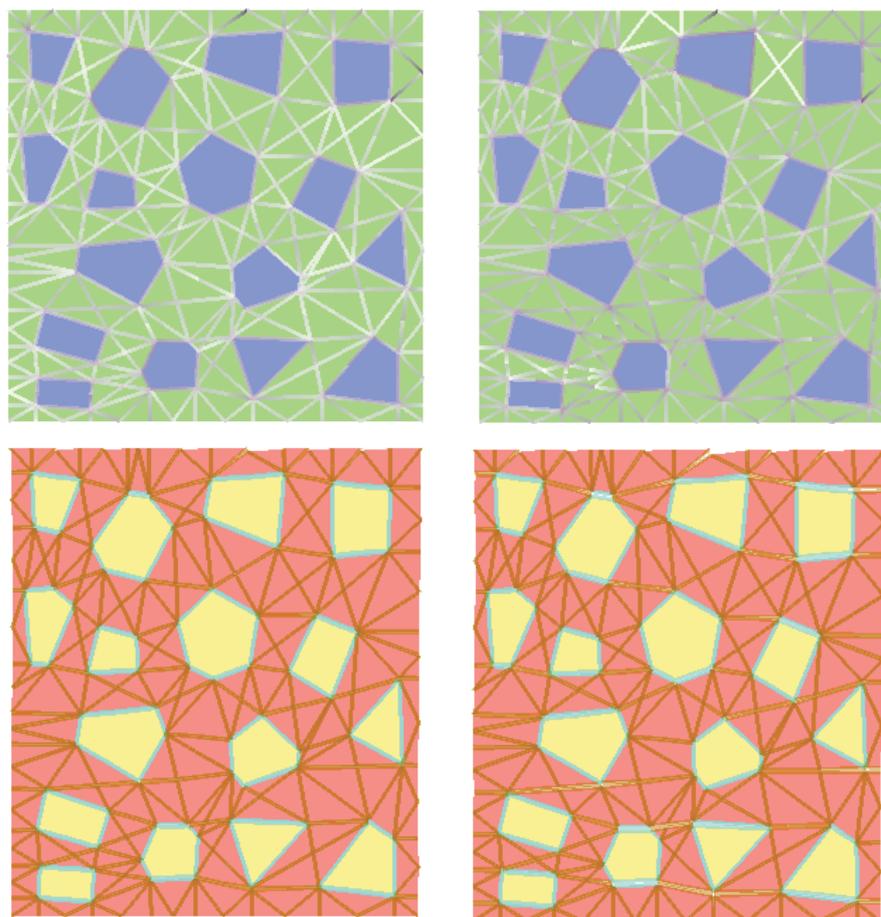


Figura 9.8: *Disipación de energía y deformada - Malla 4x4, caso homogéneo*

prácticamente inerte (la fase agregado), el problema de la determinación de la ley de evolución de las deformaciones en el tiempo es un problema altamente complejo, para el cual se han propuesto diversos modelos. Aquí, se estudia el denominado creep básico, es decir, no se consideran los intercambios de humedad entre el medio y la muestra, ni tampoco el flujo de humedad en la muestra misma. Recientemente, el modelo mesomecánico ha sido empleado por López et al. [125](2001), [54], [126](2003) para el estudio del creep básico y de la contracción por frague del hormigón. En el caso del problema de creep, estos autores asignan a los elementos de medio continuo representativos del mortero cementicio una ley

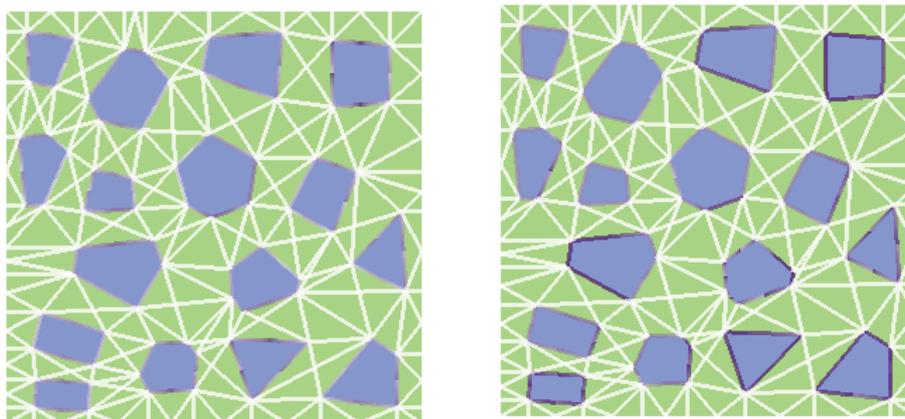


Figura 9.9: *Disipación de energía - Malla 4×4 , caso mortero-agregado*

viscoelástica de Maxwell (cadena de Maxwell), la cual equivale a una expansión en serie de Dirichlet de la función de relajación $R(t, t')$, mientras que los agregados se consideran elásticos. Numéricamente, esto implica que no es necesario almacenar en memoria toda la historia de deformación a nivel de punto de integración. A nivel mesomecánico, el comportamiento en fractura se modeliza mediante los elementos de interfase, los cuales obedecen la ley elastoplástica hiperbólica (invíscida) originalmente propuesta por Carol et al. [46]. De este modo se asignan leyes constitutivas específicas a cada una de las fases componentes del material. A diferencia de la propuesta de López y co-autores, se asume aquí que todo el comportamiento reológico del modelo mesomecánico es debido a las juntas viscoplásticas. La performance de este modelo se estudia en las simulaciones del problema de deformación diferida que se presentan a continuación.

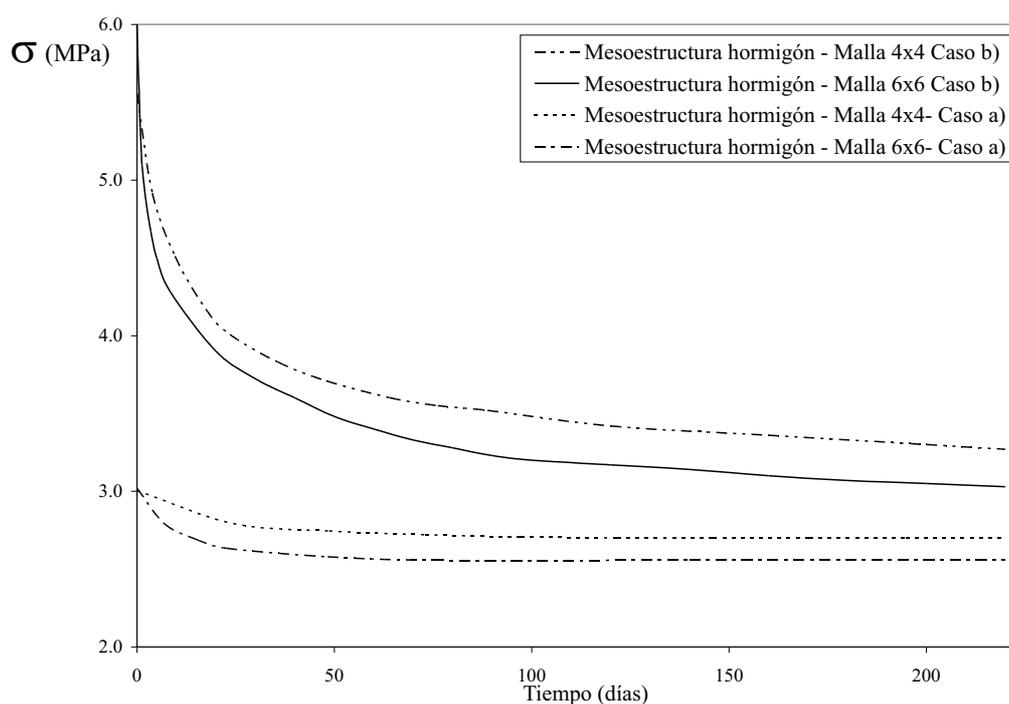


Figura 9.10: *Mesoestructura hormigón - proceso de relajación*

9.4. Ensayos de creep- malla mixta

Primeramente, consideremos la malla mixta con cabezal de la figura 8.2. La altura del cabezal es igual a $0.4h$, con $h=10$ cm, la altura de la malla. La discretización consta de 768 nodos y está integrada por 320 elementos de continuo, de los cuales 256 conforman la probeta y el resto el cabezal. Como se explicó anteriormente, las interfases se disponen entre los elementos de continuo, correspondiendo 368 elementos de junta a la muestra y 8 a la interfase rígida entre éste y el cabezal. La presencia del cabezal tiene por objeto generar un estado de tensión lo más homogéneo posible en la muestra. Con este fin, se asigna al material del cabezal un valor de rigidez elástica E suficientemente alto (≈ 100 veces mayor) en relación al módulo de Young de la probeta misma. Asimismo, entre el cabezal rígido y la malla se interponen elementos de junta con un coeficiente elástico normal E_N muy

alto (≈ 100 veces mayor al módulo de elasticidad de las juntas de la malla) y un valor de rigidez tangencial E_T nulo con el fin de permitir el deslizamiento horizontal entre cabezal y malla. Los parámetros empleados en el modelo de interfase fueron: $E_N = E_T = 1.E9$ MPa/m, $\chi_0 = 3$ MPa, $c = 10$ MPa, $\tan\phi = 0.8$, $G_f^I = 0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y demás parámetros del modelo iguales a cero. El exponente de Perzyna $N = 1$, la viscosidad $\eta = 1.E6$ MPa.seg y el paso de tiempo considerado $\Delta t = 12$ horas. Para los elementos de medio continuo: $E_c = 2.5E4$ MPa, $\nu = 0.2$. Con los parámetros materiales adoptados y considerando que el ensayo de carga es cuasi-estático, es decir, se lleva a cabo a muy baja velocidad con el fin de no generar sobrerresistencia dinámica, se obtiene una tensión de rotura de 22 MPa. Una vez determinado el nivel de resistencia máxima correspondiente a esta discretización, se realizan nuevos ensayos de carga hasta alcanzar diferentes niveles en relación al valor pico ($\sigma/f'_c = 0.5$, $\sigma/f'_c = 0.6$, etc.). El resultado de estos ensayos se observa en la figura 9.11. Cabe destacar que en el caso del modelo reológico elastoviscoplastico, para que se produzca deformación diferida es necesario que el nivel de tensión sea tal que logre plastificar algunas juntas. Esto representa una diferencia fundamental de este modelo con respecto al modelo reológico viscoelástico, el cual presenta deformaciones diferidas para cualquier estado de carga sostenida, independientemente del nivel de tensión, ya que en el caso viscoelástico no existe un límite de fluencia. Esta es la razón por la cual en las curvas de la figura 9.11 no se presentan resultados para valores de σ/f'_c menores a 0.6. Es claro que para valores de la relación σ/f'_c menores que 0.7, no se produce la rotura diferida de la probeta, mientras que superando este límite sí es posible captar este fenómeno, aún con

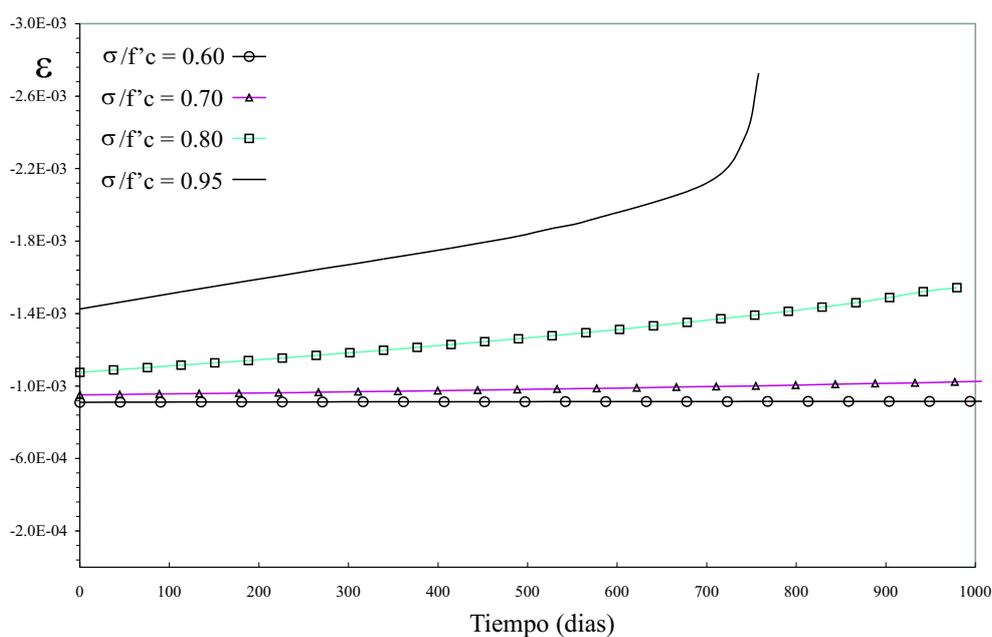


Figura 9.11: *Curvas de creep básico - malla mixta de 8x8*

esta aproximación simplificada. Con respecto a las etapas que pueden distinguirse en las curvas de creep básico, se aprecia que para relaciones nivel de tensión/resistencia máxima menores al 70 %, la etapa denominada de creep secundario posee una pendiente muy baja, incrementándose notoriamente para las curvas correspondientes a los niveles superiores de tensión. Para $\sigma/f'_c = 0.95$ se observa que a partir de $t = 600$ días comienza un cambio de pendiente y se ingresa en la llamada etapa de creep terciario, que conduce a la rotura diferida de la muestra. Además, cuanto más crece la relación carga aplicada/resistencia máxima de la muestra, decrece el tiempo necesario hasta que se produce la rotura. Este mismo proceso puede representarse en términos de las denominadas curvas isócronas, ver figura 9.12. Como se explicó en el Capítulo 7 al analizar la respuesta del modelo a nivel constitutivo, este comportamiento se debe a que la degradación de varias juntas provoca el ingreso en la rama de softening o ablandamiento del problema. En las figuras 9.13 y

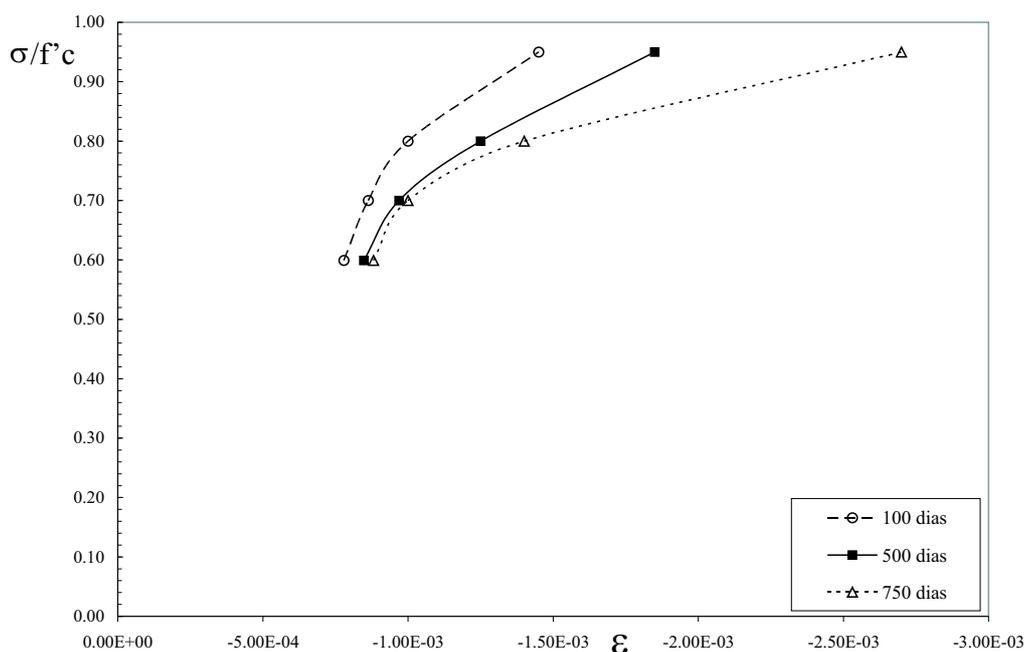


Figura 9.12: *Curvas isócronas - malla mixta de 8x8*

9.14 se observa el estado de fisuración y el patrón de disipación de energía para el único caso de estos análisis en que se alcanza la rotura diferida ($\sigma/f'_c=0.95$) a los 400 y 750 días respectivamente. Claramente se aprecia el patrón de rotura según diagonales a 45° , típica de los ensayos a compresión de corta duración, observándose además la expansión lateral de la malla en relación al cabezal rígido gracias a la disposición de las interfases de encabezado con gran rigidez normal pero muy baja rigidez al corte. Finalmente, es evidente que cuantitativamente, el valor de las deformaciones diferidas a largo plazo que se alcanza en todos estos ensayos numéricos está condicionado por la solución elastoplástica del problema, con un valor final de la deformación marcadamente inferior al que puede calcularse mediante cualquiera de las fórmulas recomendadas por los códigos de construcciones, o por la teoría de la viscoelasticidad. La falla diferida sólo se alcanza para el nivel de tensión correspondiente

a $\sigma/f'_c = 0.95$, lo cual se confirma en el hecho de que el ensayo alcanza la rama de creep terciaria, con un rápida aceleración de la tasa de deformación, lo cual corresponde al ingreso del ensayo en la rama de ablandamiento, ver sección 7.8.4.

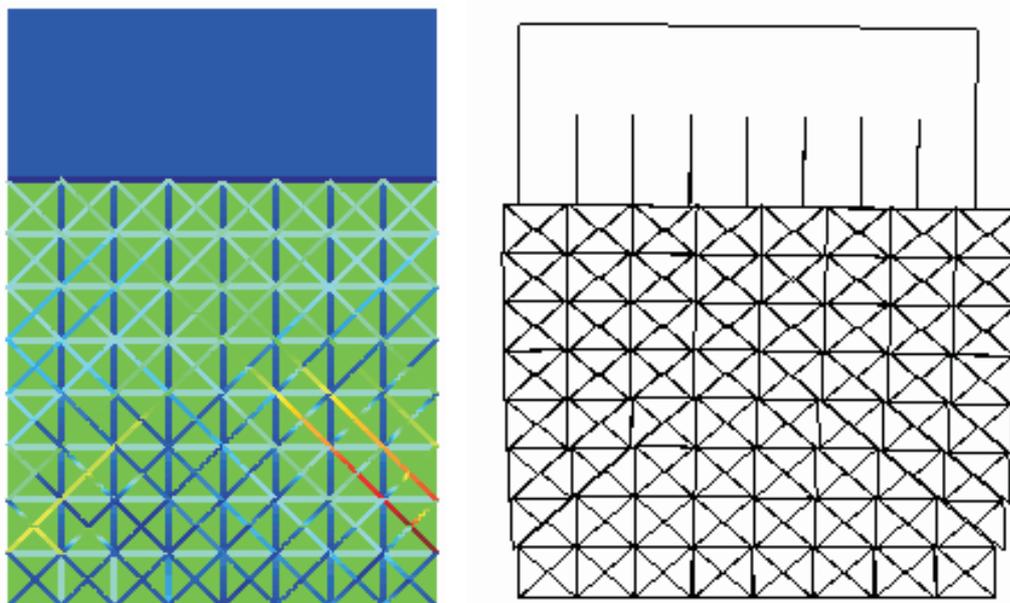


Figura 9.13: *Disipación de energía y deformada a 400 días - $\sigma/f'_c = 0,95$*

9.5. Ensayos de creep - aproximación mesomecánica

Un aspecto relevante en la predicción de la durabilidad de las estructuras de hormigón y de hormigón armado es la interacción entre las deformaciones diferidas por fluencia bajo cargas sostenidas de larga duración y el proceso de fisuración. Es sabido que la resistencia última de una estructura de hormigón bajo carga sostenida puede ser considerablemente menor que la resistencia del mismo elemento estructural sometido a cargas de corta duración. Una de las razones de este fenómeno es la interacción mencionada entre el fenómeno

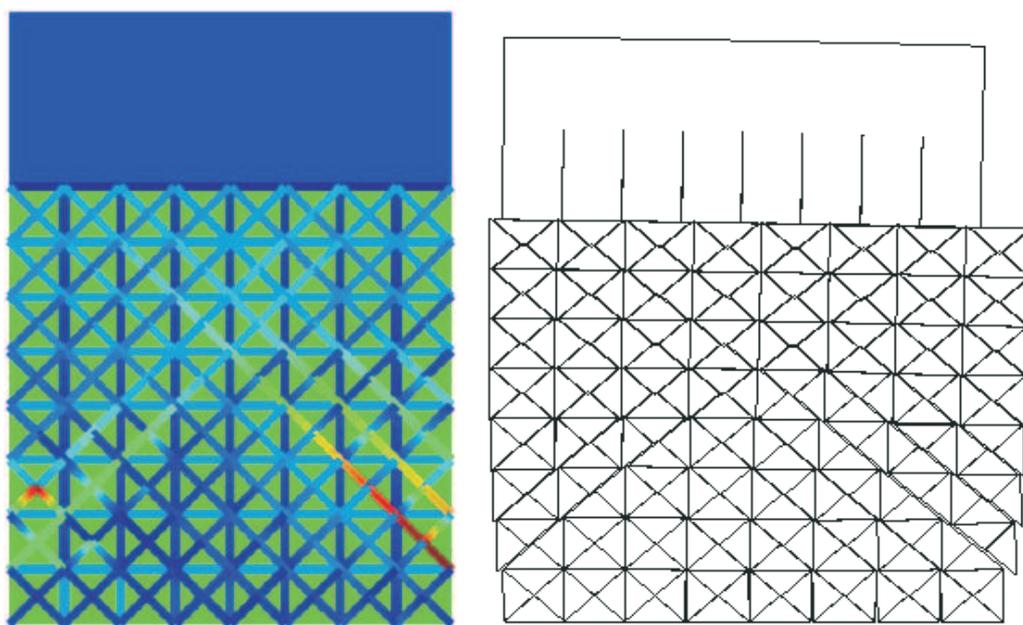


Figura 9.14: *Disipación de energía y deformada a 750 días - $\sigma/f'_c = 0,95$*

de fluencia lenta o creep y la fisuración, dado que ante cargas de larga duración se produce un aumento de la degradación de la microestructura debido a una serie de complejos fenómenos relacionados con la migración de las partículas de agua contenidas en la pasta cementicia, ver Bažant [15],1997. El aumento de la degradación de la pasta cementicia que forma la matriz genera la aparición de fisuras con la consiguiente reducción de la capacidad portante de la estructura. Este efecto es aún mayor si la estructura ha sido sometida previamente a cargas cíclicas tales como las cargas sísmicas. En las dos últimas décadas se realizaron grandes avances en la modelación de los procesos de fractura en hormigón, pero el problema de la interacción entre el proceso de fractura y el aumento de deformaciones diferidas bajo carga sostenida no ha sido investigado suficientemente hasta ahora. En este sentido, el criterio mesomecánico se presenta como una alternativa válida a la hora de estudiar el complejo fenómeno de la rotura diferida del hormigón bajo cargas de larga duración.

Los cálculos numéricos se llevan a cabo en idéntica forma que para la malla mixta, pero considerando la malla mesomecánica de 6x6 con cabezal rígido representada en la figura 8.4. En este caso, la relación σ/f'_c toma valores entre 0.4 y 0.95. Los parámetros materiales adoptados para los ensayos de carga a una edad del hormigón de 28 días, $E_N = E_T = 10^9$ MPa/m, $\chi_0 = 2$ MPa, $c = 7$ MPa $\tan\phi = 0.6$, $G_f^I = 0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y $\sigma^{dil} = 40$ MPa y demás parámetros iguales a cero. Para las juntas de mortero, los mismos parámetros, salvo que $\chi_0 = 4$ MPa, $c = 14$ MPa y $G_f^I = 0.06$ N/mm. Para los elementos de medio continuo, se consideró un $E_m = 25000$ MPa y $E_a = 70000$ MPa. Dado que no existen ensayos ni datos experimentales que permitan determinar la viscosidad inherente a cada una de los materiales de interfase con los que se pretende simular el comportamiento reológico del hormigón (las interfases mortero-agregado por un lado y las interfases insertadas en la matriz de mortero cementicio por el otro), para ambas fases se adopta aquí un valor del parámetro de viscosidad $\eta = 1.E6$ MPa.seg. El intervalo de tiempo adoptado fue de $\Delta t = 12$ horas. Las simulaciones numéricas se realizan en estado plano de tensiones, obteniendo las tensiones medias (nominales) en el borde inferior de la probeta sumando las reacciones nodales y dividiendo este valor entre el tamaño de la muestra.

9.6. Comparación con el modelo viscoelástico

Con el fin de verificar la respuesta numérica del modelo a nivel mesomecánico a diferentes niveles de la relación σ/f'_c , se presentan aquí una serie de ensayos numéricos a diferentes edades de carga del hormigón. Las edades consideradas son 7 y 28 días. En los

ensayos a una edad del hormigón de 7 días se ajusta el valor del módulo de elasticidad del mortero, resistencia a tracción, corte y energías de fractura de las juntas para considerar la edad del hormigón. Los resultados de estos ensayos numéricos realizados para distintos niveles de carga se observa en las figuras 9.16 y 9.15, en las que se incluyen con fines de comparación los resultados obtenidos aplicando el modelo viscoelástico de Maxwell por López et al. [125](2001), [54], [126](2003). Vemos en estas figuras que la predicción de la

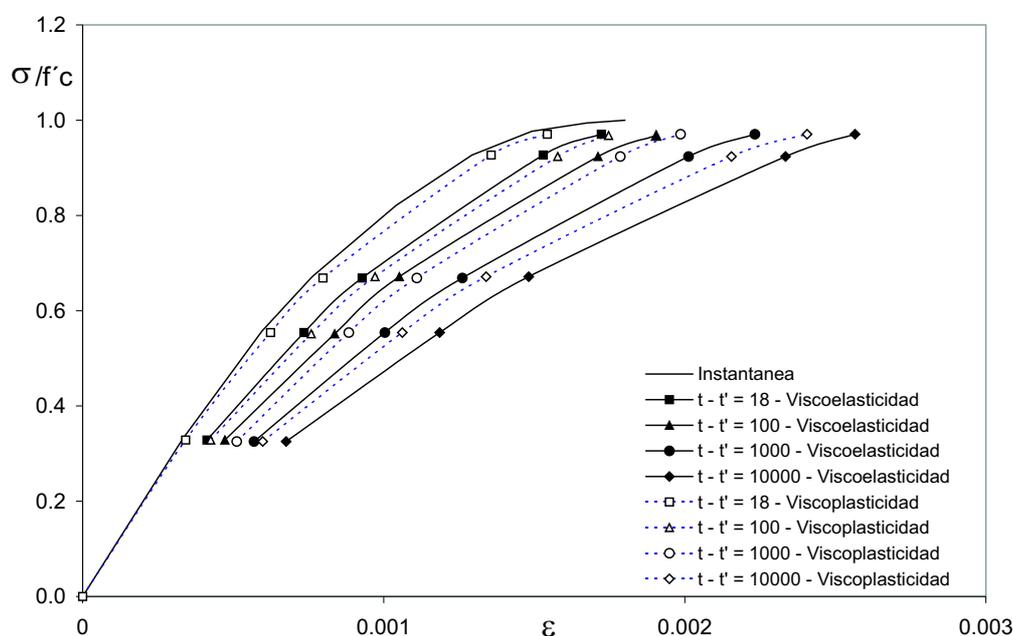


Figura 9.15: *Fluencia básica a edad de 7 días*

viscoplasticidad subestima la deformación diferida básica en comparación con la predicción viscoelástica (la predicción viscoelástica se ha calibrado para ajustar la recomendación de la norma española EH-91). A mayor tiempo transcurrido desde la edad de carga y a mayor nivel de tensión, la diferencia entre ambas predicciones de deformación diferida se reduce.

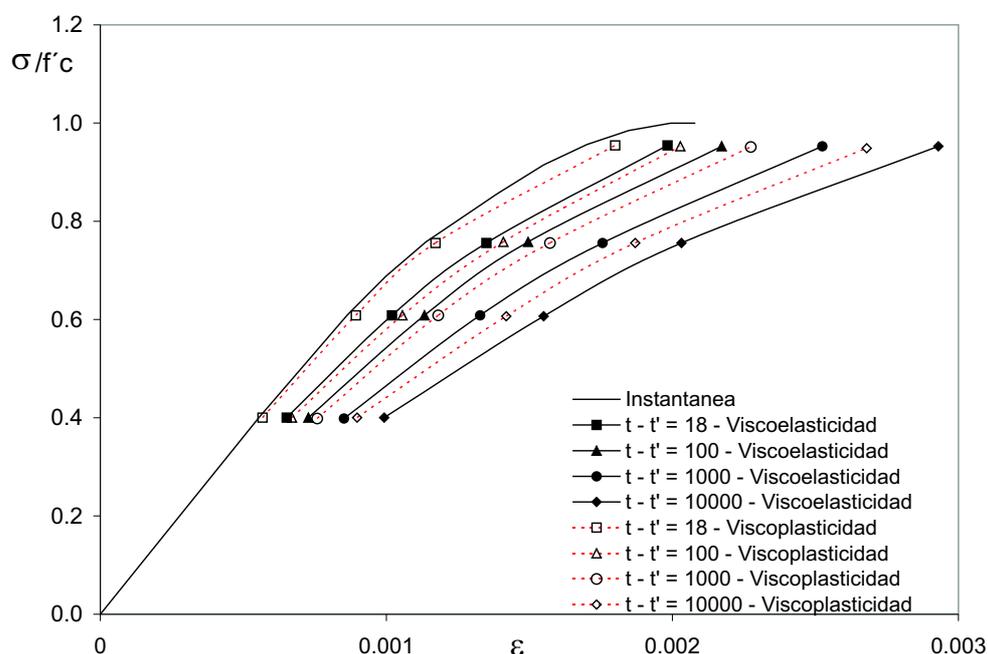


Figura 9.16: *Fluencia básica a edad de 28 días*

Esta reducción se debe fundamentalmente a que para niveles de tensión elevados, superiores al 80 %, se produce la fluencia de gran número de juntas que ingresan en el período de ablandamiento, incrementándose notoriamente la deformación diferida y la disipación de energía de fractura. Este proceso puede visualizarse en la figura 9.18 para un nivel de la relación $\sigma/f'c =$ de 0.95 a 28 días y para $t-t' = 100$ y 10000 días (se omite el cabezal rígido en estas figuras). En la figura 9.17 se muestra la disipación de energía correspondiente al modelo propuesto por López y coautores empleando la teoría viscoelástica en los elementos de continuo del mortero y la ley elastoplástica de junta original para capturar el proceso de fractura. Nuevamente se aprecian diferencias entre los patrones de fisuración de ambos casos. El modelo viscoplástico predice una fisuración más vertical y distribuida en todo el

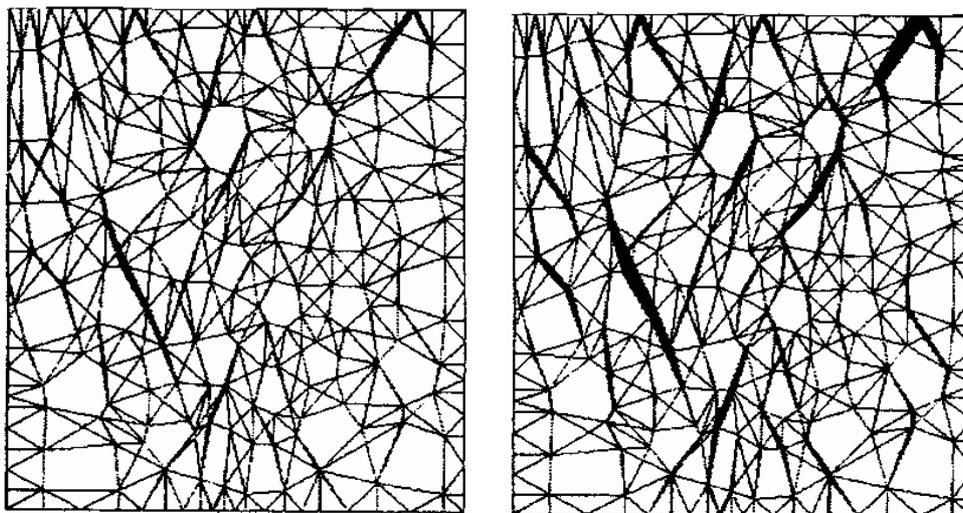


Figura 9.17: *Evolución de la fisuración*, López et al. (2001), para $t - t' = 100$ y 10000 días

ancho de la muestra, mientras que en el caso elastoplástico tiende a predominar un patrón de fisuras inclinadas. Esta diferencia de comportamiento se debe a que la redistribución de tensiones debido a la inhomogeneidad de la muestra es distinta en ambos casos. En el análisis efectuado por López et al., todo el comportamiento reológico se atribuye a los elementos de continuo viscoelásticos (Cadena de Maxwell) del mortero o matriz, lo que produce una redistribución de tensiones desde la matriz de mortero a los agregados (considerados perfectamente elásticos), a partir del inicio de la carga. Esto se traduce en una transferencia de carga creciente sobre las juntas elastoplásticas a lo largo de todo el proceso. En el caso del modelo de juntas viscoplásticas, la falla se inicia al ingresar en fluencia las interfases más débiles, es decir, las juntas mortero-agregado, lo que sólo ocurre al alcanzarse valores suficientemente altos de la tensión aplicada, típicamente por encima del 50 % de la resistencia característica del material. Con el transcurso del tiempo, el proceso de fisuración se propaga a las juntas mortero-mortero de la matriz. De este modo, el proceso de

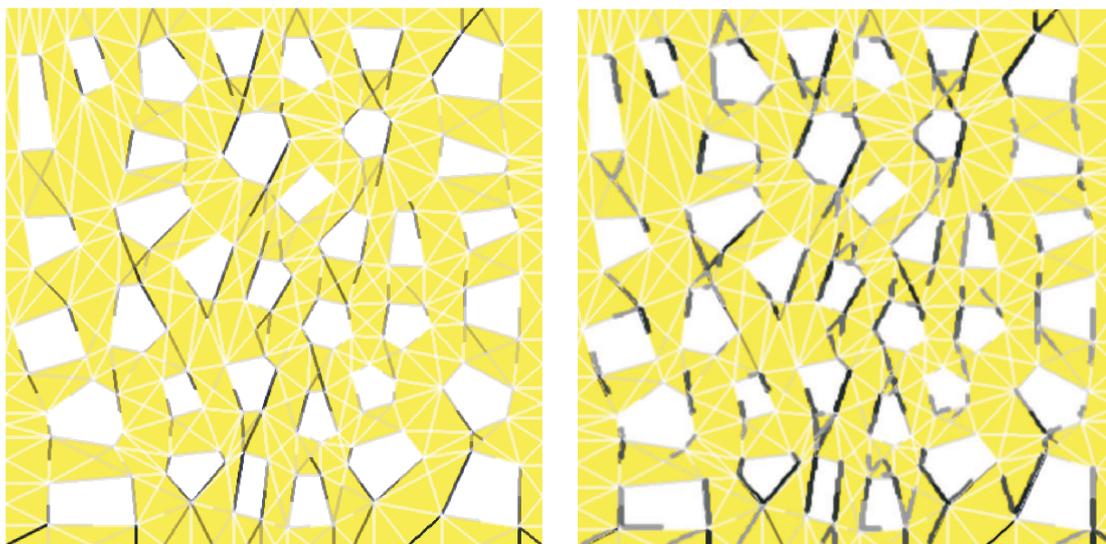


Figura 9.18: *Evolución de la fisuración - Viscoplasticidad para $t - t' = 100$ y 10000 días*

interacción entre fisuración y deformación diferida de las juntas provoca que las juntas más cargadas ingresen en período de ablandamiento. Esta es la razón por la cual para valores de la intensidad de carga suficientemente altos (superiores al 80 %), es posible captar el fenómeno de rotura diferida en hormigón con el modelo viscoplástico. Tanto en el caso de mortero viscoelástico-juntas elastoplásticas como en el de juntas viscoplásticas solamente, el proceso de fisuración que avanza en el tiempo es el responsable de la creciente no linealidad de las curvas isócronas a medida que se incrementa el nivel de tensión aplicado, lo que concuerda cualitativamente con los resultados experimentales disponibles en la literatura y las observaciones realizadas sobre estructuras existentes luego de transcurridos varios años bajo cargas de servicio.

A partir de estos resultados es evidente que la aproximación mesomecánica combinada con

el modelo viscoplástico, si bien es capaz de capturar los principales aspectos del comportamiento tiempo-dependiente del hormigón, tales como la relajación de tensiones de cada una de las fases componentes y la fluencia o creep básico de una manera unificada, posee limitaciones en cuanto a que, con la formulación actual y a diferencia de la propuesta de López y coautores que emplea la viscoelasticidad, el modelo no puede aplicarse para valores bajos de la relación tensión aplicada/resistencia máxima dado que al no plastificar un número importante de interfases no se produce una deformación diferida acorde con los valores observados experimentalmente, y por sobre todo, al hecho de que para alcanzar la rotura diferida bajo carga sostenida, el estado de tensión debe ser tal que provoque el estado de ablandamiento de la muestra, lo que no se ha observado en los análisis de creep en compresión.

9.7. Rotura diferida bajo cargas de tracción

En forma similar al caso de compresión, se analiza aquí el comportamiento bajo cargas sostenidas de tracción uniaxial. Si bien la mayoría de los códigos de construcciones no consideran la resistencia a tracción del hormigón, algunos códigos establecen una relación entre la cantidad mínima de armadura y la resistencia a tracción del hormigón a fin de prevenir la rotura frágil de aquellos elementos estructurales que no están solicitados por cargas importantes, pero que pueden sufrir deformaciones de tracción relevantes debido a la contracción por frague o por efectos térmicos. Otras razones por las cuales es importante considerar la

resistencia a tracción bajo cargas sostenidas se relacionan con la capacidad de resistencia a corte y torsión, la adherencia hormigón-acero que determina la longitud de los anclajes y, además, se debe tener en cuenta que la resistencia a tracción del hormigón influye en la adopción de los recubrimientos que se deben adoptar para las armaduras. Las estructuras que no llevan armaduras de refuerzo, tales como hormigones de pavimentos, dependen para el cálculo de la serviciabilidad ante cargas de tránsito, temperatura, contracción por frague, etc. directamente de la resistencia a tracción. Si bien no abunda la literatura en cuanto a la resistencia de largo plazo del hormigón bajo cargas sostenidas de tracción, se presentan aquí resultados numéricos de creep básico obtenidos bajo condiciones análogas a las del caso de compresión uniaxial y empleando la misma discretización con cabezal. La figura 9.19 muestra las curvas isócronas de creep básico en tracción para distintos niveles de la relación σ/f'_t . La disipación de energía en términos del módulo del vector desplazamientos para $\sigma/f'_t = 0.95$ y $t - t' = 10000$ días se aprecia en la figura 9.20. Claramente, en este caso se ingresa en la rama de ablandamiento, y la muestra falla por la apertura de múltiples líneas de juntas prácticamente horizontales, con inicio de fisuración en las juntas mortero-agregado dada su menor resistencia a tracción. Las curvas isócronas obtenidas presentan similitud con las del caso de compresión, hecho que ha sido corroborado experimentalmente por diversos autores, Blaschke et al. [33](1993), Carpinteri et al. [50](1997), Bissonnette y Pigeon [32](1995).

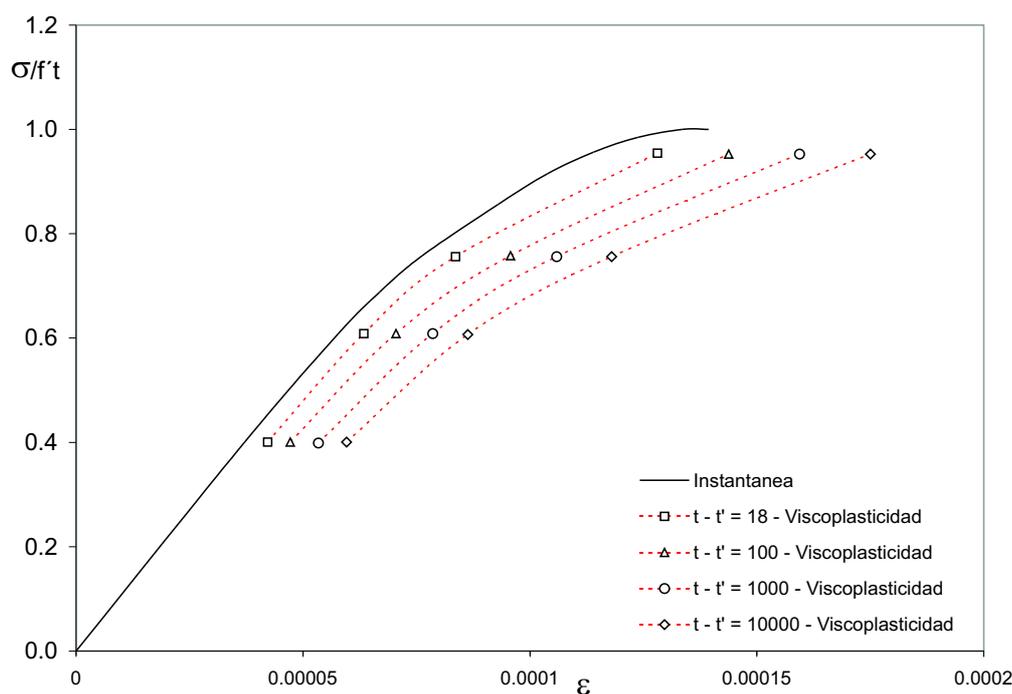


Figura 9.19: *Curvas isócronas de creep básico - tracción uniaxial*

9.8. Contrastación experimental

Los resultados numéricos del modelo mesomecánico se comparan aquí con los experimentales obtenidos por Granger [90](1994). En estos ensayos se ha descompuesto la deformación total en sus términos componentes, por lo que es posible comparar las deformaciones correspondientes a la fluencia básica con la predicción numérica, sin la influencia de los intercambios de humedad con el medio. Las características del hormigón considerado por este autor a los 28 días de edad fueron: $E = 33700$ MPa, $\nu = 0.248$, resistencia característica a compresión $f'_c = 40.2$ MPa y resistencia característica a tracción $f'_t = 3.7$ MPa. La composición del mismo por m^3 : 1100 Kg de grava, 772 Kg. de arena, 350 Kg. de cemento y 195 litros de agua. Los resultados de este ensayo numérico se observan en la figura 9.21 para

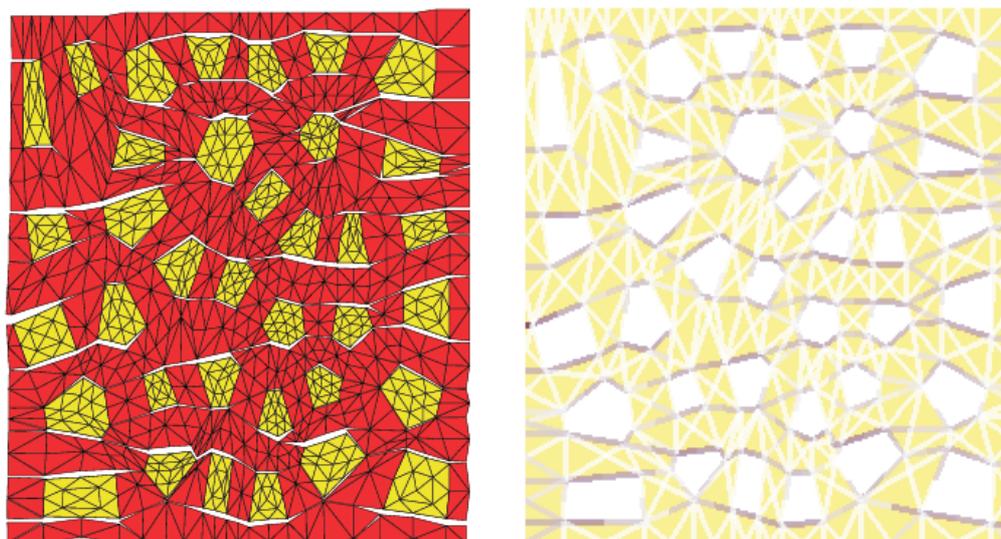


Figura 9.20: *Patrón de fisuración en tracción - $t - t' = 10000$ días*

una relación $\sigma/f'_c = 0.3$. El modelo aproxima en forma aceptable el resultado experimental en la etapa de creep primario o de corta duración, es decir, menos de 100 días. En la etapa de creep secundario la deformación que predice el modelo crece a una tasa mucho menor que la registrada en el experimento, llegando al final con una subestimación de la deformación diferida del orden del 60 % a los 1000 días. En este ensayo, dado el bajo nivel de tensión aplicada, no se produce la rotura diferida de la probeta. El bajo valor de deformación obtenido en la simulación numérica se debe a que, para una relación de tensión aplicada/resistencia por debajo del 50 % son muy pocas las interfases que plastifican y que, por lo tanto, contribuyen a la deformación diferida de la muestra. Debemos recordar que, como se resaltó en el Capítulo 7, la solución brindada por la viscoplasticidad siempre está comprendida entre la solución elástica y la solución del problema elastoplástico. Los resultados numéricos de la figura 9.21 indican que ésta es la más seria limitación de la teoría de la

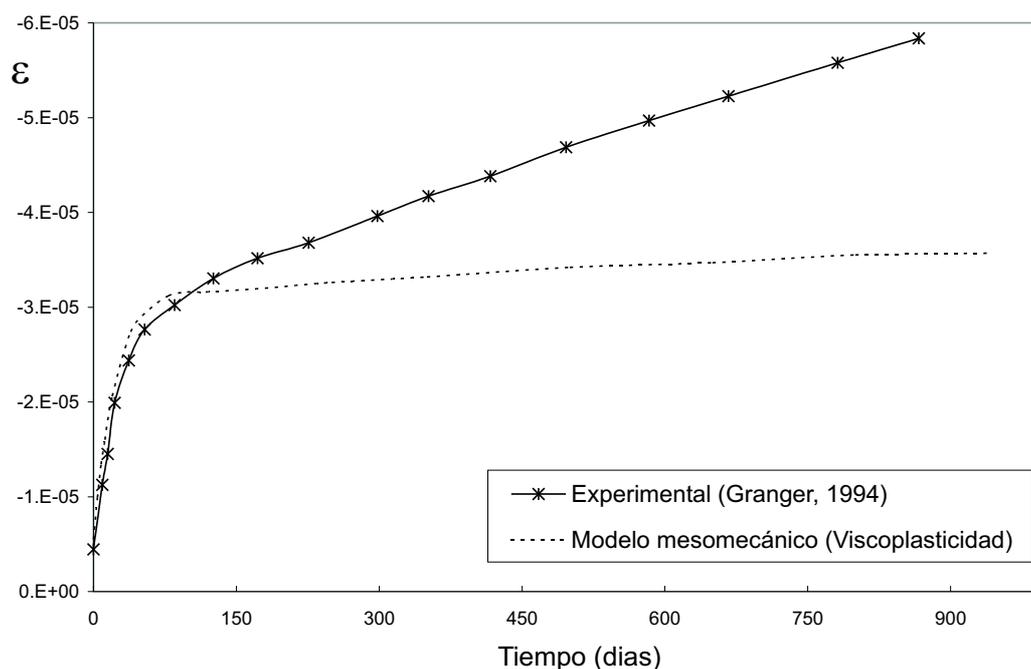


Figura 9.21: *Fluencia básica - predicción del modelo vs. experimento*

elastoviscoplasticidad a la hora de pretender reproducir el comportamiento de un material como el hormigón, en el cual para niveles de tensión entre moderados y bajos, la etapa de creep normal corresponde a los regímenes primario (período más corto hasta aproximadamente los 90 días), y el secundario caracterizado por una tasa de deformación constante, tal como puede apreciarse en la curva experimental obtenida por Granger [90](1994).

9.9. Discusión de resultados

En base a los resultados obtenidos, es claro que si bien el modelo mesomecánico basado en la elasto-viscoplasticidad es capaz de reproducir cualitativamente las características más relevantes del comportamiento del hormigón, a fin de que las predicciones del modelo puedan ajustar mejor los resultados experimentales y las predicciones de fluencia de los

códigos de construcciones para niveles bajos de tensiones, es necesario realizar algunas modificaciones en el planteo del modelo reológico. Evidentemente, comparando la propuesta de López y coautores con el modelo presentado en esta tesis, ambas alternativas poseen ventajas y desventajas. En relación a la propuesta de López y otros autores, la asignación del comportamiento reológico a los elementos de mortero mediante una cadena de Maxwell permite predecir las deformaciones diferidas de manera razonable mediante una calibración de parámetros relativamente simple y un tratamiento numérico sencillo. Por otro lado, desde el punto de vista físico, el empleo de la viscoelasticidad permite reproducir los resultados experimentales en relación con la aparición de deformaciones diferidas por fluencia lenta en el hormigón aún para valores bajos de la relación σ/f'_c (menores al 50 %). Desde el punto de vista de los procesos de relajación de tensiones, esto se traduce en que el modelo mesomecánico-viscoelástico es capaz de relajar tensiones sin necesidad de que el ensayo incurriere en el régimen no lineal, lo que está de acuerdo con el comportamiento de probetas de hormigón observado experimentalmente. En favor del modelo basado en la elasto-viscoplasticidad, las ventajas más relevantes se relacionan con que la no-linealidad reflejada por los resultados se debe a la unificación en una misma formulación del proceso de fractura y del proceso tiempo/tasa dependiente, capturando además los efectos de tasa y su incidencia sobre los procesos de relajación de tensiones y deformación diferida. Este aspecto es de gran importancia, ya que la evidencia experimental recopilada por diversos autores, Bažant y Gettu [14](1992), Bissonnette y Pigeon [32](1995), Berthollet [29](2003),

sugiere que existe un acoplamiento entre los efectos de tasa (efecto de la velocidad de deformación) y de fluencia (relajación y creep). Esta es la razón por la cual la mayoría de los códigos de construcciones modernos establecen la velocidad de carga $\dot{\varepsilon}^*$ que debe respetarse para la determinación de la resistencia característica (cuasi-estática) del hormigón, dado que para valores de la tasa de deformación mayores a $\dot{\varepsilon}^*$ se presentan efectos de sobrerresistencia dinámica, y para valores inferiores existe incidencia del fenómeno de fluencia por carga a muy baja velocidad, y se obtienen valores de resistencia mucho menores (resistencia intrínseca del material), Rusch [160](1960), ver figura 4.34.

9.10. Criterio viscoelástico-viscoplástico

A partir de los resultados obtenidos, surge que la alternativa al criterio planteado por López y coautores y al explorado en este trabajo, es evidentemente la de combinar adecuadamente las ventajas y desventajas que la viscoelasticidad y la viscoplasticidad exhiben por separado. Este criterio combinado *viscoelástico-viscoplástico* consiste en emplear ambos modelos reológicos convenientemente, de modo de obtener un modelo numérico que reproduzca de manera apropiada el comportamiento del hormigón tanto en velocidad como en fluencia y relajación. Esto puede lograrse conservando la ley viscoelástica de Maxwell en los elementos de continuo que representan el mortero, mientras que todas las juntas mortero-mortero y mortero-agregado se asumen elasto-viscoplásticas, permaneciendo los agregados elásticos. Con este criterio combinado, se busca así lograr que aún para valores de tensión

bajos, inferiores al 50 % de la resistencia característica, se obtenga una deformación diferida de magnitud comparable a la observada en los experimentos. Por otro lado, el objeto de asumir para todas las interfases un comportamiento elasto-viscoplástico se centra en el hecho ya mencionado de que el proceso de fisuración es tiempo-dependiente, y de que este proceso se ve influenciado por los efectos de tasa. A fin de explorar la performance numérica de este planteo se presenta al análisis de los denominados *ensayos de flujo*, ver Chen y Wang [52](1993), Smadi et al. [170](1985), [171](1989), entre otros. Estos autores realizaron ensayos experimentales con el fin de determinar el límite de resistencia bajo cargas sostenidas para probetas de hormigones de distintas clases. Estos ensayos mostraron que hormigones de distintas calidades tienden a la falla diferida bajo diferentes valores de σ/f'_c , siendo este límite de un 80 % para los hormigones de alta resistencia y de aproximadamente el 75 % para los hormigones de media y baja performance. En este tipo de ensayos, la modelación mesomecánica permite representar apropiadamente la influencia de los componentes del hormigón en su calidad, y por ende estudiar la incidencia de los distintos parámetros en la evolución del fenómeno.

9.11. Simulación del ensayo de flujo en compresión

Con el fin de estudiar la capacidad del modelo combinado, se presenta aquí el análisis numérico de los ensayos de flujo de Smadi y Slate (1985), y de Chen y Wang (1993). En el caso de los ensayos de Smadi y Slate, se ensayaron probetas cilíndricas de hormigones

de distinto tipo, comprendiendo sus experimentos hormigones livianos, normales y de alta resistencia. Los ensayos se llevaron a cabo en dos etapas. En la primera, la carga se aplicaba sobre la muestra a una velocidad $\dot{\sigma} = 0.5$ Mpa/seg, lo cual equivale a la velocidad cuasiestática correspondiente a la resistencia característica del hormigón. Esta velocidad de carga se mantiene constante hasta alcanzar el nivel de tensión deseado, y a partir de allí comienza la segunda etapa del ensayo en la que $\dot{\sigma} = 0.0$. La resistencia característica a compresión del hormigón normal empleado en los ensayos fue de $f'_c = 36.3$ MPa. La figura 9.22 muestra la respuesta numérica del modelo combinado en ensayos de flujo al 85 % de la resistencia característica sobre un hormigón normal versus los resultados de ensayos de Smadi y Slate [171](1985). Los parámetros del modelo mesomecánico para este ensayo fueron los siguientes: $E_N = E_T = 10^9$ MPa/m, $\chi_0 = 1.6$ MPa, $c = 5$ MPa, $\tan\phi = 0.8$, $G_f^I = 0.03$ N/mm, $G_f^{II} = 10G_f^I$ y $\sigma^{dil} = 40$ MPa y demás parámetros iguales a cero. Para las juntas mortero-mortero se adoptaron los mismos parámetros, salvo que $\chi_0 = 3.2$ MPa, $c = 10$ MPa y $G_f^I = 0.06$ N/mm.

Como se aprecia, el modelo combinado predice con una buena aproximación la evolución de la deformación diferida, con la diferencia de que la rama de creep secundario del modelo es algo más prolongada que la del experimento, extendiéndose prácticamente hasta los 60 minutos de comenzado el test, mientras que en el experimento su duración es de 46 minutos. A partir de los 60 minutos de comenzado el ensayo, el modelo ingresa en la rama de creep terciario caracterizada por una aceleración de la tasa de deformación. El patrón de disipación de energía obtenido en este ensayo numérico puede apreciarse en la figura 9.23.

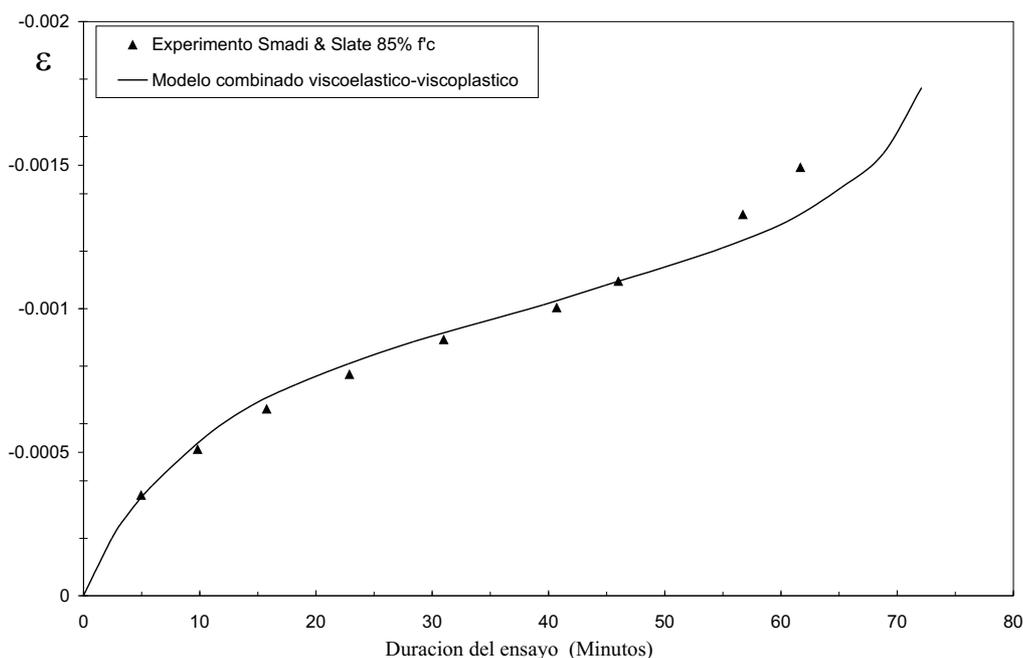


Figura 9.22: *Ensayo de flujo en compresión de Smadi et al. vs. modelo combinado*

En base a los resultados obtenidos en las simulaciones de los ensayos de flujo, es claro que el criterio combinado reúne las ventajas que las formulaciones mencionadas ofrecen por separado, como ser acoplamiento cinético del proceso de fractura y del proceso tiempo-dependiente, incidencia sobre el comportamiento diferido de la velocidad de aplicación de la carga, etc. A la vez, la alternativa del modelo combinado permite el enriquecimiento del modelo mesomecánico al incluir la influencia del proceso de maduración del hormigón, el proceso de secado, etc.

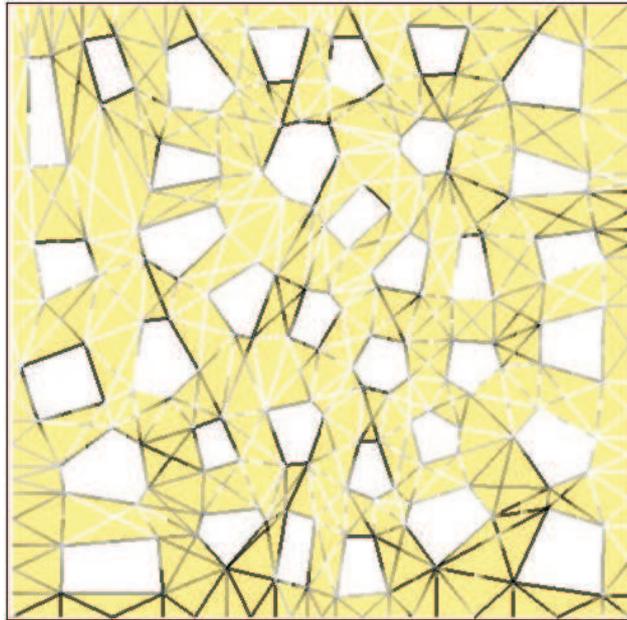


Figura 9.23: *Disipación de energía - ensayo de flujo de Smadi y Slate (1985)*

Capítulo 10

CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACION

10.1. Conclusiones generales

A partir de una propuesta original de Carol y Prat (1990, 1991) la cual fue posteriormente modificada por López (1999), se ha desarrollado un modelo constitutivo de interfase tiempo-dependiente basado en la Teoría de la Viscoplasticidad Continua de Perzyna (1966). El modelo numérico se ha implementado en el marco del CPPM mediante una adaptación del algoritmo de integración constitutiva propuesto por Carosio y Etse (2001), incluyendo el desarrollo de un operador tangente consistente para mejorar la tasa de convergencia del modelo invíscido original. Este modelo numérico sensible a la tasa de deformación y al paso del tiempo, combinado con un criterio mesomecánico de aproximación a la fisuración propuesto primeramente por Stankowski (1993) y luego por Carol y López (1999) en el marco del Método de los Elementos Finitos permite el estudio del comportamiento de falla del hormigón bajo la acción de cargas dinámicas en el rango de velocidades ente bajas y moderadas, incluyendo fenómenos relacionados con deformaciones o cargas sostenidas en el tiempo (fenómenos de relajación de tensiones y fluencia lenta o creep básico).

El modelo numérico de junta, basado en la mecánica de fractura y en la elasto-viscoplasticidad continua de Perzyna ha sido calibrado para captar satisfactoriamente el incremento de resistencia que experimenta el material para un amplio rango de tasas de deformación, las cuales comprenden la mayoría de las acciones que normalmente solicitan a las estructuras de ingeniería. En este sentido, los resultados computacionales obtenidos han sido satisfactorios e indican que este modelo es una herramienta robusta y eficiente a la hora de simular procesos de falla dinámica en hormigón, capturando los aspectos más relevantes observados en los ensayos experimentales tales como el efecto de revenimiento de endurecimiento/ablandamiento, sobrerresistencia dinámica, rotura diferida bajo cargas sostenidas, etc.

10.2. Conclusiones particulares

10.2.1. Aspectos numéricos

La implementación numérica realizada combina de manera consistente los conceptos de la elasto-viscoplasticidad y la mecánica de fractura. El desarrollo del operador tangente algorítmico para este modelo con una integración a nivel constitutivo de tipo implícita (full Backward Euler) redundante en una mayor estabilidad y eficiencia del proceso numérico, lo cual se refleja en una reducción del número de iteraciones necesarias hasta alcanzar convergencia en el marco de la solución global del problema no lineal con el método de Newton-Raphson y, por consiguiente, un menor esfuerzo computacional en el análisis de los problemas de valores de borde dinámicos mediante el MEF. En relación a la teoría

elasto-viscoplástica continua originalmente delineada por Ponthot (1995), la mayor ventaja que posee en relación a la teoría original formulada por Perzyna (1963) es que permite conservar el formato clásico de la elastoplasticidad y posibilita de manera relativamente simple la consideración de los efectos de tasa/tiempo sin los cuales resulta prácticamente imposible analizar procesos de falla reales en estructuras construidas con un material de gran sensibilidad a la tasa y un marcado comportamiento reológico como el hormigón. La implementación numérica presentada en el Capítulo 6 se ha verificado en el Capítulo 7 mediante numerosos ejemplos considerando tanto problemas de carga dinámica a diferentes tasas de deformación y bajo diferentes condiciones de carga, como en problemas en los que se simula el efecto del paso del tiempo ante la imposición de un desplazamiento o tensión constante, obteniendo resultados en todo de acuerdo con las teorías y/o resultados experimentales existentes.

10.2.2. Modelación a niveles meso y macromecánico

El empleo de la ley constitutiva de junta tiempo-dependiente a nivel mesomecánico implica la evaluación del parámetro de viscosidad de cada una de las fases componentes, en especial el mortero cementicio. En este sentido, diversos autores coinciden en que la sensibilidad a la tasa de deformación que evidencia el hormigón se debe al agua intersticial contenida en los microporos interconectados entre sí. Dado un estado de tracción en el hormigón, y bajo la hipótesis de que el agua libre contenida en los microporos del mismo origina un mecanismo de este tipo en su esqueleto sólido, el comportamiento dinámico del

material puede asimilarse a una serie de placas interconectadas entre si y separadas por un fluido viscoso (efecto Stefan). El efecto de sobrerresistencia dinámica se puede representar entonces por medio de la teoría de la elasto-viscoplasticidad de Perzyna. Tal como se señaló en el Capítulo 4, cabe recordar que experimentalmente se ha comprobado que si las probetas de hormigón se someten a un proceso de secado previo a la aplicación de cargas dinámicas, no se observan incrementos de resistencia para velocidades de deformación de hasta 1.0 seg^{-1} . Otro aspecto que debe tenerse presente es que para el mismo límite de velocidad de deformación, diversos autores coinciden en que el efecto inercial puede despreciarse y que toda la sobrerresistencia puede atribuirse sólo al efecto viscoso. Desde un punto de vista conceptual, el efecto Stefan permite una interpretación del fenómeno y al mismo tiempo justifica la adopción de un modelo viscoplástico para el rango de velocidades de deformación en el cual pueden despreciarse los efectos inerciales, sobre todo en el caso de tracción uniaxial. El caso de la falla dinámica en compresión genera aún hoy controversias entre los investigadores que han abordado el problema, y no está aún comprendido cabalmente, existiendo varias hipótesis en estudio actualmente.

La comparación de respuestas numéricas obtenidas en el Capítulo 8 considerando los cuatro criterios y que abarca simulaciones a nivel macro y mesomecánico indica que, para los parámetros de viscosidad y paso de tiempo considerados, el modelo mesomecánico es el menos sensible al incremento de la relación viscosidad/paso de tiempo y presenta una mayor fragilidad en la rama de postpico que los criterios restantes, y por el contrario, la

aproximación difusa a la fisuración brindada por el modelo de Leon conduce a resultados más dúctiles. En todos los casos analizados, a medida que se incrementa la relación $\eta/\Delta t$ la respuesta numérica obtenida en las simulaciones con viscoplasticidad muestran una mayor difusión de las deformaciones viscosas en toda la altura de la muestra, a diferencia de los patrones de falla altamente localizados que son típicos de los modelos elastoplásticos invíscidos, tanto a nivel macromecánico como mesomecánico. Con respecto a la fragilidad del comportamiento de pospico, los casos de mortero viscoplástico y mortero elastoplástico con juntas viscosas entre agregados y matriz cementicia (análisis tipo Stankowski) presentan comportamientos comprendidos entre los criterios extremos, es decir, el macromecánico y el mesomecánico.

En relación a los ensayos de relajación y fluencia, el modelo brinda resultados razonables y concordantes con las observaciones experimentales desde el punto de vista cualitativo en aspectos tales como sensibilidad a la influencia del nivel de tensión aplicada, interacción entre deformación diferida y fisuración y reducción de la capacidad portante a nivel estructural. Finalmente, es claro que el modelo de interfase desarrollado presenta un gran potencial a la hora del análisis de diversos problemas ingenieriles, como ser comportamiento de juntas de hormigón, interacción suelo-estructura, estudio de anclajes, etc. Por último, es claro que la formulación elasto-viscoplástica desarrollada en este trabajo es apta para estudiar el comportamiento de otros tipos de materiales cuasi-frágiles y materiales compuestos cuyo comportamiento mecánico dependa de los efectos de tasa/tiempo.

10.3. Futuras líneas de investigación

Si bien las simulaciones computacionales de ensayos de tracción/compresión uniaxial realizadas demuestran la capacidad del modelo viscoplástico para reproducir la sobrerresistencia dinámica y el creep del hormigón, existen varios aspectos que merecen analizarse con más profundidad. En este sentido, la simulación numérica específica de ensayos experimentales dinámicos tales como el SHPB (Split Hopkinson Pressure Bar) y el ensayo de tracción indirecta (Ensayo Brasileiro) a nivel mesomecánico considerando viscoplasticidad podría ayudar a interpretar los mecanismos internos de rotura de este complejo fenómeno y a entender mejor el rol de cada una de las fases componentes del hormigón, composición del mismo, influencia de la distribución espacial de los agregados en la muestra, incidencia de los parámetros elásticos y viscosos, etc. por mencionar sólo algunos de los aspectos que pueden analizarse.

Otras líneas que vale la pena profundizar son la incidencia del efecto tamaño en la respuesta dinámica considerando muestras de distinta forma y tamaño y la respuesta numérica bajo condiciones dinámicas de hormigones de alta resistencia y de hormigones livianos, los que tienen un uso muy difundido en la actualidad. Asimismo, la formulación viscoplástica es especialmente atractiva para estudiar la adherencia hormigón-acero a diferentes tasas de deformación bajo cargas cíclicas tales como las cargas sísmicas, problema relacionado directamente con la resistencia dinámica a tracción del hormigón.

Bibliografía

- [1] J. Aboudi, *Micromechanical analysis of composites by the method of cells*, Applied Mechanics Reviews (1989), no. 42(7), Págs. 193-221.
- [2] E.C. Aifantis, *The physics of plastic deformation*, International Journal of Plasticity (1987), no. 3, Págs. 211-247.
- [3] V. García Alvarez, *Estudio de la fractura en Modo Mixto de los materiales cuasifrágiles: Aplicación al hormigón convencional y al hormigón de alta resistencia*, Ph.D. thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España, Mayo 1997.
- [4] B. Amadei, S. Sture, S. Saeb, and R.H. Atkinson, *An evaluation of masonry joint shear strength in existing buildings*, NSF Report, Univ. of Colorado at Boulder, USA (1989).
- [5] L. Anand, *Constitutive equations for the rate-dependent deformation of metals at elevated temperatures*, ASME Journal of Engineering Materials and Technology (1982), no. 104, Págs. 12-17.
- [6] F. Armero and K. Garikipati, *Recent advances in the analysis and numerical simulation of strain localization in inelastic solids*, Computational Plasticity (1995), no. 4, Págs. 547-561.

- [7] G.G. Balmer, *Shearing strength of concrete under high triaxial stress. Computation of Mohrs envelope as a curve*, Structural Research Laboratory Report (1949), no. SP23, Denver.
- [8] G. Bastian and A. Khelidj, *Thermophysical properties of fresh concrete*, Bull. Liaison. Laboratoires Des Ponts Et Chaussées (1995), no. 200.
- [9] S. Baweja, G.J. Dvorak, and Z.P. Bazant, *Triaxial composite model for basic creep of concrete*, Journal of Engineering Mechanics (1997), no. 124, (9), Págs. 959-965.
- [10] Z. Bazant, *Mechanics of geomaterials*, Edited by Z. Bazant, John Wiley and Sons, Chichester, U.K., 1985.
- [11] Z. Bazant and B. Oh, *Crack band theory for fracture of concrete*, Rilem-Mat. Et Const. (1983), no. 16 (93).
- [12] Z. P. Bazant, S. P. Bai, and R. Gettu, *Fracture of Rock: Effect of loading rate*, Engrg. Fracture Mechanics (1995), no. 45, Págs. 393-398.
- [13] Z. P. Bazant and R. Gettu, *Size effect in concrete structures and influence of loading rate*, Proc. First Material Engineering Conference, Denver, USA (1990), no. Vol. 2, New York, Págs. 1113-1123.
- [14] Z. P. Bazant and R. Gettu, *Rate effects and relaxation in static fracture of concrete*, ACI Materials Journal (1992), no. Vol. 89,5, Págs. 456-468.
- [15] Z. P. Bazant, A.B. Hauggaard, S. Baweja, and F.J. Ulm, *Microprestress-solidification theory for concrete creep I: Aging and drying effects*, Journal of Engineering Mechanics (1997), no. 123, (11), Págs. 1188-1194.

- [16] Z. P. Bazant, A.B. Hauggard, S. Prasannan, and F.J. Ulm, *Microprestress solidification theory for concrete creep: Aging and drying effects*, Journal of Engng. Mechanics, ASCE (1997), no. 123 (11), Pags. 1188-1194.
- [17] Z. P. Bazant and S. Prasannan, *Thermophysical properties of fresh concrete creep. I: formulation.*, Journal of Engng. Mechanics, ASCE (1989), no. 115.
- [18] Z.P. Bazant, *Constitutive equations for concrete creep and shrinkage based on thermodynamics of multi-phase systems*, Materials and Structures (1970), no. 3, Págs. 3-36.
- [19] Z.P. Bazant, *Creep and thermal effects in concrete structures: A Concept of some new developments*, Edited by Z. Bazant and I. Carol, John Wiley and Sons. Chichester, U.K., 1993.
- [20] Z.P. Bazant, T. Belytschko, and T.P. Chang, *Continuum model for strain softening*, International Journal of Engineering Mechanics (1984), no. 110, Págs. 1666-1692.
- [21] Z.P. Bazant and J.C. Chem, *Triple power law for concrete creep*, Journal of Engineering Mechanics (1998), no. (111), Págs. 63-84.
- [22] Z.P. Bazant and F.B. Lin, *Nonlocal yield limit degradation*, International Journal for Numerical Methods in Engineering (1988), no. 26, Págs. 1805-1823.
- [23] Z.P. Bazant and L.J. Najjar, *Nonlinear water diffusion in non-saturated concrete*, Materials and Structures (1972), no. 5 (25), Págs. 3-20.
- [24] Z.P. Bazant and J. Ozbolt, *Nonlocal microplane model for fracture, damage and size effect in structures*, Journal of Engineering Mechanics (1990), no. 116, Págs. 2482-2504.

- [25] Z.P. Bazant and C. Panula, *Double power law for concrete creep*, Journal of Engineering Mechanics (1997), no. (111), Págs. 63-84.
- [26] Z.P. Bazant and F.H. Wittmann, *Creep and shrinkage in concrete structures*, John Wiley and Sons Ltd. New York, New York, Usa, 1982.
- [27] Z.P. Bazant and Y. Xi, *Continuous retardation spectrum for solidification theory of Concrete Creep*, Journal of Engineering Mechanics (1995), no. 121, (2), Págs. 281-288.
- [28] T. Belytschko, Z.P. Bazant, and Y.W. Hyun, *Strain softening materials and finite element solutions*, Computers and Structures (1986), no. 23, Págs. 163-180.
- [29] A. Berthollet, *Contribution a la modelisation du beton vis-a-vis du vieillissement et de la durabilite: interaction des deformations de fluage et du comportement non-lineaire du materiau: analyse et modelisation*, Ph.D. thesis, INSA, Lyon, France, Octobre 2003.
- [30] D.L. Birkimer and R. Lindeman, *Dynamic tensile strength of concrete materials*, ACI Journal (1971), no. Págs. 47-49.
- [31] P. H. Bischoff and S.H. Perry, *Compressive behavior of concrete at high strain rates*, Material and Structures (1991), no. 24, Págs. 425-450.
- [32] B. Bissonnette and M. Pigeon, *Tensile creep at the early ages of ordinary, silica fume and fiber reinforced concretes*, Cement and concrete research (1995), no. 25 (5), Págs. 1075-1085.
- [33] F. Blaschke, Ch. Losekamp, and G. Mehlhorn, *Zugtragvermögen nach lang andauernder statischer sowie schwellender Zugvorbelastung von Beton*, Forschungsbericht aus dem Fachgebiet Massivbau der Gesamthochschule Kassel (1993), no. 20.

- [34] R. De Borst and H.B. Muhlhaus, *Gradient-dependent plasticity: Formulation and algorithmic aspects*, International Journal for Numerical Methods in Engineering (1992), no. 35, Págs. 521-539.
- [35] R. De Borst, R.H. Pamin, R.H.J. Peerlings, and L.J. Sluys, *On gradients-enhanced damage and plasticity models for failure in quasi-brittle and frictional materials*, Computational Mechanics (1995), no. 17, Págs. 130-141.
- [36] R. De Borst and L.J. Sluys, *Localization in a cosserat continuum under static and loading conditions*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (1991), no. 90, Págs. 805-827.
- [37] W.E. Boyce and R.C. Di Prima, *Elementary differential equations and boundary value problems*, John Wiley and Sons Inc., 5 Edición, New York, 1992.
- [38] W. F. Brace and A. H. Jones, *Comparison of uniaxial deformation in shock and static loading of three rocks*, Journal of Geophysics (1971), no. 76, Págs. 4913-4921.
- [39] B. Bresler and W. Bertero, *Influence of high strain rate and cyclic loading of unconfined and confined concrete in compression*, Proc. of Second Canadian Conference On Earthquake Engineering (1975), no. Págs. 1-13.
- [40] O. Buyukozturk, A.H. Nilson, and F.O. Slate, *Deformation and fracture of particulate composite*, Journal of Engineering Mechanics, ASCE (1972), no. 98, Págs. 581-593.
- [41] I. Carol and Z. Bazant, *Viscoelasticity with aging caused by solidification of nonaging constituent*, Journal of Engineering Mechanics, ASCE (1993), no. 11, Vol 119.

- [42] I. Carol and C.M. López Garello, *Fracture-based interface model: theory, implementation and applications*, Proc. World Congress in Comp. Mechanics, Bs. As., Argentina. S. Idelsohn, E. Oñate y E. Dvorkin (Eds.) (1998), no. Vol. I.
- [43] I. Carol and P. Prat, *A statically constrained microplane model for the smeared analysis of concrete cracking*, Bicanic and Mang (Eds), Computer aided analysis and design of concrete structures (1990), no. (2), Págs. 919-930, Austria. Pineridge Press.
- [44] I. Carol and P. Prat, *Smeared analysis of concrete fracture using a microplane based multicrack model with static constraint*, van Mier, J. Rots and A. Bakker(Eds), Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics (1991), no. (2), Págs. 619-628, Austria. EFN SPON, Londres.
- [45] I. Carol and P. Prat, *DRAC USER'S MANUAL*, Departamento de Ingeniería del Terreno y Cartográfica, ETSECCPB, Jordi Girona 1-3, Barcelona, España, 2003.
- [46] I. Carol, P. Prat, and C.M. López, *A normal/shear cracking model. Interface implementation for discrete analysis*, Journal of Engineering Mechanics, ASCE (1997), no. 123(8), Págs. 765-773.
- [47] A. Carosio, *Viscoplasticidad continua y consistente*, Ph.D. thesis, Instituto de Estructuras Arturo Guzmán, Universidad Nacional de Tucumán, San Miguel de Tucumán, República Argentina, Diciembre 2001.
- [48] A. Carosio, G. Etse, and R. Danesi, *Simulación del efecto de sobrerresistencia dinámica en hormigón*, EIPAC 97 - Diseño y Construcción Sismoresistente Mendoza, Argentina. (1997), no. Págs. 353-363.

- [49] A. Carosio, K. Willam, and G. Etse, *On the consistency of viscoplastic formulations*, International Journal of Solids and Structures (2000), no. 37, Págs. 7349-7369.
- [50] A. Carpinteri, *Tensile and flexural creep rupture tests on partially damaged concrete specimens*, RILEM Materials and Structures (1997), no. 30, Págs. 269-276.
- [51] W. Chen and D. Han, *Plasticity for Structural Engineers*, Springer-Verlag, Ney York, U.S.A., 1988.
- [52] Z. Chen and M.L. Wang, *A partitioned - solution method with moving boundaries for nonlocal creep damage for concrete*, Proc. Creep and shrinkage of concrete, Fifth international RILEM symposium, Barcelona-London (1993), no. Págs. 393-398.
- [53] D. Ciancio, *Application of interface elements for the microstructural analysis of the size effect in concrete fracture*, Universita' degli studi di Catania, Facoltà di Ingegneria Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale, Catania, Italy. (2000).
- [54] D. Ciancio, C.M. López, and I. Carol, *Mesomechanical investigation of concrete basic creep and shrinkage by using interface elements*, 16 AIMETA Congress on Theoretical and Applied Mechanics (2003), no. Págs. 121-125.
- [55] B.D. Coleman and M.E. Gurtin, *Thermodynamics with internal state variables*, Journal of Chemical Physics (1967), no. 47, Págs. 597-613.
- [56] T.M. Collins, *Proportioning high-strength concrete to control creep and shrinkage*, ACI Materials Journal (1989), no. 86, (6), Págs. 576-580.
- [57] R. Cook, D. Malkus, and M. Plesha, *Concepts and Applications Of Finite Element Analysis*, John Wiley and Sons, Chichester, U.K., 1989.

- [58] E. Cosserat and F. Cosserat, *Theorie des corps deformables*, France Bulletin of science, Herman Et Fils (Eds.) (1909), no. Paris.
- [59] U.J. Counto, *The effect of the elastic modulus of the aggregate on the elastic modulus, creep and creep recovery of concrete*, Magazine Concrete Research (1964), no. 16, (48), Págs. 129-138.
- [60] M. A. Crisfield, *Accelerated solution techniques and concrete cracking*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (1982), no. 33, Págs. 585-607.
- [61] M. A. Crisfield, *Snap through and snap-back response in concrete structures and the dangers of under-integration*, International Journal of Numerical Methods in Engineering (1986), no. 22, Págs. 751-767.
- [62] M. A. Crisfield, *Non-linear finite element analysis of solids and structures, Vol. I*, John Wiley and Sons Inc., New York, USA, 1991.
- [63] M.A. Crissfield, *Non-linear finite element analysis of solids and structures, Vol.1,2*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1997.
- [64] N. Cristescu, *Viscoplasticity of geomaterials*, Springer-Verlag, New York, Págs. 103-207, 1994.
- [65] N. Cristescu and O. Cazacu, *Viscoplasticity of geomaterials: modeling in geomechanics*, J. Wiley and Sons, Sussex, Págs. 129-154, 2000.
- [66] C.T.Herakovich, *Mechanics of fibrous composites*, John Wiley and Sons, Inc., New York, U.S.A., 1998.
- [67] J.E. Dennis and R.B. Schnabel, *Numerical methods for unconstrained optimization*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1983.

- [68] C. S. Desai and D. Zhang, *Viscoplastic models for geologic materials with generalized flow rule*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics (1987), no. 11, Págs. 603-620.
- [69] S. Diaz and H.K. Hilsdorf, *Fracture mechanisms of concrete under compressive loads*, Cement and Concrete Research (1973), no. 3, Págs. 363-388.
- [70] W.H. Dilger, R. Koch, and R. Kowalczyk, *Ductility of plain and confined concrete under different strain rates*, American Concrete Institute, Spec. Pub., Detroit, Michigan (1978), no. Págs. 121-135.
- [71] P.L. Domone, *Uniaxial tensile creep and failure of concrete*, Magazine of Concrete Research (1974), no. 26 (88), Págs. 144-152.
- [72] D. Drucker, *A definition of stable inelastic materials*, Journal of Applied Mechanics (1959), no. 26.
- [73] G. Duvaut and J.L. Lions, *Les inequations en mecanique et en physique*, Dunod, Paris (1972), no. 1.
- [74] C. Dym and I. Shames, *Solid Mechanics. A Variational Approach*, Mc Graw-Hill Book Company, New York, U.S.A., 1973.
- [75] M. Emborg, *Thermal stresses in concrete structures at early ages*, Ph.D. thesis, Phd. Dissertation, Lulea University of Technology, Norway, 1989.
- [76] G. Etse, *Theoretische und numerische untersuchung zum diffusen und lokalisierten versagen in beton*, Ph.D. thesis, Fakultät Fur Bauingenieur Und Vermessungswesen Der Universitat Fridericiana Zu Karlsruhe, Karlsruhe, Germany, Junio 1992.

- [77] G. Etse, R. Lorefice, C.M. López, and I. Carol, *Meso and Macromechanic Approaches for Rate Dependent Analysis of Concrete Behavior*, Fifth International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures. FRAMCOS-5, in Willam, K, Ed., Interface Modelling, FRAMCOS Workshop II sponsored by NSF, pp. Boulder, Colorado. (2004), no. (1), Págs. 33-37.
- [78] G. Etse, P. Steinmann, and K. Willam, *Computational aspects of localized failure simulations in plain concrete*, Proc. Int. Rilem/Esis Conf. Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics (1991), no. 2, Págs. 651-660.
- [79] G. Etse and K. Willam, *Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete*, Int. Journal of Engineering Mechanics (1994), no. 120, Págs. 1983-2009.
- [80] G. Etse and K. Willam, *Integration algorithms for concrete plasticity*, Engineering Computations (1995).
- [81] G. Etse and K. Willam, *Failure analysis of elastoviscoplastic material models*, International Journal of Engineering Mechanics (1999), no. 125(1), Págs. 60-69.
- [82] R.H. Evans, *Effect of rate of loading on the mechanical properties of some materials*, Journal Inst. of Civil Engineers (1942), no. 18, Págs. 296-306.
- [83] Y.C. Fung, *Foundations Of Solid Mechanics*, Prentice-Hall,Inc., New Jersey, U.S.A., 1965.
- [84] N.J. Gardner and M.J. Lockman, *Design provisions for drying shrinkage and creep of normal-strength concrete*, ACI Materials Journal (1964), no. Vol. 8, Págs. 159-167.

- [85] C.M. López Garello, *Análisis microestructural de la fractura del hormigón utilizando elementos tipo junta. Aplicación a diferentes hormigones*, Ph.D. thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España, Diciembre 1999.
- [86] C. Garcia Garino, *Mecánica de Medios Continuos*, Apuntes de Curso de Doctorado, Mendoza, Argentina, 1999.
- [87] A. Gens, I. Carol, and E. Alonso, *An interface element formulation for the analysis of soil-reinforcement interaction*, Computers and Geotechnics (1988), no. 7, Págs. 133-151.
- [88] A. Gens, I. Carol, and E. Alonso, *Mechanics of Geomaterial Interfaces*, A.P.S Selvadurai and M.J. Boulon. Elsevier Science., Chichester, U.K., 1995.
- [89] J.K. Gran and L. Seaman, *Observations and analysis of microcracks produced in dynamic tension tests of concrete*, Final Report, Sri International (1985).
- [90] L. Granger, *Comportement différencié du béton dans les enceintes de centrales nucléaires: analyse et modélisation*, Ph.D. thesis, ENPC, Paris, France, Abril 1994.
- [91] L.P. Granger and Z.P. Bazant, *Effect of composition on basic creep of concrete and cement paste*, Journal of Engineering Mechanics (1995), no. 121, (11), Págs. 1261-1270.
- [92] T. Prato Graso, *Comportamiento del hormigón en edades tempranas*, Ph.D. thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España, Octubre 1999.
- [93] I. Guenot, J.M. Torrenti, and P. Laplante, *Stresses in early age concrete. Comparison of different creep models*, ACI Materials Journal (1996), no. (93), 3 Págs. 254-259.

- [94] M. Hassanzadeh, *Behavior of fracture process zone in concrete influenced by simultaneously applied normal and shear displacements*, Ph.D. thesis, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, Marzo 1992.
- [95] O.M. Heeres, *Modern strategies for the numerical modeling of the cyclic and transient behavior of soils*, Ph.D. thesis, Phd. Dissertation, Delft University of Technology, The Netherland, Diciembre 2001.
- [96] H.G. Heilmann, H.H. Hilsdorf, and K.Finsterwalder, *Festigkeit und verformung von beton unter zugspannungen*, Deutschet Ausschuss Für Stahlbeton (1969), no. 203.
- [97] R. Hill, *A general theory of uniqueness and stability in elastoplastic solids*, Journal of Mech. and Physics of Solids (1958), no. 6.
- [98] R. Hill, *The Mathematical theory of plasticity*, Oxford University Press, London, England, 1967.
- [99] A. Hillerborg, M. Modeer, and P. Peterson, *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*, Cement Concrete Research (1976), no. 6, Págs. 773-782.
- [100] A. Hillerborg and P.E. Petersson, *Fracture mechanical calculations, test methods and results and similar materials*, Advances in Fracture Research (1981), no. 4, Págs. 1515-1522.
- [101] E. Hinton and D. Owen, *Finite Element Programming*, Institute of Computational Mathematics and Applications, Brunel University, England, 1977.
- [102] A. Hrennikoff, *Solutions of problems of elasticity by a framework method*, Journal of Applied Mechanics (1941), no. 8, Págs. 169-175.

- [103] B.P. Hughes and R. Gregory, *Concrete subject to high rates of loading in compression*, Magazine of Concrete Research (1972), no. 24(78), Págs. 189-199.
- [104] T. Hughes, *The Finite Element Method*, Prentice Hall, New Jersey, U.S.A., 1987.
- [105] J.M. Illston, *The creep of concrete under uniaxial tension*, Magazine of Concrete Research (1969), no. 17 (51), Págs. 77-84.
- [106] M.M. Iordache and K. Willam, *Localized failure modes in cohesive-frictional materials*, Technical Report Cu/Sr-96/3, Department of Civil, Environmental and Architectural Engineering, University of Colorado, Boulder, U.S.A. (1996).
- [107] O. Ishai, *Influence of sand concentration on deformation of mortar beams under low stresses*, ACI Journal (1962), no. (58), Págs. 611-622.
- [108] W. Janach, *The role of bulking in brittle failure of rocks under rapid compression*, Inter. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. (1976), no. 13, Págs. 177-186.
- [109] M. Jirásek, *Comparative study on finite elements with embedded cracks*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (2000), no. 188, Págs. 307-330.
- [110] M. Johansson, R. Mahnken, and K. Runesson, *Efficient integration technique for generalized viscoplasticity coupled to damage*, International Journal for Numerical Methods in Engineering (1999), no. 44, Págs. 1727-1747.
- [111] J. Oliver, *Continuum modelling of strong discontinuities in solid mechanics*, Computational Plasticity (1995), no. 4, Págs. 455-479.
- [112] L. Kachanov, *Foundations of theory of plasticity*, North Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics, 1971.

- [113] V. Kadlecěk and Z. Spetla, *Effect of size and shape of test specimens on the direct tensile strength of concrete*, Bulletin Rilem (1967), no. 36, Págs. 175-184.
- [114] T. Kanstadt, *Nonlinear analysis considering time-dependent deformation and capacity of reinforced and prestressed concrete*, Ph.D. thesis, Phd. Dissertation, Norwegian Inst. of Technol., University of Trondheim, Norway, 1990.
- [115] A. Kawano and R.F. Warner, *Model formulations for numerical creep calculations for concrete*, Journal of Structural Engineering (1996), no. 122, (3), Págs. 284-290.
- [116] M. Klisinski, *Degradation and plastic deformation of concrete*, Iftr Polish Academy of Science. Warsaw, Poland (1985), no. Rep.Nž38.
- [117] H.A. Koermeling, *Strain rate and temperature behavior of steel fibre concrete in tension*, Delft University Press (1986).
- [118] E. Kreyszig, *Matemáticas avanzadas para ingeniería, Vol. I y II*, Editorial Limusa, Mexico, 1997.
- [119] E. Kroner, *Elasticity theory of materials with long-range cohesive forces*, International Journal of Solids and Structures (1967), no. 3, Págs. 731-742.
- [120] R. Larsson and K. Runesson, *Element-embedded localization band based on regularized displacement discontinuity*, Journal of Engineering Mechanics (1996), no. 122, Págs. 402-411.
- [121] R. Larsson, K. Runesson, and N.S. Ottosen, *Discontinuous displacement approximation for capturing plastic localization*, International Journal for Numerical Methods in Engineering (1993), no. 36, Págs. 2087-2105.

- [122] D. Larys and T. Belytschko, *Localization limiters in transient problems*, International Journal of Solids and Structures (1988), no. 24, Págs. 581-597.
- [123] M. Laube, *Constitutive model for the analysis of temperature stresses in massive structures*, Ph.D. thesis, Tu Braunschweig, Braunschweig, Germany, November 1990.
- [124] R. L'Hermite, *Influence de la dimension absolue sur la résistance á la flexion*, Annales De L'Ítbt (1973), no. 309, Págs. 39-41.
- [125] C.M. López, I. Carol, and J. Murcia, *Mesostructural modeling of basic creep at various stress levels*, Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and Other Quasi-Brittle Materials, Eds. F.J. Ulm, Z.P. Bazant, F.H. Wittmann (2001), no. Págs. 101-106.
- [126] C.M. López, D. Ciancio, I. Carol, and J. Murcia y M. Cuomo, *Análisis microestructural de la fluencia básica del hormigón mediante elementos junta*, XX Encuentro del Grupo Español de Fractura; Benicassim, España (2003), no. Págs. 143-148.
- [127] J. Lubliner, *Plasticity theory*, Macmillan Publishing Company, New York, 1990.
- [128] R. Mahnen, M. Johansson, and K. Runesson, *Parameter estimation for A viscoplastic damage model using a gradient-based optimization technique*, Engineering Computations (1998), no. 15, Págs. 925-955.
- [129] L. Malvern, *Introduction to the mechanics of a continuous medium*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, U.S.A., 1969.
- [130] L.E. Malvern, T. Tang, D.A. Jenkins, and J.C. Gong, *Dynamic compressive strength of cementitious materials*, Symposium Material Research Society (1985).

- [131] G.E. Mase, *Mecánica del Medio Continuo*, Mc Graw-Hill Book Company, New York, U.S.A., 1970.
- [132] J. Mazars, *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non-linéaire et a la rupture du béton de structure*, Ph.D. thesis, Thèse De Doctorat D'Etat, Univ. Paris VI, Lmt, Cachan, France, 1984.
- [133] C. Miehe, *Numerical computation of algorithmic (consistent) tangent moduli in large-strain computational inelasticity*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (1996), no. 134, Págs. 223-240.
- [134] J. Van Mier, *Fracture Processes of Concrete*, CRC Press (1997).
- [135] S. Mindess, *Rate of loading effects on the fracture of cementitious materials*, Application of Fracture Mechanics To Cementitious Composites (1985), no. Págs. 617-638.
- [136] D. Mitchell, A.A. Khan, and W.D. Cook, *Early age properties for thermal and stress analysis during hydration*, Material Science of Concrete V. American Ceramic Society (1998), no. Págs. 265-305.
- [137] C. Moreno, *CÁlculo Vectorial y Tensorial, Apuntes De Curso De Doctorado*, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España, 1998.
- [138] H.B. Muhlhaus and L. Vardoulakis, *The thickness of shear bands in granular materials*, Geotechnique (1987), no. 37, Págs. 271-283.
- [139] J. Rodriguez-Pi neiro Fernandez, *Tensores Y Geometría Diferencial, Teoría Y Problemas*, E.T.S.I. De Caminos Canales Y Puertos, Universidad Politécnica De Madrid, Madrid, España, 1995.

- [140] A. Neville, *Properties of concrete*, North Holland Publishing Company, Amsterdam. The Netherlands, 1972.
- [141] A. Neville, *Creep of concrete: plain, reinforced and prestressed*, North Holland Publishing Company, Amsterdam. The Netherlands, 1996.
- [142] A.M. Neville, J.J. Brooks, and W.H. Dilger, *Creep of plain and structural concrete*, Construction Press (1983).
- [143] M. Ortiz, Y. Leroy, and A. Needleman, *A finite element method for localized failure analysis*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (1987), no. 61, Págs. 189-214.
- [144] M. Ortiz and E. Popov, *Accuracy and stability of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations*, Int. J. Numer. Meth. Engrg. (1985), no. 21.
- [145] M. Paley and J. Aboudi, *Micromechanical analysis of composites by the generalized cells model*, Mechanics of Materials (1992), no. 14, Págs. 127-139.
- [146] G. Pande, *A constitutive model of rock joints*, In Stephanson (1985).
- [147] B. Patzák and M. Jirásek, *Process zone resolution by extended finite elements*, Elsevier Science (2002), no. 3,5, Págs. 456-468.
- [148] P. Perzyna, *The constitutive equations for rate sensitive materials*, Quarterly of Applied Mathematics (1963), no. 20, Págs. 321-332.
- [149] J.P. Ponthot, *Radial return extensions for viscoplasticity and lubricated friction*, Proc. International Conference On Structural Mechanics and Reactor Technology Smir-tŮ13, Brazil (1995), no. 2, Págs. 711-722.

- [150] S.P.B. Proença, *Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto: Análise crítica e contribuições*, Ph.D. thesis, Tese De Doutorado, Eesc/Usp, 1988.
- [151] Y.R. Rashid, *Analysis of prestressed concrete pressure vessels*, Nuclear Engineering and Design (1968), no. 7, Págs. 334-344.
- [152] H.W. Reinhardt, *Strain rate effects on the tensile strength of concrete as predicted by thermodynamics and fracture mechanics models*, Cement Based Composites: Strain Rate Effects On Fracture (1985), no. Págs. 1-13.
- [153] M. Ristinmaa and N.S. Ottosen, *Consequences of dynamic yield surface in viscoplasticity*, International Journal of Solids and Structures (2000), no. 37, Págs. 4601-4622.
- [154] C.A. Ross, J.W. Tedesco, and S.T. Kuennen, *Effects of strain rate on concrete strength*, ACI Materials Journal (1995), no. 92(1), Págs. 37-47.
- [155] P. Rossi, *Une nouvelle approche concernant le fluage et la relaxation propres du beton*, Bull. Liais. Lab. Ponts et Chaussees (1988), no. 153, Págs. 73-76.
- [156] P. Rossi and F. Toutlemonde, *Effect of loading rate on the tensile behavior of concrete: description of the physical mechanisms*, Material and Structures (1996), no. 29, Págs. 116-118.
- [157] J.G. Rots and J.C.J. Schellekens, *Interface elements in concrete mechanics*, (1990), no. Págs. 909-918.
- [158] K. Runesson, N.S. Otossen, and D. Peric, *Discontinuous bifurcations of elastic-plastic solutions at plane stress and plane strain*, International Journal of Plasticity (1991), no. 7, Págs. 99-121.

- [159] K. Runneson and S. Ottosen, *Properties of Discontinuous Bifurcations Solutions in Elastoplasticity*, Int. Journal of Solids and Structures, Usa, 1989.
- [160] H. Rusch, *Researchs toward a general flexural theory for structural concrete*, ACI Journal (1960), no. Vol 32, 1, Págs. 1-28.
- [161] K. Sakata, *Prediction of creep and shrinkage*, Creep and Shrinkage of Concrete, Proceedings of the Fifth International RILEM Symposium, Barcelona Spain (1993), no. Vol. I, Págs. 649-654.
- [162] N.C. Samtani, C.S. Desai, and L. Vulliet, *An interface model to describe viscoplastic behavior*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics (1996), no. 20, Págs. 231-252.
- [163] S.P. Shah, *A fracture mechanics model to predict the rate sensitivity of mode II fracture of concrete*, Center for Concrete and Geomaterials-Northwestern University (1986).
- [164] J. Simo and T. Hughes, *Elastoplasticity and viscoplasticity. Computational aspects*, Springer, Berlin (1997).
- [165] J.C. Simo and S. Govindjee, *Non-smooth multisurface plasticity and viscoplasticity. Loading/unloading conditions and numerical algorithms*, International Journal for Numerical Methods in Engineering (1988), no. 26, Págs. 2161-2185.
- [166] J.C. Simo and T.J.R. Hughes, *Computational inelasticity*, Springer-Verlag, New York, 1998.
- [167] J.C. Simo, J. Oliver, and F. Armero, *An analysis of strong discontinuities induced by strain-softening in rate-independent solids*, Computational Mechanics (1993), no. 12, Págs. 277-296.

- [168] J.C. Simo and R.L. Taylor, *Consistent tangent operator for rate independent elasto-plasticity in large-strain computational inelasticity*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (1985), no. 48, Págs. 101-118.
- [169] L.J. Sluys, *Wave propagation, localization and dispersion in softening solids*, Ph.D. thesis, Phd. Dissertation, Delft University of Technology, The Netherland, Mayo 1992.
- [170] M.M. Smadi and F.O. Slate, *Microcracking of high and normal strength concrete under short and long term loadings*, ACI Materials Journal (1989), no. Vol 2, 86, Págs. 117-127.
- [171] M.M. Smadi, F.O. Slate, and A.H. Nilson, *High, medium and low strength concretes subjected to sustained overloads- strains, strength and failure mechanisms.*, ACI Materials Journal (1985), no. Vol 82, 5, Págs. 657-664.
- [172] P.R. Sparks and J.B. Menzies, *The effect of rate of loading upon the static and fatigue strength of plain concrete in compression*, Magazine of Concrete Research (1973), no. 25(83), Págs. 73-80.
- [173] T. Stankowski, *Numerical simulation of progressive failure in particle composites*, Ph.D. thesis, Phd. Dissertation, University of Colorado, Boulder, U.S.A., 1990.
- [174] P. Steinmann and K. Willam, *Localization in micropolar elasto-plasticity*, Proc. of The Third International Conference on Constitutive Equations for Engineering Materials (1991), no. Págs. 461-465.
- [175] P. Steinmann and K. Willam, *Performance of enhanced finite element formulations in localized failure computations*, Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering (1991), no. 4, Págs. 845-867.

- [176] P. Stroeven, *Geometric probability approach to the examination of microcracking in plain concrete*, Journal of Materials Science (1979), no. 14, Págs. 1141-1151.
- [177] L. Stromberg and M. Ristinmaa, *Finite element formulation of a nonlocal plasticity theory*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (1996), no. 136, Págs. 127-144.
- [178] W. Suaris and S.P. Shah, *Rate-sensitive damage theory for brittle solids*, J. Engineering Mechanics, ASCE (1984), no. 110(6), Págs. 985-997.
- [179] W. Suaris and S.P. Shah, *Constitutive model for dynamic loading of concrete*, J. Structural Engineering, ASCE (1985), no. 111(3), Págs. 563-576.
- [180] J. Takeda and H. Tachikawa, *Deformation and fracture of concrete subjected to dynamic load*, Proc. of Int. Conf. On Mechanical Behavior of Materials (1971).
- [181] J. Takeda, H. Tachikawa, and K. Fujimoto, *Mechanical behavior of concrete higher rate of loading than in the static test*, Proc. of Second Canadian Conference On Earthquake Engineering (1974), no. Págs. 21-33.
- [182] S. Tandon, K.T. Faber, Z. P. Bazant, and Y.Ñ. Li, *Cohesive crack modeling of influence of sudden changes in loading rate on concrete fracture*, Engrg. Fracture Mechanics (1995), no. 52(6), págs. 987-997.
- [183] M. Terrien, *Emission acoustique et comportement mécanique post-critique d'un béton sollicité en traction*, Bulletin De Liaison Ponts Et Chaussées (1980), no. 105, Págs. 65-72.

- [184] F. Toutlemonde, *Comportement dynamique ds betons a hautes performances. Etat des connaissances et suggestions de recherches*, Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussees (1993), no. 187, Págs. 51-60.
- [185] A. Vervuurt, *Interface fracture in concrete*, Ph.D. thesis, Phd. Dissertation, Delft University of Technology, The Netherland, Mayo 1997.
- [186] R. Vonk, *Softening of concrete loaded in compression*, Ph.D. thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, The Netherland, May 1992.
- [187] W.M. Wang, *Stationary and propagative instabilities in metals - A computational point of view*, Ph.D. thesis, Phd. Dissertation, Delft University of Technology, The Netherland, Octubre 1997.
- [188] W.M. Wang, L.J. Sluys, and R. De Borst, *Viscoplasticity for instabilities due to strain softening and strain-rate softening*, International Journal for Numerical Methods in Engineering (1997), no. 40, Págs. 3839-3864.
- [189] M.A. Ward and D.J. Cook, *The mechanism of tensile creep in concrete*, Magazine of Concrete Research (1969), no. 21 (68), Págs. 151-158.
- [190] D. Watstein, *Effect of straining rate on the compressive strength and elastic properties of concrete*, Journal of American Concrete Institute (1953), no. 49, 729.
- [191] G. Westman, *Basic creep and relaxation of young concrete*, Proc. of Int. Rilem Symp., Munich (1994), no. 21(68), Págs. 87-94.
- [192] K. Willam, *Constitutive Modelling for Engineering Materials*, Encyclopedia Of Physical Science and Technology, Boulder, Colorado USA, 2002.

- [193] A. Winnicki, C.J. Pearce, and N. Bicanic, *Viscoplastic Hoffman consistency model for concrete*, Computers and Structures (2001), no. 79(1), Págs. 7-19.
- [194] F.H. Wittmann, *Properties of hardened cement paste*, Proc. of Int. Conf. on Chem. of Cement. Paris, Francia. (1980), no. Vol I.
- [195] F.H. Wittmann, P.E. Roelfstra, and H. Sadouki, *Simulation and analysis of composite structures*, Material Science Engineering (1985), no. 68, Págs. 239-248.
- [196] J.H. You, N.M. Hawkins, and A.S. Kobayashi, *Strain-rate sensitivity of concrete mechanical properties*, ACI Materials Journal (1992), no. 89(2), Págs. 146-153.
- [197] F.P. Zhou and A. Hillerborg, *Time-dependent fracture of concrete. Testing and modeling*, Fracture Mechanics of Concrete Structures (1992), no. Págs. 906-911.
- [198] P. Zia, M.L. Leming, and S.H. Ahmad, *High-Performance concrete: A state-of-the-Art report*, Strategic Highway Research Program, National Research Council, Washington, D. C. (1991), no. SHRP-C/FR-91-103; PB92-130087.
- [199] P. Zia, M.L. Leming, S.H. Ahmad, J.J. Schemmel, and R.P. Elliot, *Mechanical behavior of high performance concretes*, Strategic Highway Research Program, National Research Council, Washington, D. C. (1993), no. (SHRP-C-365).
- [200] O. Zienkiewicz and R. Taylor, *El Método de los Elementos Finitos. Vol I Y II*, Mc Graw-Hill Book Company, New York, U.S.A., 1977.