DOCTORADO EN CIENCIAS EXACTAS E INGENIERÍA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMÁN

Tesis presentada como requisito parcial
para acceder al grado académico de
Doctor en Ciencias Exactas e Ingeniería

MODELACION Y ANALISIS COMPUTACIONAL

DE SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS

Autor: Ing. Ricardo schiava

Director: Prof. Dr. Ing. Guillermo Etse

RESUMEN

Tesis: MODELACION Y ANALISIS COMPUTACIONAL DE SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS

Director: Dr. Ing. Civil Guillermo Etse

En este trabajo se propone un modelo para suelos parcialmente saturados en el cual el comportamiento de estos materiales se describe como una generalización del comportamiento elastoplástico introduciendo dos variables independientes del estado de tensiones. Para ello se emplea el valor de la succión $s = (\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w})$ y la presión neta total $(\mathrm{p} - \mathrm{p_a})$, siguiendo la propuesta de Alonso et al. (1990), donde p representa la componente hidrostática del tensor de tensiones totales, $\mathrm{p_w}$ representa la presión del agua y $\mathrm{p_a}$ la presión del aire ó fase gaseosa dentro de los vacíos del suelo.

El modelo elastoplástico formulado en este trabajo, para medios cohesivos friccionales parcialmente saturados, resulta de una extensión del modelo MRS-Lade desarrollado por Macari, Runneson y Sture [Sture et al. (1989)]. Este, a su vez resulta de una modificación del modelo de tres invariantes propuesto para suelos granulares por Lade (1972). Por lo tanto el modelo propuesto se denomina Modelo Extendido de MRS-Lade.

El modelo extendido de MRS-Lade es formulado en el espacio tensional definido por los tres invariantes de tensiones netas y la succión, que es involucrada como una componente tensional adicional.

Para la integración numérica del modelo se han desarrollado algoritmos numéricos eficientes basados en métodos iterativos y de interpolación inversa de orden adaptativo para mejorar la convergencia a la solución.

El modelo así logrado se valida comparando la predicción del comportamiento mecánico de suelos parcialmente saturados en términos de curvas tensión deformación con resultados de ensayos triaxiales y edométricos de reconocidos autores sometidos a diversos caminos e historias de carga.

La formulación de modelos constitutivos reviste también importancia desde el punto de vista de sus predicciones en cuanto al tipo de falla de suelos que se desarrollan, sea esta dúctil o frágil. En este sentido, es sabido que los suelos parcialmente saturados pueden conducir a fallas que cubren el amplio espectro de modos dúctiles y frágiles dependiendo, no solamente de sus propiedades mecánicas, sino también del grado de saturación.

En esta tesis se generaliza el indicador de falla localizada ó frágil de las teorías continuas anelásticas al caso particular de modelos basados en la teoría elastoplástica de medios porosos parcialmente saturados.

Este indicador matemático permite establecer tanto la posibilidad concreta de una falla frágil la cual se corresponde con una discontinuidad o salto en el campo de deformaciones extendidas que caracterizan a los medios porosos.

La contribución novedosa en esta tesis consiste en la deducción del tensor de localización extendido para medios parcialmente saturados, cuya singularidad

puede deberse tanto a una discontinuidad en el campo de la deformaciones clásicas de medios continuos ó en el campo de las succiones. Esto otorga una complejidad ulterior a los medios porosos que responde a una mayor potencialidad de ocurrencia de fallas localizadas en relación a medios continuos inelásticos.

En definitiva, se formula un nuevo indicador matemático para discontinuidades cinemáticas e hidráulico-gaseoso (succión) cuya solución explícita involucra también información relativa a las direcciones críticas de estos saltos o discontinuidades.

Se analiza detalladamente los problemas y soluciones de valores de borde de medios continuos parcialmente saturados sometidos a condiciones de cargas mecánicas e hidráulicas variables. Adicionalmente se investiga la correlación entre las inestabilidades o fallas locales (a nivel material) y las inestabilidades o colapso globales (a nivel de elemento finito o estructural), así como la dirección crítica de las formas localizadas de falla.

Además, se estudia mediante elementos finitos, la estabilidad de un talud con una base en la cresta bajo condiciones de saturación variables, determinándose la capacidad del modelo formulado para predecir la respuesta global del sistema y su forma y mecanismo de falla, el que a su vez es comparado con otras predicciones.

También se incluye una simulación de la falla de taludes en ríos de llanura, por efecto de la infiltración de agua para corroborar la capacidad predictiva del modelo y algoritmos propuestos respecto de un problema real que involucra acoplamiento hidráulico-mecánico.

ABSTRACT

In this paper we propose a model for partially saturated soils in which the behaviour of these materials is described as a generalization of elastoplastic behaviour introducing two independent variables of the state of stress. This uses the value of suction $s = (\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w})$ and the total net pressure $(\mathrm{p} - \mathrm{p_a})$, following the proposal of Alonso et al. (1990), where p represents the component of hydrostatic total stress tensor, $\mathrm{p_w}$ represents the water pressure and $\mathrm{p_a}$ the pressure of air or gas phase within the voids of the soil. The elastoplastic model formulated in this work, for media cohesive frictional partially saturated, it is an extension of the MRS-Lade model developed by Sture et al (1989). This in turn results from a change in the three-invariant model proposed for granular soils by Lade (1989). Therefore the proposed model is called Extended Model MRS-Lade.

The model extended the MRS-Lade is formulated in the space stress defined by the three invariants of the net stress and suction, which is involved as an additional component of the stress. For the numerical integration of the model have developed efficient numerical algorithms based interpolating iterative methods and adaptive inverse order to improve the convergence of the solution.

The model thus made the prediction is validated by comparing the mechanical behavior of partially saturated soils in terms of strain stress curves with results

of triaxial and edometric test of renowned author and undergoing various paths and stories of loads.

The formulation of constitutive models is also important from the standpoint of their predictions regarding the failure type of soil that are developed, this is ductile or brittle. In this regard, it is known that the partially saturated soils can lead to failures that cover the broad spectrum of ductile and brittle modes depending not only on their mechanical properties, but also the degree of saturation. In this thesis is generalized indicator of localized or brittle failure of inelastic theories continued the particular case of models based on the elastoplastic theory of partially saturated porous media.

This indicator allows both the mathematical possibility of a failure which corresponds to a discontinuity or jump in the field of extended strains that characterize the porous media. The novel contribution in this thesis is formulated the localization tensor issued to partially saturated media, whose uniqueness can be due to a discontinuity in the field of classical continuum deformation or in the field of suction. This gives a further complexity to the porous media that due to a greater potential for occurrence of faults located on a continuum inelastic.

In short, it is a new indicator mathematical formula for cinematic discontinuities and water-gas (suction) solution which also involves explicit information on the critical directions of these jumps or discontinuities. Discusses in detail the problems and solutions of boundary value continuum unsaturated subjected to loads of mechanical and hydraulic variables. Research the correlation between the local instabilities (a material level) global instability or collapse (at the level of finite or structural element) and the critical direction of the localized failure.

In addition, studies using finite elements, the stability of a slope with a ridge on the footing under conditions of saturation variables, determining the ability of the model developed to predict the response of the system and its overall shape and mechanism of failure, which in its time is compared with other predictions.

Also included is a simulation of the failure of slopes in plain rivers, the effect the infiltration of water to corroborate the predictive ability of the model and algorithms proposed for a realistic problem that involves coupling hydraulic mechanic

INDICE GENERAL

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

1. DESCRIPCION DEL PROBLEMA

1.1. LA NATURALEZA DE LOS SUELOS

Los materiales que constituyen la corteza terrestre son clasificados en dos categorías: suelo y roca. Se llama suelo a todo agregado natural de partículas minerales separables por medios mecánicos de poca intensidad, como por ejemplo agitación en agua. Por el contrario, roca es un agregado de minerales unidos por fuerzas cohesivas poderosas y permanentes. Los suelos son el producto de la descomposición física y química de las rocas. Si dichos productos se encuentran en el mismo lugar de origen constituyen los suelos *residuales*. Las arenas (partículas gruesas del suelo), las arcillas (fracción fina) y los limos (tamaño intermedio), que resultan de la desintegración de las rocas, pueden ser transportados por la gravedad, el viento, el agua o el hielo y depositados en otros lugares, constituyendo los denominados suelos *transportados ó sedimentarios.*

Los suelos no son sólidos simples, son cuanto menos sistemas de dos fases: partículas sólidas y un liquido ó bien partículas sólidas y un gas. Con mucha frecuencia son sistemas de tres fases: partículas sólidas, un liquido y un gas, generalmente el liquido es agua y el gas aire con vapor de agua [Jiménez Salas et al. (1981), Lambe et al. (1972)].

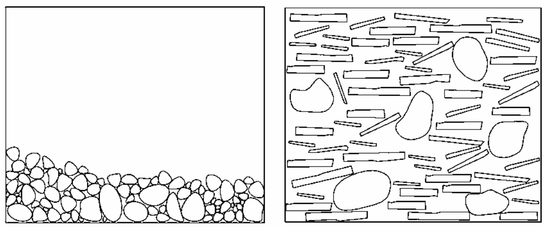
Según el tamaño de los granos los suelos se clasifican en: gravas (tamaño mayor a 2 mm), arenas (de 2.00 mm a 0.05 mm), limos (de 0.05 mm a 0.005 mm) y arcillas (tamaño menor a 0.005 mm) [ASTM (1950)].

Las principales propiedades de los granos de suelos son la forma y el tamaño y en los suelos arcillosos las características mineralógicas de las partículas.

La estructura de un suelo hace referencia a la orientación y distribución de las partículas dentro de su masa y a las fuerzas entre dichas partículas. Esta estructura puede describirse como: simple ó granular, flocular y dispersa. Una representación de dichas estructuras se grafica en Figuras 1.1a y 1.1b. Se dice que un suelo es granular ó de estructura simple si esta constituido por granos redondos o angulosos pero esencialmente individualizados, como ocurre con los suelos de granos gruesos por ejemplo gravas y arenas. En ellos cada grano tiene puntos de contacto con sus vecinos, de manera que el conjunto es estable aunque no hubiera fuerzas de adherencia en dichos puntos. El volumen de vacíos en tales suelos es relativamente reducido y susceptible de variar entre límites restringidos. El acomodamiento de los granos puede ser compacto o suelto y las propiedades del conjunto se ven muy afectadas por el grado de compacidad. El comportamiento de estos dependerá además de la graduación de tamaños, forma de las partículas y composición mineralógica.

En el caso de los suelos finos, como las arcillas, no es posible una estructura compacta semejante debido a las fuerzas electroquímicas de atracción entre las diminutas partículas escamosas. Durante el proceso de sedimentación, estas fuerzas hacen que las partículas se agrupen constituyendo racimos sueltos llamados flóculos, resultando una estructura flocular ó en panal, cuyo volumen de vacíos es mucho mayor que en la estructura granular. La rotura de esta estructura original arracimada y muy suelta de los suelos finos se traduce en una fuerte deformación volumétrica del mismo. A esto se debe en gran medida el hecho que la porosidad y el contenido de humedad de los suelos finos, lo mismo que la amplitud de la variación de su densidad sea grande en comparación con las arenas [Tschebotarioff (1972)].

La Figura 1.1b ilustra, según Casagrande (1940), la estructura flocular de las arcillas limosas, en la que las partículas de arcillas floculadas entre los granos de limos están comprimidas en los puntos de contacto con estos granos por el peso de las capas superiores, formando un armazón resistente, dentro del cual hay una gran cantidad de vacíos. Si por alguna razón, estos vínculos entre granos se rompen, se destruye la armazón resistente produciendo grandes deformaciones volumétricas.



(a) (b)

Figura 1.1a: Estructuras del suelo: (a) granular y (b) dispersa

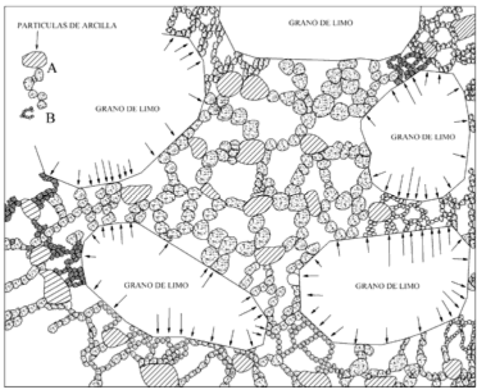


Figura 1.1b: Estructura flocular de las arcillas.

En la estructura dispersa los bordes, esquinas y caras de las laminas de arcillas tienen cargas eléctricas semejantes, por lo que las partículas se repelen entre si y toman posiciones paralelas. Aunque la estructura dispersa pudiera haber estado muy suelta cuando se efectuó la sedimentación, la presión puede obligar a las placas adyacentes a alzanzar un estado más denso, más fácilmente que si poseyeran estructura flocular [Peck et al. (1982)].

Las arcillas poseen una naturaleza coloidal y de ella derivan otras propiedades físico químicas como la capacidad de formar dispersiones permanentes, de intercambiar cationes con la solución y un arreglo espacial que es el responsable de su plasticidad. Estas propiedades permanecen aun para un amplio intervalo del contenido de humedad [Petersen et al. (1975)].

La distinción entre limos y arcillas no se basa únicamente en el tamaño de las partículas, que son microscópicas, porque las propiedades físicas importantes de estos materiales están relacionadas indirectamente con dicho tamaño, por ejemplo los limos presentan comportamiento friable ó de muy baja plasticidad y tienen mayor permeabilidad y menor cohesión que las arcillas.

La mayor parte de los suelos naturales se componen de una mezcla de dos ó más de estos elementos descriptos anteriormente y se los denomina con el nombre de la fracción que tiene mayor influencia en su comportamiento y las otras se usan como adjetivos. Así, una arcilla limosa tiene predominantemente las propiedades de una arcilla, pero contiene una cantidad significativa de limo [Peck et al. (1982)].

De acuerdo con Terzaghi et al. (1948) las propiedades más significativas de los suelos son: para suelos granulares friccionales, la densidad relativa ó compacidad y para los suelos puramente cohesivos, la consistencia. Indudablemente, la propiedad más importante de los suelos finos en estado natural es la consistencia, que se expresa como: consistencia plástica blanda, media, firme ó dura. Como estos términos son imprecisos la consistencia de un suelo cohesivo se expresa en función de su resistencia a la compresión simple q_u ó bien en función del valor de su cohesión no drenada c_u.

1.1.2. Suelos parcialmente saturados

Al ser los suelos medios porosos la característica de los fluidos que contengan sus vacíos condiciona su comportamiento.

El agua contenida en los poros del suelo puede tener dos orígenes: el “agua de sedimentación” es la que ha quedado incluida en los vacíos durante el proceso sedimentario al producirse el depósito de las partículas ó bien la proveniente de la lluvia, ríos ó deshielos como “agua de infiltración”.

Se denomina “nivel freático ó napa freática” el lugar geométrico de los puntos en los que la presión del agua dentro de los poros del suelo es igual a la atmosférica.

Por debajo del nivel de la napa freática, el suelo se encuentra saturado y la presión de poros ó presión intersticial es positiva. Por encima del mismo existe el agua capilar, cuya presión es negativa. En toda la zona capilar el agua está en comunicación con la freática. Por encima de la zona capilar se encuentra el “agua de contacto”, sin comunicación con la de la zona inferior y el terreno, naturalmente, no está saturado y la presión del agua es también negativa [Jiménez Salas et al (1981)]. Por lo tanto, en esta zona el suelo se halla parcialmente saturado y sus poros se encuentran ocupados parte por aire y parte por agua y la presión resultante viene dada por la diferencia entre la presión del aire $\mathrm{p_a}$ y la presión del agua $\mathrm{p_w}$ que se denomina *succión*

$s = (p_a - p_w)$, como se indica en la Figura 1.2. [Fredlund (1979), Fredlund (1995)].

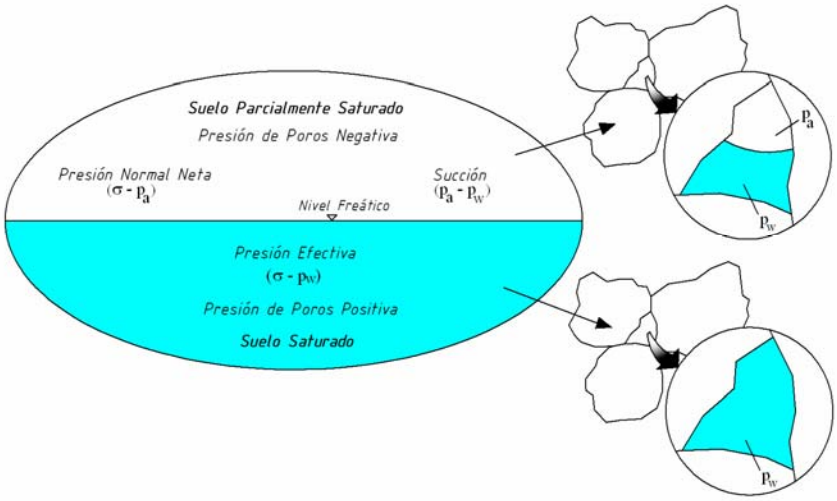


Figura 1.2. Clasificación de los suelos atendiendo a sus propiedades hidráulicas a nivel mesoscópico.

Se denomina suelos parcialmente saturados a los que tienen presiones de poros negativas, generalmente suelen estar cerca de la superficie del terreno y están fuertemente influenciados por la condiciones del medio ambiente. Dentro de ellos podemos citar una amplia gama de suelos con comportamientos muy diferentes entre sí, a saber [Lloret et al. (1980), Alonso (1998), Alonso et al. (1995), Gens (1995), Gens et al. (1995), Grigorian (1997), Puppala et al. (2006)]:

- Suelos de climas áridos
- Suelos colapsables
- Suelos residuales
- Suelos expansivos
- Suelos compactados

Dentro de los suelos de climas áridos se distinguen los denominados loess, característicos de las zonas áridas y semiáridas. En tales regiones que pueden estar tanto en climas fríos como muy cálidos, reviste gran importancia la erosión debida al viento que transporta grandes cantidades de polvo (limos) intercalados con granos de arena fina sueltos. Al disminuir la velocidad del viento se depositan los granos de arena de mayor tamaño, mientras que las partículas más finas, de tamaño generalmente menores a 74 micrones van más lejos y forman los depósitos conocidos en la mecánica de los suelos como loess. Estos depósitos de loees son de espesores importantes, muy característicos en cuanto al tamaño y uniformidad de sus granos. Tienen relativamente poca ó nula cohesión, el agua los erosiona fácilmente y su comportamiento es muy inestable sobre todo en condiciones de incremento de su humedad [Tschebotarioff (1972)].

Generalmente están constituidos por limos y mezclas de limos y arcillas, con contenido escaso de granos de arena fina. Estos loess, como los de nuestra región centro y noroeste del país, presentan a su vez característica colapsable, es decir que por incremento del contenido de humedad en sus poros hasta valores cercanos a su límite líquido, experimentan la rotura de su estructura flocular ó dispersiva experimentando rápidas deformaciones volumétricas.

En Figura 1.3 se observa el corte vertical de una calicata en suelo loéssico con contenido de humedad natural bajo. Con este contenido de humedad natural bajo es aparentemente un suelo de gran estabilidad pero el efecto que produce su colapso por humedecimiento a valores críticos en las estructuras se muestra también en Figura 1.3.

De acuerdo con Larionov (1968), el colapso es debido a un complejo mecanismo físico químico inducido por diversos factores: características químicas y mineralógicas el suelo, tipo de estructura, elevada porosidad, bajo contenido de humedad y pobre resistencia de los agregados a la acción erosiva del agua. Las causas principales que predisponen a un suelo a poseer propiedades colapsables son: alta porosidad (>40%), bajo grado de saturación (menor a 60%), elevado contenido de partículas finas (superiores al 30%) y elevada dispersividad a la acción del agua [Grigorian (1997)].

Los suelos compactados también pueden experimentar estos fenómenos, por ejemplo en un suelo de características arcillosas que ha sido compactado del lado seco de la curva del ensayo de compactación (Proctor), la orientación de

Figura 1.3 Suelo Loéssico y efecto del colapso del suelo en vivienda cimentada sobre platea (Santiago del Estero, Argentina)

las partículas es muy inferior y con mayor cantidad de macroporos a la que se logra cuando se la compacta con contenido de humedad mayor a la óptima. La humedad óptima se define como el contenido de humedad para el cual se obtiene en el ensayo de compactación, para una energía determinada, la densidad seca máxima.

La orientación de las partículas aumenta con las deformaciones de corte a que es sometido el suelo durante la compactación. Un suelo compactado del lado seco del óptimo ofrece más resistencia y por ello el esfuerzo de compactación se gasta en reducir volumen principalmente pero no produce deformaciones por corte importantes. Por el contrario, al compactarse del lado húmedo del óptimo la resistencia es menor y el esfuerzo de compactación produce el deslizamiento de las partículas unas sobre otras, produciendo paquetes de partículas paralelas.

El fenómeno de colapso también puede producirse en suelos que sean compactados del lado seco del óptimo, es decir con contenidos de humedad menor al óptimo [Jiménez Salas et al (1981, a)].

Brito Galväo et al. (1995) informan de casos de suelos lateríticos que experimentan también fenómenos de colapso. La meteorización química intensa, en regiones tropicales y subtropicales con lluvias abundantes y temperaturas elevadas, produce un intenso drenaje ó "deslave" en los perfiles de terrenos arcillosos cuyos minerales se descomponen liberando su sílice que puede llegar a desaparecer. Estos suelos están constituidos principalmente de óxido de aluminio ó de óxidos hidratados de hierro ó bien la fracción fina consiste en agregados limosos cementados por mineral de óxido de hierro, conformando lo que se conoce como suelos lateríticos ó lateritas [Peck et al. (1982)]. En ellos la fracción fina arcillo limosa está cementada con óxidos de hierro, cuyo mineral constitutivo, sea este caolinita, hematina ó gibosita (óxido de alumnio hidratado, Al(OH)3) posee carga superficial que depende del pH del suelo. En su trabajo indican el importante rol que cumplen el mineral que constituye la fracción arcillosa, las fuerzas de adhesión entre partículas y los fenómenos de capilaridad en el comportamiento del suelo parcialmente saturado.

El fenómeno de la expansión de los suelos también está relacionado con cambios en el contenido de humedad, los que a su vez están regidos por las leyes de transferencia de agua. Además este fenómeno expansión está directamente asociado con las características mineralógicas de las arcillas que determinan el tipo de estructura, por lo que para una comprensión de estos fenómenos se debe tener en cuenta este aspecto microestructural [Alonso (1998)].

1.2 EVOLUCIÓN HASTA EL PRESENTE DEL CONOCIMIENTO SOBRE EL COMPORTAMIENTO HIDROMECÁNICO DE SUELOS NO SATURADOS

1.2.1 Medios porosos saturados

El desarrollo de las teorías básicas, como el concepto de tensión, la teoría de la elasticidad, las leyes fundamentales de Delesse (1848), Fick (1855) y Darcy (1856), y la formulación de la teoría de mezclas de Maxwell y Stefan (1872), así como las leyes de la termodinámica, han proporcionado la base teórica para el estudio del comportamiento de los sólidos.

Desde principios del siglo pasado se han realizado progresos notables en la formulación de la teoría de medios porosos, debido a grandes avances como ser: el descubrimiento e investigación de importantes efectos mecánicos conocidos como la fricción, capilaridad y la tensión efectiva en los sólidos porosos saturados rígidos y en segundo lugar por el avance en el estudio del los sólidos porosos saturados deformables.

El descubrimiento del comportamiento de los medios porosos saturados deformables y la formulación inicial de la teoría de medios porosos se deben a Paul Fillunger (1913) y a Karl von Terzaghi (1923). En 1923 Terzaghi formula su "Teoría de la consolidación" con la resolución mediante ecuaciones diferenciales parciales del problema de la consolidación unidireccional de las arcillas. Cuando una carga aplicada a un suelo se hace variar repentinamente, esta variación es absorbida conjuntamente por el fluido intersticial y el esqueleto mineral. La variación de la presión intersticial obliga al agua de los poros a moverse a través del suelo, con lo cual las propiedades de dicho suelo varían con el tiempo. A este proceso de expulsión gradual del agua se denomina consolidación.

Para su resolución se asumen las siguientes hipótesis [de Boer (2000), J.Salas et al. (1981, a)]:

- El modelo es binario: consistente en una fase líquida incompresible (agua) y otra fase sólida también incompresible (partículas de arcillas)
- Los poros están homogéneamente distribuidos en la masa de suelo.
- Se considera un problema unidimensional, con solo dos variables independientes la coordenada z y el tiempo t.
- El proceso de consolidación es isotermal.
- Flujo unidimensional.
- Validez de la ley de Darcy.
- No se consideran efectos viscosos.
- Los desplazamientos y las deformaciones son pequeños (deformación infinitesimal).

Biot generalizó la teoría de consolidación de Terzaghi extendiéndola para el caso tridimensional, y formulando las ecuaciones para cualquier tipo de carga arbitraria. La teoría asume el comportamiento isotrópico y lineal elástico del suelo y se discuten un número de constantes físicas necesarias para determinar las propiedades y poder desarrollar ecuaciones para predecir el estado tensional y asentamientos en problemas tridimensionales, lo que tuvo inmensa influencia en la descripción del comportamiento de los medios compresibles saturados en las últimas décadas [Biot (1935), Biot (1941, a)].

El comportamiento del suelo y de otros materiales como el concreto, en la que los poros de la fase sólida están llenos de un fluido, no puede ser descrito como material de una sola fase. De hecho, puede ser una cuestión abierta si tal material poroso, como se muestra en la Figura 1.4, se puede tratar por los métodos de mecánica de medios continuos. En ella se ilustran dos materiales diferentes: el primero tiene una estructura granular suelta, por lo general no cementada, las partículas están en contacto unas con otras y el segundo es una matriz sólida con poros interconectados entre si.

La respuesta a la pregunta sobre la posibilidad de su tratamiento como un continuo es evidente. Siempre que la dimensión de interés y de los infinitesimales dx y dy, sean suficientemente grandes en comparación con el tamaño de los granos y los poros, es evidente que la aproximación a un medio continuo es aceptable.

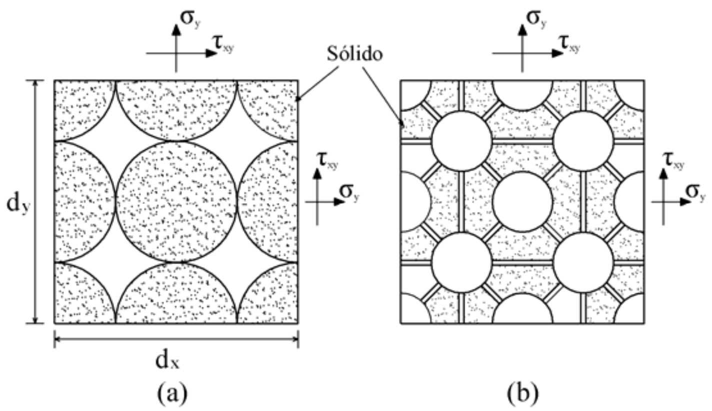


Figura 1.4: Idealización de la estructura de sólidos porosos saturados: a) material granular, b) sólido con vacíos interconectados.

Es evidente que las fuerzas intergranulares pueden ser afectadas por la presión en el fluido p para una sola fase, ó las presiones p_1 y p_2, etc., sin hay más fases presentes. Por lo tanto el esfuerzo resultante en la parte sólida del medio poroso, del que dependen tanto la deformación como la falla del material, solo podrá determinarse si se conocen los valores de dichas presiones intersticiales.

Utilizando el concepto de "tensión efectiva" es posible reducir el problema de la mecánica del suelo a un problema del comportamiento de material de una sola fase [Zienkiewicz et al. (1999)].

El principio de "presión efectiva", formulado por Terzaghi [Terzaghi (1923), Terzaghi et al. (1948)] define a dicha presión efectiva como "presión total menos presión neutra", $\sigma' = \sigma - p_w$, la que se considera como una variable adecuada que define el estado de tensiones de los suelos saturados, en donde la presión neutra p_w es la presión intersticial ó presión del agua en los poros. El concepto de tensión efectiva está basado en el equilibrio de fuerzas en el sistema compuesto por partículas, líquido y gas. El equilibrio de las fuerzas en la sección transversal es

$$P = p_s A_s + p_w A_w + p_a (A - A_s - A_w) \tag{1.1}$$

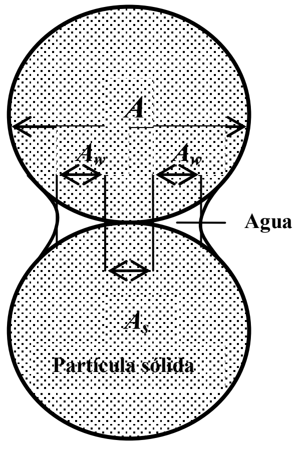


Figura 1.5. El principio de tensión efectiva: equilibrio de fuerzas entre fases.

Donde P es la fuerza normal en la sección, $\mathrm{p_s}$ la presión de contacto entre partículas sólidas, A_s sección de contacto entre partículas, A_w sección de contacto agua sólido, $\mathrm{p_w}$ y $\mathrm{p_a}$ presión del agua y aire en los poros respectivamente. Dividiendo ambos términos de la ec. (1.1) por la sección transversal total de la partícula A

$$\sigma = \frac{P}{A} = \mathrm{p_s}\underbrace{\frac{A_s}{A}}_{a} + \mathrm{p_w}\underbrace{\frac{A_w}{A}}_{\chi} + \mathrm{p_a}\left(\underbrace{1 - \frac{A_s}{A} - \frac{A_w}{A}}_{1-a-\chi}\right) \qquad (1.2)$$

$$\sigma = \mathrm{p_s}\, a + \mathrm{p_w}\, \chi + \mathrm{p_a}(1 - a - \chi) = \mathrm{p_s}\, a + \mathrm{p_w}(1 - a) + (\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w})(1 - a - \chi) \qquad (1.3)$$

Se obtiene la ecuación de la tensión total σ, en donde a y χ son la relación de área de contacto sólido-sólido y agua respecto a la sección total, respectivamente. Obsérvese que la relación χ no solo indica la relación de área del líquido en contacto sobre el área transversal de la sección y que dependerá del grado de saturación, sino que también será una medida de la tensión superficial.

Si el suelo esta saturado entonces $1 - a - \chi = 0$, la ec. (1.3) resulta

$$\sigma = \mathrm{p_s}\, a + \mathrm{p}_w(1 - a) \qquad (1.4)$$

La relación a es muy pequeña comparada con la sección transversal para niveles bajos de tensiones y aunque tienda a cero, $\mathrm{p_s}$ se incrementa, por lo que, definiendo como “tensión efectiva” a $\mathrm{p_s}\, a$, la ec. (1.4) se escribe

$$\sigma' = \sigma - \mathrm{p_w} \qquad (1.5)$$

Que es *la ecuación de la presión efectiva para suelos saturados*.

1.2.2 Medios porosos parcialmente saturados

Las ec. (1.1) á (1.3) indican la presencia de tres fases, sólida, líquida y gaseosa en la ecuación de equilibrio, y la presión relativa de las fases líquida y gaseosa influyen en el comportamiento de los suelos.

Para suelos parcialmente saturados, la ecuación de la presión “efectiva” equivalente requiere el uso de dos variables tensionales independientes que se obtienen combinando la presión total y la presión del agua y aire en los poros. Las variables adoptadas generalmente son la presión normal neta $(\sigma - \mathrm{p_a})$ y la succión de matriz $(\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w})$ [Fredlund et al. (1993)]

Bishop (1959), propuso una fórmula para la presión “efectiva” para los suelos parcialmente saturados que es equivalente a la que Terzaghi formulara para suelos saturados

$$\sigma' = \sigma - \mathrm{p_a} + \chi(\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w}) \qquad (1.6)$$

Donde σ' es la presión "efectiva", p_a la presión del aire, p_w la presión del agua en los poros y χ un parámetro que depende del grado de saturación S_r, tipo de suelo y efectos de histéresis según la trayectoria que ha seguido el suelo para alcanzar su estado actual, no tan solo de tensiones sino también de humedad y que varía de cero para suelo seco a uno para suelo saturado, como se observa en Figura 1.6.

La ec. (1.6) ya no tiene por lo tanto, el mismo grado de valor prácticamente absoluto como la de Terzaghi, ya que depende de un parámetro esencialmente variable como es χ. Además es preciso demostrar dos cosas:

- Que variando de cualquier manera $(p_a - p_w)$ por un lado y $(\sigma - p_a)$ por otro, de modo que el valor de σ' permanezca constante, no se produce cambio en el suelo.
- Que el comportamiento del suelo, en todos los aspectos que consideramos, depende solamente de la presión así calculada y que solo en este caso podría recibir el nombre de "efectiva".

Varios ensayos experimentales han puesto en evidencia la no validez del principio de presión efectiva en suelos parcialmente saturados y la razón de esto es que la succión y la carga externa aplicada a un elemento actúan de diferente manera sobre el esqueleto del suelo. Jennings y Burland (1962) presentaron resultados de ensayos edométricos y de compresión isotrópica para suelos de granulometrías distintas desde arcillas a arenas. Matyas (1963) y Matyas et al. (1968) pusieron de manifiesto las discrepancias de la realidad con esta hipótesis y Bishop y Blight (1963) reexaminaron el asunto críticamente.

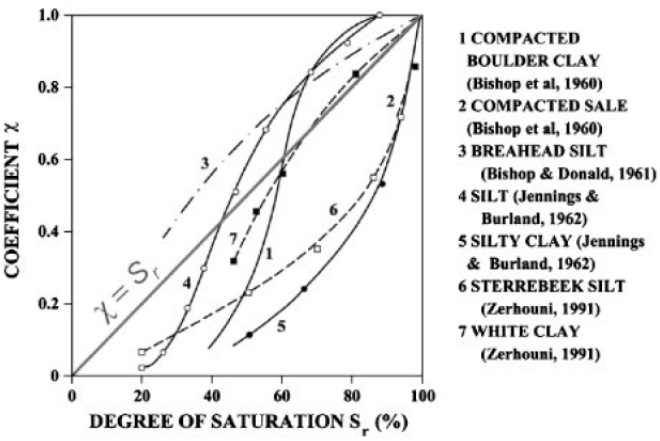


Figura 1.6 Valores de χ en función de S_r para diferentes suelos [Zerhouni M.I. (1991), Nuth M. y Laloui L. (2007)]

De todo ello resulta que, en primer lugar, la variación del coeficiente χ no permite que la ec. (1.6) tenga sentido real y en segundo lugar, que el valor de χ no es único, sino que se deben considerar dos valores distintos, uno para cálculo de resistencia y otro para las deformaciones. El rango de variación de χ para la resistencia es reducido, por lo que la ec. (1.6) es más adecuada para tratar los problemas de rotura. En la deformación, en cambio, la variación de χ es grande e incluso se encuentran valores negativos.

Jennings y Burland (1962) comparando el modelo teórico de Bishop y Donald (1961) con ensayos experimentales establecen que para un fenómeno de colapso χ es positivo mientras que para una expansión el valor es negativo.

Aitchison (1965) identifica tres posibles fuentes de error cuando se emplea el criterio de presión efectiva:

- La presión del aire debe incluirse como variable independiente
- Los cambios en la presión intersticial son causados no solo por el aumento de tensiones, sino también por otros factores hidráulicos.
- El principio de presión efectiva no es aplicable a suelos con comportamientos complejos (ej. suelos cementados, etc.)

Según Newland (1965) estas anomalías corresponden a la existencia de dos partes de distinta naturaleza en la presión que denominamos "efectiva" en suelos no saturados. Una de ellas actúa de modo diferente a lo visto en suelos saturados, se trata de fuerzas que aparecen en los meniscos situados en los mismos contactos entre partículas y actúan normalmente al plano tangente a las mismas. Se trata de tensiones *endógenas* y éstas aumentan la resistencia a la separación ó al deslizamiento en los puntos de contacto entre ellas.

En cambio las fuerzas exógenas, como la que produce la tensión efectiva, producen la tendencia al deslizamiento ó reordenamiento de partículas.

De esta manera, se puede explicar el fenómeno de colapso, las tensiones endógenas refuerzan la estructura del suelo como una fuerza cohesiva, si la disminuimos (p.ej. incrementando el contenido de humedad) e incluso aumentamos el sumando exógeno, pretendiendo conservar el valor de la tensión "efectiva" según la ec. (1.6), se producirán reordenamiento de las partículas y el colapso.

Por lo tanto, no es conveniente el uso de una variable tensional única y debe incluirse la succión como segunda variable independiente.

Matyas y Radhakrisna (1968) concluyen, que es necesario plantear el problema mediante la utilización de tres variables definidas como: índice de poros ó relación de vacíos $e = \frac{Vv}{Vs}$ (volumen de vacíos sobre volumen de sólidos), presión neta $(\sigma - p_a)$ y la succión $(p_a - p_w)$. De manera experimental determinan la superficie que expresa la función que las vincula y demuestran también que esta superficie es única y dentro de determinadas condiciones permanente para un tipo de suelo, definiendo el concepto de "superficie de estado".

En la Figura 1.7 se representa la superficie de estado en función de la relación de vacíos. En ella se observa que, ocurre un incremento del volumen del suelo (hinchamiento) para el humedecimiento con bajos valores de presión neta y una reducción de volumen (colapso) para el humedecimiento con valores elevados de presión neta [Escario et al. (1973), Wheeler y Karube (1995), Wheeler y Sivakumar (1995)].

En la última década, el comportamiento de los suelos con contenido de humedad variable ha sido motivo de numerosas investigaciones teóricas, numéricas y experimentales, en diferentes centros de investigación internacionales. Ensayos edométricos (compresión confinada) y ensayos de compresión triaxial con succión controlada (no drenados), han puesto en evidencia que, el humedecimiento a valores críticos ó la saturación del suelo bajo presiones de confinamiento variables pueden inducir deformaciones volumétricas irreversibles con grandes asentamientos que producen irremediablemente la falla (parcial o total) de la estructura que soportan [Matyas et al. (1968), Fredlund et al. (1977), Alonso et al. (1990)].

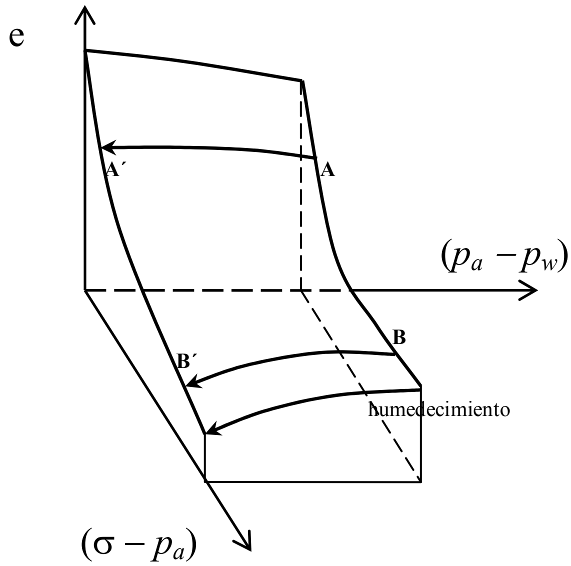


Figura 1.7. Superficies de estado (Matyas y Radhakrishna)

El comportamiento mecánico de suelos expansivos parcialmente saturados ha sido investigado por medio de ensayos experimentales con diferentes caminos de carga y con succión controlada [Josa et al. (1987)].

Ensayos edométricos con succión controlada de arcillas compactadas y mezclas de arenas arcillosas fueron realizados por Gheling et al. (1995), con el objeto de distinguir las componentes reversible e irreversible de la deformación. Los resultados obtenidos demostraron que la deformación de hinchamiento plástico macroestructural disminuye continuamente con la presión de confinamiento y puede alcanzar valores negativos (colapso irreversible) a partir de una presión de confinamiento inferior al valor de la presión isotrópica de preconsolidación.

Estos resultados indican que, la interacción entre las deformaciones microestructural y macroestructural que fuera sugerida por Gens et al. (1992), que predecía solo expansión de los macrovacíos con el hinchamiento microestructural, debe ser revisada y además, que existe un significativo y complejo acoplamiento entre la microestructura y macroestructura en términos de las deformaciones y tasa de deformaciones en suelos expansivos, lo que incrementa la complejidad en la formulación de modelos constitutivos.

El desarrollo de la mecánica de los suelos no saturados, ha permitido una generalización de la misma para validar su aplicación para la gran mayoría de los suelos encontrados en la ingeniería práctica, con grados de humedad variables.
Esta involucra el estudio de una gran diversidad de tipos de suelos, con una gama de propiedades muchas veces no comparables entre sí, como se ha descrito anteriormente.

1.2.3. Definición de succión de matriz.

La succión en un suelo parcialmente saturado está conformada por dos componentes denominadas: succión de matriz y succión osmótica. A la suma de ambas componentes se denomina succión total.
La succión de matriz se define como la diferencia entre la presión del aire $\mathrm{p_a}$ y la presión del agua en los poros $\mathrm{p_w}$, por lo tanto será $s = (\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w})$.

La succión osmótica es una función de la cantidad y tipo de sales disueltas en el agua de los poros. La ec. (1.6) sólo se aplica a agua pura, la presencia de solubles añade otro término para la succión, la succión osmótica [Fredlund y Rahardjo (1993), Mitchell (1993)]. La succión osmótica π es también importante en los sistemas de suelo [Mitchell (1993), Tindall y Kunkel (1999)] y es igual a

$$\pi = \mathrm{K\,T\,\Delta c} \tag{1.7}$$

donde K es la constante de Boltzmann, T es la temperatura absoluta y $\Delta\mathrm{c}$ es la diferencia de concentración química a través de una membrana semipermeable [Porras Ortiz (2004)] .

Esta componente de la succión, no es considerada en esta investigación por la razon que se invocan más adelante.

La succión de matriz puede ser expresada mediante la ecuación de Laplace, que incluye el efecto de la tensión superficial $\mathrm{T_s}$

$$s = (\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w}) = \mathrm{T_s}\left(\frac{1}{\mathrm{r_1}} + \frac{1}{\mathrm{r_2}}\right) \tag{1.8}$$

Cho y Santamarina (2001) proponen una expresión de la tensión efectiva equivalente basado en la micromecánica. Estas ecuaciones muestran la contribución de las fuerzas capilares a las fuerzas de contacto.

Para un simple arreglo de partículas esféricas, la tensión efectiva equivalente se expresa

Para arreglo cúbico simple $$\sigma'_{eq} = \frac{\pi \mathrm{T_s}}{4\mathrm{R}}\left[2 - \left(\frac{8}{9}\mathrm{G_s\,w}\right)^{\frac{1}{4}}\right] \tag{1.9}$$

Para arreglo tetraédrico $$\sigma'_{eq} = 2\sqrt{2}\,\frac{\pi T_s}{4R}\left[2-\left(\frac{8}{9}G_s\,w\right)^{\frac{1}{4}}\right] \qquad (1.10)$$

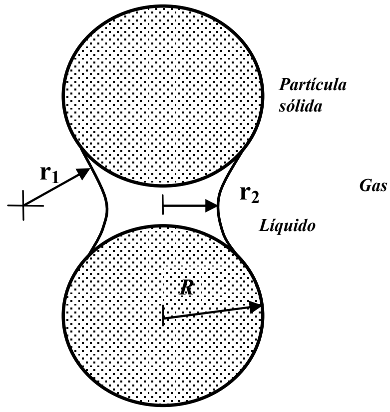


Figura 1.7. Definición de los radios en la ecuación de Laplace.

Donde R es el radio de las partículas, G_s la gravedad específica y w el contenido de agua.

Lu et al. (2006) presenta el concepto de curva característica de tensión de succión basado en las fuerzas micromecánicas entre las partículas y el concepto clásico de tensión efectiva. Identifica tres tipos de fuerzas: a) fuerzas de contacto entre granos, b) fuerzas activas cerca de los contactos interpartículas y c) fuerzas pasivas que contrarrestan a las anteriores.

La succión de matriz es la que interesa principalmente en la mayoría de los problemas de la ingeniería geotécnica, porque esta variable del estado de tensiones está fuertemente influenciado por los cambios ambientales [Schefler et al (1997)], ascensos y descensos de la napa freática, cambios del contenido de humedad por infiltración de agua superficial, etc.

En la Figura 1.8 se representa la variación de las presiones de poros en los vacíos del suelo.

La terminología de mecánica de suelos saturados y parcialmente saturados sugiere que es el grado de saturación ó contenido de agua en los poros del medio el que distingue a ambas categorías. Debido a la dificultad de determinar con precisión el grado de saturación del suelo, el indicador para distinguir a ambos tipos de suelos es el valor de la presión de agua en los poros. Cualquier suelo con presión de agua en los poros negativa es considerado dentro de la mecánica de suelos como parcialmente saturado.

Los principios físicos que se aplican para suelos secos son esencialmente los mismos que para los suelos saturados. La diferencia entre un suelo completamente saturado y otro seco se debe a la compresibilidad del fluido existente en sus poros. El agua en un suelo saturado es esencialmente incompresible. En cuanto aparecen burbujas de aire contenida en los poros se torna compresible. El caso más corriente en la ingeniería práctica es cuando el aire y el agua forman un continuo a través de los vacíos del suelo [Fredlund (1995)].

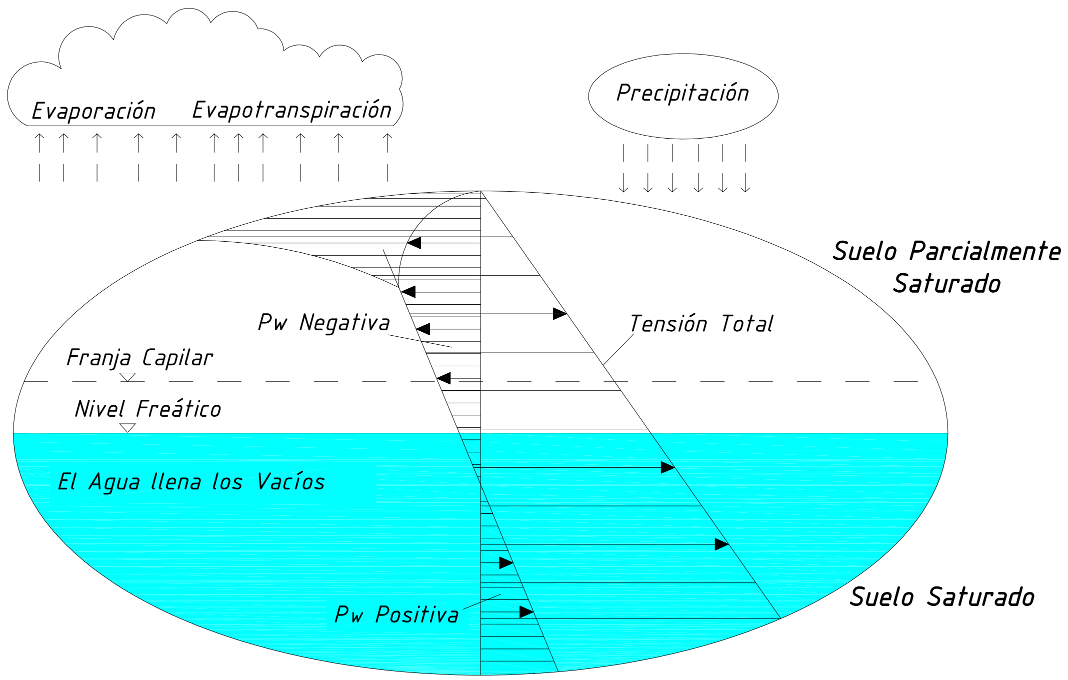


Figura 1.8. Variación de las presiones de poros en el suelo.

1.3 ESTADO DEL ARTE DE LA MODELACIÓN DEL COMPORTAMIENTO HIDROMECÁNICO DE SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS

El primer investigador que propuso y publicó una condición de falla para materiales fue Coulomb (1773), quien dentro de su trabajo sobre las presiones ó empujes laterales de tierra para superficies verticales formula la ley de fluencia que hoy se conoce por su nombre.

Macquorn Rankine (1856) extiende las ideas de Coulomb para el estado de tensiones y deformaciones tridimensional, aunque limitada a materiales granulares puros no cohesivos.

Mohr (1871,1872) es quien extiende la teoría de falla de Rankine considerando la cohesión, con lo que obtiene la expresión del criterio de falla para materiales cohesivos friccionales, conocido como el criterio de Mohr-Coulomb

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} sen\,\varphi - c\cos\varphi = 0 \tag{1.11}$$

Donde σ_1 y σ_3 son la tensiones principales mayor y menor respectivamente, c la cohesión y φ el ángulo de fricción interna del suelo.

Al mismo tiempo que Macquorn Rankine, Mohr, Tresca y otros establecen los criterios de falla de materiales, Saint Venant y Lévy formulan importantes principios para la creación de la teoría general de la plasticidad.

Saint Venant (1871, a), en base los trabajos de Cauchy, Poisson y Navier establece los fundamentos de la mecánica del continuo, teoría de la elasticidad y la teoría de fluidos. Saint Venant llegó a la formulación de las ecuaciones básicas de la teoría de plasticidad y Tresca (1864) formula su teoría postulando que el material llega al estado plástico cuando la tensión máxima de corte alcanza un determinado valor K, determinado para cada material, lo que se conoce como el criterio de Tresca.

Un avance importante en la formulación de la teoría de la plasticidad para materiales granulares y frágiles es el realizado por Drucker y Prager (1952), quienes extienden la teoría clásica de la plasticidad de von Mises para la descripción del comportamiento plástico de los suelos.

Ellos extienden la función de fluencia de von Mises para materiales dúctiles para incluir la influencia de la presión hidrostática en el criterio de falla. Lo hacen a través del primer invariante de tensiones $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = tr(\boldsymbol{\sigma})$, de $J_{2D} = \frac{1}{6}\left[(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2 + (\sigma_{22}-\sigma_{33})^2 + (\sigma_{33}-\sigma_{11})^2\right] + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2$, segundo invariante del tensor desviador de tensiones y despreciando la influencia del tercer invariante del tensor desviador de tensiones J_3.

La función de fluencia se expresa

$$F(I_1, J_2, c, \varphi) = \overline{\alpha}(\varphi)\, I_1 + \sqrt{J_2} - \overline{K}(\kappa, \varphi) = 0 \tag{1.12}$$

Este criterio depende de dos parámetros, del ángulo de rozamiento interno φ , y la cohesión c. En la ec. (1.12), $\overline{\alpha}(\varphi)$ depende del ángulo de rozamiento interno φ y $\overline{K}(\kappa, \varphi)$ de la cohesión c y φ [Oller (2001)].

En su formulación emplean la regla de flujo asociada, aunque von Mises ya había observado en 1928, que ella no debía utilizarse pues se obtienen resultados que no se compadecen con la realidad en cuanto a los cambios volumétricos. Su trabajo fue una fuente de inspiración para que se lleve a cabo una intensa investigación tanto teórica como experimental en este campo.

1.3.1 Modelos tipo "Cam-Clay"

En la década de 1960, Roscoe et al. (1968) proponen el modelo basado en la teoría de la plasticidad, denominado "cam-clay" para una mejor descripción del comportamiento mecánico de las arcillas saturadas, con regla de flujo asociada y sin considerar la influencia del tercer invariante del tensor de tensiones.

Para la condición triaxial axialsimétrica $\sigma_2 = \sigma_3$ y $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$, el trabajo realizado por unidad de volumen viene dado por

$$dW = \sigma_1\, d\varepsilon_1 + 2\sigma_3\, d\varepsilon_3 \tag{1.13}$$

Definie la presión media como $\mathrm{p} = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} = \frac{I_1}{3}$, el invariante desviatórico $\mathrm{q} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{3 J_{2D}}$, $d\,\varepsilon_v = d\varepsilon_1 + 2\; d\varepsilon_3$ la deformación volumétrica y $d\,\varepsilon_s = \frac{2}{3}(d\varepsilon_1 - \; d\varepsilon_3)$, la deformación desviadora. Entonces la energía disipada resulta

$$dW = \mathrm{p}\; d\varepsilon_v + \mathrm{q}\; d\varepsilon_s \tag{1.14}$$

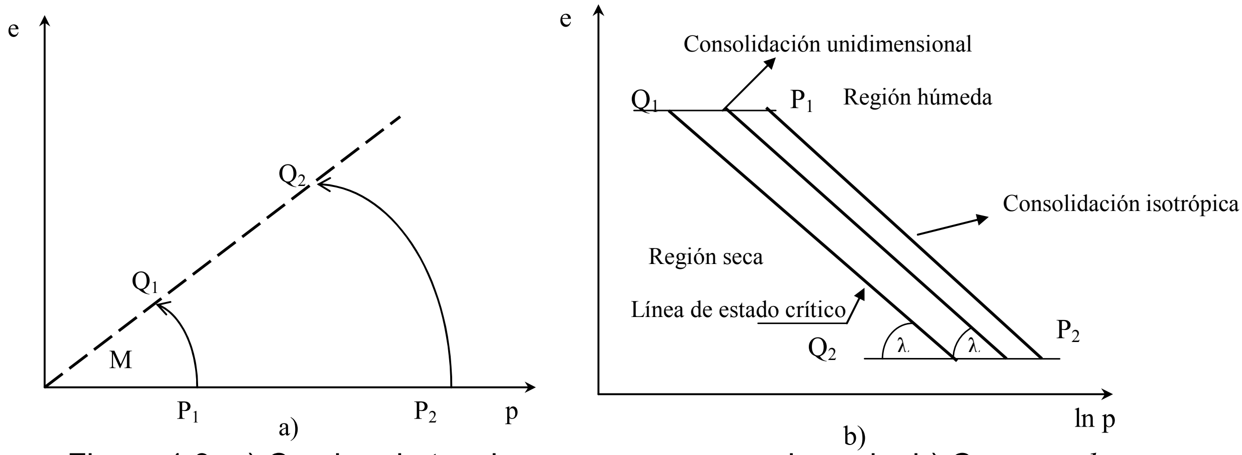


Figura 1.9. a) Camino de tensiones en ensayo no drenado, b) Curva $e - ln\,\mathrm{p}$.

En la Figura 1.9 se representa el camino de tensiones en función de la relación de vacios del suelo e (volumen de vacios sobre volumen de sólidos) y la presión volumétrica.

Cuando una muestra de suelo es ensayada al corte, el camino de esfuerzo pasa a través de numerosas superficies de fluencia (capas de endurecimiento), causando deformaciones plásticas, hasta que el suelo alcanza una relación de vacíos crítica, la que permanece constante para deformaciones posteriores. Esta relación de vacíos se denomina “relación de vacíos crítica” [Casagrande (1936)].

Roscoe et al. (1968), en base a una serie de ensayos triaxiales drenados y no drenados y la observación de este fenómeno obtienen la curva de consolidación isotrópica, la que representada en la forma $e - ln\,\mathrm{p}$, denominada “línea de estado crítico”, la que a su vez, es paralela a la línea de consolidación isotrópica.

La Figura 1.10, muestra la línea de estado crítico (L.E.C.), en la cual, la pendiente de la línea $\mathrm{q} - \mathrm{p}$ es el parámetro material “M” y además se observan las denominadas superficies límites ó superficies de capa del modelo.

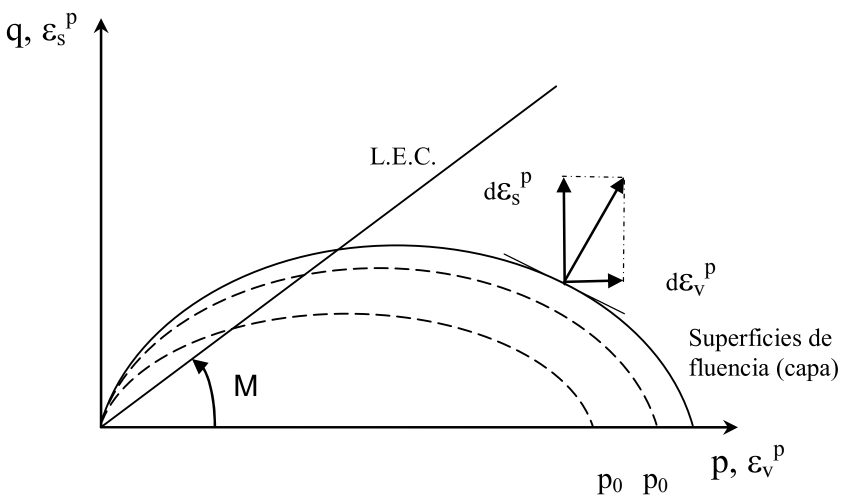


Figura 1.10. Superficies límites modelo “Cam-clay”.

La presión correspondiente a la intersección de la superficie límite con el eje de presiones es p_0 y cada una de ellas es usada para definir el endurecimiento del material.

1.3.2 Modelo tipo Capa

Basados en las ideas de Drucker et al. (1957), Di Maggio y Slander (1971) desarrollan un modelo de capa basado en una superficie de fluencia para un estado tridimensional de tensiones y en el que se restringe el rango del endurecimiento del material por fricción al plano triaxial.

El nombre de “capa” deriva de la forma elíptica de la superficie de fluencia.

La superficie de fluencia fija, que se considera como estado último, se expresa como [Di Maggio y Slander (1971)]

$$f_1\left(I_1, \sqrt{J_{2D}}\right) = 0 \qquad (1.15)$$

La superficie de capa:

$$f_2\left(I_1, \sqrt{J_{2D}}, k_1\right) = 0 \qquad (1.16)$$

Donde, I_1 es del primer invariante de tensiones, J_{2D} el segundo invariante del tensor desviador de tensiones y el parámetro k_1 está definido por la historia de la deformación, usualmente la deformación plástica volumétrica, por lo que los puntos de la superficie límite tienen igual deformación volumétrica.

Durante estas dos décadas, se incrementan las investigaciones en la descripción de las diferentes propiedades de lso suelos, para estados de compresión y extensión con distintos rangos de endurecimiento, la influencia de la presión principal intermedia, el comportamiento plástico y la propuesta de superficies límites con funciones de curvatura suave.

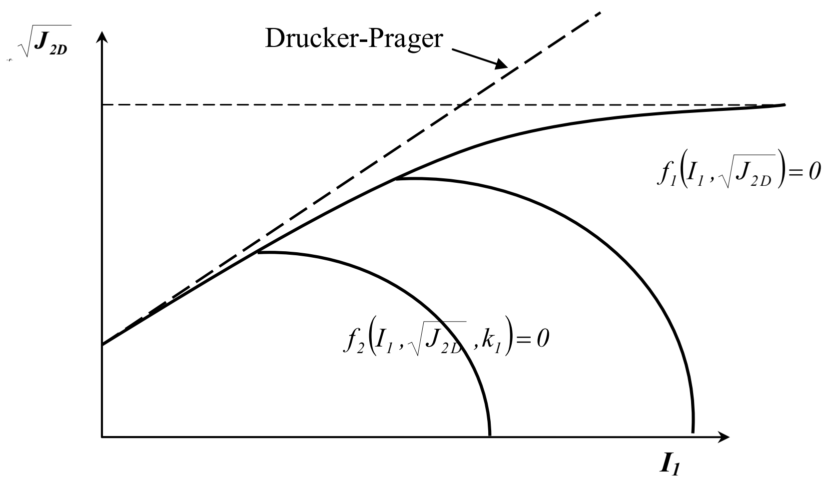


Figura 1.11. Modelo de capa.

1.3.3 Modelo de Lade

Lade (1972), en su tesis doctoral, desarrolla una condición de fluencia para suelos granulares en función del primer y del tercer invariante de tensiones.

Matzuoka y Nakai (1974), mediante una extensa serie de ensayos, formulan un criterio de fluencia similar al que propusiera Lade.

Lade y Duncan (1973) extienden el modelo original de Lade proponiendo una formulación elastoplástica basada en la expansión de la superficie límite y rigidizable energéticamente, para suelos granulares (puramente friccionales como las arenas).

La función propuesta para la superficie de falla, basada en ensayos experimentales de la arena de Monterrey es

$$I_1^3 - \kappa_1 J_3 = 0 \qquad (1.17)$$

Donde $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ es el primer invariante del tensor de tensiones, $J_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$ el tercer invariante del tensor de tensiones y κ_1 constante que depende de la densidad del material. Los modelos basados en esta expresión se denominan como teoría κ.

La expansión de la superficie de fluencia se define por la función, conocida como parámetro de rigidización

$$f = \frac{I_1^3}{J_3} \qquad (1.18)$$

Los valores de f varían con la carga desde 27 para el estado hidrostático hasta un valor final de $\kappa_1 > 27$ cuando se llega a la rotura [Jiménez Salas et al. (1981, b), Yang et al. (2003), (2004)].

La función de potencial plástico se expresa como:

$$Q = I_1^3 - \kappa_2 J_3 \qquad (1.19)$$

La función de potencial plástico es de igual forma que la de fluencia en el plano octaédrico, es decir una formulación asociada. Para el caso contrario de ser diferentes se obtiene una formulación no asociativa.

La proyección de las funciones en el espacio σ_1 - $\sqrt{2}\,\sigma_3$ es una línea recta. Posteriormente, la función de fluencia fue modificada para obtener superficies curvas y constituye la denominada teoría η [Desai et al. (1984)].

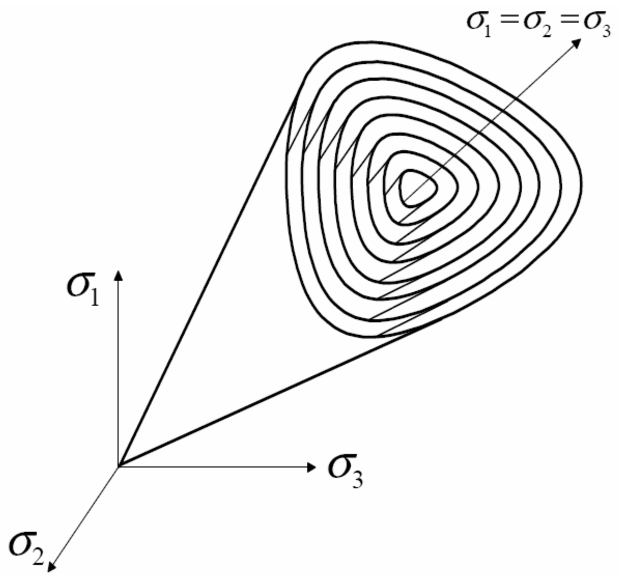


Figura 1.12. Superficies de fluencias del modelo de Lade-Ducan en el espacio de tensiones principales.

1.3.4 Modelos Constitutivos de Estado Crítico

1.3.4.1 Modelo de Barcelona

Los trabajos pioneros en cuanto a la evaluación y predicción del comportamiento de los suelos parcialmente saturados datan de las importantes contribuciones hechas por Jennings y Burland (1962), Barden (1965), Matyas y Radhakrishna (1968) y Fredlung y Morgenstern (1977).

Todos ellos demostraron que el uso del concepto de presión efectiva original de Terzaghi para suelos saturados, no resuelve satisfactoriamente los diferentes aspectos de los suelos parcialmente saturados.

El desarrollo de modelos constitutivos para suelos parcialmente saturados es más reciente y su comportamiento de alta complejidad y variabilidad ha motivado la formulación de gran número de modelos constitutivos que dependen de diferentes idealizaciones matemáticas.

Coleman (1962), Bishop y Blight (1963), Matyas y Radhakrishna (1968), Barden et al. (1969), Aitchinson y Woodborn (1969), Fredlund y Morgerstern (1977), entre otros propusieron diferentes variables tensionales, siendo la presión neta $(\sigma - p_a)$ y la succión $(p_a - p_w)$, como variables independientes, las más frecuentemente empleadas.

Fredlund y Morgerstern (1977) plantean el equilibrio de las diferentes fases de un suelo no saturado y obtienen que, si se consideran las partículas sólidas incompresibles se puede determinar completamente su estado tensional a partir de cualquiera de las siguientes parejas de tensiones

$$(\sigma_{ij} - p_a\delta_{ij}) \quad y \quad (p_a - p_w)\delta_{ij} \tag{1.20}$$

$$(\sigma_{ij} - p_w\delta_{ij}) \quad y \quad (p_a - p_w)\delta_{ij} \tag{1.21}$$

$$(\sigma_{ij} - p_a\delta_{ij}) \quad y \quad (\sigma_{ij} - p_w\delta_{ij}) \tag{1.22}$$

Donde: δ_{ij} es el delta de Kronecker.

Bajo la premisa, "Un conjunto aceptable de variables de estado de tensión (ó parejas de tensiones anteriores) independientes, son aquellas que no producen distorsión ni cambios de volumen de un suelo, cuando las componentes individuales de dichas variables de estado tensional $(\sigma_{ij}, p_a\delta_{ij}\ y\ p_w\delta_{ij})$ se modifican, pero las variables en sí mismas se mantienen constantes".

Los autores citados realizan los denominados "test nulos", que consisten en ensayos edométricos y triaxiales con un caolín, para comprobar esta premisa y concluyen que cualquiera de las tres parejas anteriores se pueden considerar como efectivas, cuyo cambio y solo él, produce variaciones en el estado del suelo.

Fredlund (1979) concluye que la pareja más conveniente es $(\sigma_{ij} - p_a\delta_{ij})$ y $(p_a - p_w)\delta_{ij}$, es decir la presión neta y la succión, que son las variables tensionales independientes adoptadas en esta tesis.

Es importante resaltar que el efecto de la matriz de succión y la presión neta inducida por la carga externa sobre las partículas en sus puntos de contacto, son desacoplados [(Vinale et al. (2001), Cho y Santamarina (2001)].

La propuesta de Bishop (1959) de una presión "efectiva" en suelos parcialmente saturados, ec. (1.6), a pesar de su uso común tiene sus limitaciones pues mezcla aspectos de lo local con lo global del medio [Fredlund y Rahardjo (1993)].

En este apartado se desarrollan en forma resumida dos modelos constitutivos para suelos parcialmente saturados basados en la teoría clásica de la plasticidad rigidizable y de estado crítico. Estos modelos son: el de Alonso, Gens y Josa (1990) y el modificado del anterior por Wheeler y Sivakumar (1995). Ambos modelos utilizan como referencia al modelo Cam-Clay modificado propuesto por Roscoe et al. (1968).

Desde el punto de vista teórico, la introducción de los conceptos básicos para la formulación de un modelo para suelos no saturados fue realizada por Alonso, Gens y Hight (1987).

De acuerdo a esa formulación matemática propuesta es posible identificar tres condiciones básicas que definen las características fundamentales del modelo propuesto:

- Adopción de dos variables del estado tensional independientes:
  La presión total neta $(\sigma - p_a)$ y la succión $s = (p_a - p_w)$
- Definición de una superficie de fluencia "Carga-Colapso" (LC)
- Consistencia con modelos de suelos convencionales

Se denomina colapso, como fue descrito anteriormente, al fenómeno según el cual se producen deformaciones irrecuperables de volumen debido a un aumento del grado de saturación del suelo, manteniendo constante el estado de tensiones externo.

Las deformaciones volumétricas debidas tanto a la acción de cargas externas como al colapso por humedecimiento se vinculan por la formulación de la superficie de fluencia carga colapso (Loading-Collapse, LC). La adopción de esta superficie LC indica que la deformación irreversible desarrollada durante la carga a succión constante tiene similares efectos en la estructura del suelo que el colapso por humedecimiento.

El modelo constitutivo para suelos parcialmente saturados basado en la teoría de estado crítico propuesto por Alonso, Gens y Josa (1990) es conocido como modelo de Barcelona.

En este modelo, las variables adoptadas son

- Presión neta media $$p_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} - p_a \tag{1.23}$$
- Tensión desviadora $$q = \sigma_1 - \sigma_3 \tag{1.24}$$
- Succión $$s = (p_a - p_w) \tag{1.25}$$

Y una función que depende de esas variables que es el volumen específico

$$v = 1 + e \tag{1.26}$$

Donde e es la relación de vacíos.

Para extender el modelo para el estado triaxial de tensiones, adoptan la superficie de fluencia del modelo tipo Cam-Clay, donde dicha superficie límite es una elipse para succión constante. Cuando se alcanza la saturación, succión nula $(s = 0)$, el modelo coincide con el Cam-Clay modificado, como se indica en Figura 1.13.

Un aumento de la succión provoca un incremento de la cohesión del suelo, es decir la intersección de la línea de estado crítico (CSL) en el espacio (q, p) con el eje q. La pendiente M de las líneas de estado crítico se considera constante y no dependiente de la succión y es la misma que la que tiene el suelo en estado saturado.

La intersección de las superficies de fluencia con el eje p tiene la expresión

$$p = -p_s = -k\, s \tag{1.27}$$

Donde k es un parámetro que indica la tasa de aumento de la cohesión con la succión.

Basados en el concepto de estado crítico y en resultados de ensayos experimentales con carga isotrópica y ensayos edométricos con succión controlada, proponen una función límite en el espacio de presiones netas y succión definida como curva Carga-Colapso (LC).

La superficie de fluencia carga colapso propuesta es de tal forma que presenta un dominio elástico pequeño en condición de suelo saturado y que se incrementa, aumentando dicho dominio de comportamiento elástico al incrementarse la succión, es decir cuando el suelo pierde humedad.

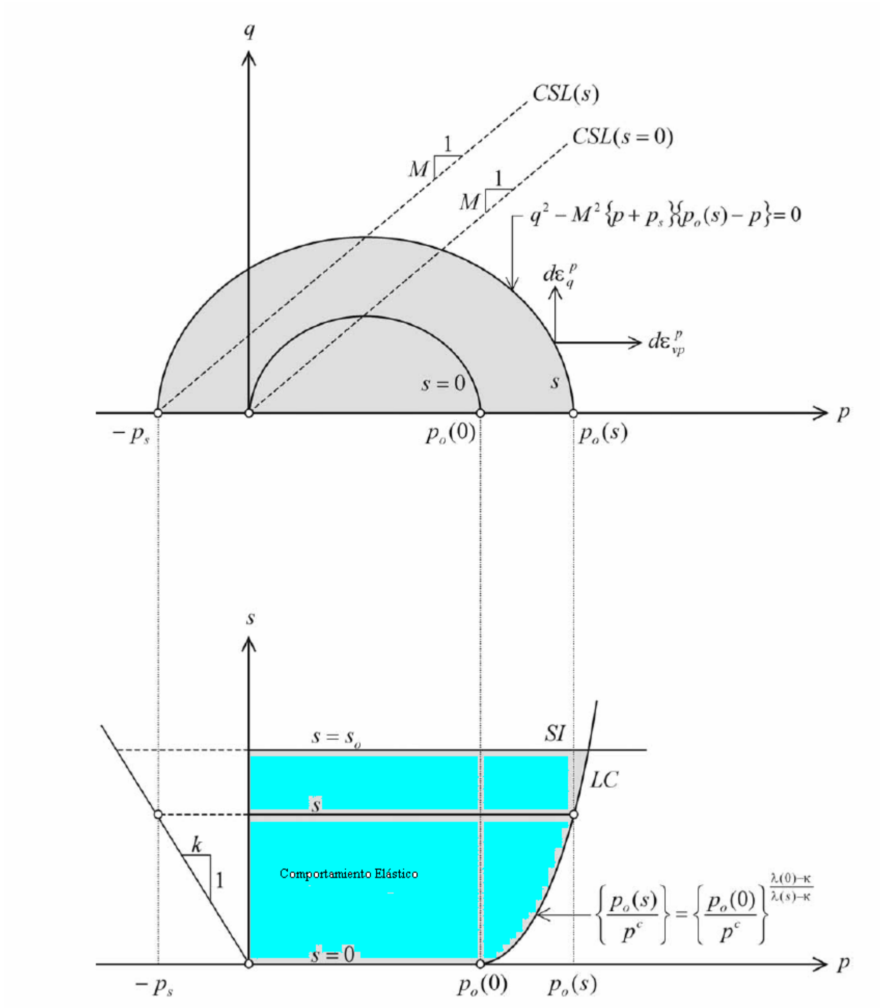


Figura 1.13. Superficies de fluencias del modelo (Alonso et al. (1990)).

Por lo tanto, en el modelo, la deformación del suelo parcialmente saturado se describe en función de la tensión neta y de la succión, en el marco de un criterio de "*estado crítico*" y con variables de endurecimiento en función del trabajo plástico desarrollado.

La expresión de la superficie de fluencia en el espacio (q,p), correspondiente a un valor de s, es

$$\mathrm{q}^2 - M^2(\mathrm{p}+\mathrm{p_s})(\mathrm{p_0}(s)-\mathrm{p}) = 0 \qquad (1.28)$$

Una característica que distingue al modelo es el decrecimiento del parámetro de rigidez $\lambda(s)$ con el incremento de la succión de matriz s y se expresa

$$\lambda(s) = \lambda(0)[(1-\mathrm{r})\exp(-\beta\, s)+\mathrm{r}] \qquad (1.29)$$

Donde $\mathrm{r} = \lambda(s \to 0)/\lambda(0)$ y β es el parámetro que controla la tasa de incremento de la rigidez del suelo con la succión.

Se define la superficie de fluencia Carga-Colapso (LC), como un conjunto de tensiones de fluencia $p_0(s)$ asociadas con cada valor de la succión

$$\left\{\frac{p_0(s)}{p^c}\right\} = \left\{\frac{p_0(0)}{p^c}\right\}^{\frac{\lambda(0)-\kappa}{\lambda(s)-\kappa}} \quad (1.30)$$

Donde p^c es la presión media de preconsolidación en condiciones saturadas.

La segunda característica que distingue al modelo es que asume regla de flujo no asociada en la dirección del incremento de las deformaciones plásticas de corte $d\varepsilon_q^p$ en el plano (q,p)

$$\frac{d\varepsilon_q^p}{d\varepsilon_{vp}^p} = \frac{2\alpha q}{M^2\left[2p + p_s - p_0(s)\right]} \quad (1.31)$$

Donde $d\varepsilon_{vp}^p$ es el incremento de la deformación plástica volumétrica.

Su trabajo puede ser reconocido como una de las primeras formulaciones más comprensivas para suelos parcialmente saturados que incorpora el comportamiento de humedecimiento y colapso.

1.3.4.2 Modelo de Oxford

Wheeler y Sivakumar (1995) presentan una formulación similar al modelo de Barcelona, pero adoptando puntos de inicio diferentes. El modelo asume que todas las variaciones de los parámetros materiales con la succión se adoptan de acuerdo a resultados experimentales, incluso la inclinación e intersección de la línea de estado crítico (CSL) en el plano (q,p) y los parámetros de rigidización del suelo en el plano (v,p).

Una descripción más detallada del modelo se puede consultar en Sivakumar (1995) y en Wheeler y Sivakumar (1995).

El modelo postula una función de fluencia Carga-Colapso (LC) en el plano (p,s) de la forma

$$[\lambda(s)-\kappa]\ln\left[\frac{p_0(s)}{p_{at}}\right] = [\lambda(0)-\kappa]\ln\left[\frac{p_0(0)}{p_{at}}\right] + N(s) - N(0) + \kappa_s\left[\frac{s+p_{at}}{p_{at}}\right] \quad (1.32)$$

Donde incorpora a la presión atmosférica p_{at} (101 kPa) como presión de referencia. El significado físico de los parámetros se indica en la Figura 1.14.

En contraste con el modelo de Barcelona, asume regla de flujo asociada para predecir el desarrollo de los incrementos de las deformaciones plásticas de corte $d\varepsilon_q^p$, de la forma

$$\frac{d\varepsilon_q^p}{d\varepsilon_{vp}^p} = \frac{q}{M^2(p - p_x)} \quad (1.33)$$

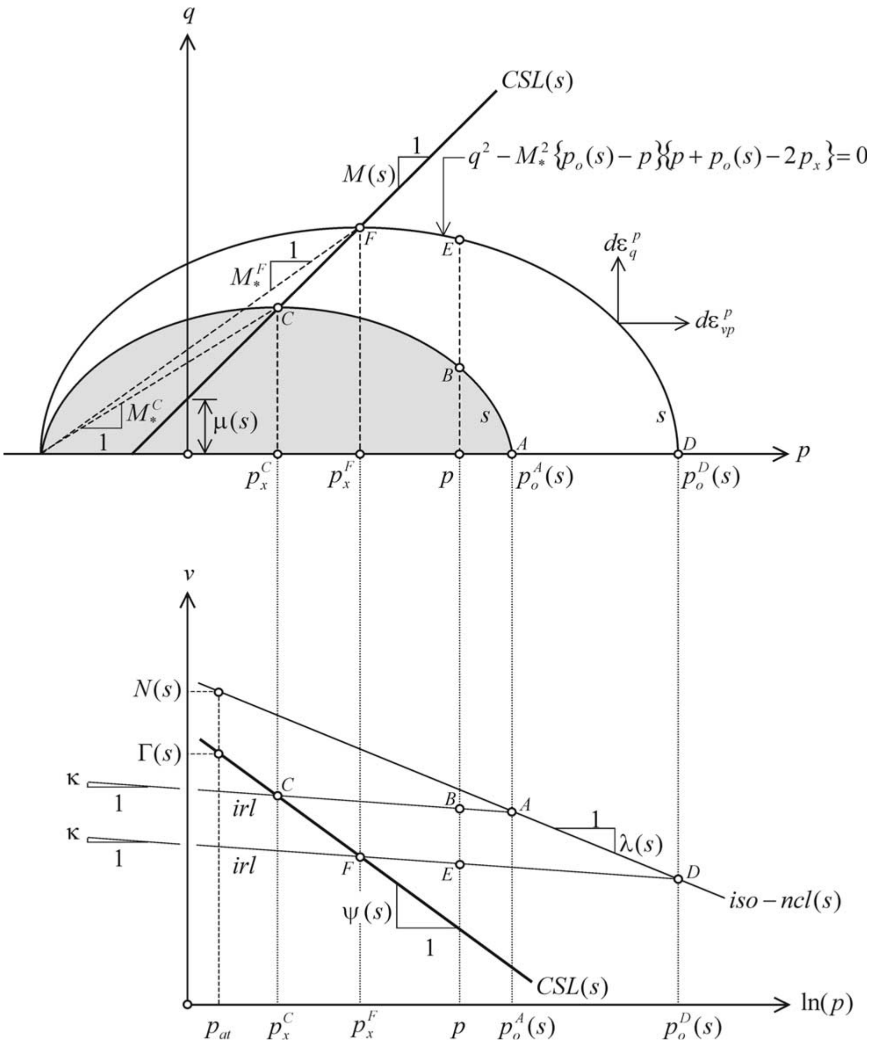


Figura 1.14. Superficies de fluencias del modelo de Oxford.

Macari et al. (2003) presentan un detallado estudio comparativo de estos dos modelos constitutivos, el de Barcelona y el de Oxford, mediante la simulación numérica de ensayos de compresión triaxiales convencionales con succión controlada comparando la respuesta con la obtenida en ensayos experimentales.

La implementación numérica la realizan mediante técnicas de integración explícita e implícita, empleando algoritmos numéricos para el camino de carga en el plano desviatórico mediante control mixto.

1.3.4.3 Modelo de Kohgo et al.

Kohgo et al. (1995), con el fin de lograr la transición del estado saturado a parcialmente saturado, presentan una variación en el estudio del efecto de la succión y la influencia que tiene la condición de saturación en suelos no saturados, basando en los resultados experimentales obtenidos por van Genuchten [Feng (2007)].

Dividen esta condición en tres partes, como se indica en Figura 1.15: 1) Saturación insular, el aire se encuentra en forma de burbujas dentro del líquido que llenan los vacíos, 2) Saturación borrosa, como situación intermedia donde, en los poros más pequeños el agua está en la primera condición mientras que en los poros de mayor tamaño del suelo el agua se encuentra de manera capilar formando meniscos alrededor de los granos y 3) Saturación pendular, en todos los poros del suelo solo existe agua capilar con formación de meniscos.

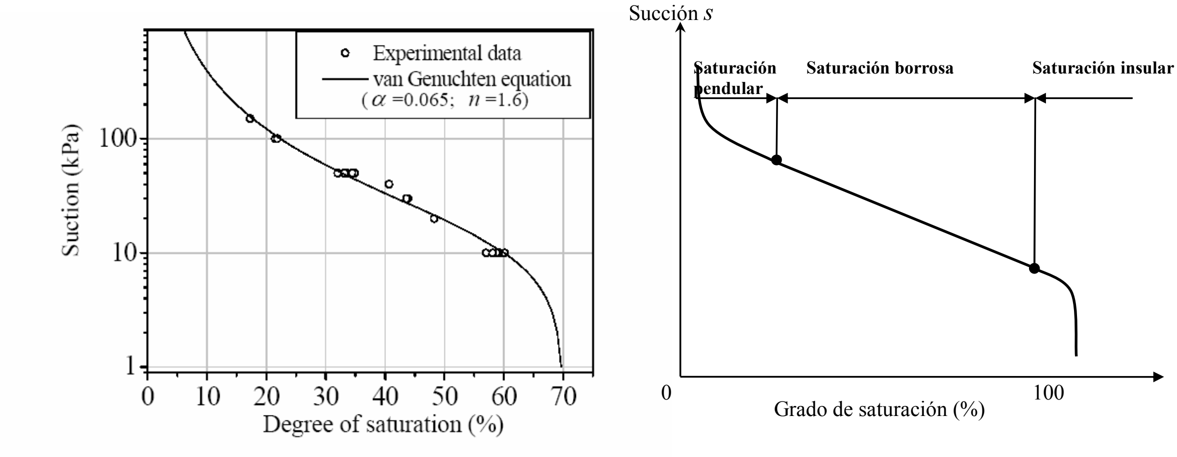


Figura 1.15. Condiciones de saturación de Kogho et al. (1995) y Valores experimentales [Feng (2007)]

En condición de saturación insular postula que se cumple el principio de presión efectiva de Terzaghi

$$\sigma' = \sigma - \mathrm{p_w} \tag{1.34}$$

En su postulación asume para poder aplicar este principio, que la presión del aire dentro de las burbujas ocluidas en el líquido que llenan los vacíos es igual a la presión del líquido. Para la condición de saturación pendular, en la que solo existe agua en los poros formando meniscos alrededor de los puntos de contacto de las partículas sólidas, las fuerzas capilares se incrementan con aumento de succión. Un incremento de esas fuerzas capilares induce el incremento de la tensión de fluencia y la resistencia a las deformaciones plásticas. Este efecto de la succión se estima por medio de la superficie de estado formulada por Matyas y Radhakrishna (1968).

Con estos postulados define

Succión $$s = (\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w}) \tag{1.35}$$

Succión efectiva $$s^* = \langle \boldsymbol{s} - \boldsymbol{s_e} \rangle \tag{1.36}$$

Presión neta media $$\mathrm{p} = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} - \mathrm{p}_a \tag{1.37}$$

Presión media efectiva $$p' = \frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_3}{3} \tag{1.38}$$

Tensión desviadora $$q = \sigma_1 - \sigma_3 \tag{1.39}$$

Dicha superficie de estado planteada en el espacio con ejes p', s^* y la relación de vacíos e se expresa como [Kohgo et al. (1993, a)]

$$e = -\lambda^* \log p' + \Gamma^* \tag{1.40}$$

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{1+y} \tag{1.41}$$

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma + e_0 \left(\frac{s^*}{a_s}\right)^{n_s}}{1+y} \tag{1.42}$$

Donde λ^* es la inclinación de la curva $e - \log p'$ en el rango plástico, Γ el valor de Γ^* en estado de saturación, s_e el punto donde comienza a actuar la succión por fase gaseosa y a_s, n_s y e_0 parámetros materiales.

La condición que se encuentra en forma transitoria entre la saturación insular y la pendular se denomina saturación borrosa, en la que los poros pequeños están saturados con valores altos de presión, mientras que los poros grandes están aún vacíos.

El comportamiento del suelo depende tanto de la parte saturada como de la no saturada y esta succión compleja produce los dos efectos que se detallan a continuación:

a) Un incremento de la tensión efectiva por el incremento de succión que se calcula

$$\sigma' = \sigma - p_{eq} \tag{1.43}$$

$$p_{eq} = p_a - s \quad \text{si} \quad (s \le s_e) \tag{1.44}$$

$$p_{eq} = p_a - \left(s_e + \frac{s_c - s_e}{s^* + a_e} s^* \right) \quad \text{si} \quad (s > s_e) \tag{1.45}$$

Donde a_e es un parámetro del material y s_c es la succión crítica.

b) La fuerza capilar debida al incremento de la succión induce el aumento de la tensión límite y la resistencia a la deformación plástica, que se evalúan mediante las ecs. (1.40) á (1.42)

El modelo constitutivo elastoplástico que describe los dos efectos mencionados anteriormente se indica en la Figura 1.16, y se formula en función de los invariantes de tensiones efectivos I_1 , J_2 y θ (ángulo de Lode).

$$f_1 = \alpha^* \, I_1 + \frac{\sqrt{J_2}}{g(\theta)} - K^* = 0 \quad ; \quad (I_0 \leq I_1 \leq P_2) \tag{1.46}$$

$$f_2 = b^{*2} \left(I_1 - I_0\right)^2 + a^2 \, \frac{J_2}{g(\theta)^2} - a^2 \; b^{*2} = 0 \quad ; \quad (I_c \leq I_1 \leq I_0) \tag{1.47}$$

Presión de fluencia $I_c = -3 \, exp\left(\dfrac{B^* - \varepsilon_v^p}{A^*} \right)$ (1.48)

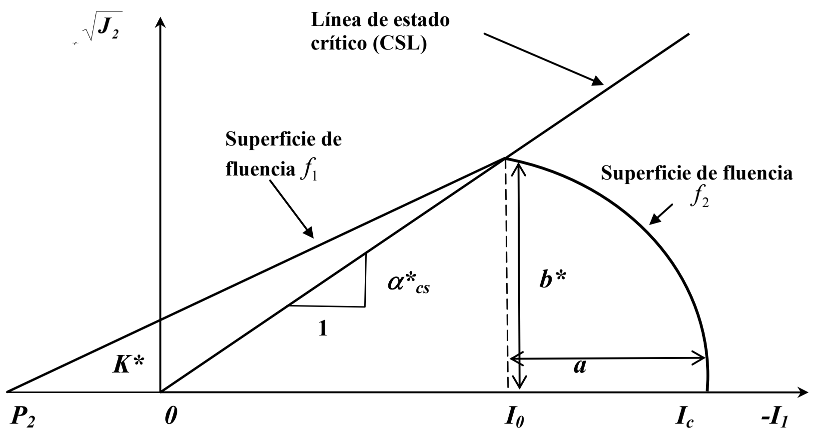


Figura 1.16. Superficies de fluencias del modelo de Kohgo et al. (1995).

En donde α^*_{cs}, a, b^*, I_0 y K^* son parámetros del modelo. La deformación plástica volumétrica ε_v^p se considera como parámetro de endurecimiento haciendo variar la intersección de la función de fluencia f_2 con el eje de presiones volumétricas I_1. Mayores detalle del modelo se pueden consultar en Kohgo et al. (1993, b).

Esta formulación induce a una diferencia en el valor de la presión de preconsolidación de la curva Carga-Colapso (LC), en la transición entre presione efectivas y presiones neta en la zona de transición, que es de fundamental importancia en la modelación de cambios de volumen bajo caminos de carga de hidráulicos [Nuth M. y Laloui L. (2008)].

Formula una función $\xi = \xi(S_r, s)$ entre el grado de saturación y la succión que garantiza la continuidad de la tangente en la curva de retención de agua, por lo que se conoce como “modelo tangencial de curva de retención de agua”.

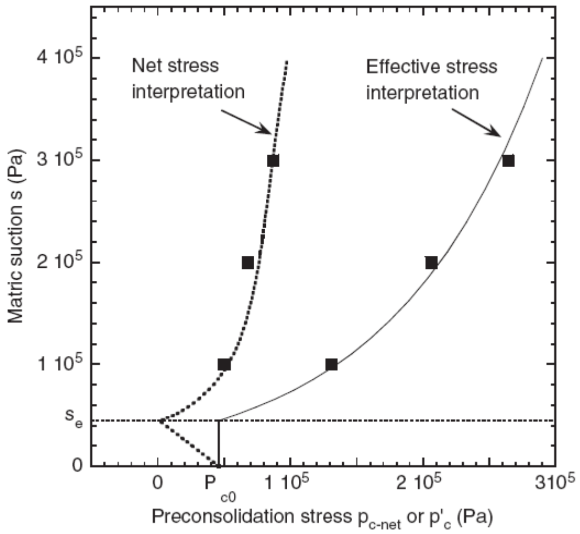


Figura 1.17. Dos interpretaciones de Curvas LC. Ensayos experimentales de Sivakumar (1993)

En este aspecto, no es sencilla la interpretación de la tensión neta y la succión en la transición del estado no saturado al saturado y es ciertamente incorrecto que aparezcan ambos en la zona saturada $(s \leq s_e)$.

Nuth M. y Laloui L. (2007), en su importante trabajo trata de unificar los diferentes conceptos ó formulaciones de la "tensión efectiva" e identificar las variables de estado tensionales definidas para suelos no saturados.

Con el objeto de lograr un criterio "generalizado", en coincidencia con Gens (1995), establece tres tipos de formulaciones:

1) Formulación con dos variables de tensiones independientes

2) Formulación en "tensiones efectivas" (Categoría 1): propuesta por Kogho et al. (1995), ecs. (1.43) á (1.46) y por Modaressi y Abou-Bekr (1994) adoptando las variables:

$$\sigma' = \sigma_n + \tilde{\mu}_I(s) \tag{1.49}$$

$$\xi = \tilde{\xi}(S_r, s) \tag{1.50}$$

Donde σ_n es la tensión neta, $\tilde{\mu}_I(s)$ es una función dependiente de la succión y ξ otra función que depende del grado de saturación S_r y la succión s .

3) Formulación en "tensiones efectivas" (Categoría 2): propuesta por Bolzon, Schrefler y Zienkiewicz (1996); Jommi y Di Prisco (1994), Sheng et al. (2004).

Esta categoría reúne las mayores formulaciones de modelos avanzados para suelos parcialmente saturados en los últimos cinco años. Se plantea que la deformación del suelo está totalmente gobernada por el principio de "tensión efectiva" de Bishop y para lograr una completa descripción del comportamiento hidráulico se le adiciona una segunda variable de tensión.

$$\sigma' = \sigma_n + \tilde{\mu}_2(s, S_r) \tag{1.51}$$

$$\xi = \tilde{\xi}(S_r, s) \tag{1.52}$$

Donde σ_n es la tensión neta, $\tilde{\mu}_1(s, S_r)$ y ξ son variables que dependen del grado de saturación S_r y la succión s .

Diversos tipos de funciones compatibles se han propuesto para las variables indicadas anteriormente, en consecuencia, la decisión tomada por el autor es una cuestión de conveniencia, siempre que se tenga en cuenta la unión y el efecto irreversible de los procesos. La mayoría de trabajos de investigación tienden, sin embargo, a formulaciones simples de las tensiones dentro de un contexto de comportamiento elastoplástico más complejo.

Uno de las primeras formulaciones de modelos constitutivos que emplean esta variable de tensión "efectiva" (tipo Bishop) denominada "tensión generalizada eficaz" σ' es la de Jommi y Di Prisco (1994), que fuera ampliada por Jommi (2000).

La tensión efectiva media se define como la diferencia entre la tensión neta y el valor medio de la presión hidrostática ponderada por el grado de saturación.

$$\sigma' = \sigma_n + S_r\ s \tag{1.53}$$

La que según los autores presenta una dependencia directa del comportamiento hidráulico reflejada por la succión y el grado de saturación y la necesidad de conocer la curva de retención de agua.

Una formulación similar es la propuesta por Bolzon et a. (1996) con diferencias en el planteo de la variable $\xi = \tilde{\xi}(S_r, s)$.

Las observaciones experimentales mostraron que un aumento de la succión es susceptible de producir dos efectos:

- En primer lugar se induce una deformación y el esfuerzo del material se rige por los cambios en los esfuerzos efectivos.
- En segundo lugar, la succión induce un endurecimiento que debe tenerse en cuenta y que es atribuido a la evolución de las fases en el suelo.

Para tratar de unir estos efectos y como no está incluido en la formulación tipo Bishop, varios autores proponen hacerlo con una segunda variable.

Otros investigadores, prefieren mantener la segunda variable tensional en forma simple e introducir un acoplamiento con una formulación elastoplástica más compleja del modelo.

Sheng et al. (2004) motivan su elección en el trabajo conjugado de tensiones y deformaciones, la que a su vez presenta ventaja en la implementación en códigos de elementos finitos, de la forma

$$\begin{pmatrix} \sigma' \\ s \end{pmatrix} \quad y \quad \begin{pmatrix} \varepsilon \\ S_r \end{pmatrix} \tag{1.54}$$

Es más, esta forma de implementación parece más ventajosa ya que la mayoría de los códigos de elementos finitos están programados para suelos saturados, lográndose una extensión a suelos no saturados.

Se debe prestar atención que la curva de secado, Figura 1.18 no es recuperada después del humedecimiento, sino que deja detrás de sí una disipación característica de la histéresis hidráulica.

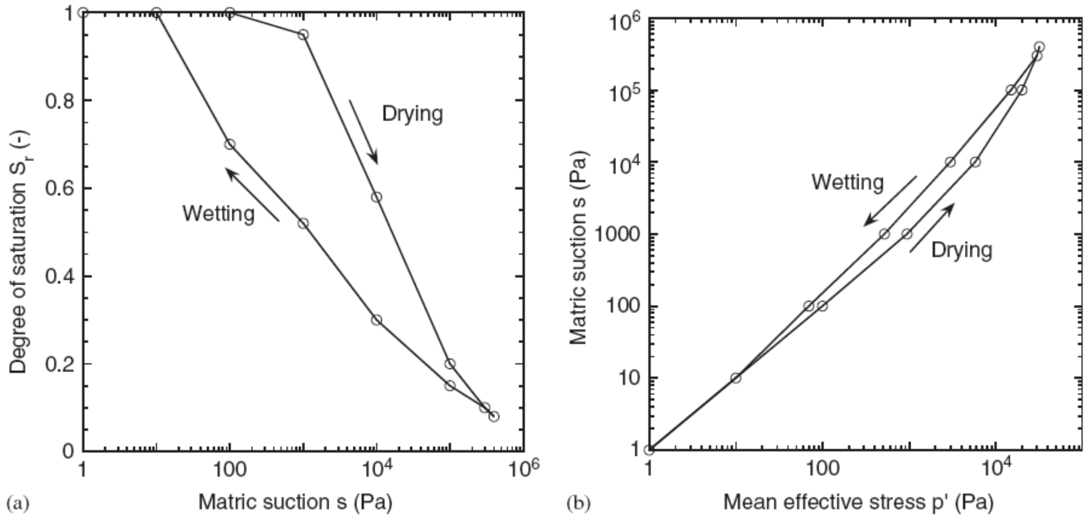


Figura 1.18. Curvas de retención de agua de un limo. Datos experimentales. Gray et al. (1993).

Obviamente, la consecuencia de la histéresis hidráulica, es que para un mismo nivel de succión, dos diferentes estados de saturación pueden obtenerse de acuerdo a la variación de dicha succión.

Aunque este efecto no se vincula directamente con el endurecimiento inducido por la succión, sin embargo el estado tensional y las deformaciones si son influidos por la irreversibilidad hidráulica, lo que demuestra la complejidad del problema.

Con la inclusión del producto de la succión por el grado de saturación dentro de la formulación del modelo en tensiones efectivas eficaces, tratan en lo posible de simular la histéresis hidráulica.

1.4 ECUACIONES DE GOBIERNO EN MEDIOS POROSOS NO SATURADOS

El comportamiento de los materiales del tipo multifases se describen dentro del marco de un desarrollo de la mecánica del continuo a través del uso de la teoría de medios porosos. Esta teoría se considera como una generalización de la teoría de Biot de mezclas de dos fases para medios porosos parcialmente saturados.

Las ecuaciones de gobierno para un medio poroso deformable, que interactúa con las fases de fluido, son derivados de la teoría de Biot (1935) aplicando el principio de la conservación de la masa para la fase sólida y la conservación de la cantidad de movimiento para todo el sistema.

Los métodos de análisis de problemas deformación en suelos no saturados emplean una formulación del flujo en medios porosos que puede ser desacoplado ó bien un enfoque hidro-mecánico totalmente acoplado.

En el primer caso, la ecuaciones de continuidad para el flujo de fluidos son resueltas asumiendo la condición de cuerpo rígido no deformable [Richard (1992), Li et al. (1995)]. La información así obtenida se utiliza para resolver la ecuación de equilibrio y cálculo de desplazamientos. Una desventaja de este enfoque es la incoherencia entre las ecuaciones de continuidad para un cuerpo rígido y las ecuaciones de equilibrio mecánico para un cuerpo deformable.

Aunque atractivo por su simplicidad, este procedimiento está claramente limitado a los suelos que no experimentan importantes cambios de volumen en el tiempo.

La formulación totalmente acoplada hidro-mecánica, es más riguroso y se basa en la ecuación de continuidad de medios deformables [Alonso et al. (1988), Loret et al. (2000)]. Estas ecuaciones se acoplan con las de equilibrio mecánico a través la tasa de deformaciones volumétricas y de la relación entre tensiones y presiones de poros, las que se resuelven simultáneamente. En comparación a un enfoque desacoplado, este tipo de formulación es conceptualmente más completa y se ha convertido en una corriente importante en el análisis de la deformación de los suelos no saturados.

Las ecuaciones matemáticas para el flujo en un suelo no saturado, son derivadas de principios físicos y principios termodinámicos, y diferentes tipos de formulaciones se han presentado en la literatura [Alonso et al. (1988), Gatmiri et al. (1995)]. Estos contienen por lo menos tres conjuntos de ecuaciones diferenciales parciales: para el equilibrio mecánico, para el flujo de agua en los poros, y para el flujo de aire en los poros.

Otras formulaciones consideran también la posibilidad de otros procesos como la transferencia de calor y el transporte de productos químicos componentes (poluentes) (Di Rado (2007).

Feng (2007) desarrolla un modelo con formulación del flujo de la fase líquida y gaseosa basado en la ley de Dracy aplicada a medios no saturados, en donde la permeabilidad se considera una función del grado de saturación y de la relación de vacíos. La ecuación de balance del momento de cada fase está basada en los principios de teoría de mezclas de Truesdell (1984).

Schrefler (2001), propone un marco teórico para modelar problemas geomecánicos por medio del método de los elementos finitos (MEF), asumiendo que el medio poroso es un sistema multifase , donde los vacíos intersticiales de la matriz sólida (fase sólida) está ocupados con agua (fase líquida), vapor de agua y aire seco (fase gaseosa) y contaminantes. Estos contaminantes pueden ó no mezclarse con la fase líquida; si no se mezclan se considera como una fase adicional (fase inmiscible).

Si bien estos aspectos más complejos con varias fases líquidas son, sin duda, importantes para ciertos problemas de ingeniería, especialmente de contaminación, no serán considerados en esta tesis.

Cuando se discretiza el problema por medio del método de los elementos finitos, las ecuaciones que gobiernan el flujo en un medio poroso parcialmente saturado dan lugar a un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.

Debido a la naturaleza elastoplástica de la estructura del suelo, y la dependencia de la succión con el grado de saturación y la permeabilidad, todos los coeficientes de las matrices en estas ecuaciones no son lineales.
Esto es claramente diferente de la formulación estándar de la consolidación en un suelo saturado, donde sólo la matriz de rigidez elastoplástica es no lineal.

Las ecuaciones que rigen para suelos no saturados también se distinguen de las de un suelo saturado en el sentido de que suelen ser asimétricos y mal condicionada [Sheng et al. (2003, a)].

Debido al relativamente reciente desarrollo de un marco teórico sólido para la modelización del comportamiento de suelos no saturados, muy poca investigación se ha llevado a cabo sobre la aplicación de modelos avanzados para medios porosos no saturados en códigos de elementos finitos.

Thomas et al. (1997), por ejemplo, utiliza una formulación de punto medio implícito que resulta ser estable para problemas de flujo acoplados no lineales con temperatura. Gatmiri et al. (1995) utiliza el método θ más general para la resolución por pasos. Aunque ambos procedimientos se han aplicado a problemas no lineales, su exactitud, robustez y eficiencia no son grandes. Además, todos estos métodos estándar requieren que el usuario seleccione los pasos de tiempo. Esto a menudo conduce a soluciones poco precisas ó ineficaces.

En su forma generalizada, la deformación de los suelos no saturados implica el flujo de los fluidos en los poros, el equilibrio mecánico, la transferencia de calor y, posiblemente, el transporte de componentes químicos.

Un modelo global que incluye todos estos aspectos es complejo y requiere una gran cantidad de parámetros materiales. Para formular una teoría más accesible a los problemas ingenieriles prácticos, es necesario aislar a los procesos más importantes y aproximar el efecto de los demás. La temperatura, por ejemplo, principalmente afecta la velocidad del cambio de fase del fluido en los poros, excepto en los casos en que las tensiones debidas a la temperatura son significativos, como en el caso de depósitos de residuos nucleares. Esto sugiere que es posible tratar la temperatura como un parámetro o, en caso contrario, resolver el problema independientemente de la ecuación de transferencia de calor.

Igualmente, es también posible considerar la presión del aire en los poros como una constante en la mayoría de los problemas ingenieriles. El cambio de fase entre el líquido y el vapor en los poros puede ser convenientemente modelada con apropiadas condiciones de borde [Sheng et al. (2003, a)].

Por lo tanto, las formulaciones más simples que captan las características principales del comportamiento tenso deformacional de suelos no saturados, se basan en el principio de conservación de la masa y equilibrio mecánico del volumen total del suelo.

En ellas, la ecuación de continuidad del flujo (Principio de conservación de la masa) y la ecuación de equilibrio de la mecánica del sólido, vienen dadas por

$$div(\rho_w \, \mathrm{v}) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho_w \, n \, S_r) = 0 \tag{1.55}$$

$$\nabla^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \tag{1.56}$$

(Para el caso de que la aceleración es nula $\frac{d\,\mathrm{v_i}}{dt} = 0$)

Donde ρ_w es la densidad del fluido en los poros, n es la porosidad, S_r el grado de saturación, v es el vector velocidad según Darcy, ∇ es el operador diferencial, $\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de tensiones de Cauchy y $\mathbf{b}$ es el vector fuerza del cuerpo.

El desarrollo de tal modelo hidromecánico también puede proporcionar una buena plataforma para hacer frente a problemas más generales, incluidos aquellos con variación térmica y con efectos químicos [Sheng et al. (2003, a), Richards (1995), Richards et al. (1995), Gräsle et al. (1995)].

1.5 FORMULACIONES ELASTOPLASTICAS Y SU IMPLEMENTACION NUMERICA

Una clase importante, que posee una larga tradición en el modelado de materiales constitutivos complejos, son las formulaciones basadas en la *teoría del flujo de la plasticidad*. Para su implementación numérica, las relaciones constitutivas de los modelos elastoplásticos, requieren de un tratamiento adecuado de la condición de carga y descarga en la integración de las ecuaciones diferenciales con incrementos de carga que son realmente finitos.

Dependiendo de cada aplicación, el control de las variables puede ser de las siguientes maneras: control total de deformaciones, control de tensiones ó bien con control mixto. Debido al importante rol que cumplen las deformaciones en las formulaciones de los elementos finitos, la mayoría de estos modelos están basados en un verdadero control de deformaciones.

Los modelos para materiales porosos basados en la teoría del flujo de la plasticidad que incorporan la dependencia de las variables de estado en la presión y la succión son considerados los que más apropiadamente representan el particular comportamiento de estos materiales, en especial de los cohesivo-friccionales, por la existencia de deformaciones inelásticas debidas a tensiones de corte y/o presiones volumétricas.

Como contrapartida, estas teorías constitutivas poseen una gran complejidad matemática, en particular la relacionada con la ley del flujo, las leyes de endurecimiento-ablandamiento (dependiente de la deformación inelástica o del trabajo de disipación plástica) y la función de potencial plástico que describe indirectamente el comportamiento volumétrico del material. Adicionalmente, se presenta la complejidad numérica relacionada con la integración temporal de las ecuaciones diferenciales altamente no lineales y con fuerte acoplamiento que resultan, para la solución de incrementos de tensiones en función de incrementos de deformaciones realmente finitos.

En lo relacionado a la formulación de modelos para suelos parcialmente saturados se destacan las contribuciones de Kohgo et al. (1993, b), Wheeler y Sivakumar (1995), Fredlund (1996) , Gatmiri y Moussavi (1996), Thomas y He (1997) y Sheng et al. (2004).

Aun con estas importantes contribuciones existen al presente preguntas abiertas relevantes, relacionadas con los siguientes puntos:

- Formulación del criterio de carga plástica y descarga elástica para estados de succión variables.
- Solución analítica o numérica de la condición de consistencia incremental extendida por la presencia de la succión, la cual deberá satisfacer la presencia de una o más superficies de deslizamiento plástico que se activan simultáneamente.
- Estabilidad y precisión incremental.
- Eficiencia del algoritmo adoptado especialmente en puntos singulares de las superficies.

Los métodos más usados en la resolución de la integración de la ecuación constitutiva se pueden clasificar en dos categorías: implícitos y explícitos.

Los métodos implícitos en general, con el esquema del predictor elástico y corrector plástico, como extensión de la estrategia original de “retorno Radial” de Wilkins (1964), resuelven las ecuaciones constitutivas no lineales por iteración y son por lo general exactos pero difíciles de aplicar, ya que requieren de segunda derivadas del potencial plástico evaluadas dentro del rango del estado tensional. Por otra parte, no son especialmente robustos y necesitan de procedimientos especiales cuando el proceso de iteración no converge.

Los métodos explícitos son robustos en general, pero dependen mucho de su implementación numérica. En su forma más simple, estos procedimientos usan los gradientes de la función de fluencia y del potencial plástico en el inicio del incremento de la deformación, y su precisión sólo puede ser controlada por subdivisión de los incrementos de deformaciones en subincrementos [Sloan (1987), (Wissman et al. (1983)].

El relativo rendimiento de ambos métodos es dependiente en gran medida del modelo constitutivo. Si bien los métodos para la integración de modelos constitutivos para suelos saturados han sido bien estudiados, la investigación sobre algoritmos numéricos para la evaluación de las relaciones constitutivas de los suelos no saturados es muy limitada.

Las relaciones constitutivas de estos últimos son bastante distintos de los primeros, ya que implican diferentes variables de estado de tensiones, diferente comportamiento plástico de fluencia y con distintas leyes de endurecimiento. Por ejemplo, en muchos modelos constitutivos para suelos no saturados, la succión es tratada como una variable adicional del estado tensional, aunque puede ser obtenida directamente de las ecuaciones globales de la misma manera que los desplazamientos o las deformaciones.

Esta característica puede causar dificultades computacionales adicionales a los esquemas tradicionales de integración de tensiones.

Vaunat et al. (2000) presenta un esquema de integración implícito basado en el método de proyección al punto mas cercano.

Por otro lado, Zhang et al. (2001) extienden el algoritmo de retorno mapeado implícito de Simo y Taylor para integrar el modelo constitutivo para suelo no saturado de Bolzon et al. (1996).

Como estas formulaciones ignoran la tasa de la succión en la condición de consistencia, esta variable no se encuentra en la relación tensión deformación (que son función exclusiva de la tensión y de la tasa de deformación). Esto se traduce en una relación tensión deformación similar a las formulaciones para un suelo saturado, salvo que algunos parámetros, tales como el módulo de plástico están influidos por la succión variable.

Aunque esta formulación de las ecuaciones constitutivas simplifica enormemente el esquema de integración de tensiones, no es matemáticamente riguroso.

Es de destacar que los esquemas de integración implícitos (de uno o de multipasos) son más robustos y versátiles para emplearse en aquellos casos en que la naturaleza de las cargas es altamente variable. Uno de estos esquemas más frecuentemente empleado es una generalización del método de retorno de Backward Euler para superficies de fluencias convexas arbitrarias, conocido como "Método de proyección la punto más cercano" (*Closet Point Projection Method*, CPPM). Fue propuesto primero y analizado matemáticamente por Johnson (1976) en base a una formulación convexa en conjunción con la teoría plástica de la deformación total de Hencky.

Fröier y Samuelsson (1978), implementaron los algoritmos para plasticidad -J_2 y por otra parte, Runesson et al. (1986) lo extendieron al caso del criterio de Tresca.

Un caso especial de CPPM incluyendo el algoritmo de Retorno Radial para el criterio de Von Mises en el espacio general de tensiones lo propone Wilkins (1964).

Sobre la base del CPPM, Simo y Taylor (1985) y Runesson et al. (1986), desarrollaron el denominado algoritmo del operador tangente consistente obtenido por "linearización consistente" de la función de respuesta para el criterio de plasticidad -J_2 [Etse y Willam (1996)].

En lo referente a las soluciones e implementaciones numéricas de modelos que incorporan la succión en sus ecuaciones constitutivas, se han realizado recientemente trabajos destacados debidos a Lloret y Khalili (2000), Macari, Hoyos y Arduino (2003) y Sheng, Sloan, Gens y Smith (2003).

La introducción de múltiples superficies de fluencia, por ejemplo los modelos con superficies límites de "cono" y "capa", como el formulado en esta tesis, con distintos criterios de endurecimiento y ablandamiento incrementan notablemente la complejidad involucrada en el proceso de integración de tensiones.

Es importante destacar que, aun cuando las contribuciones al presente son numerosas en la modelación de suelos parcialmente saturados y su implementación numérica, no existe al presente un modelo suficientemente general que cubra todas las diferentes condiciones friccionales y cohesivas que pueden presentar estos materiales, y mas aun, que evalúen detalladamente la influencia de integraciones numéricas basadas en estrategias multipasos.

En estas, la solución del incremento de tensiones se desglosa en diferentes planos de la superficie de tensiones y también se separa la integración o actualización de las variables de estado tensional.

Esta es una cuestión a tratar en la tesis, con el objetivo de lograr tasas de convergencia superiores en pasos realmente finitos de cargas/deformaciones.

1.6 LOCALIZACIÓN DE DEFORMACIONES Y BIFURCACIÓN

1.6.1 Indicadores de pérdida de estabilidad

Los materiales friccionales sometidos a procesos inelásticos provocados por la acción de desplazamientos impuestos, exhiben después de un cierto límite un fenómeno denominado ablandamiento. Durante un proceso de carga este ablandamiento se presenta físicamente como una disminución en la magnitud de la tensión acompañado de un incremento de las deformaciones.

Este concepto ha sido expresado por Valanis (1985) de la forma

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} < 0 \tag{1.57}$$

Donde $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ es la tasa del tensor de tensiones de Cauchy y $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ es la tasa del tensor de deformaciones.

La pérdida de estabilidad material instantánea fue definida por Hill como

$$d^2 W = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} : \mathbf{E}_{\mathrm{ep}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \leq 0 \quad \forall\, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \neq 0 \tag{1.58}$$

Siendo d^2W el funcional de densidad de trabajo interno de segundo orden y $\mathbf{E}^{T}{}_{\mathrm{ep}}$ el operador material elastoplástico tangente.

El segundo postulado de estabilidad de Drucker define la estabilidad local del comportamiento de un punto de un sólido sometido a un estado tenso-deformacional, que está relacionado con el axioma de la máxima disipación plástica. Si un punto de un sólido sometido a un estado de tensiones $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}\left(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}, \mathrm{k}\right)$ y deformación $\boldsymbol{\varepsilon}$, tal que en el instante previo sus magnitudes eran $\boldsymbol{\sigma}^{*} = \boldsymbol{\sigma}\left(\boldsymbol{\varepsilon}^{*}, \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}, \mathrm{k}\right)$, se dice que el comportamiento ha sido estable si se cumple la desigualdad

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \geq \boldsymbol{\sigma}^{*} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} \rightarrow \left(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^{*}\right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} \geq 0 \tag{1.59}$$

Donde $\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de tensiones de Cauchy, $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ es la parte plástica del tensor de deformaciones y k es un conjunto de variables internas.

Como se observa la definición de ablandamiento de Valanis coincide plenamente con el de inestabilidad de Drucker.

La ec. (1.58) establece una condición suficiente para definir la existencia de ablandamiento durante el comportamiento en un punto del sólido. El incremento de tensiones, para un comportamiento elastoplástico, viene dado por

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{E}_{\mathrm{ep}}^{T} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{1.60}$$

Donde $\mathbf{E}_{\mathrm{ep}}^{T}$ es el tensor constitutivo tangente elastoplástico de cuarto orden, expresado gracias a sus simetrías como una matriz de (6x6), que también puede estar afectado por un efecto de pérdida de rigidez por degradación.

Sustituyendo la ec. (1.60) en la (1.57) resulta la forma cuadrática siguiente

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} : \mathbf{E}^{T} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \leq 0 \quad , \quad \forall \varepsilon_{ij} \neq 0 \tag{1.61}$$

De donde se deduce que para que exista un proceso de ablandamiento por deformación en un punto del sólido se debe cumplir que la matriz $\mathbf{E}^{T}$ sea definida negativa [Bazan (1978)].

Existe la hipótesis, en el criterio de muchos investigadores, de que la microfisuración en los materiales friccionales frágiles se debe a una pérdida instantánea de la cohesión intergranular, consecuencia del deslizamiento experimentado entre las partículas o granos del sólido, luego de superar ciertos límites la deformación [de Borst et al. (1984), Bazant (1986)].

Debido a esto, se considera que el ablandamiento es un fenómeno inexistente a nivel intergranular, manifestándose solamente a escala macroscópica, como consecuencia del comportamiento promedio de los puntos contenidos en una zona de dimensiones finitas.

Coincidiendo con este razonamiento varios investigadores [Desai et al. (1984), Valanis (1985)] han puesto en duda la validez del concepto de ablandamiento como una propiedad de cada punto del material (*fenómeno local*), considerando que es un fenómeno de la estructura ó del conjunto (*fenómeno no local*) que provoca un fenómeno no deseable de inobjetividad de la respuesta y han propuesto modelos constitutivos que parten de la hipótesis de no admitir el ablandamiento como propiedad del material.

No obstante y en total acuerdo con esta hipótesis, la mayoría de los modelos que actualmente reciben el nombre de *modelos locales* se formulan para ser utilizados dentro del método de elementos finitos, donde un punto de integración numérica representa un espacio finito del dominio. Así, cada punto de este espacio representa el comportamiento de los infinitos puntos materiales encerrados en su área de influencia. Por eso se considera que a esta escala sí tiene sentido admitir el ablandamiento como un fenómeno dependiente del material y del tamaño de la zona de influencia del punto del espacio discreto (longitud característica).

Este concepto es aceptado implícitamente por distintos autores quienes consideran de alguna forma la medida del punto discreto en la ecuación constitutiva [Bazant (1983), (1986), Rots (1986)].

Experimentalmente se observa en algunos sólidos que al llegar a un cierto nivel de deformaciones, hasta entonces continuas, aparece una alta concentración de las mismas en una zona muy estrecha, mientras que en el resto del sólido se produce una relajación del campo de deformaciones. Este fenómeno llamado también localización de deformaciones ocurre en una gran variedad de materiales dúctiles y frágiles. Una vez que se inicia la localización comienza a crecer la deformación en la zona de comportamiento inelástico, acompañada por una disminución de la deformación (proceso de descarga) en la zona restante.

La aparición de este fenómeno de localización esta ligado a una bifurcación de la respuesta en los puntos situados en la zona inelástica respecto de aquellos situados en la zona elástica [Oller (2001].

El fundamento teórico para el análisis de bifurcación en elasto-plasticidad, fue presentado por primera vez por Hill (1962), dentro de su teoría general de unicidad y estabilidad para sólidos elastoplásticos.

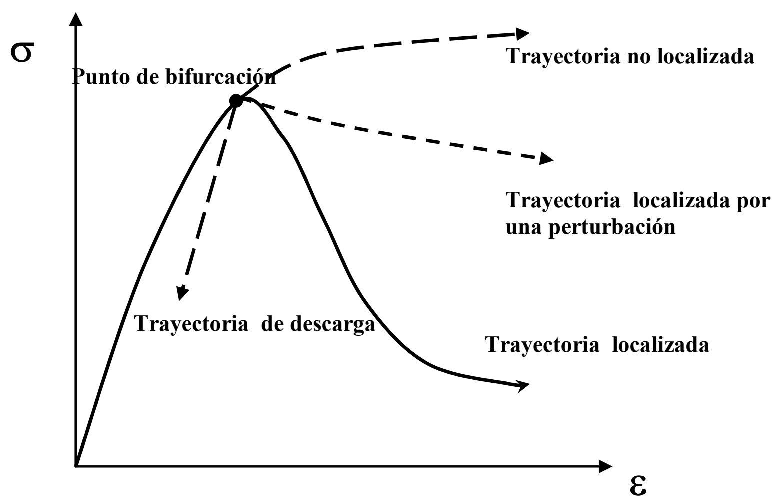


Figura 1.19. Comportamiento de un sólido con ablandamiento por deformación.

En ella establece para los materiales metálicos una relación entre la bifurcación en la respuesta con la localización de deformaciones en una banda, denominada banda transversal. Este estudio teórico ha sido ampliado por Rudnicki y Rice (1975) y luego en un trabajo de Willam y Solbh (1987), donde se considera que la bifurcación en la respuesta no solo debe analizarse a partir de un simple estudio de valores propios del tensor $\mathbf{E}$, sino que también debe ser complementado con el estudio de las condiciones críticas de propagación de ondas de aceleración plana.

Por ello estos últimos autores proponen un análisis de valores propios del tensor acústico de segundo orden ó tensor de localización

$$\mathbf{Q}_{ep} = \bar{\mathbf{N}} \cdot \mathbf{E}_{\boldsymbol{ep}} \cdot \bar{\mathbf{N}} \tag{1.62}$$

Donde $\bar{\mathbf{N}}$ representa el vector normal al plano de discontinuidad ó plano de fractura, que se forma por efecto del fenómeno de localización de deformaciones [Leppin et al. (1997)].

Como se expresó anteriormente, el fenómeno se manifiesta en forma de una banda de corte, en una estrecha zona de intenso esfuerzo a través de un campo cinemático de deformaciones del cuerpo que puede ser discontinuo. La formación de la banda corte en el cuerpo es acompañado por un ablandamiento y generalmente conduce a un colapso completo de la estructura.

La deformación localizada es común en los suelos y rocas, materiales que son susceptibles a la formación de grietas y falla al ser sometidos a esfuerzos de corte [Roscoe (1970), Scarpelli et al. (1982)].

En las Figuras 1.20, 1.21 y 1.22 se observa el progresivo desarrollo de la zona con deformaciones localizadas hasta alcanzar la banda de corte, en ensayos experimentales no drenados realizados en un suelo limo arcilloso de baja plasticidad (CL-ML), denominado SE-3 de nuestra provincia.

Figura 1.20 Desarrollo de la deformación y localización

En estos ensayos se puede ver la influencia que ejerce el contenido de humedad en el comportamiento de suelos limos arcillosos de baja a media plasticidad. En la Figura 1.21 se observa la formación de banda de corte en muestra de suelo ensayada con humedad natural del 12 %.

Figura 1.21 Banda de corte en muestra de suelo con 12% de humedad
(Fotografía después de secada a temperatura ambiente)

En la Figura 1..22 se observa la muestra de suelo ensayada con humedad crítica cercana al límite líquido del 26%, en este caso solo se produce un tipo de falla difusa sin una clara banda de corte que denota la importancia del valor de la matriz de succión (contenido de humedad en poros) en la respuesta del material.

Figura 1.22 Muestra de suelo ensayada con 26% de humedad
(Fotografía después de secada a temperatura ambiente)

La predicción de la formación de bandas de corte depende del comportamiento del material.

Un enfoque clásico de la bifurcación consiste en una solución homogénea considerando el salto del gradiente de la deformación [Hill et al. (1975), Rudnicki et al. (1975)], denominada “discontinuidad débil" [Simo et al. (1993)]. El análisis identifica la pérdida de fuerte elipticidad de las ecuaciones de equilibrio (cuando $Q_{il} = n_j E_{ijkl}\, n_k$ se vuelve singular corresponde a baja elipticidad), y las señales de la aparición de soluciones discontinuas, mientras que bifurcaciones continuas pueden aparecer en régimen de fuerte elipticidad [Ottosen y Runesson (1990)].

De acuerdo con Rice y Rudnicki (1980) se tiene

- bifurcación continua $\mathbf{E}_{\mathrm{ep}(\,adentro\,)} = \mathbf{E}_{\mathrm{ep}(\,afuera\,)}$
- bifurcación discontinua $\mathbf{E}_{\mathrm{ep}(\,adentro\,)} \neq \mathbf{E}_{\mathrm{ep}(\,afuera\,)}$

La banda de corte puede emerger dentro de un campo uniforme de tensiones cuando el material es rigidizable.

El criterio $\det \mathbf{Q}_{\mathrm{ep}} = \det(\vec{\mathbf{N}} \cdot \mathbf{E} \cdot \vec{\mathbf{N}}) = 0$ es necesario pero no suficiente para la formación de la banda de corte.

En la bifurcación discontinua el material fuera de la banda de corte esta descargado elásticamente.

La orientación de la banda de corte no es única en bifurcación discontinua.

El espesor de la banda de corte no esta determinado.

Desafortunadamente, los modelos de plasticidad clásicos independientes de la tasa, no poseen una característica intrínseca de longitud de escala que permite la continuación de los análisis más allá del punto de bifurcación.

Se han formulado ideas alternativas para el análisis de localización en sólidos elastoplásticos que implican la asunción de un campo de desplazamiento discontinuo, denominado "discontinuidad fuerte" [Simo et al. (1993)].
La idea es equivalente a la de asumir una banda de espesor nulo, a fin de que al modelo constitutivo no se exija de proporcionar una escala de longitud característica.

Como señalan Borja et al. (1993), ésta hipótesis tiene justificación física en las observaciones de materiales geológicos, y de hecho fue fundamental para el desarrollo de la teoría la formulada por Coulomb (1773), la de Rankine (1956) y los métodos de cálculo de presión de tierra, así como el desarrollo de métodos de análisis de estabilidad del taludes en aplicaciones geotécnicas [Terzaghi (1923), Bishop (1959)].

En el contexto del análisis con elementos finitos, el desafío matemático impuesto por la presencia de un campo de fuerte discontinuidad, se resolvió satisfactoriamente mediante la introducción artificial de un enriquecimiento de las funciones de forma del elemento. El enfoque general se inscribe en el marco de los métodos de elementos enriquecidos [Simo et al. (1990), (1993)], en el que la cinemática de la discontinuidad fuerte se resuelve por la introducción de un parámetro artificial del salto en el campo de desplazamientos y que aumenta el nivel débil de la ecuación con otra auxiliar. Por lo tanto, el salto se convierte en un parámetro artificial de la solución y se elimina la indefinición.

Este enfoque ha sido probado con buenos resultados para modelos de plasticidad desviatóricos con un módulo constante de ablandamiento post-localización [Borja (2000), Simo et al (1993), Garikipati (1996)].

Los métodos de elementos finitos empleados en los análisis son sensibles ó dependientes del tipo de malla empleada en la discretización, la banda de corte se contrae al tamaño del lado de los elementos de menor tamaño.

Como métodos de regularización se identifican

- Modelos de gradientes de deformación [Aifantis (1984), Mindlin (1965)] [Vardoulakis y Aifantis (1989), Zbib y Aifantis (1989)]
- Teorías no locales [Bazant et al. (1984), Pijaudier-Cabot y Bazant (1987) , Brinkgreve (1994)]
- Teoría del contínuo de Cosserat [Cosserat y Cosserat (1909), Muhlhaus (1986), Vardoulakis (1989), De Borst (1990)]

La respuesta mecánica de un sólido continuo cambia drásticamente cuando evoluciona la localización de un estado difuso a un estado de falla localizada ó bien falla discreta y por esta razón el tema de ha recibido mucha atención últimamente en la investigación.

Borja y Lai (2002) estudian el problema de localización de falla en un tablestacado vertical mediante la formulación de discontinuidad fuerte y tratando el relleno como material friccional elastoplástico, aplicando un modelo de Drucker-Prager no asociado. Sus resultados indican que la condición de localización para el tablestacado rígido del problema es en primer lugar satisfecha en la superficie del terreno y luego la discontinuidad se propaga hacia abajo en una línea con un ángulo que depende del estado de tensiones activa o pasiva. Esto contrasta con la teoría de Rankine que afirma que la falla se produce simultáneamente en todos los puntos del relleno granular.

Por todo lo expuesto, es importante el análisis de las condiciones de falla localizada y la propuesta de un indicador matemático eficiente para detectar este tipo de situación en medios porosos parcialmente saturados donde el campo succional juega un rol decisivo.

No existe en la literatura al presente un indicador de falla localizada para este tipo de medios porosos que tenga en cuanta la dependencia con la succión.

Este déficit se busca subsanar con las presentes investigaciones.

1.7 OBJETIVO DE LA TESIS

Para la investigación del comportamiento hidromecánico de falla de suelos parcialmente saturados se pueden adoptar dos metodologías: el análisis experimental de la respuesta para condiciones de succión variables (contenido de humedad variable) ó bien la simulación teórico numérica mediante la formulación de un modelo constitutivo, su implementación computacional y la verificación de su capacidad predictiva. En este trabajo se adopta la segunda opción.
Las deficiencias en el estado del conocimiento a nivel de modelación constitutiva y de la formulación de indicadores matemáticos confiables del tipo de falla que se desarrolla en suelos, que son abordados en este trabajo doctoral, tienen también su contraparte a nivel de problemas de valores de borde. Estos últimos se refieren a los problemas de deformación de medios de suelos parcialmente saturados sometidos a condiciones de cargas mecánicas e hidráulicas en sus contornos, generando soluciones acopladas en la historia de deformaciones y de tiempo. Estos problemas se abordaron en estas investigaciones con el fin de definir la correlación entre las inestabilidades o fallas locales (a nivel material) y las inestabilidades o colapso globales (a nivel de elemento finito ó estructural).

La formulación de un indicador matemático de falla que se desarrolla en suelos parcialmente saturados, modelados en el marco teórico de los medios porosos, permite establecer tanto la posibilidad concreta de una falla sin preaviso (falla frágil), como también la posibilidad que esta discontinuidad en el campo de deformaciones que caracteriza a las roturas frágiles (en la forma de una discontinuidad fuerte en la solución del problema integro diferencial de equilibrio) esté o no acompañado por una discontinuidad en el campo de las deformaciones (o tensiones) adicionales, representado por la succión.

El objetivo principal de la tesis es desarrollar un modelo constitutivo capaz de reproducir adecuadamente la respuesta de medios cohesivos friccionales parcialmente saturados bajo condiciones de carga y humedad variables. En ella se discute la formulación de un modelo constitutivo elastoplástico para materiales cohesivos friccionales parcialmente saturados, en el cual se incorpora como componentes del estado tensional, la presión neta total y la succión. El mismo fue formulado sobre la base del modelo de Lade para materiales cohesivos friccionales y que fuera extendido por Sture et al. (1989) y conocido como modelo MRS-Lade, consistente en un criterio de falla del tipo “cono-capa”.

Objetivos específicos:

1. La formulación y calibración de un modelo constitutivo elastoplástico para suelos parcialmente saturados, sobre la base de la teoría del flujo de la plasticidad de pequeñas deformaciones.
2. Desarrollo de algoritmos apropiados para la implementación numérica del modelo mediante la consideración de la succión como cuarta dimensión tensional junto con los invariantes de tensiones. Este algoritmo está basado en procedimientos de interpolación de orden adaptativo comenzando con el orden elemental a través del método de Pickard. De esta manera se evita la baja tasa de convergencia de los

métodos iterativos clásicos cuando se consideran condiciones de fluencia dependientes de los tres invariantes de tensiones.

3. Extensión del indicador de falla localizada para el caso de medios porosos de tipo elastoplásticos.
4. Evaluación de las predicciones de falla localizada y dúctil del modelo constitutivo ha desarrollar para suelos parcialmente saturados.
5. Verificación de la capacidad predictiva del modelo y algoritmos a desarrollar frente a caminos de tensiones complejos y soluciones experimentales en el marco de análisis mediante elementos finitos.
6. Implementación computacional de la teoría constitutiva extendida para suelos parcialmente saturados en programa computacional de elementos finitos apto para el estudio de problemas acoplados.
7. Calibración del modelo para suelos parcialmente saturados con resultados de ensayos experimentales confiables publicados a nivel internacional, involucrando diferentes tipos de suelos, de granulares a puramente cohesivos con contenidos diferentes de humedad.
8. Estudio y determinación de la influencia que ejerce el tercer invariante sobre la respuesta del modelo sobre el comportamiento tensional y volumétrico según el parámetro de excentricidad.
9. Extensión del indicador de falla localizada. Análisis de las predicciones de modos de falla localizadas de suelos parcialmente saturados, mediante la resolución numérica del tensor de localización. Formulación de un indicador de falla localizada para el caso particular de medios porosos con succión, basado un una extensión de la formulación del tensor acústico clásico para medios continuos. Con estos desarrollos se podrán estudiar las propiedades de fallas localizadas de suelos parcialmente saturados.
10. Análisis computacional de problemas de falla de fundaciones y taludes de suelos parcialmente saturados.
11. Conclusiones de los estudios.

CAPITULO II

ELASTOPLASTICIDAD – TEORIA DE MEDIOS POROSOS PARCIALMENTE SATURADOS

2.1 INTRODUCCION

Como se ha descrito en el Capitulo I, la terminología de mecánica de medios porosos saturados y parcialmente saturados sugiere que es el grado de saturación del medio el que distingue a ambas categorías. La diferencia entre un suelo completamente saturado y otro seco se debe a la compresibilidad del fluido existente en sus poros debido a que el agua que llena los vacíos del medio poroso es esencialmente incompresible. En cuanto aparecen burbujas de aire el medio poroso se torna compresible.

El caso más corriente en la ingeniería práctica es cuando el aire y el agua forman un continuo a través de los vacíos del suelo [Fredlund (1995)]. La succión de matriz es la que interesa principalmente en la mayoría de los problemas de la ingeniería geotécnica y es la que se adoptó en la presente formulación.

En esta teoría de medios porosos parcialmente saturados se describe su comportamiento mediante un modelo constitutivo elastoplástico adoptándose dos variables independientes del estado de tensiones, la succión de matriz $s = (\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w})$ y la tensión neta $\boldsymbol{\sigma}_{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{I}\,\mathrm{p_a}$, como se aplica en el modelo de Alonso, Gens y Josa (1990) y Sheng et al. (2004), donde $\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de tensiones totales, $\mathrm{p_w}$ representa la presión de agua en los poros y $\mathrm{p_a}$ la presión del aire ó fase gaseosa e $\boldsymbol{I}$ el tensor identidad de segundo orden.

2.2 TENSIONES CONSTITUTIVAS

El medio poroso parcialmente saturado se describe en función del tensor de tensiones denominado “efectivo” ó “constitutivo” $\boldsymbol{\sigma}'$, [Schiava (2001)] que viene dado por

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{I}\,\dot{\mathrm{p}}_w = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{I}\,\dot{s} \tag{2.1}$$

$$s = (\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w}) \tag{2.2}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{I}\,\mathrm{p_a} \tag{2.3}$$

Donde s es la succión, $\boldsymbol{\sigma}_n$ tensor de tensiones neto, es decir la presión total en exceso ó sobre la presión del aire en los poros, $\boldsymbol{\sigma}$ tensor de tensiones total, $\mathrm{p_w}$ representa la presión de agua en los poros y $\mathrm{p_a}$ la presión del aire ó fase gaseosa e $\boldsymbol{I}$ el tensor identidad de segundo orden.

El término dado al tensor de tensiones “efectivo” $\boldsymbol{\sigma}'$, es utilizado por Lloret y Kahlili (2000), en cambio Sheng et al. (2003, a) proponen el nombre de “constitutivo”, nombre que se utiliza en esta tesis, para diferenciarlo del concepto clásico de presión efectiva dado por Terzaghi para suelos saturados.

En muchos casos geotécnicos prácticos la presión aire en los poros es la misma que la atmosférica y permanece constante por lo que la succión resulta igual a la presión de agua negativa en los poros del suelo. De todos modos la presente formulación constitutiva esta basada en la succión para generalizar el modelo.

2.3 FORMULACION GENERAL CONSTITUTIVA ELASTOPLASTICA

El modelo constitutivo empleado, como se verá en el capítulo siguiente, consiste en un fragmento de superficie de fluencia curva alisada que es la superficie de fluencia movible del cono hasta alcanzar la última superficie de falla y otra superficie extendida entre el cono y el eje hidrostático que también evoluciona con el trabajo plástico de endurecimiento.

La superficie de fluencia tiene la forma de un cono asimétrico, con el vértice localizado a la izquierda del origen del espacio de tensiones, dependiendo de las características cohesivas del material y representada por la ecuación

$$\mathrm{F_i}\left\{\boldsymbol{\sigma}', s, \kappa\right\} \qquad (2.4)$$

En varios modelos elastoplásticos, tales como los de Tresca (1864), Mohr-Coulomb y los criterios de fluencia con superficies de cono-capa como el MRS-Lade, dichas superficies límites están definidas por curvas muy tendidas.

Cada superficie convexa de función de fluencia, $\mathrm{F_i}\left\{\boldsymbol{\sigma}', s, \kappa\right\}$ en el caso de medios porosos parcialmente saturados está definida en función de la tensión constitutiva, la succión y de un conjunto de variables escalares de endurecimiento - ablandamiento κ_i, donde κ_i representa un arreglo de variables que indica una medida del trabajo plástico ó la deformación plástica efectivamente desarrollada en conjunción con el modelo elastoplástico que se formula en el capitulo siguiente.

La intersección del conjunto de esfuerzos definidos por $\mathrm{F_i}\left\{\boldsymbol{\sigma}', s, \kappa\right\} \leq 0$ define el conjunto convexo $\boldsymbol{B}\{\kappa\}$ de tensiones constitutivas plásticamente admisibles $\boldsymbol{\sigma}'$ y de succiones s .

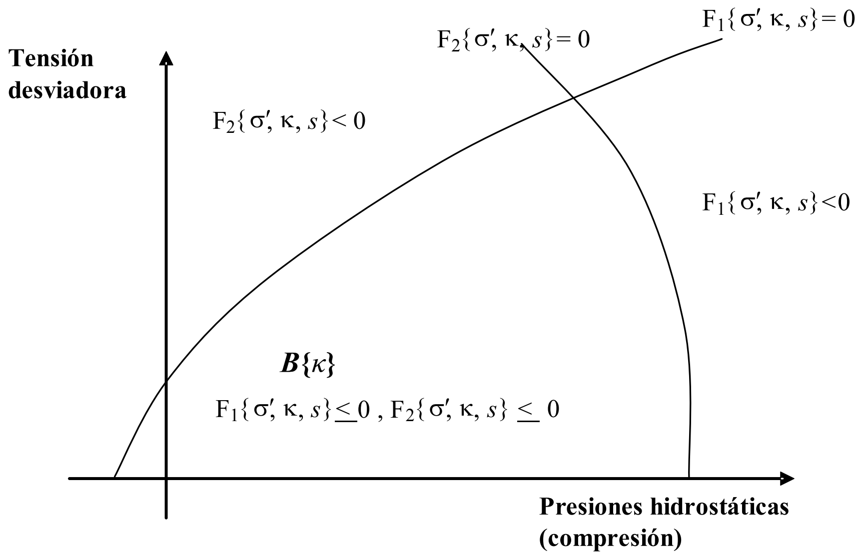


Figura 2.1 Conjunto de tensiones plásticamente admisibles

$$\boldsymbol{B}\{\kappa\} = \{\boldsymbol{\sigma}', s \,|\, \mathrm{F}_i\{\boldsymbol{\sigma}', s, \kappa\} \leq 0, \quad \mathrm{i} = 1,2,......,\mathrm{M}\} \tag{2.5}$$

Ecuación que puede expresarse de la forma

$$\boldsymbol{B}_{\lambda_i}\{\kappa, \boldsymbol{\varepsilon}, \dot{s}\} = \{\boldsymbol{\sigma}', s \,|\, \mathrm{F}_i\{\boldsymbol{\sigma}', s, \kappa\} \leq 0, \quad \mathrm{si}\ \lambda_i\{\boldsymbol{\varepsilon}, \dot{s}\} > 0, \quad \mathrm{i} = 1,2,......,\mathrm{M}\} \tag{2.6}$$

que comprende la carga plástica y la descarga elástica, donde se han introducido el parámetro λ_i escalar no negativo denominado parámetro de consistencia plástica que se determina a partir de la propia condición de consistencia de Prager. Estos parámetros $\lambda_i, \ \mathrm{i} = 1,2,......,\mathrm{M}$ definen las superficies que están activas y la carga plástica ocurre cuando $\lambda_i > 0$.

De acuerdo con Weihe (1989) la regla de fluencia se formula en términos del espacio de las sub-diferenciales $\partial \mathrm{F}_\lambda$, representando un conjunto de normales admisibles a las superficies de falla.

$$\partial \mathrm{F}_\lambda\{\boldsymbol{\sigma}', \dot{s}, \kappa, \boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\mathrm{a} \,|\, (\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\sigma}'_o) : \mathrm{a} \geq 0\,, \quad \forall\, \boldsymbol{\sigma}'_o \in \boldsymbol{B}_\lambda\{\kappa, \boldsymbol{\varepsilon}, \dot{s}\}\} \tag{2.7}$$

Partiendo de las relaciones constitutivas generales de la teoría de la plasticidad para deformaciones infinitesimales, con ley de fluencia no asociada y asumiendo la descomposición aditiva del tensor de deformación total en sus partes elástica $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ y plástica $\boldsymbol{\varepsilon}_p$, según la teoría de Prandtl-Reus

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_p \tag{2.8}$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \mathbf{E} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) \tag{2.9}$$

$$(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\sigma}'_o) : \mathbf{A} : \boldsymbol{\varepsilon}_p \geq 0\,, \forall\, \boldsymbol{\sigma}'_o \in \boldsymbol{B}(\boldsymbol{\varepsilon}, \dot{s}, \kappa) \tag{2.10}$$

$$\dot{\kappa} = h(\boldsymbol{\varepsilon}_p) \tag{2.11}$$

Donde $\mathbf{E}$ es el tensor constitutivo de cuarto orden, $\boldsymbol{\varepsilon}_p$ representa la porción plástica de la tasa del tensor de deformaciones totales $\boldsymbol{\varepsilon}$ y la función h es un vector homogéneo de primer grado.

La ecuación (2.10) representa el segundo postulado de Drucker que define la estabilidad local del comportamiento de un punto de un sólido sometido a un estado tenso-deformacional y que en el problema no lineal está relacionado con el axioma de máxima disipación plástica.

En la teoría del flujo de la plasticidad la definición de la regla de flujo plástico asociada a la superficie de fluencia es fundamental para la integración de la ley constitutiva y la resolución de los problemas globales en elementos finitos, ver Ortiz y Popov (1985), Simo y Taylor (1985), Runesson et al. (1988) y Crisfield (1991,1997), entre otros.

Sin embargo, el caso contrario de formulación del flujo plástico con superficie potencial de fluencia, flujo no asociado, es empleado en el análisis teórico [Lubliner (1990), Lade (1994)] y en la descripción formal del modelo a instancias de Pramono y Willam (1989) y Etse y Willam (1994).

En orden de implementar una regla de flujo no asociativa, tres formulaciones son posibles:

1) Definir la regla de flujo (usualmente del potencial del flujo) directamente de resultados experimentales independiente de las características del modelo [Lade y Duncam (1975), Lade y Kim (1988)]

2) Prescribir el vector de flujo modificando la normal a la función de fluencia (el correspondiente potencial de flujo se obtiene por integración) [Runesson (1987), Alawaji et al. (1992) y Larsson y Runeson (1996)]

3) La definición de la función de potencial como una modificación de la función de fluencia [Macari et al. (1994), Jeremic y Sture (1994), Macari et al. (1997)].

En la presente formulación teórica se adopta esta tercera opción.

La ecuación (2.11) a su vez expresa un conjunto de leyes de endurecimiento que gobiernan la evolución de las variables plásticas y considerando que exista el tensor de transformación de cuarto orden $\mathbf{A}$. Si la regla de fluencia es asociada para la tasa de las deformaciones plásticas $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}}$ será $\mathbf{A}=\mathbf{I}$, donde $\mathbf{I}$ es el tensor identidad de cuarto orden [Etse y Willam (1996)].

La forma variacional de la regla de flujo no asociativa de la ecuación (2.9) puede expresarse alternativamente en forma de tasas y con las condiciones de Kuhn-Tucker de la forma

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \sum_i^U \dot{\lambda}_i \mathbf{m}_i^{\boldsymbol{\sigma}} \qquad \dot{\lambda}_i \geq 0 \qquad \mathrm{F}_i \dot{\lambda}_i = 0 \tag{2.12}$$

donde

$$\mathbf{m}^{\sigma} = \mathbf{A}^{-1} : \mathbf{n}^{\sigma} \tag{2.13}$$

$$\mathbf{m}^{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \qquad \mathbf{n}^{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \tag{2.14}$$

En la ecuación (2.13) los tensores de segundo orden $\mathbf{m}^{\sigma}$ *y* $\mathbf{n}^{\sigma}$ representan el gradiente de la función de potencial plástico Q_{i} y de la superficie de fluencia F_i, respectivamente con respecto a las tensiones constitutivas.

2.3.1 Condiciones de Consistencia en Medios Porosos Parcialmente Saturados

En el marco de una formulación constitutiva elastoplástica para medios porosos parcialmente saturados, la condición de consistencia para carga plástica viene dada por

$$\dot{F} = \mathbf{n}_i^{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + n_i^s \, \dot{s} + \boldsymbol{r}_i \, \dot{\kappa} = 0, \quad \mathrm{i} = 1,2,....\mathrm{U} \tag{2.15}$$

con

$$n_i^s = \frac{\partial \mathrm{F}_i}{\partial s} \tag{2.16}$$

$$\boldsymbol{r}_i = \frac{\partial \mathrm{F}_i}{\partial \kappa_i} \tag{2.17}$$

$$\dot{\kappa} = \dot{\lambda}_i \, h_i(\mathbf{m}_i^{\sigma}) \tag{2.18}$$

Comparando con las condiciones de consistencia de modelos elastoplásticos clásicos la ecuación (2.15) incluye el término adicional $n_i^s \, \dot{s}$, que describe la evolución del gradiente de la función de fluencia con la succión [Schiava y Etse (1999), Schiava (2001)].

Sheng et al. (2003, a) también introducen este término en la condición de consistencia y señalan que otros autores, por ejemplo Zhang et al. (2001), simplemente no han considerado este término adicional en la formulación constitutiva de medios porosos parcialmente saturados, por lo que su condición de consistencia no es matemáticamente rigurosa.

Reemplazando la ecuación constitutiva (2.9) en la ecuación (2.15) la expresión explícita del multiplicador plástico resulta

$$\dot{\lambda}_i = \frac{\mathbf{n}_i^{\sigma} : \mathbf{E} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + n_i^s \, \dot{s}}{\mathbf{n}_\mathrm{i}^{\sigma} : \mathbf{E} : \mathbf{m}_\mathrm{i}^{\sigma} - \boldsymbol{r}_i \, \boldsymbol{h}_\mathrm{i}} \tag{2.19}$$

Substituyendo la ecuación (2.19) en la regla de flujo expresada en forma de tasa en la ecuación (2.9) se obtiene la relación constitutiva en forma compacta

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \mathbf{D}_{\mathbf{ep}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}' \tag{2.20}$$

Donde, y de acuerdo con Sheng et al. (2003, a) se ha introducido la tasa de deformaciones extendida, que incluye la tasa del tensor de deformaciones totales y la tasa de la succión.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}' = \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \dot{s}\, \boldsymbol{I} \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

Por lo tanto el operador material de la ecuación (2.20) se define como

$$\mathbf{D}_{\mathbf{ep}} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{ep}} & \mathbf{E}_{\mathbf{s}} \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

$$\mathbf{E}_{\text{ep}} = \mathbf{E} - \sum_{i=1}^{U} \left[\frac{\mathbf{E} : \mathbf{m}^{\sigma} \otimes \mathbf{n}^{\sigma} : \mathbf{E}}{\mathbf{n}^{\sigma} : \mathbf{E} : \mathbf{m}^{\sigma} + \mathrm{H}} \right]_i \tag{2.23}$$

$$\mathbf{E}_s = - \sum_{i=1}^{U} \left[\frac{\mathbf{E} : \mathbf{m}^{\sigma} \otimes n^s \boldsymbol{I}}{\mathbf{n}^{\sigma} : \mathbf{E} : \mathbf{m}^{\sigma} + \boldsymbol{H}} \right]_i \tag{2.24}$$

con $i = 1,2,....U$ **.** El modulo de endurecimiento-ablandamiento de la superficie activa se define como

$$H_i = -r_i \, h_i(\mathbf{m}_i^{\sigma}) \tag{2.25}$$

Reemplazando la ecuación (2.21) y (2.20) en (2.1) se obtiene la evolución del tensor de tensiones totales

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \boldsymbol{I}\,\dot{\mathrm{p}}_{\mathrm{w}} \begin{cases} Caso\ general & \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{E}_{\text{ep}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \left(-\boldsymbol{\mathcal{I}}_{sym} + \mathbf{E}_s\right) : \boldsymbol{I}\,\dot{s} \\ Si\ \dot{\mathrm{p}}_{\mathrm{a}} = 0 \rightarrow & \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{E}_{\text{ep}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \left(-\boldsymbol{\mathcal{I}}_{sym} + \mathbf{E}_s\right) : \boldsymbol{I}\,\dot{\mathrm{p}}_{\mathrm{w}} \\ Si\ \dot{\mathrm{p}}_{\mathrm{a}} = \dot{\mathrm{p}}_{\mathrm{w}} = 0 \rightarrow \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{E}_{\text{ep}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} & \end{cases} \tag{2.26}$$

Donde $\boldsymbol{\mathcal{I}}_{sym}$ es el tensor unitario y simétrico de cuarto orden.

En la fórmula (2.26) se observa la influencia que ejerce la succión sobre el valor de la tensión total, para el caso general de presiones de aire y de agua en los poros, expresado por medio de un nuevo tensor denominado de “succión” $\mathbf{E}_s$ que se añade al tensor elastoplástico clásico $\mathbf{E}_{\text{ep}}$.

2.4 INTEGRACION DE TENSIONES (MPPC)

El Método de Proyección al Punto más Cercano (MPPC) (Closet-Point Projection Method), es una generalización del método de retorno de Euler para superficies de fluencia arbitrarias. Corresponde a la minimización de la energía de disipación plástica en el espacio métrico definido por el operador elástico modificado mediante el tensor de cuarto orden $\mathbf{A}$, [Etse y Willam (1996)], que describe la relación entre el gradiente a la superficie de fluencia y el gradiente del potencial plástico.

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{E} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) \tag{2.27}$$

$$\dot{\kappa} = h(\boldsymbol{\varepsilon}_p) \tag{2.28}$$

Asumiendo que la dirección de potencial plástico $\mathbf{m}^{\sigma}$, y calculada en relación al gradiente de la función de fluencia $\mathbf{n}^{\sigma}$ vía la transformación $\mathbf{A}$, puede expresarse de la forma

$$\mathbf{m}^{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{A}^{-1} : \mathbf{n}^{\boldsymbol{\sigma}} \qquad (2.29)$$

Considerando una variación volumétrica no asociada mediante la expresión

$$\mathbf{A} = \mathbf{I} + \frac{1}{3}\beta \; \boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I} \qquad (2.30)$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I} - \frac{\beta}{3(\beta+1)} \; \boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I} \qquad (2.31)$$

donde β es el parámetro de dilatancia e $\mathbf{I}$ es el tensor identidad de cuarto orden.

La regla de fluencia será asociada si $\beta = 0$, mientras que si $\beta > 0$ corresponde a flujo *no asociado.*

Para una superficie de fluencia convexa y para un valor particular de las variables de endurecimiento y ablandamiento κ y aplicando la condición de normalidad se obtiene la desigualdad variacional

$$\left(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\sigma}'_{o}\right) : \mathbf{A} : \boldsymbol{\varepsilon}_{p} \geq 0 \,, \;\; \forall \boldsymbol{\sigma}'_{o} \in \boldsymbol{B}\left(\boldsymbol{\varepsilon}, s, \kappa\right) \qquad (2.32)$$

$$\left(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\sigma}'^{*}\right) : \mathbf{A} : \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \left(\mathbf{E}^{e}\right)^{-1} : \boldsymbol{\varepsilon}\right) \;\; \geq 0 \qquad \forall \boldsymbol{\sigma}'^{*}, \in B(\kappa) \qquad (2.33)$$

La expresión variacional en el espacio de tensiones efectivas resulta

$$\left({}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\sigma}'^{*}\right) : {}^{n+1}\mathbf{C}^{e}_{A} : \left({}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}'^{e} - {}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}'\right) \geq \;\; 0 \;\; , \; \forall \boldsymbol{\sigma}'^{*}, \in \boldsymbol{B}(\kappa) \qquad (2.34)$$

donde ${}^{n+1}\mathbf{C}^{e}_{A} = {}^{n+1}\mathbf{A} : \mathbf{C}^{e}$ es el tensor de elasticidad complementario $\mathbf{C}^{e} = \left(\mathbf{E}^{e}\right)^{-1}$ transformado con la no asociatividad inherente en $\mathbf{A}$.
Sustituyendo ecuación (2.1)

$$\left(\left({}^{n+1}\boldsymbol{\sigma} + {}^{n+1}s\; \boldsymbol{I}\right) - \left(\boldsymbol{\sigma}^{*} + s^{*}\; \boldsymbol{I}\right)\right) : {}^{n+1}\mathbf{C}^{e}_{A} : \left(\left({}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}^{e} + {}^{n+1}s^{e}\; \boldsymbol{I}\right) - \left({}^{n+1}\boldsymbol{\sigma} + {}^{n+1}s\; \boldsymbol{I}\right)\right) \geq 0$$

$$\forall \boldsymbol{\sigma}'^{*}, s^{*} \in \boldsymbol{B}\left({}^{n+1}\kappa\right) \qquad (2.35)$$

Se puede observar que la solución a la desigualdad anterior, sujeta a la condición de consistencia plástica, se la obtiene como un problema de encontrar la solución que satisfaga la condición de minimización de la energía complementaria [Macari et al. (1997)], que en la presente formulación es dependiente además de la succión [Schiava (2001)]

$$min\ \boldsymbol{E}_A\left(\boldsymbol{\sigma}^*, s^*\right)\ \forall \boldsymbol{\sigma}'^*,\ s^* \in \boldsymbol{B}\left({}^{n+1}\kappa\right) \tag{2.36}$$

donde $\boldsymbol{E}_A\left(\boldsymbol{\sigma}^*, s^*\right)$ representa la distancia desde ${}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}^{e}$, ${}^{n+1}s^{e}$ al conjunto $\boldsymbol{B}\left({}^{n+1}\kappa\right)$, medida como la norma de la energía complementaria transformada.

A esta formulación de la energía complementaria en función de la tensión total y de la succión, Macari et al. (2003) denominan energía complementaria modificada. En dicho trabajo realizan la integración implícita de las relaciones constitutivas aplicando el Método de Proyección al Punto más Cercano para el modelo de Barcelona.

2.5 EL MPPC EN EL ESPACIO DE INVARIANTES DE TENSIONES

Para el caso especial considerado en esta tesis de endurecimiento isotrópico, la expresión de la energía puesta en la forma invariante es más conveniente.

Definiendo los invariantes de tensiones

$$\mathrm{p_n} = -\frac{\mathrm{I_{1n}}}{3} \tag{2.37}$$

$$\mathrm{q} = \sqrt{3\,\mathrm{J_{2D}}} \tag{2.38}$$

$$cos\,3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{\mathrm{J_{3D}}}{\sqrt{(\mathrm{J_{2D}})^3}} \tag{2.39}$$

En donde $\mathrm{I_{1n}}$ es el primer invariante del tensor de tensiones netas igual a la traza de tensiones netas, $\mathrm{J_{2D}}$ y $\mathrm{J_{3D}}$ el segundo y tercer invariante de tensiones netas desviatórico, respectivamente y θ es el ángulo de Lode, cuyo valor $\theta = 0$ define el plano triaxial en extensión y $\theta = \frac{\pi}{3}$ el plano triaxial de compresión. Para mayores detalles de las expresiones de los invariantes ver Anexo C.

El conjunto es definido como

$$B\{\kappa\} = \left\{(\mathrm{p_n}, \mathrm{q}, \theta, s) \middle| F\left(\mathrm{p_n}, \mathrm{q}, \theta, s, \kappa\right) \leq 0\right\} \tag{2.40}$$

donde el tensor de tensiones neto es expresado en término de los invariantes de tensiones $\mathrm{p_n}$, q , θ y s, el que puede ser considerado como un cuarto invariante [Wheeler et al. (1995)].

Para elasticidad isotrópica, la rigidez elástica y el módulo elástico complementario pueden expresarse en términos del módulo volumétrico K y de corte G

$$\mathbf{D}^e = 2G\mathbf{I} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I} \tag{2.41}$$

$$\mathbf{C}^e = \frac{1}{2G}\left(\mathbf{I} - \frac{1}{3}\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I}\right) + \frac{1}{9K}\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I} \tag{2.42}$$

Aplicando la transformación al tensor elástico complementario

$$\mathbf{C}_A^e = \frac{1}{2G}\left(\mathbf{I} - \frac{1}{3}\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I}\right) + \frac{1+\beta}{9K}\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I} \tag{2.43}$$

Se observa que $\mathbf{C}_A^e$ es simétrico y con dos autovalores positivos considerando $\beta > 0$

$$\omega_1 = \frac{(1+\beta)}{3K} \qquad \omega_2 = \frac{1}{2G} \tag{2.44}$$

Finalmente resulta la expresión de la energía, puesta en función de los invariantes

$$2E_A(\mathrm{p}, \mathrm{q}, \theta, s) = \frac{1}{3G}\left({}^{n+1}\mathrm{q}^e - \mathrm{q}^*\right)^2 + \frac{2}{3G}\left[1 - \cos\left({}^{n+1}\theta - \theta^*\right)\right]{}^{n+1}\mathrm{q}^e\mathrm{q}^* +$$

$$+\frac{\left(1 + {}^{n+1}\beta\right)}{K}\left({}^{n+1}\mathrm{p}^e - \mathrm{p}^*\right)^2 + \frac{\left(1 + {}^{n+1}\beta\right)}{K}\left({}^{n+1}s^e - s^*\right)^2 \tag{2.45}$$

La solución de mínima $E_A(\mathrm{p}, \mathrm{q}, \theta, s)$ sujeta a la condición de consistencia $\mathrm{F}(\mathrm{p}, \mathrm{q}, \theta, s, \kappa) \leq 0$ puede establecerse *minimizando la nueva función, Lagrangiana expresada con la condición de minimización*

$$L = E\,(\mathrm{p}, \mathrm{q}, \theta, s) - \lambda\, F\left(\mathrm{p}, \mathrm{q}, \theta, s, {}^{n+1}\kappa\right) = 0 \tag{2.46}$$

donde λ es el multiplicador Lagrangiano asociado a la condición de consistencia.

En correspondencia con el extremo de la condición del estado de carga plástica se obtiene [Schiava (2001)]

$${}^{n+1}\mathrm{p} = {}^{n+1}\mathrm{p}^e - {}^{n+1}\mu\, {}^{n+1}\varphi\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{p}}\right) \tag{2.47}$$

$${}^{n+1}\mathrm{q} - {}^{n+1}\mathrm{q}^e \cos\left({}^{n+1}\theta^e - {}^{n+1}\theta\right) + {}^{n+1}\mu\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{q}}\right) = 0 \tag{2.48}$$

$$q^e q \; sen\left(\theta^e - \theta\right) - {}^{n+1}\mu\left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right) = 0 \tag{2.49}$$

$${}^{n+1}s - {}^{n+1}s^e + {}^{n+1}\mu\,{}^{n+1}\varphi\left(\frac{\partial F}{\partial s}\right) = 0 \tag{2.50}$$

$$\boldsymbol{F}\left({}^{n+1}p, {}^{n+1}q, \theta, {}^{n+1}s, \kappa\right) = 0 \tag{2.51}$$

con

$$\mu = 3\,G\,\lambda \tag{2.52}$$

que es el multiplicador Lagrangiano modificado con la condición de consistencia y ϕ es un escalar definido de la forma

$$\phi = \frac{K}{3\,G\left(1+\beta\right)} = \frac{2\,(1+\nu)}{9\,(1-2\,\nu)\,(1+\beta)} \tag{2.53}$$

Se observa la dependencia de las características de compresibilidad elásticas (ν , coeficiente de Poisson) y plásticas (β).

En esta tesis se ha implementado la ley constitutiva con control mixto. La formulación mixta es una generalización del estado de tensión pura y del control de deformaciones y es conveniente para usarse con control de variables de tensiones, succiones y deformaciones ó combinaciones de ellos (por ejemplo en ensayos de compresión triaxial) [Schiava y Etse (2008)].

Macari et al. (2003) aplicando el Método de Proyección al Punto más Cercano en la integración de la ecuación constitutiva del modelo de Barcelona, llegan a una formulación similar.

2.6 Resolución del problema numérico

El proceso de iteración consiste en un simple bucle de iteración que comprende las soluciones de las ecuaciones (2.47) á (2.51).

En un caso extremo puede resolverse directamente para el multiplicador Lagrangiano μ vía iteración de la condición de consistencia, pero para criterios de fluencia de múltiples superficies complejas esto puede traer dificultad especialmente en el cambio de superficies activas.

Con el objeto de lograr un máximo control en el cálculo de ${}^{n+1}p$, ${}^{n+1}q$, ${}^{n+1}\theta$, ${}^{n+1}\mu$ y ${}^{n+1}s$ para la proyección, se adoptan dos niveles de iteración.

En primera instancia, las variables ${}^{n+1}\theta$, ${}^{n+1}\kappa$ se mantienen fijas durante la proyección de tensiones sobre la superficie de fluencia fija. Después de la convergencia, se calculan nuevos valores de las variables ${}^{n+1}\theta$, ${}^{n+1}\kappa$, que definen una nueva superficie de fluencia. En la proyección a la superficie de fluencia fija, para un valor dado de κ, el sistema de ecuaciones (2.47) á (2.51) es resuelto para ${}^{n+1}p$, ${}^{n+1}q$, ${}^{n+1}\theta$ y ${}^{n+1}s$ mediante dos niveles de iteración procediendo con los valores elásticos de invariantes de tensiones y predictor de succión (p^e, q^e, θ^e y s^e).

Para un dado $\theta = \underline{\theta}$, pudiéndose tomar como valor inicial $\theta = \theta^e$ se resuelve de la manera siguiente

1° nivel de iteración: κ fijo y $\theta = \theta^e$

$$ {}^{n+1}p = {}^{n+1}p^e - {}^{n+1}\mu\, {}^{n+1}\varphi\left(\frac{\partial F}{\partial p}\right) \tag{2.54}$$

$$ {}^{n+1}q = {}^{n+1}q^e cos\left({}^{n+1}\theta^e - {}^{n+1}\theta\right) + {}^{n+1}\mu\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial q}\right) \tag{2.55}$$

$$ {}^{n+1}s = {}^{n+1}s^e + {}^{n+1}\mu\, {}^{n+1}\varphi\left(\frac{\partial F}{\partial s}\right) \tag{2.56}$$

$$ \boldsymbol{F}\left({}^{n+1}p, {}^{n+1}q, \theta, {}^{n+1}s, \kappa\right) = 0 \tag{2.57}$$

2° Nivel: calcula θ

$$ z(\theta) = q^e qsen(\theta^e - \theta) - {}^{n+1}\mu\left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right) \tag{2.58}$$

3° Nivel: se itera sobre la variable de endurecimiento κ

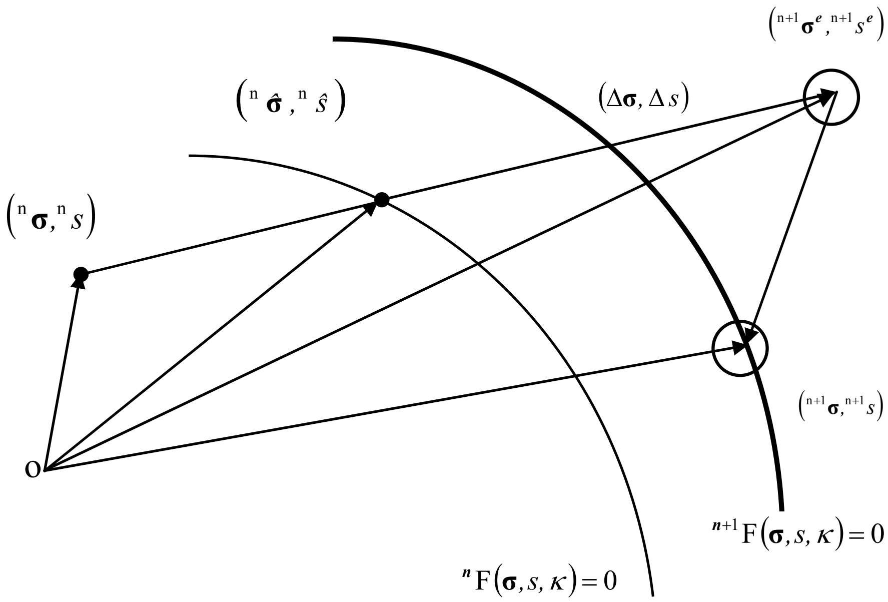


Figura 2.2 CPPM basado en integración implícita dentro del esquema *s* constante

Cuando se obtienen los valores de ^{n+1}p, ^{n+1}q, $^{n+1}\mu$, ^{n+1}s se calcula un nuevo valor de θ de la ecuación haciendo

$$z(\theta)={}^{n+1}q\ {}^{n+1}q^{e}\ sen({}^{n+1}\theta^{e}-{}^{n+1}\theta)-{}^{n+1}\mu\left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right) \tag{2.59}$$

Una vez obtenidos los invariantes (^{n+1}p, ^{n+1}q, $^{n+1}\theta$, ^{n+1}s), para los valores fijos de κ , se calculan los componentes cartesianos de $^{n+1}\sigma$ vía tensiones principales y direcciones principales de tensiones.

El procedimiento de integración implícita (MPPC), paso a paso de la ecuación constitutiva se desarrolla de la siguiente manera:

1) Dado: $^{n}\boldsymbol{\sigma}$, ^{n}s, $^{n}\boldsymbol{\varepsilon}$, $^{n}\boldsymbol{\varepsilon}^{p}$, κ, $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$, Δs
2) Calcular: $^{n+1}\boldsymbol{\sigma}^{e} = {}^{n}\boldsymbol{\sigma}+\Delta\boldsymbol{\sigma}$; $^{n+1}s^{e} = {}^{n}s+\Delta s$
3) Con $^{n+1}\boldsymbol{\sigma}^{e}$ calcular q^{e}, p^{e}, θ^{e}
4) Iterar sobre p, q, θ, s usando el método Newton hasta la convergencia
5) Iterar θ hasta la convergencia
6) Chequear el criterio de convergencia de proyección de tensiones:
    6.1 No Converge: repetir pasos 4-6
    6.2 Si Converge: Continue
7) Iterar variables de endurecimiento
8) Chequear el criterio de convergencia
    8.1 No Converge: repetir pasos 4-7
    8.2 Si Converge: salida de $^{n+1}\boldsymbol{\sigma}$ *y* ^{n+1}s
9) Fin del algoritmo.

2.7 Medida de la Deformación y del Trabajo de Endurecimiento.

Después de obtenerse las solución de los invariantes p, q, θ, s las componentes cartesianas de $^{n+1}\boldsymbol{\sigma}$ se obtienen a través de las tensiones y las direcciones principales. El incremento de la deformación plástica $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{p}$ se calcula utilizando la regla de Koiter en ec. (2.11)

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{p}=\sum_{i=1}^{M}\lambda_i\ m_i=\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_d^{p}+\frac{1}{3}\Delta\varepsilon_v^{p}\,\boldsymbol{I} \tag{2.60}$$

donde $\varepsilon_v=\mathrm{tr}(\varepsilon)$ es la parte volumétrica de la deformación y $\boldsymbol{\varepsilon}_d=\boldsymbol{\varepsilon}-\frac{1}{3}\varepsilon_v\,\boldsymbol{I}$ es la parte desviatórica. Ambas componentes de la deformación son

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_d^{p}=\frac{1}{2G}\left({}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}_d^{e}-{}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}_d\right) \tag{2.61}$$

$$\Delta\varepsilon_v^p = -\frac{1}{K}\left({}^{n+1}p^e - {}^{n+1}p\right) \tag{2.62}$$

Estas expresiones se utilizan para calcular el incremento del trabajo plástico en la ley de endurecimiento, definido como

$$\Delta w^p = {}^{n+1}\boldsymbol{\sigma} : \Delta\,\boldsymbol{\varepsilon}^p = \Delta w_d^p + \Delta w_v^p \tag{2.63}$$

donde $\Delta w_d^p, \Delta w_v^p$ son la parte desviatórica y volumétrica respectivamente

$$\Delta w_d^p = {}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}_d : \Delta\,\boldsymbol{\varepsilon}_d^p = {}^{n+1}q\ \ \Delta\,\varepsilon_q^p \tag{2.64}$$

$$\Delta w_v^p = {}^{n+1}p\,\Delta\,\varepsilon_v^p \tag{2.65}$$

Donde $\Delta\,\varepsilon_v^p$ es el incremento de la deformación volumétrica debida a la presión y $\Delta\,\varepsilon_d^p$ es el incremento de la deformación plástica desviatórica [Macari et al. (1997)].

Como el ángulo entre σ^e_d y σ_d es $(\theta^e - \theta)$, reemplazando en ecuación (2.57) se obtiene el incremento de la deformación plástica desviatórica

$$\Delta\varepsilon_q^p = \frac{1}{3G}\left(q^e\cos({}^{n+1}\theta^e - {}^{n+1}\theta) - q\right) \geq 0 \tag{2.66}$$

La tensión en la ec. (2.63) tiene significativa influencia en la respuesta del material por las características de endurecimiento-ablandamiento, como puede observarse para la historia de carga correspondiente a un ensayo de compresión triaxial. [Weihe (1989)].

2.8 Resolución numérica del parámetro de endurecimiento

La función de endurecimiento $\kappa = \kappa\left({}^{n+1}\boldsymbol{\sigma},\ {}^{n+1}s\right)$ tienen una elevada no linealidad y una solución analítica cerrada no siempre existe debido a la dependencia implícita de los valores finales de tensión y succión, que necesariamente obligan a adoptar un esquema complejo de resolución.

Como regla general los esquemas que convergen más rápidamente, como los métodos de orden elevado, requieren una ajustada estimación inicial y el uso de un número significativo de dígitos para su convergencia. Por lo tanto es recomendable iniciar con un método simple y luego usar otro método de orden mayor para la rápida convergencia en pocas iteraciones.

En consecuencia, se inicia el procedimiento con un método de orden bajo para los pasos iniciales y que provee los datos para el ingreso necesarios en un esquema más complejo de orden mayor de convergencia.

En la presente formulación se ha empleando el algoritmo propuesto por Weihe (1989) y mejorado por Arduino (1992), por lo tanto, se asume que la variable de endurecimiento $\kappa = \kappa\left({}^{n+1}\boldsymbol{\sigma},\ {}^{n+1}s\right)$ (considerando por el momento a la superficie de fluencia que dependa solamente de la variable de endurecimiento-ablandamiento κ) es una función de un escalar x^{p} variable definida usualmente por el trabajo plástico acumulado (ec. (2.63)).

En dicho algoritmo, la salida de la variable de endurecimiento-ablandamiento se obtiene por combinación del método de Iteración de Picard (PI), también conocido como iteración de "punto fijo" sobre la variable κ y por la interpolación de orden inverso adaptativo (AOII), sobre la diferencia de la subsiguiente iteración de κ .

No es necesario que con la iteración de Picard se alcance la convergencia de la solución, sino que una vez que se obtiene un valor final aproximado, se prosigue con el método de interpolación de orden inverso adaptativo para encontrar la solución definitiva [Macari et al. (1997)].

En esta tesis se ha implementado la ley constitutiva en un código específico de elementos finitos que incluye la aproximación del transporte hidráulico en adición al problema de deformación.

La solución de este problema dual permite actualizar la succión, las tensiones y variables de estado, que resultan en cada paso ó incremento.

CAPITULO III

MODELO ELASTOPLASTICO PARA MATERIALES COHESIVOS FRICCIONALES PARCIALMENTE SATURADOS

3. 1 HIPÓTESIS FUNDAMENTALES

El modelo constitutivo elastoplástico para medios cohesivos granulares parcialmente saturados que se propone, es una extensión de modelo de cono y capa conocido como MRS-Lade. El modelo MRS-Lade es una extensión del modelo desarrollado en la Universidad de Colorado por Macari-Pascualino, Runneson y Sture [Sture et a. (1989), Jéremic y Sture (1994), Macari et al. (1997)], el cual es un posterior desarrollo del modelo de tres invariantes propuesto por Lade [Lade (1972), Lade y Duncam (1973), Lade (1989)], para suelos no cohesivos. Este modelo ha sido desarrollado para simular la respuesta de materiales friccionales con baja cohesión, como las arenas, para estados de confinamientos variables.

El modelo que se formula en esta tesis es una extensión del modelo de MRS-Lade para suelos parcialmente saturados. Como se expresara anteriormente, en el punto 1.1.2 del capítulo I, la denominación de suelos parcialmente saturados engloba una amplia gama de tipos de suelos con comportamiento disímiles entre sí.

En vista de ello, la formulación del modelo se orienta en general a suelos parcialmente saturados, comprendiendo aquellos suelos que dentro de la clasificación unificada de Casagrande se distinguen como: arcillas de baja plasticidad (CL), limos inorgánicos (ML), arcillas limosas y limos arcillosos (CL-ML), mezclas de ellos con contenidos variables de arenas muy finas y a las arenas limo arcillosas (SM-SC), es decir suelos cohesivos-friccionales.

Dentro de estos tipos de suelos, se encuentran los loess con características colapsables que son los causantes de graves daños en distintos tipos de estructuras y en la infraestructura hidráulica y vial.

El modelo extendido de MRS-Lade se formula en el espacio de tres invariantes de tensiones y en el que se adiciona la succión como una variable tensional adicional. Para simular el complejo comportamiento de los medios porosos parcialmente saturados se consideran, en la presente formulación las siguientes hipótesis:

- Superficies de fluencia tipo cono-capa, una superficie curva cuadrática “aplanada” correspondiente al cono que se intersecta con otra superficie curva también cuadrática de capa en el plano meridiano.

- Las variables de endurecimiento y ablandamiento de ambas superficies evolucionan con el trabajo plástico de disipación.

- Regla de flujo no asociada volumétrica en la región del cono ó de baja presión de confinamiento y asociada en la región de capa de alto confinamiento.

- Regla de flujo asociada en el plano desviatórico en la región del cono.

- Dependencia de la superficie de fluencia de la succión a través de la curva Carga-Colapso (L.C., Loading-Collapse) [Gens (1995), Schrefler y Bolzon (1997), Nuth y Laloui (2007)].

- Dependencia de la superficie de fluencia en la región de cono del tercer invariante de tensiones, confiriendo a la misma una forma no circular en su representación desviatórica.

En Figura 3.1 se representa el criterio de fluencia del modelo propuesto en el espacio de tensiones principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

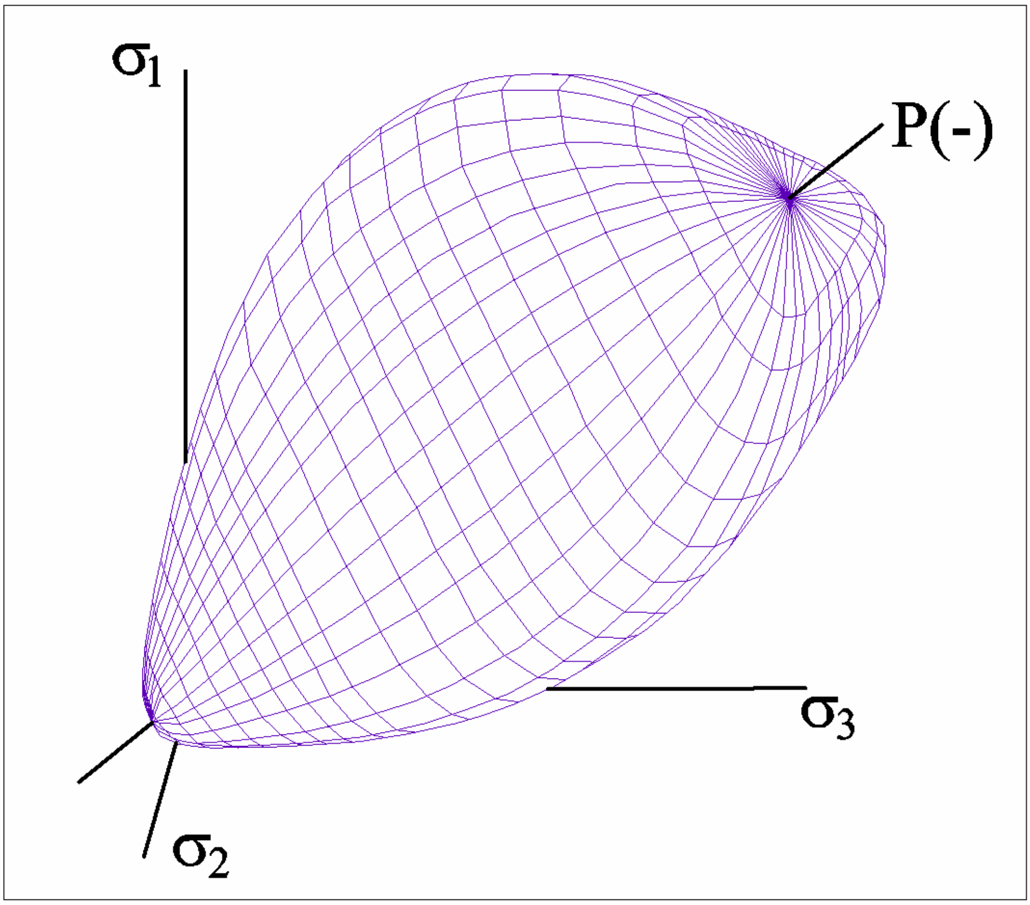


Figura 3.1. Superficie de fluencia del modelo Extendido de MRS-Lade en el espacio $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

En Figura 3.2 se representa el criterio de fluencia del modelo en el espacio $\mathrm{q}, \mathrm{p_n}, s$, en el regimen de endurecimiento. La intersección de la superficie de fluencia con el plano $\mathrm{p_n} - s$ define la curva Carga-Colapso (LC).

La superficie de fluencia L.C., está definida en el espacio $\mathrm{p_n} - s$, donde $\mathrm{p_n}$ es la presión en exceso de la presión atmosférica, se indica en la Figura 3.3 y en ella se observa que al aumentar el valor de la succión se incrementa el dominio elástico.

Por otro lado un incremento de la succión produce un incremento de la cohesión aparente del suelo según la función $p_c(s)$.

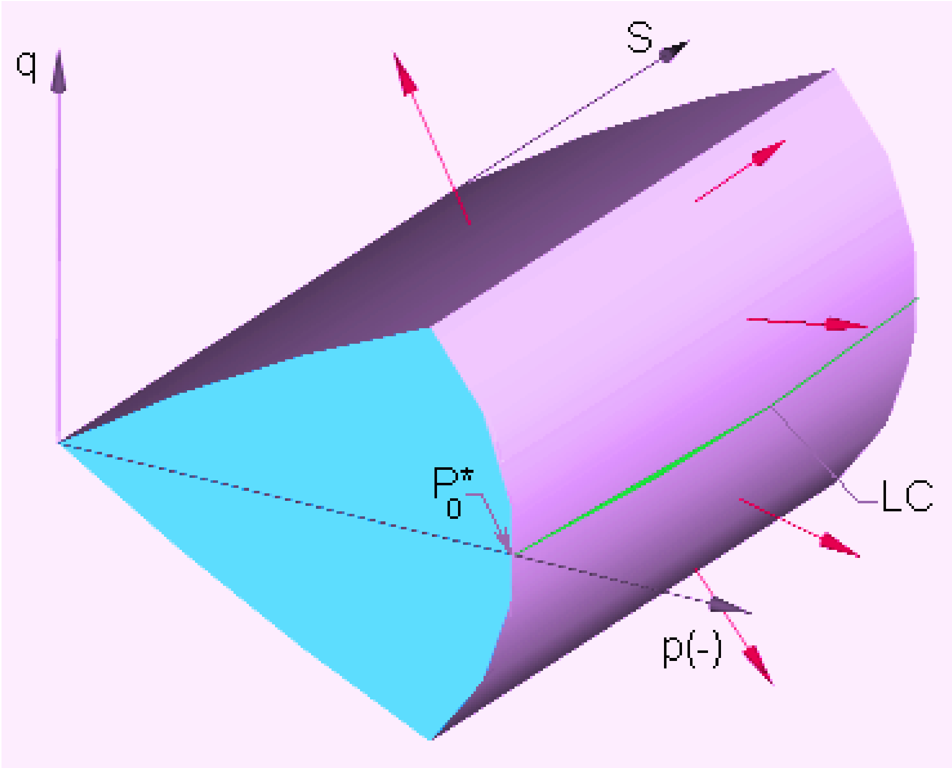


Figura 3.2. Superficie de fluencia del modelo Extendido de MRS-Lade en el plano meridiano de compresión.

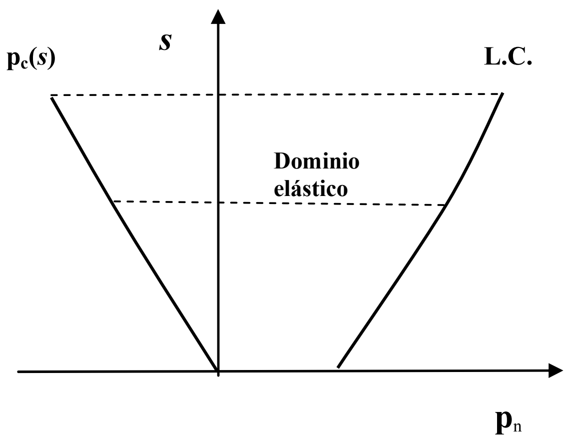


Figura 3.3. Superficies de fluencia en el plano $s - p_n$.

En la Figura 3.4, se observa que cuando el suelo se humedece $(s \rightarrow 0)$ en condición de baja presión, punto B, por debajo de la presión de preconsolidación en condición saturada (p^*_{01}), el material permanece en régimen elástico. Por el contrario cuando actúa una presión superior a la de preconsolidación en condición saturada $\left(p_{01}^{*}\right)$ como en el punto D de la figura, un aumento del contenido de humedad conduciría a una deformación irreversible y corrimiento de la superficie de fluencia

Este movimiento de la superficie de fluencia está caracterizado por un cambio de la presión isotrópica p_o^*, que se define como la presión de preconsolidación para la condición de suelo saturado $s = 0$, y se considera un parámetro de endurecimiento característico del modelo [Gens (1995), Schrefler y Bolzon (1997), Nuth y Laloui (2007)].

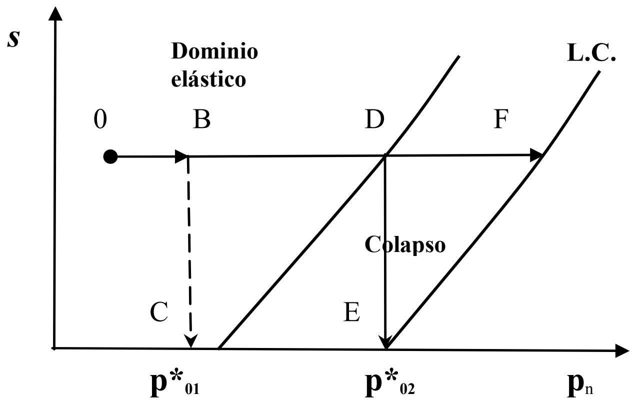


Figura 3.4. Superficies de fluencia Carga-Colapso (L.C.)

3.2 CONDICION DE FLUENCIA

Tanto la porción de cono como la de capa de la condición de fluencia se desplazan o evolucionan isotrópicamente en régimen de edurecimiento.

La superficie de fluencia de cono posee el vértice localizado a la izquierda del origen del espacio de tensiones, dependiendo de las características cohesivas del material en cuestión.

En la región de cono, la condición de fluencia se define en términos del primer invariante del tensor de tensiones, del segundo y tercer invariante del tensor de tensiones desviatórico q y θ respectivamente y de las variables de endurecimiento/ablandamiento κ_{cono}.

Definiendo la presión efectiva en función de la presión neta p_n y de la succión s, la función de fluencia se expresa como

$$F_{cono}\left(p_n, q, \theta, s, \kappa_{cono}\right) = f\left(q, \theta\right) - \eta\left(\kappa_{cono}\right)\left(p_n + s - p_c\right) = 0 \tag{3.1}$$

con

$$f\left(q, \theta, s\right) = q\left(1 + \frac{q}{q_a}\right)^m g\left(\theta\right) \tag{3.2}$$

$$p_c = r_{pc}\ s \tag{3.3}$$

Donde m es una constante del material que controla la curvatura del cono en el plano meridiano (p_n, q), q_a es la tensión desviadora de referencia, η el ángulo de fricción interna definido en función del parámetro de endurecimiento κ_{cono}, p_c la cohesión del material expresada en función de la succión y r_{pc} una constante del material.

Los invariantes están dados por

$$p_n = -\frac{I_{1n}}{3} \tag{3.4}$$

$$q = \sqrt{3 J_{2D}} \tag{3.5}$$

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_{3D}}{\sqrt{(J_{2D})^3}} \tag{3.6}$$

Siendo p_n la presión volumétrica neta, I_{1n} es el primer invariante del tensor de tensiones netas, q el invariante desviatórico, J_{2D} y J_{3D} el segundo y tercer invariante de tensiones netas desviatórico, respectivamente y θ el ángulo de Lode.

Finalmente, $g(\theta)$ es la función de Willam y Warnke (1975), que controla la variación continua de la resistencia cortante entre el meridiano de compresión y el de tracción, dando lugar a una superficie elíptica convexa en el plano desviatórico

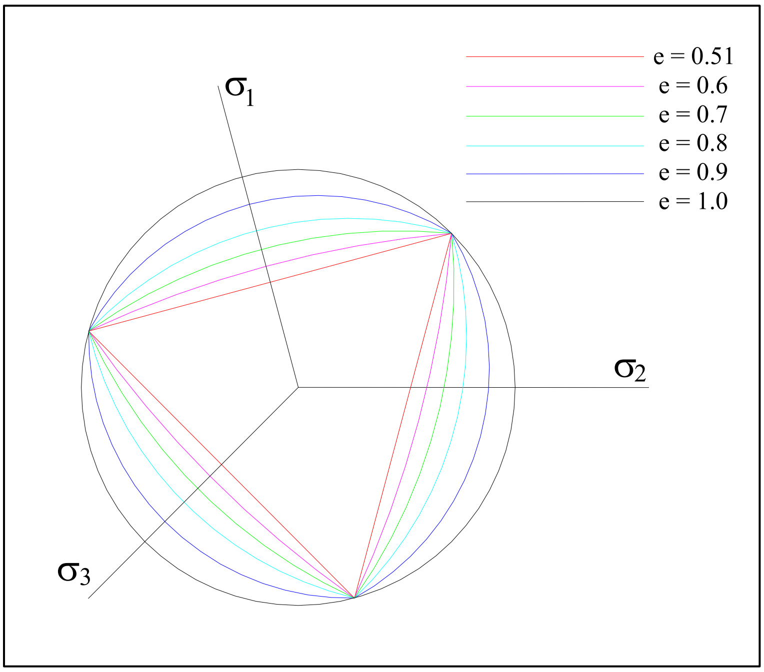


Figura 3.5. Función de Willam-Warke $\frac{1}{g(\theta)}$

$$\boldsymbol{g}(\theta)=\frac{4\left(1-\boldsymbol{e}^2\right)cos^2(\theta)+(2\boldsymbol{e}-1)^2}{2\left(1-\boldsymbol{e}^2\right)cos(\theta)+(2\boldsymbol{e}-1)\left[4\left(1-\boldsymbol{e}^2\right)cos^2(\theta)+5\boldsymbol{e}^2-4\boldsymbol{e}\right]^{1/2}} \tag{3.7}$$

El parámetro de excentricidad e debe cumplir con la condición $\frac{1}{2}<e\leq 1$.

Para $e=1$ se obtiene $g(\theta)=1$ y se anula la influencia del tercer invariante, la forma en el plano desviatórico resulta circular, correspondiendo a una similitud del criterio de Drucker-Prager. Cuando $e\rightarrow\frac{1}{2}$ se tiende a una forma triangular (criterio de fluencia de Rankine), como se indica en Figura 3.5.

En Figura 3.6 se muestra la proyección de la superficie de fluencia del modelo extendido de MRS-Lade en el plano meridional para valores del ángulo de Lode de $\theta=0$ y $\theta=\frac{\pi}{3}$. El valor $\alpha\, P_{capa}$ fija el valor de la presión volumétrica donde se intersectan ambas superficies de cono y capa, siendo α parámetro del modelo.

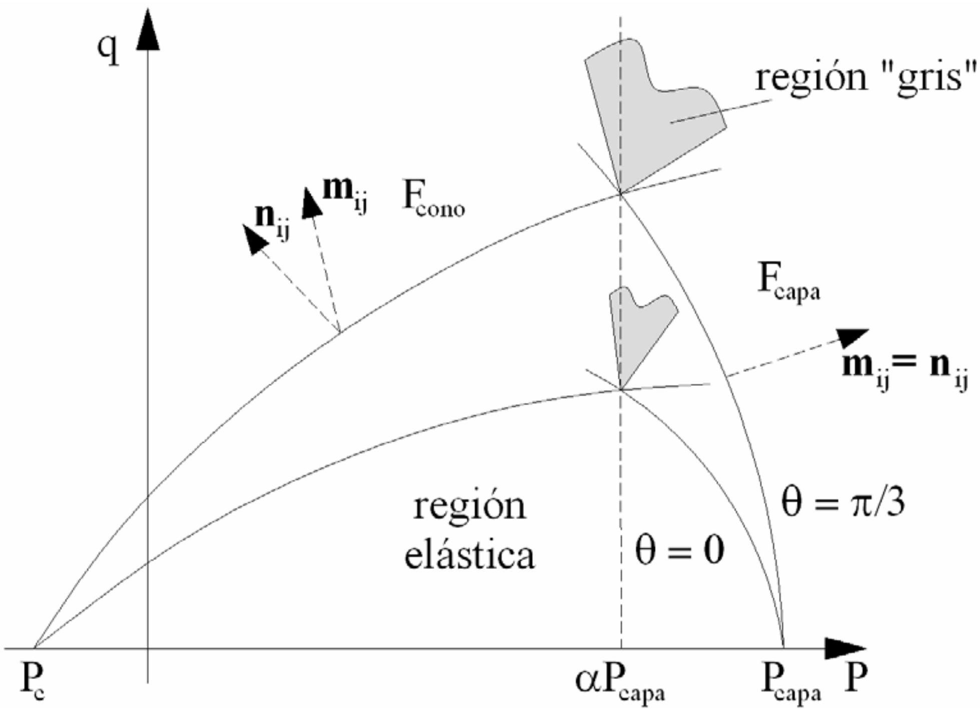


Figura 3.6. Superficie de fluencia en plano meridional

La presión $p_c = r_{pc}\, s$ es la que define la intersección del cono con el eje hidrostático y por lo tanto es una medida de la cohesión.

En la formulación propuesta p_c es función de la succión, de acuerdo con las de Gatmiri y Delage (1995) y Schrefler y Bolzon (1997).

En Figura 3.7 se muestra la superficie de fluencia en el plano desviatórico.

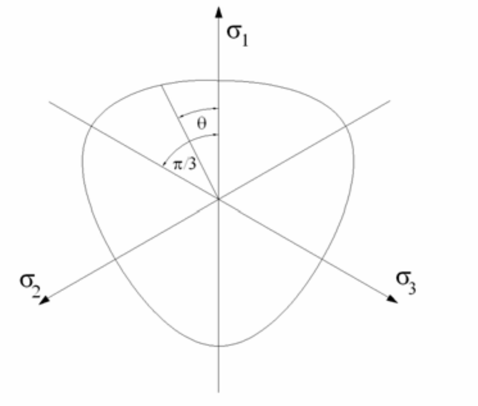


Figura 3.7. Superficie de fluencia en plano desviatórico

El parámetro m es una constante del material que controla la curvatura del cono en el plano meridiano $(\mathrm{p_n}\ ,\mathrm{q})$, con $0 \le \mathrm{m} \le 1$, si $\mathrm{m} = 0$ se obtiene una superficie cónica rectilínea que implica que el ángulo de fricción interna no varía con la presión hidrostática actuante.

Por lo tanto, se observa que el modelo contiene como caso particular al criterio de Drucker-Prager lineal, en el caso que $\mathrm{m} = 0$ y la excentricidad $\mathrm{e} = 1$. La ecuación (3.1) se reduce entonces a la forma

$$\mathrm{F_{cono}} = \mathrm{q} - \eta_{cono}\,(\mathrm{p_n} + s - \mathrm{p_c}) \tag{3.8}$$

La superficie de capa, que involucra principalmente la respuesta volumétrica, viene dada por una ecuación elíptica en plano meridional, expresada en términos de los invariantes de tensiones

$$\mathrm{F_{capa}}\left(\mathrm{p_n}, \mathrm{q}, \theta, s, \kappa_{\mathrm{capa}}\right) = \left(\frac{\mathrm{p_n} - \mathrm{p_m}}{\mathrm{p_r}}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{f}(\mathrm{q},\theta)}{\mathrm{f_r}}\right)^2 - 1 = 0 \tag{3.9}$$

donde se ha introducido las siguientes presiones de referencia

$$\mathrm{p_r} = \frac{(1-\alpha)[\varphi\,(1-\alpha) + \alpha\,]}{2\,\varphi\,(1-\alpha) + \alpha}\ \mathrm{p_{capa}}\left(\kappa_{\mathrm{capa}}\right) \tag{3.10}$$

$$\mathrm{p_m} = \frac{\left[\varphi\,(1-\alpha)^2\,\right] + \alpha^2}{2\,\varphi\,(1-\alpha) + \alpha}\ \mathrm{p_{capa}}\left(\kappa_{\mathrm{capa}}\right) \tag{3.11}$$

$$f_r = \eta_{cono} \left[\varphi(1-\alpha)+\alpha\right] \left[\frac{\alpha}{2\varphi(1-\alpha)+\alpha}\right]^{1/2} p_{capa}(\kappa_{capa}) \tag{3.12}$$

$$\varphi = \frac{\eta_{capa}}{\eta_{cono}} \tag{3.13}$$

$$-\frac{\alpha}{2(1-\alpha)} < \varphi < n \tag{3.14}$$

El parámetro α determina la forma de la superficie elíptica y η_{capa} representa la inclinación de la superficie de capa en intersección con el cono.

La presión de fluencia isotrópica p_{capa} es una función del parámetro de endurecimiento κ_{capa} y de la succión según la función

$$p_{capa}(\kappa_{capa}) = p_{cap,0} \left[1 + (\kappa_{capa})^{1/r}\right] \tag{3.15}$$

Donde r es un parámetro del material.

La intersección de la superficie límite de la capa con el eje de presiones volumétricas p_{capa} es dependiente de la succión y de la variable de endurecimiento. Esta dependencia se materializa a través de la presión volumétrica $p_{cap,0}$, que corresponde a la presión inicial del suelo para un valor de succión dado.

Diversos autores han propuesto distintas fórmulas para expresar esta relación, por ejemplo, Jommi y Di Prisco (1994), en función de la presión de preconsolidación en saturación p_0^* y del grado de saturación $\boldsymbol{S}_r$

$$p_{cap,0} = p_0^* \exp(\boldsymbol{Gr}(1-\boldsymbol{S}_r)) \tag{3.16}$$

Kohgo et al. (1993), en función de la succión y la deformación plástica volumétrica

$$p_{cap,0} = exp\left(\frac{\boldsymbol{B}(s^*)+\varepsilon_v^p}{\boldsymbol{A}(s^*)}\right) \tag{3.17}$$

Siendo, ε_v^p la deformación plástica volumétrica, $\boldsymbol{A}(s^*)$ ***y*** $\boldsymbol{B}(s^*)$ variables de estado y s^* la succión efectiva definida en ec. (1.36).

Schrefler y Bolzon (1997), en base a la interpolación de datos experimentales proponen una función lineal, que es la adoptada en esta tesis

$$p_{cap,0} = p_o^* + i\ s \tag{3.18}$$

Donde p_o^* en la ecuación (3.18) representa la presión de preconsolidación para la condición de suelo saturado $(s = 0)$, para la cual $p_{cap,0} = p_o^*$. Esta es la ecuación adoptada en el modelo extendido de MRS-Lade para tener en cuenta la dependencia de $p_{cap,0}$ con la succión, en la que i es una constante del material que produce el incremento de dicha presión con el aumento de la succión.

Valores de la constante i para arcillas y limos obtenidos mediante ensayos experimentales de laboratorio se pueden consultar en Escario y Saez (1973), Alonso et al. (1990), Cui y Delage (1996) y Schrefler y Bolzon (1997). Con la función lineal definida en ec. (3.19), se obtiene una respuesta del modelo compatible al comportamiento de los suelos loéssicos considerando los niveles de succión experimentados.

En la Figura 3.8 se representan las funciones de fluencia de cono y capa, obtenidas numéricamente, en el meridiano de compresión y tracción.

En la Figura 3.9 se representa las funciones de cono y capa para distintos valores de la succión en el meridiano de compresión.

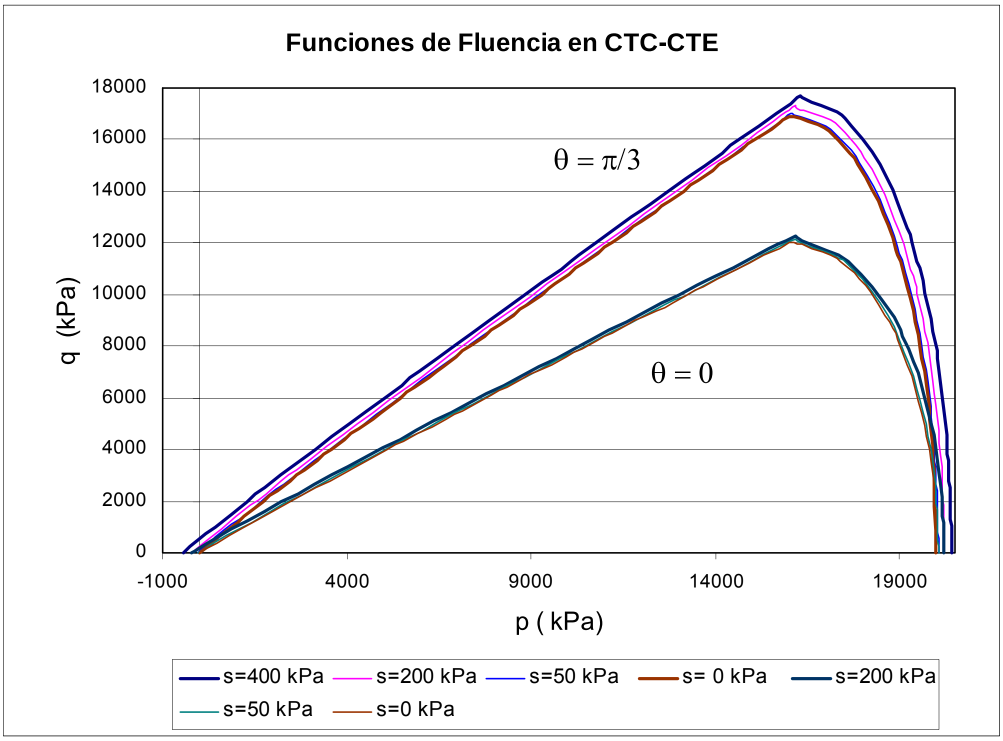


Figura 3.8. Funciones de fluencia del modelo en el espacio p-q**,** meridiano de compresión y de tracción.

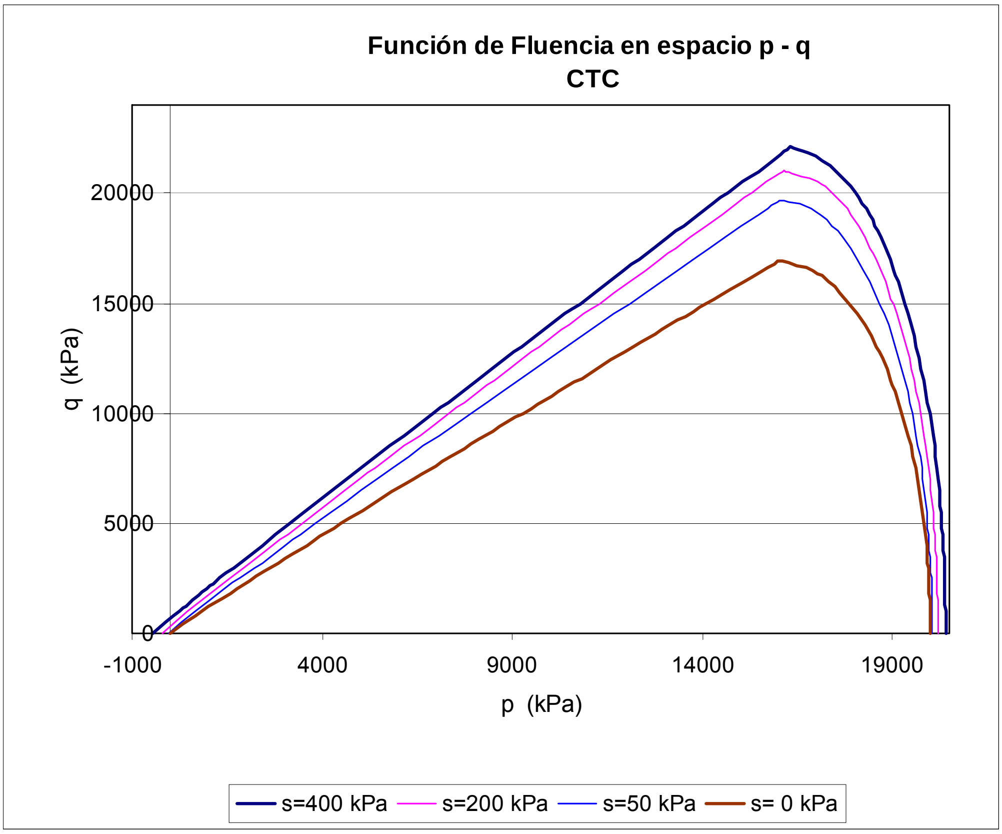


Figura 3.9. Funciones de fluencia en cono y capa para diferentes valores de succión en el espacio p-q.

3.3. FUNCIONES DE POTENCIAL PLÁSTICO

El modelo emplea dos funciones de potencial plástico, una para la parte de cono y otra para el régimen de capa. Se asume una ley de flujo no asociada para el cono en correspondencia con un comportamiento volumétrico expansivo para bajas presiones de confinamiento y viene da por la expresión

$$Q_{cono}\left(p_n, q, \theta, s, \kappa_{cono}\right) = f\left(q, \theta\right) - n\,\eta\left(\kappa_{cono}\right)\left(p_n + s - p_c\right) = 0 \qquad (3.19)$$

donde n es el parámetro escalar de no asociatividad volumétrica, que controla la tasa del flujo plástico. La ecuación que define la dependencia de n en el estao de tensiones es

$$n = \gamma \frac{p_n - \alpha p_{cap}}{p_n + \alpha p_{cap}} \qquad (3.20)$$

con γ parámetro material.

Se observa que si $p_n = \alpha p_{capa}$, $n = 0$ por lo tanto en cercanía de ese punto el material se vuelve incompresible.

La regla de flujo asociada, gobierna el comportamiento volumétrico y desviatórico en la región de la capa. Por lo tanto la función de fluencia coincide con la función de potencial plástico que viene dada

$$Q_{capa} = F_{capa} \tag{3.21}$$

Debe notarse que esta condición puede causar algún problema de convergencia en el proceso de retorno de tensiones plásticas a ambos lados de la intersección de ambas superficies. Para evitar esto se aplica la condición

$$\varphi \leq n \tag{3.22}$$

por lo tanto la ecuación (3.20) resulta

$$-\frac{\alpha}{2(1-\alpha)} < \varphi \leq n \tag{3.23}$$

En el caso general, para cualquier valor aceptable de φ puede producirse una "*región gris*", como se indica en Figura 3.6, con problemas de convergencia en la intersección de ambas superficies de fluencia de cono y capa, conocido como "*problema de esquina*" y para tales casos es necesario el uso de un algoritmo para solucionarlo.

Perez Foguet y otros, [ver Perez Foguet et al. (2000), Perez Foguet et al. (2001)], han propuesto una técnica para solucionar dicho problema proponiendo modificar la función de fluencia de capa y la función de potencial plástico en el cono del modelo MRS-Lade, para logar la traslación del espacio de tensiones.

En la presente formulación, se asume que $\varphi = 0$ que con la aplicación de un algoritmo conveniente se reduce considerablemente el esfuerzo computacional.

En el Anexo B se puede consultar la implementación numérica aplicada para solucionar el problema de múltiples superficies de fluencia y la resolución del problema de esquina empleado, que es el método denominado de Activación Elástica (MAE) que fuera propuesto por Simo et al. (1987) y con iteración sobre el parámetro de retorno equivalente r.

3.4 LEY DE ENDURECIMIENTO Y ABLANDAMIENTO

Los parámetros de endurecimiento y ablandamiento κ_{cono} y κ_{capa} se definen en término del trabajo plástico acumulado w^p

$$w^p = \int_0^{{}^{n+1}\varepsilon^p_{ij}} \sigma_{ij}\, d\varepsilon^p_{ij} \tag{3.24}$$

expresado mediante la ley incremental

$$\dot{\kappa}_{cono} = \frac{1}{c_{cono}\, p_a} \left(\frac{p_n + s - p_c}{p_a} \right)^{-l} \dot{w}^p \tag{3.25}$$

$$\dot{\kappa}_{capa} = \frac{1}{c_{capa}\, p_a} \left(\frac{p_{cap,0}}{p_a} \right)^{-r} \dot{w}^p \tag{3.26}$$

con $c_{cono}, c_{capa}, p_a, l, r$ parámetros materiales

Las variables de endurecimiento influyen directamente en la superficie de fluencia y fueron descriptas por Sture et al. (1989).
Las relaciones se definen como

$$\eta_{cono} = \eta(\kappa_{cono}) \tag{3.27}$$

$$p_{capa} = p(\kappa_{capa}) \tag{3.28}$$

de manera que la superficie exhibe una suave transición del régimen elástico al plástico, y eventualmente indican un comportamiento de ablandamiento.

Las funciones $\eta_{cono} = \eta(\kappa_{cono})$ y $p_{capa} = p(\kappa_{capa})$ se expresan en términos de los parámetros de endurecimiento y ablandamiento de la forma

$$\eta_{cono}\{\kappa_{cono}\} = a\ \exp(-b\,\kappa_{cono})(k_1 + \kappa_{cono})^{1/\nu} + k_2\, \overline{\eta}_{cono} \left(\frac{\kappa_{cono}}{\varepsilon + \kappa_{cono}} \right) \tag{3.29}$$

siendo

$$a = \exp(b) \left(\frac{1}{1 + k_1} \right)^{1/\nu} \left(1 - \frac{k_2}{1 + \varepsilon} \right) \overline{\eta}_{cono} \tag{3.30}$$

$$b = \frac{1}{\nu(1 + k_1)} + \frac{k_2\, \varepsilon}{(1 + \varepsilon)(1 + \varepsilon - k_2)} \tag{3.31}$$

y $k_1, k_2, \nu, \varepsilon$ son parámetros adicionales del material correspondientes a las funciones de endurecimiento-ablandamiento.

Para mayor información sobre la implementación se puede consultar en el trabajo de Sture et al (1989) y Jeremic (1994).

3.4.1 Influencia del parámetro de endurecimiento

La formulación del modelo implica que el valor de la fricción en la superficie de fluencia de cono es dependiente de la variable de endurecimiento κ_{cono} resultando $\eta_{cono}(1) = \overline{\eta}_{cono}$ y $\eta'(1) = 0$, es decir que η_{cono} toma el valor máximo de la fricción $\overline{\eta}_{cono}$ para $\kappa_{cono} = 1$.

El valor residual es $\eta_{cono} = k_2\ \overline{\eta}_{cono}$ cuando $\kappa_{cono} \to \infty$.

En la Figura 3.10 se observa la influencia del parámetro de endurecimiento/ablandamiento para diferentes valores de la deformación axial sobre la evolución de la variable de estado friccional η_{cono}.

La variación de η en función de la deformación total y de la variable de endurecimiento κ para distintos valores del parámetro material ε se presentan en las Figura 3.10 y Figura 3.11.

A diferencia con los modelos constitutivos de "estado crítico" y "Cam Clay modificado", que asumen que la inclinación de la "línea de estado crítico" (L.E.C.) que representa el ángulo de fricción del material, es constante e independiente de la succión [Alonso et al. (1990), Wheeler y Sivakumar (1995) y Gens (1995), Sheng et al. (2003, a)], en la presente formulación la fricción es dependiente del valor de la succión a través del parámetro de endurecimiento κ_{cono} .

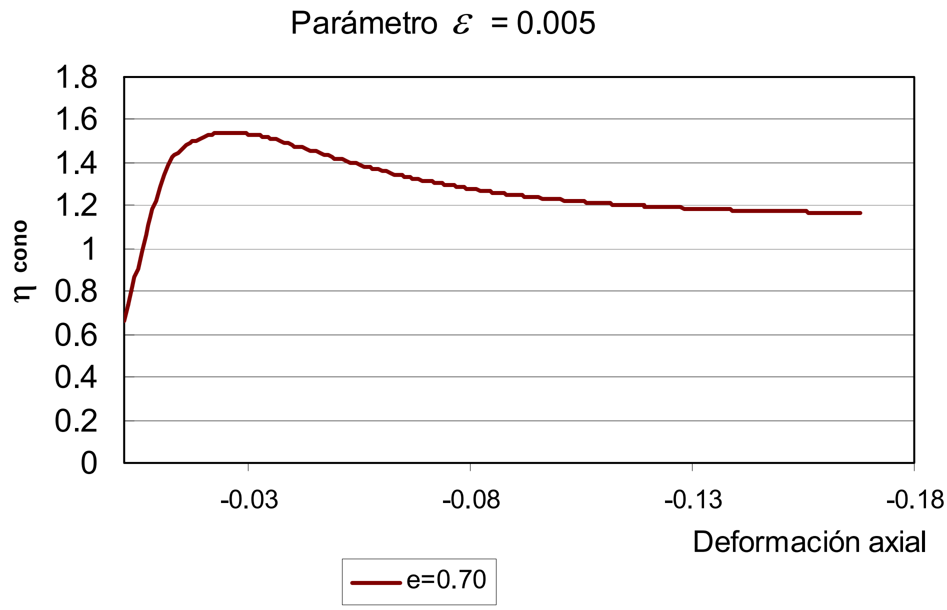


Figura 3.10. Función de endurecimiento ablandamiento de cono.

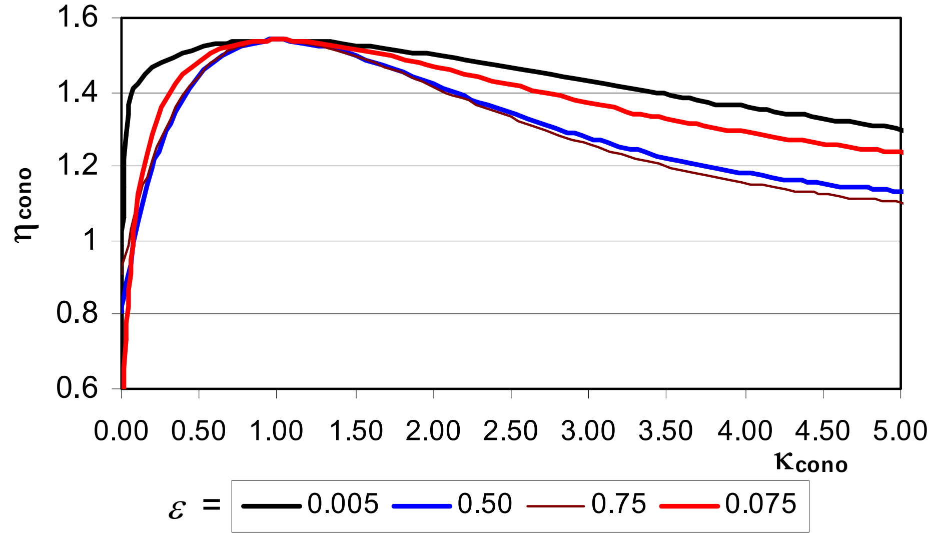


Figura 3.11 .Influencia del parámetro de endurecimiento-ablandamiento κ_{cono} sobre η_{cono}, según el valor de ε.

3.5 SUMARIO DE LOS PARAMETROS DEL MODELO

PARAMETROS DEL MODELO EXTENDIDO DE MRS-LADE

$\mathrm{E(kPa)}$ = Módulo de elasticidad

ν = Módulo de Poisson

e = Parámetro de excentricidad

m = Constante de curvatura de cono

n = Parámetro de no asociatividad

ν_{cono} = Constante de cono

l = Constante de cono

k_1 = Parámetro de endurecimiento de fricción en cono

k_2 = Parámetro de endurecimiento de fricción en cono

η_{cono} = Fricción en cono

c_{cono} = Constante de cono

c_{capa} = Constante de capa

r = Constante de capa

r_{pc} = Parámetro de cohesión

$p_0^*(kPa)$ = Presión de preconsolidación en condición saturada

i = Parámetro de función de carga-colapso

ε = Parámetro de endurecimiento

$\varphi = \dfrac{\eta_{capa}}{\eta_{cono}}$ = Relacion de fricción cono-capa

α = parámetro de forma de la superficie elíptica

CAPITULO IV

ANALISIS FLUJO-MECANICO DE SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS

4.1. INTRODUCCION

Los suelos parcialmente saturados involucrados en problemas de ingeniería de fundaciones ó de túneles, han sido tratados en los últimos años como medios porosos continuos, lo que ha llevado a una descripción más realista de la compleja relación existente entre el proceso hidráulico y la respuesta mecánica inducida por el mismo.

En general, la deformación de un suelo parcialmente saturado involucra el flujo del agua en los poros del suelo, el equilibrio mecánico, transferencia de calor y la posibilidad del transporte de componentes químicos (sales). Un modelo que incluya todos estos aspectos resulta muy complejo y requiere un número grande de parámetros materiales. Para formular un modelo teórico más accesible, es necesario aislar los procesos más importantes y aproximar los efectos secundarios. La temperatura, por ejemplo, principalmente afecta la velocidad del cambio de fase del fluido en los poros, excepto en los casos en que las tensiones debidas a la temperatura son significativos, como es el caso de depósitos de residuos nucleares.

Los espacios intersticiales ó poros del medio, pueden ser considerados como llenos de dos fluidos solamente, líquido y aire. La proporción del volumen total de poros ó porosidad puede, por lo tanto, definirse en función del grado de saturación S_w para el agua y S_a para el aire, de la forma

$$S_w + S_a = 1 \tag{4.1}$$

Los dos fluidos (líquido y gas) pueden presentar diferentes áreas de contacto con las partículas sólidas del material de la forma en que se indica en Figura 4.1.

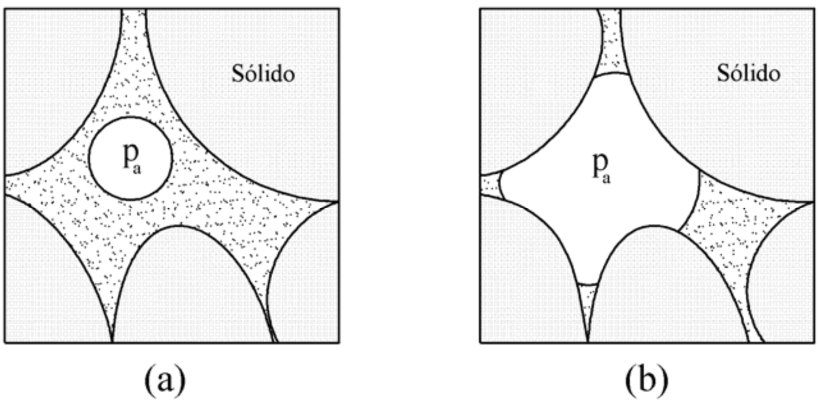


Figura 4.1 Dos fluidos en los poros de un sólido granular: a) El aire ocluido en el líquido y b) Ambos fluidos en contacto con la superficie de la partícula sólida.

La presión intersticial promedio se puede expresar como:

$$\mathrm{p} = \chi_w\,\mathrm{p_w} + \chi_a\,\mathrm{p_a} \tag{4.2}$$

Donde los coeficientes χ_w y χ_a referidos al agua y aire respectivamente son tales que

$$\chi_w + \chi_a = 1 \tag{4.3}$$

Las presiones se pueden referir a la diferencia entre ambas

$$\mathrm{p_c} = \mathrm{p_w} - \mathrm{p_a} \tag{4.4}$$

Esta presión es dependiente de la magnitud de la tensión superficial ó capilaridad y a la que se refiere como presión capilar.

Igualmente, en la mayoría de los problemas que involucran suelos parcialmente saturados, es posible considerar la presión del aire en los poros como constante e igual a la presión atmosférica debido a la interconexión entre ellos (Zienkiewicz et al. 1999). El cambio de fase entre el líquido y el vapor en los poros puede ser convenientemente modelado con apropiadas condiciones de borde. Por lo tanto una simple y adecuada formulación para simular numéricamente el comportamiento de suelos parcialmente saturados se basa en los principios de conservación de la masa y del equilibrio mecánico del volumen total del suelo [Sheng et al. (2003, a)].

En la presente formulación, se utiliza este principio de conservación de la masa y del equilibrio mecánico para la aplicación del modelo constitutivo elastoplástico para medios cohesivos friccionales parcialmente saturados, del tipo cono–capa extendido de MRS-Lade, al que se le suma una estrategia de la integración numérica de las ecuaciones constitutivas para un acoplamiento parcial de las tensiones, deformaciones y flujo en medios porosos.

La técnica comprende a un amplio espectro del comportamiento en régimen transitorio de suelos parcialmente saturados a saturados con una formulación simple. El flujo del agua en los suelos se describe como el resultado del gradiente del potencial y de las características del sistema de poros descrito por medio de la distribución, tamaño y tortuosidad de los poros. Estas propiedades hidráulicas se resumen por medio de la curva de retención de agua y del coeficiente de permeabilidad hidráulica. El flujo del agua en el medio es resuelto mediante la ecuación de continuidad y la ley de Darcy.

4.2 ECUACIONES DE TRANSPORTE. LEY DE CONSERVACION DE LA MASA EN MEDIOS POROSOS.

Para representar el comportamiento del medio poroso parcialmente saturado se emplea la ecuación propuesta por Richards (1992, 1995). Esta ecuación se deriva de la combinación de la ecuación de conservación de la masa ó ecuación de continuidad y la ley de Darcy, asumiendo que los efectos del aire ocluido en el agua y la compresibilidad de la matriz sólida son despreciables. La porosidad del suelo se describe en base a la curva de retención del agua $\theta(s)$ y al tensor de conductividad hidráulica o permeabilidad $\mathbf{K}(\mathrm{s})$, que pueden ser expresados, según Croney y Coleman (1961), Philips y Smiles (1969), Richards et al. (1995), Spierenburg et al. (1995), Gräsle et al.

(1995) y Sheng et al. (2003, a), como funciones de la succión *s.*

La ecuación de continuidad del flujo viene dada por

$$\frac{\partial \theta(\boldsymbol{s})}{\partial \boldsymbol{t}} = -\nabla \mathbf{q} + G \tag{4.5}$$

siendo

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K}(s)\nabla \mathrm{p} \tag{4.6}$$

donde $\mathbf{q}$ es el flujo volumétrico dado por la ley de Darcy (vector velocidad), *G* la velocidad a la que se genera o se pierde flujo por unidad de volumen en régimen estacionario ó permanente, *s* la succión, *t* el tiempo, $\theta(\boldsymbol{s})$ el contenido volumétrico de agua, $\mathbf{K}(s)$ tensor de conductividad hidráulico, p es el potencial del agua en poros del suelo y ∇ el operador matemático $(\partial/\partial x, \partial/\partial y)$.

El potencial del agua en el suelo se define como la energía libre del agua en el punto considerado como la elevación ó carga de agua, ó bien como una presión equivalente, succión ó carga. Por lo tanto se tendrá

$$\mathrm{p} = \rho_{\mathrm{w}}\, \mathrm{g}\, \mathrm{z} - s \tag{4.7}$$

con

- g = aceleración de la gravedad
- z = altura de la columna de agua
- ρ_{w} = densidad del agua

Generalmente, los parámetros del suelo empleados para estas funciones se asumen como invariantes en el tiempo de acuerdo a la formulación de Van Genuchten (1980). Para comportamientos de histéresis se pueden adoptar diferentes curvas de humedecimiento y secado, como las que da Mualem (1976).

La presión total se puede definir entonces como la succión equivalente en el punto considerado relativa a la presión del agua libre [Gräsle et al. (1995), Richards et al. (1995)].

Combinando las ecuaciones (4.5) y (4.6) resulta

$$\frac{\partial \theta}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial t} = \nabla[\ \mathbf{K}(s)\nabla \mathbf{p}\ ] + G \tag{4.8}$$

con $\frac{\partial \theta}{\partial \mathrm{s}} = \mathrm{c}(\mathrm{s})$ es la capacidad capilar ó la pendiente de la curva succión-volumen de agua contenido, que es una característica del suelo.

En Figura 4.2 se representa la relación entre curvas características de retención de agua y permeabilidad en función de la succión para arcillas y arenas.

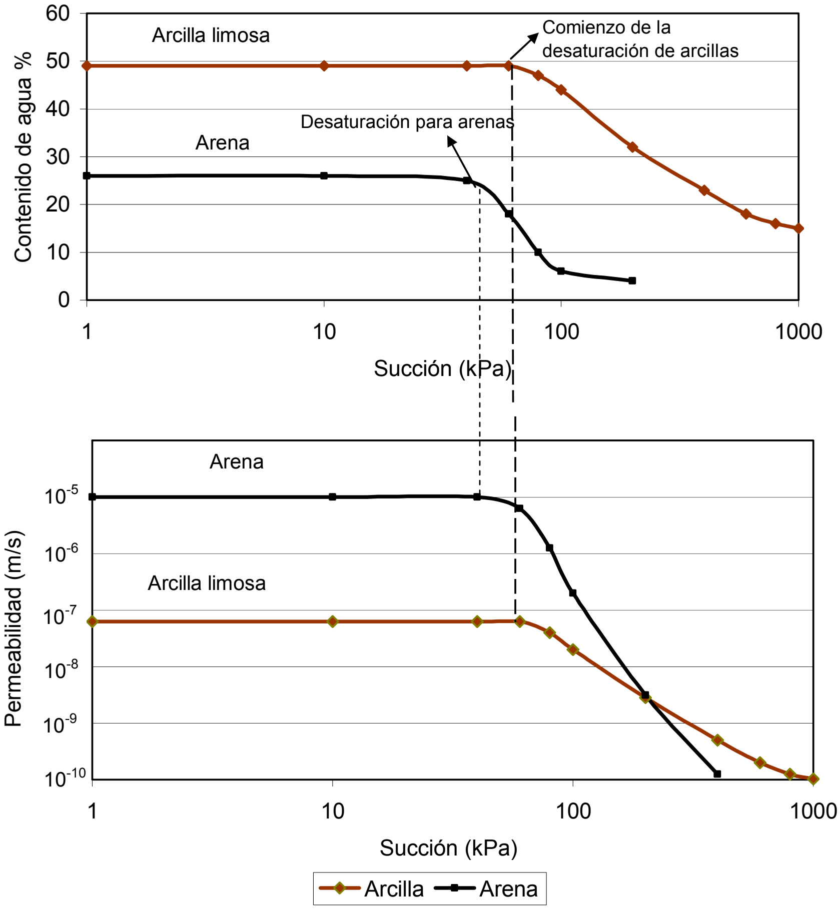


Figura 4.2. Funciones empíricas típicas de Gardner: relación entre contenido de agua y permeabilidad con la succión.

Varios autores han propuesto una fórmula general para la relación de la curva características de contenido de agua en el suelo, entre ellos Lee et al. (1995) y Fredlund y Xing (1994)

$$\theta_w = \theta_s \left[\frac{1}{ln\left[\boldsymbol{e} + \left(p_a - p_w\right)/s_a\right]^a} \right]^b \qquad (4.9)$$

Donde

θ_w es el contenido volumétrico de agua en saturación

$\boldsymbol{e}$ = 2.718…

s_a valor de la succión en el punto de inflexión de la curva característica

a tasa de desaturación

b contenido de agua residual

En la presente formulación se emplea la función de propuesta por van Genuchten y Hillel, también utilizada por Sheng et al. (2003, a), representada en la Figura 4.3., que es de la forma

$$\theta = \frac{1}{\left(1+\left(s/a\right)^{b}\right)^{c}} \tag{4.10}$$

Donde *a, b* y *c* son parámetros materiales del suelo, a calibrar en cada caso.

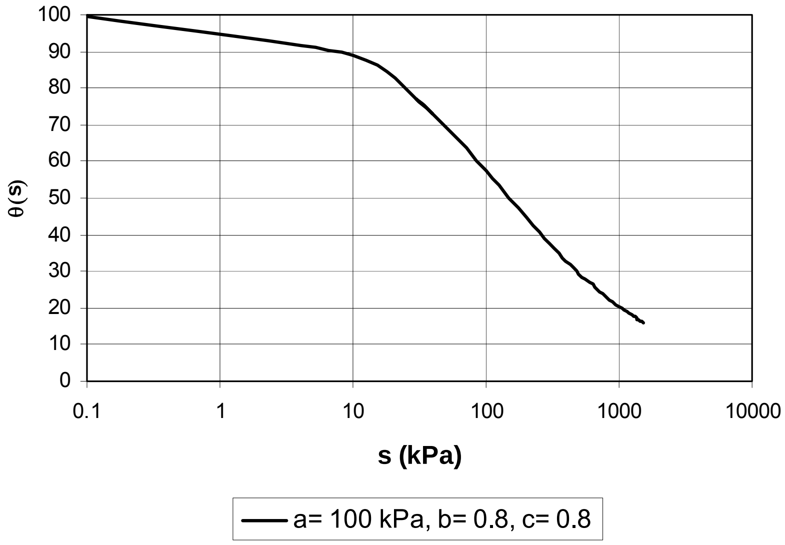


Figura 4.3. Función van Genuchten

La ecuación diferencial de segundo grado de Richards (1995) resulta

$$\mathrm{c}(s)\frac{\partial s}{\partial \mathrm{t}} = \nabla\left[\ \mathbf{K}(s)\nabla \mathrm{p}\ \right] + \mathrm{G} \tag{4.11}$$

Para materiales isótropos, en este caso para simplicidad, considerando $\mathbf{K}$ constante y para cuerpos bidimensionalesse obtiene

$$\mathbf{K}(s)\left(\frac{\partial^2 \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{p}}{\partial \mathrm{y}^2}\right) + \mathrm{G} = \mathrm{c}(s)\frac{\partial s}{\partial \mathrm{t}} \tag{4.12}$$

Debe observarse que, es necesario computar la derivada segunda del potencial para encontrar la solución.

Se resalta que la predicción del flujo del agua en suelos parcialmente saturados reviste un grado de complejidad elevado por las heterogeneidades del medio y la gran cantidad de variables involucradas. La ecuación (4.12) es fuertemente no lineal por la dependencia con la succión.

4.3 FORMULACIÓN DEL FLUJO

La solución de las ecuaciones utilizadas para el flujo hidráulico en medios porosos, está sujeta a ciertas simplificaciones por el grado de complejidad que ellas implican. Por lo tanto para la formulación se considera:

- Las funciones $\theta(s)$ y $\mathbf{K}(s)$ se consideran exclusivamente dependientes de la succión. De esta manera se desprecian las características histeréticas y extremadamente no lineales de estas funciones.

- Se desprecian efectos térmicos como también la salinidad del suelo y los cambios de las propiedades hidráulicas debido a cambios tensionales.
- Se desprecia el flujo del aire.
- Se asume como válida la ley de Darcy para la modelación del flujo hidráulico.
- La matriz sólida del suelo se considera rígida a los fines de simular el flujo en el medio poroso.
- El flujo hidráulico es supuesto como isotermal.

Si a la ecuación de Richards dada en ec. (4.8), la multiplicamos por la función arbitraria $W(x_i)$

$$g(W, q_i, p) = W(x_i)(c\dot{p} - G + q_{i,i}) = 0 \qquad (4.13)$$

El gradiente del flujo volumétrico puede obtenerse a partir de la ec. (4.6), indicando como $q_{i,i} = \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y}$, se tiene

$$q_{i,i} = \nabla\left[\mathbf{K}(s)\nabla p\right] \qquad (4.14)$$

Integrando en el dominio Ω

$$G(W, q_i, p) = \int_\Omega W(x_i)(c\dot{p} - G + q_{i,i})\ d\Omega = 0 \qquad (4.15)$$

Planteando por partes, aplicando luego el teorema de Green e introduciendo q_n, que representa el flujo en el borde, se obtiene

$$G(W, q_i, p) = \int_\Omega W(x_i)(c\dot{p} - G)\, d\Omega - \int_\Omega W_{,i}\, q_i\, d\Omega + \int_{\Gamma_q} W\, \overline{q}_n\, d\Gamma = 0 \qquad (4.16)$$

$$G(W, q_i, p) = \int_\Omega W(x_i)(c\dot{p} - G)\, d\Omega + \int_\Omega W_{,i}\, K\, p_{,i}\, d\Omega + \int_{\Gamma_q} W\, \overline{q}_n\, d\Gamma = 0 \qquad (4.17)$$

Obsérvese que esta forma tiene solo derivadas de primer orden en contraposición de las segundas derivadas en la ecuación original, forma que es debida a Zienkiewicz y Taylor (1994).

4.4 SOLUCIÓN APROXIMADA. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

La forma débil de resolución de un conjunto de ecuaciones diferenciales por el método de los elementos finitos, se construye de la manera siguiente:

1. Se multiplica la ecuación diferencial por una función arbitraria que contrae la ecuación.
2. Integra el resultado obtenido en el dominio considerado Ω_h
3. Integra por partes usando el teorema de Green para reducir las derivadas a su mínimo orden.
4. Reemplaza las condiciones de borde por una forma adecuada.

Para la solución aproximada mediante elementos finitos se define cada integral como la suma de las integrales de cada elemento.

$$\Omega \approx \Omega_h = \sum_{e=1}^{Nel} \Omega_e \tag{4.18}$$

donde Ω_h es la aproximación del dominio creado por el conjunto de elementos, Ω_e es el dominio del elemento y N_{el} es el número de elementos, por lo tanto será

$$\int_{\Omega} (*)\, d\Omega \approx \int_{\Omega_h} (*)\, d\Omega = \sum_{e=1}^{N_{el}} \int_{\Omega_e} (*)\, d\Omega \tag{4.19}$$

Para el problema de flujo hidráulico la ecuación integral resulta

$$G \approx G_h(W, q_i, p) = \sum_{e=1}^{N_{el}} \int_{\Omega_e} W(x_i)(c\dot{p} - G)\, d\Omega - \sum_{e=1}^{N_{el}} \int_{\Omega_e} W_{,i}\, q_i\, d\Omega + \sum_{e=1}^{N_{el}} \int_{\Gamma_q} W\, \overline{q}_n\, d\Gamma = 0 \tag{4.20}$$

Las integrales deben estar bien definidas, para evitar problemas en las integrales de superficie entre elementos adyacentes. Esto ocurre porque $W(x_i)$ y p son continuas en el dominio, pero con la aproximación sus primeras derivadas pueden ser discontinuas. Este caso, en que las funciones son continuas y no sus derivadas primeras definen a las funciones del tipo C^0. Comúnmente el método de elementos finitos usa elementos isoparamétricos para construir funciones C^0 [Taylor (2000)].

Considerando la condición que $W(x_i)$ y p sean continuas en Ω , y las primeras derivadas puedan ser discontinuas en Ω , definimos los elementos isoparamétricos de condición C^0 mediante las aproximaciones

$$x_i = \sum_{I=1}^{N_{el}} N_I(\zeta) x_i^I \tag{4.21}$$

$$p_i = \sum_{I=1}^{N_{el}} N_I(\zeta) p_i^I \tag{4.22}$$

para las coordenadas y la presión equivalente en el agua contenida en el suelo respectivamente.

En las ecuaciones I representa el número nodal, N_I la función de forma para el nodo I y ζ las coordenadas naturales del elemento, x_i^I representa las coordenadas del nodo, p_i^I los valores nodales de las presiones de poros

dependientes del tiempo y N_{el} el número de nodos conectados al elemento.
Las funciones de forma estándar cumplen la condición

$$\sum_{I=1}^{N_{el}} N_I(\zeta) = 1 \tag{4.23}$$

Esto asegura que la aproximación contiene el término $(1, x_i)$ y por lo tanto que la solución converge. Para las interpolaciones se tiene

$$x_i = N_I(\zeta)\, x_i^I \tag{4.24}$$

$$p = N_I(\zeta)\, p^I \tag{4.25}$$

$$W = N_I(\zeta)\, W^I \tag{4.26}$$

donde W^I son parámetros arbitrarios (método de Galerkin).
Las funciones de forma para un elemento cuadrilátero de cuatro nodos en dos dimensiones se escriben

$$N_1(\zeta) = \frac{1}{4}\left(1 + \zeta_1^I\, \zeta_1\right)\left(1 + \zeta_2^I\, \zeta_2\right) \tag{4.27}$$

siendo ζ_i^I las coordenadas naturales en el nodo I.

Las derivadas para los elementos isoparamétricos se construyen empleando la regla de la cadena

$$\frac{\partial N_I}{\partial \zeta_i} = \frac{\partial N_I}{\partial x_j}\frac{\partial x_j}{\partial \zeta_i} = \frac{\partial N_I}{\partial x_j} J_{ji} \tag{4.28}$$

con

$$J_{ji} = \frac{\partial x_j}{\partial \zeta_i} \tag{4.29}$$

que es el transformador de coordenadas Jacobiano.

Esto constituye un conjunto de ecuaciones lineales que se resuelven para cada valor específico de las derivadas de las funciones de forma, de las coordenadas naturales, en cada punto de cuadratura.
Según

$$\frac{\partial N_I}{\partial x_j} = \frac{\partial N_I}{\partial \zeta_i} J_{ji}^{-1} \tag{4.30}$$

Utilizando las derivadas de las funciones de forma, el gradiente de las presiones de poros puede aproximarse como

$$\begin{bmatrix} p_{,x1} \\ p_{,x2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{I,x1} \\ N_{I,x2} \end{bmatrix} p^I(t) \tag{4.31}$$

Igualmente las funciones de peso

$$\begin{bmatrix} W_{,x1} \\ W_{,x2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{I,x1} \\ N_{I,x2} \end{bmatrix} W^I(t) \tag{4.32}$$

Finalmente el cambio de la presión de poro en cada elemento será

$$\dot{p} = N_I(\zeta)\,\dot{p}^I(t) \tag{4.33}$$

Para cada elemento resulta

$$\int_{\Omega e} W\, c\, \dot{p}\, d\Omega = W^I S_{IJ}\, \dot{p}^J \tag{4.34}$$

con

$$S_{IJ} = \int_{\Omega_e} N_I\ c\ N_J\ d\Omega \tag{4.35}$$

$$S = \int_{\Omega_e} N_p^T\ c\ N_p\ d\Omega \tag{4.36}$$

define **la matriz de capacidad capilar elemental** del suelo.
De igual manera

$$\int_{\Omega e} W_{,i}\, k\, p_{,i}\, d\Omega = W^I K_{IJ}\, p^J \tag{4.37}$$

donde

$$H_{IJ} = \int_{\Omega_e} N_{I,i}\ k\ N_{J,i}\ d\Omega \qquad\qquad H = \int_{\Omega_e} \nabla N_p^T\ k\ \nabla N_p\ d\Omega \tag{4.38}$$

define la **matriz de conductividad elemental**.

Finalmente

$$\int_{\Omega e} W\, G\, d\Omega - \int_{\Gamma_{eq}} W\, \overline{q}_n\, d\Gamma = W^I q_I \tag{4.39}$$

con

$$Q^{ext}{}_I = \int_{\Omega e} N_I\, G\, d\Omega - \int_{\Gamma_{eq}} N_I\, \overline{q}_n\, d\Gamma \tag{4.40}$$

donde $\overline{q}_n$ es la velocidad del fluido prescripta como condición de borde y $Q^{ext}{}_I$ el vector de los términos de borde**.**

En forma variacional será

$$G_h = \sum_{e=1}^{N_{el}} W^I \,(S_{IJ}\,\dot{p}^J + K_{IJ}\,p^J - q_I) = 0 \tag{4.41}$$

y como W^I es un parámetro arbitrario se debe cumplir que

$$\sum_{e=1}^{N_{el}} (S_{IJ}\,\dot{p}^J + K_{IJ}\,p^J - q_I) = 0 \tag{4.42}$$

La ecuación de filtración puede ahora ser discretizada mediante la forma estándar de Galerkin como

$$\mathbf{S}\,\dot{\mathbf{p}} \quad + \quad \mathbf{H}\,\mathbf{p} \quad - \quad \mathbf{Q}^{ext} = \mathbf{0} \tag{4.43}$$

La integración se resuelve aplicando el método de Newmark [Taylor (2000)].

4.4.1 INTERACCIÓN SUELO-FLUIDO INTERSTICIAL. EQUILIBRIO MECÁNICO

La ley de conservación de la cantidad de momento lineal establece que la resultante de las fuerzas exteriores es equivalente a la variación de la cantidad de movimiento

$$\int_S t_i^{(n)} dS + \int_V \rho\, b_i dV = \frac{d}{dt}\int_V \rho\, v_i dV \tag{4.44}$$

Empleando la fórmula de Cauchy y aplicando el teorema de la divergencia de Gauss para transformar la integral de superficie en una integral de volumen, la ec. (4.45) se transforma en

$$\int_V \left[\operatorname{div}\sigma + \rho\, b - \rho \frac{dv}{dt} \right] dV = 0 \tag{4.45}$$

para un volumen arbitrario, el integrando debe ser nulo, resulta

$$\operatorname{div}\boldsymbol{\sigma} + \rho\,\mathbf{b} = \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \tag{4.46}$$

Donde $\mathbf{b}$ es el vector fuerza del cuerpo y $\mathbf{v}$ es el vector velocidad.

Las ecuaciones anteriores se denominan *ecuaciones de equilibrio de la mecánica de sólidos*. Básicamente estas representan la forma local ó fuerte de la condición de equilibrio. Su contrapartida viene dada por la forma integral ó débil que resulta de plantear la estacionalidad del potencial total de medios continuos con condiciones de borde.

Aplicando el teorema de Green-Gauss y el método de Galerkin de pesos residuales a la ec. (4.46), se obtiene

$$\int_V \mathbf{B}_u^T \boldsymbol{\sigma}\, dV + \int_V \mathbf{N}_u^T \mathbf{b}\, dV - \int_V \rho\, \dot{\mathbf{v}}\, dV = \int_S \mathbf{N}_u^T \dot{\mathbf{t}}\, ds \tag{4.47}$$

donde V es el volumen interesado, S la superficie donde se aplican las fuerzas externas , $\mathbf{t}$ es el vector fuerza externa, $\mathbf{B}_u$ y $\mathbf{N}_u$ las matrices de las funciones de forma de deformaciones y de desplazamientos respectivamente . Siendo $\mathbf{U}$ el vector desplazamiento nodal que se aproxima como

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}_u\, \mathbf{U} \tag{4.48}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}_u\, \mathbf{U} \tag{4.49}$$

$$\mathbf{B}_u = \nabla\, \mathbf{N}_u \tag{4.50}$$

El tensor de tensiones efectivas es

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{I}\, \dot{p}_w = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{I}\, \dot{s} \tag{4.51}$$

La relación general tensión deformación viene dada por

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \mathbf{E} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) \tag{4.52}$$

donde $\mathbf{E}$ es la matriz de rigidez elástica, $\boldsymbol{\varepsilon}$ es la tasa de deformación total y $\boldsymbol{\varepsilon}_p$ la plástica .

El término que involucra las tensiones se expresa ahora de la forma

$$\int \mathbf{B}_u^T\, \boldsymbol{\sigma}\, dV \equiv \int \mathbf{B}_u^T\, \boldsymbol{\sigma}'\, dV - \int \mathbf{B}^T\, \boldsymbol{I}\, p\, dV \tag{4.53}$$

introduciendo así las relaciones entre tensiones efectivas y deformaciones.

Discretizando las presiones de la forma

$$p \approx N_p\, \overline{p} \tag{4.54}$$

se obtiene

$$\mathbf{Q} = \int \mathbf{B}^T\, \boldsymbol{I}\, \mathbf{N}_p\, d\Omega \tag{4.55}$$

$$\int \mathbf{B}_u^T\, \boldsymbol{\sigma}'\, d\Omega = \left(\int \mathbf{B}_u^T\, \mathbf{E}\, \mathbf{B}_u^T\, d\Omega \right) \mathbf{U} = \mathbf{K}\, \mathbf{U} \tag{4.56}$$

donde $\mathbf{K}$ es la matriz de rigidez clásica y $\mathbf{Q}$ acopla el campo de presiones y las ecuaciones de equilibrio.

La ecuación estructural discreta resulta

$$\mathbf{M}\,\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\,\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\,\mathbf{U} - \mathbf{Q}\,\overline{\mathbf{p}} - \mathbf{F} = \mathbf{0} \qquad (4.57)$$

donde $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{F}$ tienen el significado de matrices de masa, amortiguamiento y fuerza respectivamente. El término de acoplamiento aparece debido a las presiones especificadas en el contorno y es $\mathbf{Q}\,\overline{\mathbf{p}}$.

El formato de las ecuaciones acopladas puede escribirse como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\overline{\mathbf{p}}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}} \\ \dot{\overline{\mathbf{p}}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{Q} \\ 0 & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \overline{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} \overline{\mathbf{F}} \\ \mathbf{Q}^{ext} \end{Bmatrix} \qquad (4.58)$$

El sistema es globalmente no simétrico, a pesar de la simetría inherente de las matrices $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}, \mathbf{S}$ y $\mathbf{H}$ y la simetrización se realiza mediante la ponderación de las variables de desplazamiento y presión mediante funciones de peso diferentes [Zienkiewicz y Taylor (1994)].

En la anterior discretización se ha utilizado, de forma conveniente, las mismas formas de elemento para las variables $\mathbf{U}$ y $\overline{\mathbf{p}}$ **,** aunque también pueden usarse interpolaciones diferentes. Las ecuaciones dinámicas se acoplan al campo de presiones equivalentes con la ecuación adicional de flujo transitorio [ec. (4.43)].

La formulación propuesta se ha implementado en el programa Feap v.7.3 [Taylor (2000)], donde la solución de las ecuaciones para problemas no lineales en régimen transitorio se obtiene mediante el método de Newmark y adoptándose una integración en los pasos de tiempo mediante el método de Backward Euler.

El análisis flujo-mecánico se realizó utilizando dicha formulación para el problema de flujo acoplado parcialmente, con la introducción el modelo constitutivo propuesto, en el que interviene la succión como variable independiente del estado de tensiones.

Las simulaciones realizadas indican una respuesta acorde a la esperada y consistente con simulaciones y los ensayos de laboratorio realizados y publicados [Khogo (1995)]. El método propuesto se considera adecuado para analizar problemas estáticos geomecánicos que involucran cambios en la presión de poros, especialmente en suelos que presentan características de colapso cuando la succión tiende a anularse.

CAPITULO V

VALIDACION DEL MODELO

5.1 INTRODUCCIÓN

Con el objeto de estudiar la respuesta del modelo a nivel constitutivo y su capacidad predictiva, se han realizado diferentes simulaciones numéricas de ensayos representativos y se han comparado con los resultados obtenidos en ensayos experimentales de laboratorio sobre muestras de suelo en condiciones de carga variable y de succión controlada, que fueran publicados por distintos autores [Cui et al. (1995), Gens et al. (1995), Kohgo (1995), Macari et al. (2003)]. Previamente a los ensayos ó estudios de validación del modelo, las funciones y parámetros internos y externos fueron calibrados con ensayos edométricos ó de compresión confinada. Para tal fin se tuvo en cuenta no solo la curva tensión deformación sino también el comportamiento volumétrico del suelo.

5.2 ENSAYOS EDOMÉTRICOS

5.2.1 Ensayos edométricos con succión controlada.

Para estudiar la respuesta del modelo a nivel constitutivo, se simula numéricamente un ensayo edométrico ó de compresión confinada, con succión controlada y constante durante todo el ensayo y se compara con los resultados experimentales realizados y publicados por Cui et al. (1995) y (1996).

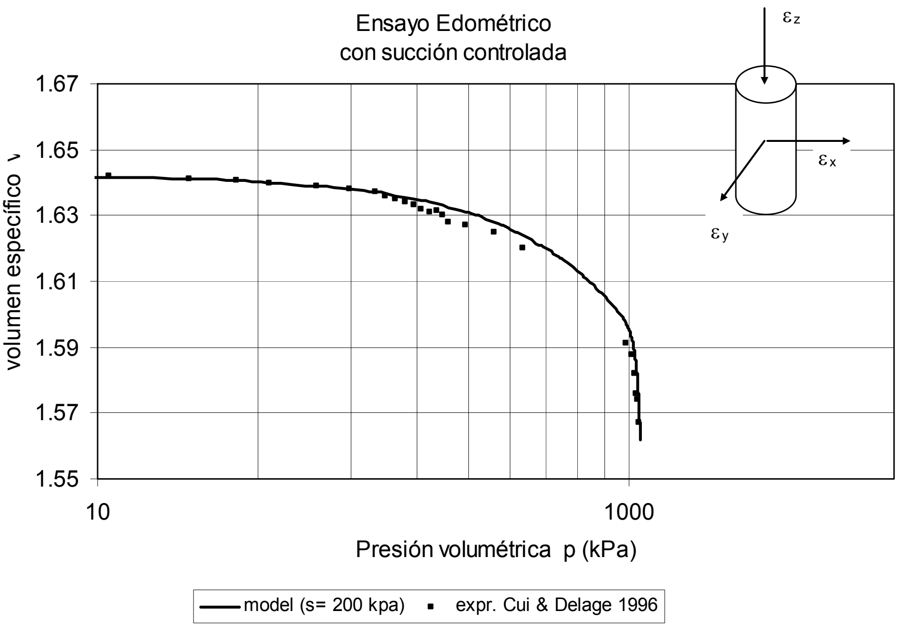


Figura 5.1 Ensayo edométrico con succión controlada

La simulación numérica se realiza con control de las deformaciones axiales e imponiendo deformaciones nulas en las otras direcciones y manteniendo el valor de la succión constante con un valor de s = 200 kPa.

En la Figura 5.1 se pueden observar las curvas volumen específico-presión volumétrica obtenida en la simulación numérica y en comparación con los ensayos experimentales. El comportamiento del material en estas condiciones es reproducido satisfactoriamente, observándose una ligera sobrestimación de las presiones volumétricas.

5.2.2 Ensayos edométricos con succión variable

En el caso previo el material fue ensayado bajo la condición de succión constante durante todo el experimento. En este caso la muestra es ensayada en compresión triaxial con confinamiento lateral y bajo estado de tensiones axialsimétrico.

El suelo ensayado experimentalmente por Gens et al. (1995) es un limo de baja plasticidad de Barcelona con un contenido del 30% de arena, 46% limo y 24% de arcilla, con un Limite Líquido de 30.5% y un Índice de Plasticidad de 11.8 %. Las muestras fueron compactadas estáticamente con presiones de 0.60 MPa obteniéndose una densidad seca de 1.75 gr/cm^3.

La Figura 5.2 muestra las curvas Densidad seca - Humedad %, correspondientes a las presiones verticales de 0.3 y 0.6 MPa, graficadas en un formato tipo ensayo Proctor. En ellas se puede observar que los puntos correspondientes a condiciones óptimas se acercan a la línea de saturación.

Las líneas punteadas indican los valores de la succión que fueran determinadas para cada muestra después de compactada para diferentes combinaciones de densidad seca y humedad. Naturalmente la succión crece fuertemente cuando la humedad de compactación decrece.

Los ensayos edométricos convencionales se realizaron con control de succión, aplicando cargas verticales prescriptas y al final de cuyo estado la muestra fue saturada (condición s = 0 kPa), para observar el comportamiento de colapso por humedecimiento.

Para identificar el efecto de la “estructura” sobre comportamiento del suelo es necesario comparar ambas muestras compactadas “seca” y “húmeda” pero en idénticas condiciones iniciales.

En la Figura 5.2 se indica las dos condiciones de preparación de las muestras y donde Sr se designa al grado de saturación. Una serie D fue compactada seca, la otra serie W fue compactada húmeda obteniéndose para esta última una menor densidad seca, utilizando en ambos casos un esfuerzo de compactación de 0.6 MPa. Después de la compactación, a las muestras de la serie W se le incrementó su valor de succión hasta alcanzar el valor de la serie D.

En la misma figura se muestra el camino de carga llevado en el proceso de secado. En este proceso el suelo de la serie W experimenta reducción de su porosidad hasta alcanzar la densidad seca final de la serie D. Al final del proceso ambas muestras experimentan la misma succión (1.00 MPa), un contenido de humedad de (14 ± 0.25%) y una densidad seca de (1.75 ± 0.02 gr/cm^3).

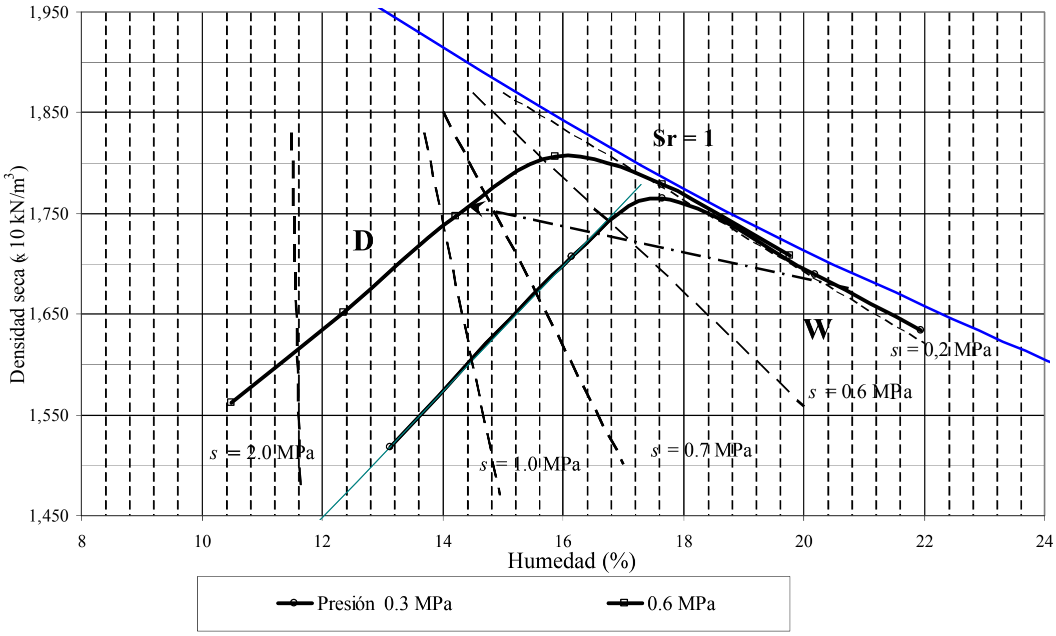


Figura 5.2. Condición de compactación de las muestras en los ensayos Gens et al. (1995)

La simulación numérica mediante el modelo constitutivo, se realiza utilizando control mixto, es decir aplicando pasos de tensiones axiales e imponiendo deformaciones nulas en las otras dos direcciones, bajo succión constante y en el último paso de carga se reduce la succión (condición de *s* = 250 kPa).

En Tabla 5.1 se indican los parámetros del modelo utilizados para reproducir el comportamiento del suelo ensayado.

Tabla 5.1. Resumen de parámetros del modelo extendido MRS-Lade

E = 100.000 kPa	n= 0.10	v_{cono} = 1.50	l = 1.35	r_{pc} = 0.00
v = 0.30	Ψ = 0.00	k_1 = 0.50	c_{capa} = 0.30	*i* = 0.55 - 0,15
e = 0.7	α = 0.80	k_2 = 0.75	r = 1.50	
m = 0.03871	η_{cono} = 2.54 - 0.00092	c_{cono}= 0.009	p^*_o = 400 kPa	

En la Figura 5.3 se visualiza la curva obtenida con el modelo material comparado con la experimental, se puede observar la correspondencia entre la modelación y los valores experimentales hasta el final del estado de deformaciones impuesto. También se puede observar el incremento de las deformaciones verticales cuando el suelo se satura. Se observa el diferente comportamiento de los dos especimenes dependiendo de su conformación ó "estructura" previa aunque se ensayen en idénticas condiciones iniciales de densidad y contenido de humedad.

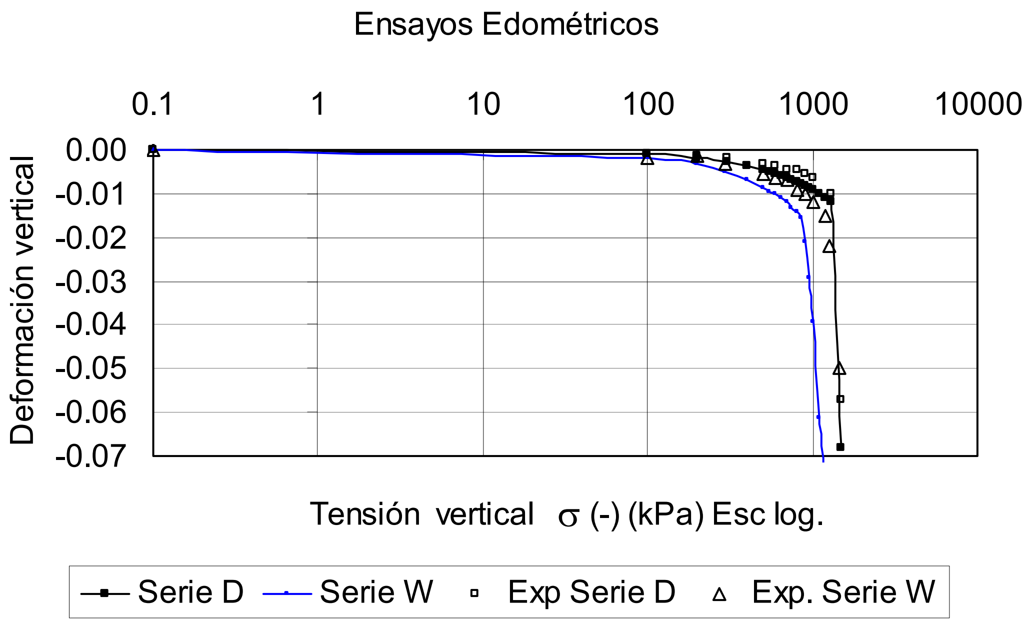


Figura 5.3. Ensayo edométrico: curvas experimentales y simulación

De la simulación numérica surge que, para obtener la respuesta del comportamiento de los suelos de manera de evidenciar las diferencias de conformación ó "estructura" de los mismos, solo se deben modificar dos parámetros del modelo constitutivo: el parámetro de fricción del cono $\eta(\kappa_{cono})$ y el parámetro i de dependencia de la presión $p_{cap,0}$, intersección de la superficie límite de "capa" con el eje de presiones volumétricas, con la succión de acuerdo a la fórmula $p_{cap,0} = p_o^* + i\ s$. Esto puede observarse en Figura 5.4, que grafica la función límite de carga-colapso en el plano $s - p$ [Schiava y Etse (2008)].

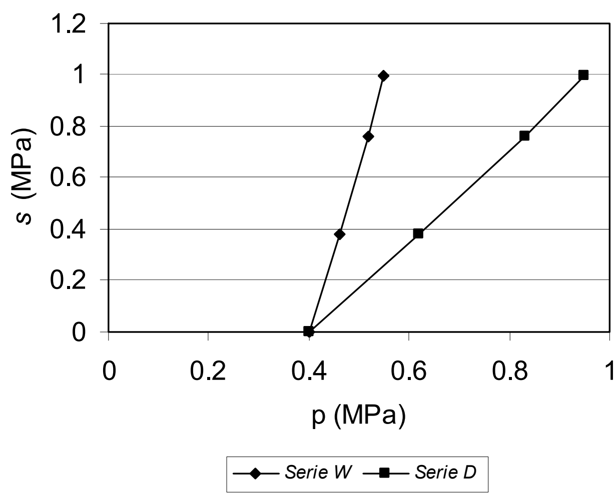


Figura 5.4. Línea Carga-Colapso (L.C.)

5.3 ENSAYOS TRIAXIALES

5.3.1 Validación del modelo mediante ensayos triaxiales en suelos areno-limosos.

Para verificar la capacidad predictiva del modelo propuesto se consideraron una serie de ensayos de compresión triaxiales (CTC) bajo succión constante en un suelo areno limoso y publicados por Macari et al. (2003). El material en estudio es una arena limosa con baja plasticidad (SM) y con un contenido de humedad en estado natural entre el 25% y 33% dependiendo de las condiciones climáticas. Las fracciones que lo componen son: arena 58.4 %, limo 36.8% y arcilla 4.8 %, con limites de Atterberg: limite líquido 28%, limite plástico 24%, resultando un Índice de plasticidad de 4% y con una relación de vacíos inicial e_o= 0.98 %. Las muestras ensayadas fueron cúbicas de 10.00 cm de lado, la succión de matriz fue inducida y mantenida constante mediante la técnica de eje de traslación.

5.3.2 Descripción de los ensayos experimentales

Los ensayos experimentales sobre las muestras de suelo consistieron en tres etapas:
Etapa I: igualación del estado succional de las muestras después de la compactación mediante pisón; Etapa II: consolidación isotrópica hasta una presión de 400 kPa y Etapa III: ensayos de compresión axial simétricos.

La muestras fueron preparadas mediante compactación por apisonado con una energía mucho menor a la correspondiente al ensayo Proctor estándar, con el que se obtuvo una densidad seca γ =10.8 kN/m^3, con un volumen específico de v= (1+ e) = 2.15, donde e es la relación de vacios, y un grado de saturación de Sr = 48%. Por otro lado, para el ensayo Proctor estándar se alcanzó una densidad seca γ =16.1 kN/m^3 para un contenido óptimo de humedad ω_{op} = 17%.
La intención de los autores era lograr una muestra de suelo con límite de fluencia bajo, de tal manera que fuera relativamente fácil la consolidación del suelo desde su estado virgen.

A continuación en la Etapa I se prosigue con la igualación de las presiones de los fluidos agua y aire en los vacíos del suelo para un valor preestablecido de succión (*s* = 50 kPa, 100 kPa, 200 kPa) y se prosigue con la Etapa II de consolidación isotrópica aplicando una presión neta de p_o = -100 kPa y p_o = -400 kPa con disipación de la presión de aire en exceso diluida en poros. La Figura 5.5 indica el proceso en las dos etapas iniciales.

Finalizada esa fase se prosigue con la Etapa III que es el ensayo de compresión triaxial simétrico (CTC) para valores de tensión de confinamiento de σ_{conf} = -100 kPa y σ_{conf} = -400 kPa.
Para mayores detalles del ensayo se puede consultar en el trabajo de Macari et al. (2003).

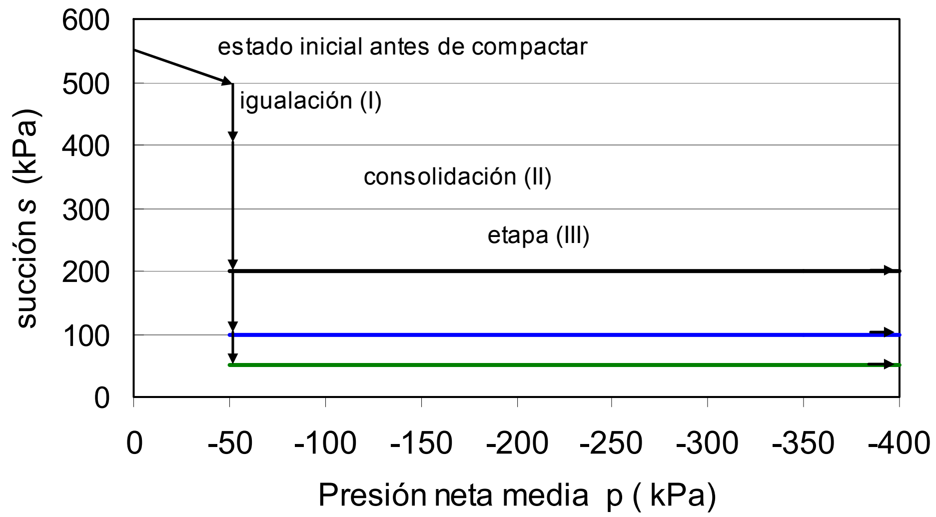


Figura 5.5. Serie de ensayos de compresión isotrópica bajo succión constante en plano (p, *s*)

5.3.3 Respuesta del modelo extendido de MRS-Lade

En Tabla 5.2 se muestran las constantes del modelo extendido de MRS-Lade para reproducir la respuesta del suelo para consolidación isotrópica y ensayos de compresión axialsimétrico con control de succión (succión constante). El parámetro de no asociatividad n se ha considerado en este caso, como una función del valor de la succión de acuerdo a la fórmula: $n = 0{,}002 + 2\,e^{-6}\,s^2$ a fin de ajustar la respuesta al requerimiento de los ensayos experimentales.

Tabla 5.2. Resumen de parámetros del modelo extendido MRS-Lade

E = 10.000 kPa	n= 0.002	v_{cono} = 1.15	l = 1.0656	r_{pc} = 0.10
ν = 0.30	Ψ = 0.00	k_1 = 0.05	c_{capa} = 0.00583	*i* = 1.50
e = 0.7	α = 0.80	k_2 = 0.9673	r = 1.102	
m = 0.03871	η_{cono} = 1.13	c_{cono}= 0.1337	p^*_o = 800 kPa	

5.3.4 Respuesta en consolidación isotrópica.

La respuesta del modelo en la simulación numérica se obtiene mediante control de tensiones las cuales son incrementadas para cubrir el rango desde -50 kPa hasta -400 kPa, en las tres direcciones espaciales.

La Figura 5.6 muestra las curvas v= (1+ e) - p (volumen específico- presión neta) obtenidas con el modelo para compresión isotrópica bajo succión constante así como la comparación con los resultados experimentales.

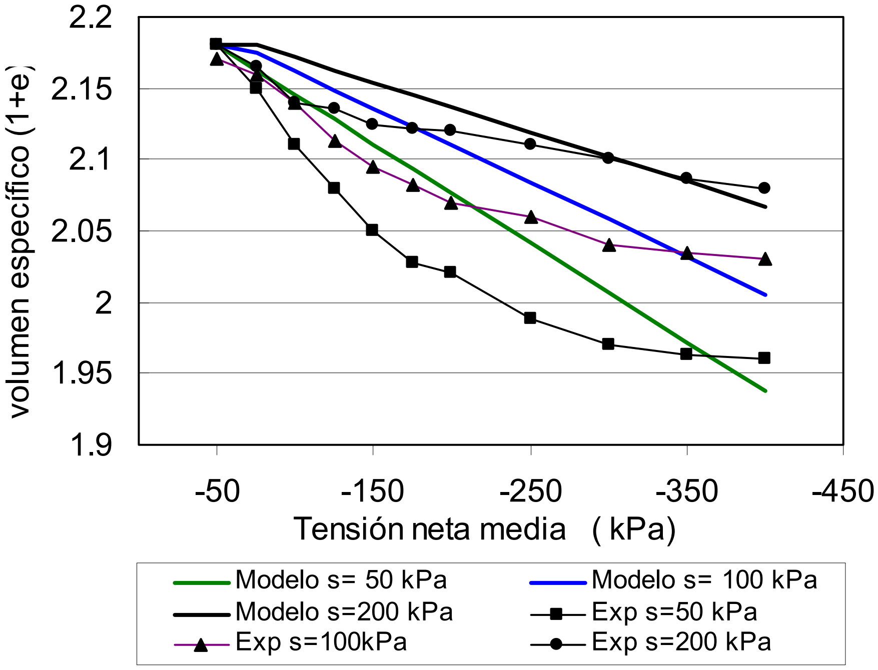


Figura 5.6. Curvas experimentales y predictivas para consolidación isotrópica para p = -50 kPa hasta - 400 kPa

Se observa que las predicciones del modelo muestran una variación lineal. Esto es debido a la formulación isotrópica, la cual evita captar precisamente las variaciones tensionales por efectos debidos a anisotropía. En este sentido, las características anisótropas de la muestra real son debidas a la conformación inicial aplicada mediante compactación.

5.3.5 Ensayos de Compresión Triaxial Covencional (CTC)

La simulación numérica se realiza con control mixto, es decir se aplican las tensiones $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{conf}$ en las direcciones 1 y 2 que permanecen constantes durante todo el ensayo como presión de cámara, mientras que en la dirección restante se aplican deformaciones ε_3 y siempre manteniendo el valor de la succión prescripta constante.

El paso inicial en todos estos ensayos numéricos, similarmente a los experimentales, consiste en aplicar una presión isotrópica hasta alcanzar los valores iniciales de las pruebas en laboratorio σ_{conf} = -100 kPa y σ_{conf} = -400 kPa. A partir de este estado se inicia el proceso de tensión desviadora inducida.

La Figura 5.7 muestra las curvas $q-\varepsilon_q$ y $\nu-\varepsilon_q$ de predicción del modelo para una serie de ensayos de compresión triaxiales (CTC), con presión de confinamiento de 100 kPa, bajo succión constante (*s*= 50 kPa, *s*= 100 kPa y *s*= 200 kPa), comparadas con las obtenidas experimentalmente y además con las

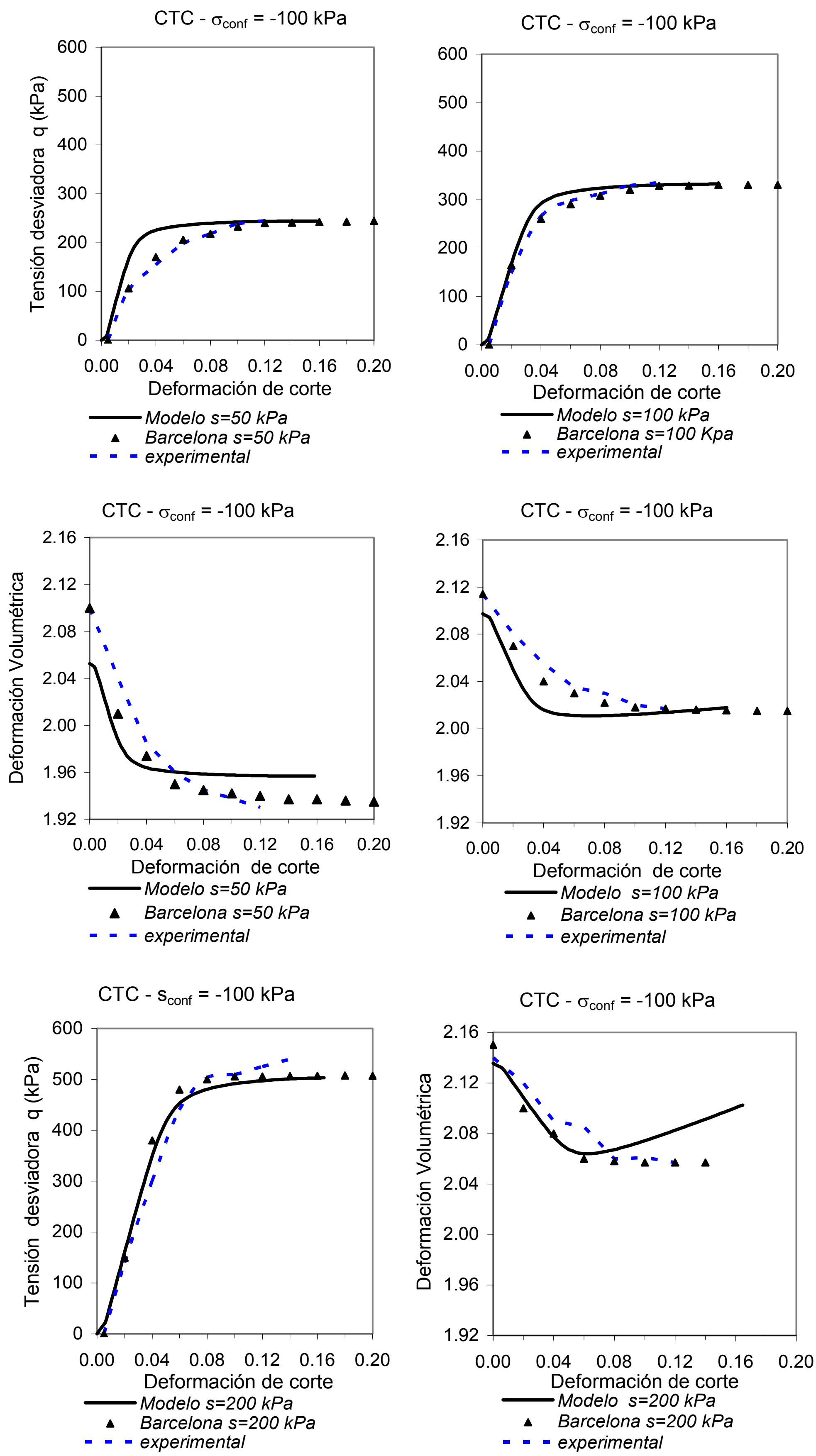


Figura 5.7. Resultados experimentales y predicciones del modelo de la respuesta de muestras de arena limosa compactada en CTC, σ_{conf} = -100 kPa

del modelo de Barcelona con integración explícita de la ecuación constitutiva, de acuerdo al trabajo publicado por Macari et al. (2003).

En ellas se observa una satisfactoria reproducción del modelo de la respuesta $q-\varepsilon_q$ del suelo, con una sobreestimación para valores bajos de la deformación de corte para el caso *s* = 50 kPa. También se observa que el valor pico se obtiene para una deformación de corte del 12%, en concordancia con el modelo de Barcelona y los datos experimentales. En cuanto a la predicción de las deformaciones volumétricas $\nu-\varepsilon_q$, el modelo presenta una buena aproximación para deformaciones de corte de hasta el 5 %, a partir de cual presenta una mayor dilatación sobre todo para *s* = 200 kPa, y que se debe a la regla de fluencia adoptada y el parámetro de no asociatividad. Esta mayor dilatación predicha por el modelo propuesto es responsable de un comportamiento tenso deformacional menos dúctil.

La Figura 5.8 muestra las curvas $q-\varepsilon_q$ y $\nu-\varepsilon_q$ de predicción del modelo para una serie de ensayos de compresión triaxiales (CTC), con presión de confinamiento de -400 kPa, succión constante (*s* = 50 kPa, *s* = 100 kPa y *s* = 200 kPa), comparadas con las obtenidas experimentalmente y además con las del modelo de Barcelona, con integración explícita de la ecuación constitutiva, de acuerdo al trabajo citado.

En ellas se puede observar una reproducción precisa del modelo de la respuesta $q-\varepsilon_q$, con una subestimación de la tensión desviadora para valores bajos de la deformación de corte. En cambio, la aproximación es mayor para deformaciones mayores al 8%. También se observa que el valor pico se obtiene para una deformación de corte del 12%, en concordancia con el modelo de Barcelona y los datos experimentales. En cuanto a la predicción de las deformaciones volumétricas ν, el modelo presenta una buena aproximación de la curva experimental.

En todos los casos el modelo presenta una disminución de la variación volumétrica por dilatación para deformaciones próximas al punto de bifurcación debida a la formulación de la función de no asociatividad.

Las respuestas $q-p$ (tensión desviadora-presión neta) del modelo extendido de MRS-Lade comparada con los valores experimentales de la arena-limosa en estado límite y con la que se obtiene con el modelo Barcelona para la línea de estado crítico CSL (Critical State Line), se grafican en la Figura 5.9, observándose una buena correlación entre ambos modelos.

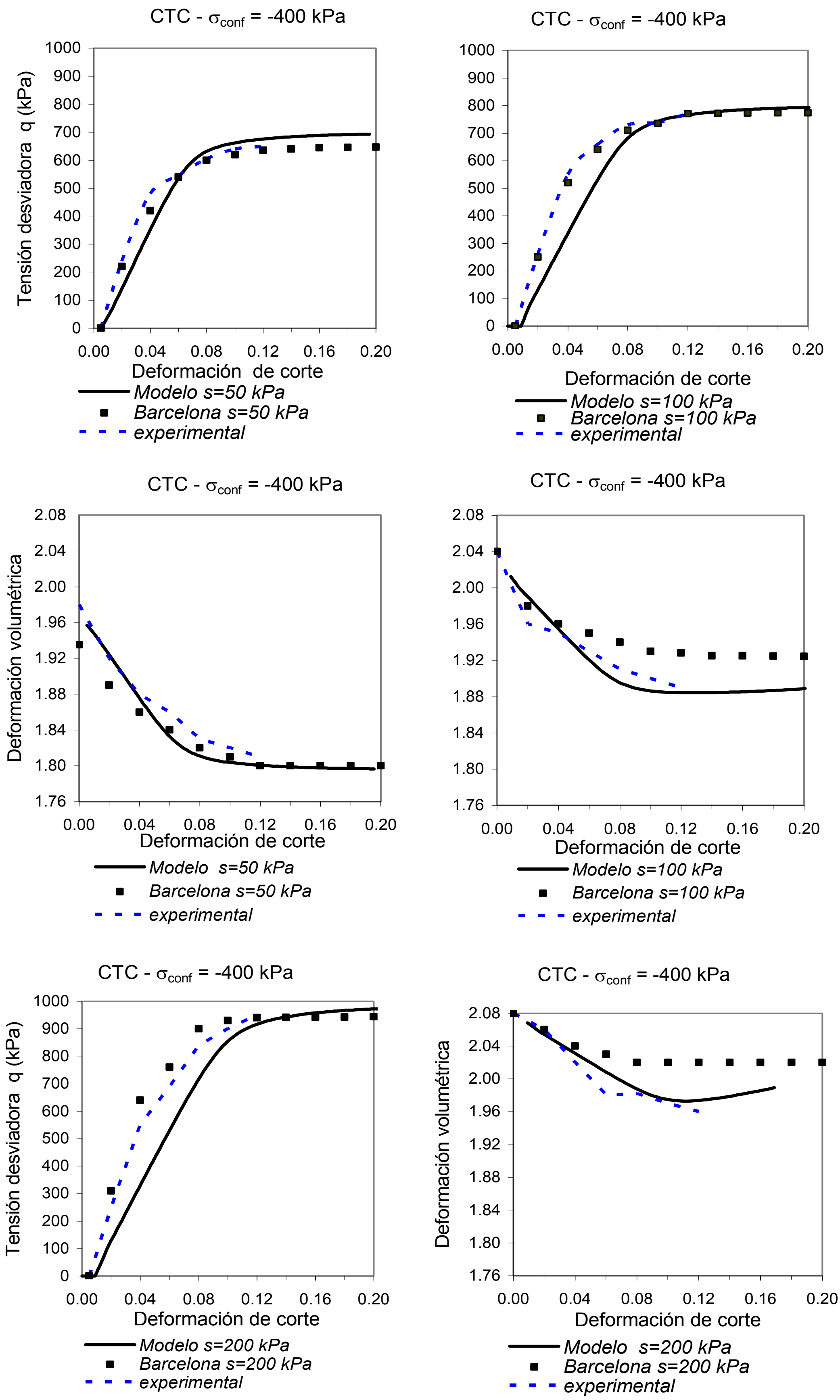


Figura 5.8. Resultados experimentales y predicciones del modelo de la respuesta de muestras de arena limosa compactada en CTC, σ_{conf} = -400 kPa

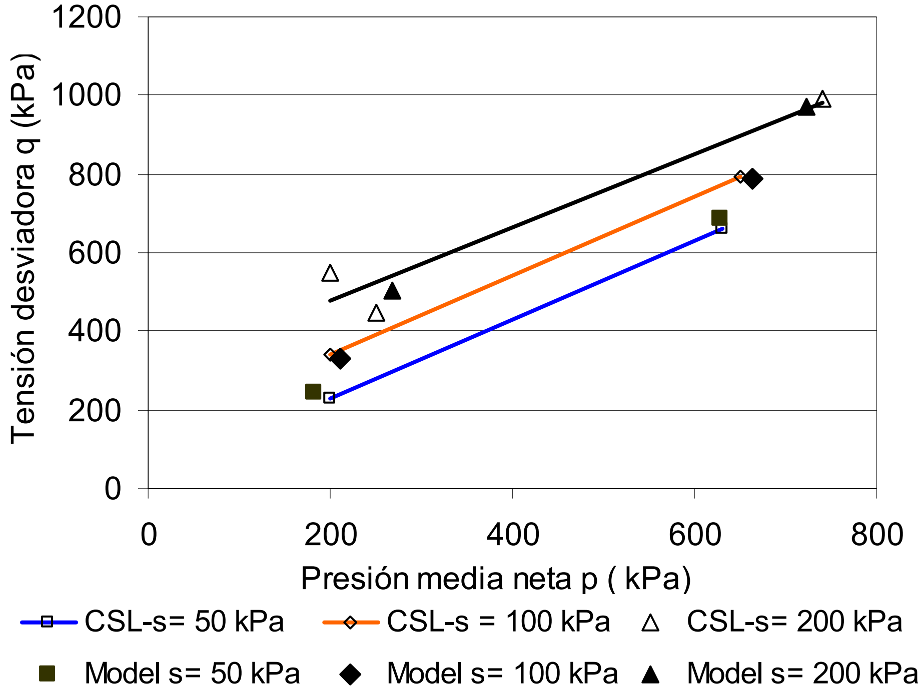


Figura 5.9. Curvas experimentales y predicciones numéricas correspondientes al suelo en estado crítico

5.3.6 Ensayos de Compresión Triaxial (TC)

En los ensayos de Compresión Triaxial (TC) las tensiones se aplican de manera que las mismas permanecen siempre en el plano octahédrico. Es decir se incrementa σ_3, mientras que σ_1 y σ_2 se reducen tal que σ_{oct} permanece constante. La simulación numérica se realiza con control de tensiones, realizando inicialmente una consolidación isotrópica hasta $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -200$ kPa y a continuación incrementando σ_3, con incrementos constantes $\Delta\sigma_3 = -10$ kPa mientras que σ_1 y σ_2 decrecen una cantidad $\Delta\sigma_3 /2 = 5$ kPa.

La Figura 5.10 muestra las curvas $q-\varepsilon_q$ y $\nu-\varepsilon_q$ de predicción del modelo para una serie de ensayos de compresión triaxiales (CT), con presión inicial de -200 kPa, y succión constante (*s* = 50 kPa, *s* = 100 kPa y *s* = 200 kPa) y comparadas con las obtenidas experimentalmente y además con las del modelo de Barcelona, de acuerdo al trabajo publicado por Macari et al. (2003).

En ellas se observa una satisfactoria reproducción del modelo de la respuesta $q-\varepsilon_q$. También se observa que el valor pico se obtiene para una deformación de corte del 12%, en concordancia con el modelo de Barcelona y los datos experimentales.

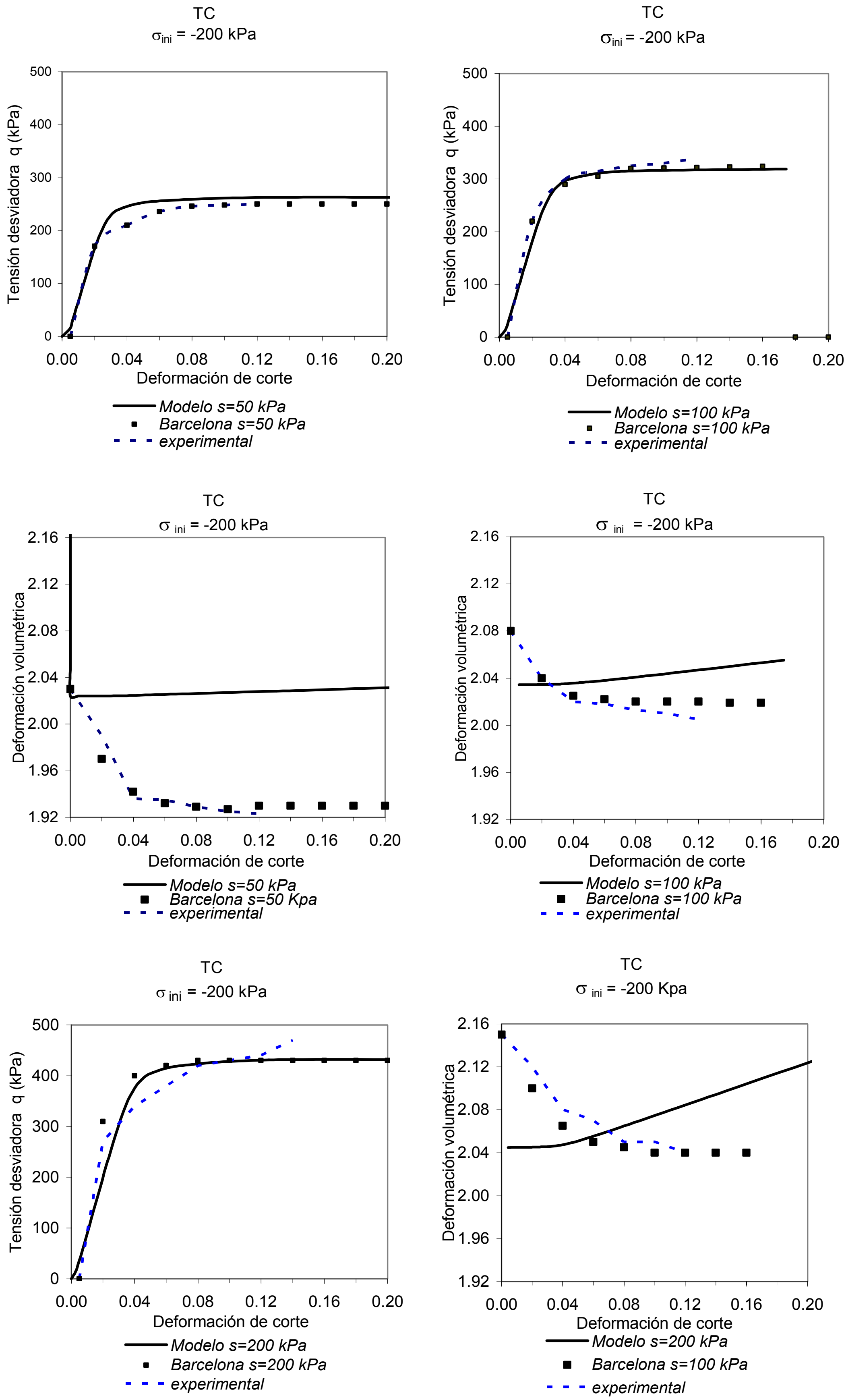


Figura 5.10. Resultados experimentales y predicciones del modelo de la respuesta en TC de una arena limosa compactada para σ_{ini} = -200 kPa

En cuanto a la predicción de las deformaciones volumétricas $\nu - \varepsilon_q$, el modelo presenta una respuesta diferente a los valores de ensayo, evidenciando un comportamiento de deformación a volumen constante a partir del inicio del ensayo de corte por compresión triaxial (TC), e inclusive una disminución del volumen por dilatación para los valores de succión mayores.

Este comportamiento del modelo se atribuye a su formulación constitutiva isotrópica que no se corresponde con los ensayos de laboratorio con muestras que fueran preparadas por compactación en capas y que seguramente presentan una fuerte anisotropía transversal. Debido a este efecto el especímen experimenta una disminución volumétrica inicial para esfuerzos de corte a presión constante, el cual no es precisamente reproducido por la formulación isotrópica propuesta.

5.3.7 Ensayos de Compresión Triaxial de suelos Limo Arcillosos

En este caso se compara la respuesta del modelo Extendido MRS-Lade con los resultados experimentales publicados por Cui et al. (1995), en suelos limosos de baja plasticidad compactados estáticamente y ensayados a compresión triaxial (CTC) con succión controlada. El suelo ensayado posee las siguientes características: limo arcilloso designado como (Jossingny silt), constantes de Atterberg: Limite líquido LL = 37%; Limite Plástico LP =19%; Indice de Plasticidad IP = 18%; con una densidad máxima del suelo compactado estáticamente de γ_{max} = 16.7 kN/m^3, para una humedad optima w_{opt} = 18%.

Se compara la respuesta del modelo extendido de MRS-Lade con los resultados de ensayos experimentales de compresión triaxial del suelo descrito anteriormente, con una presión de confinamiento de σ_1 = -200 kPa y succiones constantes de *s* = 200, 400 y 800 kPa.

En la Tabla 5.3 se muestran las constantes del modelo extendido MRSLade utilizadas para reproducir la respuesta del suelo limo arcilloso compactados estáticamente y ensayado a compresión triaxial convencional con control de succión (succión constante).

Tabla 5.3. Resumen de parámetros del modelo extendido MRS-Lade

E = 30.000 kPa	n= 0.005	v_{cono} = 1.50	l = 1.35	r_{pc} = 0.10
ν = 0.20	Ψ = 0.00	k_1 = 0.05	c_{capa} = 0.0058	*i* = 1.10
e = 0.6	α = 0.80	k_2 = 0.9673	r = 1.102	
m = 0.03871	η_{cono} = 0.96	c_{cono}= 0.1337	p^*_o = 800 kPa	

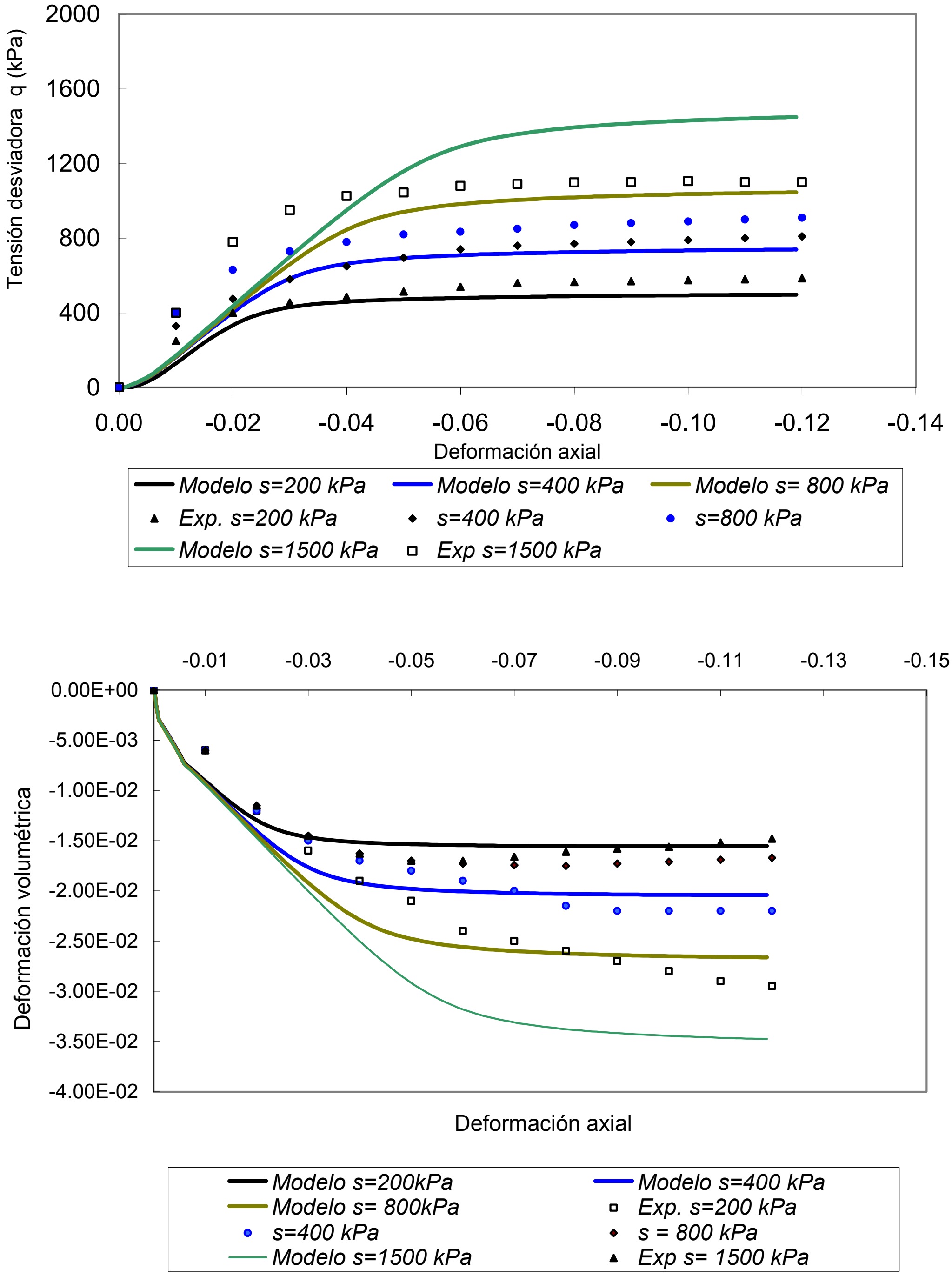


Figura 5.11. Curvas experimentales y predictivas $q-\varepsilon_3$ y $\varepsilon_v-\varepsilon_3$ de la respuesta de un limo-arcilloso compactado para σ_{conf} = -200 kPa.

En las Figuras 5.11 se representan las curvas de respuesta del modelo correspondientes a $q-\varepsilon_3$ (tensión desviadora–deformación axial) y $\varepsilon_v-\varepsilon_3$ (deformación volumétrica-deformación axial) y los resultados experimentales.

En ellas se observa una buena aproximación en la predicción de las curvas tensión desviadora – deformación axial, para valores de la succión de s = 200 kPa y 400 kPa, con una leve subestimación de la tensión pico.

Sin embargo para succiones mayores de s = 800 kPa y 1500 kPa se observa una sobreestimación de la tensión desviadora respecto a la obtenida experimentalmente.

Tambien debe notarse que el modelo numérico produce una subestimación de dicha tensión desviadora al comienzo de la deformación.

También es satisfactoria la predicción del modelo en cuanto a las variaciones volumétricas para succión de 400 kPa, siendo en general para los demás valores de succión, superior a las determinadas en los ensayos de laboratorio. Cuando se alcanza el estado crítico, se observa una mayor expansión de la respuesta numérica, comportamiento que se atribuye al grado de no asociatividad de la formulación del modelo.

La razón de estas diferencias observadas se debe a que ciertos tipos de suelos compactados muestran un incremento de la rigidez elástica con la succión. Este comportamiento fue observado en resultados de ensayos de corte por Delage (1987) y descrito por Cui et al. (1995) mediante la formulación de un modelo que considera al módulo E dependiente de la succión y de la presión media p, tomándose el menor valor (inicial) para la condición de suelo saturado (s = 0 kPa).

En los modelos con supericie de fluencia carga-colapso (LC, Loading-colapse), como el modelo propuesto, la elasticidad se supone isotrópica y el módulo de elasticidad se considera independiente de la succión.

Los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas, demuestran la capacidad del modelo extendido de MRS Lade para predecir razonablemente el comportamiento de suelos parcialmente saturados.

5.4 ANALISIS FLUJO MECANICO

Para verificar la respuesta del modelo implementado, se realiza la simulación numérica de un ensayo de filtración a través de un suelo de relleno contenido en una caja rígida de dimensiones que se indica en Figura 5.12, que fuera presentado por Kohgo (1995).

El ensayo fue ejecutado para simular el proceso de filtración y de asentamiento de un terraplén de presa de tierra constituido por una arcilla limosa de baja plasticidad compactada. El nivel del agua que ingresa a la caja por su lado derecho es de h=37.50 cm y se permite el egreso del flujo por el lado izquierdo hasta el nivel indicado, como condiciones de borde aplicadas.

En Figura 5.13 se muestran las curvas tensión-deformación correspondientes al ensayo de compresión triaxial realizado con control de succión para distintos valores de succión constante, con la finalidad de evaluar los parámetros utilizados en el modelo constitutivo. En ella se puede observar que las magnitudes de la tensión de corte se incrementan al aumentar el valor de la succión, concordantes con la respuesta dada por los ensayos de laboratorio.

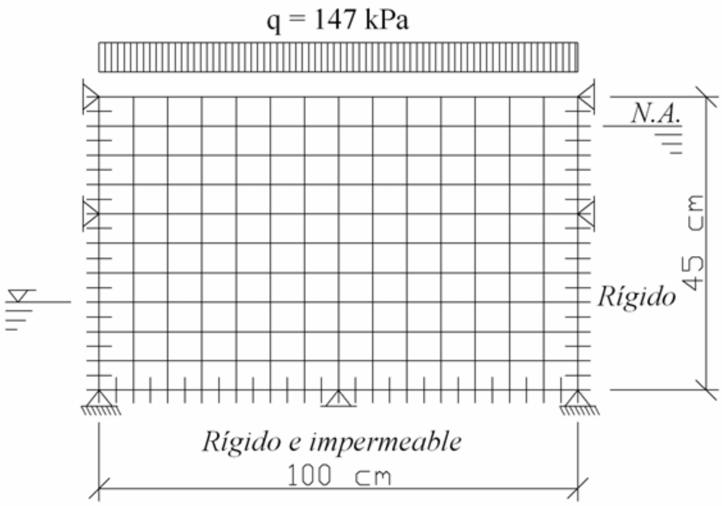


Figura 5.12. Malla y condiciones de borde

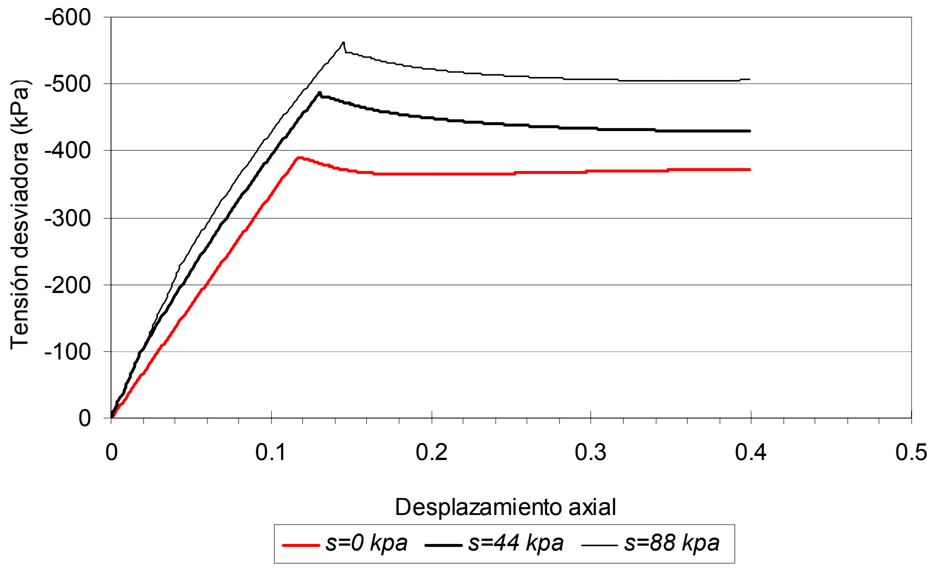


Figura 5.13. Respuesta en ensayo triaxial

El proceso de filtración a través del suelo con la distribución de las presiones equivalentes, el asentamiento y estado de tensiones verticales se realiza utilizando el análisis flujo-mecánico parcialmente acoplado detallado en el capítulo IV. La malla de elementos finitos, sus dimensiones y las condiciones de borde se indican en la Figura 5.12. El análisis se realizó en condición de deformación plana. Para modelar la malla se han usado elementos cuadriláteros isoparamétricos de 8 nodos. En el borde superior se aplicó una presión uniforme q = 147 kPa que produce el asentamiento del suelo inicial a presión de poros constante antes de comenzar la infiltración.

Los parámetros materiales del modelo utilizado se indican en Tabla 5.4 y en Tabla 5.5 las características del medio poroso.

Tabla 5.4. Constantes del modelo para ensayo flujo-mecánico

Elasticidad E=25000 kPa	n= 0.10	k_1= 0.5	$p_0^* = 600\,\text{kPa}$
Mod. Poisson ν= 0.20	α= 0.80	k_2= 0.75	c_{capa}= 1.50
e= 0.70	η= 1.023	c_{cono}= 0.009	r_{capa}= 1.50
m= 0.038	ν_{cono}= 1.50	l_{cono}= 1.35	*i*= 1.00

Tabla 5.5. Parámetros del medio poroso para ensayo flujo-mecánico

Permeabilidad Kx = 6 x10^{-5} m/d	Retención c = 1.0	γ= 14.7 kN/m^3
Permeabilidad Ky = 6 x10^{-5} m/d	ρ = 0.20	

Los resultados de la simulación con la distribución de las presiones de poros equivalente y los desplazamientos verticales se indican a continuación.

Los valores del estado de succión inicial del relleno y la distribución inicial de deformaciones debidos a la carga aplicada e inmediatamente antes de comenzar el flujo, se muestran en las Figuras 5.14 y 5.15.

En el instante inicial del proceso de filtración el relleno posee un valor de presión de poros entre 20 kPa y 28 kPa medido experimentalmente mediante trasductores variando en el modelo entre 15 y 30 kPa. La deformación vertical inicial máxima de 0.49 cm, debido a la presión aplicada que se obtiene en la simulación numérica es concordante con la observada en los ensayos experimentales.

También las Figuras 5.14 y 5.15 indican el estado de presiones de poros y desplazamientos verticales para un tiempo intermedio de t= 100 minutos y finalmente para el estado estacionario t=300 minutos.

La distribución de presiones de poros y de desplazamientos verticales del relleno debido a la filtración progresiva es consistente con los ensayos ejecutados en laboratorio y al problema geotécnico analizado.

La distribución de las presiones de poros y succiones modeladas adquiere la forma hidrostática en la simulación, coincidente con la obtenida numéricamente por Kohgo (1995), siendo la distribución en los ensayos algo más compleja.

Esto puede atribuirse a la falta de uniformidad inicial en el experimento. Por otro lado se observan diferencias con valores ligeramente subestimados y en la distribución de succiones antes de comenzar la filtración. El valor máximo de la succión se obtiene en la esquina superior de la discretización numérica, del lado donde desciende el flujo, en concordancia con el experimento.

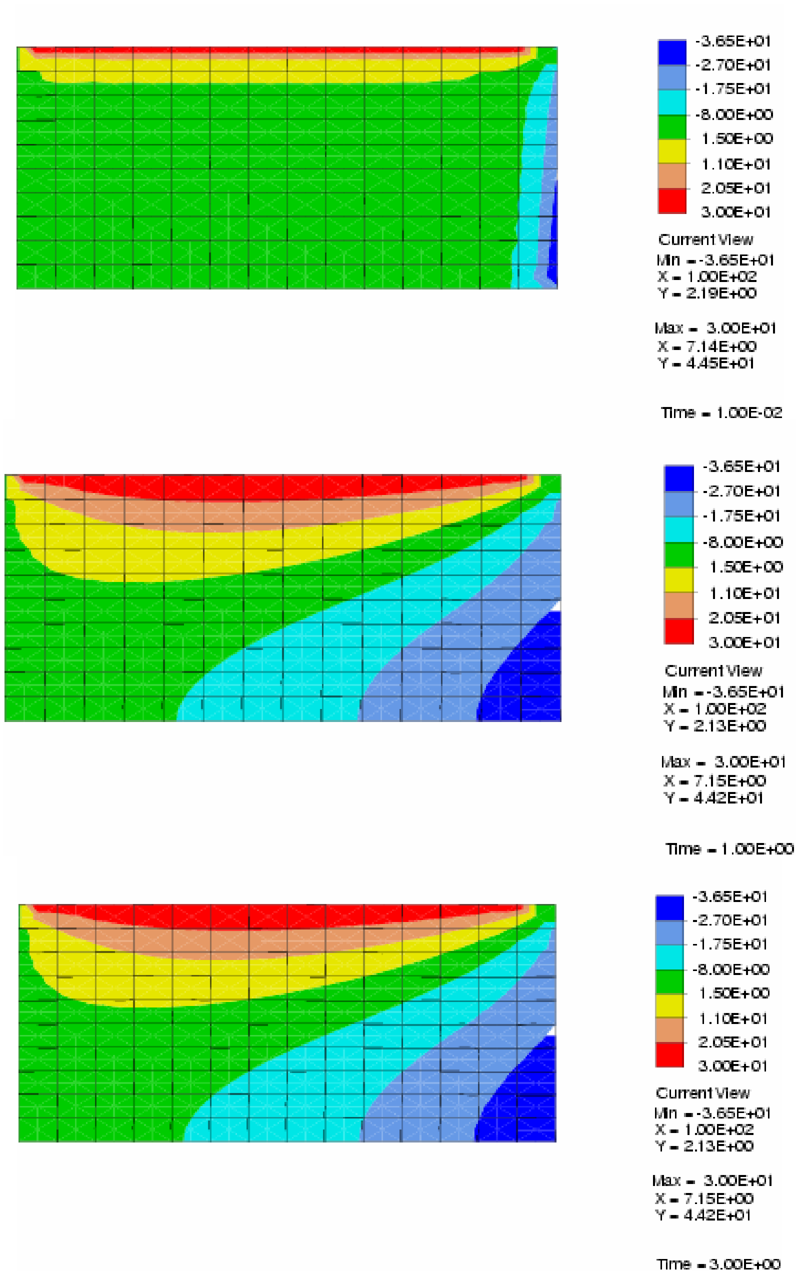


Figura 5.14. Distribución de presiones de poros

.

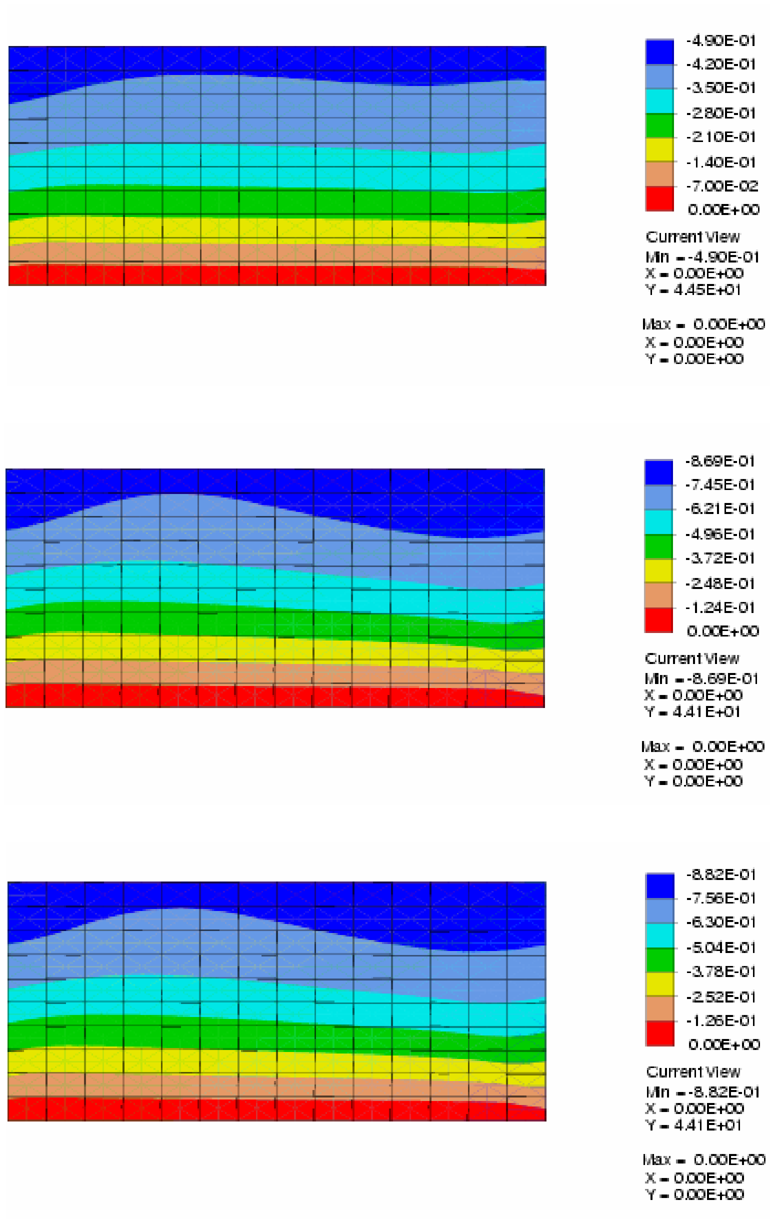


Figura 5.15. Distribución de desplazamientos verticales por filtración

La distribución de los desplazamientos verticales en la modelación muestra similitud con el ensayo, pero con valores máximos levemente menores a los del laboratorio, posiblemente porque requiera mayor ajuste de los parámetros del modelo constitutivo.

La simulación realizada indica una respuesta consistente con la experimental. En base a los resultados obtenidos se considera que el modelo propuesto es apropiado para analizar problemas geomecánicos estáticos y transitorios que involucren cambios en la presión de poros.

5.5 PREDICCIONES DEL MODELO

Como se describe en Capitulo III, la regla de flujo del modelo propuesto, asume de manera similar a la formulación original [Sture et a. (1989), Jéremic y Sture (1994), Macari et al. (1997)], una regla de flujo no asociativa en la parte del cono.

Ahora, para estas simulaciones se propone una regla de flujo volumétrico en la región del cono dependiente de la succión con el fin de reproducir la tendencia a un flujo asociado en los medios porosos con reducción de la dilatancia debido a un decrecimiento de la succión. Entonces se define la función de potencial plástico en la región del cono de la forma

$$Q_{cono}\left(p_n, q, \theta, s, \kappa_{cono}\right) = f\left(q,\theta\right) - \left[n + (1-n)\left(\frac{s_{\max}-s}{s_{\max}}\right)^{t} \right] \eta\left(\kappa_{cono}\right)\left(p_n + s - p_c\right) = 0 \qquad (5.1)$$

Donde $f(q,\theta)$ se define en ec. (3.2), n es el parámetro tal que $0 < n \leq 1$, $s_{\max}$ es el valor máximo de la succión (presión de poros) y *t* es un parámetro que controla la tasa del flujo plástico hasta alcanzar la condición de normalidad cuando $s \to 0$, con $t \geq 1$. Con esta formulación cuando $s = 0$ se tiene flujo asociado $Q_{cono} = F_{cono}$ y el máximo nivel de no asociatividad volumétrica se alcanza cuando $s = s_{\max}$, por ejemplo para suelo en estado seco.

$$Casos\ límite: \begin{cases} s \to 0 & : \quad Q_{cono} \to F_{cono} \\ s \to s_{\max} & : \quad \dfrac{Q_{cono}}{F_{cono}} \to n \end{cases} \qquad (5.2)$$

Los análisis numéricos se realizaron para estado de deformación plana y bajo control mixto, es decir se imponen desplazamientos verticales, con tensión de confinamiento lateral constante y deformaciones nulas en el otro plano, siendo incógnitas las tensiones verticales σ_3, la deformación en la dirección del confinamiento constante y las tensiones en la dirección del desplazamiento nulo σ_2.

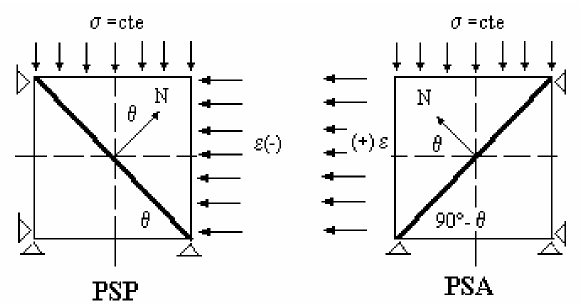


Figura 5.16. Condiciones de los ensayos PSP y PSA.

En Figura 5.16 se grafican las condiciones de tensiones y deformaciones así como las condiciones de borde impuestas, para ensayos de deformación plana pasiva (PSP) y deformación plana activa (PSA).

Los parámetros materiales utilizados en la simulación numérica, indicados en Tabla 5.6, corresponden a una arena limosa medianamente densa denominada (44T-7M) usada por Gemperline y por Peric (1990) para la modelación de fundaciones superficiales y análisis de localización de falla en taludes, respectivamente.

Tabla 5.6. Parámetros del modelo extendido de MRS-Lade

Parámetros	Valor
E (kPa)	66000
ν	0.20
e	0.70
m	0.03871
n	0.10
$\Psi=\eta_{cap}/\ \eta_{cone}$	0.00
α	0.80
η_{cone}	1.54
$rq = v_{cono}$	1.50
k_1	0.50
k_2	0.75
c_{cono}	0.009
l	1.35
c_{cap}	0.30
r	1.50
P^*_o	20000
r_{pc}	-0.10
i	1.00

La Figura 5.17 muestra la predicción del modelo para el estado deformación plana pasiva (PSP), en donde se grafica la tensión total σ_3 con respecto a las deformaciones verticales y axiales para diferentes niveles de succión [Schiava y Etse (2006)].

Los resultados observados muestran la fuerte influencia de la succión sobre el comportamiento de los medios porosos parcialmente saturados en términos de la tensión límite, la deformación lateral y la ductilidad.

Particularmente se observa que con el incremento de la succión hay una disminución de la ductilidad con el aumento de la tensión pico y una reducción de la deformación lateral. Esto concuerda muy bien con el comportamiento característico observado experimentalmente de los suelos parcialmente saturados con humedad decreciente.

Las Figuras 5.18 y 5.19 muestran las predicciones del modelo correspondiente al ensayo en estado de deformación plana activo (PSA), en este caso, a diferencia del PSP, se aplica deformaciones de extensión en la dirección vertical σ_3 y se grafica el segundo invariante de tensiones desviatóricas con respecto a las deformaciones desviatóricas **e** para diferentes estados de succión.

El ensayo se realiza bajo control mixto de tensiones y deformaciones. Contrariamente al caso anterior, ahora en la dirección 3 se imponen deformaciones verticales de extensión ε_3.

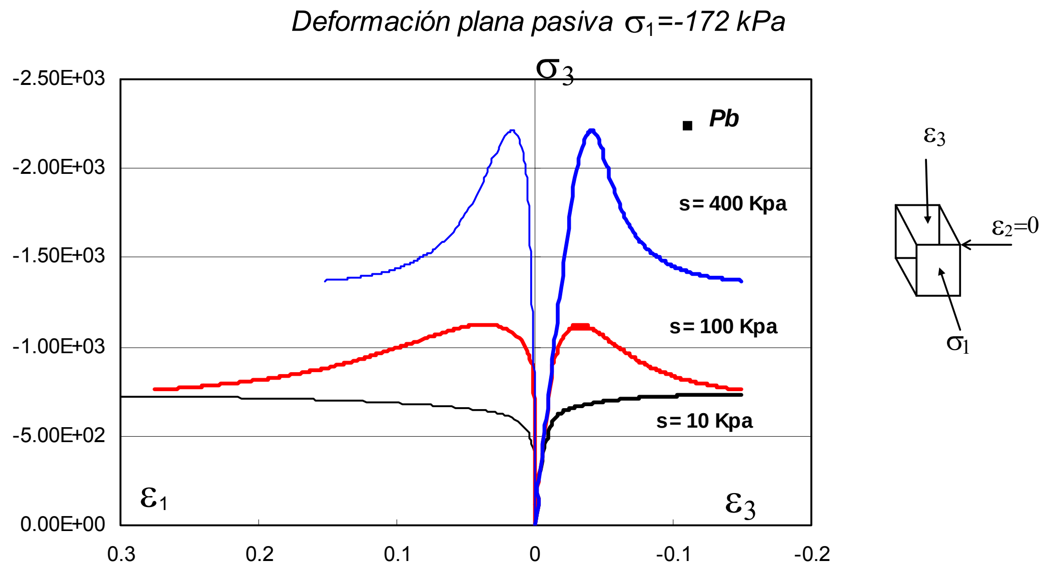


Figura 5.17. Predicciones del modelo en PSP (Plain Strain Pasive).

Se puede observar la significativa influencia de la succión en la respuesta del suelo parcialmente saturado en condiciones de deformación plana, particularmente el comportamiento dúctil que se evidencia en estado de suelo saturado $s = 0$ y la disminución de su ductilidad con mayor endurecimiento cuando aumenta la succión, incrementándose consecuentemente la tensión desviadora máxima.

Finalmente, la Figura 5.20 muestra la respuesta del modelo propuesto en compresión uniaxial, en estado axialsimétrico, para diferentes niveles de succión. Se observa el marcado comportamiento dúctil para valores bajos de succión *s* = 10 kPa, en cambio, para valores de succión mayores muestra un pico ó tensión límite seguido de un ablandamiento posterior.

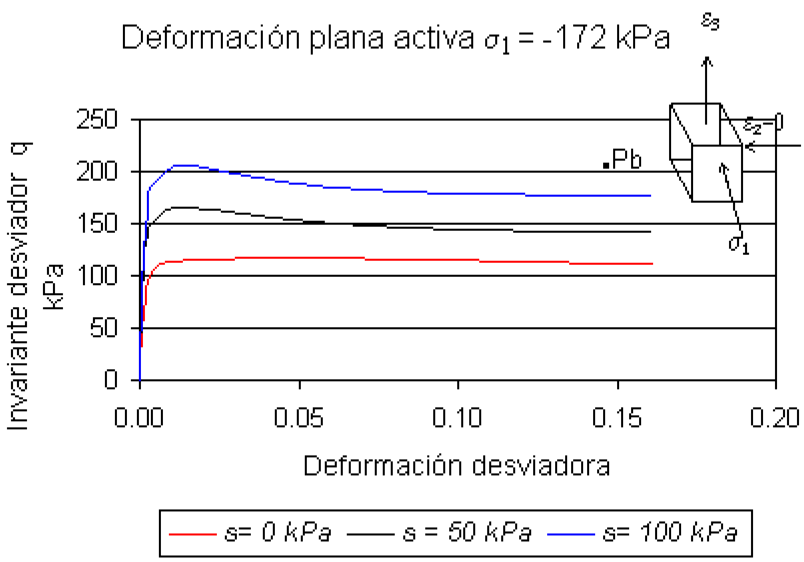


Figura 5.18. Predicciones del modelo en PSA (Plain Strain Active)

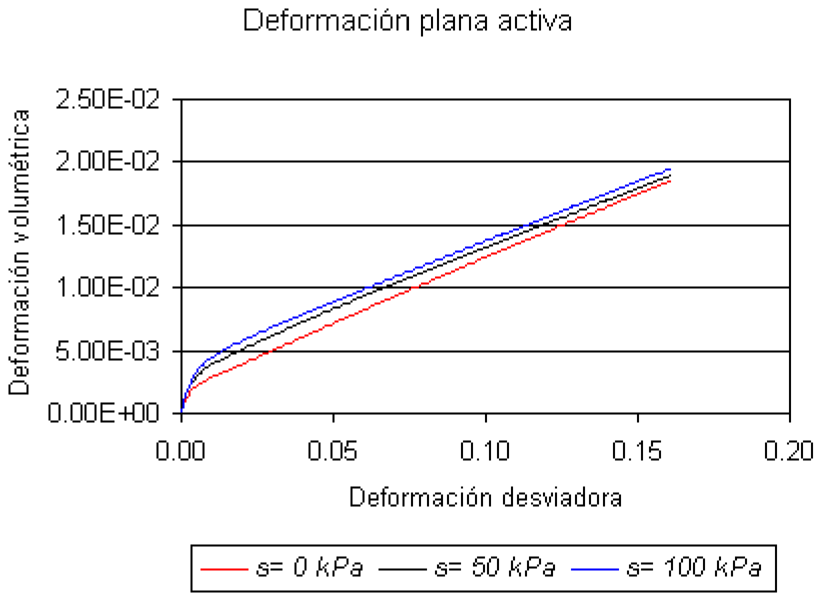


Figura 5.19. Deformaciones volumétricas en PSA

Es de resaltar la notable diferencia de la respuesta que se observa para el caso de PSP, en donde para *s* = 10 kPa muestra un comportamiento continuo de endurecimiento. La mayor ductilidad observada en el ensayo PSP con respecto al caso de compresión uniaxial se debe a la presencia de la tensión de confinamiento (σ_1) en el primer caso.

Comparando los resultados obtenidos en las Figuras 5.19 y 5.16 se puede deducir que la influencia de la succión decrece cuando se incrementa la presión de confinamiento como era de esperar y contrariamente se observa una fuerte dependencia de la presión pico con la succión para el caso en que no haya ó sea baja la presión de confinamiento.

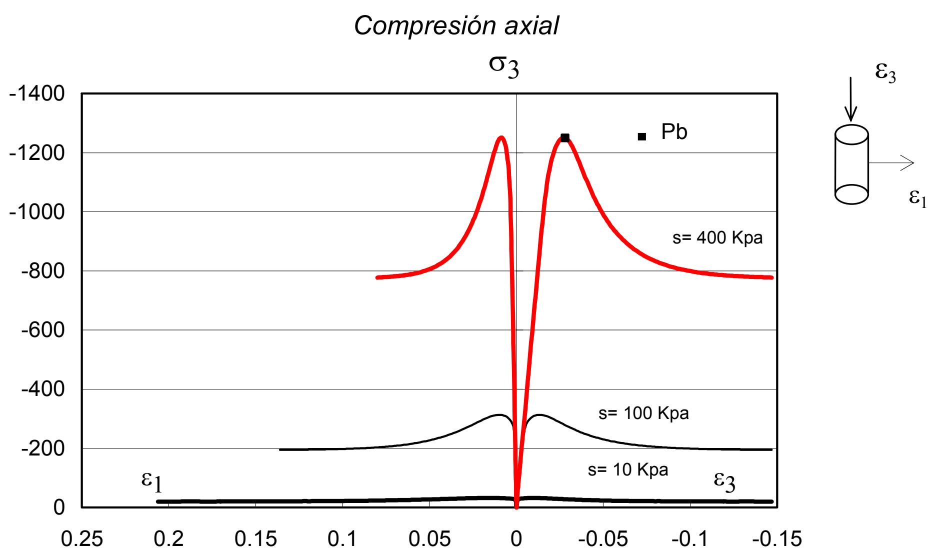


Figura 5.20. Predicciones del modelo en ASS (Axial Symmetric Stress State)

5.5.1 Respuestas comparativas con el modelo MRS-Lade

Para comparar la respuesta tenso deformacional del modelo propuesto con el modelo de MRS-Lade se simulan ensayos de compresión triaxiales convencionales (CTC) sobre probetas cilíndricas, utilizando para ambos modelos aquellas constantes físicas que le son comunes. Las curvas obtenidas se muestran en Figura 5.21.

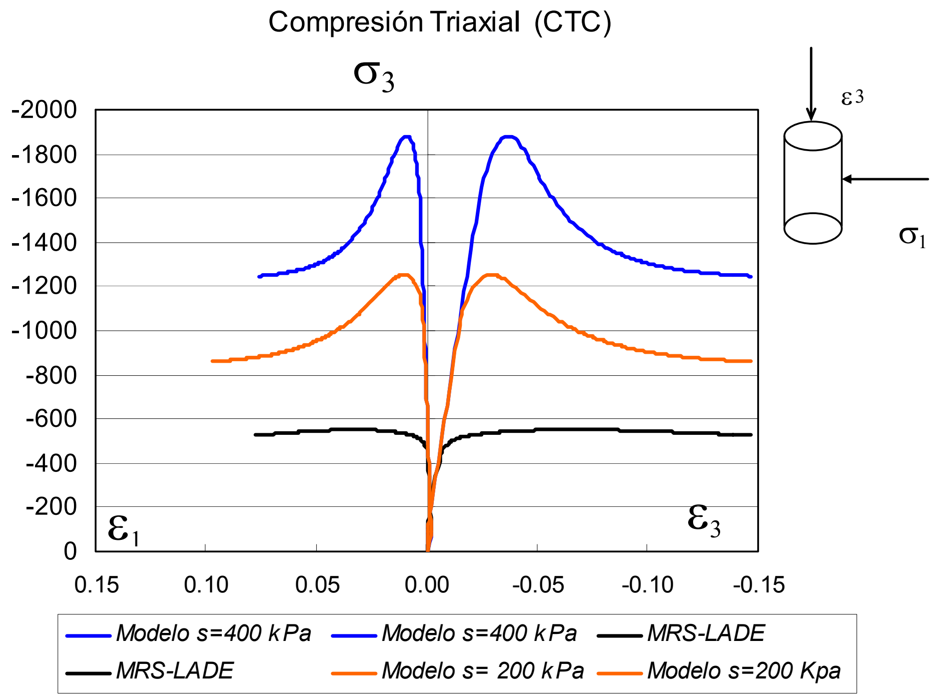


Figura 5.21. Repuestas comparativas del modelo propuesto con el modelo MRS-Lade.

Se observa el cambio de la respuesta que induce la succión en el comportamiento del material, tornandolo menos dúctil cuando aumenta la succión y valores de pico de tensión mayor, acorde con los resultados experimentales.

En los dos modelos la rama inicial es concordante pues el tensor de rigidez inicial es el mismo en ambos y además se observa un menor valor de la deformación correspondiente al pico de tensión para el modelo propuesto.

5.6 INFLUENCIA DEL TERCER INVARIANTE EN LA RESPUESTA DEL MODELO EXTENDIDO DE MRS-LADE

5.6.1 Introdución

Como se desarrolló en capítulos anteriores, el modelo extendido de MRS- Lade está formulado en el marco general de la teoría de medios porosos y de la teoría del flujo de la plasticidad.

La variación de la resistencia al corte trixia, para un valor establecido del primer invariante de tensiones y de la succión, se define con la función g{θ} desarrollada por Willam y Warnke (1975), que genera la traza asimétrica de la superficie de fluencia en el plano desviatórico y asegura una superficie continua, suave y convexa en dicho plano.

Dicha función g{θ} es dependiente del parámetro de excentricidad $e = \frac{\rho_t}{\rho_c}$ (relación entre resistencia máxima en el meridiano de tracción sobre resistencia máxima en el meridiano de compresión), que debe cumplir con la condición: $0.50 < e \leq 1.00$.

En los desarrollos precedentes las simulaciones numéricas se realizaron para un valor de $e = 0.70$ empleado por diversos autores [Sture et a. (1989), Jéremic y Sture (1994), Jeremic B. (1994), Macari et al. (1997)].

En esta sección es evalúa la influencia del tercer invariante a través de la variación de $e = \frac{\rho_t}{\rho_c}$, en términos de la succión actuante, sobre la predicción del modelo de la respuesta tensión deformación y del comportamiento volumétrico en la simulación de ensayos de compresión simple, compresión triaxial y deformación plana activa y pasiva.

5.6.2 Influencia del tercer invariante

Para evaluar la influencia que ejerce el tercer invariante sobre la predicción del modelo, según el valor que adopta el parámetro de excentricidad y para un determinado valor de la succión, se investiga la respuesta en ensayos con diferentes caminos de carga.

Se consideran, estado de deformación plana pasiva (PSP) (compresión triaxial), deformación plana activa (PSA) (extensión triaxial), ensayos de compresión uniaxial y de compresión triaxial convencional (CTC), todos para un mismo valor de la succión de 100 kPa, con el objeto de excluir su influencia en la respuesta y que ya fuera analizada en secciones anteriores.

Tabla 5.7 Control de Variables

Camino de Tensiones	Control Variables		
	Dirección 1	Dirección 2	Dirección 3
PSP	$\sigma_1 = const$	$\dot{\varepsilon}_2 \searrow$	$\varepsilon_3 = 0$
PSA	$\dot{\varepsilon}_1 \nearrow$	$\sigma_2 = const$	$\varepsilon_3 = 0$
CTC	$\sigma_1 = \sigma_2 = const$		$\searrow \dot{\varepsilon}_3$
CTE	$\dot{\varepsilon}_1 \nearrow$	$\sigma_2 = \sigma_3 = const$	

Todos los ensayos numéricos señalados anteriormente se evaluaron a nivel constitutivo material bajo control mixto de carga.

El control de las variables involucradas en cada caso se indica en la Tabla 5.7.

Cabe señalar que en estado de deformación plana los índices 1 y 2 corresponden a la mayor y menor dirección principal respectivamente, mientras que el 3 corresponde a la dirección fuera del plano. En dicha tabla las flechas en ascenso y en descenso indican el aumento o la disminución de la variable seleccionada.

5.6.3 Ensayos de compresión axialsimétrico y de compresión triaxial

En los ensayos de compresión uniaxial y compresión triaxial convencional, el camino de las tensiones transcurre en el meridiano de compresión $\theta = \pi / 3$, por lo tanto no tiene influencia la variación del valor de la excentricidad $e = \frac{\rho_t}{\rho_c}$ en la respuesta del modelo.

La simulación de ensayos se hace para la condición de deformación plana, ya sea activa ó pasiva, muy usual en los casos de la geotecnia sobre todo en el estudio de estabilidad de taludes y terraplenes con estados de empuje activo ó pasivo.

5.6.4 Ensayos de deformación plana pasiva (PSP)

Las simulaciones numéricas de los ensayos de deformación plana pasiva se han realizado para valores de excentricidad de e = 0.58 y e = 1.00, con una presión de confinamiento de $\sigma_1 = -172\,\mathrm{kPa}$ y un valor de succión de 100 kPa.

La respuesta tensión deformación del modelo se grafica en la Figura 5.22 y se puede observar un incremento de la tensión pico y una disminución de la ductilidad cuando la excentricidad aumenta.

Se destaca que el pico tensional se obtiene para mayor deformación en el caso de excentricidad e = 1.00 que para e= 0.58.

En la Figura 5.23 se observan las variaciones volumétricas que predice el modelo, notándose una mayor compactación volumétrica para e = 1.00 y mayor dilatancia en el caso e= 0.58.

La Figura 5.24 muestra la variación de la fricción η_{cono} en función de la deformación para distintas excentricidades en el ensayo de deformación plana pasiva. Puede observarse que el valor máximo de la fricción se obtiene para deformaciones mayores en el caso de e = 1.00 que para e= 0.58, lo que explica porqué el pico tensional se logra para una mayor deformación en el primer caso.

La Figura 5.25 muestra la variación de la tensión desviadora con la deformación desviadora en el ensayo PSP para distintas excentricidades, observándose la fuerte influencia de dicha excentricidad en la respuesta del modelo. Se debe a que, en la formulación del modelo propuesto, la variación de la deformación plástica desviadora está en función del tercer invariante. Esto explica también la diferencia entre la respuesta volumétrica en el ensayo PSP para las distintas excentricidades y la mayor dilatancia en el caso e= 0.58.

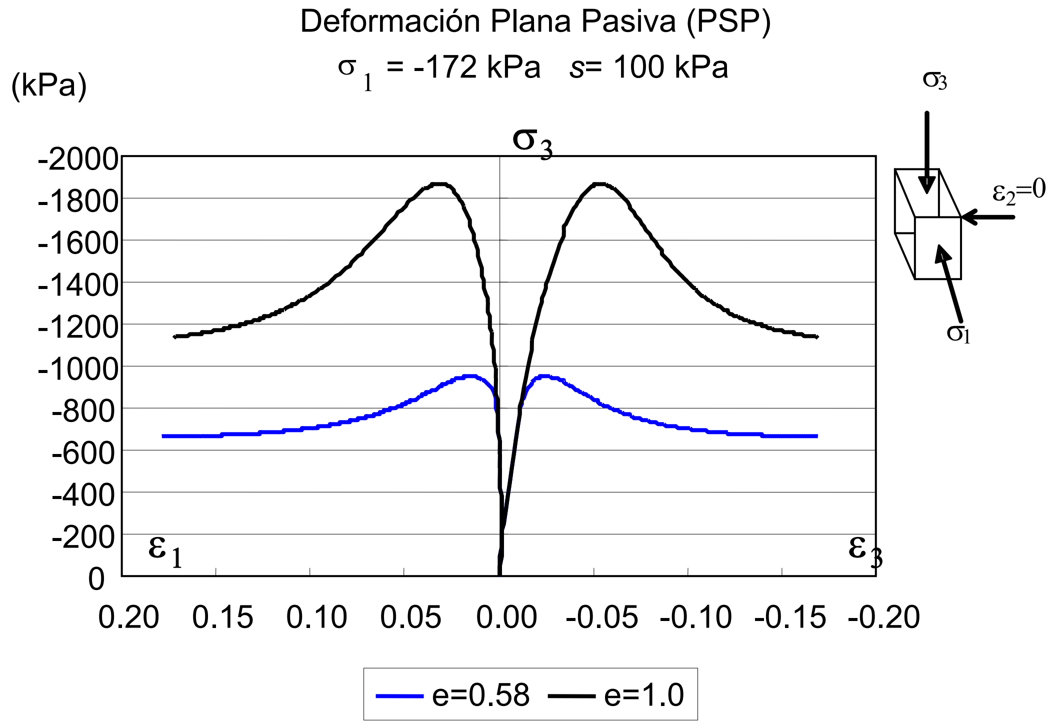


Figura 5.22. Tensión deformación en deformación plana pasiva

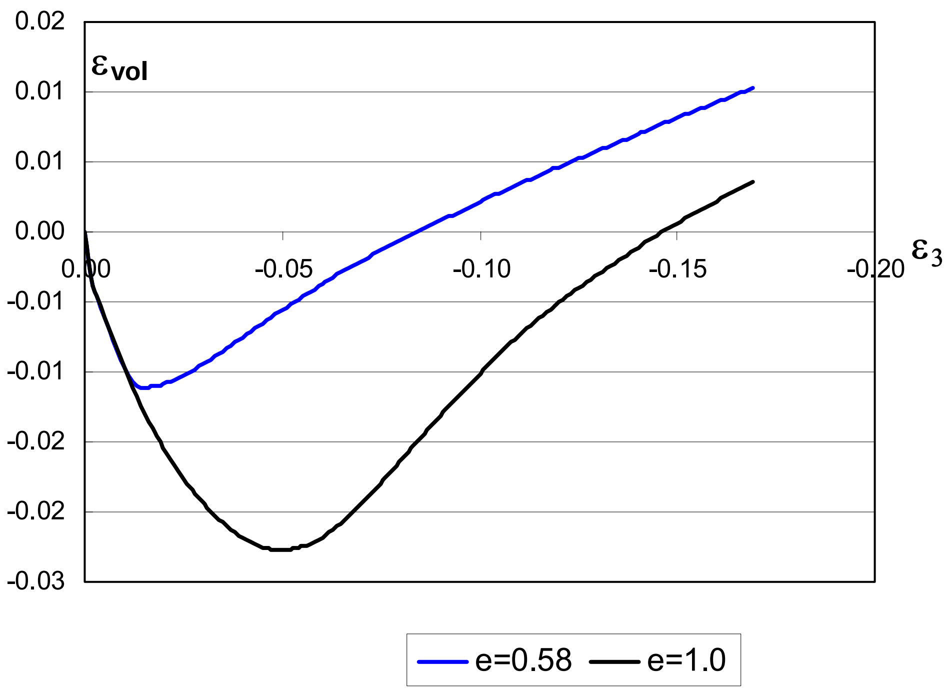


Figura 5.13. Variación volumétrica en deformación plana pasiva

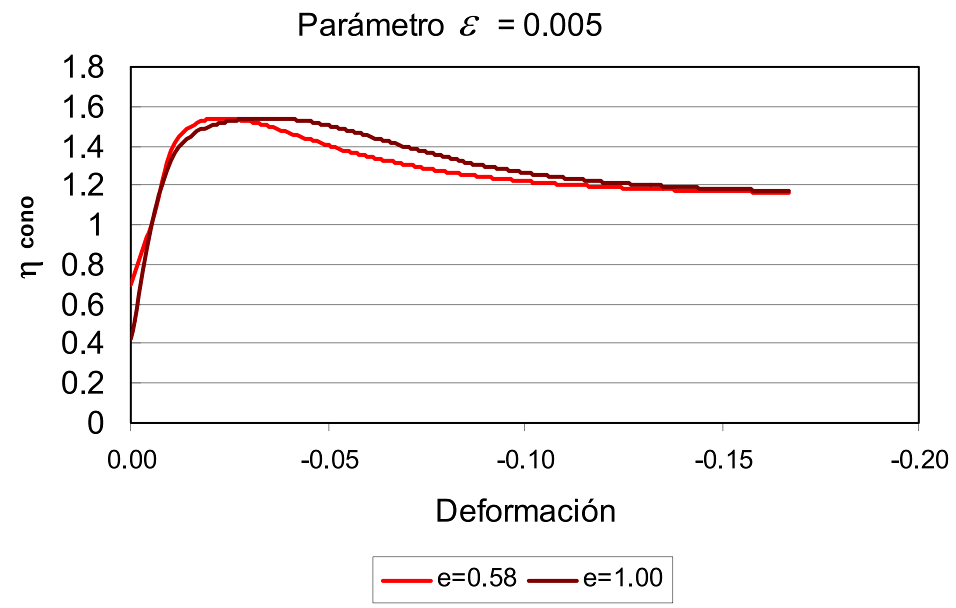


Figura 5.24. Variación de la fricción η_{cono} con la deformación para distintas excentricidades en ensayo PSP

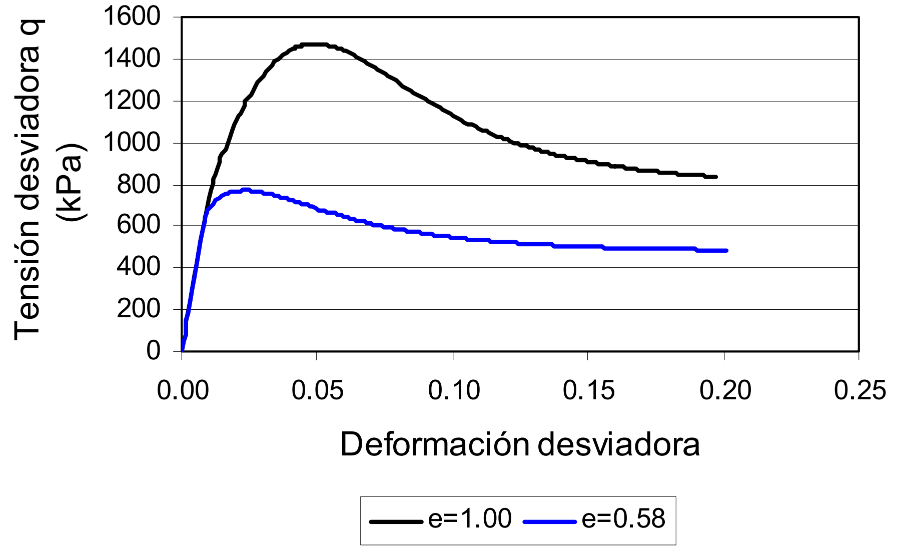


Figura 5.25. Tensión desviadora en función de la deformación desviadora en ensayo PSP para distintas excentricidades

5.6.5 Ensayos de deformación plana activa (PSA)

Los resultados obtenidos en ensayos de deformación plana activa se muestran en Figura 5.26 y Figura 5.27.

En este caso, si bien con el aumento de la excentricidad e se observa un aumento de la tensión desviatórica en pico, es menos sensible la respuesta material respecto al valor de e considerado en relación al ensayo de deformación plana pasiva.

También la influencia sobre las deformaciones volumétricas de dilatación no es tan marcada en el presente ensayo.

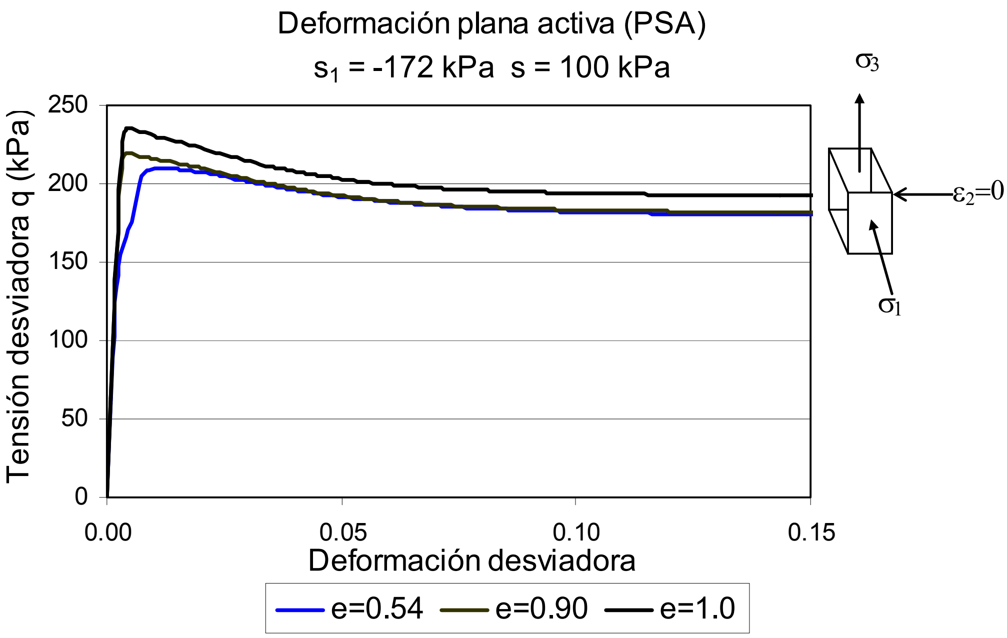


Figura 5.26. Tensiones y deformaciones desviadoras

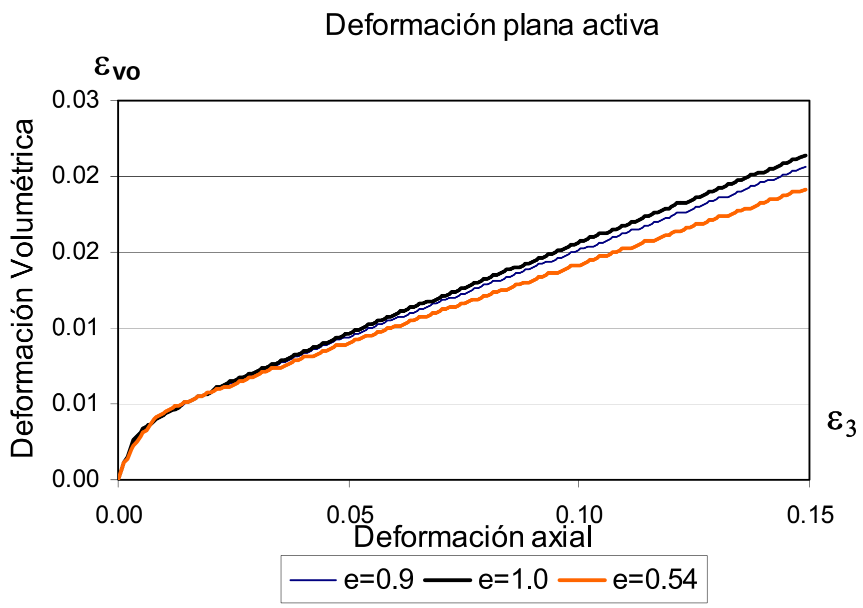


Figura 5.27. Variación volumétrica en deformación plana activa

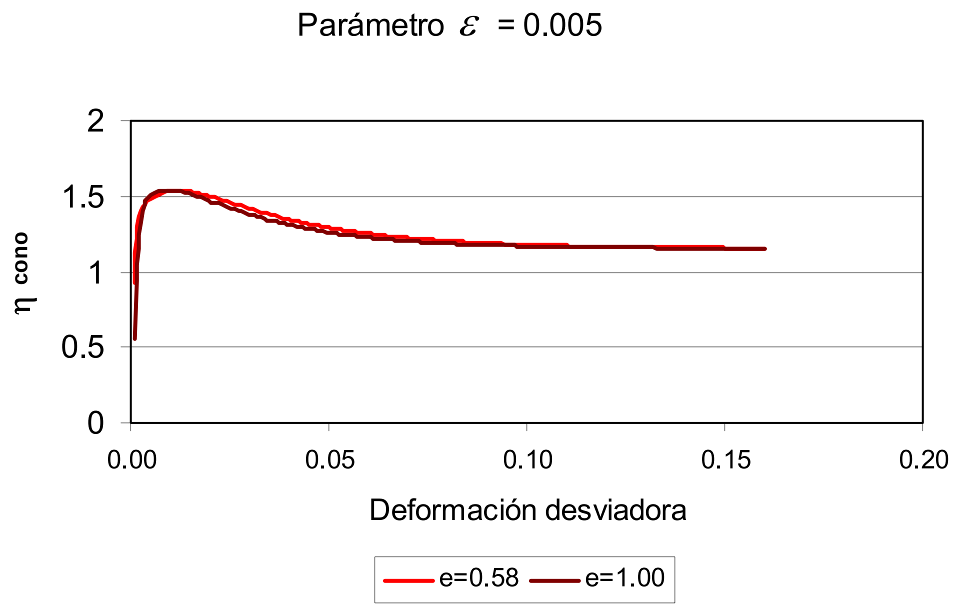


Figura 5.28. Variación de la fricción η_{cono} con la deformación para distintas excentricidades en ensayo PSA

En la Figura 5.28 se muestra la variación de la fricción η_{cono} con la deformación para distintas excentricidades en el ensayo PSA. En ella se observa la influencia poco significativa del valor adoptado de la excentricidad sobre la evolución de la fricción η_{cono} , lo que produce poco cambio en la respuesta del modelo propuesto para este tipo de ensayo.

5.6.6 Análisis de la respuesta para confinamiento elevado.

La subestimación de la resistencia máxima en el meridiano de tracción ρ_t en relación al de compresión ρ_c considerada por el modelo MRS-Lade, en relación a los valores de excentricidad e mayores que demuestran en los ensayos experimentales las arcillas y las arenas arcillosas en régimen de alto confinamiento, conlleva a predicciones erróneas de la resistencia al corte por la asociatividad del flujo plástico considerado en el plano desviatórico.

En la Figura 5.29 se muestran ensayos triaxiales realizados por Prashant A. y Penumadu D. (2004), sobre muestras de arcillas caoliníticas consolidadas bajo una presión de 207 kPa, donde se puede observar una respuesta con valores mayores de excentricidad (e = 0.925).

Este no es el caso en régimen de bajo á medio confinamiento donde los valores de excentricidades adoptados en el modelo MRS-Lade (e = 0.70) por diversos autores, responde más precisamente a los valores reales denotados especialmente en arenas secas.

Esto puede corroborarse por los ensayos realizados en arenas limosas por Park Hyun J. (2005), para valores elevados de succión (mayores de 1033 kPa) y presión octahédrica (entre 178 kPa y 275 kPa), que se muestran en Figura 5.30.

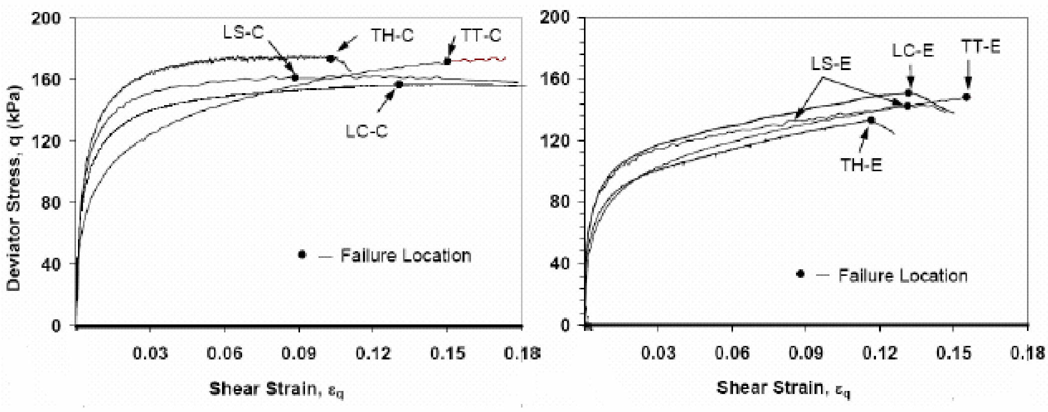


Figura 5.29. Ensayos triaxiales en arcillas caoliníticas [Prashant A. y Penumadu D. (2004)]

.

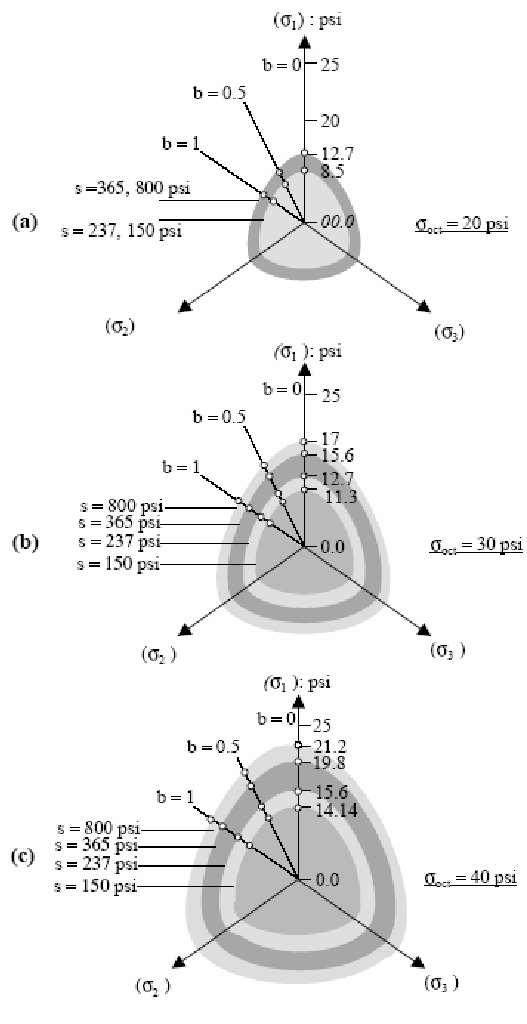


Figura 5.30. Superficies de falla en el plano octahédrico para arenas limosas, para diferentes succiones [Park Hyun J. (2005)]

Del análisis precedente surge que para ajustar el modelo extendido de MRS-Lade para adecuar su respuesta en alto confinamiento, se propone formular la dependencia del parámetro de excentricidad con el nivel de presiones volumétricas a que está sujeto el material.

Una formulación de este tipo debe ser de la forma

$$e = -0.3275\left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^3 + 0.6295\left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^2 + 0.0721\left(\frac{p}{p_{ref}}\right) + 0.51 \qquad (5.3)$$

Donde p_{ref} es la presión de referencia, como parámetro material.

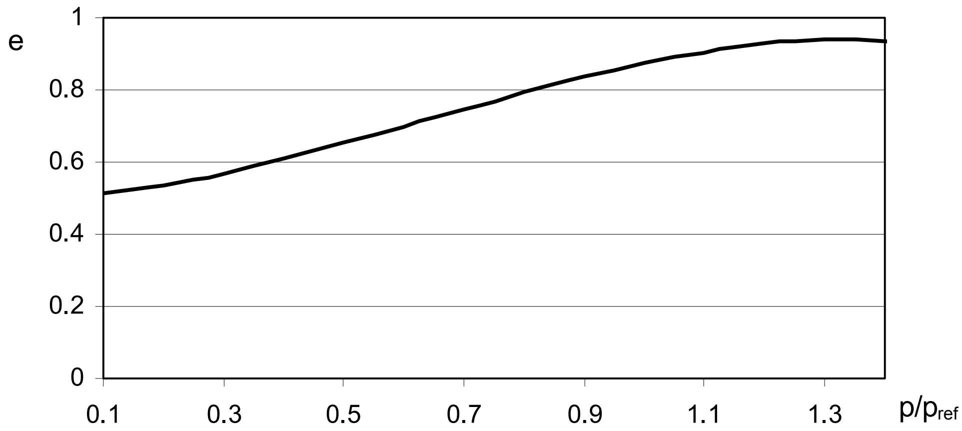


Figura 5.31. Variación de la excentricidad con la presión volumétrica

En la Figura 5.31 se observa la variación de la excentricidad con el nivel de presiones volumétricas propuesta para ajustar el comportamiento con niveles de confinamientos elevados.

CAPITULO VI

ANÁLISIS DE INDICADORES DE FALLA

6.1 INTRODUCCION

Como se ha descrito en los capítulos anteriores en la última década se han desarrollado diversas formulaciones materiales constitutivas para simular el comportamiento de suelos parcialmente saturados. Sin embargo, en este caso, el análisis de la condición de bifurcación discontinua y la forma de falla localizada no ha recibido considerable atención. El acoplamiento intrínseco hidro-mecánico en medios porosos parcialmente saturados y la presencia de la succión en las ecuaciones constitutivas afecta fuertemente a los indicadores de localización de falla. Como consecuencia de ello la solución de la bifurcación discontinua, en términos de los estados tensionales y de succión críticos que conllevan a la pérdida de unicidad, particularmente en régimen de prepico como también las direcciones críticas dependen, no solo de las propiedades mecánicas no lineales de la formulación material, por ejemplo, función de fluencia, no asociatividad, ley de evolución de las variables de endurecimiento-ablandamiento, etc, sino también de las condiciones hidráulicas durante la historia de deformación.

En este capítulo se evalúan los indicadores de falla difusa y localizada para medios continuos elastoplásticos y las correspondientes soluciones se particularizan para el caso particular del Modelo Extendido de MRS-Lade.

6.2 TENSIONES CONSTITUTIVAS. CONDICIONES DE CONSISTENCIA

Según lo desarrollado en el Capitulo II, los medios porosos parcialmente saturados se describen generalmente en función del tensor de tensiones "constitutivo" $\boldsymbol{\sigma}'$ que viene dado por

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{I}\,\dot{p}_w = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{I}\,\dot{s} \tag{6.1}$$

$$s = \left(\mathrm{p_a} - \mathrm{p_w}\right) \tag{6.2}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{I}\,\mathrm{p_a} \tag{6.3}$$

Donde s es la succión, $\boldsymbol{\sigma}_n$ tensor de tensiones neto, es decir la presión total en exceso ó sobre la presión del aire en los poros, $\boldsymbol{\sigma}$ tensor de tensiones total, $\boldsymbol{I}$ es el tensor identidad de segundo orden, p_a y p_w son las presiones de aire y de agua en los poros respectivamente.

Como se ha indicado en la ec. (2.15), la condición de consistencia para carga plástica en unmedio elastoplástico se define en función de los gradientes de la condición de fluencia resepcto de las tensiones constitutivas, de las variables de estado y de la succión.

Asimismo, la tasa del multiplicador plástico viene dada por la ec. (2.19) mientras que el operador material $\mathbf{D_{ep}}$ se define mediante las ecuaciones

(2.22) a (2.24) en función de los operadores tensoriales correspondientes a la parte mecánica e hidráulica de la respuesta $\mathbf{E}_{ep}$ y $\mathbf{E}_{s}$, respectivamente.

Finalmente, la evolución ó tasa del tensor de tensiones totales toma la forma expresada en ec. (2.26).

6.3 Clasificación de los Mecanismos de Falla

El estudio de los indicadores de falla se remonta a las condiciones de inestabilidad del equilibrio infinitesimal ó material. A partir de estas condiciones autores tales como (Hill, 1962), Rudnicki, 1977), (Aydin y Johnson, 1978), (Pietruszczak Mroz, 1981), (Leer y Hegemier 1984), (Viggiani et al. 1994) entre otros, han desarrollado la condición de localización del equilibrio que se relaciona con una condición de bifurcación del equilibrio y simultáneamente de discontinuidad ó salto del campo cinemático de primer orden en el espacio y tiempo (tasa de deformaciones).

La localización se produce en los geomateriales bajo diversas condiciones de estados tensionales, desde el simple caso de compresión uniaxial en muestras cilíndricas de suelo y roca, hasta comportamientos más complejos como estado triaxial, de deformación plana pasiva y activa. Por lo tanto, es importante poder predecir cuando y con que orientación se produce esta banda de corte. Para los materiales friccionales es sabido que existe una etapa de ablandamiento en la cual la resistencia es inferior a la del pico Esta respuesta con ablandamiento suele ser acompañado por deformación localizada (Peric et al. 1992 y 1993).

En los últimos años, se ha centrado mucho esfuerzo de investigación en el desarrollo matemático y de modelos numéricos para capturar los fenómenos de localización observados experimentalmente. En muchos casos, la banda de corte puede tener un espesor infinitesimal en el que el continuo experimenta un salto de desplazamiento denominado discontinuidad fuerte (Simo et al. 1993).

Para evitar el problema de bifurcación discontínua ó localización se han desarrollado de modelos ó teorías materiales especiales y no convencionales, tales como los basados en modelos no local (Bazant y Pijaudier - Cabot 1988), gradiente de plasticidad (Borst y Muhlhaus 1992), (Borst et al. 1995), (Oka et al. 2000); técnicas de adaptación por remallado (Zienkiewicz et al. 1995) y elementos enriquecidos (Ortiz et al.1987), (Larsson et al. 1993), (Simo et al. 1993), (Armero y Garikipati ,1995), formulaciones unificadas para modelos no lineales (Chambonet al., 2000), entre otros.

Considerando en un medio continuo elástico-perfectamente plástico una deformación homogénea como se muestra en la Fig. 6.1 y asumiendo que la respuesta constitutiva es descrita por la función de fluencia F y de potencial plástico Q, y que D^{e}_{ijkl} indica las componentes del tensor tangencial elástico que posee las propiedades de simetrías mayor y menor, así como definidos positivo. Podemos identificar dos modos de inestabilidad por bifurcación en la banda de corte: bifurcación continua ó fuerte y bifurcación discontinua ó débil.

En la bifurcación continua, se supone que el continuo esta en fluencia plástica de ambos lados de la banda en el inicio de la inestabilidad, en la bifurcación discontinua se considera que dentro de la banda se esta en fluencia plástica y fuera de ella en descarga elástica.
Estos dos modos de bifurcación han sido identificados por Rudnicki y Rice (1975) y Rice y Rudnicki (1980).
En el marco del concepto de fisura difusa (smeared crack), los modos de falla localizada están relacionados con bifurcaciones discontínuas del equilibrio y conducen a la pérdida de la elipticidad de las ecuaciones que gobiernan el equilibrio estático (Ottosen y Runesson, 1991) y (Willam y Etse, 1990).

En un documento reciente, (Borja 2002a) demuestra que los dos modos, de hecho, tendrán lugar al mismo tiempo para el caso de plasticidad perfecta.

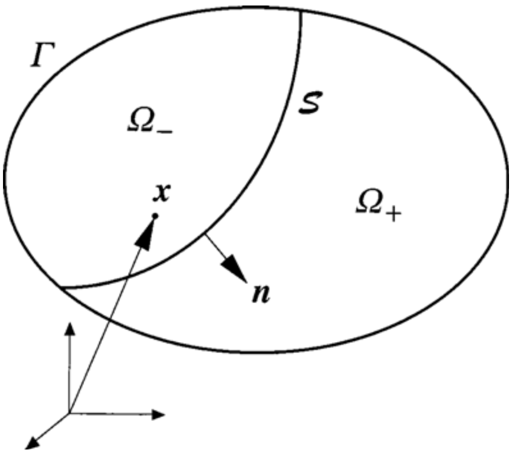


Figura 6.1. Continuo elastoplástico seccionado por banda de corte

Si aceptamos entonces que la falla estructural es debida a la falla material ó falla en lo pequeño se deduce la importancia que tiene evaluar los distintos mecanismos de falla a nivel constitutivo.

La evolución del proceso de falla, que deviene en la fractura de los materiales puede describirse como la transición de tres modos según el grado de continuidad del campo cinemático, que se distinguen de la siguiente manera:

- ✓ Falla difusa: describe el proceso de falla en el cual se satisfacen las condiciones de compatibilidad cinemática del continuo. O sea, la falla no va acompañada de discontinuidades espaciales.

- ✓ Falla localizada: indica la formación de discontinuidades espaciales débiles, es decir, de un salto en el campo de la tasa de deformaciones a lo largo de una superficie de discontinuidad, en tanto el campo de desplazamientos permanece continuo.

- ✓ Falla discreta: es el resultado de degradaciones superiores de las relaciones de compatibilidad cinemática, introduciendo saltos no solo en el campo de deformaciones sino también en el campo de desplazamientos.

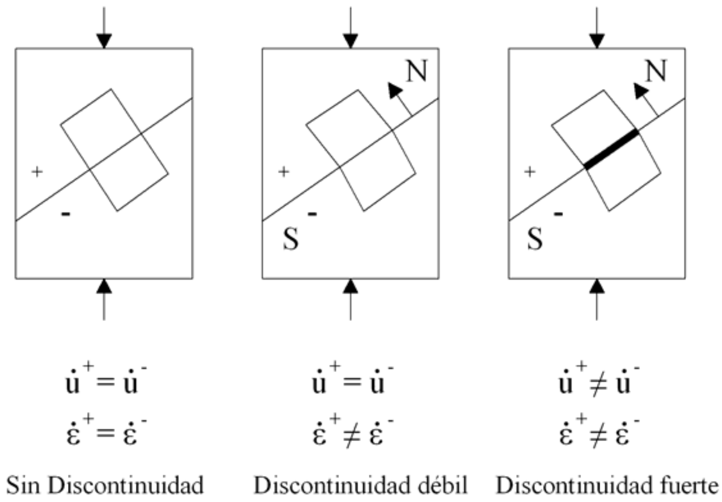


Figura 6.2. Mecanismos cinemáticos de falla

La Figura 6.2 resume los tres niveles del mecanismo cinemático de falla requeridos para clasificar la degradación del continuo original en un discontinuo cuando las propiedades de continuidad son relajadas.

6.4 CONDICIÓN DE LOCALIZACIÓN.

En esta sección se analiza los modos de la condición de falla localizada en la forma de bifurcación discontinua. El análisis de la localización se basa en la condición de propagación de ondas acústicas planas en sólidos, según Thomas (1961) y Hill (1962).

Si consideramos un sólido homogeneo, sometido a un proceso de carga cuasi-estático monótono creciente en deformaciones infinitesimales, sobre el que se estudiará la localización de deformaciones y bifurcación de la respuesta.

Cuando ocurre una singularidad de segundo orden en el campo de las deformaciones, se tiene una discontinuidad débil, aun cuando el campo de la tasa de desplazamientos permanezca continuo.

$$[[\dot{\mathbf{u}}]] = \dot{\mathbf{u}}^+ - \dot{\mathbf{u}}^- = 0 \qquad (6.4)$$

$$[[\nabla_x \dot{\mathbf{u}}]] = \nabla_x \dot{\mathbf{u}}^+ - \nabla_x \dot{\mathbf{u}}^- \neq 0 \qquad (6.5)$$

$$\left[\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right]\right] = \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i^-}{\partial x_j} \neq 0 \qquad (6.6)$$

Considerando el Teorema de Maxwell (1873), [Truesdell y Toupin (1969)], de condición de compatibilidad, la condición de “salto” del gradiente de la velocidad, la ec. (6.6) puede escribirse

$$[\nabla_x \dot{\mathbf{u}}] = \dot{\gamma}\, \vec{\mathbf{M}} \otimes \vec{\mathbf{N}} \qquad (6.7)$$

donde $\vec{\mathbf{M}}$ es el vector unitario que determina la dirección del salto , $\vec{\mathbf{N}}$ el vector unitario normal a la superficie de discontinuidad y $\dot{\gamma}$ la magnitud escalar del salto.

Entonces, según la definición del continuo clásico, el salto de la tasa del tensor de deformaciones será

$$[\![\boldsymbol{\varepsilon}]\!] = [\![\nabla^{\mathrm{sim}} \dot{\mathbf{u}}]\!] \tag{6.8}$$

$$[\![\boldsymbol{\varepsilon}]\!] = \frac{1}{2}\left(\nabla_x^{+}\dot{\mathbf{u}} - \nabla_x^{-}\dot{\mathbf{u}}\right) = \frac{1}{2}\dot{\gamma}\left(\vec{\mathbf{N}} \otimes \vec{\mathbf{M}} + \vec{\mathbf{M}} \otimes \vec{\mathbf{N}}\right) \tag{6.9}$$

De acuerdo al lema de Cauchy, en la condición de equilibrio del contorno, el salto de la tasa del vector de tracción permanece continuo a través de la superficie de singularidad en el interior del sólido.

La condición de equilibrio y teniendo en cuenta la simetría del tensor $\mathrm{E}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{ijkl}} = \mathrm{E}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{jilk}}$, toma la forma

$$[\![\dot{\vec{\mathbf{t}}}]\!] = \vec{\mathbf{N}} \cdot [\![\dot{\boldsymbol{\sigma}}]\!] = \vec{\mathbf{N}} \cdot \mathbf{E}_{\mathrm{ep}} : [\![\boldsymbol{\varepsilon}]\!] = \vec{\mathbf{0}} \tag{6.10}$$

O sea

$$\mathbf{Q} \cdot \vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{0}} \tag{6.11}$$

Y

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{ep}} = \vec{\mathbf{N}} \cdot \mathbf{E}_{\mathrm{ep}} \cdot \vec{\mathbf{N}} \tag{6.12}$$

Por lo tanto, para no tener una solución trivial, se define la condición de bifurcación discontinua en función del tensor de localización cuando

$$\det\left(\mathbf{Q}_{\mathrm{ep}}\right) = 0 \tag{6.13}$$

Por otro lado, basada en la teoría de propagación de ondas se establece la relación

$$\rho\, c^2 = \left(\vec{\mathbf{M}} \otimes \vec{\mathbf{N}}\right) : \mathbf{E}_{\mathrm{ep}} : \left(\vec{\mathbf{N}} \otimes \vec{\mathbf{M}}\right) = \vec{\mathbf{M}} \cdot \mathbf{Q} \cdot \vec{\mathbf{M}} \tag{6.14}$$

siendo ρ la densidad del material y c la velocidad de onda. La condición $c = 0$ puede interpretarse como la existencia de una superficie de discontinuidad que impide la propagación de las ondas en sólidos. Esta discontinuidad se conoce como pérdida de la elipticidad fuerte [Knops y Payne (1971), Ogden (1984)] y conduce a la singularidad del tensor de localización simetrizado, ec (6.13).

Para operadores materiales no simétricos, en el caso de flujo plástico no asociado, la pérdida de la elipticidad fuerte, sinónimo de singularidad del operador simetrizado de localización, antecede a la condición de punto límite o máxima resistencia, aún en régimen de endurecimiento (H positivo).

6.4.1 Criterios de indicadores de falla

Como se señaló anteriormente existen dos indicadores de localización de falla

- pérdida fuerte de elipticidad: $\rho\, \boldsymbol{c}^2 \leq 0$ (6.15)
- pérdida de elipticidad: $\det\left(\mathbf{Q}_{ep}\right) \leq 0$ (6.16)

El teorema de Bromwich restringe la forma cuadrática de la ec. (6.14) del espectro de los tensores de localización no simétricos $\mathbf{Q}_{ep} \neq \mathbf{Q}^{t}_{ep}$. Esto significa que se hace nula la velocidad de la onda en el último instante antes de la singularidad.

El resultado de esto, es una jerarquía de indicadores para la falla difusa y localizada [Sobh et al. (1990), Willam y Etse (1990)]. En comparación con el material, se logra mayor simetría del operador de localización a través de la contracción del tensor elastoplástico $\mathbf{E}_{ep}$, con la dirección de $\vec{\mathbf{N}}$, por lo tanto la ec. (6.12) será

$$\mathrm{Q}^{ep}_{jk} = \frac{1}{2}\mathrm{N}_i \left(\mathrm{E}^{ep}_{ijkl} + \mathrm{E}^{ep}_{ljki}\right)\mathrm{N}_l \tag{6.17}$$

Con sus valores propios obtenidos de

$$\lambda\left(\mathbf{Q}_{ep}\right) = \mathrm{M}_j\, \mathrm{N}_i\, \mathrm{E}^{ep}_{ijkl}\, \mathrm{N}_l\, \mathrm{M}_k = \frac{1}{2}\mathrm{M}_j\, \mathrm{N}_i \left(\mathrm{E}^{ep}_{klij} + \mathrm{E}^{ep}_{ijkl}\right)\mathrm{N}_l\, \mathrm{M}_k \tag{6.18}$$

Finalmente debido a la simetría adicional

$$\lambda\left(\mathbf{Q}_{ep}\right) = \frac{1}{4}\mathrm{M}_j\, \mathrm{N}_i \left(\mathrm{E}^{ep}_{ijkl} + \mathrm{E}^{ep}_{ljki} + \mathrm{E}^{ep}_{ikjl} + \mathrm{E}^{ep}_{lkji}\right)\mathrm{N}_l\, \mathrm{M}_k \tag{6.19}$$

Es decir que el operador de localización solo será nulo si la forma simétrica de $\mathbf{E}^{sim}_{ep}$ es positiva definida y la discontinuidad de la tasa de deformación toma la forma

$$\left[\left[\boldsymbol{\varepsilon}\right]\right] = \left[\left[\vec{\mathbf{N}} \otimes \vec{\mathbf{M}}\right]\right] \tag{6.20}$$

La condición de estabilidad, dada por el segundo postulado de Drucker es

$$\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{E}_{ep} : \boldsymbol{\varepsilon} > 0 \tag{6.21}$$

Esta condición, conjuntamente con la singularidad del operador de localización material simetrizado, son una condición suficiente y presenta un límite mas bajo, tanto respecto al límite del estado de falla como para los puntos bifurcación.

Debido a la relación de simetría adicional de $\mathbf{Q}_{ep}$ y $\mathbf{E}_{ep}$ la pérdida de elipticidad no coincide necesariamente con la singularidad de los operadores conectados. Esto significa una singularidad en el tensor de localización en la bifurcación discontínua [Etse (1992)].

6.4.2 Condición de continuidad en el campo hidráulico.

Admitiendo, en primera instancia, continuidad en el campo hidráulico definido mediante la tasa de succiones

$$[\![\dot{s}]\!] = \dot{s}^{+} - \dot{s}^{-} = 0 \tag{6.22}$$

Si consideramos el modelo constitutivo elastoplástico cuya ley de comportamiento viene dada por la relación $\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \mathbf{E}_{\mathbf{ep}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}'$, los estados de tensión y deformación a uno y otro lado del plano de discontinuidad son respectivamente: $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}'^{+} \rightarrow \dot{\boldsymbol{\sigma}}'^{+}$ y $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}'^{-} \rightarrow \dot{\boldsymbol{\sigma}}'^{-}$, la variación de la tensión será:

$$[\![\dot{\boldsymbol{\sigma}}']\!] = \dot{\boldsymbol{\sigma}}'^{+} - \dot{\boldsymbol{\sigma}}'^{-} = \left(\mathbf{E}_{\mathbf{ep}}\right)^{+} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}'^{+} - \left(\mathbf{E}_{\mathbf{ep}}\right)^{-} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}'^{-} \tag{6.23}$$

Admitiendo por hipótesis, que a ambos lados de la superficie donde se produce la singularidad están en estado de carga plástica, y considerando la expresión de la ec. (6.9), el salto de la tensión total será función de la ley constitutiva elastoplástica del salto de la tasa de deformaciones:

$$[\![\dot{\boldsymbol{\sigma}}']\!] = \dot{\boldsymbol{\sigma}}'^{+} - \dot{\boldsymbol{\sigma}}'^{-} = \left(\mathbf{E}_{\mathbf{ep}}\right)\left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}'^{+} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}'^{-}\right) \tag{6.24}$$

$$[\![\dot{\boldsymbol{\sigma}}]\!] = [\![\dot{\boldsymbol{\sigma}}']\!] = \dot{\gamma}\ \mathbf{E}_{ep} : \left[\left(\vec{\mathbf{M}} \otimes \vec{\mathbf{N}}\right) + \left(\vec{\mathbf{N}} \otimes \vec{\mathbf{M}}\right)\right] \tag{6.25}$$

De acuerdo al lema de Cauchy, en la condición de equilibrio del contorno, el salto de la tasa del vector de tracción permanece continuo a través de la superficie de singularidad en el interior del sólido.

La condición de equilibrio teniendo en cuenta la simetría del tensor $\mathbf{E}_{\mathrm{ep}}^{\mathrm{sim}}$, toma la forma:

$$[\![\mathrm{t}_{\mathrm{j}}]\!] = [\![\mathrm{n}_{\mathrm{i}}\, \sigma_{\mathrm{ij}}]\!] = \mathrm{n}_{\mathrm{i}}\, [\![\sigma_{\mathrm{ij}}]\!] = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} n_i\, E_{ijkl}^{T} \left(\dot{m}_k\, n_l + \dot{m}_l\, n_k\right) = 0 \tag{6.26}$$

$$\frac{1}{2} n_i\, E_{ijkl}^{T}\, \dot{m}_k\, n_l + \frac{1}{2} n_i\, E_{ijkl}^{T}\, \dot{m}_l\, n_k = \dot{\gamma}\left(n_i\, E_{ijkl}^{T}\ n_l\ \right) m_k = 0 \tag{6.27}$$

Expresada en forma tensorial:

$$[\![\dot{\mathbf{t}}]\!] = \vec{\mathbf{N}} : [\![\dot{\boldsymbol{\sigma}}]\!] = \dot{\gamma}\,\mathbf{Q}_{\mathrm{ep}} \cdot \vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{0}} \tag{6.28}$$

donde

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{ep}} = \vec{\mathbf{N}} \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{ep}} \cdot \vec{\mathbf{N}} \tag{6.29}$$

Es el denominado tensor acústico ó de localización.

Por lo tanto se define la condición de bifurcación discontinua en función del tensor de localización para que no se tenga una solución trivial, cuando

$$\det\left(\mathbf{Q}_{\mathrm{ep}}\right)=0 \tag{6.30}$$

6.4.3 Resolución de la condición de localizacion

De acuerdo con Ottosen y Runesson (1990), la condición de localización puede analizarse mediante la resolución del problema de autovalores normalizados

$$\left(\mathbf{Q}^{-1}{}_{\mathrm{e}}\cdot\mathbf{Q}_{\mathrm{ep}}\right)\cdot\bar{\mathbf{x}}^{j}=\lambda^{j}\ \bar{\mathbf{x}}^{j},\ j=1,2,3 \tag{6.31}$$

$$\lambda_1\geq\ \lambda_2\geq\lambda_3 \tag{6.32}$$

La condición de localización será $\qquad \lambda_3=0 \qquad$ (6.33)

La ec. (6.30) representa la condición de localización de medios porosos elastoplásticos parcialmente saturados, para el caso particular considerado de continuidad en el campo de las presiones de poros, la cual coincide con la condición de localización de continuos clásicos [Schiava y Etse (2006)].

De acuerdo a la ec. (6.30) la aparición de la localización ocurrirá en el primer instante en que exista una dirección n_i en la que el tensor acústico asociado posea un autovalor nulo. En este caso, el autovector correspondiente m_i determinará junto con n_i la configuración de la bifurcación desarrollada.

6.4.4 Caso alternativo: discontinuidad en el campo hidráulico

En este caso el campo cinemático y el tensor material se extienden por efecto del flujo hidráulico, que en la presente formulación se tiene en cuenta mediante la succión.

En el caso más general, la tasa del tensor de tensiones totales viene dado por la ec. (2.26)

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}=\dot{\boldsymbol{\sigma}}'+\boldsymbol{I}\ \dot{\mathrm{p}}_{\mathrm{w}}=\mathbf{E}_{\mathrm{ep}}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}+\left(-\boldsymbol{\mathcal{I}}_{\mathrm{sym}}+\mathbf{E}_{\mathrm{s}}\right):\boldsymbol{I}\,\dot{s} \tag{6.34}$$

El salto de la tasa de succión será

$$[[\dot{s}\,\boldsymbol{I}]]=\frac{1}{2}\left(\nabla^{+}_{\boldsymbol{x}}\,\dot{s}\,\boldsymbol{I}-\nabla^{-}_{\boldsymbol{x}}\,\dot{s}\,\boldsymbol{I}\right)=\frac{1}{2}\dot{\gamma}_s\left(\vec{\mathbf{N}}\otimes\vec{\mathbf{M}}+\vec{\mathbf{M}}\otimes\vec{\mathbf{N}}\right) \tag{6.35}$$

Donde $\dot{\gamma}_s$ es la magnitud escalar del salto para la succión.

Sustituyendo la ec. (6.35) y la ec. (6.9) en ec. (6.34)

Considerando que ambos lados de la superficie donde se produce la discontinuidad están en estado de carga plástica, y admitiendo la existencia de un salto en el campo de las tasas de succiones, el salto de la tensión total será

$$[\![\boldsymbol{\sigma}]\!] = \dot{\gamma}_{\mathrm{u}}\ \mathbf{E_{ep}} : \left[\left(\vec{\mathbf{N}} \otimes \vec{\mathbf{M}}\right) + \left(\vec{\mathbf{M}} \otimes \vec{\mathbf{N}}\right)\right] + \dot{\gamma}_{s}\ \left[\mathbf{E}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{\mathcal{I}}_{sym}\right] : \left[\left(\vec{\mathbf{N}} \otimes \vec{\mathbf{M}}\right) + \left(\vec{\mathbf{M}} \otimes \vec{\mathbf{N}}\right)\right] \tag{6.36}$$

Donde, llamamos $\dot{\gamma}_{\mathrm{u}}$ a la magnitud escalar del salto del gradiente de la velocidad.

De acuerdo al lema de Cauchy el salto de la tasa del vector de tracción permanece continuo a través de la superficie de singularidad en el interior del sólido. La condición de equilibrio toma la forma

$$[\![\dot{\mathbf{t}}]\!] = \vec{\mathbf{N}} : [\![\boldsymbol{\sigma}]\!] = \dot{\gamma}_{\mathrm{u}}\ \mathbf{Q_{ep}} \cdot \vec{\mathbf{M}} + \dot{\gamma}_{s}\mathbf{Q_{s}} \cdot \vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{0}} \tag{6.37}$$

donde

$$\mathbf{Q_{ep}} = \vec{\mathbf{N}} \cdot \mathbf{E_{ep}} \cdot \vec{\mathbf{N}} \tag{6.38}$$

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{s}} = \vec{\mathbf{N}} \cdot (\ \boldsymbol{\mathcal{I}}_{\mathrm{sym}} - \mathbf{E_{s}}) \cdot \vec{\mathbf{N}} \tag{6.39}$$

Admitiendo igualdad en la magnitud de los saltos:

$$\dot{\gamma}_{\mathrm{u}} = \dot{\gamma}_{s} = \dot{\gamma} \tag{6.40}$$

La condición de localización vendrá dada por:

$$\det\ \left(\mathbf{Q}_{\mathrm{ep}}\right) = 0 \tag{6.41}$$

y / ó

$$\det\left(\mathbf{Q}_{s}\right) = 0 \tag{6.42}$$

Estas igualdades, que pueden darse por separado ó simultáneamente, representan la condición de localización general en la presente formulación para medios porosos parcialmente saturados.

En la próxima sección se analizan las predicciones del modelo formulado del comportamiento de suelos parcialmente saturados, para diferentes caminos de tensiones e historias de deformaciones y se discute la influencia de la succión sobre dicho comportamiento.

6.5 PREDICCIONES DEL MODELO

Las soluciones de bifurcación discontínuas ó localización del modelo propuesto de medios porosos parcialmente saturados, se analizan para diferentes caminos de tensiones e historias de deformaciones. En particular se discute la influencia de la succión sobre dicho comportamiento. Los análisis numéricos en esta sección se focalizan en los ensayos de deformación plana activa (PSA), deformación plana pasivo (PSP) y de compresión simple axialsimétrico (ASS).

Se realizan una serie de análisis numéricos de la condición de falla localizada a nivel constitutivo del modelo extendido de MRS-Lade, para diferentes estados de tensiones. Para ello se investigan ensayos con diferentes caminos de carga en estados de Deformación Plana Pasiva (PSP), Deformación Plana Activa (PSA), Compresión Uniaxial y Compresión Triaxial, los que ya fueron evaluados en el Capítulo V con las correspondientes prediciones del modelo.

Todos los ensayos numéricos señalados anteriormente se ejecutan a nivel constitutivo material en modo de control mixto.

El control de las variables involucradas en cada caso se indica en la Tabla 5.6.

Tabla 6.1 Control de Variables

Camino de Tensiones (Stress Path)	Control Variables		
	Direction 1	Direction 2	Direction 3
PSP	$\sigma_1 = const$	ε_2 $\searrow$	$\varepsilon_3 = 0$
PSA	ε_1 $\nearrow$	$\sigma_2 = const$	$\varepsilon_3 = 0$
CTC	$\sigma_1 = \sigma_2 = const$		ε_3 $\searrow$
CTE	ε_1 $\nearrow$	$\sigma_2 = \sigma_3 = const$	

Las flechas $\nearrow$ y $\searrow$ indican el aumento o la disminución de la componente tensional ó de deformaciones respectivamente.

6.5.1 Caso I: Condición de continuidad en el campo hidráulico

En ésta sección se considera el caso particular de falla localizada en forma de bifurcación discontinua, que se plantea bajo la condición de flujo hidráulico contínuo. Es decir se analiza la falla localizada considerando la continuidad en el campo adicional de la succión,

6.5.1.1 Ensayos en estado de deformación plana pasiva para $\sigma = \mathrm{cte} = -172\ \boldsymbol{kPa}$

Los ensayos numéricos, que se indican a continuación, se realizaron para un valor de la tensión $\sigma = \mathrm{cte} = -172\ \boldsymbol{kPa}$.

La Figura 6.3 indica la condición de localización en forma de $\det\ \mathbf{Q}_{\mathrm{ep}}$, obtenida numéricamente, al 90,0% de la carga máxima en ensayo de deformación plana pasiva (PSP). Se observa que la condición $\det\left(\mathbf{Q}_{\mathrm{ep}}\right) = 0$ se logra para el estado tensional correspondiente a un nivel de succión *s* = 400 kPa, localizando para un ángulo $\theta = 56^{\circ}$.

En los otros casos con niveles de succión mas bajos de *s* = 100 kPa y *s* = 10 kPa se observa una condición de falla difusa, y el tensor acústico no singulariza.

Por lo tanto, se verifica que aún cuando se considera la existencia de un campo hidráulico continuo, el modo de falla desarrollado (difusa ó localizada) y la dirección crítica de la banda de corte depende del grado de saturación del suelo.

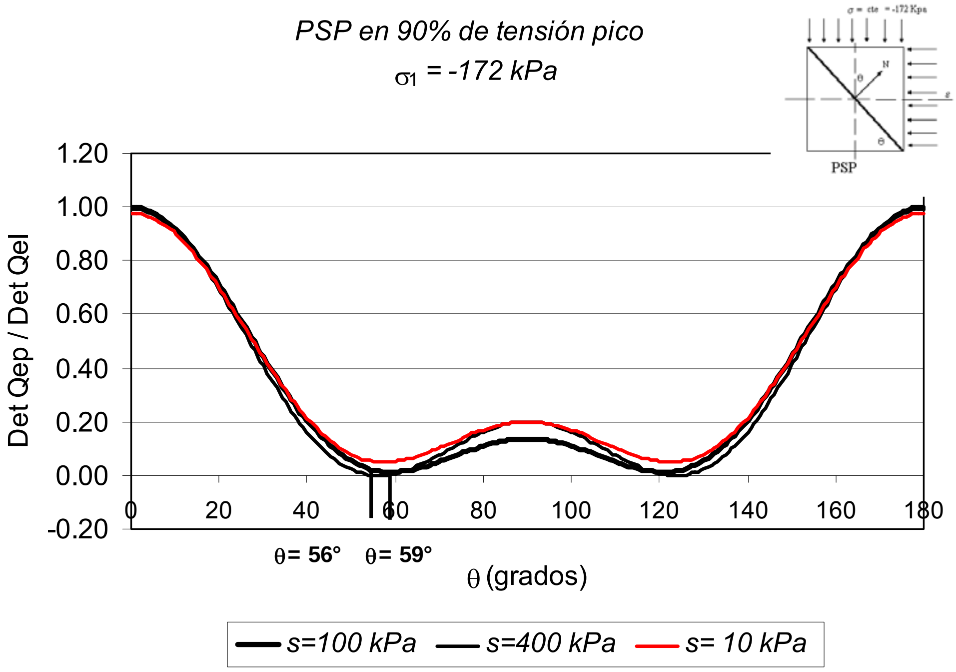


Figura 6.3. Localización en ensayo PSP en el 90% de la carga máxima.

Las Figuras 6.4 y 6.5 grafican el indicador de localización en el ensayo PSP para el estado tensional correspondiente a la resistencia pico y de tensiones residuales, respectivamente.

En el primer caso de resistencia pico, se observa que el tensor de localización permanece positivo para la condición de succión mínima de *s*= 10 kPa, mientras que para succión de 100 kPa y 400 kPa se verifica la condición de localización, con angulos de $\theta = 59^{o}$ y $\theta = 56^{o}$ respectivamente.

Es decir que el ángulo de la dirección crítica de localización disminuye al aumentar la succión, lo que se corresponde con los ensayos experimentales que al aumentar la succión el ángulo de fricción se incrementa.

En el segundo caso, se verifica la localización para succión de 100 kPa y 400 kPa con angulos de $\theta = 56^{o}$ y $\theta = 55^{o}$, respectivamente.

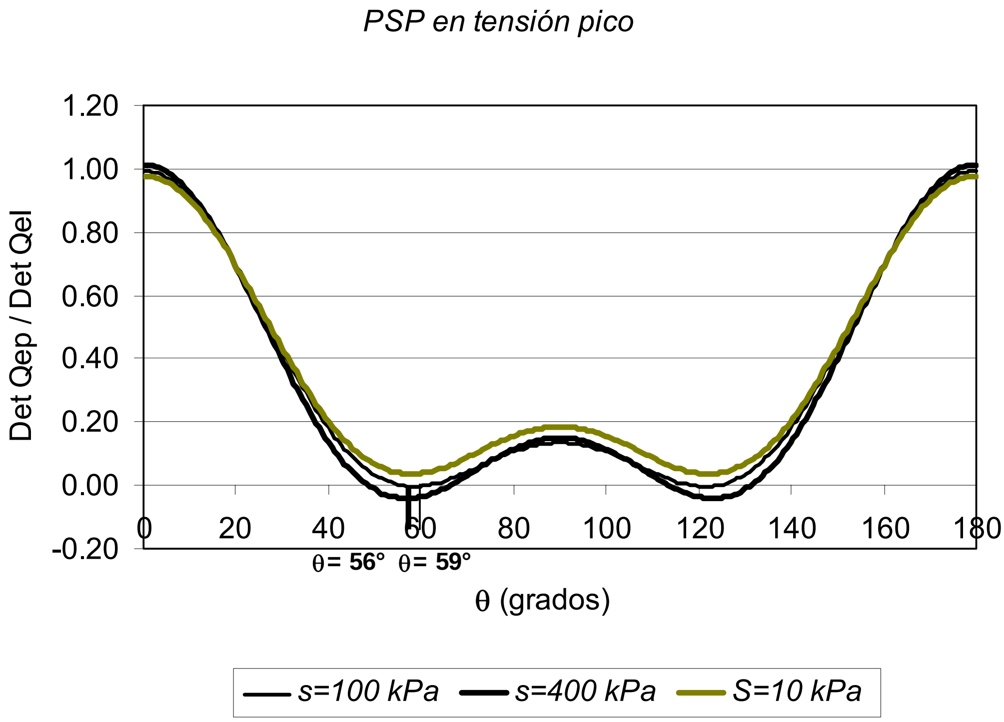


Figura 6.4. Localización en ensayo PSP en el pico.

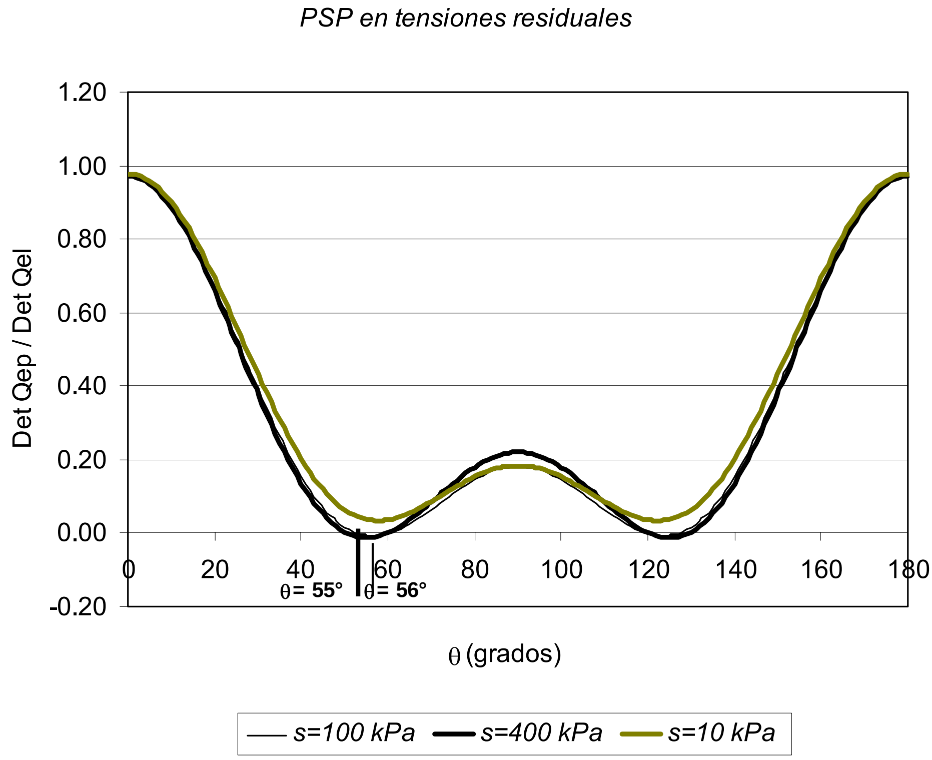


Figura 6.5. Localización en ensayo PSP en tensiones residuales.

Por lo tanto se concluye que la reducción de succión suprime la localización o condición de bifurcación discontinua e indica un modo de falla difusa.

En ese sentido los estudios llevados a cabo en esta tesis, demuestran que el efecto de estabilización por reducción de la succión se produce antes que el suelo esté completamente saturado.

6.5.1.2 Ensayos en estado de deformación plana pasiva para $\sigma = \boldsymbol{variable}$

Las simulaciones numéricas anteriores se particularizaron para una presión $\sigma = \mathrm{cte} = -172\, kPa$ constante y bajo succión variable.

Ahora, para una succión *s*= 400 kPa se verifica la condición de localización para confinamiento variable.

En la Figura 6.6 se grafica la condición de localización en tensión pico, para valores de la tensión de confinamiento $\sigma_1 = -172\, kPa$, -1892 kPa, -2172 kPa, -3172 kPa y -3672 kPa, verificandose que la condición $\det\left(\mathbf{Q}_{\mathrm{ep}}\right) = 0$ ocurre hasta una presión de confinamiento de $\sigma_1 = -3172\, kPa$ con un ángulo de $\theta = 58^{\mathrm{o}}$.

Se verifica que, con excepción del caso de máximo confinamiento $\sigma_1 = -3672\, kPa$, la condición de localización en resistencia pico se verifica en los otros tres casos.

Es decir el aumento del confinamiento conduce a la supresión de la condición de localización y para una presión de confinamiento elevada de $\sigma_1 = -3.672\, kPa$ *la falla comienza a ser difusa.*

Por otro lado, en la Figura 6.7 se indica el sector sobre la superficie de fluencia de la formulación teórica en el espacio p-q donde se produce localización y el ángulo correspondiente, para el ensayo en PSP y para una succión de *s*= 400 kPa.

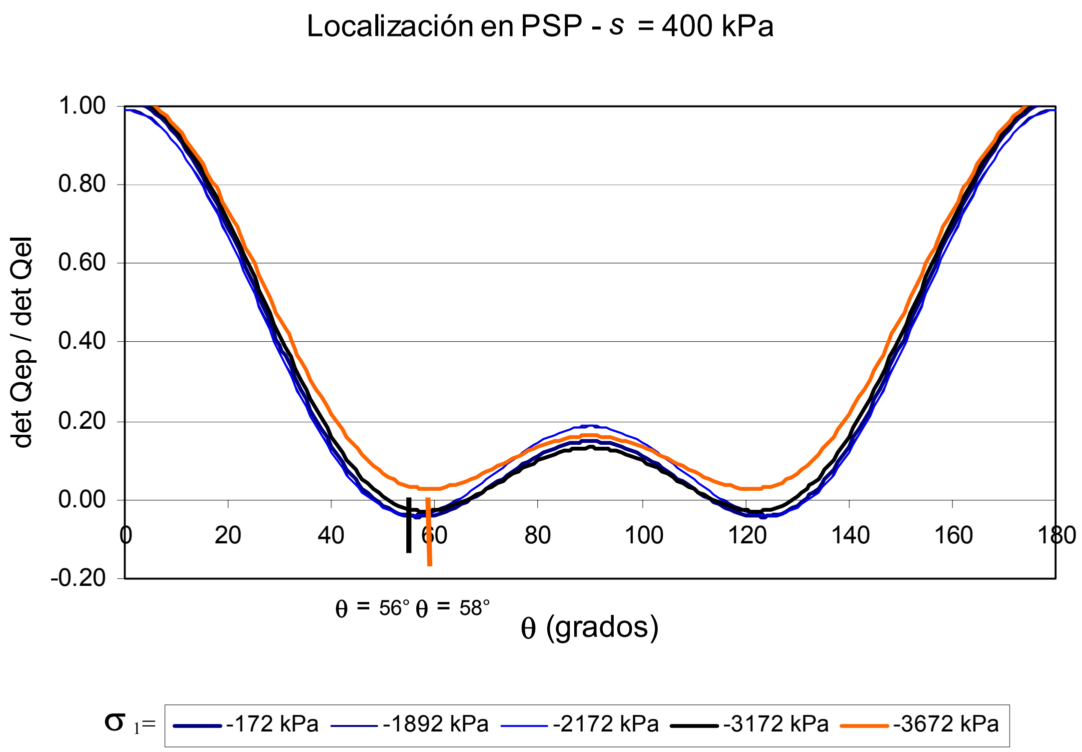


Figura 6.6. Localización en ensayo PSP en tensión pico para confinamiento variable.

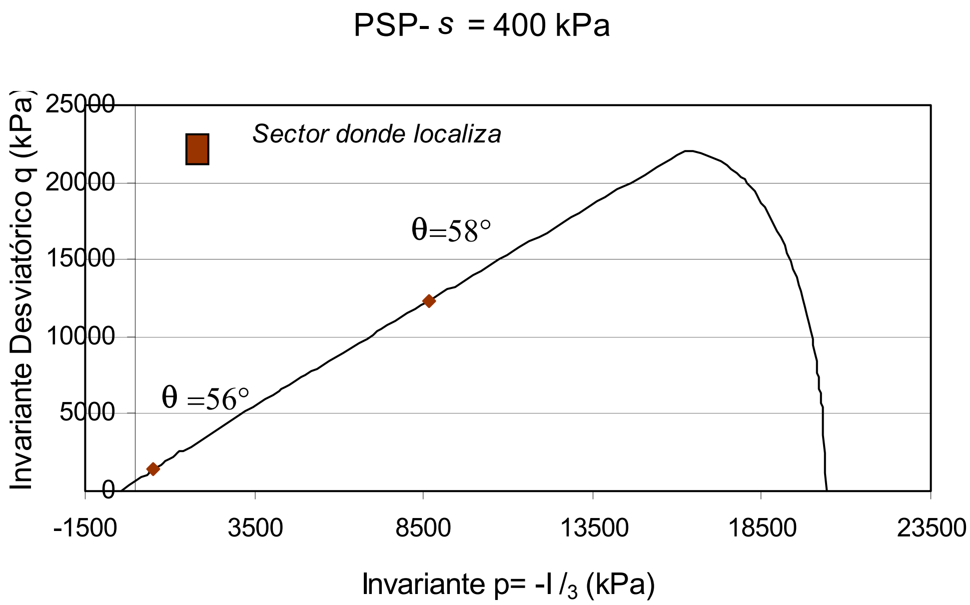


Figura 6.7. Sector de localización en superficie límite del cono y ángulo, para ensayo PSP en pico y confinamiento variable.

A continuación se contrastan los valores del ángulo de localización de falla obtenidos numéricamente con el criterio del tensor acústico, con los que resultan de la teoría clásica en concordancia con Ottosen et al. (1990) y Ottosen et al. (1998).

Aplicando el criterio de Mohr – Coulomb, que asume que el plano de falla es paralelo al plano sujeto al estado de tensiones último, ver Figura 6.8, cuando se alcanza el estado plástico y asumiendo plasticidad asociada, los planos de separación ó bifurcación tienen la orientación

$$\theta = \pm\left(45° + \frac{\phi}{2}\right) \tag{6.43}$$

Donde ϕ es el ángulo de fricción del material.

La relación de tensiones principales mayor y menor representadas en el círculo de Mohr vendrá dada por

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1 + \boldsymbol{sen}\,\phi}{1 - \boldsymbol{sen}\,\phi} = \boldsymbol{tg}^2\left(45° + \frac{\phi}{2}\right) \quad ; \ \boldsymbol{con}\ \sigma_1 \geq \sigma_3\ ,\ \boldsymbol{H}^{db} = 0 \tag{6.44}$$

El ángulo de localización viene dado por:

$$\phi_\sigma = \operatorname{arctg}^2 \frac{\sigma_3}{\sigma_1} ;\ \text{con}\ \sigma_1 \geq \sigma_3 \tag{6.45}$$

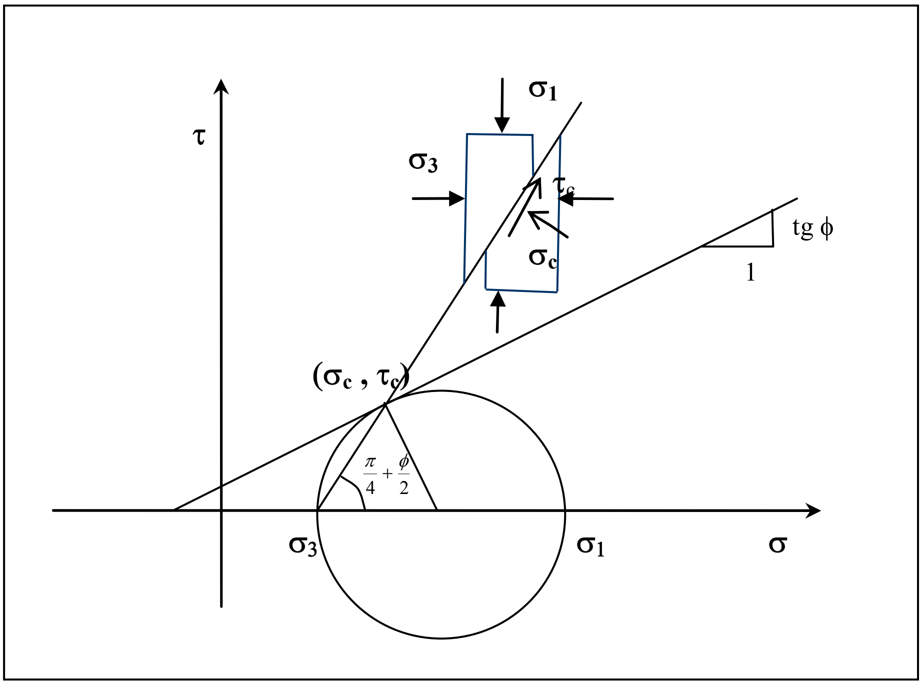


Figura 6.8. Criterio de falla de Mohr Coulomb

Para valores de succión *s* = 400 kPa y con tensiones principales en el pico $\sigma_3 = -2059{,}8\ \boldsymbol{kPa}$ y $\sigma_1 = -172\,\boldsymbol{kPa}$, resulta un ángulo de localización de $\theta = 53.2^o$ ($\theta = 56.0^o$ en el análisis acústico) y una fricción del material de ϕ = 16.5°.

6.5.1.3 Ensayos en estado de Deformación Plana Activa (PSA)

En la Figura 6.9 se indica la condición de localización para carga máxima en el ensayo PSA. Los ensayos numéricos que se indican a continuación se realizaron para un valor de la tensión $\sigma = \boldsymbol{cte} = -172\ \boldsymbol{kPa}$.

En dicha figura se observa que la condición de falla localizada ó difusa tanto como la dirección crítica depende del grado de saturación.

En este caso de estado de deformación plana activa, se evidencia una disminución del efecto de la succión, alcanzando la condición de localización con singularización del tensor acústico hasta valores bajos de succión (100 kPa) cercanos a la saturación.

Los valores del ángulo crítico se pueden comparar con los obtenidos por D. Peric (1990) para el modelo MRS-Lade, observándose la fuerte influencia que sobre el mismo ejerce la condición de humedad del suelo que pone en evidencia el modelo extendido desarrollado en esta tesis.

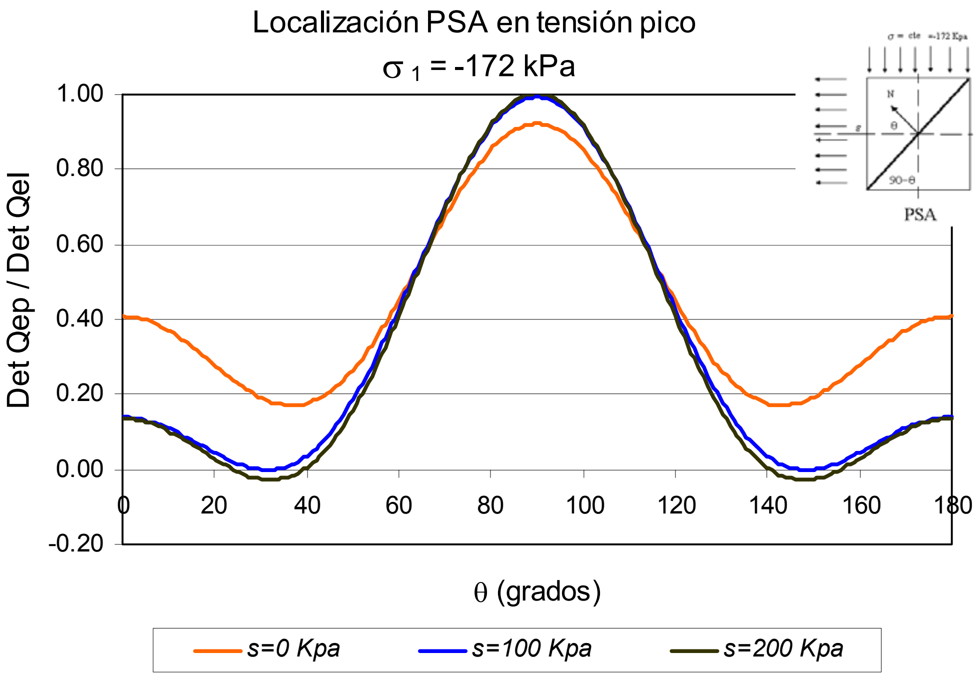


Figura 6.9. Localización en ensayo PSA en tensión pico.

La dependencia del modo de falla con la presión de confinamiento y los niveles de succión son más relevantes en el caso de deformación plana pasiva que en activa.

6.5.1.4 Ensayos en Compresión Uniaxial.

En la Figura 6.10, se grafica la condición de localización del modelo propuesto para el ensayo de compresión uniaxial y con condiciones de succión del material variable de *s* = 10 kPa, *s* = 100 kPa y *s* = 400 kPa.

Además, en dicha figura se ha incorporado también el resultado de la condición de localización para el modelo MRS-Lade para el estado de tensión ó resistencia pico del ensayo de compresión uniaxial. El mismo, es coincidente con los resultados obtenidos por D. Peric [56], que muestran que el modelo clásico MRS-Lade no indica falla localizada para esta condición de ensayo.

En el caso del modelo extendido de MRS-Lade, se puede observar la influencia de la succión en el comportamiento de falla del material. Como indica la Figura 6.10 y para la ntensión pico se alcanza la localización en el caso de elevada succión *s* = 400 kPa, con un ángulo crítico θ = 61º.

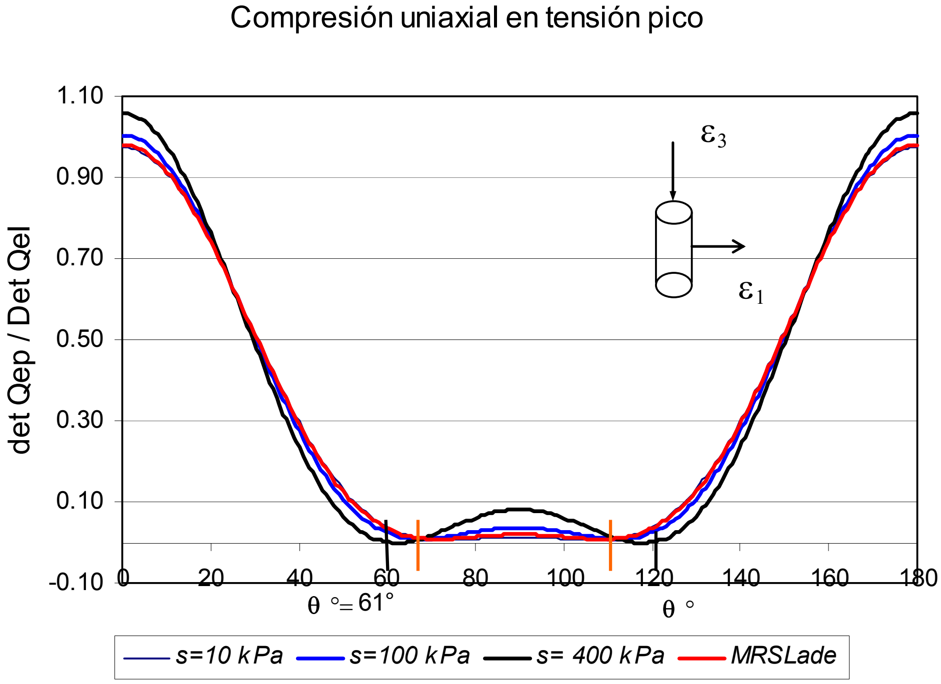


Figura 6.10. Localización en compresión uniaxial en tensión pico

Los análisis predictivos del modelo propuesto demuestran su capacidad para reproducir las más relevantes formas de respuestas del comportamiento de los suelos parcialmente saturados.

Por otro lado, el análisis de la condición de localización indica también que el nivel de succión produce una desestabilización en el criterio de bifurcación y modifica la forma de la falla de difusa a localizada.

Los resultados demuestran la influencia relevante de la succión en la dirección crítica de falla.

6.5.1.5 Ensayos en Compresión Triaxial Convencional

Finalmente se analiza mediante el modelo propuesto MRS-Lade extendido la condición de localización para el ensayo de compresión triaxial convencional y bajo condiciones de succión del material. Esta respuesta se la compara con la predicción obtenida con el modelo original MRS-Lade para materiales secos $(s \to \infty)$.

En la Figura 6.11 se observa la diferencia de respuesta de ambos modelos: en el modelo MRS-Lade el determinante del tensor acústico no se singulariza correspondiendo a una falla difusa [ver D. Peric (1990)]. Por el contrario el modelo extendido aquí propuesto, si bien no localiza para succiones bajas, en cambio si lo hace para un valor de *s*= 400 kPa y con un ángulo de 62°.

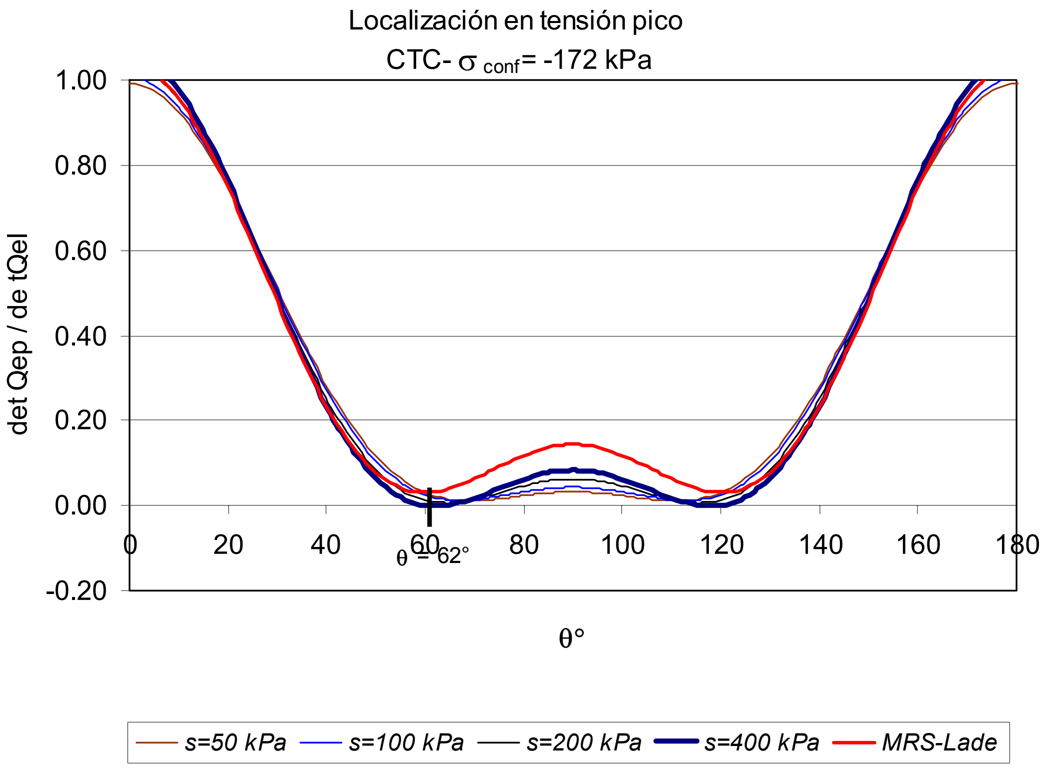


Figura 6.11. Localización en compresión triaxial convencional

En conclusión, el modelo constitutivo propuesto es capaz de reproducir la fragilidad creciente del material con el incremento de la succión, la cual es responsable de la incipiente bifurcación discontínua.

6.5.2 Caso II: Discontinuidad en el campo hidráulico

En este caso la condición de localización requiere la singularidad del tensor de localización clásico y del tensor de localización debido a la succión, alternativamente.

La condición de localización es analizada para PSP y PSA y los resultados se observan en figuras 6.12, 6.13 y 6.14.

De la simulación numérica surge que la desestabilización de $\mathbf{Q}_s$ se manifiesta para un espectro mayor de direcciones posibles con el decremento de la succión, lo cual es razonable.

Se observa que la condición $\det \mathbf{Q}_s \leq 0$ cubre la totalidad de la región donde $\det \mathbf{Q}_{ep} / \det \mathbf{Q}_{el} \to 0$. Por lo tanto la condición de localización esta controlada por la singularidad del tensor $\mathbf{Q}_s$ al tener mayor tendencia a la desestabilización.

Por último, en la Figura 6.14 se grafica la condición de localización, en PSA con $\sigma_1 = -172\, \boldsymbol{kPa}$. Se ilustran en dicha figura los determinantes del tensor acústico clásico y del tensor acústico de succión Qs.

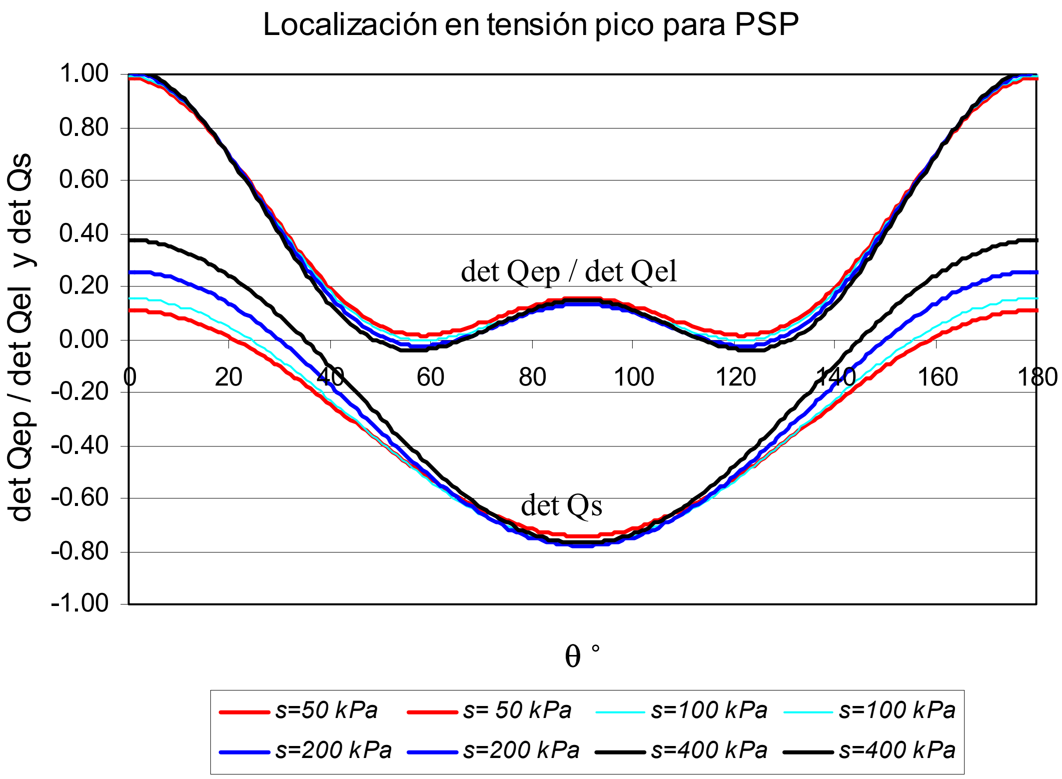


Figura 6.12. Localización en PSP con succión variable

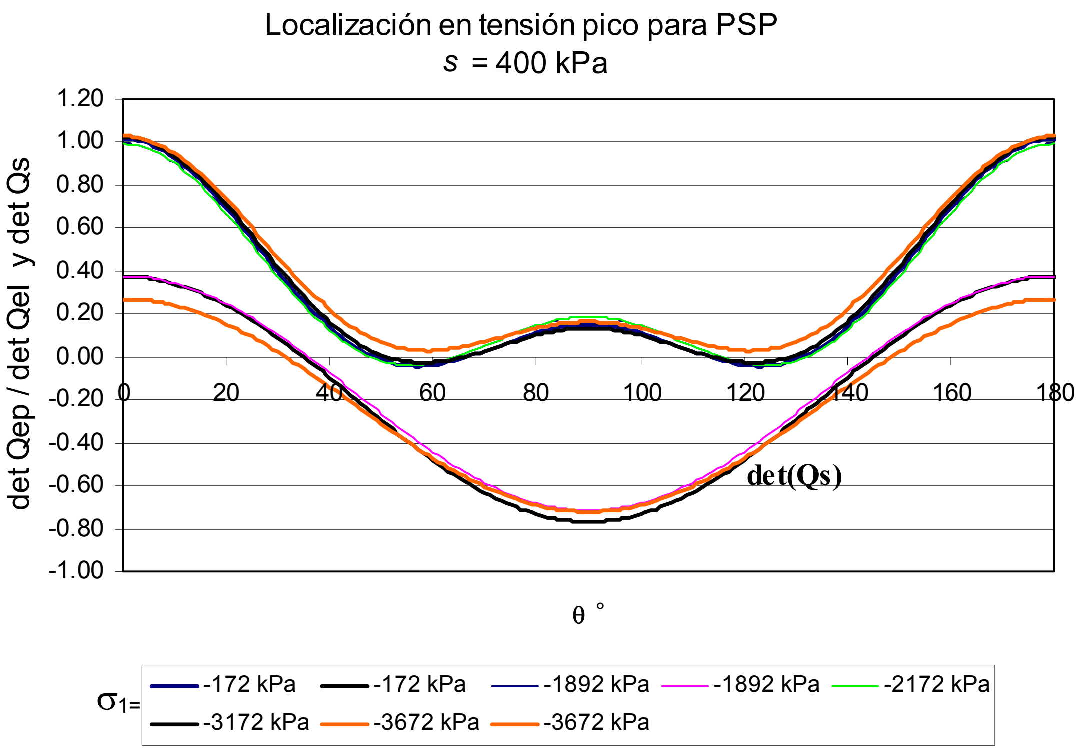


Figura 6.13. Localización en PSP con confinamiento variable

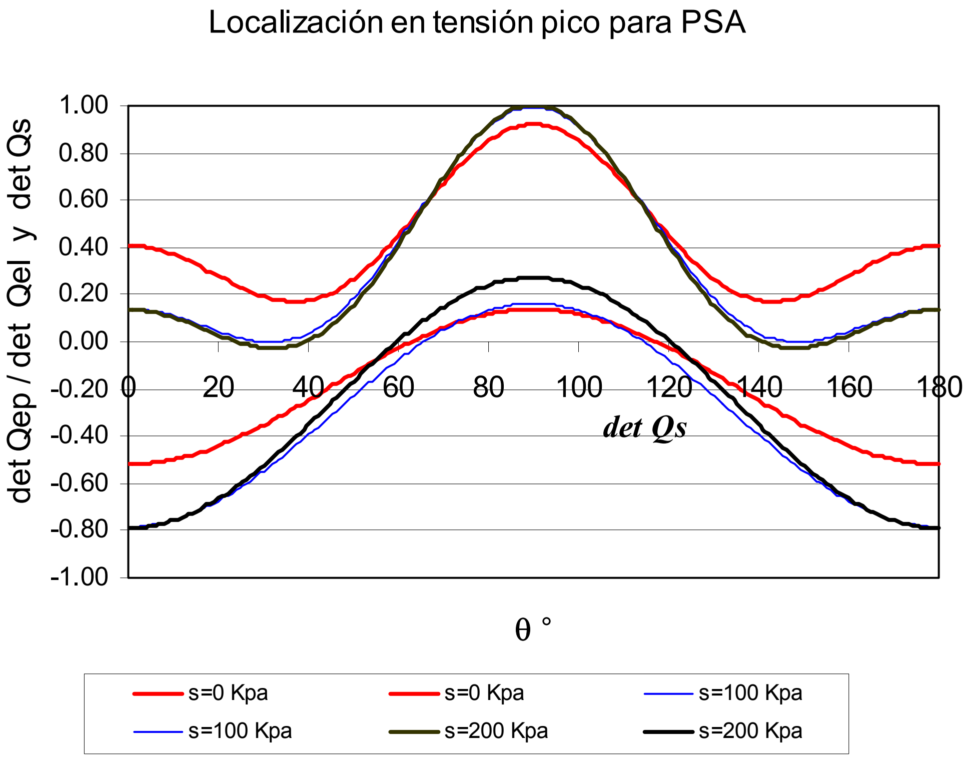


Figura 6.14. Localización en PSA con succión variable

El análisis realizado indica que el estado de tensiones y la configuración de la carga juega un rol importante en el fenómeno de localización de medios porosos parcialmente saturados.

También surge que al ser el $\det \mathbf{Q}_{ep} < 0$ en la tensión pico, significa que la primera desestabilización y bifurcación discontínua ocurre en prepico ó regimen de endurecimiento.

El modelo propuesto predice localización en regimen de endurecimiento para succión elevada en el ensayo de compresión triaxial convencional (CTC), a diferencia del modelo MRS-Lade original.

Para la condición de ensayos de deformación plana sea activa ó pasiva se demuestra la influencia de la succión sobre la condición de localización, su dirección crítica y el nivel de deformación a la que ocurre.

Se deduce que la condición de localización en suelos parcialmente saturados requiere de la consideración del tensor $\mathbf{Q}_s$ que tiene en cuenta la posibilidad de saltos en el campo hidráulico.

Además, el análisis implica que al haber falla localizada, o sea la formación de discontinuidades espaciales débiles, con salto en el campo de la tasa de deformaciones a lo largo de una superficie de discontinuidad, debe producir necesariamente en la masa del suelo un salto de su relación de vacíos hacia ambos lados, lo que induce indefectiblemente un salto en la relación entre la presión del agua y la del aire, o sea un salto en la tasa de succión.

6.6 INFLUENCIA DEL TERCER INVARIANTE SOBRE LA CONDICIÓN DE LOCALIZACIÓN

En esta sección se analiza el indicador de falla localizada en la forma de bifurcación discontinua de la manera desarrollada anteriormente.

El análisis de localización se realiza con las relaciones desarrolladas para la condición de propagación de ondas acústicas planas en sólidos, según Thomas (1961) y Hill (1962). Por lo tanto la bifurcación discontinua comienza cuando el tensor de localización se vuelve singular

$$\det\ \left(\mathbf{Q}_{\mathrm{ep}}\right) = 0 \tag{6.46}$$

Esta igualdad representa la condición de localización en la presente formulación para medios parcialmente saturados, en el caso particular de continuidad en el campo de las presiones de poros.

El análisis numérico de la condición de bifurcación se realiza para las simulaciones de ensayos relatados en el punto 5.6 del capítulo anterior, considerándose un valor fijo de la succión igual a 100 kPa, con el objeto de prescindir de su influencia en el indicador de falla.

En Figura 6.15 se grafica, la condición de localización en tensiones pico, en el caso de deformación plana pasiva (PSP), para distintos valores de la excentricidad desde e = 0.58 á e = 1.00.

Se puede observar que el ángulo de localización experimenta una variación de 56° a 54°, *es decir el ángulo de la dirección crítica de localización disminuye al aumentar la excentricidad.*

Localización en PSP en tensión pico
s = 100 kPa

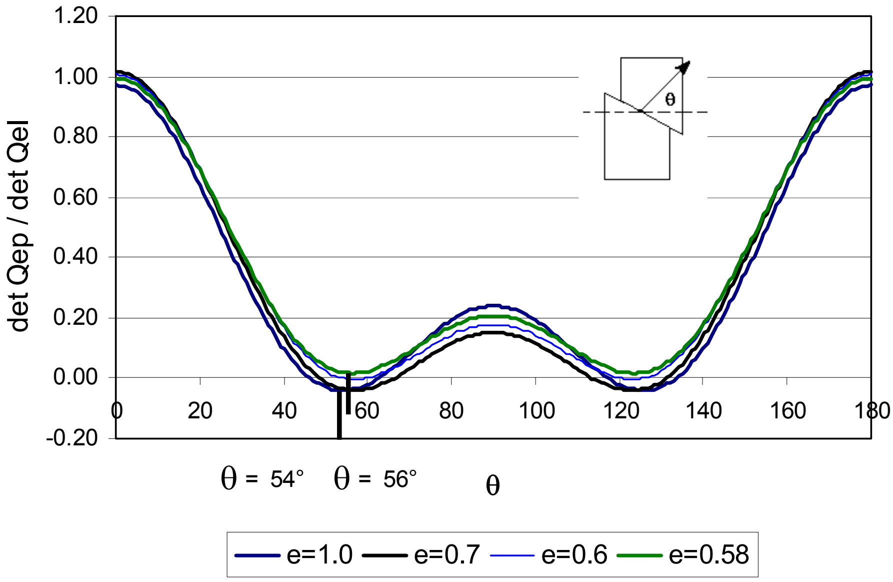


Figura 6.15. Condición de localización en deformación plana pasiva

La condición de localización clásica fue graficada en las Figuras 6.16 y 6.17

correspondiente al caso de deformación plana activa (PSA) y para el pico del estado tensional y el valor residual de tensiones, respectivamente.

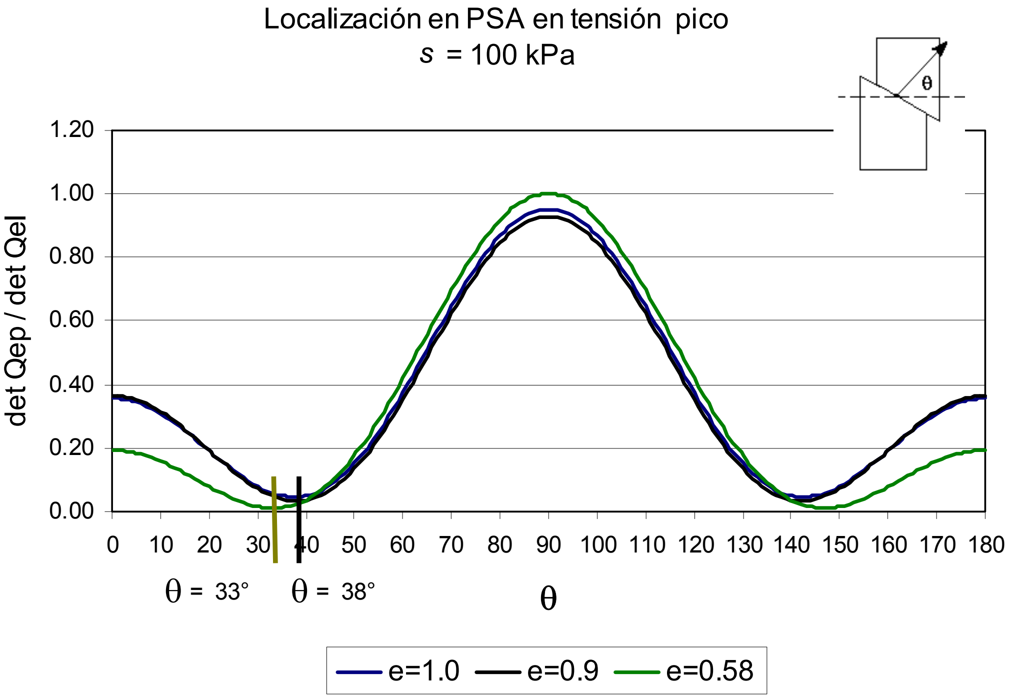


Figura 6.16. Localización en deformación plana activa en tensión pico

En ellas se observa una mayor influencia del valor de la excentricidad sobre el ángulo de localización que para deformación plana pasiva.

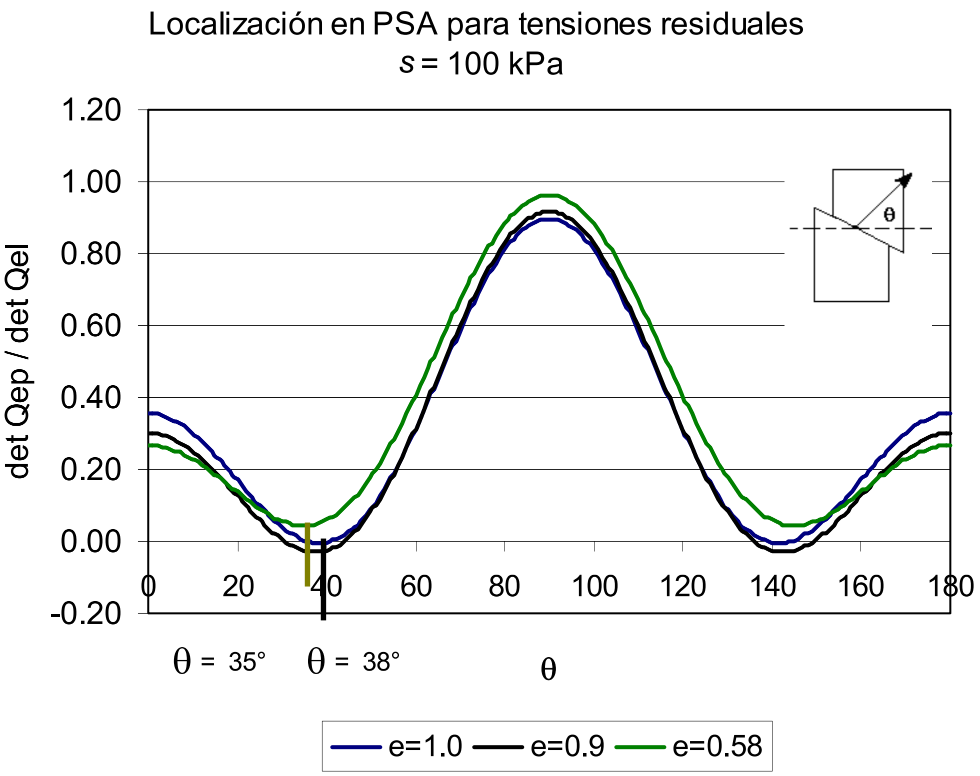


Figura 6.17. Localización en deformación plana activa con tensiones residuales

En pico varia entre 33 y 38°, localizando únicamente para e=0.58 y en estado de tensiones residuales entre 35° y 38°.

Se observa que el ángulo crítico de localización aumenta con el incremento de la excentricidad (el comportamiento material tiende al comportamiento de una arcilla con reducción del angulo de fricción)

Se debe observar que la mayor variación de la dirección crítica se produce para una excentricidad de e=0.58 y para la cual, aún en estado de tensiones residuales el indicador de localización no se singulariza.

El análisis numérico realizado indica la fuerte influencia que ejerce el tercer invariante, mediante el valor adoptado para la excentricidad, sobre la respuesta y modo de falla del modelo extendido de MRS-Lade para suelos parcialmente saturados, especialmente en el caso de estados de deformación plana pasiva tanto en la relación tensión deformación como en el comportamiento volumétrico.

En el caso de deformación plana activa, la relación tensión deformación muestra una dependencia mayor en el tercer invariante que las variaciones volumétricas que reproduce el modelo.

Al aumentar la excentricidad el modelo muestra un comportamiento con aumento del pico tensional y disminución de la ductilidad.

La condición de bifurcación y el ángulo localización de falla también están influenciados por el tercer invariante, y esa influencia es mayor para el caso de deformación plana activa.

CAPITULO VII

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES

7.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos con aplicación del modelo constitutivo propuesto para medios porosos no saturados, en el análisis de estabilidad de taludes, con el fin de corroborar su aplicabilidad en la simulación numérica de estructuras, tanto en la determinación de la resistencia última como en verificar los mecanismos de falla.

En el trabajo se pone especial énfasis en la influencia que ejerce el diseño de la malla de elementos finitos adoptada para la discretización de la estructura en el estudio del mecanismo de falla.

El problema que se estudia es el de una zapata continua que está implantada en la cresta de un talud. Corresponde éste a un problema clásico en geotecnia. El análisis se realiza para estado plano de deformaciones. Tanto la geometría como las características del material del talud considerado para el estudio son los mismos que los empleados en el trabajo de tesis de D. Peric (1990), con el objeto de comparar resultados de aplicación de distintos modelos.

El suelo del talud es una arena designada en dicho trabajo como 44T-7M. La geometría del talud fue seleccionada teniendo presente que el mismo sea estable en condiciones naturales de peso propio y por lo tanto el problema planteado consiste en evaluar la capacidad de carga última bajo la acción de la zapata.

Los métodos utilizados en este trabajo para la resolución del problema son:

1. Análisis mediante elementos finitos con determinación de carga última; análisis de localización y procedimiento de alineamiento de la malla en la dirección crítica de la localización.
2. Determinación de la capacidad de carga última mediante la teoría clásica con el criterio de Prandtl-Terzaghi [Terzaghi (1923), Terzaghi et al, (1948)].
3. Análisis mediante elementos finitos, de las condiciones de estabilidad debida a cambios en el contenido de humedad del suelo del talud por infiltración de agua de lluvia.

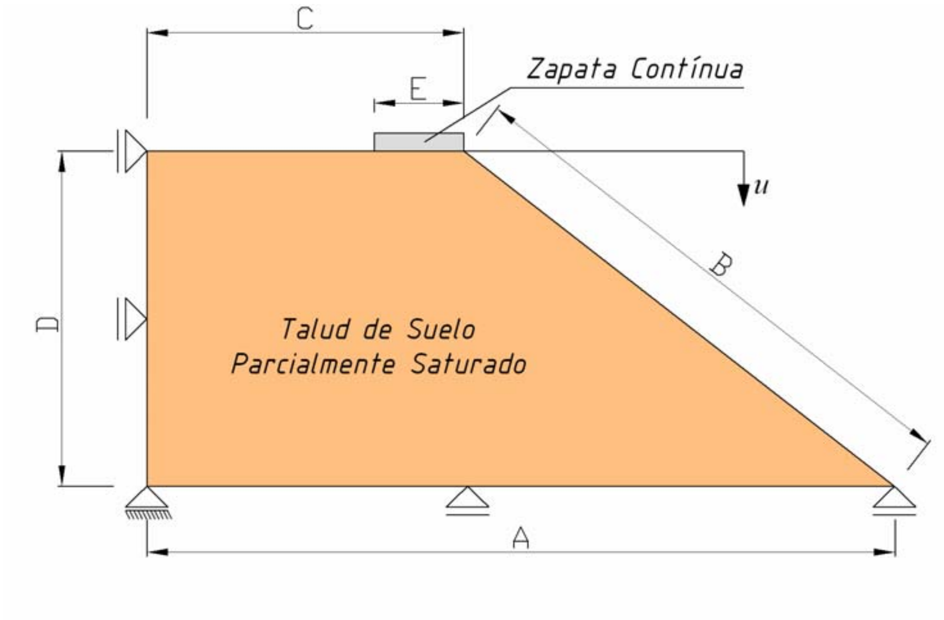


Figura 7.1. Geometría del talud y condiciones de borde.

La geometría del talud analizado y sus condiciones de borde se muestran en la Figura 7.1 y sus dimensiones en Tabla 7.1.

Tabla 7.1. Dimensiones del modelo

Dimensión	Modelo (m)
A	26.00
B	18.82
C	10.37
D	10.37
E	2.90

7.2 ANÁLISIS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

Para el análisis mediante elementos finitos con determinación de la carga última, análisis de localización y procedimiento de alineamiento de la malla, dependiente de la dirección crítica de localización, se consideran dos tipos de discretizaciones denominadas R_1 y R_2.

En las Figuras 7.2 y 7.3 se muestran las mallas R_1 y R_2 en estudio, ambas conformadas con elementos triangulares de tres nodos isoparamétricos.

La Figura 7.4 muestra las curvas comparativas de las cargas pico y sus correspondientes desplazamientos verticales impuestos a la zapata para las mallas R_1 y R_2.

En ellas se observa que para ambas discretizaciones los valores de la presión de contacto promedio son aproximadamente similares hasta deformaciones del orden de 0.350 m. Sin embargo con la malla R_2 se alcanza el pico de tensiones con un suave ablandamiento posterior, que no experimenta la malla R_1.

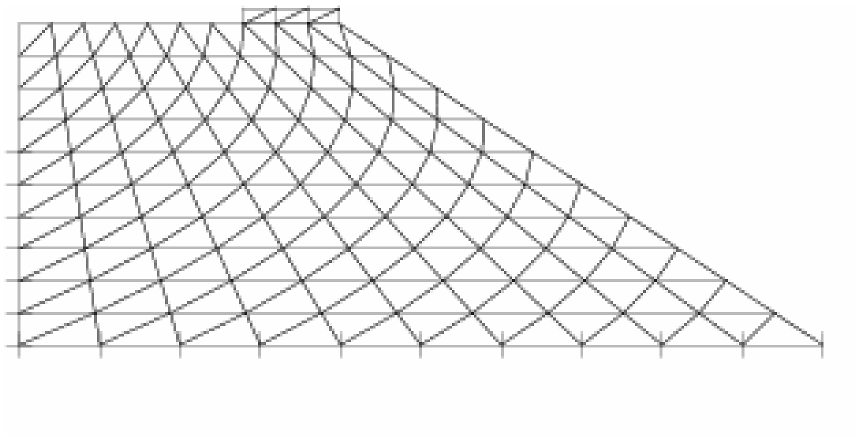


Figura 7.2. Malla R_1

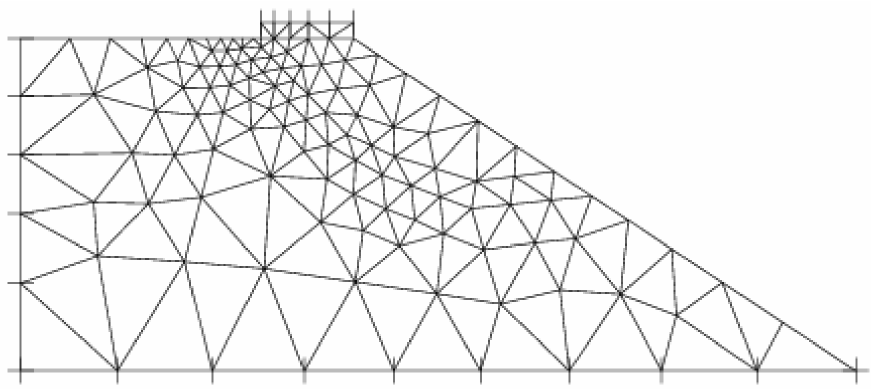


Figura 7.3. Malla R_2

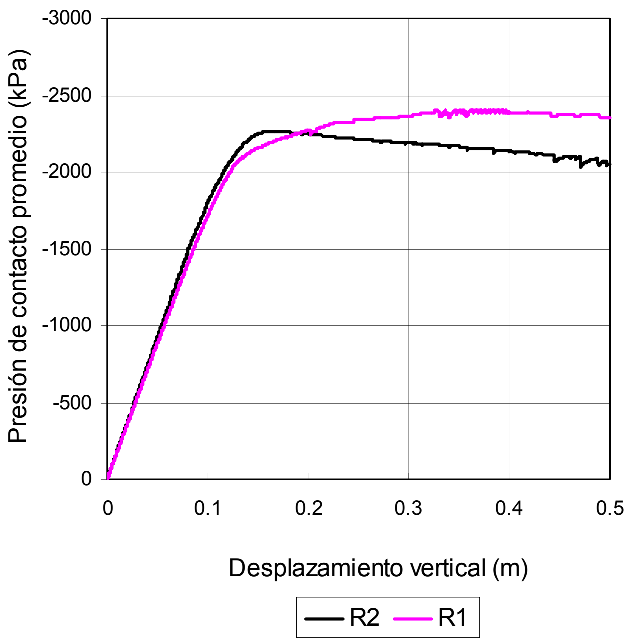


Figura 7.4. Presión de contacto promedio en función de los desplazamientos verticales.

Estas diferentes predicciones se adjudican, en primera instancia, a la influencia de la forma del mallado, al tipo de elemento empleado y al tamaño ó numero de los mismos en todo el dominio.

Diversos investigadores [Etse, Steinmann y Willam (1991), entre otros] han demostrado que el CST es uno de los mejores elementos planos para captar problemas de localización, en el marco de formulaciones continuas de tipo "smeared crack" como las utilizadas en este trabajo. Esto es debido a la estabilidad numérica implicada. Sin embargo, son requeridas discretizaciones muy densas para lograr soluciones precisas de banda de localización.

También se observa para la malla R_2 en etapa de postpico tiende a estabilizarse para un mismo valor de carga residual.

La Tabla 7.2 provee los valores comparativos de las cargas pico y su correspondiente desplazamiento vertical de la base para las diferentes mallas.

Tabla 7.2. Comparación entre carga máxima y su correspondiente desplazamiento vertical para las diferentes mallas

Malla	Presión pico de contacto Promedio (kPa)	Desplazamiento vertical (m)
R_2	2265	0,1685
R_1	2394	0,335

7.3 ANÁLISIS DE LOCALIZACIÓN

El estudio de la condición de localización, se comienza analizando los elementos de la malla R_1.

El análisis de la localización de falla se realiza de idéntica forma a la que se desarrolla en el Capítulo VI, utilizando el estado tensional y las variables de estado para el elemento en cuestión, en el paso de deformación considerado.

Del análisis se observa que la localización comienza en el elemento 188, ver Figura 7.5, adyacente al lado de la base y localiza con un ángulo crítico de θ= 52° para un desplazamiento de 0.099 m, como se indica en Figura 7.6.

La dirección crítica progresa hasta un ángulo de θ= 51° en el elemento 188 y el elemento 187 lo hace con un angulo crítico de θ= 55° para un desplazamiento de la zapata de 0.114 m, mientras que el elemento 168 no acusa localización hasta dicho desplazamiento, ver Figura 7.7.

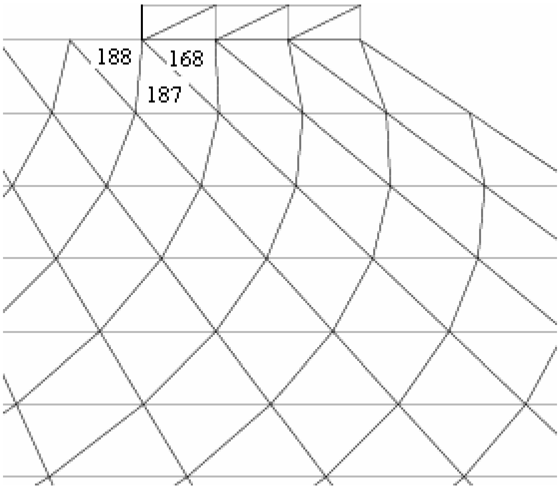


Figura 7.5. Ubicación de los elementos 188, 197 y 168 de malla R_1

Esta orientación del ángulo de localización del elemento 188, sugiere el punto de inicio y la dirección de la banda de corte para el diseño de la malla R_2.

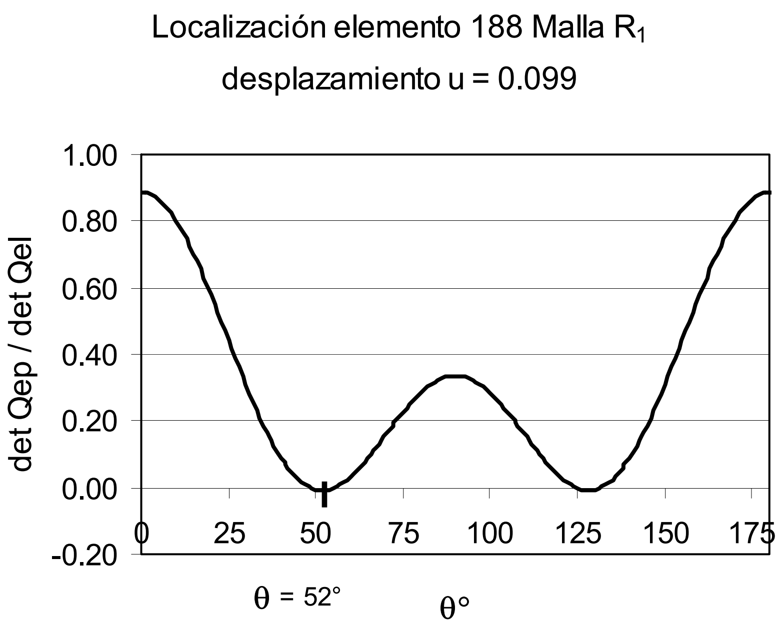


Figura 7.6. Condición de localización en elemento 188 de malla R_1

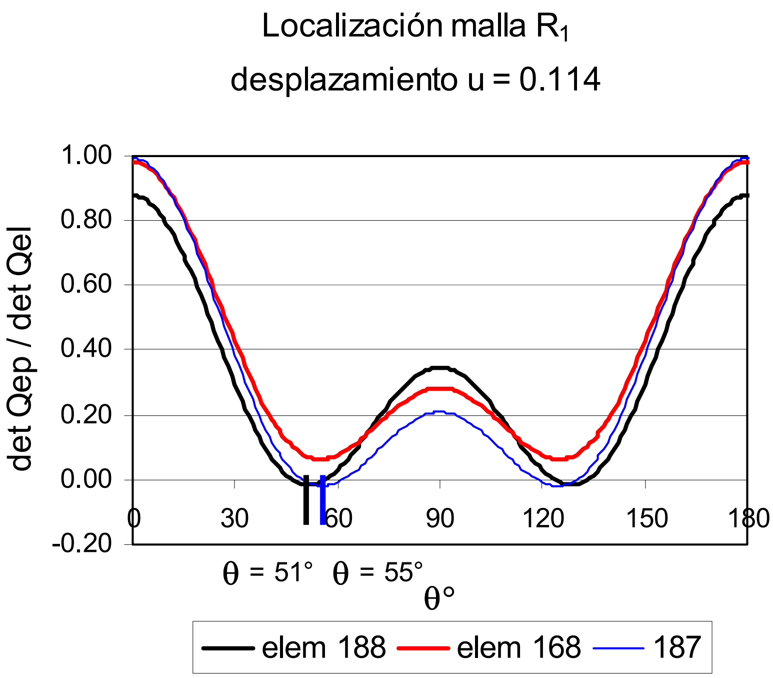


Figura 7.7. Localización en elementos 168, 187 y 188 de malla R_1

7.3.1 Análisis de localización en malla R_2

Se analiza la condición de localización detectada en los puntos de Gauss para la malla R_2.

En la Figura 7.8 se muestra en detalle los elementos en el sector correspondiente a la parte de talud inmediatamente debajo de la zapata en los que se analiza la localización.

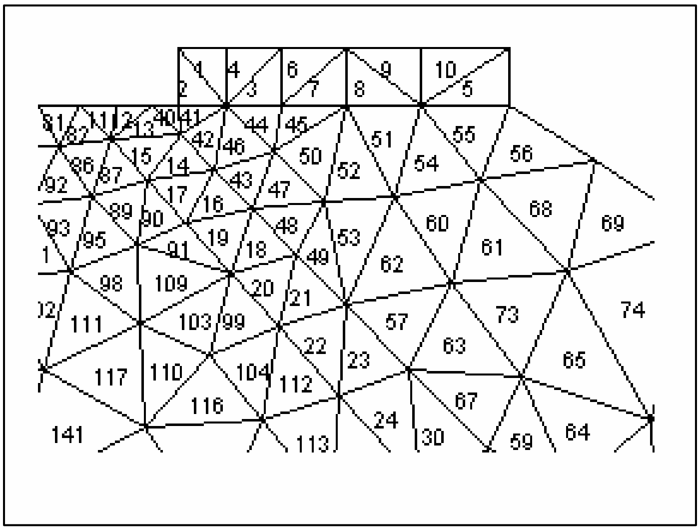


Figura 7.8. Detalle de elementos en malla R_2.

De acuerdo a los resultados obtenidos se observa que la localización comienza en los elementos adyacentes al lado izquierdo de la base donde se inicia la localización y banda de corte, la cual progresa subsecuentemente hacia abajo hasta alcanzar el talud.

En la Figura 7.9 se indican los puntos de la curva carga-desplazamiento donde se ha analizado la condición de localización.

Del análisis surge que la localización comienza en el elemento 40 con un ángulo crítico θ = 52° para un desplazamiento vertical de la base de 0,104 m.

Simultáneamente se desarrolla también la condición de localización en los elementos 13 y 17 ubicados dentro de la banda de corte con un ángulo θ = 52°, como se observa en las Figuras 7.10 y 7.11.

Con el incremento de los desplazamientos impuestos comienzan a localizar otros elementos próximos, como ser el elemento 15 en el que se manifiesta la localización bajo un ángulo θ = 54° y para un desplazamiento vertical de la base de 0.1685 m correspondiente al pico de la curva carga-desplazamiento, como se indica en la Figura 7.12.

El sector de incio de la banda de corte obtenida en estos resultados es coincidente con el determinado por Borja y Lai (2002), en el estudio de falla de un tablestacado, en este caso en discrepancia con Rankine que afirma que la falla se produce simultáneamente en todos los puntos del relleno granular.

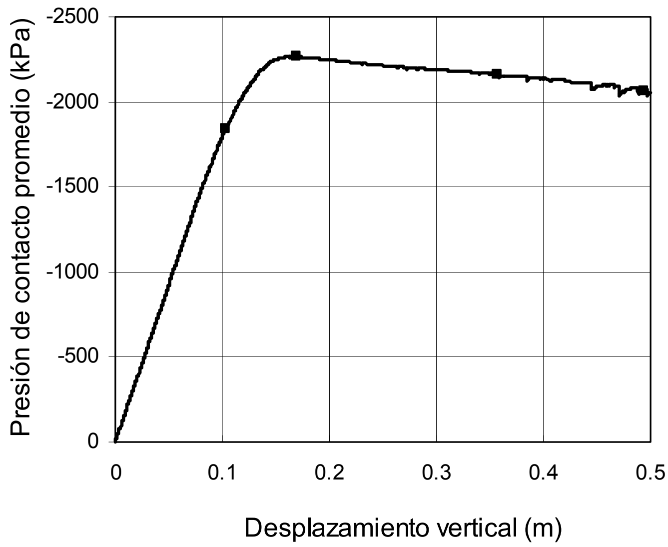


Figura 7.9. Presión de contacto promedio-desplazamiento vertical de la base para malla R_2.

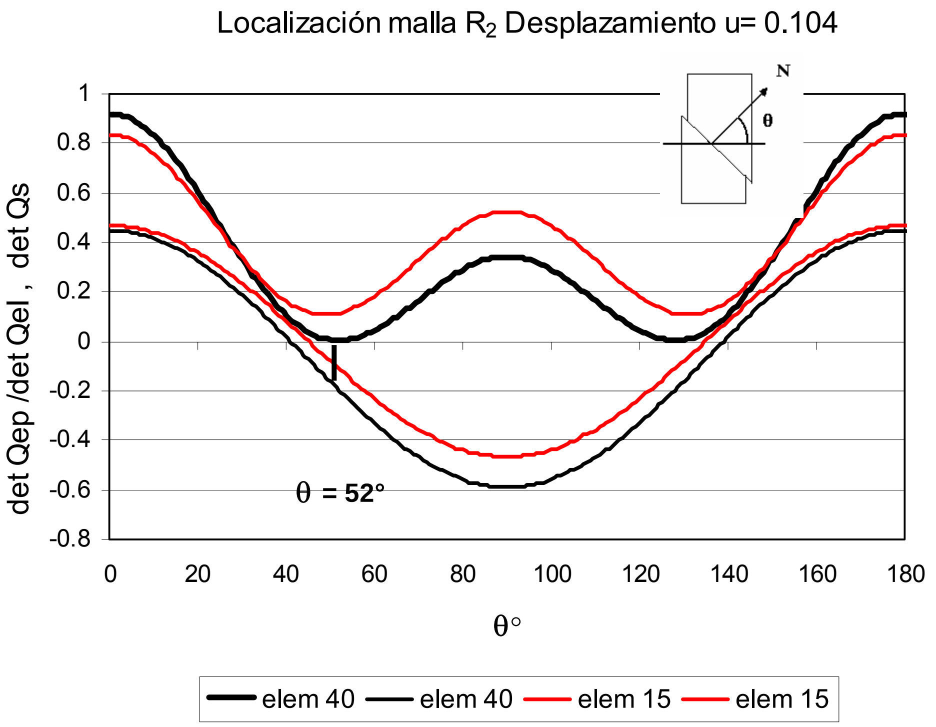


Figura 7.10. Localización en elemento 40 para desplazamiento u=0.104 m.

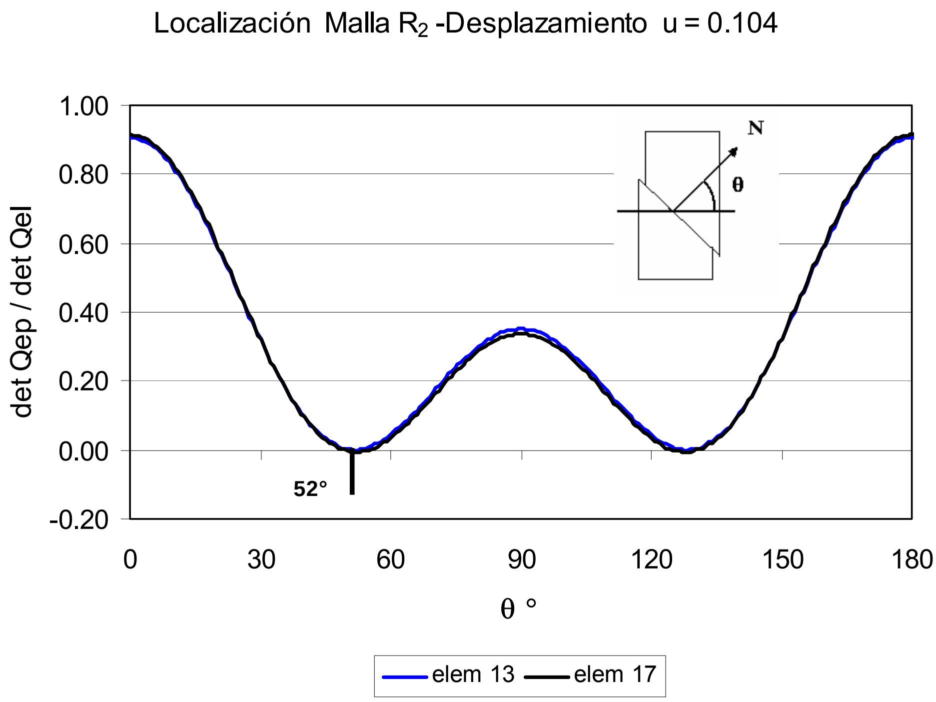


Figura 7.11 Localización elementos 13 y 17 para desplazamiento u =0.104 m.

Por otra parte, el análisis en este trabajo esta referido a suelos parcialmente saturados, donde el espesor de la zona de localización tiene un ancho realmente finito y no implica una discontinuidad abrupta en la región espacial.

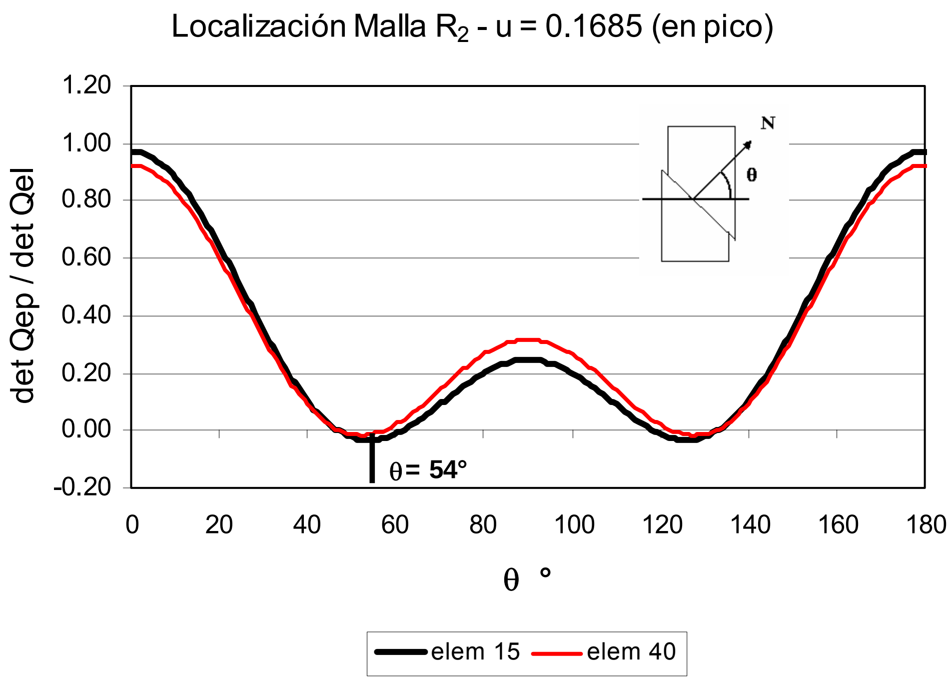


Figura 7.12. Localización elementos 15 y 40, desplazamiento u =0.1685 m.

El elemento 15 continúa localizando con un ángulo θ = 51° en fase de ablandamiento, para un desplazamiento vertical de la base de 0.375 m, como se indica en la Figura 7.13.

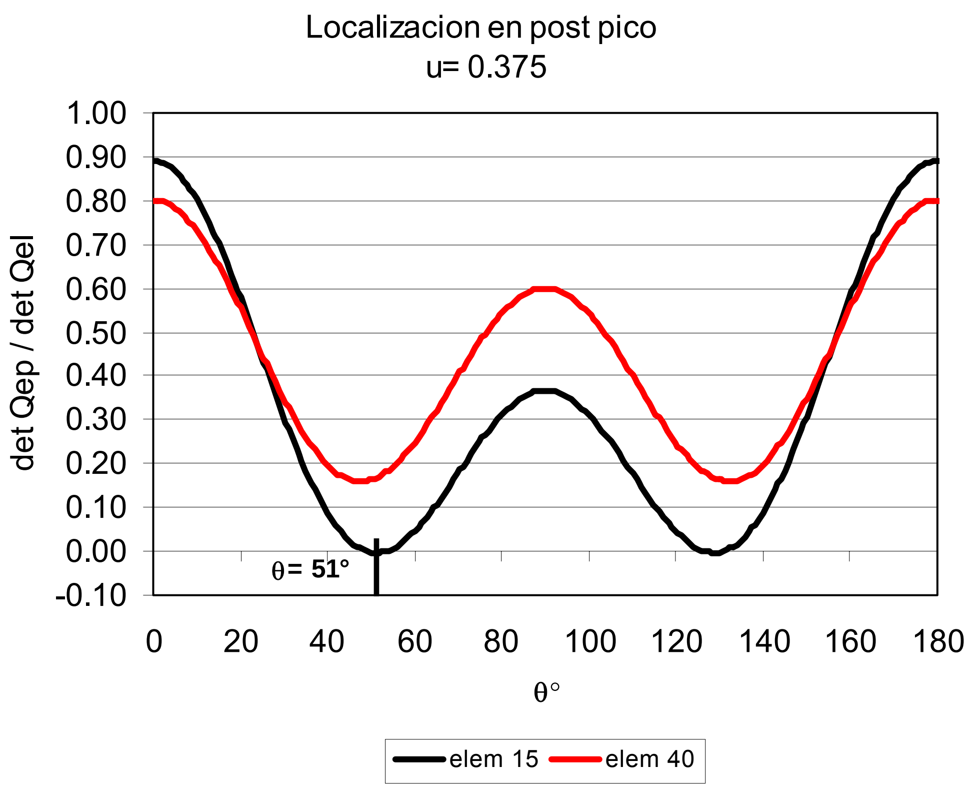


Figura 7.13. Localización elementos 15 y 40 para desplazamiento u =0.375 m

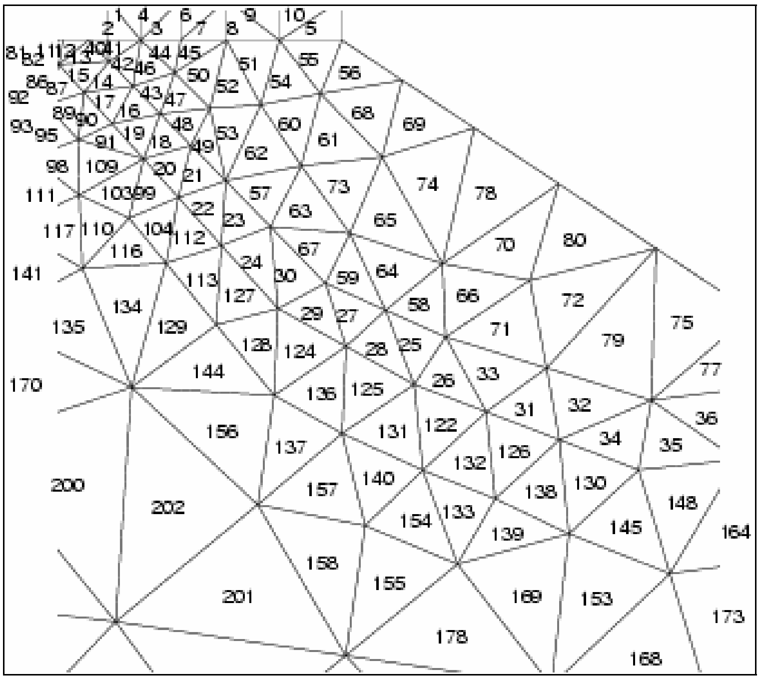


Figura 7.14. Detalle de elementos en malla R_2.

Finalmente, la Figura 7.14 muestra la ubicación del elemento 145 el cual localiza con un ángulo $90°-\theta = 36°$ en fase de ablandamiento , para un desplazamiento vertical de la base de 0.486 m, como se indica en la Figura 7.15.

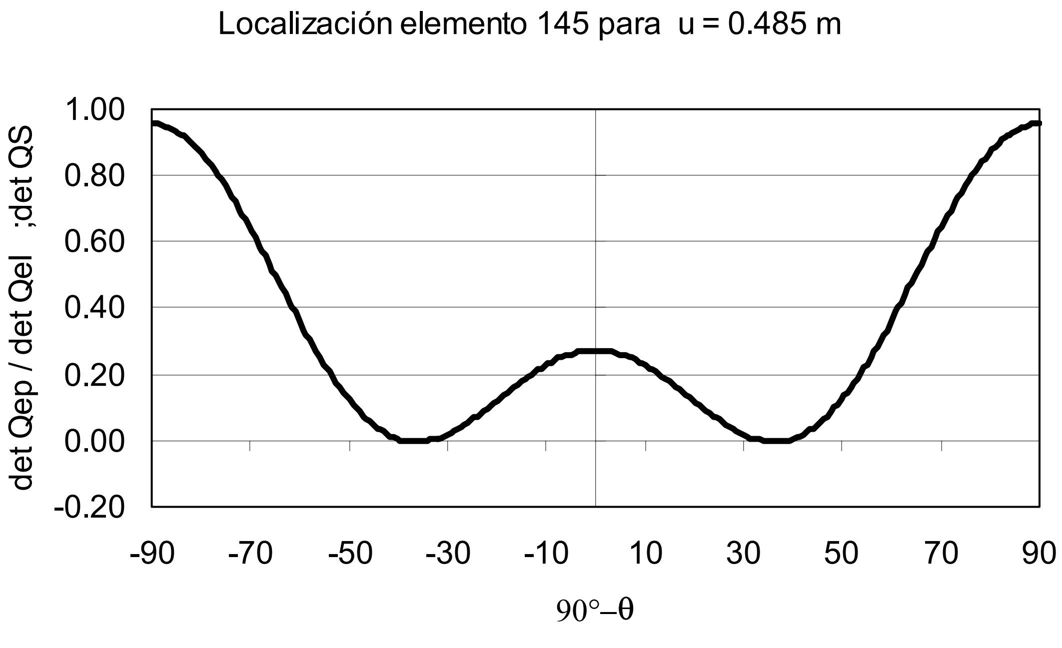


Figura 7.15. Localización elemento 145 para desplazamiento u =0.486 m.

Las Figuras 7.16, 7.17 y 7.18 muestran la malla deformada y los vectores desplazamientos principales para la malla R_2 correspondientes a los tres puntos P_1, P_2 y P_3 indicados en la curva carga-desplazamiento.

De acuerdo a las figuras la localización de las deformaciones comienzan en la vecindad del lado izquierdo de la base, en concordancia con lo determinado a través de la condición de localización y que progresan gradualmente hacia abajo del talud hasta alcanzar el punto de salida [Darve y Laouafa (2000)].

Es interesante notar que se vislumbra la formación de dos bandas de corte simultáneamente, una primaria al lado izquierdo de la base y otra secundaria a la derecha para cuya captura no fuera diseñada la malla R_2. La banda secundaria, que es de forma recta, conecta el lado derecho de la base con la banda primaria y el punto de intersección entre ambas bandas se encuentra por debajo de la base y a una profundidad aproximadamente igual al lado de la base.

Aquí, el mecanismo de falla que se visualiza es similar a la representación de "falla general", con una zona de estado activo de Ranking (inmediatamente por debajo de la zapata) que "empuja" a las zonas de estado plástico radial en coincidencia con el esquema de rotura propuesto en la teoría de Prandtl-Terzaghi.

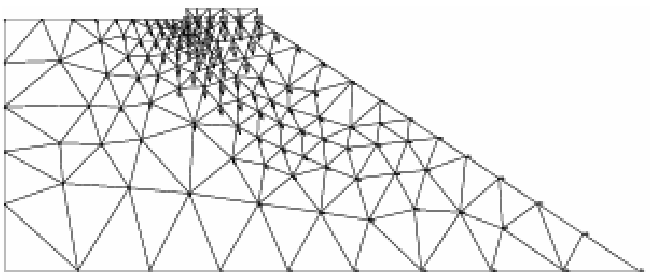


Figura 7.16. Malla deformada R_2 y desplazamientos para u = 0.104 m.

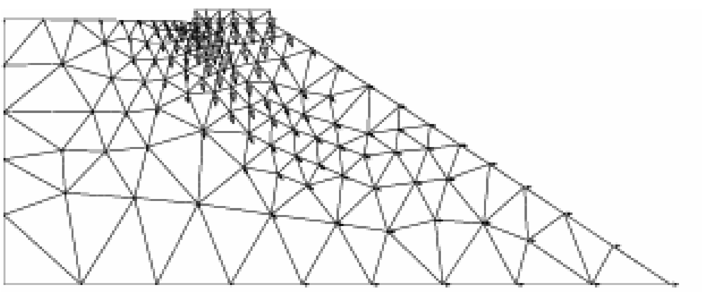


Figura 7.17. Malla deformada R_2 y desplazamientos para u = 0.1685 m.

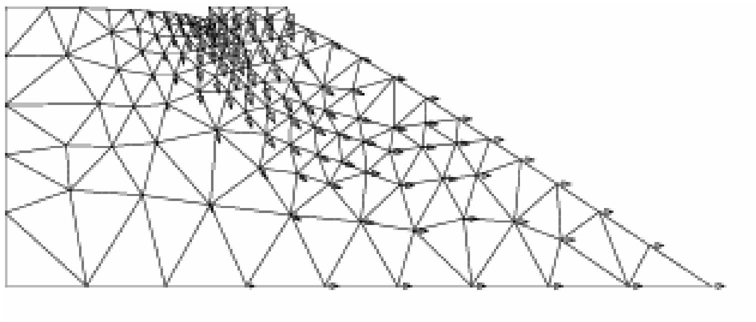


Figura 7.18. Malla deformada R_2 y desplazamientos para u = 0.375 m.

La Figura 7.19 muestra la malla R_1 deformada y los vectores desplazamientos y se puede observar que no capta adecuadamente el mecanismo de falla.

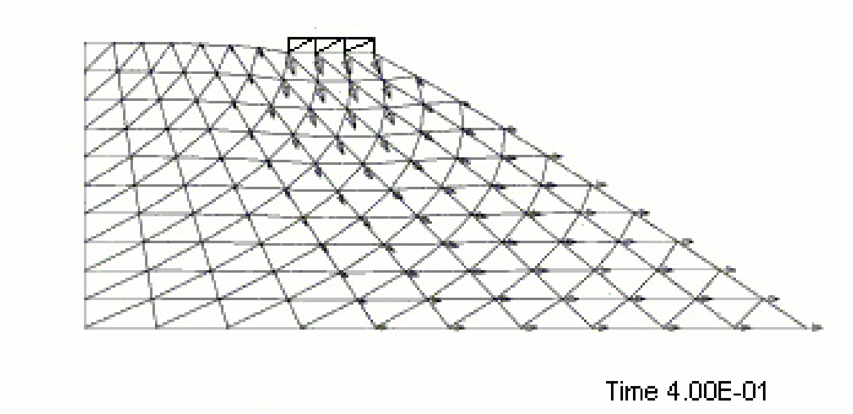


Figura 7.19. Malla deformada R_1 y desplazamientos para u = 0.40 m.

De los resultados obtenidos anteriormente se concluye que solo un diseño apropiado de la malla puede capturar el mecanismo de falla y predecir satisfactoriamente la carga máxima.

7.4 ANÁLISIS DEL TALUD CON INFILTRACIÓN DE AGUA

Para analizar la influencia en el comportamiento del talud cuando el suelo se humedece por infiltración de agua de lluvia, se considera la malla R_2 en donde se aplican cargas verticales en coincidencia con la posición de la fundación. Estas cargas aplicadas a la base corresponden al resultante para un desplazamiento de 0.104 m en condiciones de suelo con succión *s* = 300 kPa que fuera analizado anteriormente.

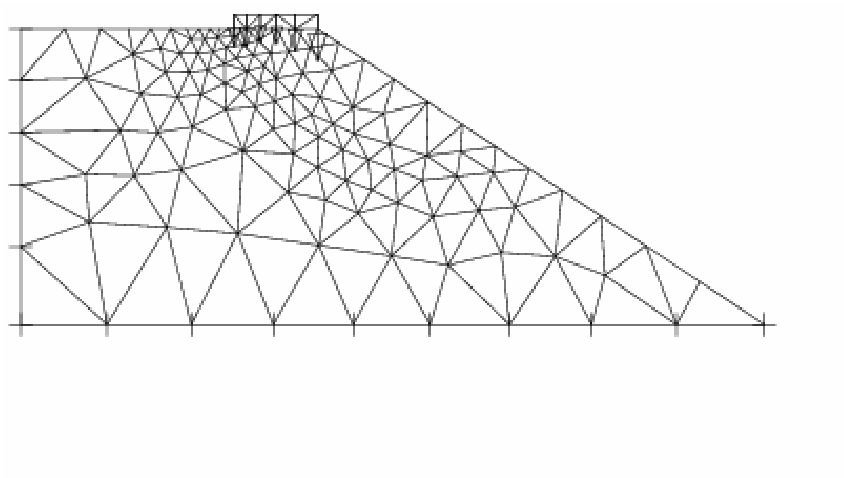


Figura 7.20. Malla R_2 y condiciones de borde y carga para análisis de flujo

En Figura 7.20, se puede observar las condiciones de borde y las cargas verticales aplicadas a la zapata en la simulación numérica.

En la Figura 7.21 se indican las condiciones de presiones de poros impuestas para simular infiltración de agua de lluvia desde la parte superior del talud, que afecta el estado original de succión *s*= 300 kPa en que el suelo se encontraba en su faz inicial. Se observa que en la parte superior el suelo se satura al alcanzar una presión de poros final de *s* = 0 kPa.

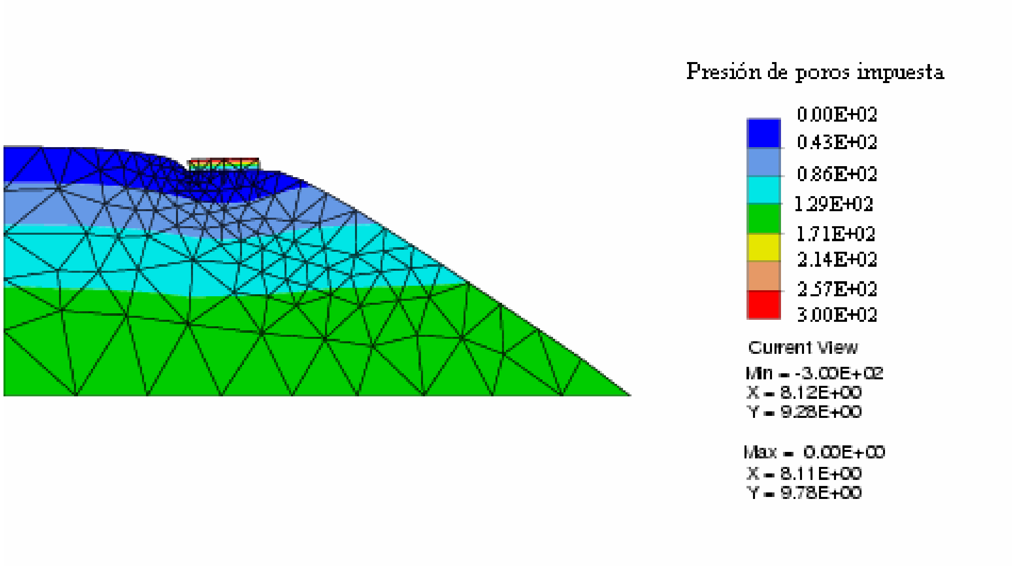


Figura 7.21. Condiciones de presión de poros impuestas, malla R_2.

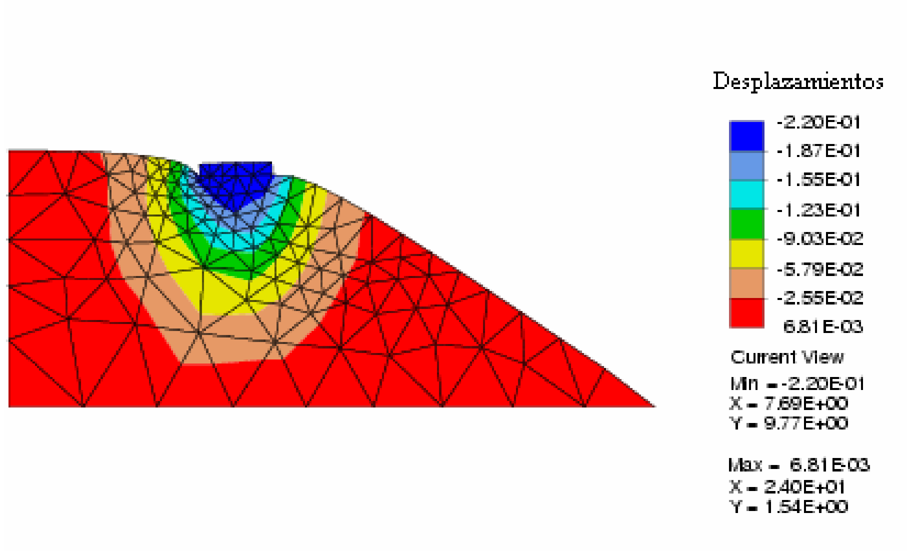


Figura 7.22. Desplazamientos verticales obtenidos con infiltración.

En la Figura 7.22 se observan los valores de desplazamientos verticales obtienidos de 0.22 m que resultan más del doble que los resultantes en el análisis anterior de 0.104 m para un estado de succión de *s*= 300 kPa.

También se visualiza un cambio en el mecanismo de falla, denominado de "rotura local", sin desarrollo de las superficies de falla general.

7.5 DETERMINACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CARGA CON EL MÉTODO CLÁSICO.

Para evaluar la capacidad de carga de la base en consideración se aplica el método clásico de cálculo de la resistencia última a rotura por corte del suelo, de acuerdo al criterio de Pradtl-Terzaghi [Terzaghi (1923)] modificado.

Para este caso correspondiente a una base superficial sobre la cresta del talud, la resistencia viene dada por

$$q_{ult} = c\, N_c\, \xi_{cg} + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma \qquad (7.1)$$

donde q_{ult} es la capacidad de carga última

c es la cohesión del suelo

$N_c\,;N_\gamma$ son los factores de capacidad de carga

ξ_{cg} factor que tiene en cuenta la inclinación del talud

γ el peso unitario del suelo

De acuerdo con Winterkorn y Fang (1975) el factor ξ_{cg} viene dado por

$$\xi_{cg} = 1 - \left[\frac{2\,\omega}{(\pi + 2)}\right] \qquad (7.2)$$

donde ω es el ángulo de inclinación del talud, que para este caso es de 33.7°.

Los valores obtenidos para la capacidad de carga última usando el método clásico se resumen en la Tabla 7.3. Los valores de los parámetros mecánicos del suelo, cohesión y fricción, estan referidos al ensayo de compresión triaxial convencional (CTC).

Tabla 7.3. Capacidad de carga última de talud según método clásico

Parámetros		Autor	q_{ult} (kPa)	Observación
C (kPa)	ϕ			
45	38°	Terzaghi	3466	CTC parámetros en tensión pico
		Brinch-Hansen	3457	
		Meyerhof	3300	
20	37°	Terzaghi	2390	CTC parámetros en tensión residual
		Brinch-Hansen	2343	
		Meyerhof	2240	

Se ha realizado un estudio del mecanismo de falla de taludes en suelos parcialmente saturados con determinación de la condición de localización en estado plano de deformaciones.

Se observa que el modelo propuesto tiene capacidad para reproducir adecuadamente el mecanismo de falla de estructuras de taludes y terraplenes, verificar sus deformaciones y predecir la capacidad de carga última en condiciones de humedades y/o succiones diferentes.

La investigación de la formación y evolución de la banda de corte y su influencia sobre la determinación de la carga última puede realizarse mediante el estudio de la condición de localización conjuntamente con el procedimiento de alineamiento de malla.

Se deduce la importancia del diseño apropiado de la malla en la reproducción del mecanismo de falla y en la determinación de la capacidad de carga última.

De la comparación de la capacidad de carga última entre el método empleado de elementos finitos y la teoría clásica, resulta que esta última sobrestima valores (aproximadamente 45.7%) si se calcula con parámetros mecánicos de cohesión y friccion determinados en tensión pico. Sin embargo, si se calcula con los parámetros mecánicos en tensión residual es bastante aproximada la capacidad de carga resultante con la predicción numérica.

La discrepancia se atribuye a la gran variación de los valores calculados de los factores de capacidad de carga $N_c, N_q \; y \, N_\gamma$ en la teoría clásica, especialmente de N_γ. Esto se debe sobre todo a la orientación y desarrollo de la superficie de falla propuesta y adoptada en cada formulación, sea Terzaghi, Meyerhof ó Brinch Hansen, diferentes entre sí.

Debe observarse que la falla por corte del suelo bajo carga de la zapata es un fenómeno de rotura progresiva con niveles de esfuerzos variables de tal manera que al alcanzar la superficie de falla el punto de salida, el esfuerzo es menor que el logrado en el pico.

7.6 SIMULACION DE FALLA DE TALUDES EN RIOS DE LLANURA

Para la construcción de los terraplenes de cierre en presas en ríos de llanura se utilizan suelos compactados, los que se encuentran parcialmente saturados con una alta presión de poros negativa o succión.

Por lo tanto las propiedades ingenieriles de dichos suelos están fuertemente influenciadas por los valores de la succión y su variación en el tiempo por cambios en las condiciones ambientales, altura del tirante de agua, etc.

En el sistema río Salado-Dique Figueroa, de la zona norte de Argentina, en la provincia de Santiago del Estero, se ha producido un fenómeno llamado de “erosión retrógrada” que se inicia con la falla de taludes de las margenes del río, originalmente estable y que por razones que se tratan de establecer pierdan esa condición de estabilidad.

Como causas del inicio de este tipo de erosión, se pueden citar:

1) Incremento del peso de la masa del suelo, debido a aumento de la infiltración y/o ascenso del nivel freático
2) Aumento de la presión de poros como consecuencia de la saturación de los suelos
3) Descarga de la freática por la paredes del talud después de la crecida.
4) Reducción de la cohesión del suelo por cambios de su contenido de humedad.
5) Variaciones de las condiciones de impermeabilidad de la cubierta limosa orgánica superior por acción antrópica.

Con la infiltración de agua de precipitación pluvial a estratos de suelos inferiores de características loessicas colapsables, se produce la falla generalizada del talud y la posterior evolución como erosión retrógrada.

Se estudia este mecanismo complejo de falla de taludes de márgenes de ríos de llanura, que involucra aspectos diversos, con el objeto de avanzar en la investigación, enfatizando ahora sobre los aspectos físico-mecánicos de los suelos.

Posteriormente, se analiza, el proceso rotura del talud de una presa denominada “Figueroa”, atribuido a la erosión en cárcava o erosión retrógrada sobre suelos cohesivos en un valle de inundación de bajas pendientes con escurrimientos areales de profundidades medias a bajas.

Como consecuencia del estudio del proceso de erosión se determinan las condiciones de equilibrio límite de los taludes de las márgenes de los cursos de agua de llanura.

Los pasos utilizados para el análisis del problema son:

1. Caracterización de los suelos y determinación experimental de la respuesta tenso deformacional mediante ensayos de compresión triaxial con contenidos de humedad variables.
2. Calibración del modelo extendido de MRS-Lade para simular la respuesta de los ensayos experimentales.

3. Discretización de los taludes de las secciones en estudio mediante malla de elementos finitos con elementos triangulares de deformación constante.
4. Análisis de las condiciones de estabilidad debida a cambios del contenido de humedad del suelo del talud por inundación en el pie o bien por infiltración de agua de lluvia.

7.6.1 CARACTERIZACION DE LOS SUELOS

Los suelos de la zona en estudio son de características limo arcillosas, clasificación unificada (CL-ML y CL), en general loess característicos de la planicie de la provincia de Santiago del Estero, de origen eólico y de características colapsables al aumentar su humedad a valores críticos.

Las características de los estratos involucrados, se resumen en la Tabla 7.4

Tabla 7.4 Características de los suelos

Suelo	S.U.C.S.	%Pasa Tamiz N° 200	L. L.	L. P.	I. P.	γ_h kPa	H.N. %
Estrato superior	ML-CL	98.30	25.96	19.70	6.26	17.8	8.10
Estrato inferior	CL	91.10	35.98	23.81	12.17	18.9	20.60

Para determinar el comportamiento tensión-deformación de los suelos, se realizaron ensayos de compresión triaxial sobre probetas cilíndicas con deformación controlada y adquisición automática de datos mediante software específico.

7.6.2 Ensayos de Compresión Triaxiales

Se ejecutaron ensayos de compresión triaxial del tipo rápido, no drenado, no consolidado, sobre muestras inalteradas, talladas, de diámetro 35 mm y altura 70 mm, que fueron realizados bajo presión de confinamiento constante y humedad variable.

La relación entre el contenido de humedad del suelo y el valor de la succión se basó en la formulada por Xie et al. (1995) para suelos Limos arcillosos de características similares con Límites de Atterberg de: L.L.= 30.9%; L.P. = 17.6% e I.P. = 13.3%, adecuándose la curva para las densidades de los suelos ensayados, como se indica en la Figura 7.23

Se calibraron los parámetros del modelo extendido de MRS-Lade para simular la respuesta con los resultados obtenidos de los ensayos experimentales, con una presión de confinamiento inicial de σ_{conf} = -100 kPa y σ_{conf} = -150 kPa y para succiones de *s* = 10 kPa, s = 100 kPa y *s*= 200 kPa.

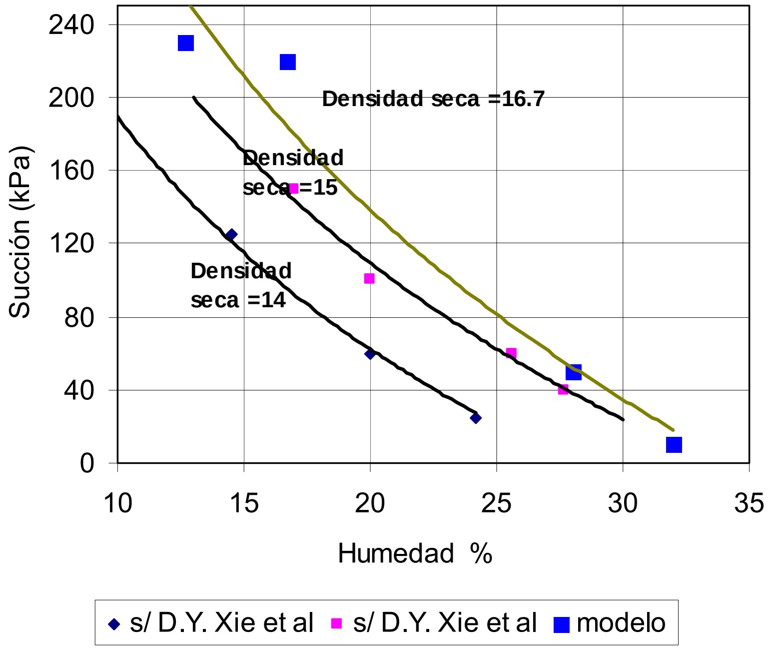


Figura 7.23. Relación entre Humedad % y Succión

La simulación obtenida en el comportamiento de los suelos se grafica en Figura 7.24 para una presión de confinamiento de σ_{conf} = -100 kPa y en Figura 7.25 para σ_{conf} = -150 kPa.

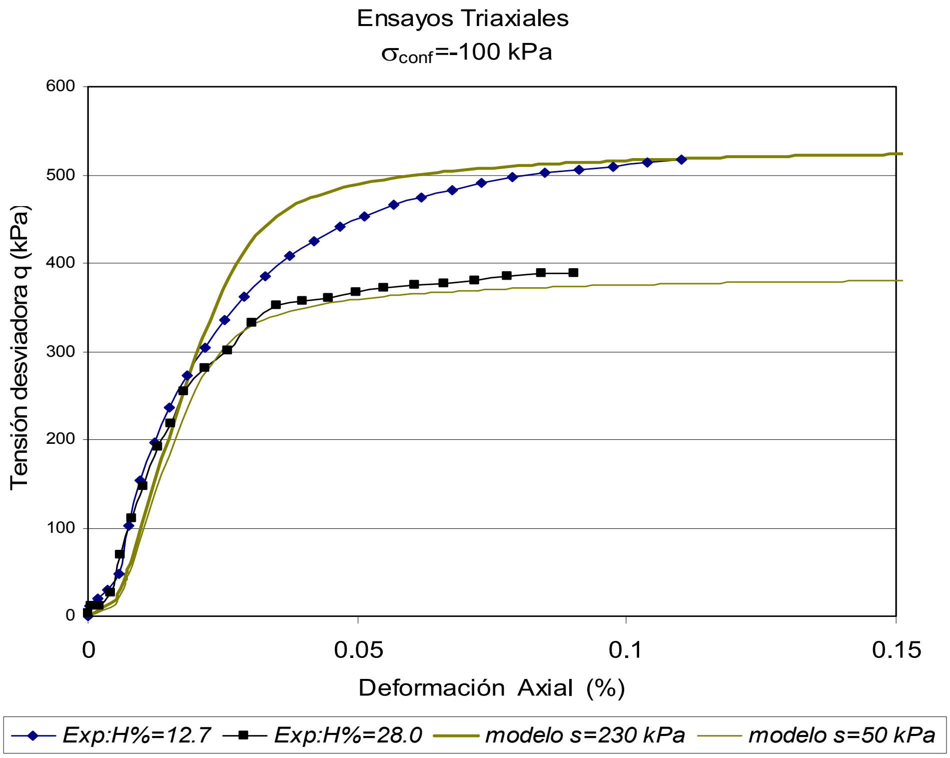


Figura 7.24. Ensayos triaxiales CTC para σ_{conf} = -100 kPa: experimental y simulación

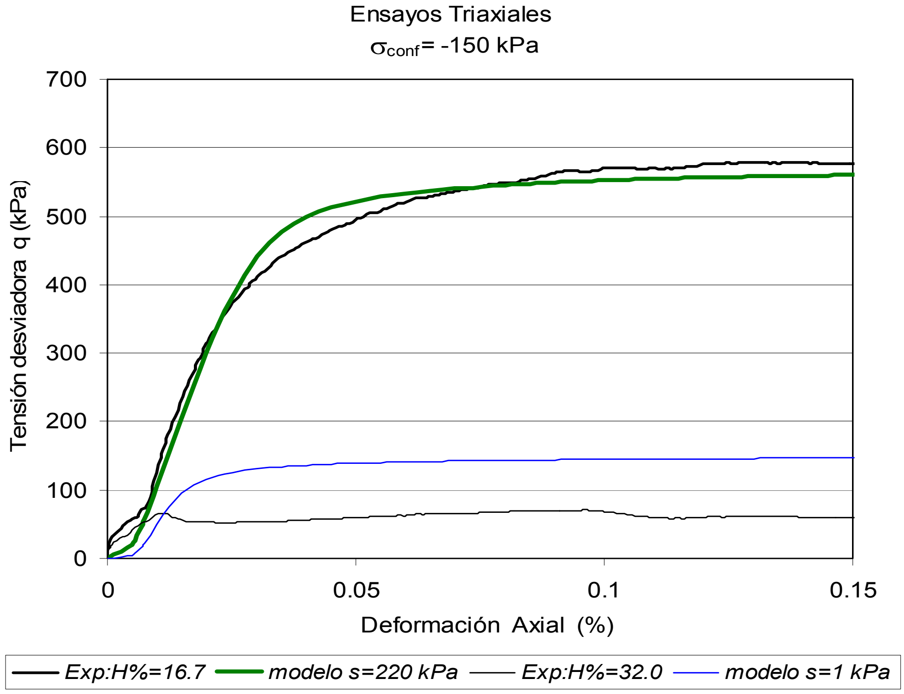


Figura 7.25. Ensayos triaxiales CTC para σ_{conf} = -150 kPa: experimental y simulación

7.6.3 Parámetros del modelo extendido de MRS-Lade

Los parámetros del modelo extendido de MRS-Lade utilizados para la simulación se indican en Tabla 7.5.

Tabla 7.5. Parámetros del modelo extendido de MRS-Lade

Parámetros	Estrato 1	Estrato 2	Terraplén
E (kPa)	15000	25000	25000
ν	0.22	0.22	0.22
e	0.70	0.70	0.70
m	0.03871	0.03871	0.03871
n	0.002	0.002	0.002
$\psi = \frac{\eta_{capa}}{\eta_{cono}}$	0.00	0.00	0.00
α	0.80	0.80	0.80
η_{cono}	0.57	0.87	0.57
r_q	1.15	1.15	1.15
k_1	0.05	0.05	0.05
k_2	0.9673	0.9673	0.9673
c_{cono}	0.1337	0.1337	0.1337
l	1.065	1.065	1.065
c_{capa}	0.0058	0.0058	0.0058
r	1.102	1.102	1.102
P^*_o(kPa)	600	800	800
r_{pc}	-0.15	-0.55	-0.25
i	1.00	1.50	1.50

7.6.4 Parámetros del modelo para flujo

Los parámetros del modelo utilizados en la simulación del flujo se resumen en tabla 7.6

Tabla 7.6. Parámetros del modelo

Parámetros	Estrato 1	Estrato 2	Terraplén
K_x (s)(m/s)	2.E-04	1.5E-04	1.5E-04
K_y (s)(m/s)	3.E-04	2.E-04	3.E-04
c(s)	80	50	50

7.7 ANALISIS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

Para el estudio del inicio del proceso de falla de taludes que dan origen a la socavación retrógrada, se considera un perfil de talud típico relevado, con las características de los estratos de suelo detectados, en el cual se ha representado también, una leve socavación al pie por acción de escorrentía y considerándose un proceso de infiltración de agua de lluvia por las superficies expuestas.

Este análisis puede realizarse por medio de dos condiciones de borde diferentes: a) “Superficie de Talud Saturada” y b) “Infiltración controlada ó prescripta” [Alonso et al (1995)].

En este trabajo se aplica la primera condición y para ello se supone una lluvia de larga duración tal que gran parte del agua se infiltra en el suelo y el resto puede correr sobre la superficie. En este caso las condiciones de borde prescriptas es tal que la succión es cero (p_a-p_w = 0) en los puntos de la superficie libre, y en todos los puntos del fondo y del borde derecho se impone la condición impermeable.

El talud en estudio se ha discretizado mediante elementos triangulares isoparamétricos de tres nodos, con densificación de malla en zona del circulo probable de falla, como se observa en Figura 7.26 y el análisis se hace en estado plano de deformaciones.

Las condiciones de succiones impuestas, que se muestran en Figura 7.27 , para simular infiltración de agua de lluvia desde la parte superior del talud, que afecta el estado original de succión en que el suelo se encontraba en su faz inicial, alcanzando la parte superior el suelo su saturación con una succión de s = 0 kPa

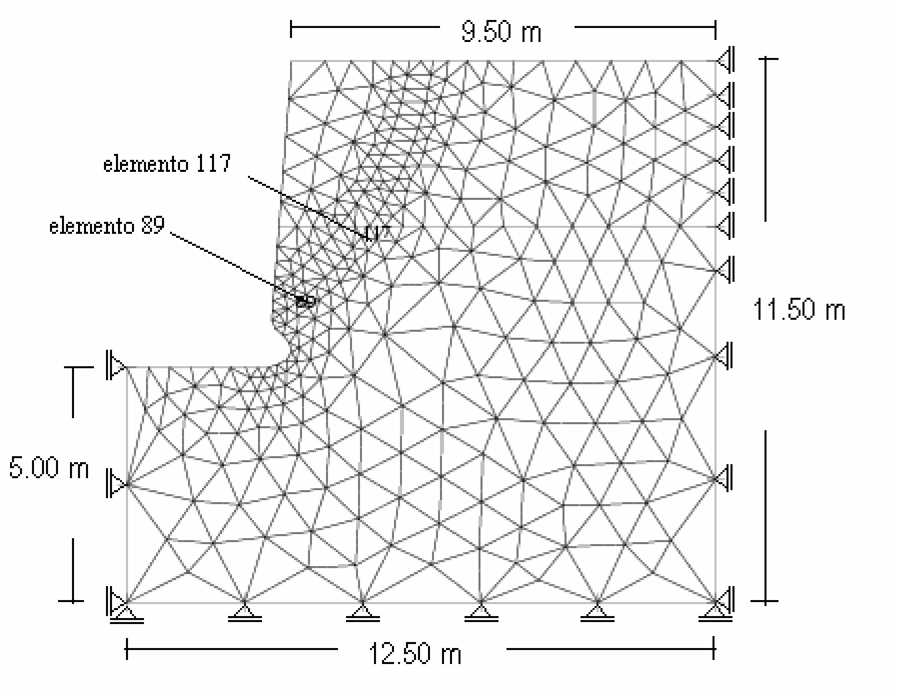


Figura 7.26. Malla Talud

En la Figura 7.28 se observa el estado final ó distribución de la succión ó presiones de poros resultantes, después de un tiempo simulado de 50 días. En ella se visualiza la saturación prácticamente total del estrato superior y no así el inferior que se mantiene aun parcialmente saturado.

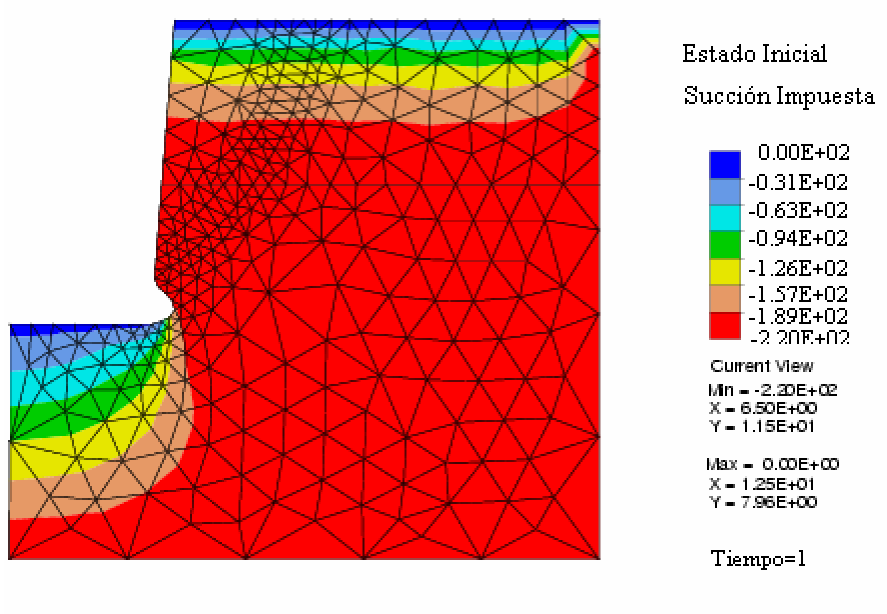


Figura 7.27. Succiones impuestas en tiempo inicial.

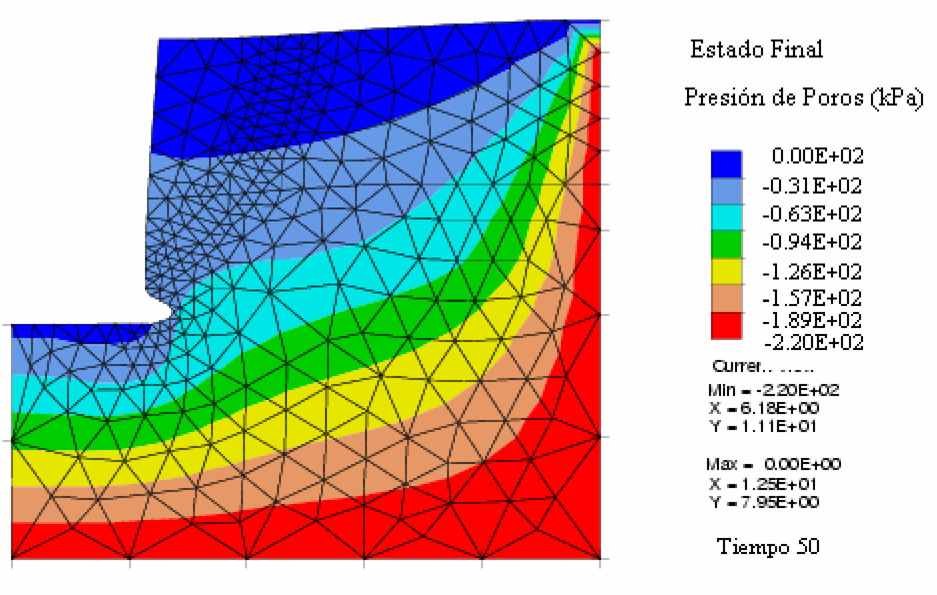


Figura 7.28. Estado final de presiones de poros en suelo.

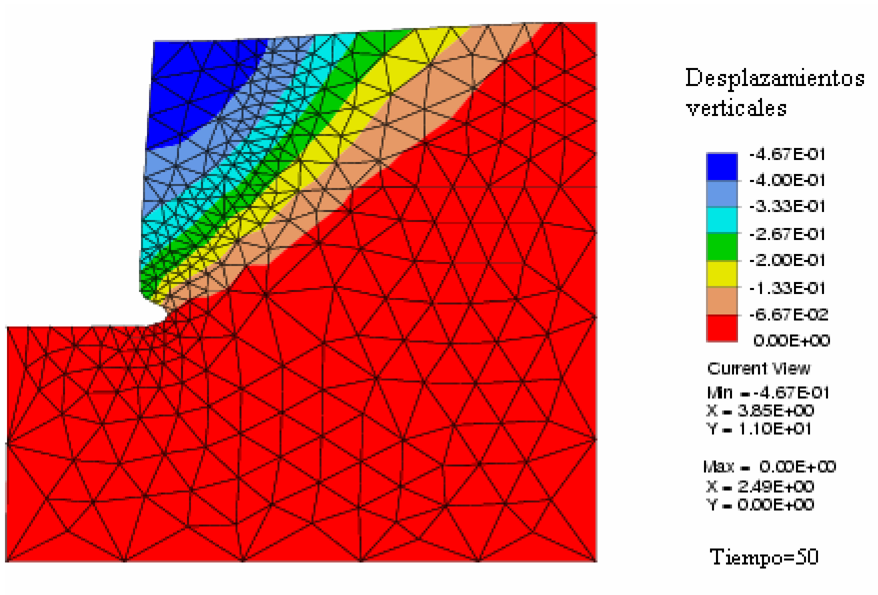


Figura 7.29. Malla deformada y desplazamientos verticales en estado final.

En la Figura 8.29 se observa la malla deformada y el contorno de los desplazamientos verticales experimentados por el talud en el estado final.

7.8 ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD

Con la finalidad de estudiar las condiciones de estabilidad del talud al final del proceso, se calcula el Factor de Seguridad Local [Alonso et al. (1992), Alonso et al. (1995), Shimada et al. (1995), Navarro et al. (1998)] en puntos de la superficie de falla.

Se define el Factor de Seguridad Local F como

$$F = \frac{\tau_f}{\tau} \tag{7.3}$$

Donde τ_f es la resistencia al corte del suelo y τ el esfuerzo cortante, en cada punto de la masa de suelo.

El efecto de la succión sobre la resistencia al corte viene dada por la expresión extendida del criterio de Mhor Coulomb

$$\tau_f = c' + \left(\sigma_n - p_a\right)\tan\phi' \tag{7.4}$$

Donde $c' = \mathrm{p_c} = \mathrm{r_{pc}}\, s$ es la cohesión en función del valor de la succión en el punto considerado, σ_n presión total normal y ϕ' el ángulo de fricción interna.

En Figura 7.30 se indica la variación de la cohesión en ambos elementos en función del tiempo y en Figura 7.31 la variación de la succión y del grado de humedad también en función del tiempo.

El análisis de la estabilidad con el cálculo del grado de seguridad local se realiza para los elementos 117 y 89 ubicados en zona del círculo de falla, calculando la resistencia al corte con el valor de la cohesión resultante en ese tiempo para los valores de la succión obtenidas en nodos 172 y 175.

En Figura 7.32 se muestra la variación del grado de seguridad local calculado en los elementos 117 y 89 del circulo de falla y demuestra la pérdida de la seguridad y la incipiente falla del talud al sobrepasarse la resistencia al corte del suelo disminuida por saturación.

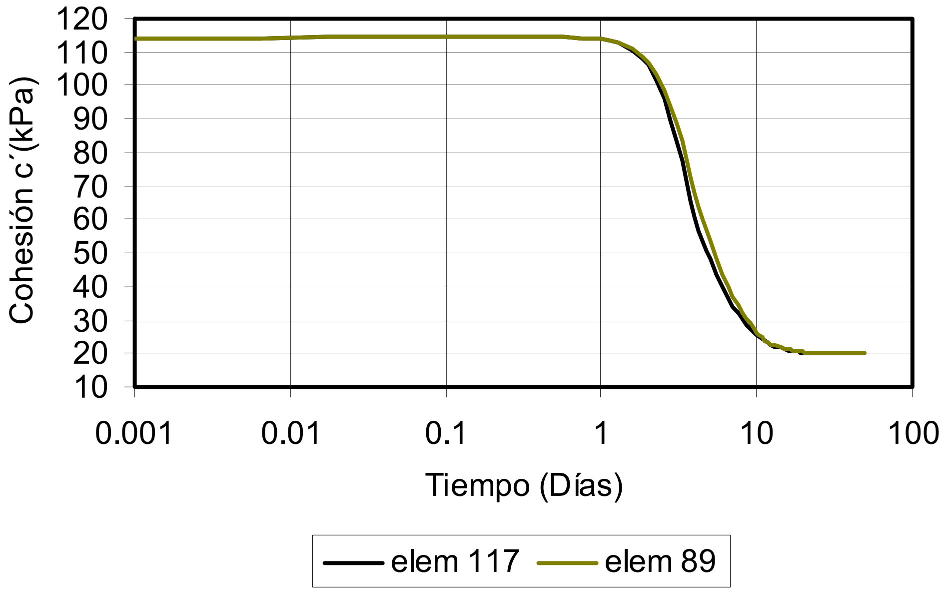


Figura 7.30 Variación de la cohesión con el tiempo.

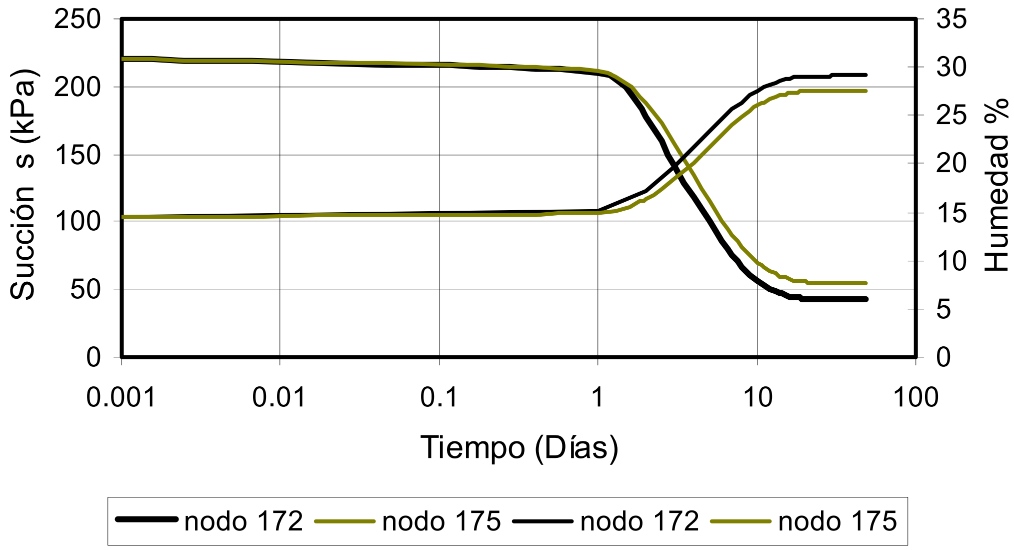


Figura 7.31. Variación de la succión y humedad con el tiempo.

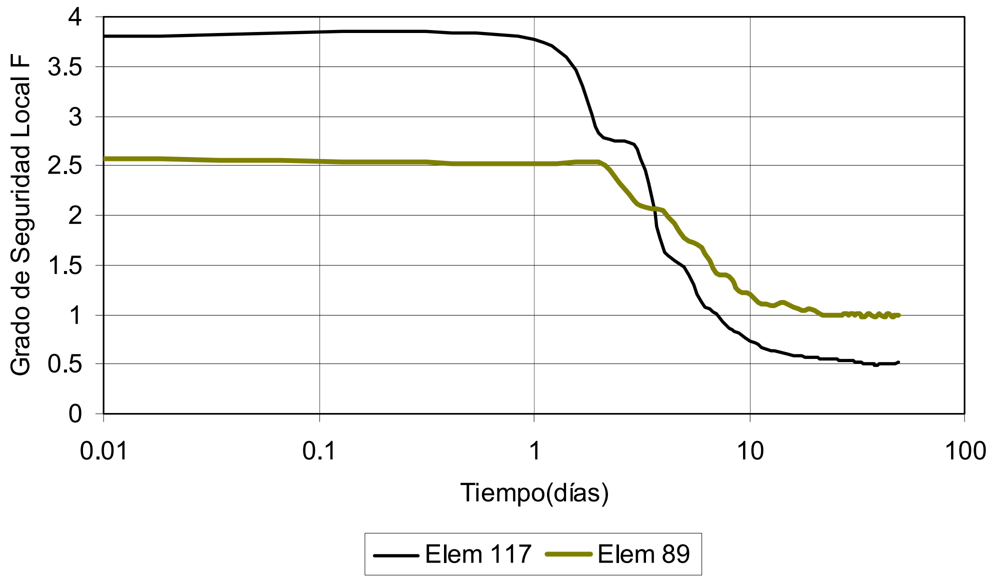


Figura 7.32. Evolución del grado de seguridad local con el tiempo.

Los valores obtenidos para la altura libre máxima de un talud vertical, en condiciones de humedad natural, según los parámetros mecánicos del suelo, usando el método clásico se indica en Tabla 7.7.

La predicción de la altura límite de un talud vertical para valores de los parámetros mecánicos del suelo en condiciones saturadas es coincidente con la simulación numérica.

Tabla 7.7. Máxima altura de talud vertical según método clásico

Parámetros		Fórmula	H (libre) (m)	Observación
C (kPa)	ϕ			
113.4	14.7°	$\dfrac{4\,c \quad \tan\left(45^{o}+\phi/2\right)}{\gamma}$	28.90	Talud vertical con humedad natural
22.0	13.2°		5.80	Talud vertical en condición saturado

7.9 ANALISIS DE FALLA DE PRESA

A continuación se estudia el proceso de falla de la presa del Dique Figueroa en la provincia de Santiago del Estero. El colapso de la misma se produjo cuando la socavación retrógrada iniciada en taludes aguas abajo del dique alcanzó el terraplén de cierre.

Para simular el proceso de falla se supone que la socavación retrograda en el momento de alcanzar el terraplén de cierre posee una profundidad de 3.00 m.

La discretización se realiza con elementos triangulares isoparamétricos, con la geometría y condiciones de borde que se muestran en Figura 7.33 y en la que se fija un nivel de agua de 3.00 m en el socavón.

Por otro lado, no se considera nivel libre de agua ó saturación del terraplén del lado del embalse de la presa, por lo que el cambio de las condiciones de estabilidad se debe únicamente al efecto de la socavación retrógrada.

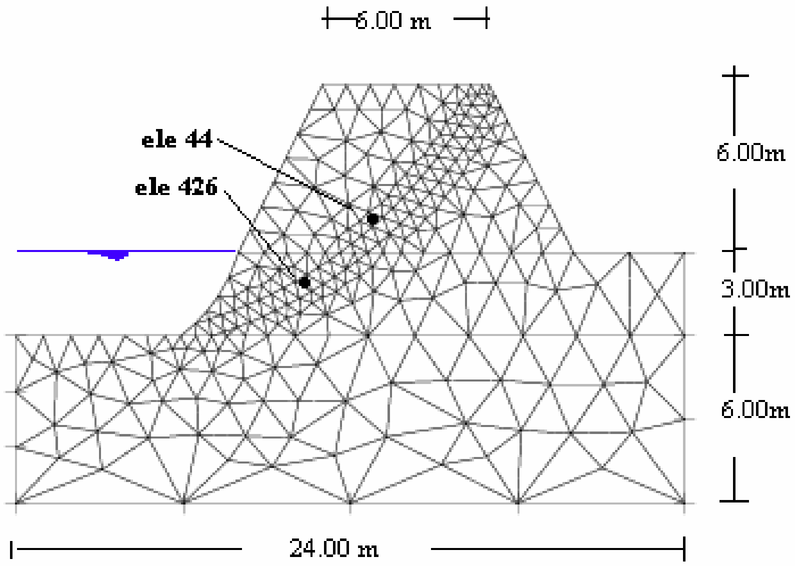


Figura 7.33. Geometría y malla de la presa

Las condiciones de presión de poros final del terraplén de la presa y de los estratos de suelo involucrados, para un tiempo de 40 días, se indican en Figura 7.34.

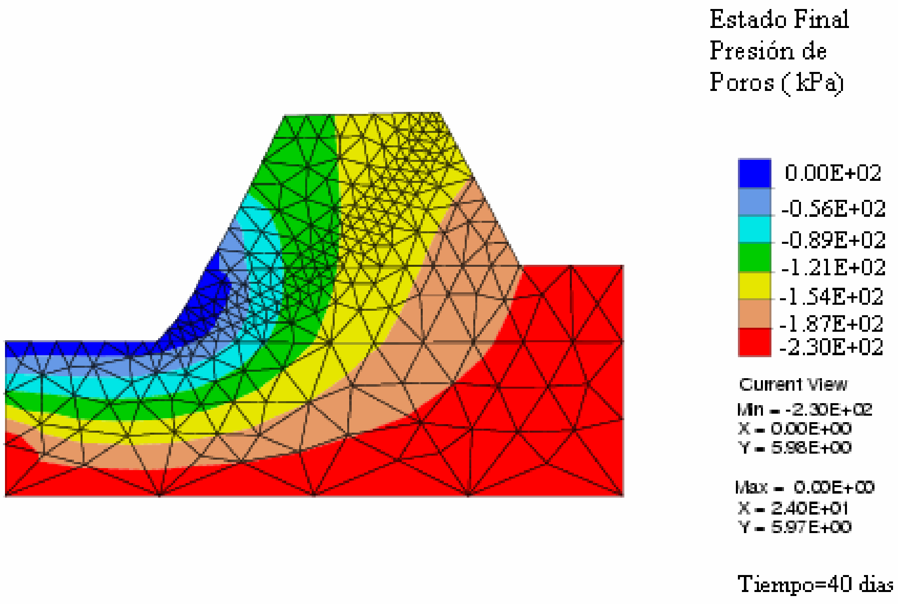


Figura 7.34. Estado final de presión de poros

Para verificar las condiciones de estabilidad del terraplén de la presa al final del proceso, se calcula el Factor de Seguridad Local, de la manera indicada precedentemente en puntos de la superficie de falla adoptada.

El análisis de la estabilidad, con el cálculo del grado de seguridad local, se realiza para los elementos 44 y 426 ubicados en puntos representativos del círculo de falla indicados en Figura 7.33.

Se calcula la resistencia al corte con el valor de la cohesión resultante en ese tiempo para los valores de la succión obtenidas en nodos 137 y 90 respectivamente.

La evolución del grado de seguridad local se indica en Figura 7.35.

En Figura 7.36 se observa la malla deformada de la presa, ampliada con un factor de 5.

Se puede observar la fuerte reducción del grado de seguridad en el terraplén de cierre a medida que avanza el proceso de saturación del estrato inferior y los puntos estudiados demarcan la posición de la potencial superficie de falla.

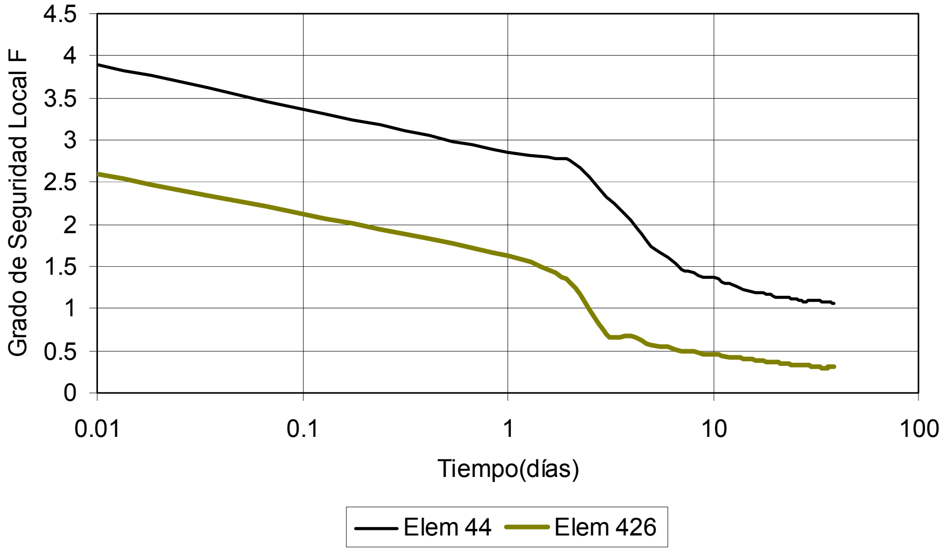


Figura 7.35. Evolución del grado de seguridad local en terraplén.

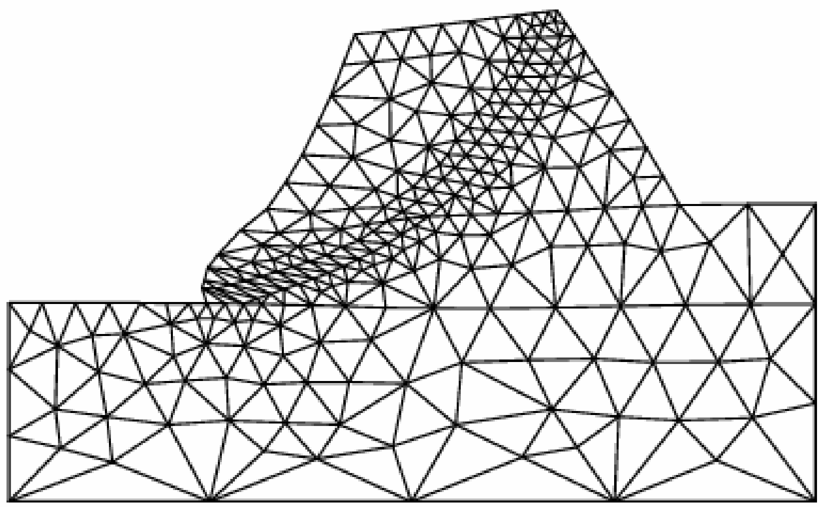


Figura 7.36. Malla deformada

Se ha realizado un estudio del mecanismo de falla de taludes en suelos parcialmente saturados, simulando la infiltración de agua de lluvia por su superficie expuesta, con variación de las condiciones de succión de la masa de suelo. Se reproduce las variaciones de las presiones de poros en los vacíos del suelo, por efecto de la infiltración superficial y las deformaciones que experimenta la estructura del talud. También se verifica la disminución del grado de seguridad local en puntos de la superficie de falla hasta valores que indican la inminente falla del talud.

Comparados con los valores de altura máxima del talud en condiciones de humedad natural, y para la condición de suelo saturado, se observa una aceptable predicción del mecanismo de falla y de fenómenos de transporte en medios parcialmente saturados, la simulación de elementos finitos y el modelo propuesto.

Se ha desarrollado un procedimiento para analizar el mecanismo de rotura del terraplén de cierre de la presa Dique Figueroa, por efecto de socavación e inundación al pie de la misma, debido al proceso denominado “socavación retrógrada”.

Los resultados presentados indican la relevancia de las características físico mecánicas de los suelos en el comportamiento de falla de taludes, especialmente de los valores de la relación cohesión-succión y de los parámetros permeabilidad y pendiente de la curva succión-contenido de humedad adoptado.

CONCLUSIONES

En esta tesis fue propuesto e implementado computacionalmente un modelo constitutivo elastoplástico para suelos cohesivo-friccionales parcialmente saturados, el Modelo extendido de MRS-Lade (MEMRSL). El modelo propuesto constituye una extensión a medios porosos de tres fases (grano ó esqueleto, gas y agua) de la formulación constitutiva propuesta originalmente para suelos friccionales por Lade [Lade (1972), Lade y Duncam (1973), Lade (1989)]. En la presente formulación del MEMRSL las propiedades y proporción de las fases fluida y gaseosa se introducen a través de la succión mientras que el comportamiento mecánico de la fase sólida se describe en el espacio de tensiones netas.

Un aporte original de la tesis, consiste en la formulación variacional de las ecuaciones constitutivas, en donde se introduce como un estado tensional adicional a la succión, que actúa como un cuarto invariante.

También es novedosa la formulación de un criterio límite con dos superficies de fluencia denominadas de “cono” y “capa” basada en el modelo de Lade, para el tratamiento de medios porosos parcialmente saturados ya que en la mayoría de los trabajos publicados sobre el tema se utilizan modelos del tipo “cam-clay”.

La evolución de los parámetros ó variables de estado de las superficies de fluencia se definen en relación al incremento del trabajo disipado en función de las deformaciones plásticas debidas tanto al estado de tensiones netas como de succiones.

Como superficie límite adicional se introdujo el criterio conocido como “Carga-Colapso (LC)” que da la evolución de la presión de preconsolidación dependiente del valor de la succión definida según la expresión de Schrefler y Bolsón (1997), a partir de la condición mínima de suelo saturado.

También se ha considerado la variación de la cohesión del material con la acción mecánica e hidráulica aplicada. Es decir, la cohesión no es considerada como una constante, sino como una función dependiente del contenido de humedad ó del estado de succión, verificada en numerosos ensayos experimentales.

El modelo constitutivo propuesto ha sido validado mediante comparaciones con resultados experimentales publicados y correspondientes a diferentes tipos de suelos incluidos aquellos suelos compactados y para los que presentan una pérdida de capacidad portante por humedecimiento acompañado con reducciones de volumen (colapso). Para ello se simularon ensayos de compresión triaxial con succión controlada y ensayos de compresión confinada ó ensayos edométricos. En ellos se puede apreciar el cambio del comportamiento del material con la única variación de su estado de succión y en el caso de los ensayos edométricos la capacidad para reproducir la importante reducción de volumen cuando el suelo está próximo a la saturación.

Los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas, demuestran la capacidad del modelo extendido de MRS-Lade para predecir con razonable precisión el comportamiento de medios porosos parcialmente saturados.

La variación de la rigidez del suelo que se desarrolla en función del tipo de estructura del mismo durante el proceso de compactación, puede reproducirse satisfactoriamente, así como también el “colapso” o deformaciones volumétricas bajo carga constante cuando se reduce la succión. La comparación entre la función límite de carga-colapso LC predictiva y experimental es también satisfactoria.

La respuesta del modelo en términos de la relación tensión desviadora–deformación axial en ensayos triaxiales, muestra una buena aproximación, con una subestimación inferior al 3% en las deformaciones desarrolladas. En los ensayos triaxiales convencionales se observa que el incipiente estado crítico se alcanza cuando las deformaciones axiales se aproximan al 9%.

En cuanto a las deformaciones volumétricas ε_v la predicción del modelo muestra una leve subestimación para succiones muy elevadas, con una mayor aproximación para valores menores de la misma entre 200 kPa y 800 kPa.

Cuando se alcanza el estado crítico, se observa una mayor expansión en la respuesta numérica, comportamiento que se atribuye al grado de no asociatividad del modelo.

Los análisis numéricos realizados indican la fuerte influencia que ejerce el tercer invariante, con el valor adoptado para la excentricidad, en la predicción del modelo extendido de MRS-Lade, especialmente en el caso de estados de deformación plana pasiva tanto en la relación tensión deformación como en el comportamiento volumétrico.

Una contribución original relevante en esta tesis es la formulación de un indicador matemático de falla localizada para medios parcialmente saturados, modelados en el marco teórico de los medios porosos.

En definitiva, se formula un nuevo indicador matemático de falla para discontinuidades cinemáticas e hidráulico-gaseoso (succión) cuya solución explícita involucra también información relativa a las direcciones críticas de estos saltos o discontinuidades.

Los análisis predictivos del modelo propuesto demuestran su capacidad para reproducir las más relevantes formas de respuestas del comportamiento de los suelos parcialmente saturados.

El análisis de la condición de localización indica que la succión juega un rol preponderante en la desestabilización y bifurcación material. Los resultados indican también la influencia relevante de la succión en la dirección crítica de falla.

Se ha realizado un estudio del mecanismo de falla de talud con una carga en la cresta, en suelos parcialmente saturados con determinación de la condición de localización en estado plano de deformaciones. Surge que el modelo propuesto tiene la capacidad de reproducir adecuadamente el mecanismo de falla de estructuras de taludes y terraplenes, verificar sus deformaciones y predecir la capacidad de carga última en condiciones de humedades y/o succiones diferentes.

La investigación de la formación y evolución de la banda de corte y su influencia sobre la determinación de la carga última se realizó mediante el estudio de la condición de localización conjuntamente con el procedimiento de alineamiento de malla. Se deduce la importancia del diseño apropiado de la malla en la reproducción del mecanismo de falla y en la determinación de la capacidad de carga última como consecuencia de la formulación local de ablandamiento del modelo.

De la comparación de la capacidad de carga última entre el método empleado de elementos finitos y la teoría clásica, resulta que esta última sobrestima valores para la determinación con parámetros mecánicos máximos y se aproxima para los parámetros residuales.

Mediante la simulación de la falla de taludes en ríos de llanura, por efecto de la infiltración de agua, teniendo en cuenta el acoplamiento hidráulico- mecánico se verifica la capacidad del modelo para predecir este tipo de roturas.

La eficiencia y robustez de los algoritmos numéricos desarrollados para la implementación computacional del modelo fue verificada mediante los diferentes análisis y simulaciones con el Método de los Elementos Finitos realizados en esta tesis.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Alawaji H.A.S (1990). *Formulation and Integration of Constitutive Relations in soil Plasticity under mixed control for drained and undrained conditions*. Ph.D. Dissertation, University of Colorado at Boulder.

Aitchison, G. D. (1965). Review Panel Statement - Engineering Concepts of Moisture Equilibria and Moisture Changes in Soils. Proc. Conf. on Moisture Equilibria and Moisture Changes in Soil Beneath Covered Areas, 7-21. London.

Aitchison G. D. y Woodborn J. A. (1969). Soil Suction in foundation design. Proceedings 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, **2**,1-8. Mexico

Alonso E. (1998). Geomechanical model for expansive ground. Computational Mechanics, 1-15. New Trends and Applications. CIMNE. Barcelona

Alonso E.E-, Batlle F., Gens A. y Lloret A. (1988). Consolidation analysis of partially saturated soils. Proceedings of the 6th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, **2**, 1303-1308. Innsbruck.

Alonso E. y Fredlund (1995). Opening session. *Unsaturated Soils*, **3,** 1149-1152. Balkema Rotterdam.

Alonso E.E., Gens A. y Josa A. (1990). A constitutive model for Partially Saturated Soils. Geotechnique, **40 (3)**, 405 - 431.

Alonso E., Garcia J.V. y Lloret A. (1992). Efecto de la infiltración de agua en la estabilidad de taludes de suelos parcialmente saturados. III Simposio Nacional de Taludes y laderas, **I**, 387-398-La Coruña.

Alonso E., Gens A., Lloret A. y Delahaye C. (1995). Effect of rain infiltration on the stability of slopes. *Unsaturated Soils*, **I**, 241-249. Balkema Rotterdam.

Alimi-Ichola I. y Bentoumi O. (1995). Hydraulic conductivity and diffusivity in vertical and horizontal inflow". *Proc. 1st Int. Conf. On Unsaturated Soils* **I**, 335-341. Balkema Rotterdam.

Arduino P. (1992). *Elasto plastic characterization of granular materials*. M.S. Thesis. University of Puerto Rico, Mayaguez**.**

Aydin A. y Johnson A. M. (1978). Development of faults as zones of deformation bands and as slip surfaces in sandstone. *Pure and Applied Geophysics,* **116**, 931–942

Barden L. (1965). Consolidation of compacted and unsaturated clays *Géotechnique*, **15(3)**, 267-286.

Barden L., Madedor A. O. y Sides G. R. (1969). Volume change characteristics of unsaturated clay. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, **95 (SM1)**, 35-52.

Bardet J. P. (1991). Orientation of shear bands in frictional soils. Journal of Engineering Mechanics, ASCE. **117 (7)** 1991

Bathe, K.J. (1986). *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. Prince Hall, Englewood Cilffs, New Jersey.

Bazant Z. (1978). Instabilty, ductility anda size effect in strain softeningh concrete-Discussion. Journal of the Enginnering Mechanics Division. Proc. Paper 12042, ASCE.

Bazant Z. (1986). Mechanics of distributed cracking. Applied Mechanics Review, **39 (5)**, 675-705

Bazant Z. y Oh B. (1983). Crack band theory for fractura of concrete. Mat. Construction, **16 (93)**, 155-177.

Biot M.A. (1935). Le problème de la consolidation des matières argileuses sous une charge. Annales de la Societé scientifique dew Bruxellles, **B 55**, 110-113.

Biot M.A. (1941, a). General theory of three-dimensional consolidation. Journal of Applied Physics, **12,**155-164.

Biot M.A. (1941, b). Consolidation settlement under a rectangular load distribution . Journal of Applied Physics, **12**, 426-430.

Bishop A.W. (1959). The Principle of Effective Stress. *Teknisk. Ukeblad* **39,** 859-863.

Bishop A.W. y Blight G.E. (1963). Some aspects of effective in saturated and partly saturated soils. *Géotechnique*, **13 (3)**, 177-197.

De Boer R. (2000). *Theory of Porous Media. Highligts in the Historical Development and Current State.* Springer.

De Bors R. y Vermeer P. (1984). No associated plasticity for soils, concrete and rock. **29**, Delft, Netherlands

Bolzon G, Schrefler B.A. y Zienkiewicz O.C. (1996). Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states. *Geotechnique,* **46**(2), 279–289.

Borja R.I. y Regueiro R.A. (1992). Strain localization in frictional materials exhibiting displacement jumps, Comput. Methods Appl.Mech. Engrg. in press.

Borja R.I. (2000). A finite element model for strain localization analysis of strongly discontinuous fields based on standard Galerkin approximation. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Elsevier, Stanford, **190**, 1529-1549.

Borja R.I. y Lai T.I. (2002). Propagation of Localization Instability Under Active and Passive Loading. Journal of Getechnical and Geoenviromental Engineering, 64-75.

Borja R.I., Lai T.I., Duvernay G.B. y Meehan R.L. (2003). Capturing strain localization behiend a geosynthetic-reinforced soil wall. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., **27**, 425–451.

Brito Galväo T.C., Drnevich V. P. y Schulze D. G. (1995). Chemical, mineralogical, and compressibility characteristics of a collapsible lateric soil from Minas Gerais, Brazil. *Unsaturated Soils*, **I**, 39-44..Balkema,Rotterdam.

Casagrande A. (1936). Characteristic of cohesionless soils affecting the stability of slopes and earth fills. J. Boston Soc. Civil Engrs, 257-276.

Casagrande A. (1940). The structure of Clay and its Importance in Foundation Engineering. S.M. Boston Soc. Civil Engrs, 72-126.

Chambon R., Crochepeyreb S. y Desrues J. (2000). Localization criteria for non-linear constitutive equations of geomaterials. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, J. Wiley & Sons. **5**, (I. 8). 61-82. USA.

Chen Z. y Schreyer H.L. (1995). Implications of Jump Conditions on Bifurcation", Applied Mechanics in the Americas. **I**, Mechanics of Solids, 73-78. PACAM IV, Argentina.

Cho G. C. y Santamarina J. C. (2001). Unsaturated particulate materials-particle level studies. ASCE Geotechnical Journal, **127 (1)**, 84-96-

Coleman, J. D. (1962). Stress/Strain relations for partly saturated soils. Géotechnique, **12 (4)**, 348-350.

Coloumb C.A. (1773). Versuch einer Anwendung der Methode des Gröbten und Kleinsten auf einige Aufgaben der Statik, die in die Baukunst einschalagen. Acad. Royale des Sciences par divers Savans & au les Assemblées. Paris

Cui J., Delage P., Sultan N. (1995). An elasto-plastic model for compacted soils. *Proc.1st Int. Conf. On Unsaturated Soils*. **2**, 703-709. Balkema, Rotterdam.

Cui J., Delage P. (1996). Yielding and plastic behaviour of unsaturated compacted silt. Geotechnique, **46**, 291-311.

Crisfield M. A. (1997). *Non Linear finite Element Analysis of Solids and Structures.* **2**. Advances Topics. John Wiley & Sons Ltd.

Curtis F.G y Wheatley P.O. (1994). *Applied Numerical Analys*is, Addison Wesley, USA.

Darve F. y Laouafa F. (2000). Instabilities in granular materials and applications to landslides. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, J. Wiley & Sons. **5**, I. 8 627-653. USA.

Darcy H. (1856). Les fontaines de la ville Dijon, Dalmont, Paris. Apéndice D “Détermination des lois d´enculement de l´eau á travers le sable”

Delage P. y Graham J. (1995). Mechanical behaviour of unsaturated soils: Understanding the behaviour of unsaturated soils requires conceptual models. Unsaturated Soils, **3**, 1223-1256. Balkema-Rotterdam.

Delesse A. (1848). Pour Déterminer la composition des roches. Annales des Mines Paris 4. Ser 13, 379-388

Desai C. S. y Siriwardane H. (1984). *Constitutive Laws for Engineering materials with emphasis on Geologic materials”*. Prentice-Hall. Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.

De Saint Venant B. (1871). Mémorie sur l`etablissemnet des equations différentielles des mouvements intérieurs operes dans les corps solides ductiles au delá des limites oü l`elasticité pourrait les ramener a leur premier état. Jounal de Mathematiques, XVI, 308-316.Paris.

Di Maggio F.L. y Sandler I.S. (1971). Material model for granular soils. Proceedings of the American Society of Civil Engineers Division, **97**, 935-950

Di Rado H. A. (2006). *Modelado Matemático de suelos no saturados. No linealidad. Análisis tres-D*. Doctorado en Ingeniería. UNNE.

Drucker D.C. y Prager W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis of limit design. Quarterly of Applied Mathematics, **10**, 157-165.

Drucker D.C., Gibson R.E. y Henkel D.J. (1957). Soil mechanics and work hardening theories of plasticity .American Society of Civil Engineers Transaction (ASCE), **122**, 338-346.

Drumright E. E. y Nelson J. D. (1995). The shear strength of unsaturated tailings sand”. *Proc. 1st Int. Conf. On Unsaturated Soils*. **I,** 45-50. Balkema. Rotterdam.

Ehlers W. y Graf T. (2002). Deformation and localization analysis of unsaturated soil. Fifth World Congress on Computational Mechanics , Viena, Austria.

Elmore W. y Heald M.A. (1969). *Physics of Waves.* Dover Publications Inc., New York.

Escario V. y Saez J. (1973). Measurement of the properties of swelling and collapsing soils Ander controlled suction. Proc. 3rd. Int. Conf. Expansive Soils, Haifa, 195-200

Etse G. (1992). *Theoretische und numerische Untersuchung zum diffusen und lokalisierten Versagen in Beton*. PhD thesis, Universidad de Karlsruhe, Alemania.

Etse G. y Willam K. (1994). Fracture energy Formulation for inelastic behavior of plain concrete. Journal of Engineering Mechanics, **120 (9),** 1983-2011.

Etse G. y Willam K. (1996). Integration Algorithms for concrete plasticity. Engineering Computations, **13 (8),** 38-65.

Etse G., Steinmann P. y Willam K. (1991). Computational Aspects of Localized Failure Simulations in Plain Concrete. Proc.Int. RILEM/ESIS Conf. Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics, Eds J. van Miers, J.Rots & A. Bakker E & FN Spon, London, **2** , 651-660 .

Etse G. y Schiava R. (2005). Elastoplastic constitutive model and localization analysis of partially saturated soils. Applications of Computational Mechanics in Structures and Fluids, 204-218, CIMNE, Barcelona.

Euler L. (1736). *Mechanica sive motus scientia analytice*. Acad. Sci., I, II Pétropoli.

Feng H. (2007). Multiphase Deformation Analysis of Elasto-viscoplastic unsaturated Soil and Modeling of Bentonite. Dissertation Laboratory of Geomechanics, Department of Civil and Earth Resources Engineering, Graduate School of Engineering, Kyoto University, Japan.

Fick A. (1855). Ueber Diffusion. Annales der Physik und Chemie, **94**, 59-86.

Fillunger P (1913). Der Auftrieb in Talsperren. Osterreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudient (Ö W Ö B), 19, 532-556, 567-570.

Fredlund D.G. (1979). Appropriate concepts and technology for unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, **16**, 121-139.

Fredlund D.G. (1995). The scope of unsaturated soil mechanics : An overview. Unsaturated Soils. **3,** 1155-1177.Balkema,Rotterdam.

Fredlund D.G. y Morgenstern N. R. (1977). Stress state variables for unsaturated soils. *ASCE J.* Geotech. *Eng Div. DTS*. **103**, 447-466.

Fredlund, D.J. y Rahardjo, H. (1993). *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. Wiley Interscience.

Fröier M. y Samuelsson A. (1978). Variational Inequalities in Plasticity, Recent Developments. Finite Elements in Nonlinear Mechanics. **1** (Eds. Bergan et al.), Tapir Publishers, Trondheim.

Garcia Garino C. (1993). *Un modelo Numérico para el análisis de Sólidos elastoplásticos sometidos a Grandes deformaciones*. Tesis Doctoral. Universitat Politécnica de Catalunya. Escola Técnica Superior D´enginyers de Camins, Canals I Ports.

Gatmiri B. y Delage P. (1995). A new void ratio state surface formulation for the non linear elastic constitutive modelling of unsaturated soils. Unsaturated Soils, **2**, 1049-1057. Balkema, Rotterdam.

Gatmiri B., Tavaloki S., Moussavi J. y Delage P. (1995). Numerical approach of elastoplastic consolidation of unsaturated soils. Unsaturated Soils. **2,** 1057-1065. Balkema, Rotterdam.

Gehling W. Y. Y., Alonso E.E., y Gens A. (1995) Stress-path testing of expansive compacted soils. Unsaturated Soils, **1**, 77-82. Balkema, Rotterdam.

Gens A. (1995). Constitutive modelling: Application to compacted soils. Unsaturated Soils , **3** , 1179-120. Balkema, Rotterdam.

Gens A., Alonso E.E., Suriol J. y Lloret A. (1995). Effect of Structure on the volumetric behaviour of a compacted soil. Unsaturated Soil, **1**, 83-88. Balkema, Rotterdam.

Gray W. y Schrefler B. A. (2001). Thermodynamic approach to effective stress in partially saturated porous media. *European Journal of Mechanics and Solids* , **20(4),** 521–538.

Gräsle W., Baumgardtl T., Horn R. y Richards B.G. (1995). Interaction between soil mechanical properties of structured soils and hydraulica process-Theorical fundamentals of a model. Unsaturated Soils, **2**, 719-724. Balkema, Rotterdam.

Grigorian A.A. (1997). *Pile Foundations for Buildings and Structures in Collapsible.Soils*. Balkema, Rotterdam, Brookfield.

Hill R. J. (1962). *Acceleration Waves in Solids. Journal of Mechanics and Physics of Solids.* **10**, 1-16.

Hill R.J. y Hutchinson J.W. (1975). Bifurcation phenomena in the plane tension test, J. Mech. Phys. Solids, **23,** 239-264.

Jennings J. E. y Burland J.B. (1962). Limitations to the use of effective stress in partly saturated soils. *Géotechnique*, **12(2),** 125-144.

Jeremic B. y Sture S. (1994). *Implicit Integration Rules in Plasticity: Theory and Implementation.*Technical Report to NASA Marshall Space Flight Center. Contract: NAS8-38779. University of Colorado at Boulder.

Jeremic Boris (1994). *Implicit Integration Rules in Plasticity: Theory and Implementation.* Thesis Master of Science. University of Colorado.

Jimenez Salas J. A. (1995). Foundations and pavements on unsaturated soils-Parte two: Expansive clays. Unsaturated Soils, **3**, 1441-1464. Balkema-Rotterdam.

Jiménez Salas J.A., De Justo Alpañes J. L.y Serrano Gonzalez A.A. (1981, a) *Geotecnia y Cimientos Tomo I*. Ed. Rueda.

Jiménez Salas J.A. De Justo Alpañes J.L., Serrano Gonzalez A.A. (1981,b) *Geotecnia y Cimientos II*. Ed. Rueda.

Johnson C. (1976). On Finite Element Methods for Plasticity Problems, *Numerical Math.,* **26**, 79-84.

Jommi C. (2000). Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils. *Experimental Evidence and TheoreticalApproaches in Unsaturated Soils*; *Proceedings of an International Workshop*, Trento, 139–153.

Jommi C. y Di Prisco C. (1994). Un semplice approcio teorico per la modellazione del comportamento meccanico di terreni granulari parcialmente saturi. *Conference Il ruolo dei fluidi nei problemi di ingegneria geotecnica*, Mondovi, 167–188.

Josa A., Alonso E.E., Lloret A. y Gens A. (1987). Stress –strain behaviour of Partially saturated soils. Proc. 9 ECSMFE, **2**, 561-564. Balkema, Rotterdam.

Kato S., Matsuoka H. y Sun D.A. (1995). A constitutive model for unsaturated soil based on extended SMP, Unsaturated Soils, **2**, 739-744. Balkema, Rotterdam

Kohgo Y., Nakano M. y Miyazaki T. (1993, a). Theorical aspects of constitutive modelling for unsaturated soil. Soil and Foundation, **33 (4)**, 49-63.

Kohgo Y., Nakano M. y Miyazaki T. (1993, b). Verification of the generalized elastoplastic model for unsaturated soil. Soil and Foundation, **33 (4)**, 64-73

Kohgo Y. (1995). A consolidation analysis method for unsaturated soils coupled with an elastoplastic model. Unsaturated Soils, **2**, 1085-1093. Balkema, Rotterdam,

Lade P.V. (1972). *The Stress-Strain and Strength Characteristics of Cohesionless Soils.* Ph. D thesis University of California at Berkeley.

Lade P.V. (1988). Effects of voids and volume changes on the behaviour of frictional materials. Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, **12**, 351-370.

Lade P.V. (1989). Experimental observations of stability and shear planes in granular materials. Ingenieur Archiv, **59**, 114-123.

Lade P.V. (1994). Instability and liquefaction of granular materials.Computer and Geotechnics, **16**, 123-151.

Lade P.V. (2002). Instability shear banding and failure in granular materials. Int. Journal of Solids and Structures, **39**, 3337-3357.

Lade P.V. y Duncam J.M. (1973). Cubical triaxial test on Cohesionless Soil. Journal of Soil Mechanics (ASCE), **99:**SM10, 793-812.

Lade P.V. y Nelson R. (1987). Modelling the elastic behaviour of granular materials. Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, **11**, 521-542.

Lade P.V. y Oner M. (1984). Elastoplastic stress-strain model, Parameter evaluation and predictions for sand. Proceedings of the International Work-shop on Constitutive relations for Soils, A.A. Balkema, Rotterdam.

Laloui L., Vulliet L. y Gruaz G. (1995). Influence de la succion sur le comportement mécanique dún limon sableux. Unsaturated Soils, **1**, 133-138. Balkema, Rotterdam.

Laloui L. y Nuth M. (2005). An introduction to the constitutive modelling of unsaturated soils. Revue Europeeme de Génie Civil, **9(5-6),** 651-669

Laloui L. y Nuth M. (2008). Effective stress concept in unsaturated soils: Clarification and validation of a unified framework. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 2008; **32,** 771–801.

Lambe T. W., Whitman R.V. (1972). *Mecánica de los Suelos*. Ed. Limusa-Wiley SA, 33-54. Mexico.

Larionov, L.K. (1968). Nature of the collapsibility of loessial soils**.** Research methods of soil structures**.**

Lee H. C. y Wray W. K. (1995). Techniques to evaluate soil suction- A vital unsaturated soil water variable". *Unsaturated Soils*, **2**, 615-621. Balkema-Rotterdam

Leppin C. y Wriggers P. (1997). Numerical simulation of the behavior of cohesioless soil", Computational Plasticity, Fundamentals and Applications, 1711-1715. CIMNE, Barcelona.

Li J, Cameron DA. (1995). Finite element analysis of deep beams in expansive clays. Proceedings of the 1st International Conference on Unsaturated Soils, **2**, 1109–1115.Balkema, Rotterdam.

Lloret A. y Alonso E.E. (1980). Consolidation of unsaturated soils including swelling collapse behaviour. Geotechnique*,* **30**, 449-447.

Lloret A. y Alonso E.E. (1985). State surface for partially saturated soils. Proceeding 11th Int. Conf.Soil Mech. Foundation Engineering. San Francisco, **2**, 557-562.

Lloret A. y Khalili N. (2000). A three-phase model for unsaturated soils. *Int. J. Numerical Analy. Meth. Geomechanics*, **24**, 893-927.

Lu N. y Likos W.J. (2006). Suction stress characteristic curves for unsaturated soil. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1090, 131-142.

Lu N., Wayllace A., Carrera J. y Likos W.J. (2006). Constant flow method for concurrently measuring soil-water characteristic curve and hydraulic conductivity function. Geotechnical Testing Journal, **29 (3),** 230-241.

Macari E., Hoyos L. y Arduino P. (2003). Constitutive modelling of unsaturated soil behaviour under axisymmetric stress states using a stress/suction controlled cubical cell test. *International Journal of Plasticity*, **19**, 1481-1515.

Macari E. S., Weihe S. y Arduino P. (1997). Implicit integration of elastoplastic constitutive models for frictional materials with highly non-linear hardening functions. Mechanics of Cohesive-frictional Materials, **2** (1), 1-29.

Malvern L. E. (1969). *Introduction to the Mechanics of a Continuous Media*. Prentice –Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Matyas E. L. (1963). *Compressibility and shear strength of compacted soils*. Ph. D. Thesis, Univ. Londres.

Matyas E. L. y Radhakrishna H.S. (1968). Volume changes characteristics of partially saturated Solis. Géotechnique, **18***,* 432-448.

Maxwell, J. (1873). *A Treatise in Electricity and Magnetism*. Oxford.

Miranda A.N., Menescal R.A. y Silva Filho. (1995). UNSTRUCT- A finite element method program for unsaturated soils. Unsaturated Soil, **2**, 1023-1038. Balkema, Rotterdam.

Mitchel J. K. (1993). *Fundamentals of Soil Behavior*. John Wiley & Sons.

Modaressi A. y Abour-Bekr N. (1994.) A unified approach to model the behaviour of saturated and unsaturated soils. Computer Methods and Advances in Geomechanics, 1507-1513. Balkema, Morgantown.

Mohr O. (1872). Zur Theorie des Erddrucks. Zeitschrift des Architekten und Ingenierurvereines für das Königreich Hannover, 17, 344-372

Mohr O. (1871). Beitrag zur Theorie des Erddrucks. Zeitschrift des Architekten und Ingenierurvereines für das Königreich Hannover, 18, 67-74, 246-248.

Mohr O. (1900). Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den bruch eines materials. Z. Ver. Dt Ing, 44 1524-1530,1572-1577.

Navarro V., Medina L., Elizalde P.A. y Vaunat J. (1998). Rainfall-Induced Fielding and Collapse processes in Unsaturated Slopes. Computational Mechanics, New Trends and Applications, 1-12.

Newland P.L. (1965). The behaviour of soils in terms of two kinds of effective stress. Conf. Eng. Effects of Moisture Changes in Soils. A. & M. Texas, 78-92.

Nuth M. y Laloui L. (2007). Effective stress concept in unsaturated soils: Clarification and validation of a unified framework. Int. Jounal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, **32,** 771-801.

Ogden R.W. (1984). *Non Linear Elastic Deformations*. John Wiley & Sons -1984

Oller Sergio (2001). *Fractura Mecánica, un enfoque global*. CIMNE Barcelona.

Oñate I. de N. (1992). Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos" Centro Internacional de Métodos Numéricos-España.

Ortiz M. y Popov E.P. (1985). Accuracy and stability of integration algorithms forr elastoplastic constitutive relations. Int. J. Numer. Methods Eng., **21**, 1561-1576.

Ortiz M. y Simo J. C. (1986). Analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. Int. J. Numer. Methods Eng., **23**, 353-366.

Ottosen N.S. y Runesson K. (1990). Properties of discontinuous bifurcation solutions in elasto-Plasticity. International Journals of Solids and Structures, **27**, 401-421.

Ottosen N.S. y Ristinmaa M. (1998). Discontinuous Bifourcations for Non-Associated Plasticity with Non-Smooth Yield Surface. Fourth World Congress on Computational Mechanics, **I**, 506. Argentina.

Park Hyun J. (2005). *Performance and check-out verification testing of a new true triaxial apparatus using partially saturated silty sand*. Tesis Master of Science in Civil Engineering.University of Texas at Arlington. USA.

Parnas J., Etse G. y Schiava R. (2004). Análisis de localización de falla en materiales cohesivos-friccionales. Mecánica Computacional, XXIII-145-158. ENIEF 2004

Peck R.B., Hanson W.E., Thornburn T.H. (1982). *Ingeniería de Cimentaciones.* Ed. Limusa. Mexico.

Pereira J.M., Dubujet P. y Wong H. (2003). Numerical modeling of unsaturated soils in a pressuremeter test. *16th ASCE Engineering Mechanics Conference University of Washington, Seattle. 2003*

Perez Foguet A., Rodriguez Ferran A. y Huerta A. (2000). Key Issues in Computational Mechanics. Ed. CIMNE, 104-111.

Perez Foguet A., Rodriguez Ferran A. y Huerta A. (2001) Consistent tangent matrices for substepping schemes· Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. **190**, 35-36, 4627-4647.

Peric D. (1990). *Localized deformation and failure analysis of pressure sensitive granular materials*. Ph.D. Thesis. University of Colorado at Boulder.

Peternsen C. S. y Leanza A. F. (1975). *Elementos de Geología Aplicada*. 211-213. Nigar SRL, Buenos Aires.

Philip J.R. y Smiles D.E. (1969). Kinetics of sorption and change volume in 3 component system. Australian Journal Soil Research, **7**, 1-19.

Pietruszczak S. T. y Mro´z Z. (1981). Finite element analysis of deformation of strain-softening materials. *Int. J. Numer. Methods Eng.,* **17**, 327–334.

Porras Ortiz O.F. (2004). *Small and large strain monitoring of unsaturated Soil behaviour by means of multiaxial testing and shear wave propagation*. Thesis Doctoral Philosophy, Department of Civil and Environmental Engineering, Louisiana State University.

Pramono E. y Willam K. (1989). Fracture energy based plasticity formulation of plain concrete. Journal of Engineering Mechanics, **115 (6),** 1183-1204.

Prashant A. y Penemadu D. (2004) Influence of specimen shape and test boundary conditions on the stress-strain behaviour of soil. Department of Civil and Environmental Engineering,University of Tennessee, Knoxville, TN 37996, USA

Puppala A.J., Punthutaecha K. y Vanapalli S.K. (2006) Soil-water characteristic curve of stabilized expansive soils. Jounal of Geotechnical and Geoenviromental Engineering, **132**(6), 736-751. ASCE

Rankine Macquorn W.J. (1856). On the mathematical theory of the stability of earthwork and masonry. Proceeding of the Royal Society of London, 8, 60-61.

Richards BG. (1992). Modelling interactive load-deformation and flow processes in soils, including unsaturated and swelling soils. Proceedings of the 6th Asut-NZ Conference on Geomechanics, 18–37.Christchurch, New Zealand.

Richards B.G. (1995). Numerical analyses and coupling. Unsaturated Soils, **3,** 1381-1389. Balkema-Rotterdam.

Richards B.G., Gräsle W., Baumgardtl T. y Horn R (1995). The role of stress on the behaviour of unsaturated soils. Unsaturated Soils, **2**, 785-790. Balkema, Rotterdam.

Grasle W., Baumgartl T. y Richards B.G. (1995). Interaction between soil mechanical properties of structured soils and hydraulic process-Theoretical fundamentals of a model. Unsaturated Soils, (2), 719-724, Balkema-Rotterdam.

Röhm S. A. y Vilar O. M. (1995). Shear strength of an unsaturated sandy soil. Unsaturated Soils, **I**, 189-194. Balkema, Rotterdam.

Roscoe H. H y Burland J.B. (1968). On the generalized stress-strain behaviour of "wet" clay . Engineering Plasticity (Eds. Heyman and Leckie), 535-609, Cambridge University Press.

Roscoe K.H. (1970). The influence of strains in soil mechanics, 10th Rankine Lecture, Geotechnique, **20 (2),** 129-170.

Rudnicki J. W. (1977). The inception of faulting in a rock mass with a weakened zone.' *J. Geophys. Res.,* **82 (5)**, 844–854.

Rudnicki J.W. y Rice J.R. (1975) Conditions for the localization of deformation in pressure sensitive dilatant materials J. Mech. Phys. Solids, **23** , 371-394.

Runneson K., Samuelsson A. y Bernspang L. (1986). Numerical Technique in Plasticity Including Solution Advancement Control. Int. J. Num. Meth. Engng. **22**, 769-788.

Runesson K. (1987). Implicit integration of Elasto-Plastic relation with reference to soil. Int. Journal for Numerical and Anal. Methods Geomech., **11**, 315-321.

Runesson, K. (1994). Constitutive theory and computational technique for dissipative materials, with emphasis on Plasticity, Viscopasticity and Damage. Int. J. Numeric Anal. Methods Geomech.

Sanchez P., Sonzogni V., Hueste A. (2004). Elemento Finito Estabilizado con Discontinuidades Fuertes Embebidas para Elasticidad Isocórica. Mecánica Computacional, XXIII, 773-793.

Santamarta J. R. (2001). *Un modelo de deformabilidad para suelos no saturados.* Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid.

Scarpelli G. y Woods D.M. (1982) Experimental observations of shear band patterns in direct shear tests, in: Proceedings IUTAM. Conference on Deformation and Failure of Granular Materials, Delft, Balkema Publ., Rotterdam, 473-484.

Schiava R. y Etse G. (1999). Modelo elastoplástico para medios cohesivos friccionales parcialmente saturados. 6° Congreso de Mecánica Computacional Mendoza, Argentina.

Schiava R. (2001). *Modelación constitutiva elastoplástica para medios cohesivos friccionales parcialmente saturados*. Tesis de Magister, Universidad Nacional de Santiago del Estero.

Schiava R. y Etse G. (2002). Elastoplastic constitutive theory for partial saturated soils. QUANSE 2002. International Congress on Quality Assessment of Numerical Simulations in Enginnering. Concepción. Chile. 2002

Schiava R y Etse G. (2003). Análisis de Localización en suelos Parcialmente Saturados. Mecánica Computacional. Vol. XXII, .2248-2260.

Schiava R. y Etse G. (2004). Simulación de ensayos empleando el modelo MRS Lade extendido a suelos parcialmente saturados. Mecánica Computacional. Vol. XXIII, 795-809.

Schiava R. y Etse G. (2005). Análisis de falla en suelos Parcialmente Saturados. Mecánica Computacional. Vol. XXIV, 567-582.

Schiava R. y Etse G. (2006). Constitutive Modelling and Discontinuous Bifurcation Assessment in Unsaturated Soils. Journal of Applied Mechanics. ASME. **73 (6)**, 1039-1044.

Schiava R. y Etse G., Urtubey E. y Fares V. (2006). Simulación de Falla de Taludes en ríos de lanura. Mecánica Computacional. Vol. XXV, 299-314.

Schiava R. y Etse G. (2007). Influencia del tercer Invariante en la respuesta del modelo extendido de MRS Lade. Mecánica Computacional. Vol. XXVI, 1514-1525.

Schiava R. y Etse G. (2008). Formulación constitutiva y validación numérica del comportamiento mecánico de suelos no saturados". Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. RIMNI, **24 (1),**49-65.

Schiava R. y Etse G. (2008). Analisis of Failure in Partially Saturated Soils. 8th. World Congress on Computational Mechanics (WCCM8). MS029, 64, Venecia, Italia.

Schrefler B. y Bolzon G.(1997). Compaction in gas reservoirs due to capillary effects. Computational Plasticity, Section Plasticity approaches geotechnics, CIMNE, 1625-1630.

Schrefler B. y Zhan X. (1993). A fully coupled model for water flow and air flow indeformable porous media. Water Resources Research, **29,** 155-167.

Schrefler B.A. (2001). Computer modelling in environmental geomechanics.

Computers & Structures, **79**, 2209-2223.

Schrefler B.A. y Pesavento F. (2004). Multiphase flow in deforming porous material. Computers and Geotechincs, **31**, 237-250..

Sheng D., Smith D., Sloan S. y Gens A. (2003, a). Finite Element Formulation and algorithms for unsaturated soils. Part I: Theory. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics.* **27(9),** 745-765. 2003

Sheng D., Smith D., Sloan S. y Gens A. (2003, b). Finite Element Formulation and algorithms for unsaturated soils. Part II: Verification and application. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics.* **27(9),** 775-795.

Sheng D., Sloan S. y Gens A. (2004). A constitutive model for unsaturated soils: thermomechanical and computational aspects. Computational Mechanics **33(6),** 453-465.

Shimada K., Fuji H. y Nishimura S (1995). Stability analysis of unsaturated slopes considering changes of matric suction. *Unsaturated Soils*, **I**, Balkema Rotterdam, 293-299.

Simo J.C. y Taylor R.L. (1985). Consistent Tangents Operators for Rate-Independent Elastoplasticity, *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng*., **48**, 101-118. 1985

Simo J.C., Kennedy J.C., Govindjee S. y Huges T.J. (1987). Unconditionally Convergent Algorithms for Non-smooth Multisurface Plasticity amenable to Exact Linearizations. Advances in Inelastic Analysis, AMD, (Ed: Nakazawa, S., Willan K., Rebelo), **88**, 87-96.

Simo J.C. y Rifai M.S. (1990). A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible modes. Int. J. Numer. Methods Engrg. **29,** 1595-1638.

Simo J.C., Oliver J. y Armero F. (1993). An analysis of strong discontinuities induced by strain-softening in rate-independent inelastic solids, Comput. Mech. **12** , 277-296.

Simoni L. y Schrefler B. A. (2001). Parameter identification for a suction-dependent plasticity model. International Journal for Numerical and Analytical methods in Geomechanics, J. Wiley & Sons. **25**, N. 3, 273-288. USA.

Sivakumar V. (1993). A Critical State Framework for Unsaturated Soils. PhD. dissertation, University of Sheffield, England, 236.

Sivakumar V. y Doran I.G. (2000). Yielding Characteristics of unsaturated compacted soils. Mechanics of Cohesive Friccional Materials, 291-303.

Sloan S. W. (1987). Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress–strain relations. International Journal for Numerical Methods in Engineering, **24**, 893–911.

Sobh N.A., Sabban S.S., Sture S. y Willam K. (1990). Failure diagnostics of elasto-plastic operators. NUMETA`90, Conf Proceed. Eds L.Pande y J. Middleton, Swansea.

Spierenburg S. E. J., van Esch J.M. y Koehorst B.A. N. (1995). Slope stability during infiltration. Unsaturated Soils, **I**, 309-314. Balkema, Rotterdam.

Stefan J. (1872). Über die dynamische theorie der Diffusion der Gase. Kaiserliche Akademie der Wissenschaften in Wien, Abteilung IIa 64e, 323-363.

Sture S., Alawi M. y Ko H. (1988). True Triaxial And Directional Shear Cell Experiments in Dry Sand, Cintract Report GL-88-1 Us Army Corps of Engineers.

Sture S., Runesson R. y Macari E. (1989). Analysis and calibration of a three invariant plasticity model for granular materials*.* Ingenieur Archive, **59**, 253-266.

Taylor R.L. (2000). *A Finite Element Analisis Program-FEAP, V.7.3*. Theory Manual, University of California at Berkeley. Berkeley. California.

Terzaghi K. (1923). Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungerscherinungen. Sitzungsbeichte der Akademie der Wisseschaften in Wien, Abteilung IIa, 132, (No ¾), 125-138.

Terzaghi K. y Peck B. R. (1948). *Soil Mechanics in Engineering Practice*. John Wiley & Sons. Inc. New York.

Thomas T*. Plastic Flow and Fracture in Solids*. Academics Press. New York. 1961.

Thomas H.R. y He Y. (1997). Computational modelling the behaviour of unsaturated soil using an elasto-plastic approach. Computational Plasticity Fundamentals and Applications. CIMNE, 1737-1744.

Tindall J. A. y Kundell J. R. (1999). *Unsaturated Zone Hydrology for Scientists and Engineers.* Prentice-Hall.

Tschbotarioff G.P. (1972). *Mecánica del suelo*. Ed. Aguilar. Madrid.

Tresca H. (1864). Mémori sur lècoulement des corps solides soumis á de fortes pressions. Comptes Rendus Acad. Sci., **59,** 754-758. Paris.

Truesdell C. y Toupin R. (1956). The classical field theories of mechanics. *Fluegge's Handbuch der Physik, Eds. Springer-Verlag*, **III/1.**

Truesdell, C. (1984). *Thermodynamics of diffusion*, Truesdell, C. eds., Rational

Thermodynamics, second ed., Springer-Verlag, NewYork, 219–236.

Valanis K.Z. (1985). On the uniqueness of solution of the inicial value problem in softening materials. Jounal of Applied Mechanics, **32**, 649-653.

Vaunat J, Cante J. C., Ledesma A y Gens A. (2000). A stress point algorithm for an elastoplastic model in unsaturated soils. International Journal of Plasticity, **16,**121–141.

van Genuchten, M. Th. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **44**, pp. 892-899.

Vinale F., d'Onofrio A., Mancuso C., Santucci de Magistris F., y Tatsuoka F. (2001). The Pre-failure Behavior of Soils as Construction Materials. Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials. Edited by M. Jamiolkowski, R. Lancellotta and D. LoPreti. Swets & Zeitlinger, Lisse, 955-1007.

Weihe S. (1989). *Implicit integration schemes for multi-surface yield criteria subjeted to hardening/softening behavior.* Master´s Thesis. University of Colorado at Boulder.

Willam K. y Sobh N. (1975). Bifurcation nalysis of tangencial material operators. Int. Conf. on Num. Methods in Eng. Theory and Aplicattion. Eds. Pande G and Middleton J. Swansea U.K.

Willam K. y Warnke E. (1975). Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete. Int.Assoc. Bridge Struct. Engrg. Proc., **19**,1-30.

Willam K. y Etse G. (1990). Failure assessment of the extended Leon model for plain concrete. In *SCI-C Conf., Zell and See, Austria*, **II**, 851–870. Pineridge Press Swansea, UK.

Wheeler S.J. y Karube D. (1995). Constitutive modelling. Unsaturated Soils, **3**. Balkema, Rotterdam.

Wheeler S.J. y Sivakumar V. (1995). An elastoplastic critical state framework for unsaturated soil" *Géotechnique*, **45**, 35-53.

Wilkins M.L. (1964). Calculation of elastic-plastic Flow. Methods of Computational Physics 3, (Eds. Alder et al.). Academics Press, New York.

Winterkorn H.F. y Fang H. Y. (1975). *Foundation engineering handbook*, van Nostrand Reinhold.

Wissmann JW y Hauck C. (1983). Efficient elasto-plastic finite element analysis with higher order stress point algorithms. Computers and Structures, **17**, 89–95.

Xie D.Y., Liu F.Y., Han X.L. y Wu L.Y. (1995). A new type of triaxial apparatus for unsaturated soils. Unsaturated Soils, 3, 1551-1558. Balkema-Rotterdam.

Yang Z., Elgamal A. y Parra E (2003). A Computational Model for cyclic mobility and associated shear deformation. *J. Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **129(12),** 1119-1127.

Yang Z. y Elgamal A. (2004). A Multi-surface plasticity sand model including the Lode angle effect. Engineering Mechanics Conf..Newark.

Zhang H. W. and Schrefler B. A. (2001). Uniqueness and Localization analysis of elastic-plastic saturated porous media. International Journal for Numerical and Analytical methods in Geomechanics, J. Wiley & Sons. **25**(1), 29-48. USA.

Zhang H. W., Heeres O.M., de Borst R y Schrefler B. A. (2001). Implicit integration of a generalized plasticity constitutive model for partially saturated soil. Engineering Computations , **18,** 314–336.

Zienkiewicz O.C., Chan A.H.C., Pastor M., Schefler B.A. y Shiomi T. (1999) Computacional Geomechanics with special Referente to Eartquake Engineering. John Wiley & Sons. USA.

Zienkiewicz O.C.y Taylor R.L. (1994). *El método de los Elementos Finitos. Mecánica de sólidos y Fluidos. Dinámica y no Linealidad.* McGraw - Hill, **2**. CIMNE, Barcelona, España.

Zerhouni M.I. (1991) *Role de la pression intersttitillé négative dans le comportement des sols, aplocation au calcul des routes.* Pd.D. Thesis, Ecole Centrale Paris.

ANEXO A

ELASTOPLASTICIDAD-FORMULACION GENERAL

A.1 Formulación General de la Plasticidad

En varios modelos elastoplásticos, tales como los de Tresca, Mohr-Coulomb y los criterios de fluencia con superficies de cono-capa, dichas superficies límites están definidas por curvas muy tendidas. Cada superficie convexa de función de fluencia $F_i\ \{\sigma,\kappa\}$ es tratada como una superficie que depende de un conjunto de variables de endurecimiento - ablandamiento κ , donde κ no es un tensor pero representa un arreglo de variables que indica una medida del trabajo plástico ó la deformación plástica desarrollada y σ es el tensor de tensiones de Cauchy.

La Figura A.1 muestra la intersección del conjunto de esfuerzos definidos por $\mathrm{F_i}\left\{\boldsymbol{\sigma},\kappa\right\}\leq 0$ que define el conjunto convexo $B\ \{\kappa\}$ de tensiones plásticamente admisibles

$$\boldsymbol{B}_{\lambda}\left\{\kappa,\varepsilon\right\}=\left\{\sigma \mid \quad \boldsymbol{F}_i\left\{\sigma,\kappa\right\}\leq 0 \qquad , \quad \boldsymbol{i}=1,2,...,\boldsymbol{M}\right\} \tag{A.1}$$

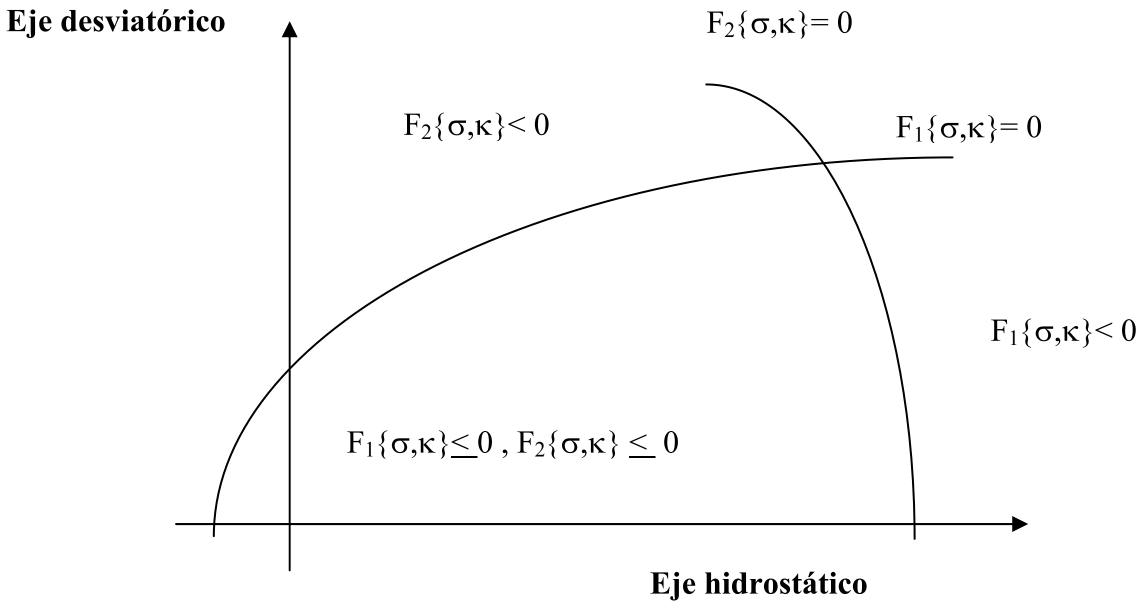


Figura A.1. Conjunto B de tensiones plásticamente admisibles σ

De acuerdo con el criterio de carga y descarga de Kuhn Tucker, las condiciones que deben cumplir los procesos elastoplásticos son

$$\dot{\lambda}_i \geq 0 \; ; \qquad \mathrm{F_i} \; \dot{\lambda}_i = 0 \qquad ; \; \mathrm{F}_i \leq 0 \tag{A.2}$$

Considerando el espacio

$$B_\lambda \{\kappa, \varepsilon\} = \{\sigma \mid \; F_i \{\sigma, \kappa\} \leq 0 \qquad si \qquad \lambda_i \{\varepsilon\} > 0, \quad i = 1,2,...,M\} \tag{A.3}$$

donde los valores de los parámetros λ_i , i = 1,2 ...,M definen la superficie que se encuentra activa.

La carga plástica ocurre cuando $\lambda_i > 0$ y que para el caso de que F = 0 corresponde directamente la condición de carga:

$$\mathbf{n} : \boldsymbol{\sigma} \; = \mathbf{n} : \mathbf{E}^{e} : \boldsymbol{\varepsilon} > 0 \tag{A.4}$$

donde $\boldsymbol{\sigma} \; = \boldsymbol{E}^{e} : \boldsymbol{\varepsilon}$ es la tasa de tensiones elásticas y $\mathbf{n} = \partial \mathrm{F} / \partial \boldsymbol{\sigma}$ es el gradiente a la superficie de fluencia.

Entonces la ecuación (A.4) resulta para comportamiento elastoplástico con evolución de la superficie de fluencia como

$$\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \boldsymbol{\sigma} > 0 \tag{A.5}$$

La regla de fluencia se formula en términos del espacio de las subdiferenciales $\partial \mathrm{F}_\lambda$, representando un conjunto de normales admisibles a las superficies de falla [22].

$$\partial \mathrm{F}_\lambda \{\sigma, \kappa, \varepsilon\} = \{\varepsilon^p \mid (\sigma - \sigma^*) : \varepsilon^p \geq 0 , \quad \forall \, \sigma^* \in \boldsymbol{B}_\lambda \{\kappa, \varepsilon\}\} \tag{A.6}$$

Las relaciones constitutivas para un amplio rango de materiales elastoplásticos se expresan en general

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{e} + \boldsymbol{\varepsilon}^{p} \tag{A.7}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{e} + \boldsymbol{\varepsilon}^{p} \tag{A.8}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}^{e} : \boldsymbol{\varepsilon}^{e} = \mathbf{E}^{e} : \left(\boldsymbol{\varepsilon} \; - \boldsymbol{\varepsilon}^{p}\right) \tag{A.9}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{p} = \lambda \; \mathbf{m} \tag{A.10}$$

$$\dot{\kappa} = h(\varepsilon^{p}) \tag{A.11}$$

con ε, ε^{e} , ε^{p} los tensores de deformaciones total, elástico y plástico respectivamente.

La normal a la superficie de fluencia es $\mathbf{n} = \partial \mathrm{F} / \partial \boldsymbol{\sigma}$ y el gradiente de potencial plástico $\mathbf{m} = \partial \mathrm{Q} / \partial \sigma$, siendo *Q* la función de potencial plástico.

La ecuación (A.7) expresa la comúnmente admitida descomposición del tensor de tensiones en sus componentes elásticas y plásticas y la ec. (A.9) la ley de Hooke generalizada.

La ecuación (A.10) expresa en general una regla de fluencia no asociada para las deformaciones plásticas y la (3.11) un conjunto de leyes de endurecimiento que gobiernan la evolución de las variables plásticas.

Para flujo no asociado existe el tensor de transformación A, tal que

$$\mathbf{m}^{\sigma} = \mathbf{A}^{-1} : \mathbf{n}^{\sigma} \tag{A.12}$$

Si la regla de fluencia es asociada para la tasa de las deformaciones plásticas $\dot{\varepsilon}_{\mathrm{p}}$ será $\mathbf{A} = \mathbf{I}$, donde $\mathbf{I}$ es el tensor identidad de cuarto orden [Etse y Willam (1996)].

Por lo tanto la ecuación (A.6) se puede expresar de una manera más conveniente como

$$\left\{ \left(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^{*} \right) : \mathbf{A} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{p}} \geq 0 , \quad \forall \, \boldsymbol{\sigma}^{*} \in \boldsymbol{B}_{\lambda} \left\{ \kappa, \boldsymbol{\varepsilon} \right\} \right\} \tag{A.13}$$

El parámetro de consistencia plástica $\dot{\lambda}$ se determina por medio del criterio de carga y descarga de Kuhn –Tucker

$$\mathrm{F_i} \left\{ \boldsymbol{\sigma}, \kappa \right\} \leq 0 \tag{A.14}$$

$$\dot{\lambda} \geq 0 \tag{A.15}$$

$$\mathrm{F} \, \dot{\lambda} \quad = 0 \tag{A.16}$$

En las ecuaciones anteriores $\mathrm{F_i} \left\{ \boldsymbol{\sigma}, \kappa \right\} \leq 0$ denota la función de fluencia del material y la (A.14) caracteriza el dominio elástico, que es presumiblemente convexo.

A lo largo del proceso de carga las condiciones (A.14), (A.15) y (A.16) deben cumplirse simultáneamente.

Para $\mathrm{F_i} \left\{ \boldsymbol{\sigma}, \kappa \right\} < 0$, considerando la (A.16) implica $\dot{\lambda} = 0 \ \rightarrow \dot{\varepsilon}^{p} = 0$ o sea comportamiento elástico.

Si

$\dot{\lambda} > 0 \quad \rightarrow \ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{p}} \neq 0 \quad \rightarrow \ \dot{\lambda} \ \mathrm{F} = 0 \quad \rightarrow \ \mathrm{F} = 0$ carga plástica

(A.17)

En el proceso de carga plástica la condición de consistencia plástica se obtiene de la forma

$$\dot{F}=\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\dot{\boldsymbol{\sigma}}+\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \kappa}\dot{\kappa}=\boldsymbol{n}\;\dot{\boldsymbol{\sigma}}\;+\xi\;\dot{\kappa}=0 \qquad \text{(A.18)}$$

Ecuación que tiene el efecto del confinamiento de la trayectoria de tensiones en la superficie de fluencia y se debe observar que n y ξ son las normales a la superficie de fluencia en el espacio de tensiones y el espacio de variables plásticas respectivamente.

A.2 Técnicas de Integración

Utilizando la regla de fluencia la ecuación (A.9) se la expresa

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}=\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathrm{e}}-\dot{\boldsymbol{\lambda}}\,\boldsymbol{E}^{\mathrm{e}}:\mathbf{m} \qquad \text{(A.19)}$$

donde $\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathrm{e}}$ es el incremento del predictor elástico que se obtiene asumiendo $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathbf{p}}=0$.

Si consideramos un paso *t*, en el paso ${}^{n}t$ se suponen conocidos las deformaciones totales y plásticas y las variables de endurecimiento, tal que

se conozcan para ${}^{n}t$ $\left({}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}\,,\,{}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}\,,{}^{n}\kappa,{}^{n}\boldsymbol{\sigma}\right)$ (A.20)

El problema básico es obtener el conjunto de variables (A.20) para el paso ${}^{n+1}t$ de una manera consistente con las ecuaciones elastoplásticas constitutivas, como se representa en la Figura A.2.

Expresando la solución ${}^{n}\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ en términos del incremento del predictor elástico:

$${}^{n}\hat{\boldsymbol{\sigma}}={}^{n}\boldsymbol{\sigma}+\xi\,\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathrm{e}} \qquad 0\leq\xi\leq 1$$

En el paso ${}^{n+1}t={}^{n}t+\Delta t$ se tendrá

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}=\frac{\left({}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}-{}^{n}\boldsymbol{\sigma}\right)}{\Delta \boldsymbol{t}} \qquad \text{(A.21)}$$

y la tasa del predictor elástico es

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathrm{e}}=\frac{\left({}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{e}}-{}^{n}\boldsymbol{\sigma}\right)}{\Delta \boldsymbol{t}} \qquad \text{(A.22)}$$

donde se define

$${}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{e}}={}^{n}\boldsymbol{\sigma}+\Delta \boldsymbol{t}\,\mathbf{E}^{\mathrm{e}}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \qquad ; \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathbf{p}}=0 \qquad \text{(A.23)}$$

Substituyendo (A.22) y (A.23) en la (A.19) resulta

$$^{n+1}\boldsymbol{\sigma} = {}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{e}} - \lambda\, \Delta \boldsymbol{t} \quad {}^{n+1}\mathbf{D}^{\mathrm{e}} : \mathbf{m}^{*} \tag{A.24}$$

Y siendo

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{p} = \lambda \;\; \mathbf{m}^{*} \qquad ; \quad \lambda \equiv \Delta\lambda \tag{A.25}$$

Con m^* gradiente de la función de potencial plástico que depende del esquema de integración a usarse.

La representación discreta de la ley de endurecimiento resulta

$$^{n+1}\kappa = {}^{n}\kappa \; + \Delta t \; \Delta\kappa \qquad ; \;\; \Delta\kappa = \lambda \; h(m^{*}) = \lambda \;\; {}^{n+1}h \tag{A.26}$$

Finalmente el criterio de carga descarga se puede expresar

$$^{n+1}\boldsymbol{\sigma}^{e} \;\notin\; \boldsymbol{B_n} \quad \lambda > 0 \,, \; {}^{n+1}\boldsymbol{F} = 0 \qquad \text{(plástico)} \tag{A.27}$$

$$^{n+1}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{e}} \;\in\; \boldsymbol{B_n} \quad \lambda = 0 \,, \; {}^{n+1}\boldsymbol{F} < 0 \qquad \text{(elástico)}$$

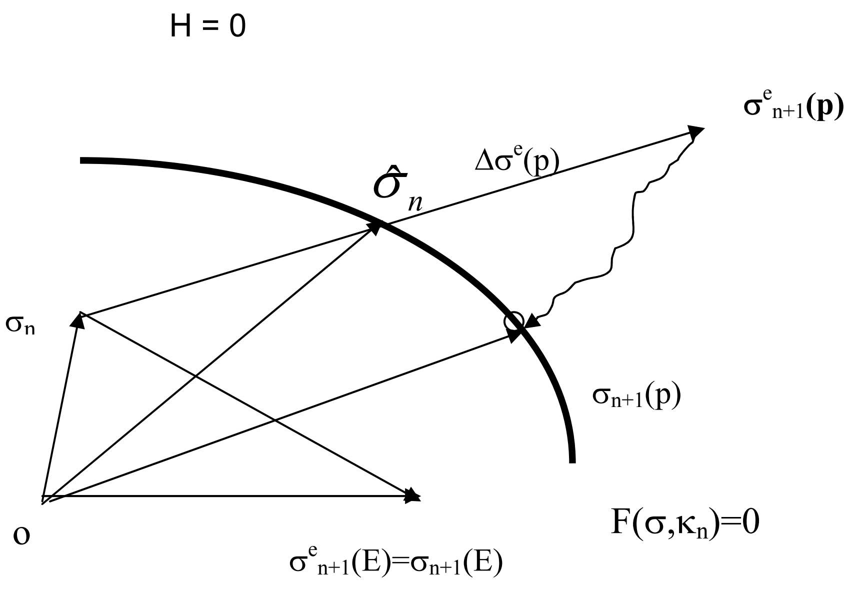


Figura A.2. Interpretación geométrica del problema de integración.

Donde B_n representa el conjunto de tensiones plásticamente admisibles.

Considerando las ecuaciones (A.24), (A.26) y (A.27) y omitiendo el factor de tiempo ficticio, la forma incremental de las ecuaciones constitutivas resulta

$$^{n+1}\boldsymbol{\sigma} = {}^{n+1}\boldsymbol{\sigma}^{e} - \lambda \quad {}^{n+1}\mathbf{E}^{\mathrm{e}} : \mathbf{m}^{*}$$

$$^{n+1}\kappa = {}^{n}\kappa \; + \; \Delta\kappa \quad = {}^{n}\kappa + \lambda \; h(m^{*}) \tag{A.28}$$

$$\dot{\lambda} \geq 0 \ ; \qquad {}^{n+1}\mathrm{F}\left(\boldsymbol{\sigma}, \kappa\right)\dot{\lambda} = 0 \qquad ; \ \mathrm{F}\left(\boldsymbol{\sigma}, \kappa\right) \leq 0$$

Los algoritmos empleados para la integración numérica de las ecuaciones (A.28) se pueden agrupar en dos categorías: unos basados en técnica explícita y otros en implícita.

A.2.1 Algoritmo de Regla del Punto medio.

El problema computacional que se plantea en elastoplasticidad es la formulación de un algoritmo que sea eficiente y preciso en la integración de las ecuaciones constitutivas. En el contexto de un análisis mediante elementos finitos empleando elementos isoparamétricos, la integración de las ecuaciones constitutivas se realiza en los puntos de Gauss. En cada paso el incremento de la deformación es prescripto ó conocido y se debe obtener las variables de estado y las tensiones. De acuerdo con Ortiz y Popov (1985), un algoritmo aceptable debe cumplir

- Consistencia con la integración de las ecuaciones constitutivas ó primer orden de aproximación.
- Estabilidad numérica
- Consistencia plástica incremental
- Además es deseable que tenga un elevado orden de precisión.

Las dos primeras condiciones son necesarias para lograr la convergencia de la solucion numérica para un incremento pequeño.

Una clase de algoritimos que satisfacen las condiciones mencionadas anteriormente son los denominados Regla Generalizada de Medio Punto.

$$^{n+1}\sigma_{ij} = E_{ijkl}\left({}^{n+1}\varepsilon_{kl} - {}^{n+1}\varepsilon^{p}{}_{kl}\right) \tag{A.29}$$

$$^{n+1}\varepsilon_{ij}^{p} = {}^{n}\varepsilon_{ij}^{p} + \lambda\ {}^{n+\alpha}m_{ij} \tag{A.30}$$

$$^{n+1}q_{*} = {}^{n}q_{*} + \lambda\ {}^{n+\alpha}h_{*} \tag{A.31}$$

$$\boldsymbol{F}_{n+1} = 0 \tag{A.32}$$

Con

$$^{n+\alpha}m_{ij} = m_{ij}\left[(1-\alpha)\,{}^{n}\sigma_{ij} + \alpha\left({}^{n+1}\sigma_{ij}\right), (1-\alpha)\,{}^{n}q_{*} + \alpha\left({}^{n+1}q_{*}\right)\right] \tag{A.33}$$

$$^{n+\alpha}h_{*} = h_{*}\left[(1-\alpha)\,{}^{n}\sigma_{ij} + \alpha\left({}^{n+1}\sigma_{ij}\right), (1-\alpha)\,{}^{n}q_{*} + \alpha\left({}^{n+1}q_{*}\right)\right] \tag{A.34}$$

De las expresiones anteriores se observa que si $\alpha = 0$ corresponde al enfoque de Forward Euler, en el caso de $\alpha = 1$ Backward Euler y si $\alpha = 1/2$ al esquema de Crack-Nicholson.

Si el método es el explícito tal como el *Forward Euler* , la tensión se calcula de manera hacia delante de un subincremento de deformación, en cambio si el esquema es implícito , como el *Backward Euler*, la tensión al final de cada subincremento se calcula iterativamente satisfaciendo la condición de consistencia .

Básicamente la diferencia entre ambos métodos reside en la elección de m^*. Si se elige m^* en correspondencia con ${}^{n}\hat{\sigma}$ el método es explícito, en cambio si se lo calcula en ${}^{n+1}\sigma$ el método es implícito [Simo y Taylor (1985), Ortiz y Simo (1986)].

Estas técnicas se pueden resumir como:

<u>Métodos Explícitos</u>: Forward Euler y Vermeer Scheme

<u>Métodos Implícitos</u>: Backward Euler method, Generalized Midpoint Rule y Generalized Trapezoidal Rule.

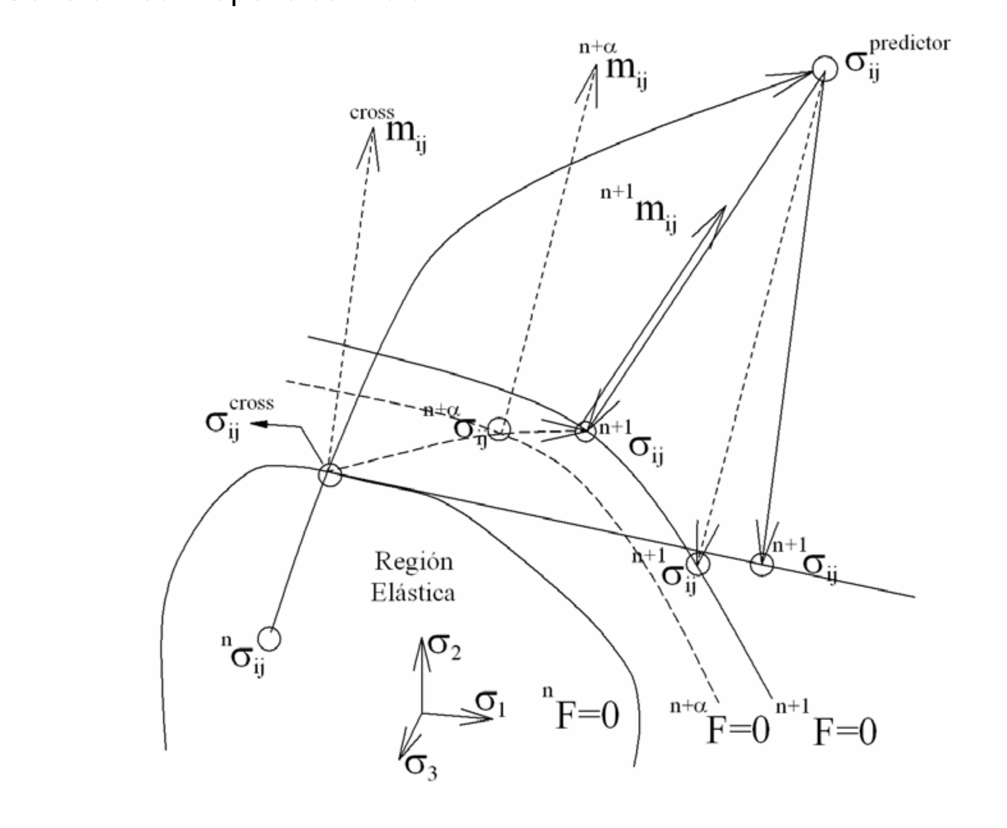


Figura A.3. Interpretación geométrica del problema de integración

El "Método Proyección al Punto más Cercano" (CPPM), es una generalización del método de retorno de Backward Euler para superficies de fluencias convexas arbitrarias. Este fue propuesto por [Simo y Taylor (1985), Ortiz y Simo (1986)] y empleado en modelos para suelos friccionales Weihe (1989) y tipo "cam-clay" [Macari et al. (1997); Macari et al. (2003)].

ANEXO B

IMPLEMENTACION DEL PROBLEMA DE MULTIPLES SUPERFICIES DE FLUENCIA

B.1 INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores, se ha elaborado el algoritmo para el cálculo del estado de tensiones ${}^{n+1}\sigma$, succión ${}^{n+1}s$ y el correspondiente valor de la variable de endurecimiento ${}^{n+1}\kappa$ para el caso genérico de una sola superficie activa $F_i = 0$.

Se pueden presentar problemas cuando el predictor elástico está localizado en la “región gris” abarcada por las direcciones de fluencia a las superficies límites, con una oscilación en el proceso iterativo, que se conoce como “problema de esquina” (Ver Figura B.1).

Para el criterio de múltiples superficies de fluencia más de una superficie pueden ser activadas y es necesario determinar la superficie apropiada mediante las condiciones de Kuhn-Tucker

$$\dot{\lambda}_i \geq 0 \; ; \quad F_i \; \dot{\lambda}_i = 0 \quad ; F_i \leq 0 \tag{B.1}$$

Donde $\dot{\lambda}_i > 0$ indica la superficie que está activa para el estado de tensiones

$$ {}^{n+1}\sigma = {}^{n+1}\sigma\left({}^{n+1}\sigma^e, {}^{n+1}s^e, {}^{n+1}\kappa\right) \quad \forall \lambda_i \geq 0 \tag{B.2}$$

La decisión de activar ó desactivar una superficie de fluencia es esencial en el procedimiento de cálculo de las variables de endurecimiento - ablandamiento ${}^{n+1}\kappa$.

Si se considera que una superficie está activa, cuando se satisface la condición del multiplicador plástico $\dot{\lambda}_i > 0$, después del procedimiento iterativo de convergencia, la solución es aceptada. Ahora si en cambio es $\dot{\lambda}_j < 0$ esa solución es rechazada y la superficie $F_j = 0$ desactivada. El valor de $\dot{\lambda}_i = 0$ implica que $F_i \leq 0$.

La Figura B.2 muestra que la selección de la superficie del conjunto de las activas puede generalmente causar problemas de eficiencia del algoritmo.

El método denominado de Activación Elástica (MAE) fue expuesto por Simo et al. (1985) e implica que solo una de esas superficies está activa y ella es fija.

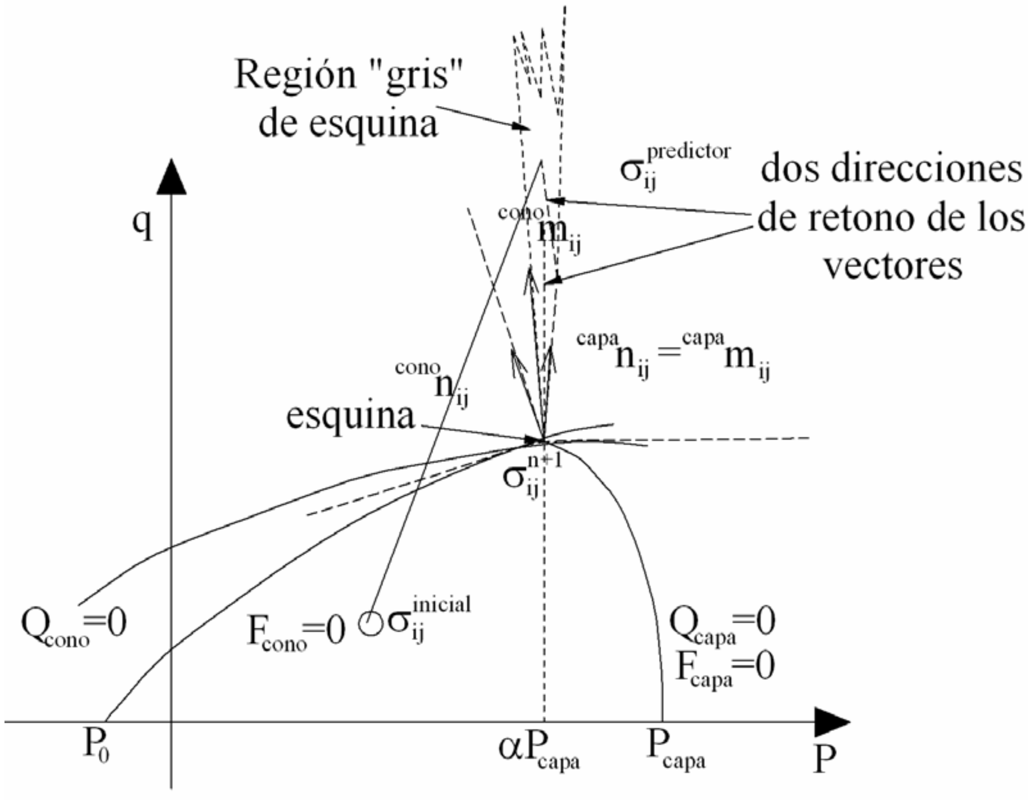


Figura: B.1. Representación del problema de esquina

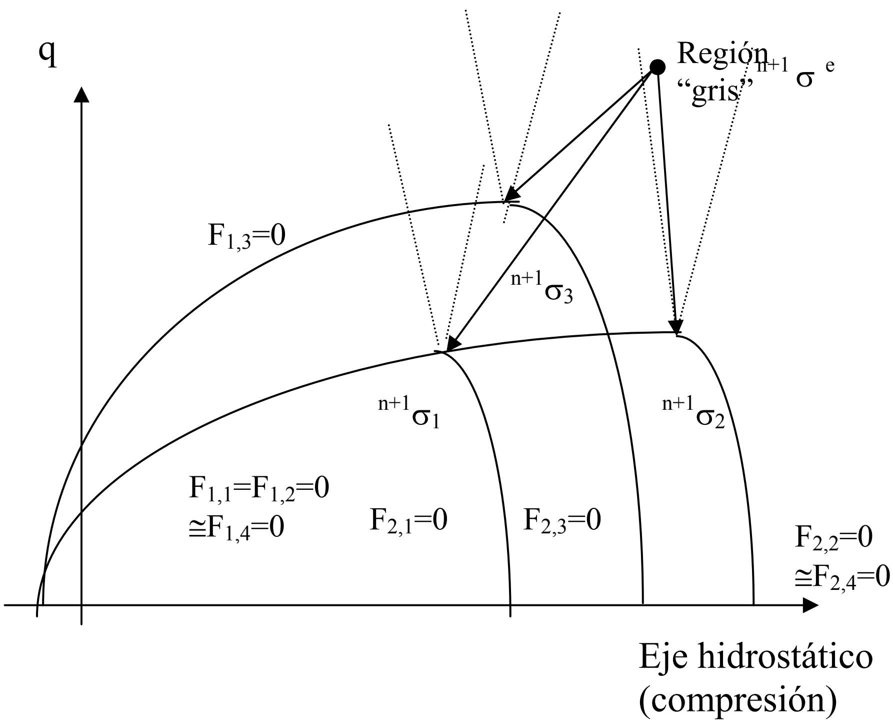


Figura: B.2. Representación del Método de Activación Elástica.

El método de activación elástico implica un cambio de la superficie activa, pero ella se mantiene fija durante el proceso iterativo. Nuevas superficies pueden ser activadas por un cambio de las variables de endurecimiento resultando por lo tanto una nueva posición.

El algoritmo se basa en la elección a priori de un conjunto de superficies activas y se realiza el proceso iterativo de tensiones y variables de endurecimiento hasta la convergencia.

La validez del conjunto inicial de superficies es chequeada y en el caso de que la solución sea rechazada el procedimiento se repite para otro conjunto.

B.2 Resolución del Problema de Esquina para dos Superficies

Cuando se aplica la estrategia de proyección invariante, aparece el problema de resolver el encuentro de las superficies del cono con la de capa. Para un dado valor de $\theta = \theta_c$ se asume que la solución para la esquina es (p_c, q_c) que satisface la condición $F_1 = F_2 = 0$.

En las ecuaciones los multiplicadores plásticos μ_1 y μ_2 se obtienen resolviendo el conjunto de ecuaciones lineales planteadas en la esquina

$$\phi_1 \left(\frac{\partial F_1}{\partial p} + \frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{s}} \right) \mu_1 + \phi_2 \left(\frac{\partial F_2}{\partial p} + \frac{\partial F_2}{\partial \boldsymbol{s}} \right) \mu_2 = p^e - p + \boldsymbol{s}^e - \boldsymbol{s} \tag{B.3}$$

$$\left(\frac{\partial F_1}{\partial q} \right) \mu_1 + \left(\frac{\partial F_2}{\partial q} \right) \mu_2 = q^e \cos(\theta^e - \theta) - q \tag{B.4}$$

La esquina se activa si $\mu_1 > 0$ y $\mu_2 > 0$.

Con los valores calculados de $\lambda_i = \mu_i / 3G$, las variables de endurecimiento ${}^{n+1}\kappa$ se calculan mediante el incremento del trabajo plástico a través de

$$\Delta w_i^p = \lambda_i \left[\frac{1}{1+\beta_i} \left(p \frac{\partial F_i}{\partial p} + \boldsymbol{s} \frac{\partial F_i}{\partial \boldsymbol{s}} \right) + q \left(\frac{\partial F_i}{\partial q} \right) \right] \tag{B.5}$$

Computacionalmente es ventajoso reformular el problema de la iteración para dos superficies $F_1 = 0$ y $F_2 = 0$ en un problema de únicamente una sola superficie $F_1 = 0$.

Esto se hace introduciendo un parámetro escalar *r* que define una dirección de fluencia equivalente

$$\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{p}}\Big|_{eq} = \boldsymbol{r}\,\frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \mathrm{p}}\Big|_{c} + (1-\boldsymbol{r})\frac{\partial \mathrm{F}_2}{\partial \mathrm{p}}\Big|_{c} \tag{B.6}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \boldsymbol{s}}\Big|_{eq} = \boldsymbol{r}\,\frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \boldsymbol{s}}\Big|_{c} + (1-\boldsymbol{r})\frac{\partial \mathrm{F}_2}{\partial \boldsymbol{s}}\Big|_{c} \tag{B.7}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{q}}\Big|_{eq} = \boldsymbol{r}\,\frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \mathrm{q}}\Big|_{c} + (1-\boldsymbol{r})\frac{\partial \mathrm{F}_2}{\partial \mathrm{q}}\Big|_{c} \tag{B.8}$$

donde el incremento del trabajo plástico es usado en el proceso iterativo para obtener $\mathrm{F}_1 = 0$ calculado según (B.5), por lo tanto el estado tensional está defino por

$$^{n+1}\sigma = {}^{n+1}\sigma\left({}^{n+1}\sigma^{e},\ {}^{n+1}\boldsymbol{s}^{e},{}^{n+1}\kappa_{1,r}\right) \tag{B.9}$$

La introducción de la variable r describe el radio que envuelve ó comprende las direcciones de retorno y varía de un extremo de 0 en el que la superficie $\mathrm{F}_2 = 0$ está activa, hasta el valor 1 que indica que solo $\mathrm{F}_1 = 0$ está activa.

En la resolución del problema de esquina se toma como valor inicial $r = 1$.

El tensor elástico ${}^{n+1}\sigma^{e}$ retorna a la superficie $\mathrm{F}_1 = 0$ con gradientes acorde a las ecuaciones (B.6), (B.7), (B.8) y la (B.5) define la porción de la variable de endurecimiento ${}^{n+1}\boldsymbol{w}_i^{p}$ utilizada en la salida de $\mathrm{F}_1 = 0$.

Ahora se debe calcular el trabajo plástico correspondiente a la superficie $\mathrm{F}_2 = 0$ para el punto esquina ${}^{n+1}\sigma$ y en este modelo el cálculo está basado en el incremento de la variable de endurecimiento ${}^{n+1}\kappa_2$

$$\Delta^{n+1}\kappa_2 = \left[\frac{\mathrm{p}+\boldsymbol{s}}{\alpha\,\mathrm{p}_{\mathrm{cap},0}} - 1\right]^{r} - {}^{n}\kappa_2 \tag{B.10}$$

la variación del trabajo plástico será

$$\Delta \boldsymbol{w}_{2.ne}^{p} = \Delta^{n+1}\kappa_2\ \boldsymbol{c}_{cap}\ \mathrm{p_a}\left[\frac{\mathrm{p_a}}{\mathrm{p_c}-\mathrm{p_o}}\right]^{-l} \tag{B.11}$$

El proceso iterativo continúa hasta la convergencia de ${}^{n+1}\boldsymbol{w}_2^{p} = {}^{n+1}\boldsymbol{w}_{2,ne}^{p}$ para la superficie $\mathrm{F}_2 = 0$.

La gráfica del algoritmo utilizado se muestra en la Figura B.3.

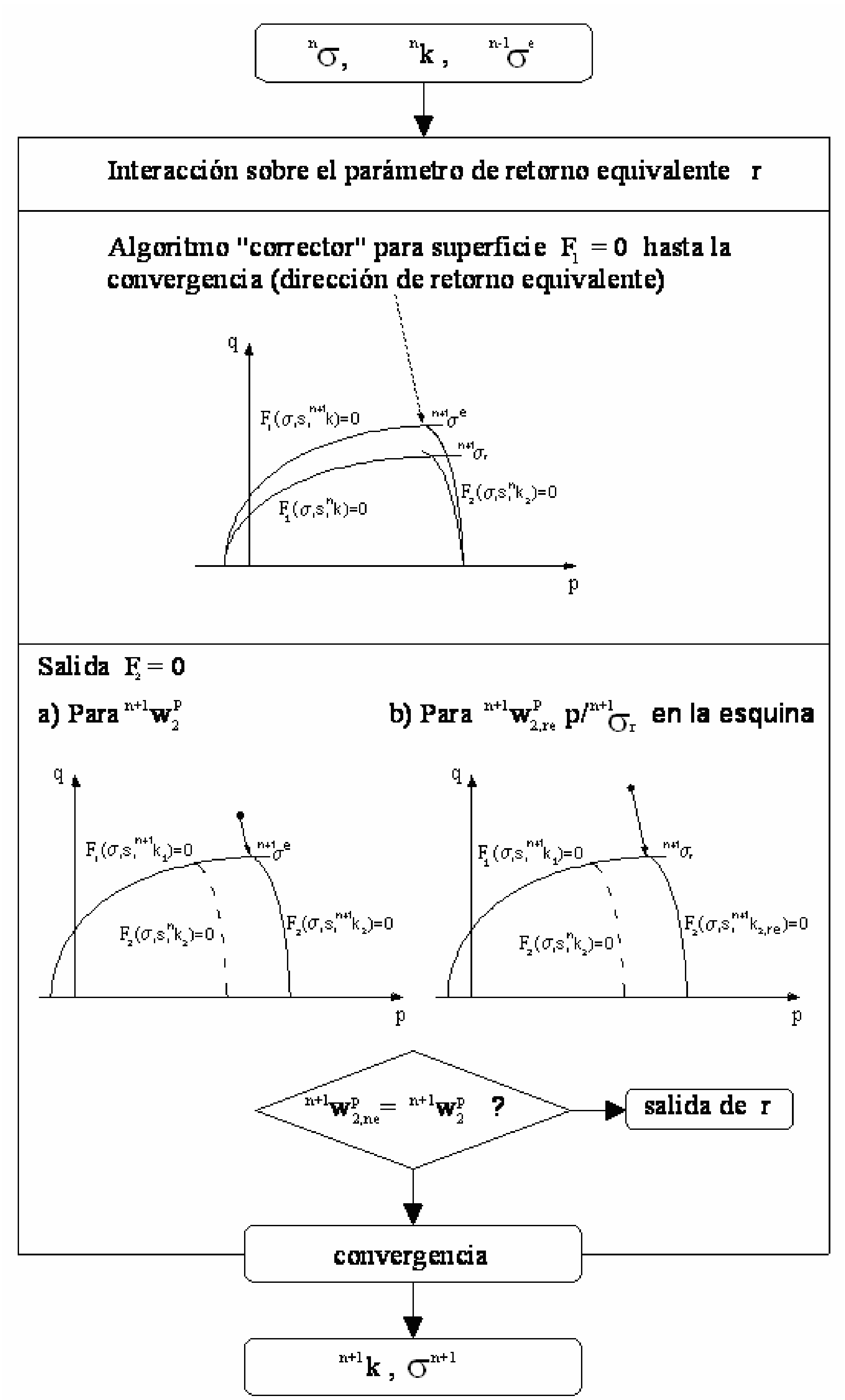


Figura B3. Iteración sobre el parámetro de retorno equivalente

ANEXO C

C.1 FORMULAS GENERALES

En este Apéndice se desarrollan las expresiones más empleadas en la formulación elastoplástica del problema de medios continuos en esta tesis. Se obtienen las derivadas con respecto al tensor de tensiones y la succión de la función de fluencia y por lo tanto la de potencial.
El estado de tensiones se puede representar con los tres invariantes que son

$$p = -\frac{I_1}{3} \qquad q = \sqrt{3 J_{2D}} \qquad cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_{3D}}{\sqrt{(J_{2d})^3}} \tag{C1}$$

$$I_1 = \sigma_{kk} \qquad J_{2D} = \frac{1}{2} s_{ij}\, s_{ij} \qquad J_{3D} = \frac{1}{3} s_{ij}\, s_{jk} s_{ki} \qquad s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} \tag{C.2}$$

Primera derivada de I_1 con respecto al tensor de tensiones $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$

$$\frac{\partial I_1}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial \sigma_{kk}}{\partial \sigma_{ij}} = \delta_{ij} \tag{C.3}$$

Primera derivada de J_{2D} con respecto al tensor de tensiones $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J_{2D}}{\partial \sigma_{ij}} &= \frac{\partial\left(\frac{1}{2} s_{mn}\, s_{nm}\right)}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{2}\frac{\partial s_{mn}}{\partial \sigma_{ij}} s_{nm} + \frac{1}{2}\frac{\partial s_{nm}}{\partial \sigma_{ij}} s_{mn} = \frac{\partial s_{nm}}{\partial \sigma_{ij}} s_{mn} = \\
&\frac{\partial\left(\sigma_{nm} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{nm}\right)}{\partial \sigma_{ij}} s_{mn} = \left(\delta_{ni}\,\delta_{jm} - \frac{1}{3}\delta_{nm}\,\delta_{ki}\delta_{jk}\right) s_{mn} = \\
&= \left(\delta_{ni}\,\delta_{jm} - \frac{1}{3}\delta_{nm}\,\delta_{ij}\right) s_{mn} = \delta_{ni}\,\delta_{jm}\, s_{nm} - \frac{1}{3}\delta_{nm}\,\delta_{ij}\, s_{mn} = s_{ij}
\end{aligned} \tag{C.4}$$

Porque $\delta_{nm}\,\delta_{ij}\, s_{mn} \equiv 0$

Primera derivada de J_{3D} con respecto al tensor de tensiones σ_{pq}

$$\frac{\partial\, J_{3D}}{\partial\, \sigma_{pq}}=\frac{\partial\left(\frac{1}{3}s_{ij}\; s_{jk}s_{ki}\right)}{\partial\,\sigma_{pq}}=\frac{1}{3}\frac{\partial s_{ij}}{\partial\,\sigma_{pq}}s_{jk}s_{ki}+\frac{1}{3}\frac{\partial s_{jk}}{\partial\,\sigma_{pq}}s_{ij}s_{ki}+\frac{1}{3}\frac{\partial s_{ki}}{\partial\,\sigma_{pq}}s_{ij}s_{jk}=\frac{\partial s_{ij}}{\partial\,\sigma_{pq}}s_{jk}s_{ki}=$$

$$=\frac{\partial\left(\sigma_{ij}-\frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}\right)}{\partial\,\sigma_{pq}}s_{jk}s_{ki}=\left(\delta_{ip}\delta_{qj}-\frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kp}\delta_{qk}\right)s_{jk}s_{ki}=\delta_{ip}\delta_{qj}s_{jk}s_{ki}-\frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kp}\delta_{qk}s_{jk}s_{ki}=$$

$$=s_{qk}s_{kp}-\frac{2}{3}\delta_{pq}\,J_{2D}=\boldsymbol{t_{pq}} \qquad \text{(C.5)}$$

Segunda derivada de J_{2D} con respecto al tensor de tensiones $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$

$$\frac{\partial^2\, J_{2D}}{\partial\,\sigma_{ij}^{\;2}}=\frac{\partial s_{pq}}{\partial\,\sigma_{mn}}=\frac{\partial\left(\sigma_{pq}-\frac{1}{3}\delta_{pq}\;\sigma_{kk}\right)}{\partial\,\sigma_{mn}}=\left(\delta_{mp}\delta_{nq}-\frac{1}{3}\delta_{pq}\delta_{mn}\right)=p_{pqmn} \qquad \text{(C.6)}$$

Segunda derivada de J_{3D} con respecto al tensor de tensiones σ_{pq}

$$\frac{\partial^2\, J_{3D}}{\partial\,\sigma_{ij}^{\;2}}=\frac{\partial t_{pq}}{\partial\,\sigma_{mn}}=\frac{\partial\left(s_{qk}s_{kp}-\frac{2}{3}\delta_{pq}\;J_{2D}\right)}{\partial\,\sigma_{mn}}=\frac{\partial\left(s_{qk}s_{kp}\right)}{\partial\,\sigma_{mn}}-\frac{\partial\left(\frac{2}{3}\delta_{pq}J_{2D}\right)}{\partial\,\sigma_{mn}}=$$

$$=\frac{\partial\left(s_{qk}\right)}{\partial\,\sigma_{mn}}s_{kp}+s_{qk}\frac{\partial\left(s_{kp}\right)}{\partial\,\sigma_{mn}}-\frac{2}{3}\delta_{pq}s_{mn}=\left(\delta_{qm}\delta_{nk}-\frac{1}{3}\delta_{qk}\delta_{nm}\right)s_{kp}+$$

$$+\left(\delta_{km}\delta_{np}-\frac{1}{3}\delta_{kp}\delta_{nm}\right)s_{qk}-\frac{2}{3}\delta_{pq}s_{mn}=\left(\delta_{qm}s_{np}-\frac{1}{3}s_{qp}\delta_{nm}\right)+$$

$$+\left(s_{qm}\delta_{np}-\frac{1}{3}s_{qp}\delta_{nm}\right)-\frac{2}{3}\delta_{pq}s_{mn}= \qquad \text{(C.7)}$$

$$=s_{np}\delta_{qm}+s_{qm}\delta_{np}-\frac{2}{3}s_{qp}\delta_{nm}-\frac{2}{3}\delta_{pq}s_{mn}$$

C.2 MODELO EXTENDIDO DE MRS LADE: Derivadas

La función de Fluencia en la porción de cono del modelo Extendido de MRS Lade esta definida por la ecuación (5.1)

$$F_{cono}\{p_n, q, \theta, s, \kappa_{cono}\}=f\{q,\theta\}-\eta\{\kappa_{cono}\}(p_n+s-p_c)=0 \qquad \text{(C.8)}$$

$$f(q,\theta,s)=q\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^m g(\theta) \qquad \text{(C.9)}$$

La porción de capa se define por la (5.8)

$$F_{capa}\left(p_n, q, \theta, s, \kappa_{capa}\right) = \left(\frac{p_n - p_m}{p_r}\right)^2 + \left(\frac{f(q,\theta)}{f_r}\right)^2 - 1 = 0 \tag{C.10}$$

C.2.1 Función de Willam-Warnke

La función que controla la forma de la superficie en el plano desviatórico es la de Willan-Warnke $g(\theta)$

$$g\{\theta\{= \frac{4\left(1-e^2\right)\cos^2(\theta) + (2e-1)^2}{2\left(1-e^2\right)\cos(\theta) + (2e-1)\left\{4\left(1-e^2\right)\cos^2(\theta) + 5e^2 - 4e\right\}^{1/2}} \tag{C.11}$$

Por simplificación conviene separar en numerador y denominador de la forma

$$g(\theta) = \frac{n(\theta)}{d(\theta)} \tag{C.12}$$

Con $$n\{\theta\{= 4\left(1-e^2\right)\cos^2(\theta) + (2e-1)^2 \tag{C.13}$$

$$d\{\theta\{= 2\left(1-e^2\right)\cos(\theta) + (2e-1)\left\{4\left(1-e^2\right)\cos^2(\theta) + 5e^2 - 4e\right\}^{1/2} \tag{C.10}$$

Primera derivada

$$\frac{\partial g}{\partial(\theta)} = \frac{n(\theta)d'(\theta)}{'d(\theta)^2} + \frac{n'(\theta)}{d(\theta)} \tag{C.14}$$

$$n'(\theta) = \frac{\partial n}{\partial(\theta)} = -8\left(1-e^2\right)\cos(\theta)\operatorname{sen}(\theta) \tag{C.15}$$

$$n''(\theta) = \frac{\partial^2 n}{\partial(\theta)^2} = -8\left(1-e^2\right)\cos(\theta)^2 + 8\left(1-e^2\right)\operatorname{sen}(\theta)^2 \tag{C.16}$$

$$d'(\theta) = \frac{\partial d}{\partial(\theta)} = -2\left(1-e^2\right)\operatorname{sen}(\theta) - \frac{4(2e-1)\left(1-e^2\right)\cos(\theta)\operatorname{sen}(\theta)}{\sqrt{-4e + 5e^2 + 4\left(1-e^2\right)\cos(\theta)^2}} \tag{C.17}$$

$$d''(\theta) = \frac{\partial^2 d}{\partial\theta^2} = -2\left(1-e^2\right)\cos(\theta) - \frac{4(2e-1)\left(1-e^2\right)\cos^2(\theta)}{\sqrt{-4e + 5e^2 + 4\left(1-e^2\right)\cos(\theta)^2}} -$$

$$-\frac{16(2e-1)\left(1-e^2\right)\cos^2(\theta)\operatorname{sen}^2(\theta)}{\left(-4e + 5e^2 + 4\left(1-e^2\right)\cos^2(\theta)\right)^{3/2}} + \frac{4(2e-1)\left(1-e^2\right)\operatorname{sen}^2(\theta)}{\left(-4e + 5e^2 + 4\left(1-e^2\right)\cos^2(\theta)\right)^{1/2}} \tag{C.18}$$

Derivadas de la Función de Fluencia: Cono

Derivadas primera

$$\frac{\partial F_{cono}}{\partial p} = -\eta_{cono} \tag{C.19}$$

$$\frac{\partial F_{cono}}{\partial q} = g(\theta)\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^m + \frac{g(\theta)\, m\, q\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^{m-1}}{q_a} \tag{C.20}$$

$$\frac{\partial F_{cono}}{\partial \theta} = q\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^m \frac{\partial g(\theta)}{\partial \theta} \tag{C.21}$$

$$\frac{\partial F_{cono}}{\partial s} = -\eta_{cono} \tag{C.22}$$

Derivadas segunda

$$\frac{\partial^2 F_{cono}}{\partial p^2} = \frac{\partial^2 F_{cono}}{\partial p \partial q} = \frac{\partial^2 F_{cono}}{\partial p \partial \theta} = 0 \tag{C.23}$$

$$\frac{\partial^2 F_{cono}}{\partial q^2} = \frac{g(\theta)(m-1)m\, q\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^{m-2}}{{q_a}^2} + \frac{2g(\theta)m\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^{m-1}}{q_a} \tag{C.24}$$

$$\frac{\partial^2 F_{cono}}{\partial q \partial \theta} = \frac{\partial g(\theta)}{\partial \theta}\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^m + \frac{\frac{\partial g(\theta)}{\partial \theta}\, m\, q\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^{m-1}}{q_a} \tag{C.25}$$

$$\frac{\partial^2 F_{cono}}{\partial \theta^2} = \frac{\partial^2 g(\theta)}{\partial \theta^2}\, q\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^m \tag{C26}$$

$$\frac{\partial^2 F_{cono}}{\partial s^2} = \frac{\partial^2 F_{cono}}{\partial p \partial s} = \frac{\partial^2 F_{cono}}{\partial q \partial s} = 0 \tag{C.27}$$

Derivadas de la Función de Fluencia: Capa
Derivadas primera

$$\frac{\partial F_{capa}}{\partial p} = \frac{2(p-p_m)}{p_r^2} \tag{C.28}$$

$$\frac{\partial F_{capa}}{\partial q} = \frac{2g(\theta)^2\, m\, q^2\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^{2m-1}}{q_a\, f_r^2} + \frac{2g(\theta)^2\, q\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^{2m}}{f_r^2} \tag{C.29}$$

$$\frac{\partial F_{capa}}{\partial \theta} = \frac{2\,g(\theta) q^2 \left(1+\dfrac{q}{q_a}\right)^m \dfrac{\partial g(\theta)}{\partial \theta}}{f_r^2} \tag{C.30}$$

$$\frac{\partial F_{capa}}{\partial s} = 0 \tag{C.31}$$

Derivadas segunda

$$\frac{\partial^2 F_{capa}}{\partial p^2} = \frac{2}{p_r^2} \tag{C.32}$$

$$\frac{\partial^2 F_{capa}}{\partial p \partial q} = \frac{\partial^2 F_{capa}}{\partial p \partial \theta} = \frac{\partial^2 F_{capa}}{\partial p \partial s} = 0 \tag{C.33}$$

$$\frac{\partial^2 F_{capa}}{\partial q^2} = \frac{2g(\theta)^2 \left(1+\dfrac{q}{q_a}\right)^{2m}}{f_r^2} + \frac{2g(\theta)^2\, m\,(2m-1) q^2 \left(1+\dfrac{q}{q_a}\right)^{2m-2}}{f_r^2\, q_a{}^2} + \frac{8g(\theta)^2\, m\, q \left(1+\dfrac{q}{q_a}\right)^{2m-1}}{f_r^2\, q_a} \tag{C.34}$$

$$\frac{\partial^2 F_{capa}}{\partial q \partial \theta} = \frac{4q \left(1+\dfrac{q}{q_a}\right)^{2m} g(\theta) g'(\theta)}{f_r^2} + \frac{4m\, q^2 \left(1+\dfrac{q}{q_a}\right)^{2m-1} g(\theta) g'(\theta)}{f_r^2\, q_a} \tag{C.35}$$

$$\frac{\partial^2 F_{capa}}{\partial \theta^2} = \frac{2q^2 \left(1+\dfrac{q}{q_a}\right)^{2m} g'(\theta)^2}{f_r^2} + \frac{2\, q^2 \left(1+\dfrac{q}{q_a}\right)^{2m} g(\theta) g''(\theta)}{f_r^2} \tag{C.36}$$

Derivadas de la Función de Fluencia

Aplicando la regla de la cadena, la derivada de la función de fluencia respecto a las tensiones es

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial F}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial F}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial F}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial \sigma_{ij}} \tag{C.37}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial\left(-\dfrac{1}{3}\sigma_{kk}\right)}{\partial \sigma_{ij}} = -\frac{1}{3}\delta_{ij} \tag{C.38}$$

$$\frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial \sqrt{3J_{2D}}}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\sqrt{J_{2D}}} \frac{\partial J_{2D}}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\sqrt{J_{2D}}} s_{ij} = \frac{3}{2} \frac{1}{q} s_{ij} \qquad \text{(C.39)}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{3} \frac{-1}{\sqrt{1 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_{3D}}{J_{2D}^{3/2}} \right)^2}} \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\partial J_{3D}}{\partial \sigma_{ij}} \frac{1}{\sqrt{(J_{2D})^3}} - \frac{3}{2} J_{3D} \frac{\partial J_{2D}}{\partial \sigma_{ij}} \frac{1}{\sqrt{(J_{2D})^5}} \right) =$$

$$= \frac{1}{\operatorname{sen} 3\theta} \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3}{2} J_{3D} \frac{1}{\sqrt{(J_{2D})^5}} s_{ij} - \frac{1}{\sqrt{(J_{2D})^3}} t_{ij} \right) =$$

$$= \frac{1}{\operatorname{sen} 3\theta} \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{3} \cos 3\theta}{q^2} s_{ij} - \frac{3\sqrt{3}}{q^3} t_{ij} \right) =$$

$$= \frac{3}{2} \frac{\cos 3\theta}{q^2 \operatorname{sen} 3\theta} s_{ij} - \frac{9}{2} \frac{1}{q^3 \operatorname{sen} 3\theta} t_{ij} \qquad \text{(C.40)}$$

C.3 CONO: FUNCIONES DE ENDURECIMIENTO Y ABLANDAMIENTO

Los parámetros de endurecimiento y ablandamiento κ_{cono} y κ_{capa} se definen en término del trabajo plástico acumulado w^p, que se disipa durante la carga en el actual camino de tensiones

$$w^p = \int_0^{{}^{n+1}\varepsilon_{ij}^p} \sigma_{ij} \; d\varepsilon_{ij}^p \qquad \text{(C.41)}$$

Se define κ_{cono}

$$\kappa_{cono} = \int_0^{{}^{n+1}\varepsilon_{ij}^p} \frac{1}{c_{cono} \, p_a} \left(\frac{p_n + s - p_c}{p_a} \right)^{-1} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \qquad \text{(C.42)}$$

donde $c_{cono}, c_{capa}, p_a, l$ son parámetros del material.

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \, m_{ij}(\sigma_{ij}) \qquad \text{(C.43)}$$

En Capitulo IV, ecuación (4.17)

$$d\kappa_{cono} = d\lambda \, h_i (m_i^\sigma) \qquad \text{(C.44)}$$

Representa un conjunto de variables de endurecimiento que gobiernan la evolución de la variable plástica. En esta ecuación $h_i(m_i^{\sigma})$ es el módulo plástico y $d\lambda$ es el parámetro plástico a determinarse con el criterio de carga descarga.

En nuestro caso para la parte de cono del modelo extendido de MRS Lade, expresado en término de la ley incremental

$$d\kappa_{cono} = \frac{1}{c_{cono}\, p_a}\left(\frac{p_n + s - p_c}{p_a}\right)^{-1} \sigma_{ij}\, d\varepsilon_{ij}^{p} \tag{C.45}$$

Reemplazando será

$$d\kappa_{cono} = \frac{1}{c_{cono}\, p_a}\left(\frac{p_n + s - p_c}{p_a}\right)^{-1} \sigma_{ij}\, m_{ij}(\sigma_{ij}) \tag{C.46}$$

En Capitulo IV, ecuación (4.16)

$$r_i = \frac{\partial F_{cono}}{\partial \kappa_{cono}} = -\frac{\partial \eta_{cono}(\kappa_{cono})}{\partial \kappa_{cono}}(p + s - p_c) \tag{C.47}$$

donde

$$\frac{\partial \eta_{cono}(\kappa_{cono})}{\partial \kappa_{cono}} = -\frac{ab(\kappa_{cono} + k_1)^{1/\nu}}{\varepsilon^{(b\kappa_{cono})}} - \frac{\eta_{cono}\,\kappa_{cono}\, k_2}{(\varepsilon + \kappa_{cono})^2} + $$

$$+ \frac{a(\kappa_{cono} + k_1)^{-1+1/\nu}}{\nu\, \varepsilon^{(b\kappa_{cono})}} + \frac{\eta_{cono}\, k_2}{(\varepsilon + \kappa_{cono})} \tag{C.48}$$

$$H_i = -r_i\, h_i(m_i^{\sigma}) = r_i\, d\kappa_{cono} \tag{C.49}$$

C.4 CAPA: FUNCIONES DE ENDURECIMIENTO

En la parte de capa del modelo extendido de MRS lade, expresado en término de la ley incremental

$$d\kappa_{capa} = \frac{1}{c_{capa}\, p_a}\left(\frac{p_{cap,0}}{p_a}\right)^{-r} w^{p} = \frac{1}{c_{capa}\, p_a}\left(\frac{p_{cap,0}}{p_a}\right)^{-r} \sigma_{ij}\, d\varepsilon_{ij}^{p} \tag{C.50}$$

Como $$d\varepsilon_{ij}^{p} = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda\, m_{ij}(\sigma_{ij}, q_*) \tag{C.51}$$

$$d\kappa_{capa} = d\lambda \frac{1}{c_{capa}\, p_a} \left(\frac{p_{cap,0}}{p_a} \right)^{-r} \sigma_{ij}\, m_{ij} \tag{C.52}$$

Se observa que $\boldsymbol{h_*}(\sigma_{ij}, \boldsymbol{q_*})$ es una función escalar de la forma

$$h_* = {}^{Capa}h = \frac{1}{c_{capa}\, p_a} \left(\frac{p_{cap,0}}{p_a} \right)^{-r} \sigma_{ij}\, m_{ij} \tag{C.53}$$

Por otro lado

En Capitulo IV, ecuación (4.16)

$$r_i = \frac{\partial F_{capa}}{\partial \kappa_{capa}} \tag{C.54}$$

De Capitulo V, ecuación (5.9)

$$p_r = \frac{(1-\alpha)[\varphi(1-\alpha) + \alpha]}{2\varphi(1-\alpha) + \alpha}\, p_{capa}\{\kappa_{capa}\} = C_{pr}\, p_{capa}\{\kappa_{capa}\} \tag{C.55}$$

$$C_{pr} = \frac{(1-\alpha)[\varphi(1-\alpha) + \alpha]}{2\varphi(1-\alpha) + \alpha} \tag{C.56}$$

$$p_m = \frac{\left[\varphi(1-\alpha)^2\right] + \alpha^2}{2\varphi(1-\alpha) + \alpha}\, p_{capa}\{\kappa_{capa}\} = C_{pm} p_{capa}\{\kappa_{capa}\} \tag{C.57}$$

$$C_{pm} = \frac{\left[\varphi(1-\alpha)^2\right] + \alpha^2}{2\varphi(1-\alpha) + \alpha} \tag{C.58}$$

$$f_r = \eta_{cono}\,[\varphi(1-\alpha)+\alpha] \left[\frac{\alpha}{2\varphi(1-\alpha)+\alpha} \right]^{1/2} p_{capa}\{\kappa_{capa}\} = C_{fr} p_{capa}\{\kappa_{capa}\} \tag{C.59}$$

$$C_{fr} = \eta_{cono}\,[\varphi(1-\alpha)+\alpha] \left[\frac{\alpha}{2\varphi(1-\alpha)+\alpha} \right]^{1/2} \tag{C.60}$$

La primera derivada de la función de fluencia de capa con respecto a la variable de endurecimiento es

$$
{}^{Capa}\xi = \frac{\partial F_{capa}}{\partial \kappa_{capa}} = \frac{-2C_{pm}\kappa_{capa}{}^{-1+\frac{1}{r}}\left(p - C_{pm}\left(1+\kappa_{capa}{}^{\frac{1}{r}}\right)p_{cap,0}\right)}{C_{pr}{}^{2}\left(1+\kappa_{capa}{}^{\frac{1}{r}}\right)^{2} p_{cap,0} r} -
$$

$$
-\frac{2\kappa_{capa}{}^{-1+\frac{1}{r}}\left(p - C_{pm}\left(1+\kappa_{capa}{}^{\frac{1}{r}}\right)p_{cap,0}\right)^{2}}{C_{pr}{}^{2}\left(1+\kappa_{capa}{}^{\frac{1}{r}}\right)^{3} p_{cap,0}{}^{2} r} - \frac{2g(\theta)^{2} q^{2}\left(1+\frac{q}{q_a}\right)^{2m}\kappa_{capa}{}^{-1+\frac{1}{r}}}{C_{pr}{}^{2}\left(1+\kappa_{capa}{}^{\frac{1}{r}}\right)^{3} p_{cap,0}{}^{2} r} \qquad \text{(C.61)}
$$

ANEXO D

NOTACION

Símbolos empleados en este trabajo:

$\varepsilon_{ij} =$ tensor de deformación total

$\boldsymbol{\varepsilon}_e =$ componente elástico del tensor de deformación

$\boldsymbol{\varepsilon}_p =$ componente plástica del tensor de deformación

$\boldsymbol{\sigma}' =$ tensor de tensión "constitutivo"

$\boldsymbol{\sigma} =$ tensor de tensión total

$\boldsymbol{\sigma}_n =$ tensor de tensión neto

$s =$ succión de matriz

$p_a =$ presión de aire en poros

$p_w =$ presión de agua en poros

$F_i \{\boldsymbol{\sigma}', s, \kappa\} =$ función de fluencia

$Q_i \{\boldsymbol{\sigma}', s, \kappa\} =$ función de potencial plástico

$B_{\lambda_i} \{\kappa, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \dot{s}\} =$ conjunto de tensiones plásticamente admisibles

$h =$ conjunto de variables internas

$\lambda =$ multiplicador de consistencia plástica

$\mathbf{n}^{\sigma} =$ normal a la superficie de fluencia en espacio de tensiones

$\mathbf{m}^{\sigma} =$ normal a la superficie de potencial plástico en espacio de tensiones

$p, q, \theta =$ invariantes de tensiones

$q =$ tensión desviadora

$\theta =$ ángulo de Lode

$I_1, J_{2D}, J_{3D} =$ conjunto de invariante de tensiones

$g(\theta)=$ Función de Willam Warnke

$\mathbf{E} =$ tensor de rigidez de cuarto orden

$\mathbf{E_{ep}} =$ tensor de rigidez tangente elastoplástico

$\mathbf{E_s} =$ tensor de succión

$\mathbf{C}^e =$ tensor de elasticidad complementario

$\beta =$ parámetro de dilatancia

$\kappa_{cono} =$ variable de endurecimiento de función de cono

$\kappa_{capa} =$ variable de endurecimiento de función de capa

$K =$ módulo volumétrico

$G =$ módulo de corte

$\mathbf{Q}_{ep} =$ tensor acústico

$\mathbf{Q}_s =$ tensor acústico de succión